

Aktive Steuerung des Transmissionsverhaltens stochastischer Störquellen
durch flächige Leichtbaustrukturen

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde

eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von: Malte Misol
aus: Hildesheim

eingereicht am: 01.08.2014
mündliche Prüfung am: 20.11.2014

Gutachter:
Prof. Dr.-Ing. Michael Sinapius
Prof. Dr.-Ing. Sabine Langer
Dr.-Ing. Hans Peter Monner

2014

Wenn wir wüssten, was wir tun, würde man es nicht Forschung nennen, oder?
Albert Einstein (1879–1955)

Kurzfassung

Gegenstand der vorliegenden Dissertation ist die Beeinflussung der Schalltransmission durch ein- und doppelwandige Struktursysteme mithilfe von aktiven Steuerungen. Im Zentrum steht die Frage, ob es möglich ist, die Transmission räumlich inkohärenter, stochastischer Störquellen durch doppelschalige Leichtbaustruktursysteme mit aktiven Steuerungen breitbandig zu reduzieren. Zur Beantwortung dieser Frage werden Begriffe und Methoden erarbeitet sowie Simulationen von und Messungen an aktiven Einzel- und Doppelschalensystemen durchgeführt.

Im Rahmen der vorliegenden Dissertation wird eine Definition von Breitbandigkeit eingeführt, welche die Quantifizierung der Kausalität eines aktiven Steuerungssystems über den Begriff der Kausalitätsreserve ermöglicht. Um die für ein aktives Steuerungssystem maßgeblichen Parameter Kohärenz und Kausalität zu analysieren, werden neue Methoden zur Störquellen- und Kohärenzanalyse sowie zur Kausalitätsanalyse erarbeitet.

Die Erstellung von Simulationsmodellen eines Einzel- und eines Doppelschalensystems ermöglicht es, unterschiedliche Konfigurationen aktiver Steuerungssysteme hinsichtlich ihrer Störgrößenreduktion sowie der relevanten Einflussgrößen Kohärenz und Kausalität zu analysieren. Aus der Kausalitätsanalyse folgt zum einen, dass alle aktiven Einzelschalensysteme akausal sind, und zu anderen, dass es prinzipiell möglich ist, ein kausales aktives Doppelschalensystem zu realisieren. Aus der Störquellenanalyse geht hervor, dass ein aktives Doppelschalensystem auch bezüglich der Kohärenz Vorteile bietet, da eine Verlagerung der Referenzsensoren von der Primärstruktur in die Kavität mit einer signifikanten Erhöhung der räumlichen Kohärenz einhergeht.

Um die Simulationsergebnisse experimentell zu verifizieren, wurden ein aktives Einzel- und ein aktives Doppelschalensystem in einem akustischen Transmissionsprüfstand aufgebaut und vermessen. Aus den Messdaten folgt, dass auch die Realsysteme der aktiven Einzelschale akausal sind. Die gemessenen Störgrößenreduktionen und Kausalitätsreserven sind mit den Simulationsergebnissen vergleichbar. Die Messergebnisse der aktiven Doppelschale zeigen, dass die Störgrößenreduktionen in der Realität deutlich kleiner ausfallen als in der Simulation. Die Kausalitätsreserven befinden sich dagegen in beiden Fällen auf einem ähnlichen Niveau. Aufgrund ihrer Sekundärlaufzeit von ≈ 3 ms sind alle Realsysteme der aktiven Doppelschale akausal. Verglichen mit der aktiven Einzelschale, ist die Akausalität der aktiven Doppelschale jedoch schwächer ausgeprägt, sodass die Erweiterung der Systemgrenze von einer Einzel- auf eine Doppelschale zu einer Verbesserung der Kausalität des aktiven Systems führt.

Danksagung

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e. V. (DLR).

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Sinapius für die engagierte Betreuung der Arbeit. Die intensiven Diskussionen mit Herrn Sinapius waren mir Halt und Ansporn zugleich und gaben wichtige Impulse für den Fortschritt und das Gelingen meiner Dissertation. In diesem Zusammenhang sei auch Herrn Dr.-Ing. H. P. Monner gedankt, welcher an besagten Diskussionen teilgenommen und diese mitgeprägt hat. Auch für den beruflichen Freiraum, der mir insbes. in der Endphase der Arbeit gewährt wurde, und für die Übernahme eines zusätzlichen Korreferats möchte ich Herrn Monner danken. Mein Dank gilt ferner Frau Prof. Dr.-Ing. S. Langer für die Übernahme des Korreferats und Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Wiedemann für den Vorsitz.

Aus dem Kreise meiner Kollegen beim DLR möchte ich Herrn T. Haase für den fachlichen Austausch und seine Hilfsbereitschaft insbes. bei der Durchführung der Experimente danken. Mein Dank geht ebenso an Herrn Dr.-Ing. S. Algermissen, dessen Ratschläge und fachlicher Input mir stets eine große Hilfe waren. Zu danken habe ich den Herren Dr. rer. nat. M. Rose, O. Unruh und C. Hesse für ihre Unterstützung in Fragen der numerischen Simulation. Herrn C. Bloch gebührt mein Dank für seine Arbeiten zur experimentellen Vermessung und Charakterisierung diffuser Schallfelder.

Abschließend möchte ich meinen Eltern, Prof. R. Misol und B. Misol, meiner Lebensgefährtin L. Tunnat und meinem Bruder A. Misol für ihre Unterstützung von Herzen danken.

Braunschweig, im November 2014

Malte Misol

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Zielsetzung und Hypothesen	3
3. Begriffsdefinition	7
3.1. Vibroakustische Größen	7
3.1.1. Schalldämmmaß	7
3.1.2. Masse-Feder-Masse-Resonanz	7
3.1.3. Koinzidenzfrequenz	9
3.2. Signalverarbeitungstechnische Größen	9
3.2.1. Erwartungswert	9
3.2.2. Korrelationsfunktion	10
3.2.3. Leistungsdichtespektrum	11
3.2.4. Kohärenz	13
3.2.5. Spektrale Faktorisierung	13
3.2.6. Kausalität	15
3.2.7. Breitbandigkeit	16
4. Stand des Wissens und der Technik	19
4.1. Aktive Einzelschalen	19
4.1.1. Dezentrale Regelung mit Geschwindigkeitsrückführung	19
4.1.2. Zentrale und dezentrale Regelungen und Steuerungen	21
4.2. Aktive Doppelschalen	25
4.2.1. Aktuator-/Sensorkonzepte und Methoden	25
4.2.2. Zentrale und dezentrale Regelungen und Steuerungen	28
4.3. Kohärenz und Kausalität	29
4.3.1. Kohärenzanalyse aktiver Systeme	29
4.3.2. Kausalitätsanalyse aktiver Systeme	30
5. Methodik	35
5.1. Simulationsmodelle	35
5.1.1. Diffusfeldmodell	35
5.1.2. Steuerungsmodell	36
5.1.3. Strukturmodell	37
5.2. Realsystem	41

5.3.	Analysemethoden	42
5.3.1.	Störquellen- und Kohärenzanalyse	42
5.3.2.	Kausalitätsanalyse	45
6.	Simulation	55
6.1.	Modellierung der akustischen Anregung	55
6.1.1.	Akustischer Monopol	55
6.1.2.	Ebene akustische Welle	56
6.1.3.	Diffuses Schallfeld	57
6.2.	Modellierung der strukturellen Schallabstrahlung	58
6.3.	Modellierung des generischen Doppelschalensystems	60
6.3.1.	Einfluss von struktureller und akustischer Kopplung	60
6.3.2.	Zustandsraummodell der Doppelschale	63
6.4.	Modellierung des aktiven Systems	66
6.4.1.	Aktuatorik und Sensorik	66
6.4.2.	Sekundärstrecke	68
6.4.3.	Steuerungsfilter	69
6.5.	Validierung der Simulationsmodelle	71
6.5.1.	Validierung des Diffusfeldmodells	71
6.5.2.	Validierung des Strukturmodells	73
6.6.	Störquellen-, Kohärenz- und Kausalitätsanalyse	81
6.6.1.	Punktkrafterregte Einzelschale	84
6.6.2.	Punktkrafterregte Doppelschale	90
6.6.3.	Akustisch angeregte Einzel- und Doppelschale	94
6.6.4.	CFK-Einzelschale und Doppelschale im Arbeitspunkt	98
7.	Experiment	105
7.1.	Synthese des diffusen Schallfelds	105
7.2.	Aktives CFK-Paneel	111
7.3.	Doppelschale mit aktivem Lining	117
8.	Zusammenfassung und Ausblick	125
8.1.	Zusammenfassung	125
8.2.	Ausblick	129
A.	Anhang	131
A.1.	Laufzeitanalyse	131
A.2.	Zustandsraumdarstellung eines Systems	133
A.3.	Simulation	134
A.4.	Experiment	135
A.5.	Hard- und Software	150
	Literaturverzeichnis	151

Abbildungsverzeichnis

2.1. Transmission externer Störquellen durch ein Doppelschalensystem mit Körper- und Luftschallkopplung von Primär- und Sekundärschale über die Halterungen bzw. die Kavität.	4
3.1. Vibroakustische (li.) und steuerungstechnische (re.) Größen eines Doppelschalensystems.	8
3.2. Blockschaltbild des generalisierten PEF.	17
3.3. Leistungsdichtespektrum der Störgröße (rote Linie) und Störgrößenreduktion des generalisierten PEF am Beispiel einer Aluminiumplatte gemäß Tabelle 6.1.	17
5.1. Synthese der Referenzsignale $\mathbf{x}$ und der Störsignale $\mathbf{d}$ aus den virtuellen Störquellensignalen $\tilde{\mathbf{v}}$	42
5.2. Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale für zehn Störquellen und 44 Referenzsensoren auf der Aluminium-Einzelschale gemäß Tabelle 6.1.	44
5.3. Blockschaltbild zur Berechnung der für die Laufzeitanalyse benötigten Signale $\tilde{\mathbf{x}}_a$ und d_a	46
5.4. Aluminiumplatte gemäß Tabelle 6.1 mit einer Störquelle und kollokalem Referenzsensor (543) und einem kollokalen Aktuator-/Sensorpaar (525) mit verschiedenen Sekundärlaufzeiten.	47
5.5. Residuum der Störgröße bei Fehlersensor 525 (li.) und Kreuzkorrelationsfunktion (re.) für $\delta_G = 1$ ms (rot) bis $\delta_G = 5$ ms (violett).	48
5.6. Residuum der Störgröße bei Fehlersensor 525 (li.) und akausale Kohärenz $ \gamma_{\tilde{x}da}[\kappa] ^2$ (re.) für $\delta_G = 1, 2, 3, 4, 5$ ms sowie die unbeschränkte Kohärenz $ \gamma_{\tilde{x}d}[\kappa] ^2$ in schwarz (re.).	53
6.1. Geometrische Zusammenhänge zwischen einer Punktschallquelle im Fluid und einer örtlich diskretisierten Strukturoberfläche.	56
6.2. Anordnung der Punktschallquellen auf der Halbkugeloberfläche (li.) und Druckverteilung auf der Plattenoberfläche bei 250 Hz (re.) [66, S. 52, Abb. 3.2].	57
6.3. FE-Netz mit elementaren Kolbenstrahlern.	59
6.4. FE-Netz des Doppelschalensystems (ohne Fluid) mit struktureller Kopplung der Schalen [66, S. 58, Abb. 3.6].	62
6.5. Schalldämmmaß der Doppelschale für unterschiedliche Kopplungsarten bei Diffusfeldanregung [66, S. 62, Abb. 3.10].	63

6.6. Vergleich der aus dem Zustandsraum- und dem FE-Modell berechneten Frequenzgänge des Doppelschalensystems.	67
6.7. Blockschaltbild der Komponenten der Sekundärstrecke eines aktiven Steuerungssystems mit K Referenzsensoren, M Aktuatoren und L Fehlersensoren.	68
6.8. Blockschaltbild eines aktiven Steuerungssystems mit K Referenzsensoren, M Aktuatoren und L Fehlersensoren.	69
6.9. Räumliche Korrelation (o.) und räumliche Kohärenz (u.) des simulierten diffusen Schallfelds.	71
6.10. Vergleich des Schalldämmmaßes der endlichen und der unendlichen Einzelschale.	75
6.11. Vergleich des Schalldämmmaßes der endlichen und der unendlichen Doppelschale bei Anregung durch eine ebene Welle.	78
6.12. Fluiddominierte Eigenform des gekoppelten Systems bei 79,44 Hz mit Vibrations- (li.) und Schalldruckverteilung (re.).	79
6.13. Vibrations- [m] (li.) und Schalldruckverteilung [Pa] (re.) des gekoppelten Systems bei 80 Hz unter Diffusfeldanregung.	80
6.14. Einzel- oder Doppelschalensystem mit zehn Störquellen (rote Kreuze), zehn Referenzsensoren (farbige Rauten) und einem kollokalen Aktuator-/Fehlersensorpaar (525, grünes Quadrat) (o.) bzw. zehn kollokalen Aktuator-/Fehlersensorpaaren (grüne Quadrate) (u.). Im Fall der Doppelschale liegen die Störquellen auf der Primärschale, die Referenzsensoren entweder auf der Primärschale ($\mathcal{P}$) oder im Fluid der Kavität ($\mathcal{F}$) und die Aktuatoren und Fehlersensoren auf der Sekundärschale. Die Bedeutung der Kreise um das Aktuator-/Fehlersensorpaar 525 (o.) ist Unterabschnitt 5.3.2 zu entnehmen.	82
6.15. Residuum der Störgröße auf der punktkrafterregten Aluminium-Einzelschale aus Abbildung 6.14 in Abhängigkeit von der Sekundärlaufzeit (Farbkodierung gemäß Tabelle 6.3). Ausgewertet für Fehlersensor 525 (li.) und gemittelt über zehn Fehlersensoren (re.).	85
6.16. Kreuzkorrelation der Allpassteile der Referenzsignale der zehn Referenzsensoren und des Störsignals von Fehlersensor 525 auf der in Abbildung 6.14 dargestellten Aluminium-Einzelschale.	85
6.17. Eigenwertepiegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale für zehn Störquellen und 44 Referenzsensoren auf der Aluminium-Einzelschale aus Abbildung 6.14.	88
6.18. Residuum der Störgröße auf der punktkrafterregten Aluminium-Doppelschale aus Abbildung 6.14 in Abhängigkeit von der Sekundärlaufzeit (Farbkodierung gemäß Tabelle 6.4). Ausgewertet für Fehlersensor 525 (li.) und gemittelt über zehn Fehlersensoren (re.).	89

6.19. Kreuzkorrelation der Allpassteile der Referenzsignale der zehn Referenzsensoren und des Störsignals von Fehlersensor 525 auf der in Abbildung 6.14 dargestellten Aluminium-Doppelschale.	89
6.20. Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale für zehn Störquellen und 44 Referenzsensoren auf der Primärschale (o.) und im Fluid in der Mittelebene der Kavität (u.) des Aluminium-Doppelschalensystems.	92
6.21. Residuum der Störgröße, gemittelt über zehn Fehlersensoren auf der Aluminium-Einzelschale (li.) und der Aluminium-Doppelschale (re.) aus Abbildung 6.14 bei Diffusfeldanregung der Einzel- bzw. Primärschale und mit zehn Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale.	94
6.22. Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale bei Diffusfeldanregung und 44 Referenzsensoren im diffusen Schallfeld vor und auf der Aluminium-Einzelschale.	96
6.23. Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale bei Diffusfeldanregung und 44 Referenzsensoren auf der Primärschale (o.) und im Fluid in der Mittelebene der Kavität (u.) des Aluminium-Doppelschalensystems.	97
6.24. Residuum der Störgröße, gemittelt über zehn Fehlersensoren auf der CFK-Einzelschale (li.) und der Doppelschale im Arbeitspunkt (re.) aus Abbildung 6.14 bei Punktkraftanregung der Einzel- bzw. Primärschale und mit zehn Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale.	100
6.25. Residuum der Störgröße, gemittelt über zehn Fehlersensoren auf der CFK-Einzelschale (li.) und der Doppelschale im Arbeitspunkt (re.) aus Abbildung 6.14 bei Diffusfeldanregung der Einzel- bzw. Primärschale und mit zehn Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale.	100
7.1. Räumliche Kohärenz des Typ-1-Diffusfelds (li.) und des Typ-2-Diffusfelds (re.) in Abhängigkeit vom normalisierten Abstand kr_{12}	106
7.2. Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Signale der Sensoren S_1 – S_{17} auf dem CFK-Paneel bei Diffusfeldanregung mit einer unabhängigen Schallquelle (o.) und mit zehn unabhängigen Schallquellen (u.) im Hallraum.	109
7.3. Gemittelte multiple Kohärenz der Vibrationen des CFK-Paneels bei Anregung durch ein Typ-1-Diffusfeld und ein Typ-2-Diffusfeld.	110
7.4. Aktive Sektion des CFK-Paneels (li.) mit Sensoren (S_i) und Aktuatoren (A_i) sowie Verschaltung der aktiven Komponenten mit dem Echtzeitsystem (re.) mit K Referenzsensoren, M Aktuatoren und L Fehlersensoren gemäß Abbildung 6.8.	112

7.5.	Residuum der Störgröße (li.) und akausale sowie unbeschränkte Kohärenz (re.) bei Störanregung der Einzelschale durch ein Typ-1-Diffusfeld.	114
7.6.	Residuum der Störgröße (li.) und akausale sowie unbeschränkte Kohärenz (re.) bei Störanregung der Einzelschale durch ein Typ-2-Diffusfeld.	115
7.7.	Normiertes mittleres Leistungsdichtespektrum (li.) und daraus abgeleitete normierte Autokorrelationsfunktion (re.) der Störsignale.	117
7.8.	Aktive Sektion der Doppelschale mit Referenzsensoren (R_i) auf der Primärschale (o. li.) und Fehlersensoren (E_i) und Aktuatoren (A_i) auf der Sekundärschale (o. re.) sowie Verschaltung der aktiven Komponenten mit dem Echtzeitsystem (u.) mit K Referenzsensoren, M Aktuatoren und L Fehlersensoren gemäß Abbildung 6.8.	119
7.9.	Residuum der Störgröße (li.) und akausale sowie unbeschränkte Kohärenz (re.) bei Störanregung der Primärschale durch ein Typ-1-Diffusfeld.	120
7.10.	Residuum der Störgröße (li.) und akausale sowie unbeschränkte Kohärenz (re.) bei Störanregung der Primärschale durch ein Typ-2-Diffusfeld.	121
A.1.	Residuum der Störgröße bei Fehlersensor 525 (li.) und Kreuzkorrelationsfunktion (re.) für $\delta_G = 1$ ms (rot) bis $\delta_G = 5$ ms (violett).	132
A.2.	Residuum der Störgröße bei Fehlersensor 525 (li.) und akausale Kohärenz $C_{\tilde{x}da}$ (re.) für $\delta_G = 1,2,3,4,5$ ms sowie die unbeschränkte Kohärenz $C_{\tilde{x}d}$ in schwarz (re.).	132
A.3.	Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale bei zehn Störquellen (o.) bzw. Diffusfeldanregung (u.) und 44 Referenzsensoren auf der Sekundärschale des Aluminium-Doppelschalensystems.	136
A.4.	Konstruktionszeichnung des CFK-Paneels (li.) und der Einbausituation der Einzel- und der Doppelschale im Einbaurahmen aus Sicht des reflexionsarmen Raums (RAR) des Transmissionsprüfstands (re.).	138
A.5.	Versuchsaufbau im akustischen Transmissionsprüfstand aus Sicht des Hallraums (li.) und Synthetisierung des diffusen Schallfelds durch Anregung des Hallraums mit der Dodekaeder-Schallquelle (mi.) oder dem Lautsprecherfeld (re.).	139
A.6.	Versuchsaufbau des aktiven CFK-Paneels (li.) und der Doppelschale mit aktivem Lining (re.) im akustischen Transmissionsprüfstand aus Sicht des reflexionsarmen Raums.	140
A.7.	Implementierung der kausalen Optimalsteuerung $\mathbf{W}_{optc}$ als FIR-Filter und des Rückkopplungskompensationsfilters $\hat{\mathbf{R}}$ als diskretes Zustandsraummodell (DZRM) auf dem Echtzeitsystem.	141

A.8. Synthese der Ein- und Ausgangssignale $\mathbf{u}$ und $\mathbf{x}/\mathbf{e}$ mithilfe des Echtzeitsystems für die parametrische und die nicht-parametrische Systemidentifikation.	143
A.9. Interpretation des aktiven Steuerungssystems mit Rückkopplung als Mehrgrößenregelkreis.	144
A.10. Singulärwerte der Modelle der Sekundärstrecke $\mathbf{G}_{\text{FRD}}$ und des Rückkopplungspfads $\mathbf{R}_{\text{FRD},\mathcal{P}}$ bzw. $\mathbf{R}_{\text{ZRM},\mathcal{P}}$ (li.) und maximale Singulärwerte der mit $\mathbf{W}_{\text{optc}}$ skalierten residualen Rückkopplungspfade $\Delta\mathbf{R}$ für Referenzsensoren auf der Sekundärschale ($\mathcal{S}$), im Fluid der Kavität ($\mathcal{F}$) und auf der Primärschale ($\mathcal{P}$) (re.).	145
A.11. Residuum der gemessenen Störgröße, gemittelt über die Fehlersensoren der aktiven Doppelschale mit zehn Aktuatoren, zehn Sensoren und zehn Referenzsensoren auf der Sekundärschale ($\mathcal{S}$), im Fluid der Kavität ($\mathcal{F}$) oder auf der Primärschale ($\mathcal{P}$) bei Anregung der Primärschale durch ein Typ-1-Diffusfeld.	147

Tabellenverzeichnis

6.1. Parameter des generischen Einzel- bzw. Doppelschalensystems. . .	61
6.2. In der Simulation verwendete Werte für die Parameter der digitalen und analogen Signalverarbeitung.	83
6.3. Reduktionen der mittleren Signalleistung (Red.) von Sensor 525 (SISO) oder summiert über zehn Fehlersensoren (MIMO) sowie Kausalitätsreserven (KR) für die punktkrafterregte Einzelschale mit zehn Referenzsensoren gemäß Abbildung 6.14.	86
6.4. Reduktionen der mittleren Signalleistung (Red.) von Sensor 525 (SISO) oder summiert über zehn Fehlersensoren (MIMO) sowie Kausalitätsreserven (KR) für die punktkrafterregte Aluminium-Doppelschale mit zehn Referenzsensoren auf der Primärschale ($\mathcal{P}$) oder im Fluid in der Mittelebene der Kavität ($\mathcal{F}$).	90
6.5. Reduktionen der über zehn Fehlersensoren summierten mittleren Störsignalleistung (Red.) sowie Kausalitätsreserve (KR) bei Diffusfeldanregung der Einzel- bzw. Primärschale aus Abbildung 6.14 und mit zehn Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale ($\mathcal{P}$) oder im Fluid in der Mittelebene der Kavität ($\mathcal{F}$).	95
6.6. Reduktionen der summierten mittleren Störsignalleistung von zehn bzw. 17 (bei RK4) Fehlersensoren (Red.) sowie Kausalitätsreserve (KR) bei Punktkraftanregung der Einzel- bzw. Primärschale aus Abbildung 6.14 und mit zehn bzw. fünf (bei RK2) Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale ($\mathcal{P}$) oder im Fluid in der Mittelebene der Kavität ($\mathcal{F}$).	101
6.7. Reduktionen der summierten mittleren Störsignalleistung von zehn bzw. 17 (bei RK4) Fehlersensoren (Red.) sowie Kausalitätsreserve (KR) bei Diffusfeldanregung der Einzel- bzw. Primärschale aus Abbildung 6.14 und mit zehn bzw. fünf (bei RK2) Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale ($\mathcal{P}$) oder im Fluid in der Mittelebene der Kavität ($\mathcal{F}$).	101
7.1. Sensorkonfigurationen der aktiven Einzelschale.	111
7.2. Störgrößenreduktion (Red.), Kausalitätsreserve (KR) und Mittelwerte der unbeschränkten ($\bar{C}_{\tilde{\mathbf{x}}d}$) und akausalen ($\bar{C}_{\tilde{\mathbf{x}}da}$) Kohärenz der aktiven Einzelschale bei Störanregung durch ein diffuses Schallfeld vom Typ 1 oder Typ 2.	118

7.3.	Sensorkonfigurationen der aktiven Doppelschale mit Referenzsensoren (Beschleunigungssensoren) auf der Primärschale ($\mathcal{P}$).	118
7.4.	Störgrößenreduktion (Red.), Kausalitätsreserve (KR) und Mittelwerte der unbeschränkten ($\bar{C}_{\mathbf{x}d}$) und akausalen ($\bar{C}_{\mathbf{x}da}$) Kohärenz der aktiven Doppelschale bei Störanregung der Primärschale durch ein diffuses Schallfeld vom Typ 1 oder Typ 2.	122
A.1.	Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Eigenfrequenzen der gelenkig gelagerten Aluminiumschale.	134
A.2.	Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Eigenfrequenzen des schallhart berandeten Fluids.	135
A.3.	Materialkennwerte und Lagenaufbau des CFK-Laminats und des GFK-Wabensandwichs.	137
A.4.	Hardwarekomponenten und Einstellungen der aktiven Systeme. . .	137
A.5.	Zur Simulation und für die Experimente verwendete Hard- und Software.	150

Symbole, Operatoren und Akronyme

$\mathbf{0}$	Nullmatrix
A	Strukturoberfläche
A_0	Querschnittsfläche eines Stabelements
A_i	i-ter Aktuator eines aktiven Steuerungssystems
A_n	Elementarfläche der Struktur (Fläche des FE-Schalenelements)
A_r	Korrelationsbereich eines Schalldruck- oder Vibrationsfelds
$\mathbf{A}_s$	Systemmatrix eines ZRM
$\mathbf{B}$	Kopplungsmatrix der akustischen und strukturellen Moden
$\mathbf{B}_s$	Eingangsmatrix eines ZRM
C	Betragsquadrat einer komplexen Kohärenzfunktion
$\mathbf{C}_f$	Transformationsmatrix zwischen $\mathbf{a}$ und $\mathbf{q}_f$
$\mathbf{C}_s$	Ausgangsmatrix eines ZRM
C_{xy}	Multiple Kohärenzfunktion eines vektoriellen Eingangs- und eines skalaren Ausgangssignals
$\bar{C}$	Gewichteter Mittelwert von C
D	Spektrum von d
$\mathbf{D}$	Vektor der Spektren von $\mathbf{d}$
D_b	Längenbezogene Biegesteifigkeit
$\mathbf{D}_d$	Matrix der viskosen, modalen Dämpfungen
$\mathbf{D}_S$	Dynamikmatrix der greenschen Funktion
$\mathbf{D}_s$	Durchgangsmatrix eines ZRM
E	Elastizitätsmodul
$\mathbf{E}$	Einheitsmatrix
E_i	i-ter Fehlersensor eines aktiven Steuerungssystems
F	Spektraler Faktor von S_{xx}
$\mathbf{F}$	Spektraler Faktor von $\mathbf{S}_{xx}$
$\mathbf{F}_B$	Butterworth-Tiefpassfilter
F_c	Eckfrequenz eines Tiefpassfilters
F_s	Abtastfrequenz eines „Digital signal processing (DSP)“-Systems
$\tilde{\mathbf{F}}$	Matrix der Eigenvektoren von $\mathbf{S}_{xx}$
$\mathcal{F}$	Steuerungskonfiguration mit Referenzsensoren im Fluid der Kavität
G	Sekundärstrecke eines aktiven SISO-Steuerungssystems
$\mathbf{G}$	Sekundärstrecke eines aktiven MIMO-Steuerungssystems
$\mathbf{G}_0$	Frequenzgangsmatrix der offenen Kette eines aktiven Steuerungssystems mit Rückkopplung der Aktuatoren auf die Referenzsensoren
G_{ij}	Schubmodul in der (i,j)-Ebene

$\mathbf{G}_{\mathbf{u}\mathbf{x}}$	Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises von $\mathbf{x}$ nach $\mathbf{u}$
G_{xx}	Einseitiges Autoleistungsdichtespektrum
G_{xy}	Einseitiges Kreuzleistungsdichtespektrum
$\mathcal{G}$	Greensche Funktion
$\mathcal{G}_{ij}$	Matrixdarstellung der greenschen Funktion zur Beschreibung der von Struktur j an den Knoten von Struktur i induzierten Schalldrücke
H	Spektraler Faktor von S_{dd}
$\mathbf{H}$	Spektraler Faktor von $\mathbf{S}_{dd}$
$\tilde{\mathbf{H}}$	Matrix der Frequenzgänge der virtuellen Störquellen auf die Fehlersensoren
$\mathcal{H}_{\infty}$	H-unendlich-Regelung
I	Anzahl an Gewichten eines FIR-Filters
$\mathbf{I}$	Schallintensitätsvektor
J	Anzahl virtueller Störquellen in einem Schall- oder Vibrationsfeld
$\tilde{J}$	Anzahl dominanter Störquellen in einem Schall- oder Vibrationsfeld
K	Anzahl an Referenzsensoren eines aktiven Steuerungssystems
$\mathbf{K}$	Steifigkeitsmatrix in modalen Koordinaten
$\tilde{\mathbf{K}}$	Steifigkeitsmatrix in physikalischen Koordinaten
L	Anzahl an Fehlersensoren eines aktiven Steuerungssystems
L_{xx}	Leistungspegel von x
M	Anzahl an Aktuatoren eines aktiven Steuerungssystems
$\mathbf{M}$	Massenmatrix in modalen Koordinaten
$\tilde{\mathbf{M}}$	Massenmatrix in physikalischen Koordinaten
$\mathcal{M}$	Anzahl an Hörpunkten
N	Anzahl diskreter Zeitschritte innerhalb von T
N_b	Anzahl an Signalblöcken der Länge $2N + 1$
N_{DFT}	Anzahl der Frequenzlinien eines aus Experimentaldaten berechneten Frequenzgangs
$\mathcal{N}$	Anzahl elementarer Kolbenstrahler einer Strukturoberfläche
P	Störstrecke eines aktiven SISO-Steuerungssystems
$\mathbf{P}$	Störstrecke eines aktiven MIMO-Steuerungssystems
P_a	Von einer Strukturoberfläche abgestrahlte, momentane Schallleistung
P_e	Auf eine Strukturoberfläche einfallende, momentane Schallleistung
$\bar{P}_a$	Von einer Strukturoberfläche abgestrahlte, mittlere Schallleistung
$\bar{P}_e$	Auf eine Strukturoberfläche einfallende, mittlere Schallleistung
$\mathbb{P}$	Primärschale eines Doppelschalensystems
$\mathcal{P}$	Steuerungskonfiguration mit Referenzsensoren auf der Primärschale
Q	Volumenfluss einer Punktschallquelle
$\mathbf{R}$	Matrix der Übertragungsfunktionen der Aktuatoren auf die Referenzsensoren (Rückkopplungspfad)
R_i	i -ter Referenzsensor eines aktiven Steuerungssystems
$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}d}$	Kreuzkorrelationsvektor der gefilterten Referenzsignale und der Störsignale

$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}\bar{\mathbf{x}}}$	Autokorrelationsmatrix der gefilterten Referenzsignale
$\bar{R}$	Referenzstrecke eines aktiven SR-Steuerungssystems
$\bar{\mathbf{R}}$	Referenzstrecke eines aktiven MR-Steuerungssystems
$\hat{\mathbf{R}}$	Approximation von $\mathbf{R}$
$\tilde{R}$	Normalisierter Korrelationskoeffizient
$\mathcal{R}$	Schallstrahlungsresistanzmatrix einer räumlich diskretisierten Strukturoberfläche
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbf{S}$	Matrix der Übertragungsfunktionen der Aktuatoren auf die Fehlersensoren eines aktiven MIMO-Steuerungssystems
S_i	i-ter Sensor eines aktiven Steuerungssystems
S_{xx}	Autoleistungsdichtespektrum
$\mathbf{S}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$	Matrix der Leistungsdichtespektren von $\mathbf{x}$
S_{xy}	Kreuzleistungsdichtespektrum
$\mathbf{S}_{\mathbf{x}y}$	Vektor der Kreuzleistungsdichtespektren von $\mathbf{x}$ und y
$\mathbb{S}$	Sekundärschale eines Doppelschalensystems
$\mathcal{S}$	Steuerungskonfiguration mit Referenzsensoren auf der Sekundärschale
T	Mittelungszeit zur Berechnung statistischer Größen
T_r	Korrelationszeit der Signale eines Schalldruck- oder Vibrationsfelds
T_s	Abtastschrittweite eines „Digital signal processing (DSP)“-Systems
V	Volumen der Kavität
V_n	Elementarvolumen der Kavität (Volumen des FE-Volumenelements)
$\bar{\mathbf{V}}$	Allpassteil einer Leistungsdichtespektrum- oder Frequenzgangsmatrix
$\tilde{\mathbf{V}}$	Spektren der virtuellen Störquellen eines Schalldruck- oder Vibrationsfelds
W	SISO-Steuerungsfilter
$\mathbf{W}$	MIMO-Steuerungsfilter
W_{opt}	Optimales SISO-Steuerungsfilter
$\mathbf{W}_{opt}$	Optimales MIMO-Steuerungsfilter
W_{optc}	Optimales kausales SISO-Steuerungsfilter
$\mathbf{W}_{optc}$	Optimales kausales MIMO-Steuerungsfilter
$\mathbf{X}$	Vektor der Spektren von $\mathbf{x}$
X_i	i-tes diskretes Spektrum von x
X_t	Musterfunktion eines stochastischen Prozesses
Y_i	i-tes diskretes Spektrum von y
Y_t	Musterfunktion eines stochastischen Prozesses
$\mathcal{Z}$	Schallstrahlungsimpedanzmatrix einer räumlich diskretisierten Strukturoberfläche
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$\mathbf{a}$	Vektor der Schalldrücke in der Kavität der Doppelschale in modalen Koordinaten

$\tilde{a}$	Flächendiagonale einer Schale
b	Diskreter Parameter der Primärlaufzeit des generalisierten PEF
c	Sprungfunktion
c_0	Schallgeschwindigkeit der Luft
c_b	Ausbreitungsgeschwindigkeit des als Biegewelle propagierenden Körperschalls
d	Störsignal eines aktiven SISO-Steuerungssystems
$\mathbf{d}$	Störsignalvektor eines aktiven MIMO-Steuerungssystems
$\hat{\mathbf{d}}$	Approximation von $\mathbf{d}$
d_{12}	Schalenabstand eines Doppelschalensystems
e	Fehlersignal eines aktiven SISO-Steuerungssystems
$\mathbf{e}$	Fehlersignalvektor eines aktiven MIMO-Steuerungssystems
$\mathbf{e}_i$	i-ter Einheitsvektor bzw. i-te Spalte von $\mathbf{E}$
f	Kontinuierlicher Frequenzparameter
$\mathbf{f}$	Vektor der externen Kräfte in Richtung der Flächennormalen in modalen Koordinaten
f_κ	Frequenzen des zweiseitigen, diskreten Leistungsdichtespektrums
$\mathbf{f}_p$	Vektor der durch den Druck in der Kavität induzierten Kräfte in Richtung der Flächennormalen in modalen Koordinaten
$\tilde{\mathbf{f}}$	Vektor der externen Kräfte in Richtung der Flächennormalen in physikalischen Koordinaten
$\tilde{\mathbf{f}}_p$	Vektor der durch den Druck in der Kavität induzierten Kräfte in Richtung der Flächennormalen in physikalischen Koordinaten
h	Dicke einer Struktur
$\tilde{h}$	Dicke einer Lage eines Laminats
i	Laufindex
j	Imaginäre Einheit
k	Wellenzahl
k_F	Federsteifigkeit der strukturellen Kopplungselemente der Schalen eines Doppelschalensystems
k_i	i-te Eigenwellenzahl
l_0	Ausgangslänge eines Stabelements
m	Flächenbezogene Masse
n	Diskreter Zeitparameter
$\mathbf{n}$	Normalenvektor einer Strukturoberfläche
n_{dgl}	Ordnung der Schwingungsdifferentialgleichung eines Doppelschalensystems
n_p	Anzahl an Polen eines Tiefpassfilters
n_s	Anzahl an Zustandsgrößen eines ZRM
p	Momentanwert des Schalldrucks
$\mathbf{p}$	Vektor der Schalldrücke in der Kavität der Doppelschale in physikalischen Koordinaten
p_1	Schalldruck 1 im diffusen Schallfeld

p_2	Schalldruck 2 im diffusen Schallfeld
p_{eff}	Effektivwert des Schalldrucks
$p_{eff,diff}$	Räumlich gemittelter Effektivwert des Schalldrucks in einem diffusen Schallfeld
$\mathbf{p}_i$	Auf die Knoten von Struktur i reduzierter Vektor der Schalldrücke in der Kavität der Doppelschale in physikalischen Koordinaten
$\mathbf{p}_{ij}$	Auf die Knoten von Struktur i reduzierter Vektor der von Struktur j induzierten Schalldrücke in der Kavität der Doppelschale in physikalischen Koordinaten
$\mathbf{q}$	Vektor der Auslenkungen und Schalldrücke eines Doppelschalensystems in modalen Koordinaten
$\mathbf{q}_f$	Skalierte Version von $\mathbf{a}$
$\mathbf{q}_i$	Vektor der Auslenkungen von Struktur i in Richtung der Flächennormalen in modalen Koordinaten
r_{12}	Abstand zwischen den Messorten der Schalldrücke 1 und 2 im diffusen Schallfeld
r_a	Radius eines akustischen Monopols
$\mathbf{r}_m$	Ortsvektor des Hörpunkts
r_{mn}	Betrag von $\mathbf{r}_{mn}$
$\mathbf{r}_{mn}$	Differenzvektor von $\mathbf{r}_m$ und $\mathbf{r}_n$
$\mathbf{r}_n$	Ortsvektor des Elementarstrahlers n mit Teilfläche A_n
$\mathbf{r}_s$	Ortsvektor einer Punktschallquelle
r_{sn}	Betrag von $\mathbf{r}_{sn}$
$\mathbf{r}_{sn}$	Differenzvektor von $\mathbf{r}_s$ und $\mathbf{r}_n$
r_{XX}	Autokorrelationsfunktion eines stochastischen Prozesses
r_{xx}	Autokorrelationsfunktion
r_{xy}	Kreuzkorrelationsfunktion
$\bar{r}_{xx}$	Normierte Autokorrelationsfunktion
$\bar{r}_{xy}$	Normierte Kreuzkorrelationsfunktion
s	Komplexer Frequenzparameter der Laplace-Transformation
t	Kontinuierlicher Zeitparameter
u	Stellsignal eines aktiven SISO-Steuerungssystems
$\mathbf{u}$	Stellsignalvektor eines aktiven MIMO-Steuerungssystems
$\hat{u}$	Integrationsvariable zur Berechnung von $\tilde{R}$ für ein breitbandiges, ideales diffuses Schallfeld
$\tilde{u}$	Strukturelle Auslenkung in Richtung der Flächennormalen in physikalischen Koordinaten
$\tilde{\mathbf{u}}$	Vektor der strukturellen Auslenkungen in Richtung der Flächennormalen in physikalischen Koordinaten
v	Momentanwert der Schallschnelle
$\mathbf{v}$	Momentanwert des Schallschnellevektors
$\mathbf{v}_s$	Zeitliche Ableitung von $\mathbf{q}$
$\bar{v}$	Weißes Rauschsignal

$\bar{\mathbf{v}}$	Vektor weißer Rauschsignale
$\hat{v}$	Schwinggeschwindigkeit eines elementaren Kolbenstrahlers
$\hat{\mathbf{v}}$	Vektor der Schwinggeschwindigkeiten eines elementaren Kolbenstrahlers
$\tilde{\mathbf{v}}$	Virtuelle Störquellen eines Schalldruck- oder Vibrationsfelds
$\mathbf{w}$	Vektor der FIR-Filtergewichte einer aktiven Steuerung
w_i	i-tes FIR-Filtergewicht einer aktiven Steuerung
$\mathbf{w}_{optc}$	Vektor der FIR-Filtergewichte einer optimalen kausalen aktiven Steuerung
x	Referenzsignal eines aktiven SR-Steuerungssystems (davon abweichend in Kapitel 3: Allgemeines Signal als Zeitausschnitt von X_t)
$\mathbf{x}$	Referenzsignalvektor eines aktiven MR-Steuerungssystems (davon abweichend in Kapitel 3: Allgemeiner Signalvektor)
$\mathbf{x}_R$	Rückkopplungsanteil der Aktuatoren auf die Referenzsensoren
$\mathbf{x}_s$	Vektor der Zustandsgrößen eines ZRM
$\bar{x}$	Abszisse des kartesischen Koordinatensystems
$\hat{\mathbf{x}}_R$	Approximation von $\mathbf{x}_R$
$\tilde{x}$	Durch die Sekundärstrecke gefiltertes Referenzsignal eines aktiven SR-SISO-Steuerungssystems
$\tilde{\mathbf{x}}$	Durch die Sekundärstrecke(n) gefiltertes Referenzsignal bzw. gefilterter Referenzsignalvektor eines aktiven SR/MR-SISO/MIMO-Steuerungssystems
y	Gegensignal eines aktiven SISO-Steuerungssystems (davon abweichend in Kapitel 3: Allgemeines Signal als Zeitausschnitt von Y_t)
$\mathbf{y}$	Gegensignalvektor eines aktiven MIMO-Steuerungssystems
$\mathbf{y}_s$	Vektor der Ausgangsgrößen eines ZRM
$\bar{y}$	Ordinate des kartesischen Koordinatensystems
$\bar{\mathbf{y}}$	Ortsvektor auf der strukturellen Berandung der Kavität
z	Komplexer Frequenzparameter der Z-Transformation
$\bar{z}$	Applikate des kartesischen Koordinatensystems
$\bar{\mathbf{z}}$	Ortsvektor im Fluid der Kavität
z'	Strukturelle Wellenimpedanz
z''	Akustische Wellenimpedanz
$\tilde{z}'$	Wellenimpedanz als Summe aus z' und z''
$\Delta \mathbf{R}$	Residualer Rückkopplungspfad
Δ_F	Frequenzauflösung diskreter Spektren
Δ_L	Absorptionsmaß der Luft
Γ_i	Normierungsfaktor des akustischen Volumens der i-ten akustischen Eigenform
Λ	Matrix der Eigenwerte von $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}$
Φ	Akustische Modalmatrix
$\Phi^{(i)}$	i-te akustische Eigenform
$\Phi^{(i)}$	i-ter akustischer Eigenvektor

Φ_i	Auf die Knoten von Struktur i reduzierte akustische Modalmatrix
Ψ	Strukturelle Modalmatrix
$\Theta^{(i)}$	i-ter Eigenvektor von $\mathbf{A}_s$
Ξ	Matrix der viskosen, modalen Dämpfungsgrade
α	Dämpfungskoeffizient der Luft
β	Faktor zur Stellgrößenbeschränkung und zur Regularisierung von $\mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}$
δ_F	Signallaufzeit eines Tiefpassfilters
δ_G	Sekundärlaufzeit eines aktiven Steuerungssystems
δ_S	Signallaufzeit eines Struktursystems mit Aktuatoren und Sensoren
δ_{ZOH}	Durch das ZOH eingebrachte Signallaufzeit
δ_{dSPACE}	Verarbeitungstotzeit des DSP-Systems
ϵ	Toleranzschwelle
η	Verlustfaktor der Dämpfung
γ	Komplexe Kohärenzfunktion
γ_a	Akausale komplexe Kohärenzfunktion
γ_c	Kausale komplexe Kohärenzfunktion
κ	Diskreter Frequenzparameter
λ	Eigenwerte von $\mathbf{S}_{xx}$
λ_{max}	Maximaler Eigenwert von $\mathbf{S}_{xx}$
λ_0	Wellenlänge einer Luftschallwelle
$\bar{\lambda}$	Mittelwert der Eigenwerte von $\mathbf{S}_{xx}$
$\tilde{\lambda}$	Eigenwert von $\mathbf{A}_s$
μ	Mittelwert eines stochastischen Prozesses
ν	Parameter der diskreten Zeitverschiebung
ν_p	Querkontraktionszahl
ω	Kontinuierlicher Kreisfrequenzparameter
ω_i	i-te Eigenkreisfrequenz
$\omega_{c,0}$	Fundamentale Koinzidenzkreisfrequenz
$\omega_{c,\phi}$	Koinzidenzkreisfrequenz bei Strukturanregung durch eine ebene Schallwelle mit dem Einfallswinkel ϕ
$\omega_{m,0}$	Fundamentale Masse-Feder-Masse-Resonanzkreisfrequenz einer unendlichen Doppelschale mit eingeschlossenem Fluid
$\omega_{m,\phi}$	Masse-Feder-Masse-Resonanzkreisfrequenz einer unendlichen Doppelschale mit eingeschlossenem Fluid bei Anregung der Primärstruktur durch eine ebene Schallwelle mit dem Einfallswinkel ϕ
ϕ	Einfallswinkel einer ebenen Schallwelle relativ zum Normalenvektor der Strukturoberfläche
ψ	Phasenwinkel einer Punktschallquelle
ρ	Massendichte
ρ_0	Massendichte der Luft
σ^2	Varianz eines stochastischen Prozesses
σ_e	Schallstrahlungseffizienz einer unendlichen Schale
τ	Kontinuierliche Zeitverschiebung

τ_t	Transmissionsgrad
$\tau_{t,\infty}$	Transmissionsgrad der erzwungenen Schwingungen
$\tau_{t,r}$	Transmissionsgrad der Eigenschwingungen
ξ	Kausalitätskreis eines aktiven Steuerungssystems
ζ	Viskoser, modaler Dämpfungsgrad
ζ_F	Viskoser, modaler Dämpfungsgrad eines Fluids
ζ_S	Viskoser, modaler Dämpfungsgrad einer Struktur
$\{\cdot\}^*$	Komplexe Konjugation
$\{\cdot\}^H$	Hermiteischer Operator
$\{\cdot\}^T$	Transposition
$\{\cdot\}_a$	Allpassteil
$\{\cdot\}_m$	Minimalphasenteil
$\{\cdot\}_+$	Kausaloperator
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	Skalarprodukt
$f(\cdot)$	Funktion einer kontinuierlichen Variablen
$f[\cdot]$	Funktion einer diskreten Variablen
$r[0]$	Quadratischer Mittelwert bzw. mittlere Signalleistung
$\mathbb{E}$	Erwartungswert eines stationären, ergodischen stochastischen Prozesses
Re	Realteil einer komplexen Zahl oder Matrix
$\mathbb{V}$	Varianz eines stationären, ergodischen stochastischen Prozesses
det	Determinante einer Matrix
exp	Natürliche Exponentialfunktion
ln	Natürlicher Logarithmus
log	Dekadischer Logarithmus
sec	Inverse von cos (<i>secant</i>)
tr	Spur einer Matrix
ADC	analog-to-digital converter
ANC	active noise control
ANSYS®	Simulationssoftware der Firma ANSYS, Inc. (R14.5)
ANVC	active noise vibration control
ASAC	active structural acoustic control
bspw.	beispielsweise
bzw.	beziehungsweise
ca.	circa
CFK	Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff
CLD	constraint layer damping
CoSiCab+	Comfortable and Silent Cabin + – ein DLR-Forschungsprojekt zur Verbesserung des Passagierkomforts in der Flugzeugkabine
CROR	counter-rotating open rotor
d. h.	das heißt

D/A	digital/analog
DAC	digital-to-analog converter
DFT	Diskrete Fouriertransformation endlicher, zeitdiskreter Signale
DSP	digital signal processing
dSPACE®	„Rapid control prototyping“-System der Firma dSPACE GmbH
DTFT	Diskrete Fouriertransformation unendlicher zeitdiskreter Signale
DZRM	diskretes Zustandsraummodell
et al.	und andere
evtl.	eventuell
FE	Finite Elemente
FE-Modell	Mit der FEM erzeugtes Simulationsmodell
FEM	Finite-Elemente-Methode
FIR	finite impulse response
FRD	Frequenzgangsmodell
FRF	frequency response function
FxLMS	Filtered-x least mean squares
GFK	Glasfaserverstärkter Kunststoff
ggf.	gegebenenfalls
GPC	generalized predictive control
HR	Hallraum
IDFT	Inverse, diskrete Fouriertransformation endlicher, zeitdiskreter Signale
IIR	infinite impulse response
insbes.	insbesondere
KR	Kausalitätsreserve eines aktiven Steuerungssystems
LA	Lagenaufbau
LQG	linear quadratic regulator
LTI	linear time-invariant
MATLAB®	Mathematiksoftware der Firma The MathWorks, Inc. (R2012b)
MEMS	micro-electro-mechanical systems
MIMO	multiple input multiple output
MR	multiple-reference
ORT	orthogonal decomposition
PEF	prediction error filter
PET	Polyethylenterephthalat
PVDF	Polyvinylidenfluorid
RAR	Reflexionsarmer Raum
Red.	Reduktion der über alle Fehlersensoren summierten mittleren Störsignalleistung

RK	Realkonfigurationen
RME	radiation modal expansion
SISO	single input single output
sog.	sogenannte
SP-PEF	single-point delay prediction error filter
SR	single-reference
TBL	turbulent boundary layer
TL	transmission loss
TP	Tiefpassfilter
UD	unidirektional
vgl.	vergleiche
z. B.	zum Beispiel
ZOH	zero-order-hold
ZRM	Zustandsraummodell

1. Einleitung

Die Wahrnehmung von Schall ist für den Menschen von großer Relevanz. Hohe Schalldruckpegel können jedoch den Komfort beeinträchtigen und bei zu langer Expositionsdauer auch gesundheitliche Beeinträchtigungen nach sich ziehen [9]. Die Transmission externer Schallquellen in Innenräume von Gebäuden, Fahr- oder Flugzeugen wird durch das Schalldämmmaß der Berandung (Fassade, Karosserie, Rumpf), d.h. in der Regel durch das Schalldämmmaß flächiger Struktursysteme, bestimmt. Da dieses maßgeblich von der Masse des Struktursystems abhängt (Massengesetz bzw. bergersches Gesetz [25, S. 41]), weisen insbesondere Leichtbau-Struktursysteme häufig ein geringes Schalldämmmaß auf. Aufgrund dieser Tatsache induziert der zunehmende Einsatz von leichten und steifen Verbundwerkstoffen sowohl in der Luftfahrt (z. B. Airbus A350) als auch bei bodengebundenen Verkehrsträgern (z. B. BMW i-Modelle) große akustische Herausforderungen. Neuartige, energieeffiziente Antriebskonzepte können die Problematik zusätzlich verschärfen, wenn sie entweder sehr viel (z. B. gegenläufige Rotoren – CROR) oder sehr wenig Schall (z. B. Elektromotoren) abstrahlen.

Durch den kombinierten Einsatz von Vorsatzschalen (z. B. Seitenwand- oder Deckenpaneele im Flugzeug) und passiven Dämmstoffen können mittel- bis hochfrequente Störgeräusche wirksam reduziert werden. Bei tiefen Frequenzen (unterhalb von 1000 Hz) ist die Wirksamkeit passiver Maßnahmen physikalisch bedingt jedoch eher gering. In diesem Frequenzbereich erreichen Maßnahmen der aktiven Struktur-Akustik-Regelung (ASAC) ihre maximale Effektivität, weshalb sie eine sinnvolle Alternative oder Ergänzung zu passiven Schalldämmungsmaßnahmen darstellen können. Aufgrund des zumeist breitbandigen Charakters der betrachteten Störquellen (z. B. turbulente Grenzschicht, Strahlärm, Rollgeräusche) werden häufig Regelungsalgorithmen zur Realisierung von ASAC-Systemen eingesetzt. Diese benötigen keine Störquelleninformationen und gehen damit (durch die Einsparung von Sensoren) potenziell mit einem geringeren Hardwareaufwand einher. Die Wirksamkeit aktiv geregelter Systeme ist jedoch auf die Reduktion spektral „gefärbter“ Signalanteile beschränkt. Aktive Steuerungen erfordern hingegen eine möglichst frühzeitige Erfassung von Störquelleninformationen, was zu einem größeren Hardwareeinsatz führen kann. Bei geeigneter Systemauslegung können Steuerungen jedoch sowohl eine erhöhte Robustheit als auch eine verbesserte Störgrößenunterdrückung als Regelungen erzielen. Es stellt sich daher die Frage, welche Faktoren das Leistungspotenzial aktiver Steuerungen bestimmen und unter welchen Bedingungen dieses bestmöglich ausgeschöpft werden kann.

Die Dissertation ist folgendermaßen gegliedert: Im nachfolgenden Kapitel 2 wird auf die Zielsetzung und die Hypothesen der Arbeit eingegangen. Im Anschluss daran erfolgt in Kapitel 3 die Definition relevanter vibroakustischer und signalverarbeitungstechnischer Größen. In Kapitel 4 werden die Hypothesen und Einflussgrößen in den Kontext des aktuellen Stands des Wissens und der Technik eingeordnet und die verbleibenden Fragestellungen in Bezug auf die Hypothesen identifiziert. Die Bearbeitung der offenen Fragestellungen erfolgt in den Kapiteln 6 und 7 mithilfe der in Kapitel 5 beschriebenen Methodik.

2. Zielsetzung und Hypothesen

Der Grundgedanke, auf dem die vorliegende Dissertation basiert, ist es, den doppelschaligen Charakter von Leichtbaustruktursystemen (z. B. bei einem Flugzeugrumpf mit kabinenseitigen Vorsatzschalen) zur Auslegung eines kausalen aktiven Steuerungssystems zu nutzen. Im Unterschied zu einschaligen Strukturen erfolgt die Transmission externer Schall- bzw. Störquellen bei doppelschaligen Systemen von der Primärstruktur zur Sekundärstruktur über das eingeschlossene Fluid und die strukturelle Kopplung der beiden Schalen (vgl. Abbildung 2.1). Während eine Einzelschale direkt von den externen Störquellen angeregt wird, erfolgt die Störanregung der Sekundärschale eines Doppelschalensystems indirekt über die Primärschale. Infolge der geänderten Störübertragungscharakteristik könnte ein Doppelschalensystem mit aktiver Sekundärstruktur fähig sein, eine breitbandige Reduktion der Störgrößen und damit eine deutlich stärkere Reduktion der abgestrahlten Schallleistung (als eine aktive Einzelschale) zu bewirken.

Im Rahmen der vorliegenden Dissertation wird ein Verständnis des Transmissionsverhaltens passiver und aktiv gesteuerter Einzel- und Doppelschalensysteme bei räumlich inkohärenter, stochastischer Störanregung der Einzel- bzw. Primärschale erarbeitet. Es werden Begriffe eingeführt und Methoden erarbeitet, die die Analyse der für ein aktives Steuerungssystem relevanten Einflussgrößen Kohärenz und Kausalität ermöglichen. Die Simulation und die experimentelle Vermessung aktiv gesteuerter Einzel- und Doppelschalensysteme erbringen den Nachweis, dass aktive Doppelschalensysteme eine signifikant höhere Störgrößenreduktion als aktive Einzelschalensysteme aufweisen und zudem das Potenzial besitzen, eine breitbandige (im Sinne von Unterabschnitt 3.2.7) Reduktion der Schalltransmission zu bewirken.

Die Themenstellung der vorliegenden Dissertation entstand im Zuge der Entwicklung eines kausalen Steuerungssystems zur Reduktion von turbulenzinduziertem, breitbandigem Schall in Klimatisierungsrohren im Rahmen des DLR-Forschungsprojekts CoSiCab+. In einem akustischen Wellenleiter wie dem Klimatisierungsrohr lassen sich die Bedingungen für eine breitbandige Reduktion von stochastischem Schall aufgrund der geometrischen Flexibilität und der damit verbundenen Variabilität der Systemgrenze der aktiven Steuerung relativ problemlos herstellen. Besonders vorteilhaft ist, dass sich das System bei tiefen Frequenzen (unterhalb der Eigenfrequenz der ersten akustischen Quermode) eindimensional verhält, d. h. dass die Schallausbreitung nur in Richtung der Rohr-

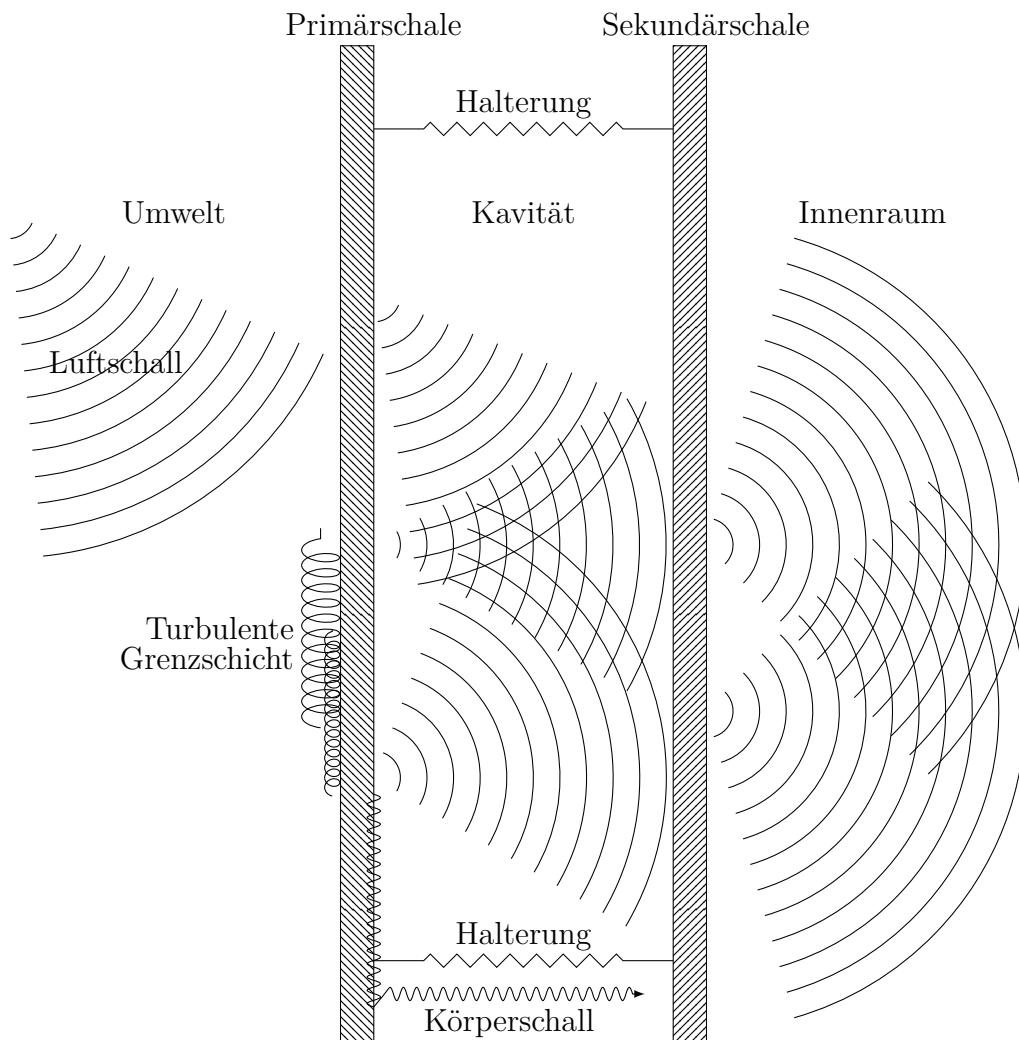


Abbildung 2.1.: Transmission externer Störquellen durch ein Doppelschalensystem mit Körper- und Luftschallkopplung von Primär- und Sekundärschale über die Halterungen bzw. die Kavität.

längsachse erfolgt. Ein wesentliches Motiv dieser Arbeit ist das Bestreben, die im eindimensionalen Fall beobachteten Vorteile einer kausalen Steuerung auch für höherdimensionale Systeme nutzbar zu machen. Das damit verbundene Erfordernis einer Erweiterung der Systemgrenze von einer aktiven Einzel- auf eine aktive Doppelschale zeigte sich besonders deutlich bei den ebenfalls im Rahmen von CoSiCab+ durchgeführten Windkanalversuchen. Durch die Restriktion auf eine einschalige Struktur – in diesem Fall eine Rumpfstruktur aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff (CFK) – konnten die für eine starke und breitbandige Störgrößenreduktion erforderlichen Randbedingungen (d.h. eine hohe Kohärenz der Sensorsignale und die Kausalität des aktiven Systems) nicht hergestellt werden [2, 63, 52].

Die beschriebenen Randbedingungen bei der aktiven Reduktion von stochastischem Schall in Klimatisierungsrohren und die im Rahmen von Windkanalversuchen festgestellten Restriktionen aktiver Einzelschalensysteme in Bezug auf Kohärenz und Kausalität motivieren die Betrachtung aktiver Doppelschalensysteme. Es werden folgende Hypothesen aufgestellt:

Basishypothese: Die Transmission räumlich inkohärenter¹, stochastischer Störquellen durch doppelschalige Leichtbaustruktursysteme kann mit aktiven Steuerungen breitbandig reduziert werden.

Hypothese 1: Die Störgrößenreduktion einer aktiven Steuerung ist durch die Kohärenz der Sensorsignale sowie durch die Kausalität des aktiven Systems limitiert.

Hypothese 2: Die inhärente Akausalität aktiver Einzelschalensysteme lässt eine breitbandige Reduktion der induzierten Störgrößen bei diesen nicht zu.

Hypothese 3: Durch die Erweiterung der Systemgrenze von einer Einzel- auf eine Doppelschale kann die Kohärenz der Sensorsignale erhöht und ein kausales Steuerungssystem ausgelegt werden.

Hypothese 4: Es besteht ein reziproker Zusammenhang zwischen der Kausalitätsreserve und der Kohärenz von Referenz- und Fehlersignalen.

Um die Hypothesen besser nachvollziehbar und vor allem belastbar zu machen, müssen wichtige Begriffe wie Kohärenz, Kausalität und Breitbandigkeit definiert werden. Aus diesem Grund erfolgt in Kapitel 3 eine Definition relevanter vibroakustischer und signalverarbeitungstechnischer Größen.

¹Die Kohärenz zweier unterschiedlicher Störquellensignale ist kleiner als eins.

3. Begriffsdefinition

In diesem Kapitel werden Begriffe aus den Bereichen Vibroakustik und Signalverarbeitung definiert und erläutert. Hinsichtlich der Vibroakustik werden Größen eingeführt, die die Schalltransmission durch flächige Struktursysteme quantifizieren bzw. für deren Verständnis von Relevanz sind. Eine gute Einführung in die Thematik der Vibroakustik wird in [48, 49] gegeben. Weiterführende Informationen können den Lehrbüchern [37, 21] entnommen werden. Entsprechend der inhaltlichen Ausrichtung der vorliegenden Dissertation, liegt der Schwerpunkt dieses Kapitels auf der (digitalen) Signalverarbeitung mit Bezug zu aktiven Steuerungen. Zunächst wird auf grundlegende signalverarbeitungstechnische Größen im Zeit- und Frequenzbereich eingegangen. Im Anschluss daran erfolgt eine Darstellung der Methode der spektralen Faktorisierung sowie die Definition der Begriffe Kausalität und Breitbandigkeit.

3.1. Vibroakustische Größen

3.1.1. Schalldämmmaß

Das Schalldämmmaß eines Struktursystems berechnet sich gemäß Gleichung (3.1) aus dem Quotienten der mittleren einfallenden Schallleistung $\bar{P}_e$ und der mittleren abgestrahlten Schallleistung $\bar{P}_a$ [25, S. 41].

$$TL = 10 \log \left(\frac{\bar{P}_e}{\bar{P}_a} \right) \text{ dB} \quad (3.1)$$

3.1.2. Masse-Feder-Masse-Resonanz

Die Masse-Feder-Masse-Resonanz (*mass-air-mass resonance*) tritt bei doppelwandigen, akustisch gekoppelten Struktursystemen auf. Sie kann zu Einbrüchen im Schalldämmmaß führen. Die fundamentale Kreisfrequenz der Masse-Feder-Masse-Resonanz eines Doppelschalensystems mit unendlichen, starren Schalen und eingeschlossenem Fluid berechnet sich nach Gleichung (3.2) [37, S. 306].

$$\omega_{m,0} = \left[\left(\frac{\rho_0 c_0^2}{d_{12}} \right) \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right) \right]^{1/2} \quad (3.2)$$

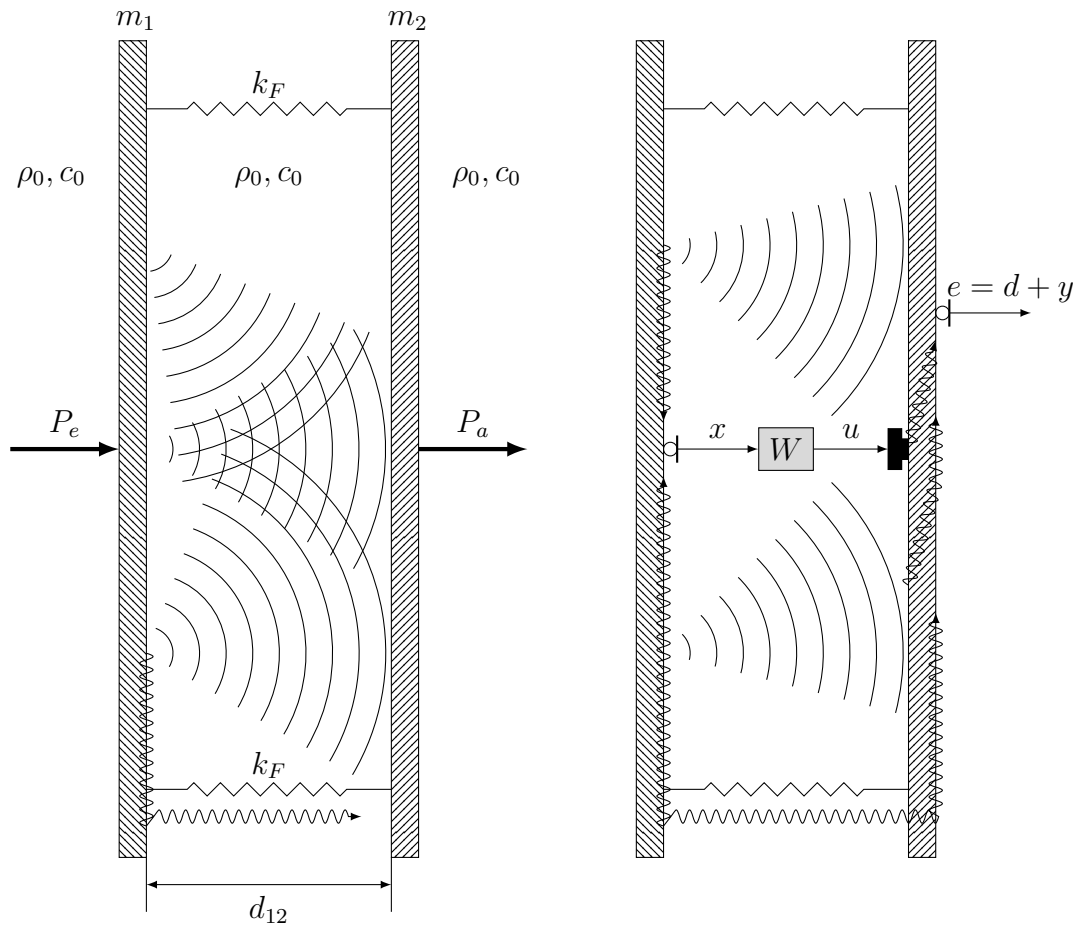


Abbildung 3.1.: Vibroakustische (li.) und steuerungstechnische (re.) Größen eines Doppelschalensystems.

Dabei sind m_1 und m_2 die flächenbezogenen Massen und d_{12} ist der Abstand der beiden Schalen. Weitere Masse-Feder-Masse-Resonanzen mit den Kreisfrequenzen $\omega_{m,\phi} = \omega_{m,0} \sec \phi$ ergeben sich bei einer Strukturanregung durch ebene Schallwellen mit dem Einfallswinkel ϕ [37, S. 316].

3.1.3. Koinzidenzfrequenz

Das Phänomen der Koinzidenz beschreibt die Äquivalenz von Luftschall- und Biegewellengeschwindigkeit. Die fundamentale Koinzidenzkreisfrequenz berechnet sich nach Gleichung (3.3) [37, S. 287].

$$\omega_{c,0} = c_0^2 \sqrt{\frac{m}{D_b}} \quad (3.3)$$

Dabei ist $D_b = Eh^3/12(1-\nu_p^2)$ die längenbezogene Biegesteifigkeit [37, S. 102] und $m = \rho h$ die flächenbezogene Masse der Struktur. Höhere Koinzidenzfrequenzen mit der Kreisfrequenz $\omega_{c,\phi} = \omega_{c,0}/\sin^2 \phi$ ergeben sich bei einer Strukturanregung durch eine ebene Schallwelle mit dem Einfallswinkel ϕ [37, S. 287].

3.2. Signalverarbeitungstechnische Größen

3.2.1. Erwartungswert

Die Erwartungswertbildung mithilfe des Operators $\mathbb{E}$ ist ein wichtiges Werkzeug zur Analyse stochastischer Prozesse. Die Berechnung des Erwartungswerts eines stochastischen Prozesses X_t vereinfacht sich enorm, wenn X_t als stationär und ergodisch betrachtet werden kann. Stationarität (im weiteren Sinne) liegt vor, wenn der Mittelwert μ , die Varianz σ^2 und die Autokorrelation r_{XX}

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[X_t] &=: \mu, \\ \mathbb{V}[X_t] &= \mathbb{E}[(X_t - \mu)^2] =: \sigma^2, \\ \mathbb{E}[X_t \cdot X_{t+\tau}] &=: r_{XX}(\tau), \tau \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (3.4)$$

zeitlich konstant sind. Wenn aus einem Zeitausschnitt $x(t)$ (einem Signal, im Folgenden x) einer Musterfunktion X_t auf den Scharmittelwert geschlossen werden kann, welcher idealerweise aus unendlich vielen zeitlich parallelen Beobachtungen eines Prozesses resultiert, dann liegt (im weiteren Sinne) Ergodizität vor [57, S. 256]. Unter diesen Voraussetzungen kann der Erwartungswert einer Kenngröße eines stochastischen Prozesses X_t aus der zeitlichen Mittelung des Signals x gewonnen werden. Für die Kenngrößen aus Gleichung (3.4) gilt damit im zeitkontinuierlichen Fall

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[X_t] &= \mathbb{E}[x(t)] = \mu := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt, \\
\mathbb{V}[X_t] &= \mathbb{V}[x(t)] = \sigma^2 := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (x(t) - \mu)^2 dt, \\
r_{XX}(\tau) &= r_{xx}(\tau) := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt,
\end{aligned} \tag{3.5}$$

und im zeitdiskreten Fall mit $x = x[n]$ [11, S. 410]

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[X_n] &= \mathbb{E}[x[n]] = \mu := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x[n], \\
\mathbb{V}[X_n] &= \mathbb{V}[x[n]] = \sigma^2 := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N (x[n] - \mu)^2, \\
r_{XX}[\nu] &= r_{xx}[\nu] := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x[n]x[n+\nu], \nu \in \mathbb{Z}.
\end{aligned} \tag{3.6}$$

3.2.2. Korrelationsfunktion

Die Autokorrelationsfunktion r_{xx} eines Signals x wurde in Gleichung (3.5) zur Charakterisierung eines stationären stochastischen Prozesses definiert. Die Kreuzkorrelationsfunktion r_{xy} beschreibt den linearen Zusammenhang zwischen zwei Signalen x und y . Im zeitkontinuierlichen Fall gilt [69, S. 55]

$$r_{xy}(\tau) := \mathbb{E}[x(t)y(t+\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)y(t+\tau) dt \tag{3.7}$$

und im Fall zeitdiskreter Signale gilt in Analogie zur Definition der zeitdiskreten Autokorrelationsfunktion

$$r_{xy}[\nu] := \mathbb{E}[x[n]y[n+\nu]] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x[n]y[n+\nu], \nu \in \mathbb{Z}. \tag{3.8}$$

Für reelle Signale sind die Korrelationsfunktionen symmetrisch [29, S. 58ff.] und es gilt

$$\begin{aligned}
r_{xx}[\nu] &= r_{xx}[-\nu] \\
r_{xy}[\nu] &= r_{yx}[-\nu].
\end{aligned}$$

Auf Basis der Kreuzkorrelationsfunktion lassen sich zwei Größen ableiten, die für die in Abschnitt 6.6 durchgeführten Analysen von Nutzen sind. Aus der normierten Kreuzkorrelationsfunktion

$$\bar{r}_{xy}[\nu] = \frac{r_{xy}[\nu]}{\sqrt{r_{xx}[0] r_{yy}[0]}} \xrightarrow{\mu_x=\mu_y=0} \frac{r_{xy}[\nu]}{\sigma_x \sigma_y} \quad (3.9)$$

zweier Schalldruck- oder Vibrationssignale x und y resultiert unter der Annahme einer Toleranzschwelle ϵ und für $\nu = 0$ der Korrelationsbereich

$$A_r = \{\forall(x,y) \mid \bar{r}_{xy}[0] > \epsilon\} \quad (3.10)$$

eines Schalldruck- oder Vibrationsfelds. Dabei entspricht $\bar{r}_{xy}[0]$ dem pearsonschen Korrelationskoeffizienten [69, S. 53] bzw. der in [60, S. 47] definierten normierten räumlichen Kohärenzfunktion. Der Korrelationsbereich darf nicht mit der komplexen Kohärenz γ_{xy} aus Gleichung (3.17) verwechselt werden, da diese die lineare Abhängigkeit der Signale x und y beschreibt. Sind die Signale x und y mit unterschiedlichen Sensoren assoziiert, deren Positionen im Fluid oder auf der Struktur voneinander abweichen, so ist eine Konfiguration (x,y) außerhalb des Korrelationsbereichs nicht gleichbedeutend mit einer geringen Kohärenz. Im Extremfall könnten sich sogar Werte von $A_r = 0$ und $\gamma_{xy} = 1$ einstellen. Auch mit der Störquellendichte eines Schalldruck- oder Vibrationsfelds (siehe Unterabschnitt 5.3.1) hat der Korrelationsbereich nichts zu tun.

Weiterhin wird für $x \equiv y$ die Korrelationszeit

$$T_r = \left\{ \max_{\nu} \mid \bar{r}_{xx}[\nu] > \epsilon \right\} \quad (3.11)$$

eines Signals definiert (vgl. zeitliche Kohärenz für $x \equiv y$ in [60, S. 47]). Dabei entspricht $\bar{r}_{xx}[\nu]$ definitionsgemäß der normierten Autokorrelationsfunktion von x . Mithilfe der Korrelationszeit kann das Ausmaß der zeitlichen Aufspreizung der Autokorrelationsfunktion einer Störgröße quantifiziert werden. Bei einer stochastischen Störgröße ist die Korrelationszeit gleich null bzw. bei einer Bandbegrenzung des Störspektrums bis zur Nyquistfrequenz ($F_s/2$) so gering, dass sie aus Sicht des aktiven Systems (mit der Abtastfrequenz F_s) gleich null ist (d. h. die Störung dekorreliert im Laufe eines Abtastschritts).

3.2.3. Leistungsdichtespektrum

Das zweiseitige Kreuzleistungsdichtespektrum der Signale x und y lässt sich als Fouriertransformierte der Kreuzkorrelationsfunktion definieren [8, S. 50].

$$S_{xy}(f) := \int_{-\infty}^{\infty} r_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.12)$$

Die den Signalen zugrunde liegenden stochastischen Prozesse X_t und Y_t werden analog zu Unterabschnitt 3.2.1 als stationär und ergodisch vorausgesetzt. Das zweiseitige Autoleistungsdichtespektrum S_{xx} ergibt sich für $y \equiv x$ aus der Fouriertransformation der Autokorrelationsfunktion r_{xx} . Das Leistungsdichtespektrum hat seinen Nutzen in der Beschreibung der (nicht notwendigerweise physikalischen) Signalleistung innerhalb eines infinitesimalen Frequenzbands. Es wird zumeist als dimensionslose Größe in dB/Hz angegeben. In der Praxis wird häufig das einseitige Leistungsdichtespektrum G_{xy} verwendet [8, S. 50].

$$G_{xy} = \begin{cases} 2S_{xy}, & \text{für } f > 0 \\ S_{xy}, & \text{für } f = 0 \\ 0, & \text{für } f < 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

Im Fall zeitdiskreter Signale x und y resultieren die Leistungsdichtespektren aus der zeitdiskreten Fouriertransformation (DTFT) der in Gleichung (3.8) definierten zeitdiskreten Korrelationsfunktion.

$$S_{xy}(f) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} r_{xy}[\nu] e^{-j2\pi f\nu T_s} \quad (3.14)$$

Im Unterschied zum Leistungsdichtespektrum zeitkontinuierlicher Signale wiederholt sich das Leistungsdichtespektrum zeitdiskreter Signale aufgrund der Periodizität der DTFT für ganzzahlige Vielfache der Abtastfrequenz F_s . Wenn die Summationsgrenzen in Gleichung (3.14) auf endliche Werte beschränkt werden, ergibt sich das diskrete Leistungsdichtespektrum für zeitdiskrete Signale aus der diskreten Fouriertransformation (DFT) der endlichen Korrelationsfunktion. Abweichend von der herkömmlichen Definition der DFT mit den Summationsgrenzen $\nu = 0$ und $\nu = 2N + 1$, beschreibt Gleichung (3.15) eine um $\nu = 0$ symmetrisierte DFT der Ordnung $2N + 1$.

$$S_{xy}[\kappa] = \sum_{\nu=-N}^N r_{xy}[\nu] e^{-j2\pi\nu\kappa/(2N+1)} \quad (3.15)$$

Die Variable $\kappa = -N, \dots, -1, 0, 1, \dots, N$ indiziert die Frequenzlinien des zweiseitigen diskreten Leistungsdichtespektrums mit der Frequenz $f_\kappa = F_s\kappa/(2N + 1)$. Bei der Wahl von N ist darauf zu achten, dass die Frequenzauflösung π/N ausreicht, um ein Abklingen der Korrelationsfunktion $r_{xy}[\nu]$ innerhalb der Blocklänge $[-N, N]$ zu gewährleisten [29, S. 69].

Die praktische Berechnung eines Leistungsdichtespektrums erfolgt typischerweise nicht durch die Fouriertransformation der Korrelationsfunktion, sondern auf Basis einer Anzahl diskreter Signalspektren $X_i[\kappa]$ und $Y_i[\kappa]$, welche aus der DFT von N_b disjunkten oder sich überlappenden Signalblöcken der Länge $2N+1$ resultieren. Für das diskrete Leistungsdichtespektrum endlicher, zeitdiskreter Signale gilt damit

$$S_{xy}[\kappa] = \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} [X_i^*[\kappa] Y_i[\kappa]] = \mathbb{E} [X^*[\kappa] Y[\kappa]] . \quad (3.16)$$

Nennenswert ist in diesem Zusammenhang die Methode der gemittelten und modifizierten Periodogramme von P. Welch [85], welche unter anderem auch in der Mathematiksoftware MATLAB[®] zur Anwendung kommt.

3.2.4. Kohärenz

Im Eingrößenfall ist die komplexe Kohärenz gegeben durch [15]

$$\gamma_{xy}(f) := \frac{S_{xy}(f)}{\sqrt{S_{xx}(f) S_{yy}(f)}} . \quad (3.17)$$

Häufig wird das Betragsquadrat $C_{xy} := |\gamma_{xy}|^2$ der komplexen Kohärenz betrachtet, welches aufgrund der cauchy-schwarzschen Ungleichung im Wertebereich $[0,1]$ liegt. Eine Verallgemeinerung für den Fall vektorieller Eingangsgrößen ist durch die multiple Kohärenz

$$C_{\mathbf{x}y}(f) := \frac{\mathbf{S}_{\mathbf{x}y}(f) \mathbf{S}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}^{-1}(f) \mathbf{S}_{\mathbf{x}y}^H(f)}{S_{yy}(f)} \quad (3.18)$$

gegeben [29, S. 244]. Beide Größen gelten auch im frequenzdiskreten Fall mit diskreten Leistungsdichtespektren gemäß Gleichung (3.16). In Abgrenzung zu den in Unterabschnitt 5.3.2 definierten kausalen und akausalen Kohärenzfunktionen werden die hier definierten (kausal unbeschränkten) Kohärenzfunktionen wenn nötig mit dem Adjektiv *unbeschränkt* versehen.

3.2.5. Spektrale Faktorisierung

Die spektrale Faktorisierung ist ein wichtiges Hilfsmittel für die Analyse stochastischer Prozesse und Systeme, da sie eine Zerlegung von Leistungsdichtespektren und Frequenzgängen in einen (gefärbten) Minimalphasenteil $\mathbf{F}$ und einen (weißen) Allpassteil $\bar{\mathbf{V}}$ ermöglicht.

Ein beliebiger Signalvektor $\mathbf{x}$ lässt sich somit aus der Filterung eines weißen Signalvektors $\bar{\mathbf{v}}$ durch eine minimalphasige Filtermatrix $\mathbf{F}$ synthetisieren [29, S. 66].

$$\mathbf{X}[\kappa] = \mathbf{F}[\kappa] \bar{\mathbf{V}}[\kappa] \quad (3.19)$$

Unter Verwendung des dyadischen Produkts $\mathbf{X}\mathbf{X}^H$ ist die Matrix der Leistungsdichtespektren von $\mathbf{x}$ durch

$$\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}[\kappa] = \mathbb{E} [\mathbf{X}[\kappa] \mathbf{X}^H[\kappa]] = \mathbf{F}[\kappa] \mathbf{S}_{\bar{\mathbf{v}}\bar{\mathbf{v}}}[\kappa] \mathbf{F}^H[\kappa] = \mathbf{F}[\kappa] \mathbf{F}^H[\kappa] \quad (3.20)$$

gegeben. Die Matrix $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}$ der Leistungsdichtespektren von $\mathbf{x}$ wird demnach durch die kausale, stabile und minimalphasige Filtermatrix $\mathbf{F}$ vollständig beschrieben und spektral faktorisiert. Im Eingrößenfall kann der spektrale Faktor F gemäß [29, S. 69] durch Anwendung der Cepstraltransformation [71, S. 503ff.] gewonnen werden.

$$F[\kappa] = \exp (\text{DFT} [c[\nu] \text{IDFT} \ln(S_{xx}[\kappa])]) \quad (3.21)$$

Im Unterschied zu Gleichung (3.21) wird in [71] das Cepstrum von $|X|$ statt von $|X|^2$ berechnet. Aufgrund der Logarithmierung resultiert daraus ein Faktor 2, welcher die unterschiedliche Skalierung der Sprungfunktion in [29] und [71] erklärt. Die inverse diskrete Fouriertransformation (IDFT) des logarithmierten Leistungsdichtespektrums entspricht daher dem Zweifachen des geraden Anteils des Cepstrums, welcher durch Multiplikation mit der Sprungfunktion $c[\nu] = 0$ für $\nu < 0$, $c[\nu] = 1$ für $\nu > 0$ und $c[0] = 1/2$ von seinen akausalen Anteilen befreit und mit dem Faktor $1/2$ gewichtet wird. Es entsteht ein vollständiges, kausales Cepstrum, welches den minimalphasigen Anteil der kausalen Folge x beschreibt. Aus der Rücktransformation in den Frequenzbereich und der Anwendung der Exponentialfunktion resultiert der spektrale Faktor F .

Im Mehrgrößenfall ist die Berechnung des spektralen Faktors $\mathbf{F}$ von $\mathbf{S}_{xx}$ mit einem deutlich höheren Aufwand verbunden. In [22] wird eine Methode zur spektralen Faktorisierung von rationalen Matrizen stabiler Laplace-Transformationen vorgestellt und anhand einer 2x2-Matrix verifiziert. Ein geschlossener mathematischer Lösungsweg für den allgemeinen Fall einer beliebigen Matrix wird jedoch nicht aufgezeigt. Ein alternativer Weg der spektralen Faktorisierung wird in [17] vorgeschlagen. Im Unterschied zur Methode von [22] wird statt der polynomialen Darstellung der Spektralmatrix nur die Matrix der diskreten Leistungsdichtespektren benötigt. Insofern hat die Methode eine deutlich höhere praktische Relevanz. Die Berechnung des gewünschten Dekorrelationsfilters $\mathbf{F}^{-1}$ erfolgt in einem zweistufigen Prozess, welcher die Auslegung eines *single-point delay prediction error filter* (SP-PEF) und eine Eigenwertzerlegung erfordert.

3.2.6. Kausalität

Nach der Definition von Oppenheim und Shafer [71, S. 16] ist ein kausales System dadurch charakterisiert, dass die Systemantwort $y[n_0]$ für jedes n_0 nur von vergangenen oder aktuellen, nicht aber von zukünftigen Werten der Eingangsgröße $x[n]$ abhängt. Für n muss daher gelten: $n \leq n_0$. Ein lineares, zeitinvariantes System ist genau dann kausal, wenn seine Impulsantwort für $n < 0$ gleich null ist [71, S. 16].

Gemäß Unterabschnitt 3.2.5 lassen sich die Ein- und Ausgangsgrößen eines Systems durch die Anwendung der spektralen Faktorisierung auf ihre weißen Anteile (Allpassteile) reduzieren. Der Allpassteil der Eingangsgröße x wird als x_a bezeichnet und jener der Ausgangsgröße y als y_a . Beide Allpassteile sind weiß, mittelwertfrei mit Varianz $\sigma^2 \equiv 1$. Aus nachfolgendem Zusammenhang geht hervor, dass es ausreicht, die Bewertung der Kausalität anhand der Kreuzkorrelationsfunktion $r_{x_a y_a}$ der Allpassteile durchzuführen. Unter Verwendung der spektralen Faktoren F_1 von S_{xx} und F_2 von S_{yy} gilt folgender Zusammenhang für den skalaren Frequenzgang:

$$\frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{\mathbb{E}[X^*Y]}{\mathbb{E}[X^*X]} = \frac{F_1^* F_2 \mathbb{E}[X_a^* Y_a]}{F_1^* F_1 \mathbb{E}[X_a^* X_a]} = \frac{F_2}{F_1} \mathbb{E}[X_a^* Y_a] = \frac{F_2}{F_1} S_{x_a y_a}. \quad (3.22)$$

Die definitionsgemäße Stabilität, Kausalität und Minimalphasigkeit der spektralen Faktoren F_1 und F_2 gilt auch für deren Inversen (vgl. [28, S. 1055]) und damit auch für den Quotienten F_2/F_1 . Daraus folgt, dass die Kausalität eines Systems über das Kreuzleistungsdichtespektrum $S_{x_a y_a}$ im Frequenzbereich bzw. über die Kreuzkorrelationsfunktion $r_{x_a y_a}$ im Zeitbereich determiniert ist. Die Auswertung der Kreuzkorrelationsfunktion der Allpassteile stellt daher eine Möglichkeit dar, die Kausalität eines Systems zu analysieren.

Ein aktives Steuerungssystem mit gefiltertem Referenzsignal $\tilde{x} = Gx$ (G ist die Sekundärstrecke von u nach y) und Störsignal d (vgl. Abbildung 3.1 (re.)) ist demnach akausal, wenn die Kreuzkorrelationsfunktion $r_{\tilde{x}_a d_a}$ der Allpassteile $\tilde{x}_a$ und d_a für $\nu < 0$ ungleich null ist. Übertragen auf das in Abbildung 3.2 dargestellte System des generalisierten *prediction error filter* (PEF) bedeutet dies, dass das optimale kausale Steuerungsfiler $\mathbf{W}_{optc}$ ein (nicht vollständig deterministisches) Störsignal $\mathbf{d}$ nur dann exakt synthetisieren und damit eine totale Auslöschung von $\mathbf{e}$ bewirken kann, wenn das gefilterte Referenzsignal $\tilde{\mathbf{x}}$ dem Störsignal zeitlich gesehen nicht hinterherläuft. In Unterabschnitt 5.3.2 wird gezeigt, dass die Definition von Oppenheim und Shafer für den Fall der Signalausbreitung in unbegrenzten oder zumindest stark gedämpften Medien gültig und sinnvoll ist, im Fall begrenzter und schwach gedämpfter Medien jedoch einen stark einschränkenden Charakter hat. Im Kontext dieser Arbeit soll deshalb ein verallgemeinerter Kausalitätsbegriff verwendet werden, welcher eine „leichte“ Akausalität zulässt und sich an der Frage der Breitbandigkeit der Störgrößenreduktion orientiert. Ein aktives Steuerungssystem wird danach als kausal (im verallgemeinerten Sinne)

definiert, wenn es fähig ist, eine breitbandige Störgrößenreduktion im Sinne von Unterabschnitt 3.2.7 zu bewirken. Dieser verallgemeinerte Begriff von Kausalität soll im Rahmen der vorliegenden Dissertation zur Anwendung kommen. Sofern auf die Definition der Kausalität im Sinne von [71, S. 16] rekurriert wird, ist dies gesondert vermerkt.

3.2.7. Breitbandigkeit

Die Fähigkeit zur Reduktion stochastischer Störgrößen wird als exklusives Charakteristikum einer kausalen Steuerung angesehen und soll im Rahmen der vorliegenden Dissertation mit Breitbandigkeit gleichgesetzt werden. Da eine allgemeingültige und mathematisch belastbare Definition des Begriffs Breitbandigkeit nicht existiert, wird im Folgenden eine für den Rahmen dieser Arbeit geltende Definition von Breitbandigkeit gegeben.

Der Leitgedanke, welcher der Definition der Breitbandigkeit zugrunde liegt, orientiert sich daran, ob die Störgrößenreduktion ausschließlich gefärbte (deterministische) oder auch weiße (stochastische) Signalanteile betrifft. Die Reduktion eines weißen Störsignals ist ein eindeutiger Indikator für Breitbandigkeit und damit für die Kausalität des aktiven Systems. Insofern bietet sich eine Definition des Begriffs Breitbandigkeit mithilfe des in [17] beschriebenen SP-PEF an, welches ein spektral gefärbtes Signal auf seine weißen Anteile reduziert. Jede Reduktion der mittleren Fehlersignalleistung $r_{ee}[\nu = 0]$ (siehe Gleichung (3.6)), die über diejenige des SP-PEF hinausgeht, ist breitbandig und kann nur durch eine kausale Konfiguration des aktiven Systems erreicht werden. Diese Definition des Begriffs Breitbandigkeit ist eindeutig und kann mittels der als bekannt vorauszusetzenden Störgröße d auf jeden konkreten Fall angewendet werden. Aus der Breitbandigkeit kann demnach auf die (verallgemeinerte) Kausalität des aktiven Systems geschlossen werden. Ferner erlaubt der Grad der Breitbandigkeit, welcher in der Differenz der Fehlersignalleistungspegel des SP-PEF $L_{ee,SP-PEF}$ und der zu untersuchenden Konfiguration L_{ee} zum Ausdruck kommt, eine Quantifizierung der Kausalität. Daraus leitet sich die Definition der Kausalitätsreserve (KR) gemäß Gleichung (3.23) ab.

$$KR = 10 \log \left(r_{ee,SP-PEF}[0] r_{ee}^{-1}[0] \right) = L_{ee,SP-PEF} - L_{ee} \text{ dB} \quad (3.23)$$

Das in Abbildung 3.2 dargestellte generalisierte PEF kann als Verallgemeinerung des in [17] definierten SP-PEF bzw. des in [50, S. 246ff.] definierten *prediction-error filter* angesehen werden. Die Modifikationen betreffen das Einfügen einer (diskreten) Primärlaufzeit z^{-b} und das Ersetzen von P durch $\mathbf{W}_{optc}$, welches sich gemäß Unterabschnitt 6.4.3 berechnet. Für den Fall $b = 0$ entspricht das generalisierte PEF dem SP-PEF.

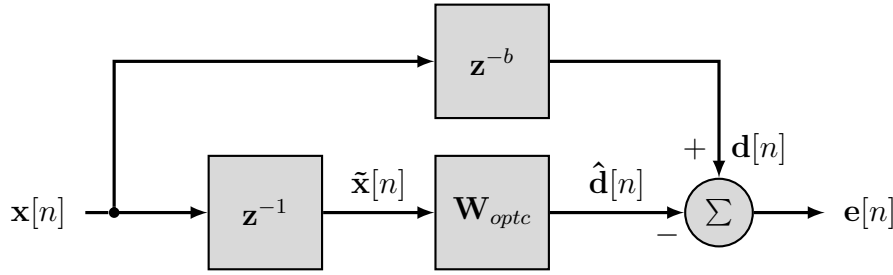


Abbildung 3.2.: Blockschaltbild des generalisierten PEF.

Abbildung 3.3 zeigt das Leistungsdichtespektrum des Störsignals (rote Linie) und die Leistungsdichtespektren der Fehlersignale von drei unterschiedlichen Konfigurationen des generalisierten PEF. Die zugehörigen Pegelwerte der relativen, mittleren Fehlersignalleistung $r_{ee}[0]/r_{dd}[0]$ sind in der Legende angegeben. Gemäß Abbildung 3.2 ist die Konfiguration für $b < 1$ akausal und für $b \geq 1$ kausal. Der Fall $b = 0$ entspricht dem (akausalen) Grenzfall des SP-PEF. Für das hier betrachtete System ist jede Reduktion der mittleren Störsignalleistung um mehr als 7,4 dB mit Breitbandigkeit gleichzusetzen. Die akausale Konfiguration für $b = -1$ besitzt eine KR von -4,1 dB, die kausale Konfiguration für $b = 1$ weist eine KR von 85,6 dB auf.

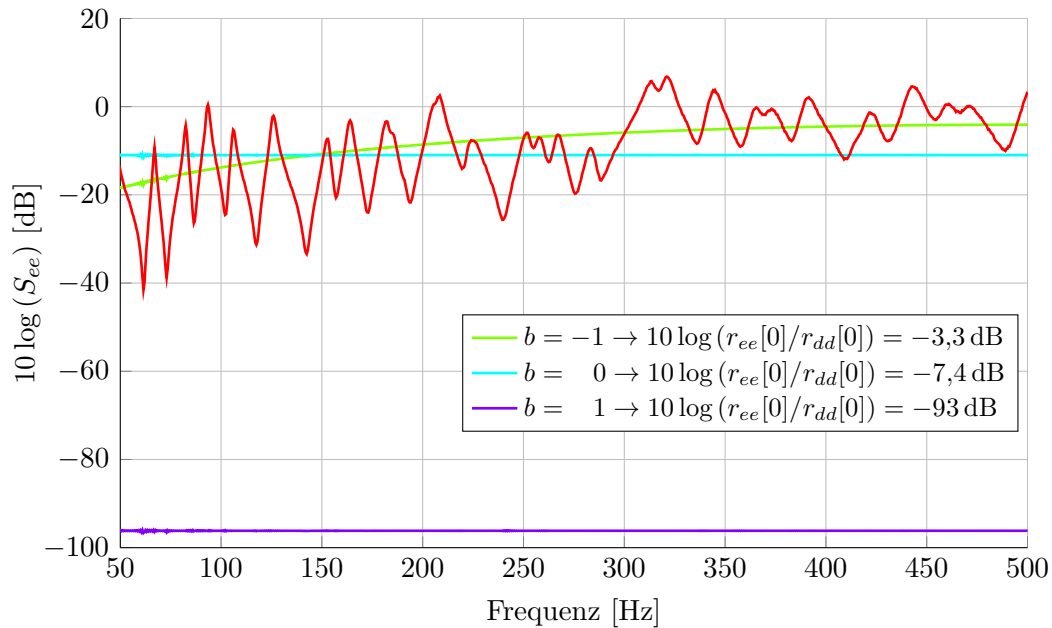


Abbildung 3.3.: Leistungsdichtespektrum der Störgröße (rote Linie) und Störgrößenreduktion des generalisierten PEF am Beispiel einer Aluminiumplatte gemäß Tabelle 6.1.

In diesem Kapitel wurden vibroakustische und signalverarbeitungstechnische Begriffe eingeführt, die für das Verständnis der physikalischen Vorgänge der Schalltransmission durch flächige Struktursysteme sowie für deren Beeinflussung mithilfe von aktiven Steuerungen von Relevanz sind. Hinsichtlich der Hypothesen der vorliegenden Dissertation sind die Begriffe Kohärenz und Kausalität bzw. Breitbandigkeit von besonderer Bedeutung. Die in Unterabschnitt 3.2.6 vorgeschlagene Betrachtung der Allpassteile der Ein- und Ausgangsgrößen eines Systems bildet die Basis für die in Unterabschnitt 5.3.2 beschriebene Methodik der Kausalitätsanalyse. Der in Unterabschnitt 3.2.7 eingeführte Begriff Kausalitätsreserve quantifiziert die Kausalität eines aktiven Steuerungssystems. Neben der Störgrößenreduktion dient die KR zur Bewertung und zum Vergleich unterschiedlicher Konfigurationen aktiver Steuerungssysteme in Abschnitt 6.6 und in Kapitel 7.

4. Stand des Wissens und der Technik

In diesem Kapitel wird ein Überblick über den Stand des Wissens und der Technik zum Themenfeld der aktiven Einzel- und Doppelschalen mit reduzierter Schallabstrahlung bzw. -transmission gegeben. Ferner werden relevante Publikationen mit Bezug zur Kohärenz- und Kausalitätsanalyse vorgestellt und diskutiert. Die Literaturrecherche erfolgte unter Verwendung der Datenbanken *Web of Knowledge*, *Scopus* und *Google Scholar* unter Verwendung relevanter Schlagworte (z. B. Kombinationen von *active control*, *feedforward*, *feedback*, *double*, *panel*, *broadband*, *causal*) oder auch Namen von Mitgliedern namhafter Forschungsgruppen (z. B. *S. J. Elliott*, *P. Gardonio*, *C. R. Fuller*). Die Entscheidung, ob und wie ausführlich eine Publikation (meist ein Beitrag in einer begutachteten Fachzeitschrift) im Rahmen dieses Überblicks vorgestellt und besprochen wird, richtet sich in erster Linie nach ihrer Relevanz in Bezug auf die Fragestellungen und Hypothesen der vorliegenden Dissertation. Auf eine Darstellung und Erläuterung grundlegender theoretischer Zusammenhänge wird unter Verweis auf einschlägige Lehrbücher (z. B. [16, 29, 37, 59, 67, 69, 71]) verzichtet. Wichtige vibroakustische und signalverarbeitungstechnische Größen und Begriffe werden in Kapitel 3 definiert.

Zunächst erfolgt ein Überblick zur Thematik der aktiven Einzelschalen. Im Anschluss daran werden relevante Arbeiten und Ergebnisse zu aktiven Doppelschalen behandelt. Den Abschluss des Kapitels bildet die Darstellung und Diskussion von Publikationen mit Bezug zur Kohärenz- und Kausalitätsanalyse.

4.1. Aktive Einzelschalen

4.1.1. Dezentrale Regelung mit Geschwindigkeitsrückführung

Die Thematik der dezentralen Geschwindigkeitsrückführungsregelung findet seit über einem Jahrzehnt große Beachtung und wird insbesondere von der Forschungsgruppe um S. J. Elliott und P. Gardonio vorangetrieben. Prinzipiell ist die Methode sowohl bei ein- als auch bei doppelschaligen Struktursystemen anwendbar, allerdings fokussieren die meisten Arbeiten auf die Untersuchung aktiver Einzelschalen.

In Elliott et al. [31] erfolgt eine theoretische Untersuchung physikalischer Effekte der Störgrößenreduktion am Beispiel einer aktiven Einzelschale mit einer regelmäßigen Anordnung von Sensor- und Aktuatorpaaren. Das aktive System besteht aus dezentralen Regelungen mit lokaler Geschwindigkeitsrückführung. Die breit-

bandige Störanregung erfolgt durch eine schräg einfallende ebene Welle. Unter der idealisierten Annahme einer kollokalen Aktuator-/Sensoranordnung werden signifikante Reduktionen der Vibrationen (bis zu 28 dB) und der abgestrahlten Schallleistung (bis zu 12 dB) erzielt (energetisch summiert bis 1000 Hz). Bei einem realistischeren, nicht-kollokalen System mit piezoelektrischen Flächenaktuatoren verringern sich die Reduktionen auf 18 dB im Fall der Vibrationen und auf 9 dB in der aktiven Schallleistung. Ferner wird festgestellt, dass es bei einer großen Verstärkung der Regelkreise zu negativen Auswirkungen auf die abgestrahlte Schallleistung infolge von *pinning* kommt. In diesen Fällen ist die lokale Störgrößenreduktion so stark, dass an den Stellen der Fehlersensoren virtuelle Lagerungspunkte der Struktur entstehen. Die Folge ist ein geändertes Eigenverhalten des aktiven Struktursystems mit höheren Eigenfrequenzen und größeren Vibrations- und Schallpegeln bei höheren Frequenzen. Es wird angemerkt, dass die untersuchte Aktuator-/Sensorkonfiguration alternativ auch zur Auslegung eines dezentralen aktiven (adaptiven) Steuerungssystems verwendet werden kann (sofern ein geeignetes Referenzsignal verfügbar ist). In diesem Fall könnte die Stabilität der dezentralen adaptiven Steuerungen unter gewissen Voraussetzungen garantiert werden (siehe dazu [30]).

Neuere Untersuchungen zu diesem Thema sind in [40, 41, 34] zu finden. In Gardonio und Elliott [40] werden unterschiedliche Regelungskonzepte mit idealen und realistischen Sensorschemata zur Erfassung der volumetrischen Oberflächenschnelle einer Einzelschale anhand von Simulationen untersucht. In Gardonio et al. [41] werden theoretische und simulationsbasierte Ergebnisse zu einer aktiven Einzelschale mit dezentraler Geschwindigkeitsrückführungsregelung bei einer räumlich verteilten, unkorrelierten und weißen Störanregung vorgestellt. Es wird festgestellt, dass die optimale Verstärkung eines einzelnen „Single input single output (SISO)“-Systems auf eine Konfiguration mit beliebig vielen dezentralen Regelungseinheiten übertragen werden kann und in diesem Fall zu einer Minimierung des globalen Schwingverhaltens führt. Die in [34] publizierten Arbeiten von Elliott et al. adressieren die Thematik eines multifunktionalen Inertialaktuator mit dualer und kollokalen Sensorik, welcher sowohl eine schmalbandige Tilgerwirkung als auch eine breitbandige Dämpfungswirkung durch Geschwindigkeitsrückführungsregelung besitzt. Die Herausforderung dabei ist, den Frequenzbereich des aktiven Systems zu tieferen Frequenzen (in den Bereich der Eigenfrequenz des Inertialerregers) hin auszudehnen und zugleich die Stabilität der Geschwindigkeitsrückführungsregelung bei höheren Frequenzen zu gewährleisten. Zum Nachweis der prinzipiellen Machbarkeit werden experimentelle Ergebnisse eines aktiven SISO-Systems am Beispiel eines Balkens und einer aktiven Einzelschale vorgestellt.

Insgesamt ist die Methode der dezentralen Geschwindigkeitsrückführungsregelung aus verschiedenen Gründen äußerst attraktiv und vielversprechend. Diese Tatsache spiegelt sich in der Vielzahl an publizierten Forschungsarbeiten innerhalb der letzten zehn Jahre wider. Verglichen mit zentralisierten Regelungs- oder

Steuerungskonzepten, bestehen eindeutige Vorteile in Bezug auf Systemkomplexität, Modularität und Robustheit. Im Sinne einer realistischen Bewertung dieser Technologie ist jedoch zu beachten, dass die in der Realität zu erreichenden Störgrößenreduktionen aufgrund von nicht-minimalphasigen Regelstrecken und infolge des *pinning* limitiert sind. Einschränkungen in der Robustheit bzw. in den zu erreichenden Verstärkungen ergeben sich bspw. bei nicht-dualen und/oder nicht-kollokalen Aktuator-/Sensorpaaren, infolge von Sensorresonanzen oder durch die Gruppenlaufzeit von Tiefpassfiltern, welche ggf. zur Bandbegrenzung des Störsignals benötigt werden. Ferner können globale Größen wie die abgestrahlte Schalleistung aufgrund der lokalen Wirkung der Einzelsysteme nicht gezielt beeinflusst werden, sodass eine Verwendung der Methode zur aktiven Struktur-Akustik-Regelung (*active structural acoustic control (ASAC)*) nur eingeschränkt möglich ist (bspw. bei sehr tiefen Frequenzen und/oder bei geringer modaler Überlappung).

4.1.2. Zentrale und dezentrale Regelungen und Steuerungen

In Guigou und Fuller [46] wird die Anwendung von Aktuatoren auf Basis von Schaum-PVDF (Polyvinylidenfluorid) zur Erhöhung der Schalldämmung einer Flugzeugrumpfschale (*foam-PVDF smart skin*) am Beispiel einer Cessna Citation III demonstriert. Die breitbandige akustische Störanregung erfolgt durch einen außerhalb des Cockpits positionierten Lautsprecher. Das zur Steuerung benötigte Referenzsignal wird entweder direkt aus dem Ansteuersignal des Lautsprechers synthetisiert oder mithilfe eines in Rumpfnähe (außerhalb des Flugzeugs) platzierten Mikrofons oder eines auf der Rumpfschale montierten Beschleunigungssensors aufgenommen. Als einzig realistische Referenzsensorkonfiguration ist jedoch letzteres Konzept der Verwendung von Beschleunigungssensoren auf der Rumpfschale anzusehen. Die Experimente zeigen, dass diese Konfiguration aufgrund der Akausalität des Steuerungssystems mit der geringsten Störgrößenreduktion einhergeht. Die Auswirkungen der eingeschränkten räumlichen Kohärenz einer turbulenten Störanregung, die im Experiment aufgrund der Lautsprecheranregung nicht berücksichtigt werden, dürften die erreichbaren Störgrößenreduktionen im realen Flugbetrieb weiter einschränken und eine deutlich größere Anzahl an Referenzsensoren erfordern. Die Ergebnisse dieser (abgesehen von der Störanregung) sehr realitätsnahen Untersuchung sind ein Indiz für die in Hypothese 2 der vorliegenden Dissertation postulierte inhärente Akausalität aktiver Einzelschalensysteme. Über die Erwähnung der Akausalität hinaus findet in [46] keine weitere Erörterung der Einflussgrößen Kohärenz und Kausalität statt, weshalb die Ergebnisse nicht zur Beantwortung der Fragestellungen der vorliegenden Dissertation beitragen.

Die von Guigou und Fuller [46] vernachlässigten Effekte einer realen turbulenten Grenzschicht (*turbulent boundary layer (TBL)*) werden bei den Windkanalversuchen von Gibbs et al. [43] berücksichtigt. Die Experimente zur ASAC werden jedoch nicht am Gesamtflugzeug, sondern anhand einer luftfahrtrelevanten

Einzelschale (Rumpfschale) durchgeführt. Die Berechnung der Reglerverstärkung erfolgt durch eine prädiktive Regelung (*generalized predictive control (GPC)*). Durch die frequenzgewichtete Summation von vier Beschleunigungssignalen pro Hautfeld (unversteifter Bereich zwischen zwei Spanten und zwei Stringern) wird ein schallrelevantes Fehlersignal synthetisiert. Bei einer Strömungsgeschwindigkeit von Mach 0,125 werden Reduktionen der abgestrahlten Schallleistung von bis zu 15 dB in den Strukturresonanzen und von bis zu 7,5 dB energetisch summiert im Bereich von 150–800 Hz erzielt. Verglichen mit den in Algermissen et al. [2] dokumentierten Messdaten, fällt die Reduktion der summierten Schallleistung mit 7,5 dB deutlich stärker aus. Die Ursache dafür zeigt sich in den Schmalbandspektren, aus denen hervorgeht, dass die Störgrößenreduktion im Wesentlichen auf einen Bereich um die Eigenfrequenz von 180 Hz begrenzt ist (vgl. [43, S. 5, Abb. 9]). Im direkten Vergleich ist festzustellen, dass die in Algermissen et al. [2] dokumentierten Störgrößenreduktionen insgesamt zwar geringer ausfallen, jedoch über einen wesentlich breiteren Frequenzbereich verteilt sind. Beiden Experimenten gemein ist die Tatsache, dass eine Störgrößenreduktion in Bereichen außerhalb der Struktureigenfrequenzen nicht erreicht werden konnte. Auch wenn eine Diskussion der Ergebnisse hinsichtlich Kohärenz und Kausalität ausbleibt, spiegeln sie die Aussagen der Hypothesen 1 und 2 der vorliegenden Dissertation wider.

Die Publikationen von Tu und Fuller [81, 82] dokumentieren numerische und experimentelle Untersuchungen einer aktiven Einzelschale. Die Störanregung erfolgt sowohl durch einen Lautsprecher (zur Nachbildung externer Störquellen) als auch durch einen Piezoaktuator auf der Struktur (zur Nachbildung interner Störquellen, die in Form von Körperschall propagieren). Die Signale der beiden Störquellen sind unkorreliert und weiß. Im Fokus der Arbeiten stehen verschiedene Referenzsensorschemata und deren Auswirkungen auf das Konvergenzverhalten einer adaptiven Steuerung mit „Filtered-x least mean squares (FxLMS)“-Algorithmus sowie die Störgrößenreduktion im stationären (auskonvergierten) Zustand. Es wird betont, dass die Anzahl an Referenzsensoren und deren Positionen einen großen Einfluss auf die multiple Kohärenz von Referenz- und Störsignalen ausübt. Eine Referenzsensorkonfiguration wird demnach als optimal betrachtet, wenn ein Maximum an Kohärenz mit einem Minimum an Referenzsensoren erreicht wird. Dabei wird jedoch außer Acht gelassen, ob die erfassten Störquellendaten überhaupt kausal zu verarbeiten sind und somit zur Störgrößenreduktion beitragen können. Auch die Tatsache, dass die Referenzsignale im Experiment direkt von den Signalgeneratoren abgegriffen werden, zeigt, dass die Effekte der Kausalität nicht berücksichtigt werden. Vielmehr wird durch diese Art der Referenzsignalsynthese eine hohe Kausalität geschaffen, die in der Realität (z. B. beim Flugzeug) bei einem aktiven Einzelschalensystem nicht zu erreichen ist. In Bezug auf die multiple Kohärenz von Referenz- und Störsignalen werden Methoden zur Vorverarbeitung der Referenzsignale untersucht, deren Ziel es ist, die Anzahl an Referenzsensoren unter Aufrechterhaltung einer möglichst hohen Kohärenz zu minimieren. Dazu wird die (numerisch aufwendigere) Standardkonfiguration mit

(mindestens) einem Referenzsignal pro unabhängiger Störquelle mit einer skalaren Referenzsensorkonfiguration verglichen, bei der alle Referenzsignale zu einem einzigen Signal aufaddiert werden. Ferner wird eine Dekorrelation der teilkorrelierten Referenzsignale vorgenommen, um das Konvergenzverhalten und die finale Störgrößenreduktion der adaptiven Steuerung zu verbessern. Diesbezüglich ist anzumerken, dass die negativen Auswirkungen der Gruppenlaufzeit des Dekorrelationsfilters auf die Kausalität des aktiven Steuerungssystems nicht diskutiert werden.

In der Dissertation von Schiller [77, S. 126ff.] werden numerische und experimentelle Untersuchungen einer aktiv gesteuerten Aluminium-Einzelschale, bestehend aus zwei durch einen Stringer getrennten Hautfeldern, dokumentiert. Die Arbeit ist aus mehreren Gründen relevant in Bezug auf die Fragestellungen der vorliegenden Dissertation und verdient deshalb eine ausführlichere Darstellung. Besonders interessant sind die Durchführung von Simulationen und Experimenten (im Transmissionsprüfstand) unter realitätsnahen Bedingungen und die Verwendung von Messdaten aus dem Boeing-QTD1-Flugversuch zur Synthese realistischer Störquellencharakteristika. In der Simulation werden zwei Arten der Störانregung, *shock cell noise* und *TBL noise*, untersucht. Im Experiment wird die Störانregung aufgrund von praktischen Restriktionen durch eine schräg einfallende ebene Welle synthetisiert, wodurch die räumliche Kohärenz der TBL signifikant überschätzt wird. Die Störgrößenreduktion des auskonvergierten adaptiven „Finite impulse response (FIR)“-Filters wird anhand von vier summierten Fehler-signalen pro Hautfeld für unterschiedliche Referenzsensorpositionen ermittelt und hinsichtlich Kohärenz und Kausalität analysiert. Fazit der numerischen Analysen ist, dass die Ableitung einer kausalen Steuerungskonfiguration durch die Platzierung eines Referenzsensors entgegen der Strömungsrichtung der TBL und entgegen der Ausbreitungsrichtung der Schockwelle (*upstream*) zwar möglich ist, jedoch mit starken Einbußen in der Kohärenz von Referenz- und Fehlersensor einhergeht. In der untersuchten Konfiguration werden die Auswirkungen der Kausalität von jenen der Kohärenz überwogen, sodass die maximale Störgrößenreduktion nicht in einer kausalen, sondern einer akausalen Steuerungskonfiguration erzielt wird. Dieser Sachverhalt demonstriert den in Hypothese 4 der vorliegenden Dissertation postulierten reziproken Zusammenhang zwischen KR und Kohärenz für den Fall einer aktiven Primärstruktur und einer für die hinteren Flugzeugsektionen typischen Störquellencharakteristik (*aft-cabin noise*). Die Arbeit liefert jedoch keine Erkenntnisse im Hinblick auf die Zusammenhänge bei aktiven Doppelschalen.

Obwohl die Kohärenz im Experiment überschätzt wird, weisen die experimentellen Daten aus dem Transmissionsprüfstand nur eine sehr geringe Störgrößenreduktion des Körperschalls (1–2 dB, energetisch summiert im Bereich 50–800 Hz) und der abgestrahlten Schallleistung (0,6 dB, energetisch summiert im Bereich 50–600 Hz) auf. Aufgrund dieser ernüchternden Ergebnisse wird die Anwendbarkeit aktiver Steuerungen zur Reduktion der Transmission breitbandiger Störquellen durch Flugzeugrümpfe generell infrage gestellt und für den konkreten Fall

(*aft-cabin noise*) verworfen. Obwohl die in Hypothese 2 der vorliegenden Dissertation postulierten prinzipiellen Nachteile aktiver Einzelschalensysteme eindrucksvoll demonstriert werden, steht eine methodische Analyse der Effekte von Kohärenz und Kausalität nicht im Fokus der Arbeit von Schiller. Anzumerken ist, dass trotz der geringen räumlichen Kohärenz der TBL nur ein einziger Referenzsensor verwendet und die Festlegung der FIR-Filterlänge auf 64 Gewichte nicht begründet wird. Die zu modellierenden Impulsantworten werden folglich für $\nu > 64$ abgeschnitten, sodass bei der gewählten Abtastfrequenz des „Digital signal processing (DSP)“-Systems von 3000 Hz nur die ersten $64/3000 = 0,0213$ s berücksichtigt werden können. Dies ist aufgrund der schwachen Strukturdämpfung und der komplexen Frequenzgänge eindeutig zu wenig. Eine weiteres methodisches Problem des experimentellen Vorgehens ergibt sich durch die Platzierung des (einzigen) Referenzmikrofons direkt vor der Struktur. Als Folge entsteht eine unrealistisch hohe Kohärenz von Referenz- und Störsignal, gleichzeitig jedoch eine akausale Steuerungskonfiguration. Im Ergebnis beschränkt sich die Wirkung der aktiven Steuerung deshalb auf die Reduktion der gefärbten Anteile des Störspektrums. Aufgrund der Kürze des FIR-Filters ist die Steuerung (trotz der hohen Signalkohärenz) nicht fähig, das Störsignal auf seine weißen Anteile zu reduzieren (vgl. [77, S. 132, Abb. D. 14]. Insgesamt ist festzustellen, dass die Ergebnisse aus der Simulation hinsichtlich der Fragestellungen der vorliegenden Dissertation von einigem Wert sind, das Vorgehen von Schiller jedoch methodische Schwächen aufweist und nicht als allgemeingültig gelten kann. Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen sowie die daraus abgeleiteten Folgerungen sind aus methodischen Gründen zweifelhaft.

In Engels et al. [35] werden sowohl zentrale als auch dezentrale Regelungsschemata an einer aktiven Einzelschale anhand von Simulationsmodellen untersucht. Die Störanregung ist weiß und räumlich inkohärent, sodass sie statistisch gesehen einer Anregung durch eine turbulente Grenzschicht ähnelt. Es wird festgestellt, dass eine zentralisierte dynamische Regelung (*LQG control*) verglichen mit einfacheren, dezentralen Methoden nur einen geringen Zugewinn an Störgrößenreduktion (bei gleicher Stellenergie) liefert. Im Fall einer weißen Störanregung beschränkt sich die Störgrößenreduktion erwartungsgemäß auf enge Bereiche um die Eigenfrequenzen. Bei einer roten Rauschanregung fällt die Störgrößenreduktion aufgrund der vergrößerten Korrelationszeit der Störanregung deutlich höher aus.

Neuere experimentelle Untersuchungen einer aktiven Einzelschale aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff (CFK) in einem aeroakustischen Windkanal werden in Algermissen et al. [2] dokumentiert. Die Experimente werden bei Mach 0,16 durchgeführt und sind insofern vergleichbar mit jenen von Gibbs et al. [43]. Es kommen zentralisierte adaptive Steuerungs- (FIR-Filter mit FxLMS) und Regelungskonzepte (robuste $\mathcal{H}_\infty$ -Regelungen) mit mehreren Ein- und Ausgängen (*multiple input multiple output (MIMO)*) zur Anwendung. Zielsetzung ist es, die Schallabstrahlung des CFK-Paneels in das akustische Freifeld (als grobe Nähe-

zung der akustischen Randbedingungen einer mit Passagieren besetzten Flugzeugkabine) mithilfe des aktiven Systems zu reduzieren. Aufgrund der schwachen räumlichen Kohärenz der TBL und wegen der in Hypothese 2 der vorliegenden Dissertation postulierten inhärenten Akausalität aktiver Einzelschalensysteme ist die Wirkung auf enge Bereiche um die Eigenfrequenzen des CFK-Paneels begrenzt. In der Arbeit werden zwar keine Analysen des Einflusses von Kohärenz und Kausalität auf die Störgrößenreduktion durchgeführt, es ist jedoch zu vermuten, dass die stark limitierte räumliche Kohärenz der Strukturvibrationen den restriktivsten Einfluss auf die Wirksamkeit der aktiven Steuerung ausübt. Da die Pegelwerte der Autoleistungsdichtespektren der Referenz- und Fehlersignale innerhalb der Bandbreite des aktiven Systems stark mit der Frequenz abnehmen, entsteht eine positive Korrelationszeit, welche trotz der Akausalität des aktiven Steuerungssystems eine stärkere Störgrößenreduktion (über die Unterdrückung der Resonanzüberhöhungen hinaus) prinzipiell zulassen sollte. Die dazu benötigte Verbesserung der multiplen Kohärenz von Referenz- und Störsignalen könnte gemäß dem Postulat von Hypothese 3 der vorliegenden Dissertation in einer doppelschaligen Konfiguration (z. B. mit in der Kavität platzierten Mikrofonen) erreicht werden. Diese Auffassung widerspricht der herrschenden Meinung, welche exemplarisch in folgender Aussage von Alujević zum Ausdruck kommt: „On the other hand, the active methods (ANC, ANVC, and ABC) heavily rely on the availability of reference signals³²⁻⁴⁴, which are almost impossible to obtain in case of random (TBL or jet noise) disturbances. This limits the applicability of the described feedforward control architectures to the attenuation of tonal noise components with available reference signals well correlated to the primary disturbance. [...] Although ASAC systems can be implemented within the feedforward framework^{22,45}, only feedback ASAC systems are considered here because of their suitability for the control of the broadband noise transmission“ [3, S. 11]. Die in der Aussage von Alujević zum Ausdruck kommende Meinung ist weit verbreitet, wenn nicht gar Konsens. Als logische Konsequenz kommen zur aktiven Beeinflussung breitbandiger Störgrößen nahezu ausschließlich Regelungsalgorithmen und zur aktiven Beeinflussung tonaler Störgrößen bevorzugt Steuerungsalgorithmen zur Anwendung. Diese Tatsache steht jedoch nicht im Widerspruch zu den Hypothesen der vorliegenden Dissertation, sondern untermauert die in den Hypothesen 1 und 2 postulierten Zusammenhänge und die Limitierungen einer aktiven Einzelschale.

4.2. Aktive Doppelschalen

4.2.1. Aktuator-/Sensorkonzepte und Methoden

Die Erweiterung der Systemgrenze von einer Einzel- auf eine Doppelschale führt zu neuen Möglichkeiten für das aktive System und hat eine Vielzahl an For-

schungsarbeiten in Bezug auf neue Aktuatorkonzepte und Methoden hervorgebracht. Allerdings werden die in Hypothese 3 der vorliegenden Dissertation aufgeworfenen Fragestellungen hinsichtlich potenziell veränderter Randbedingungen in Bezug auf Kohärenz und Kausalität nicht thematisiert. Dieser Sachverhalt äußert sich in der Betrachtung einer harmonischen Störanregung durch eine ebene Welle oder eine Punktkraft, welche sowohl in Bezug auf die Kausalität als auch hinsichtlich der Kohärenz optimal ist.

In Bao und Pan [6] wird eine experimentelle vergleichende Studie unterschiedlicher Methoden und Aktuatorkonzepte zur Beeinflussung der Schalltransmission durch doppelschalige Strukturen dokumentiert. Die Störanregung der Primärschale erfolgt durch eine ebene und harmonische Schallwelle aus dem reflexionsarmen Raum des Transmissionsprüfstands. Da eine Beeinflussung der Störgrößenreduktion des aktiven Systems durch Effekte von Kohärenz und Kausalität aufgrund der gewählten Störanregung auszuschließen ist, sind die Ergebnisse dieser Studie von untergeordneter Relevanz in Bezug auf die Fragestellungen der vorliegenden Dissertation. Von generellem Interesse ist jedoch die Feststellung, dass das Konzept *cavity control*, mit Lautsprechern in der Kavität des Doppelschalensystems, verglichen mit *active noise control (ANC)* bzw. *room control*, mit Lautsprechern im Empfangsraum (z. B. in der Flugzeugkabine), und mit *active noise vibration control (ANVC)* bzw. *panel control*, mit Aktuatoren auf der Sekundärschale, zu favorisieren ist. Die Aussage ist jedoch dahingehend einzuschränken, dass die Wirksamkeit von *cavity control* auf den Bereich tiefer Frequenzen (beim betrachteten System bis maximal 100 Hz) beschränkt ist und die Auswirkungen der Kausalität in den Untersuchungen unberücksichtigt bleiben. Hinsichtlich der Kausalität ist zu vermuten, dass die Konzepte ANC und ANVC Vorteile gegenüber *cavity control* bieten.

In eine ähnliche Richtung wie die Arbeiten von Bao und Pan [6] gehen die Untersuchungen und Resultate von De Fonseca et al. [24]. Die harmonische Störanregung der luftfahrtrelevanten Aluminium-Primärschale erfolgt über eine kleine akustische Kavität, welche über einen Lautsprecher angeregt wird. Auch hier fokussieren die Untersuchungen auf die Implementierung unterschiedlicher Aktuator- und Sensorkonzepte unter Vernachlässigung der Einflussgrößen Kohärenz und Kausalität. Sowohl von Bao und Pan als auch von De Fonseca et al. wird das Konzept *cavity control* favorisiert, weil dieses zumindest bei tieferen Frequenzen (bis ca. 100 Hz) zu einer potenziell breitbandigen Reduktion der Schallleistung führt. Das Potenzial zur breitbandigen Reduktion wird auf die geringe modale Dichte der akustischen Kavität (zwischen Primär- und Sekundärschale) und den nahezu linearen Zusammenhang zwischen der akustischen potenziellen Energie in der Kavität und der abgestrahlten Schallleistung zurückgeführt. In den Publikationen wird aufgrund der Restriktion auf tonale (ggf. frequenzvariable) Störanregungen jedoch nicht diskutiert, ob die potenzielle Breitbandigkeit bei einer stochastischen Störungsanregung tatsächlich zu erreichen wäre und ob sich die verschiedenen Aktuator- und Sensorkonzepte hinsichtlich der KR unterscheiden.

Auch die von Gardonio und Elliott in [39] publizierten Arbeiten ähneln jenen von Bao und Pan [6], sind jedoch rein theoretischer Natur. Mithilfe eines mathematischen Modells eines luftfahrtrelevanten Doppelschalensystems mit Körper- und Luftschallkopplung der beiden Schalen werden unterschiedliche Aktuator-konzepte hinsichtlich ihrer Wirksamkeit auf die aktive Schalldämmung analysiert. Die Störanregung der Primärschale ist harmonisch und erfolgt entweder durch eine Punktkraft oder durch eine schräg einfallende ebene Schallwelle. Aufgrund der gewählten Störquellencharakteristik ist die Wirkung des aktiven Systems unbeeinflusst von den Restriktionen einer eingeschränkten Kohärenz und Kausalität. Unter diesen (idealisierten) Voraussetzungen wird festgestellt, dass die Verwendung von Sekundärlautsprechern in der Kavität des Doppelschalensystems (entspricht dem Konzept *cavity control* in [6]) in Verbindung mit einer geeigneten (schallleistungsbezogenen) Metrik zu einer größtmöglichen aktiven Schalldämmung führt. Das Konzept einer aktiven Lagerung der Sekundärstruktur wird aufgrund seiner geringen Wirksamkeit verworfen.

In Carneal und Fuller [14] erfolgt eine theoretische und experimentelle Betrachtung der Schalltransmission durch eine aktive Doppelschale bei harmonischer Störanregung durch eine schräg einfallende ebene Welle. Im Unterschied zu Bao und Pan, De Fonseca et al. und Gardonio und Elliott stellen Carneal und Fuller fest, dass die Schalldämmung des aktiven Doppelschalensystems durch eine Aktuierung der Sekundärschale (*panel control*) maximiert werden kann. Allerdings werden, wie in den zuvor genannten Arbeiten auch, die für eine aktive Steuerung relevanten Einflussgrößen Kohärenz und Kausalität und ihr potenziell negativer Einfluss auf die Störgrößenreduktion des aktiven Systems vernachlässigt. Vielmehr werden diese Effekte durch die Wahl einer räumlich korrelierten (ebene Welle) und deterministischen (harmonischen) Störanregung des Doppelschalensystems von vornherein im Sinne einer optimalen Störgrößenreduktion ausgeschlossen. Der festgestellte Zusatznutzen des Doppelschalensystems resultiert somit ausschließlich aus den im Vergleich zur Einzelschale erweiterten Möglichkeiten zur Platzierung der Aktuatorik, nicht jedoch aus einer verbesserten Sensorplatzierung mit entsprechenden positiven Auswirkungen auf das aktive System. Insofern demonstrieren die von Carneal und Fuller publizierten Ergebnisse zwar die Vorteile einer aktiven Doppelschale im Vergleich zur aktiven Einzelschale, bieten ansonsten aber keine neuen Erkenntnisse zur Beantwortung der Fragestellungen der vorliegenden Dissertation.

Insgesamt wird das von Bao und Pan in [6] mit *cavity control* bezeichnete Konzept der direkten Beeinflussung des Schalldrucks in der Kavität des Doppelschalensystems mehrheitlich favorisiert. Es ist zu vermuten, dass die relative modale Dichte der Kavität und der Strukturen einen großen Einfluss auf die Leistungsfähigkeit der verschiedenen Methoden ausübt. Dies könnte ein Grund für die Diskrepanz zwischen den Ergebnissen von Carneal und Fuller und jenen der übrigen Forschungsgruppen sein. Auch wenn das Konzept *cavity control* insgesamt als

vorteilhaft erscheint, gelten die Feststellungen nur für den Fall einer zeitlich und räumlich kohärenten Störanregung. Eine Übertragung der Erkenntnisse auf Systeme mit breitbandiger und räumlich inkohärenter Störanregung ist nicht zulässig und bedarf zusätzlicher Forschungsarbeiten.

4.2.2. Zentrale und dezentrale Regelungen und Steuerungen

In Sas et al. [76] werden theoretische und experimentelle Untersuchungen einer aktiv gesteuerten Doppelschale bei harmonischer und breitbandiger (bandbegrenztes weißes Rauschen) akustischer Störanregung vorgestellt. Als Aktuatoren dienen in der Kavität zwischen Primär- und Sekundärschale platzierte Lautsprecher (*cavity control*). Die Fehlersensoren befinden sich entweder ebenfalls in der Kavität oder außerhalb des Doppelschalensystem in dem an die Sekundärschale grenzenden Fluid, in welches die Schallabstrahlung erfolgt. Die akustische Störanregung der Primärschale erfolgt über einen (bzw. mehrere parallel geschaltete) Lautsprecher und ist auf das Frequenzband 0–220 Hz begrenzt. Da die Nyquistfrequenz bei 400 Hz liegt, ist die Störanregung nicht weiß, sondern besitzt eine Korrelationszeit größer null. Zudem wird das Referenzsignal direkt vom Signalgenerator abgegriffen, wodurch die KR des aktiven Systems künstlich erhöht ist. Aufgrund der gewählten Störanregung (skalar und bandbegrenzt) und der unrealistisch hohen KR wurden die negativen Effekte einer eingeschränkten Kohärenz und/oder Kausalität auf die Störgrößenreduktion von vornherein ausgeschlossen bzw. minimiert. Aus diesem Grund können die Ergebnisse von Sas et al. nicht zur Beantwortung der Fragestellungen der vorliegenden Dissertation beitragen.

Die Dissertation von Tewes [80] fokussiert auf die numerische und experimentelle Untersuchung eines luftfahrtrelevanten Doppelschalensystems mit aktiver Lagerung der Sekundärstruktur. Die aktiven Lager besitzen jeweils drei Freiheitsgrade und sind mit piezoelektrischen Aktuatoren versehen. Die Fehlersensoren sind sowohl auf den aktiven Lagern als auch auf dem Lining positioniert. Das (einzige) Referenzsignal liefert ein mittig auf der Rumpfschale platzierter Beschleunigungssensor. Im Unterschied zu [77] entspricht die Störquellencharakteristik weder in Bezug auf das Leistungsdichtespektrum noch hinsichtlich der räumlichen Kohärenz den realen Gegebenheiten im Flugzeug. Der Aufbau des aktiven Systems und die erzielten Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass die Störgrößenreduktion aufgrund von Laufzeit- und/oder Kohärenzeffekten eingeschränkt ist. Für das Terzband mit der Mittenfrequenz 80 Hz wird zwar eine Reduktion der abgestrahlten Schalleistung von 10,4 dB dokumentiert, allerdings wurde die Störanregung auf das Frequenzband 65–100 Hz begrenzt, wodurch sie nicht mehr als breitbandig angesehen werden kann. Die Korrelationszeit der Störung nimmt infolge der starken Bandbegrenzung (die Abtastfrequenz liegt bei 1400 Hz) signifikant zu, weshalb trotz der (vermuteten) Akausalität des Steuerungssystems eine solch hohe Störgrößenreduktion zu erreichen ist. Eine Diskussion der Einflussgrößen Kohärenz und Kausalität findet in der Dissertation von Tewes nicht statt, sodass diese kei-

nen Beitrag zur Beantwortung der Fragestellungen der vorliegenden Dissertation leisten kann.

Gardonio und Alujević [38] führen Experimente an einem aktiven Doppelschalensystem mit dezentraler (quasi-)kollokaler Geschwindigkeitsrückführungsregelung durch. Das Doppelschalensystem besteht aus einer punktkrafterregten (skalares, breitbandiges Kraftsignal) Aluminium-Primärschale und einer strukturell und akustisch angekoppelten Sekundärstruktur (Wabenkern-Sandwich, ähnlich der in der vorliegenden Dissertation untersuchten Sekundärstruktur) mit einer regelmäßigen Anordnung von neun Inertialaktuatoren (elektrodynamische Aktuatoren mit Schwingspule) und neun zugehörigen „Micro-electro-mechanical systems (MEMS)“-Beschleunigungssensoren auf der Sekundärstruktur. Die Reduktion der abgestrahlten Schallleistung ist mit 10–30 dB bei den ersten sieben Eigenfrequenzen sehr beachtlich, fällt jedoch energetisch summiert deutlich geringer aus. Ferner werden die Reaktionskräfte der Aktuatoren in der leistungsfähigen Konfiguration *SH1* von der Rahmenstruktur des Versuchsstands und nicht von der Primärstruktur (wie in *SH2*) aufgenommen. Die Leistungsfähigkeit der realistischeren Konfiguration *SH2* ist aufgrund der zeitverzögerten Rückkopplung der Aktuatoren und der daraus resultierenden Nicht-Minimalphasigkeit der Regelstrecken sehr begrenzt. Eine ausführliche Darstellung der theoretischen Vorarbeiten zu dieser Publikation ist in der Dissertation von Alujević [3] und in Alujević et al. [4] zu finden.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die in Hypothese 3 der vorliegenden Dissertation aufgeworfenen Fragestellungen in keiner der hier betrachteten Forschungsarbeiten adressiert werden. Zwar werden verschiedene Aktuator-/Sensor-konzepte und Methoden untersucht und hinsichtlich ihrer akustischen Wirksamkeit bewertet, die Einflüsse von Kohärenz und Kausalität finden dabei jedoch keine Berücksichtigung. Dies äußert sich entweder in der Wahl einer deterministischen Störanregung (z. B. ebene harmonische Schallwelle) oder in der künstlichen Erhöhung der KR infolge einer (unrealistischen) Bandbegrenzung breitbandiger Störsignale. Insofern tragen die vorgestellten Forschungsarbeiten nicht substantiell zur Beantwortung der Fragestellungen der vorliegenden Dissertation bei.

4.3. Kohärenz und Kausalität

4.3.1. Kohärenzanalyse aktiver Systeme

Die in Unterabschnitt 5.3.1 vorgestellte Methodik der Störquellen- und Kohärenzanalyse basiert auf einer räumlich diskretisierten Erfassung der Feldgrößen Schalldruck oder Beschleunigung (der Strukturoberfläche in Flächennormalenrichtung) mithilfe einer geeigneten Anzahl und Verteilung von Sensoren sowie auf einer Eigenwertzerlegung der Matrix der Leistungsdichtespektren der Sensorsignale. In

der Literatur kommt die Methode hauptsächlich im Kontext der Vorkonditionierung von Referenzsignalen (*virtual reference signals* bzw. *signal prewhitening*) zur Reduzierung der benötigten Referenzsignale und/oder zur Verbesserung der Konvergenzeigenschaften einer adaptiven Steuerung zur Anwendung [1, 28, 5]. Da die Berechnung der benötigten Dekorrelationsfilter im Frequenzbereich erfolgt, ist ihre Kausalität im Allgemeinen nicht gesichert und muss durch nachgelagerte Schritte (z. B. Verschiebung der Impulsantworten in den kausalen Bereich durch Einbringung künstlicher Totzeiten) gewährleistet werden. Die dadurch entstehenden zusätzlichen Laufzeiten in der Sekundärstrecke des aktiven Systems können die Reduktion breitbandiger Störgrößen stark beeinträchtigen oder gar verhindern. Vor diesem Hintergrund erscheint die in [28] beschriebene spektrale Faktorisierung interessant, da diese per definitionem zu minimalphasigen und kausalen Dekorrelationsfiltern führt. Es wurde bereits in Unterabschnitt 3.2.5 erwähnt, dass die Berechnung des spektralen Faktors im Mehrgrößenfall nicht trivial und mit einem erheblichen Aufwand verbunden ist.

Im Unterschied zu den vorgenannten Publikationen hat die Veröffentlichung von Elliott et al. [33] einen stärkeren Bezug zur Störquellenanalyse, auch wenn sie sich von der Zielsetzung her unterscheidet. Die dort präsentierten Forschungsarbeiten sind auf die Synthese räumlich inkohärenter, stochastischer Druckfelder mithilfe einer Anzahl an unabhängigen Punktschallquellen bzw. Lautsprechern (z. B. eines Lautsprecher-Arrays) ausgerichtet. Dazu werden unkorrelierte weiße Referenzsignale verwendet, welchen unter Verwendung geeigneter Filter (die Inverse der zuvor beschriebenen Matrix der Dekorrelationsfilter) die statistischen Eigenschaften des zu reproduzierenden Druckfelds aufgeprägt werden. Die benötigte Anzahl an Referenzsignalen hängt von der Störquellencharakteristik des Druckfelds und der gewünschten Approximationsgüte ab und spiegelt sich in der Verteilung der Eigenwerte der Matrix der Leistungsdichtespektren wider. Auf die Anwendbarkeit dieser Methode zur Definition und Optimierung der Referenzsensorik eines aktiven Steuerungssystems und auf den Zusammenhang zwischen den Eigenwerten und der multiplen Kohärenz von Referenz- und Störsignalen wird jedoch nicht eingegangen.

Insgesamt ist festzustellen, dass unterschiedliche Methoden zur orthogonalen Zerlegung von Leistungsdichtespektrum- und Frequenzgangs-Matrizen bekannt sind, welche bei der Vorkonditionierung von Referenz- und Fehlersignalen einer adaptiven Steuerung oder der Erzeugung synthetischer Druck- oder Kraftfelder zur Anwendung kommen. Eine Verwendung dieser Methoden zur Störquellen- und Kohärenzanalyse aktiver Steuerungssysteme findet jedoch nicht statt.

4.3.2. Kausalitätsanalyse aktiver Systeme

In Nelson et al. [70] werden theoretische Untersuchungen zur aktiven Steuerung stationärer, stochastischer Schallfelder vorgestellt. Im Fokus der Arbeiten steht

die Analyse des Einflusses der Kausalität auf die Störgrößenreduktion eines ANC-Systems. Es wird darauf hingewiesen, dass die Untersuchungen im Zeitbereich durchgeführt werden, da frequenzbereichsbasierte Verfahren zur Kausalitätsanalyse im Falle stochastischer Störanregungen nach Auffassung der Autoren nicht zielführend sind. Aus heutiger Sicht ist diesbezüglich anzumerken, dass die in Unterabschnitt 3.2.5 vorgestellte Methode der spektralen Faktorisierung durchaus als ein probates Mittel zur Analyse akausaler Steuerungskonfigurationen im Frequenzbereich anzusehen ist. Die von Nelson et al. durchgeführten Berechnungen basieren auf der Lösung einer Wiener-Hopf-Integralgleichung, welche die Impulsantwort des optimalen und kausalen Filters erfüllen muss. Die Wiener-Hopf-Integralgleichung fordert, dass die Kreuzkorrelationsfunktion von gefiltertem Referenzsignal und Störsignal gleich dem Faltungsintegral aus der (gesuchten) Impulsantwort des Steuerungsfilters und der Autokorrelationsfunktion des gefilterten Referenzsignals sein muss (vgl. [70, S. 965, Gleichung (10)]). Unter der Annahme, dass die Störquellencharakteristik durch eine rationale Funktion zweiter Ordnung (im Laplace-Bereich) charakterisiert ist (welche dem spektralen Faktor des gefärbten Störsignals entspricht), wird eine Berechnung des optimalen und kausalen Filters durchgeführt und die maximale Störgrößenreduktion in Abhängigkeit von der Dämpfung (des spektralen Faktors) und der Phasendifferenz (bzw. dem Laufzeitunterschied) zwischen Sekundär- und Primärschallwelle berechnet. Die analytische Darstellung des Residuums der Störgröße zeigt, dass sich die Wirksamkeit der kausalen und optimalen Steuerung (im akausalen Fall, d. h. bei positiver Phasendifferenz) reziprok zur Dämpfung und zur Phasendifferenz verhält. In den Extremfällen einer verschwindenden Dämpfung und/oder Phasendifferenz (der Laufzeitunterschied geht gegen null) kommt es zu einer vollständigen Störgrößenreduktion. Je größer die spektrale Färbung der Störgröße wird, umso wirksamer ist die kausal beschränkte Steuerung in einer akausalen Konfiguration. Die Ergebnisse zeigen, dass die Fehlersignalleistung bei einer Dämpfung von 3 % und einer Phasendifferenz von π rad maximal um ca. 10 dB reduziert werden kann. Übertragen auf ein aktives System mit digitaler Signalverarbeitung, entspricht diese Phasendifferenz exakt einer Abtastschrittweite $T_s = 1/F_s$ bei der Nyquistfrequenz.

In Burdisso et al. [13] wird der Einfluss der Kausalität auf die Störgrößenreduktion einer aktiven Steuerung theoretisch untersucht, und die hergeleiteten Zusammenhänge werden anhand eines breitbandig (mit bandbegrenztem weißen Rauschen) angeregten Balkens experimentell verifiziert. Auf Basis des quadratischen Mittelwerts des Fehlersignals eines SISO-Steuerungssystems mit einem Referenzsignal wird ein Zusammenhang zur Abschätzung der Effektivität der Störgrößenreduktion hergeleitet. Dieser liefert einen skalaren Pegelwert, welcher die Reduktion der mittleren Fehlersignalleistung unter der Voraussetzung einer perfekten Kohärenz zwischen Referenz und Störsignal angibt. Mithilfe dieses Zusammenhangs kann die Störgrößenreduktion a priori (auf Basis analytischer, numerischer oder identifizierter Modelle) berechnet und eine Optimierung des aktiven Systems

durchgeführt werden. Eingangsgrößen sind die Frequenzgänge der Primär- und Sekundärstrecke, die Filterlänge des FIR-Filters, das Autoleistungsdichtespektrum des Referenzsignals und die Abtastfrequenz des DSP-Systems. Es ist zu beachten, dass die Methodik bereits vor über zwei Jahrzehnten entwickelt und publiziert wurde. Heutzutage könnte eine vergleichbare Aussage mithilfe des zum damaligen Zeitpunkt vermutlich unbekannten Algorithmus' zur Auslegung eines kausal beschränkten Filters im Zeitbereich (vgl. [29, S. 237ff.]) gewonnen werden. Ein interessantes Ergebnis der Arbeit von Burdisso et al. ist die Feststellung, dass eine Reduktion der mittleren Fehlersignalleistung, unabhängig von der Sekundärlaufzeit des aktiven Systems, immer möglich ist und kausalitätsbedingte Einschränkungen der Störgrößenreduktion durch die Wahl eines längeren FIR-Filters zumindest teilweise kompensiert werden können. Diese Erkenntnis resultiert aus der Tatsache, dass die Autokorrelationsmatrix der gefilterten Referenzsignale (unter der Bedingung eines hinreichenden Frequenzgehalts der Störung) positiv definit ist und ihre Eigenwerte für größere FIR-Filterlängen monoton ansteigen. Dabei wird allerdings übersehen, dass diese Aussagen nur unter der Voraussetzung gelten, dass die Kreuzkorrelationsfunktion von gefiltertem Referenz- und Störsignal kausale Anteile enthält. Dies ist bei einem weißen Referenzsignal jedoch von der Strukturdynamik und den Totzeiten innerhalb der Sekundärstrecke abhängig. Im Extremfall (z. B. bei unendlichen oder sehr stark bedämpften Medien), wenn die Streckendynamik auf den Fall reiner Totzeiten degeneriert (z. B. bei einer Schallausbreitung im akustischen Freifeld), wäre diese Bedingung verletzt (es sei denn, die Störquellencharakteristik selbst wäre wie bei Nelson et al. [70] gefärbt). Der reziproke Zusammenhang zwischen Dämpfung und Störgrößenreduktion zeigt sich bei Analysen mit einer auf bis zu 10 % erhöhten viskosen, modalen Dämpfung. Im umgekehrten Fall einer (nahezu) verschwindenden Dämpfung wäre das Störspektrum von einzelnen Tönen dominiert, sodass eine Steuerung mit jeweils zwei FIR-Filtergewichten pro Eigenfrequenz zu einer (nahezu) vollständigen Störgrößenunterdrückung führen würde [13, S. 240]. In Bezug auf den Einfluss der Dämpfung bzw. spektralen Färbung stimmen die Ergebnisse von Burdisso et al. mit denen von Nelson et al. [70] überein.

Janocha und Liu [54] untersuchen ebenfalls den Einfluss der Kausalität auf die Störgrößenreduktion einer aktiven Steuerung am Beispiel der eindimensionalen Schallausbreitung in einem Rohr. Das Ausmaß der Kausalität – gemessen in Abtastschrittweiten des DSP-Systems – wird als *causality margin* bezeichnet. Die Analyse ist weniger allgemeingültig und nicht so stringent wie jene von Nelson et al. [70], allerdings wird ein weiterer Aspekt beleuchtet. Dieser betrifft die Problematik der inversen Modellierung nicht-minimalphasiger Systeme und deren Erfordernis einer ausreichenden *causality margin* des aktiven Systems. Anhand eines einfachen Beispiels wird demonstriert, dass die Approximationsgüte der Modellierung einer verzögerten Inversen (die exakte Inverse ist instabil) eines nicht-minimalphasigen Systems proportional zur *causality margin* ist. Des Weiteren zeigen die Ergebnisse von Janocha und Liu [54, S. 425, Abb. 8], dass die Stör-

größenreduktion einer kausalen Steuerungskonfiguration infolge der Verdopplung der Anzahl an Filtergewichten ansteigt, diejenige einer akausalen Steuerungskonfiguration (entgegen der Aussage von Burdisso et al. [13]) jedoch gleich bleibt.

Die in Kong und Kuo [58] dokumentierten theoretischen Untersuchungen zum Einfluss der Kausalität auf die Störgrößenreduktion einer aktiven Steuerung haben eine sehr ähnliche Ausrichtung wie jene von Nelson et al. [70]. Auch hier findet die Analyse im Zeitbereich statt. Im Ergebnis werden die Aussagen von Nelson et al. hinsichtlich des Einflusses der Dämpfung und der Kausalität bestätigt. Dabei ist es irrelevant, ob die spektrale Färbung des Störsignals (deren Schmalbandigkeit durch den Dämpfungsparameter des Störmodells gesteuert wird) von der Störcharakteristik selbst oder von der (in den Analysen nicht betrachteten) Strukturdynamik einer schallabstrahlenden Fläche herrührt. Die von Kong und Kuo gewählte Quantifizierung der Störgrößenreduktion durch eine Effizienz (*noise cancelling efficiency*) (vgl. Summenformel in [58, S. 184, Gleichung (9)]) stützt die Aussage von Burdisso et al. [13] in Bezug auf die potenzielle Verbesserung der Störgrößenreduktion durch die Verwendung längerer FIR-Filter. Es wird allerdings auch deutlich, dass die ersten δ Filtergewichte (bei einer Akausalität von δ Abtastschrittweiten des aktiven Systems) in der Effizienz fehlen und diese signifikant reduzieren können. Zudem wirkt sich die Ausdehnung des Summationsbereichs (durch Verwendung längerer FIR-Filter) nur dann positiv auf die Störgrößenreduktion aus, wenn die Kreuzkorrelation von Referenz- und Störsignal eine hinreichend große Korrelationszeit aufweist. Im Extremfall einer Korrelationszeit $T_r < \delta/F_s$ würde sich eine Verlängerung des FIR-Filters gar nicht auswirken und die Effizienz in Abhängigkeit von der Toleranzschwelle ϵ (vgl. Unterabschnitt 3.2.2) gegen null tendieren. Die Aussage von Burdisso et al. trifft im Normalfall zwar zu, ist jedoch in der Absolutheit nicht zu halten.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die vorgestellten Arbeiten zur Kausalitätsanalyse aktiver Systeme auf die Untersuchung der Wechselwirkung zwischen Störgrößenreduktion, Sekundärlaufzeit (bzw. Phasendifferenz) und spektraler Färbung des Störsignals (bzw. Dämpfung des Störmodells) fokussieren. Die Quantifizierung des Einflusses von Sekundärlaufzeit und spektraler Färbung auf die Störgrößenreduktion des aktiven Systems erfolgt anhand skalarer Pegelwerte wie der relativen Fehlersignalleistung $r_{ee}[0]/r_{dd}[0]$ (siehe Abbildung 3.3) oder einer Störunterdrückungs-Effizienz. Eine vektorielle Analyse auf Basis der Kreuzkorrelationsfunktion von gefiltertem Referenz- und Störsignal erfolgt ansatzweise in Burdisso et al. (vgl. [13, S. 237, Abb. 4]). Die in Unterabschnitt 5.3.2 der vorliegenden Dissertation vorgeschlagene Betrachtung der Kreuzkorrelation der Allpassteile von gefiltertem Referenzsignal und Störsignal findet sich in keiner Publikation. Da die Autoren der vorgestellten Publikationen ihre Kausalitätsanalyse im Zeitbereich durchführen, ist ein direkter Zusammenhang mit der komplexen Kohärenzfunktion nicht gegeben. Folglich ist weder eine frequenzabhängige Darstellung des Einflusses der Kausalität auf die Störgrößenreduktion noch ei-

ne Trennung der relativen Beiträge von Kohärenz und Kausalität zum Residuum der Störgröße möglich. In Unterabschnitt 5.3.2 der vorliegenden Dissertation wird deshalb die Einführung der Begriffe kausale Kohärenz und akausale Kohärenz vorgeschlagen, welche eine Trennung der Kohärenz in ihre kausalen (von der Steuerung beeinflussbaren) und akausalen (von der Steuerung nicht beeinflussbaren) Anteile und damit eine Analyse der relativen Beiträge von Kohärenz und Kausalität zum Residuum der Störgröße ermöglicht.

5. Methodik

Die Verifikation der in Kapitel 2 aufgestellten Hypothesen erfolgt anhand von Simulationsmodellen und realen Versuchsaufbauten sowie mithilfe geeigneter Analysemethoden. Sowohl die numerischen Modelle als auch die experimentellen Systeme und Aufbauten im Labor beinhalten vereinfachende Annahmen, welche im Hinblick auf die Hypothesen und Zielsetzungen dieser Arbeit zu rechtfertigen sind. Zur Analyse der für eine aktive Steuerung essenziellen Größen Kohärenz und Kausalität wurden spezielle Methoden entwickelt, welche darzulegen und zu begründen sind.

Zunächst wird auf ausgewählte Simulationsmodelle eingegangen, deren Erstellung und Verwendung mit Annahmen einhergeht, die es zu begründen gilt. Anschließend wird auf die Eignung der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Realsysteme eingegangen. Den Abschluss dieses Kapitels bildet die mathematische Herleitung und Erläuterung der Methoden zur Störquellen- und Kausalitätsanalyse.

5.1. Simulationsmodelle

Im Rahmen dieser Arbeit werden numerische Modelle entwickelt, die eine dynamische Simulation von aktiv gesteuerten Einzel- und Doppelschalensystemen bei Störanregung durch diskrete Punktkräfte oder durch ein diffuses Schallfeld ermöglichen. Zielsetzung ist es, alle Modelle so einfach und generisch wie möglich und zugleich so genau und realitätsnah wie nötig zu halten. Aus dieser Forderung heraus ergeben sich vereinfachende Annahmen, insbesondere bezüglich des Doppelschalensystems, die einer Erläuterung und Begründung bedürfen.

5.1.1. Diffusfeldmodell

Das Diffusfeldmodell, welches in Unterabschnitt 6.1.3 beschrieben und in Unterabschnitt 6.5.1 validiert wird, ist ein tonales Modell (sog. *pure-tone model* [53]), bei dem es infolge von Interferenzen der ebenen Wellen zu Einschränkungen der Isotropie und Homogenität kommen kann. In Unterabschnitt 6.5.1 wird nachgewiesen, dass das Diffusfeldmodell aus Unterabschnitt 6.1.3 die Eigenschaften des idealen diffusen Schallfelds mit sehr hoher Genauigkeit reproduziert. Es stellt sich jedoch die Frage, inwieweit die Charakteristika eines idealen Diffusfelds in der Realität, d. h. in einem Hallraum mit einer begrenzten Anzahl an statistisch unabhängigen Schallquellen, hergestellt werden können. Diese Fragestellung wird in

Misol et al.[64] diskutiert und anhand von Messdaten beantwortet. Den Analysen zufolge ist es möglich, die räumliche Kohärenz eines idealen diffusen Schallfelds durch die Verwendung einer ausreichend großen Anzahl statistisch unabhängiger Schallquellen zu reproduzieren. Ferner werden in [64] im Rahmen einer Kohärenzanalyse die Implikationen der Nicht-Idealität diffuser Schallfelder auf die Störgrößenreduktion des aktiven Systems diskutiert. Demnach ist eine konservative Abschätzung der Wirksamkeit des aktiven Systems bei Diffusfeldanregung nur durch die Verwendung eines idealen Simulationsmodells zu erreichen, welches die in Unterabschnitt 6.6.3 beschriebene frequenzabhängige Störquellendichte aufweist.

Auch hinsichtlich der Breitbandigkeit bzw. Stochastizität der Störanregung ist in der Realität mit Einschränkungen zu rechnen. Da die Diffusität des Schallfelds im Hallraum zu tiefen Frequenzen hin abnimmt, wird die in der Simulation verwendete untere Grenzfrequenz von 0 Hz im Experiment auf 80 Hz angehoben. Die untere Grenzfrequenz des Hallraums für Messungen in der Genauigkeitsklasse 1 gemäß DIN EN ISO 3741 [26] liegt zwar bei 100 Hz, die Einschränkungen der Diffusität im Bereich 80–100 Hz werden jedoch als tolerabel angesehen.

5.1.2. Steuerungsmodell

Als Steuerungsmodell wird ein lineares FIR-Filter $\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_{I-1}]$ der Länge I verwendet (vgl. [59, S. 18ff.]). Die Verwendung einer FIR-Filterstruktur ermöglicht den Rückgriff auf in der Literatur dokumentierte und validierte Algorithmen zur Auslegung kausal beschränkter, physikalisch realisierbarer Steuerungsfiler. Auf die Details der algorithmischen Umsetzung wird in Unterabschnitt 6.4.3 eingegangen. Das Ziel der Filterauslegung ist die physikalisch realisierbare Modellierung der Frequenzgänge eines kausal beschränkten, optimalen und zeitinvarianten (d. h. nicht-adaptiven) Steuerungssystems mit beliebig vielen Referenzsensoren, Aktuatoren und Fehlersensoren. Eine Berücksichtigung von Zeitvarianzen der Störanregung, der Strukturdynamik und/oder des aktiven Systems sowie daraus abgeleiteter Problemstellungen wie Robustheit und Stabilität findet nicht statt. Die in den Hypothesen dieser Arbeit zum Ausdruck kommenden Fragestellungen sind von grundlegender Natur und ihre Bearbeitung und Beantwortung soll nicht durch sekundäre Effekte erschwert werden. Insofern ist die Entscheidung für bzw. gegen eine konkrete Filterstruktur von untergeordneter Bedeutung, solange die Frequenzgänge der kausalen und optimalen Steuerung mit hinreichender Genauigkeit abgebildet werden. Bei einer FIR-Filterstruktur wird dieses Ziel durch die Wahl einer ausreichenden Anzahl an Filtergewichten erreicht. Die erforderliche Filterlänge I kann anhand des Abklingverhaltens der Autokorrelationsfunktion $r_{\tilde{x}\tilde{x}}[\nu]$ des gefilterten Referenzsignals $\tilde{x}$ und der Kreuzkorrelationsfunktion $r_{\tilde{x}d}[\nu]$ des gefilterten Referenzsignals und des Störsignals d abgeschätzt werden. Im Fall einer Beschreibung durch ein zeitdiskretes Zustandsraummodell (ZRM) hängt die Modellierungsgüte maßgeblich von der Anzahl an Zustandsgrößen ab. Eine Ab-

schätzung der benötigten Anzahl an Zustandsgrößen kann mithilfe der Hankel-Singulärwerte durchgeführt werden.

Weitere vereinfachende Annahmen betreffen die Vernachlässigung der Rückkopplung der Aktuatoren auf die Referenzsensoren und die Stellgrößenbegrenzung bei der Filterauslegung. Erstere resultiert aus der Annahme einer idealen Rückkopplungskompensation (vgl. [59, S. 80ff.]), welche im Experiment nur annähernd realisiert werden kann. Daran schließt sich die Vorgabe einer Stellgrößenbegrenzung an, mittels derer das Ausmaß der unkompensierten Rückkopplungsanteile im Experiment begrenzt und die Stabilität des Systems gewährleistet werden kann. Damit geht jedoch ein Verlust an Störgrößenreduktion einher, welcher die zu untersuchenden Wirkungszusammenhänge zwischen Störgrößenreduktion, Kausalität und Kohärenz überlagert. Aus diesem Grund wird von der Verwendung einer Stellgrößenbegrenzung in der Simulation Abstand genommen. Um dennoch eine Vergleichbarkeit mit den Experimentaldaten herzustellen und die maximal mögliche Störgrößenreduktion im Experiment zu erreichen, erfolgt die Auslegung der FIR-Filter für das Realsystem (mit Experimentaldaten) unter Verwendung unterschiedlicher Werte von β (dem Faktor zur Stellgrößenbegrenzung aus Unterabschnitt 6.4.3).

5.1.3. Strukturmodell

Zur Durchführung der in Abschnitt 6.6 beschriebenen numerischen Untersuchungen werden Simulationsmodelle von ein- und zweischaligen Struktursystemen (Einzel- bzw. Doppelschale) benötigt. Aufgrund der Zielsetzung einer möglichst generischen und dennoch aussagekräftigen Systembeschreibung werden vereinfachende Annahmen getroffen, deren Sinnhaftigkeit im Folgenden diskutiert und begründet werden soll. Die Vereinfachungen betreffen nachfolgend aufgelistete Eigenschaften:

- Linearität und Zeitinvarianz
- Geometrie der Schalenstrukturen
- Strukturelle Versteifungselemente der Schalen
- Lagerungs- und Randbedingungen
- Dämpfungsverhalten der Strukturen und des Fluids

Alle im Rahmen dieser Arbeit erstellten Simulationsmodelle sowie alle durchgeführten Analysen setzen ein lineares und zeitinvariantes Systemverhalten voraus. Die Gültigkeit dieser Annahmen für die betrachteten Realsysteme wird anhand von Messdaten überprüft und belegt. Zum Nachweis der Linearität werden Frequenzgangs- und Kohärenzanalysen durchgeführt. Dazu werden Punktkräfte

verschiedener Amplituden an definierten Punkten in das Struktursystem eingeleitet und die Frequenzgänge sowie die Kohärenz zwischen Kraft- und Vibrationsignalen ermittelt (z. B. mit einem *scanning laser doppler vibrometer*). Aufgrund der Invarianz der Frequenzgänge gegenüber Änderungen der Kraftamplitude ist die notwendige Bedingung für die Linearität der betrachteten Systeme erfüllt. Die Bedingung ist hinreichend unter der Annahme, dass bestimmte nicht-lineare Phänomene, z. B. bilineare Steifigkeiten, welche mit der beschriebenen Methodik nicht zu beobachten sind, ausgeschlossen werden können. Es wird davon ausgegangen, dass die Voraussetzungen für das Vorliegen eines linearen Systemverhaltens bei den betrachteten Realsystemen erfüllt sind. Eine detaillierte Analyse der Beobachtbarkeit nicht-linearer Steifigkeits- und Dämpfungscharakteristika ist in Göge et al. [45] zu finden.

Die Zeitinvarianz der Realsysteme äußert sich definitionsgemäß in der Unabhängigkeit der Frequenzgänge von der Zeit. Als maßgeblicher Einflussfaktor auf die Strukturodynamik und damit auf die Frequenzgänge werden Temperaturänderungen angesehen. Aus diesem Grund wird die Temperatur in den Messräumen des Transmissionsprüfstands mithilfe einer Klimatisierungsautomatik (nahezu) konstant gehalten, sodass die Zeitinvarianz der Realsysteme zumindest im Labor als gegeben angesehen werden kann. In Bezug auf das Zielsystem Flugzeug ist diese Annahme infolge der starken Temperaturschwankungen (insbes. auf der Rumpfschale) jedoch nicht zu rechtfertigen. Dort müssen die Zeitvarianzen der Störanregung und der Struktursysteme durch geeignete Maßnahmen wie adaptive Strecken- und Steuerungsmodelle kompensiert werden.

Die in Abschnitt 6.3 beschriebenen Simulationsmodelle der Einzel- und Doppelschale stellen einen Ausschnitt des in Abschnitt A.4 beschriebenen Realsystems dar und besitzen eine ebene Geometrie. Aus Simulationen und Messungen geht hervor, dass der Einfluss einer moderaten Krümmung (wie bei den untersuchten Realsystemen) im Hinblick auf die Schallstrahlungsimpedanz zu vernachlässigen ist (vgl. [83]). In Bezug auf die Strukturodynamik ist infolge der vereinfachten Betrachtung mit Abweichungen in den Eigenfrequenzen und -formen, den Biegesteifigkeiten und der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Körperschalls zu rechnen. Diese Unterschiede werden in Kauf genommen, da die Fragestellungen dieser Arbeit von grundlegender Natur sind und die Ergebnisse folglich nicht von einer speziellen Systemkonfiguration abhängen (dürfen). Die räumlichen Dimensionen der Strukturmodelle richten sich nach den Gegebenheiten im Experiment. Im Unterschied zum Realsystem ist die Breite der Primärschale jedoch auf einen Spantabstand von 0,5 m begrenzt. Dieses Maß entspricht der Breite des betrachteten Spacer-Linings, sodass durch diese Limitierung eine einfache Modellierung der generischen Doppelschale möglich wird. Die Rechtfertigung für dieses Vorgehen liefern Messdaten (vgl. Abschnitt 7.1), welche auf ein relativ geringes Übersprechverhalten des Körperschalls über Spantgrenzen hindeuten. Das schwach ausgeprägte Übersprechverhalten wird auch in Haase et al. [47] beschrieben.

Im Unterschied zur realen Einzel- bzw. Primärschale weist das Simulationsmodell keine strukturellen Versteifungen durch Stringer (horizontal verlaufende Versteifungen) und Spanten (vertikal bzw. in Umfangsrichtung verlaufende Versteifungen) auf. Wie in [68, 2] dokumentiert, ist der Einfluss der Stringer auf die Schallabstrahlung der Einzel- bzw. Primärschale aufgrund ihrer geringen Steghöhe zu vernachlässigen. Demgegenüber geht die Vernachlässigung der Stringer mit deutlichen Abweichungen in der Strukturodynamik einher. Die Betrachtung von Phänomenen der Wellenreflexion infolge struktureller Versteifungselemente (z. B. Ausprägung lokaler Moden oder Übersprechverhalten) und deren mögliche Auswirkungen auf das aktive System werden im Rahmen dieser Arbeit zugunsten einer einfacheren und klareren Analyse bewusst ausgeklammert. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die damit verbundenen Fragestellungen irrelevant oder zwingend zu vernachlässigen sind. Mithilfe der in Abschnitt 5.3 dargestellten Analysemethoden könnte dieses Thema im Rahmen zukünftiger Forschungsarbeiten aufgegriffen werden. Hinsichtlich der Spanten wurde bereits dargestellt, dass die Simulationsmodelle auf die Breite eines Spantabstands begrenzt sind. Daraus folgt, dass die Spanten der generischen Doppelschale lediglich als strukturelle und akustische Randbedingungen fungieren. Auf den Aspekt der Lagerungs- und Randbedingungen wird im Folgenden näher eingegangen.

Die strukturelle Lagerungsbedingung des Realsystems ist eine Kombination aus fester und gelenkiger Lagerung. Sowohl für das Modell der Einzel- bzw. Primärschale als auch für jenes des Linings wird eine gelenkige Lagerung angenommen. Während das Lining an seiner Berandung nahezu momentenfrei gelagert ist, kann die Einspannung der (in der Breite reduzierten) Einzel- bzw. Primärschale an den Spanten nur näherungsweise als momentenfrei angesehen werden. Allerdings tritt im betrachteten Frequenzbereich häufig eine Rotation um die Spantlängsachse auf (Kippbewegung des Spants), welche die Biegemomente reduziert und die Annahme einer gelenkigen Lagerung in erster Näherung rechtfertigt. Die Annahme einer schallharten Berandung der Kavität wird durch die Spantdynamik zwar verletzt, allerdings sind die Einflüsse im betrachteten Frequenzbereich aufgrund der Dicke und der damit verbundenen hohen Biegesteifigkeit der Spanten zu vernachlässigen. Ferner kann die strukturelle Kopplung von Primär- und Sekundärschale beim Doppelschalensystem innerhalb der betrachteten Frequenzbandbreite von 0–500 Hz vernachlässigt werden, weil sie, wie in Unterabschnitt 6.3.1 gezeigt, keinen nennenswerten Beitrag zur Schalltransmission liefert.

Die Modelle der generischen Einzel- und Doppelschalensysteme basieren, wie in Unterabschnitt 6.3.2 beschrieben, auf Modaldaten und beinhalten die Annahme einer viskosen, modalen Dämpfung. Dieses Vorgehen ist laut Crandall [20, S. 8] gerechtfertigt, wenn der Verlustfaktor des viskosen Dämpfers mit demjenigen des Systems in der jeweiligen Resonanzfrequenz übereinstimmt. Dies gilt insbesondere

für schwach gedämpfte Systeme, bei denen ein signifikanter Effekt der Dämpfung nur in einem schmalen Bereich um die Resonanzfrequenz vorliegt und eine dämpfungsbedingte Modenkopplung auszuschließen oder zumindest zu vernachlässigen ist. Das Vorliegen eines proportionalen Dämpfungsverhaltens – als Voraussetzung für die Annahme einer modalen Dämpfung – ist aufgrund der Homogenität und Isotropie bzw. Quasi-Isotropie der betrachteten Materialien bzw. Materialsysteme zu erwarten und kann mithilfe der experimentellen Modalanalyse nachgewiesen werden (stark reelle Eigenformen). Zur Abschätzung des strukturellen Dämpfungsverhaltens wird ein Dämpfungsgrad von $\zeta_S = 1\%$ angenommen. Dieser Wert bildet die Realität hinreichend gut ab, da er mit den Ergebnissen der experimentellen Modalanalyse des CFK-Laminats und des Honeycomb-Wabe-GFK-Sandwichs (GFK – Glasfaserverstärkter Kunststoff) korreliert. Auch hier ist die Spezifikation eines möglichst exakten Dämpfungswerts oder die Annahme realistischer, physikalisch motivierter Dämpfungsmodelle (z. B. viskose oder hysteretische massen- und/oder steifigkeitsproportionale Dämpfung [36, S. 64ff.]) wegen der grundlegenden Natur der zu untersuchenden Fragestellungen von nachrangiger Bedeutung. Um dem in [70, 13, 58] dokumentierten Einfluss der Dämpfung auf die Kausalität und die Störgrößenreduktion des aktiven Systems Rechnung zu tragen, wird eine Variation des modalen Dämpfungsgrads in Abschnitt 6.6 durchgeführt.

Die Luftdämpfung wird in Form des Absorptionsmaßes Δ_L dB/m oder äquivalent unter Verwendung des Dämpfungskoeffizienten α 1/m beschrieben [51, 7]. Wie in [7] dargestellt, hängt die Luftdämpfung von der Frequenz, dem Luftdruck, der relativen Feuchtigkeit und der Temperatur ab. Zur Abschätzung der viskosen Luftdämpfung ζ_F werden die in [51, S. 149, Tab. 6.3] angegebenen Dämpfungskoeffizienten für die Oktavmittelfrequenzen von 63 Hz bis 2000 Hz verwendet. Aus der Forderung $\zeta_F \omega_i t = \alpha c_0 t$ resultiert der viskose, modale Dämpfungsgrad der Luft $\zeta_F = \alpha c_0 / \omega_i$. Der mittlere Dämpfungswert beträgt $\zeta_F = 0,0022\%$. In [80, S. 66, Tab. 3.3] wird die Luftdämpfung mit $\alpha = 0,0001$ 1/m bzw. einem Verlustfaktor von $\eta = 0,0055\%$ abgeschätzt. Unter Verwendung des Zusammenhangs $\eta = 2\zeta_F$ in der Resonanz [36, S. 32] ergibt sich daraus eine viskose Dämpfung von $\zeta_F = 0,0027\%$, die mit der hier verwendeten nahezu übereinstimmt.

Trotz der Sinnhaftigkeit der vereinfachenden Annahmen, die das generische Einzel- und Doppelschalenmodell enthält, ist eine quantitative Vergleichbarkeit mit den Realsystemen nicht gegeben. Dieser Sachverhalt ist jedoch zu akzeptieren, sofern die generischen Modelle belastbare Aussagen über das Transmissionsverhalten und die Störgrößenreduktion einer aktiven Einzel- oder Doppelschale liefern und die Untersuchung und Verifikation der Hypothesen dieser Arbeit ermöglichen. Die Gültigkeit dieser Grundvoraussetzungen wird in Abschnitt 6.5 überprüft und belegt.

5.2. Realsystem

Die Realsysteme der Einzel- und Doppelschale werden unter realitätsnahen Bedingungen im akustischen Transmissionsprüfstand aufgebaut und vermessen (siehe Unterabschnitt A.4). Dennoch beinhalten auch diese Systeme, verglichen mit dem Zielsystem Flugzeug, einige Vereinfachungen, auf die im Folgenden näher eingegangen wird.

Während die Dimensionen des Spacer-Linings vom Hersteller (DIEHL Aircabin) vorgegeben sind (relevant für Airbus A330/A340), wird die Geometrie der CFK-Primärschale (abgesehen vom Krümmungsradius, welcher ebenfalls relevant für Airbus A330/A340 ist) willkürlich festgelegt. Die Höhe ist mit 1,3 m an das Lining angelehnt, und in der Breite sind drei Spantabstände, d. h. eine Breite von 1,5 m, vorgesehen. Dadurch wird es möglich, das in der Simulation vernachlässigte Übersprechverhalten über Stringer- und Spantgrenzen hinweg zu berücksichtigen und messtechnisch zu quantifizieren.

Weitere vereinfachende Annahmen betreffen den generischen, quasi-isotropen Lagenaufbau des CFK-Laminats der Einzel- bzw. Primärschale sowie die vereinfachte Geometrie der Stringer (L-Form) und Spanten (T-Form). Auch hier gilt, dass die Fragestellungen dieser Arbeit von allgemeiner Natur sind und folglich nicht von einer speziellen Systemkonfiguration abhängen (dürfen). Insofern reicht es aus, das grundlegende Verhalten des Zielsystems Flugzeug abzubilden, sodass die Unterschiede in Kauf genommen werden können. Es ist mit Sicherheit anzunehmen, dass die Anwendbarkeit der Methoden und die Gültigkeit der Ergebnisse dieser Arbeit nicht von einem speziellen Laminataufbau oder einer bestimmten Stringer- und Spantgeometrie abhängen.

Die Lagerung der Einzel- bzw. Primärschale im Fenster bzw. dem sich darin befindlichen (hochschalldämmenden) Einbaurahmen des Transmissionsprüfstands erfolgt mithilfe von Gummipuffern (sog. Shock-Mounts) geeigneter Steifigkeit. Aufgrund ihrer Entfernung zur mittleren Spantsektion des Panels und des schwach ausgeprägten Übersprechverhaltens über Spantgrenzen hinweg (vgl. Unterabschnitt 7.1 oder [47]) ist ihr Einfluss auf die aktive Einzel- bzw. Doppelschale zu vernachlässigen.

Die betrachteten Realsysteme beinhalten keine zusätzlichen passiven strukturellen oder akustischen Dämpfungs- oder Dämmelemente. Insbesondere berücksichtigt der experimentelle Aufbau des Doppelschalensystems keine primär- und sekundärseitige passive akustische Dämmung (durch Glaswollpakete) in der Kavität. Der Verzicht auf akustisches Dämmmaterial ist motiviert durch dessen relativ geringe Wirksamkeit bei tiefen Frequenzen. Insbesondere die Ausbreitung von (tieffrequenten) Schallwellen in Flächennormalenrichtung wird durch die geringe Dicke eines typischen Dämmpakets kaum beeinträchtigt. Der Einfluss passiver Dämmung auf die Ausprägung akustischer Quermoden und damit auf das Schalldämmmaß der Doppelschale zeigt sich allerdings bereits unterhalb

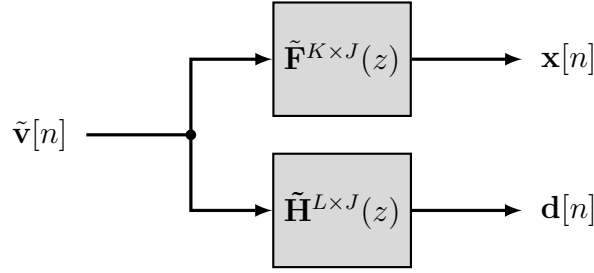


Abbildung 5.1.: Synthese der Referenzsignale $\mathbf{x}$ und der Störsignale $\mathbf{d}$ aus den virtuellen Störquellensignalen $\tilde{\mathbf{v}}$.

von 500 Hz (vgl. [67, S. 262]). Um dieser Tatsache Rechnung zu tragen, wird der Einfluss einer erhöhten Fluidämpfung auf die Störgrößenreduktion des aktiven Systems mit den Mitteln der Simulation überprüft. Ferner werden potenzielle Auswirkungen einer erhöhten Systemdämpfung im Hinblick auf die Einflussgrößen Kohärenz und Kausalität analysiert.

5.3. Analysemethoden

In diesem Abschnitt erfolgt die mathematische Herleitung und Erläuterung von Methoden zur Analyse der relevanten Einflussgrößen Kohärenz und Kausalität. Die Methoden basieren auf den in Unterabschnitt 3.2 beschriebenen Grundgrößen der Signalverarbeitung, sind ansonsten jedoch neu. Die Störquellen- und Kohärenzanalyse und der Einfluss der Störquellendichte auf die Wirksamkeit aktiv gesteuerter Systeme wird in Misol et al. [64] behandelt.

5.3.1. Störquellen- und Kohärenzanalyse

Mithilfe der nachfolgend dargestellten Methodik der Störquellen- und Kohärenzanalyse können die linear unabhängigen Komponenten eines Schalldruck- oder Vibrationsfelds ermittelt und Aussagen über die (zur Erreichung einer vorgegebenen Kohärenz) benötigte Anzahl an Referenzsensoren getroffen werden. Die Störquellen- und Kohärenzanalyse basiert auf dem von Akiho et al. [1] publizierten Konzept der virtuellen Referenzsignale. Die dort beschriebene Methodik bildet das theoretische Grundgerüst für die im Rahmen dieser Arbeit durchzuführenden Berechnungen der Störquellendichte des diffusen Schallfelds, der induzierten Vibrationsfelder auf den Strukturen und dem Schalldruckfeld in der Kavität der Doppelschale. Das gleiche Verfahren wurde von Elliott et al. [33] zur Bestimmung der Anzahl unabhängiger Komponenten im idealen diffusen Schallfeld und im Druckfeld einer (mit dem Modell von Corcos [19] synthetisierten) turbulenten Grenzschicht angewendet. Die spezifische Darstellung und Interpretation der Ergebnisse der Störquellenanalyse hinsichtlich ihrer Implikationen für

die Leistungsfähigkeit aktiver Systeme ist jedoch neu und soll im Folgenden näher erläutert werden.

Zur Ermittlung der virtuellen Störquellen muss eine Eigenwertzerlegung der Matrix $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}$ der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale $\mathbf{x}$ durchgeführt werden. Die frequenzdiskrete Matrix der Leistungsdichtespektren der zeitdiskreten Referenzsignale $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_K]^T$ ergibt sich in Analogie zu Gleichung (3.16) gemäß

$$\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}[\kappa] = \mathbb{E} [\mathbf{X}[\kappa] \mathbf{X}^H[\kappa]] . \quad (5.1)$$

Unter Verwendung von Abbildung 5.1 lässt sich Gleichung (5.1) umschreiben

$$\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}[\kappa] = \mathbb{E} [\tilde{\mathbf{F}}[\kappa] \tilde{\mathbf{V}}[\kappa] \tilde{\mathbf{V}}^H[\kappa] \tilde{\mathbf{F}}^H[\kappa]] = \tilde{\mathbf{F}}[\kappa] \underbrace{\mathbb{E} [\tilde{\mathbf{V}}[\kappa] \tilde{\mathbf{V}}^H[\kappa]]}_{\mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{V}}\tilde{\mathbf{V}}}[\kappa] = \mathbf{\Lambda}[\kappa]} \tilde{\mathbf{F}}^H[\kappa] \quad (5.2)$$

und ein Zusammenhang zwischen den Eigenwerten von $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}$ und den virtuellen Störquellen herstellen. Aus Gleichung (5.2) folgt, dass die Eigenwerte $\lambda_j = \mathbf{\Lambda}_{jj}$ von $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}$ mit den Autoleistungsdichtespektren der virtuellen Störquellensignale $\tilde{\mathbf{v}}_j$ übereinstimmen. Die Analyse ähnelt der in Unterabschnitt 3.2.5 beschriebenen spektralen Faktorisierung. Allerdings ist die dort verwendete Matrix $\mathbf{F}$ (spektraler Faktor von $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}$) im Unterschied zur Matrix $\tilde{\mathbf{F}}$ (Matrix der Eigenvektoren von $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}$) nicht unitär. Ferner folgt aus der unterschiedlichen Skalierung von spektralem Faktor $\mathbf{F}$ und Eigenvektormatrix $\tilde{\mathbf{F}}$, dass die virtuellen Störquellensignale $\tilde{\mathbf{v}}$ spektral gefärbt sind, während der Signalvektor $\bar{\mathbf{v}}$ definitionsgemäß weiß ist.

In Abbildung 5.2 sind beispielhaft die Pegelwerte $10 \log(\lambda_j / \lambda_{max})$ dB der zehn größten Eigenwerte λ_j für die punktkrafterregte Aluminium-Einzelschale gemäß Tabelle 6.1 und Abbildung 6.14 (u.) dargestellt. Als Bezugsgröße wird der über alle Eigenwerte und Frequenzlinien ermittelte Maximalwert λ_{max} verwendet. Durch die Normierung auf das globale Maximum der Eigenwerte statt auf den lokalen Maximalwert der Eigenwerte für die jeweilige Frequenzlinie bleibt die Dynamik des Systems in der Darstellung erhalten. Es ist jedoch zu beachten, dass für eine starke und breitbandige Störgrößenreduktion nicht nur die großen, sondern auch die kleinen Pegelwerte von Bedeutung sind. Dies gilt vor allem für Frequenzbereiche, in denen die Eigenwertepegel weniger stark von einzelnen Strukturresonanzen dominiert werden (in Abbildung 5.2 z. B. im Bereich um 300 Hz oder oberhalb von 450 Hz). In diesen Bereichen ist die Konturliniendichte deutlich geringer, mit der Konsequenz, dass eine größere Anzahl an Eigenwerten bzw. virtuellen Störquellen zu berücksichtigen ist. Die Darstellung beinhaltet zehn Konturlinien, woraus sich aufgrund der Gesamtdynamik von 30 dB eine Dynamik von 3 dB zwischen zwei Konturlinien ergibt. Der Übergang zur nächstkleineren Konturlinie geht folglich mit einer Halbierung des Autoleistungsdichtespektrums der Störquelle einher. In Bezug auf Abbildung 5.2 bedeutet dies, dass in Frequenzbereichen, in denen die

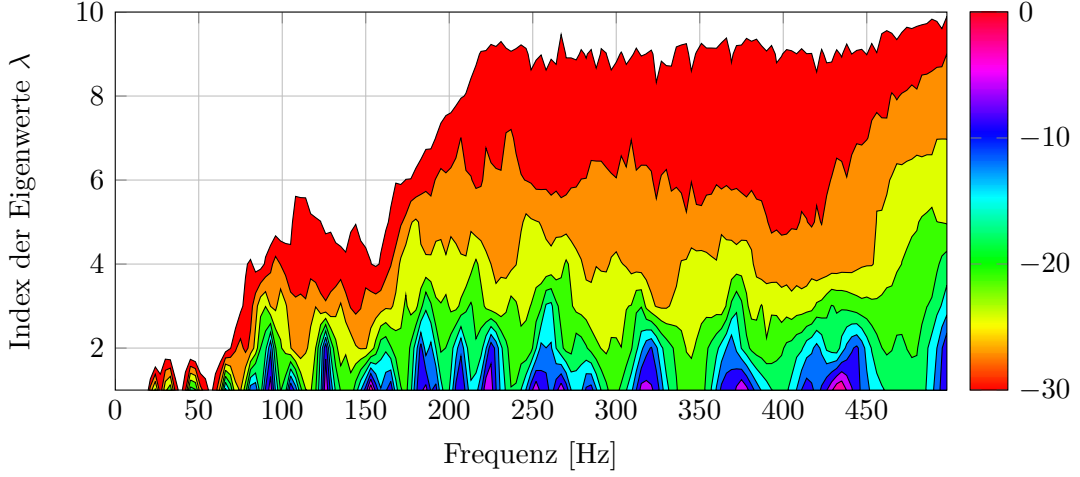


Abbildung 5.2.: Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale für zehn Störquellen und 44 Referenzsensoren auf der Aluminium-Einzelschale gemäß Tabelle 6.1.

Eigenwertepegel von einzelnen Strukturresonanzen dominiert sind (z. B. im Bereich 400–450 Hz), mit nur fünf Referenzsensoren eine Dynamik von 20–25 dB erfasst wird und in Frequenzbereichen, in denen die Eigenwertepegel nicht von einzelnen Strukturresonanzen dominiert sind (z. B. im Bereich oberhalb von 450 Hz), mit fünf Referenzsensoren nur eine Dynamik von 5–10 dB erfasst wird. Dieser Sachverhalt ist zur korrekten Durchführung der Störquellen- und Kohärenzanalyse von essenzieller Bedeutung.

Unter der Annahme, dass die Beträge der virtuellen Frequenzgänge $\tilde{H}_{ij} = \tilde{H}_{d_i \tilde{v}_j}$ mit $i = 1, \dots, L$ für alle j gleich oder zumindest ähnlich sind, entspricht der relative Beitrag einer virtuellen Störquelle $\tilde{v}_j$ zum Leistungsdichtespektrum $S_{d_i d_i}$ des Störsignals d_i von Fehlersensor i gemäß

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\text{dd}}[\kappa] &= \mathbb{E} [\mathbf{D}[\kappa] \mathbf{D}^H[\kappa]] = \mathbb{E} [\tilde{\mathbf{H}}[\kappa] \tilde{\mathbf{V}}[\kappa] \tilde{\mathbf{V}}^H[\kappa] \tilde{\mathbf{H}}^H[\kappa]] = \tilde{\mathbf{H}}[\kappa] \mathbf{\Lambda}[\kappa] \tilde{\mathbf{H}}^H[\kappa] \\ &= \sum_{j=1}^J \tilde{\mathbf{H}}_j[\kappa] \tilde{\mathbf{H}}_j^H[\kappa] \lambda_j[\kappa] \end{aligned} \quad (5.3)$$

und

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{S}_{\text{dd}}[\kappa]) &= \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^J \left| \tilde{H}_{ij}[\kappa] \right|^2 \lambda_j[\kappa] \\ &\xrightarrow{|\tilde{H}_{ij}|=|\tilde{H}_i|} \sum_{i=1}^L \left| \tilde{H}_i[\kappa] \right|^2 (\lambda_1[\kappa] + \lambda_2[\kappa] + \dots + \lambda_J[\kappa]) = \sum_{i=1}^L S_{d_i d_i}[\kappa] \end{aligned} \quad (5.4)$$

exakt dem Eigenwert λ_j . Daraus folgt, dass die Erfassung der $\tilde{J} \leq J$ größten Störquellen $\tilde{\mathbf{v}}_{\tilde{J}} = [\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \dots, \tilde{v}_{\tilde{J}}]$ durch die Verwendung von $K = \tilde{J}$ optimal bzw. $K > \tilde{J}$ suboptimal platzierten Referenzsensoren eine multiple Kohärenz der Referenz- und Störsignale von

$$\begin{aligned}
 C_{\mathbf{x}d_i}[\kappa] &= C_{\tilde{\mathbf{v}}_{\tilde{J}d_i}}[\kappa] = \frac{\mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{v}}_{\tilde{J}d_i}}[\kappa] \mathbf{\Lambda}^{-1}[\kappa] \mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{v}}_{\tilde{J}d_i}}^H[\kappa]}{S_{d_i d_i}[\kappa]} \\
 &= \frac{|\tilde{H}_i[\kappa]|^2}{|\tilde{H}_i[\kappa]|^2 \sum_{j=1}^J \lambda_j[\kappa]} \begin{bmatrix} \lambda_1[\kappa] & \cdots & \lambda_{\tilde{J}}[\kappa] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1}[\kappa] & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_{\tilde{J}}^{-1}[\kappa] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1[\kappa] \\ \vdots \\ \lambda_{\tilde{J}}[\kappa] \end{bmatrix} \\
 &= \frac{\sum_{j=1}^{\tilde{J}} \lambda_j[\kappa]}{\sum_{j=1}^J \lambda_j[\kappa]}.
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

bewirkt. Bei der Herleitung von Gleichung (5.5) wurden der lineare Zusammenhang zwischen $\mathbf{x}$ und $\tilde{\mathbf{v}}_{\tilde{J}}$ sowie die Orthogonalität der virtuellen Störquellen untereinander ausgenutzt. Aus dem Quotienten der Leistungsdichtespektren des Fehler- und Störsignals

$$\frac{S_{e_i e_i}[\kappa]}{S_{d_i d_i}[\kappa]} = 1 - C_{\mathbf{x}d_i}[\kappa] = \frac{\sum_{j=\tilde{J}+1}^J \lambda_j[\kappa]}{\sum_{j=1}^J \lambda_j[\kappa]} < \frac{\lambda_{\tilde{J}+1}[\kappa]}{\lambda_1[\kappa]} \tag{5.6}$$

resultiert das Residuum der Störgröße bei Fehlersensor i

$$\begin{aligned}
 10 \log \left(\frac{S_{e_i e_i}[\kappa]}{S_{d_i d_i}[\kappa]} \right) &= 10 \log \left(\frac{\sum_{j=\tilde{J}+1}^J \lambda_j[\kappa]}{\sum_{j=1}^J \lambda_j[\kappa]} \right) \\
 &< 10 \log (\lambda_{\tilde{J}+1}[\kappa]) - 10 \log (\lambda_1[\kappa]) \text{ dB}.
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Gleichung (5.7) liefert eine konservative Abschätzung der Störgrößenreduktion eines aktiven (kausalen) Steuerungssystems auf Basis der in Abbildung 5.2 dargestellten Eigenwertepegele. Wie bereits angemerkt, sind nicht die absoluten Pegelwerte, sondern die Pegeldifferenz für die Störgrößenreduktion maßgebend.

5.3.2. Kausalitätsanalyse

Kreuzkorrelation

Die Kreuzkorrelation ist, wie in Unterabschnitt 3.2.6 beschrieben, eng mit der Definition der Kausalität verknüpft. Es bietet sich daher an, die Laufzeit zwischen zwei Signalen mithilfe der Kreuzkorrelationsfunktion abzuschätzen und daraus Rückschlüsse auf die Kausalität eines aktiven Systems zu ziehen. Falls die Signalübertragung in einem unbegrenzten und nicht-dispersiven Medium erfolgt,

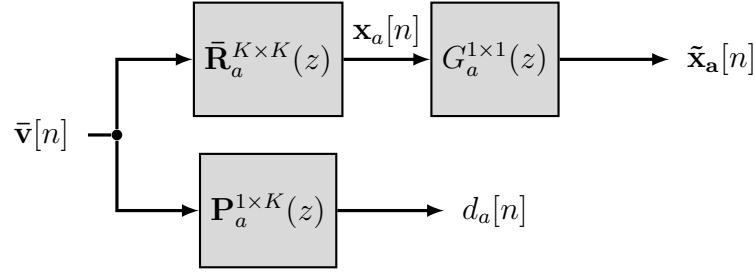


Abbildung 5.3.: Blockschaltbild zur Berechnung der für die Laufzeitanalyse benötigten Signale $\tilde{\mathbf{x}}_a$ und d_a .

werden alle Frequenzanteile zeitgleich und ohne Reflexionen übertragen. In diesem Fall ist die Kreuzkorrelationsfunktion $r_{xy}(\tau)$ zwischen zwei (weißen) Signalen nur bei einer Zeitverschiebung $\tau = \tau_0$ ungleich null, welche exakt der Laufzeit entspricht. Diese Signalanteile sind im Kontext von Luft- oder Körperschall dem Direktschall zuzuordnen. In einem räumlich begrenzten und dispersiven Medium (z. B. einer endlichen Schalenstruktur) wird die Laufzeitanalyse aufgrund von Wellenreflexionen und der frequenzabhängigen Ausbreitungsgeschwindigkeit verkompliziert. Werden, wie im Falle einer Doppelschale, mehrere solcher Systeme miteinander verkoppelt, so entstehen zusätzliche Signalübertragungspfade. Die daraus resultierenden Signalanteile (gemessen beispielsweise mit einem Körperschallsensor auf der zweiten Schale bei Störanregung der ersten Schale), welche im Kontext von Luft- oder Körperschall dem Indirektschall zuzuordnen sind, überlagern jene des Direktschalls. Allerdings ist eine Trennung dieser beiden Anteile aufgrund von Wellenreflexionen und infolge der zeitlichen „Verschmierung“ der Kreuzkorrelation durch die Wellendispersion und die zeitdiskrete Abtastung der Signale im Allgemeinen nicht realisierbar. Es ist jedoch möglich, den Einfluss von Wellenreflexionen durch eine stärkere Bedämpfung der schallübertragenden Medien zu reduzieren. Ähnliches gilt für den Einfluss der Dispersion, welcher durch die Eingrenzung der Frequenzbandbreite auf den interessierenden Bereich minimiert werden kann. Die Konsequenz aus der Eingrenzung der Frequenzbandbreite und der damit verbundenen Reduzierung der Abtastfrequenz $F_s = 1/T_s$ ist ein Verlust an zeitlicher Auflösung der Kreuzkorrelationsfunktion. Die Auswirkungen von Resonanzen auf die Kreuzkorrelation sind ebenfalls unerwünscht, da sie die Analyse erschweren und keine kausalitätsrelevanten Informationen beinhalten. Die Befreiung eines Signals von seinen spektral gefärbten (minimalphasigen) Anteilen kann mittels der in Unterabschnitt 3.2.5 beschriebenen spektralen Faktorisierung durchgeführt werden. Dabei dient die Inverse des spektralen Faktors F als Dekorrelationsfilter, mithilfe dessen das strukturell gefärbte Signal x auf seine weißen Anteile $\bar{v}$ (welche den zugrunde liegenden stochastischen Prozess und damit die Innovation beschreiben) zurückgeführt wird.

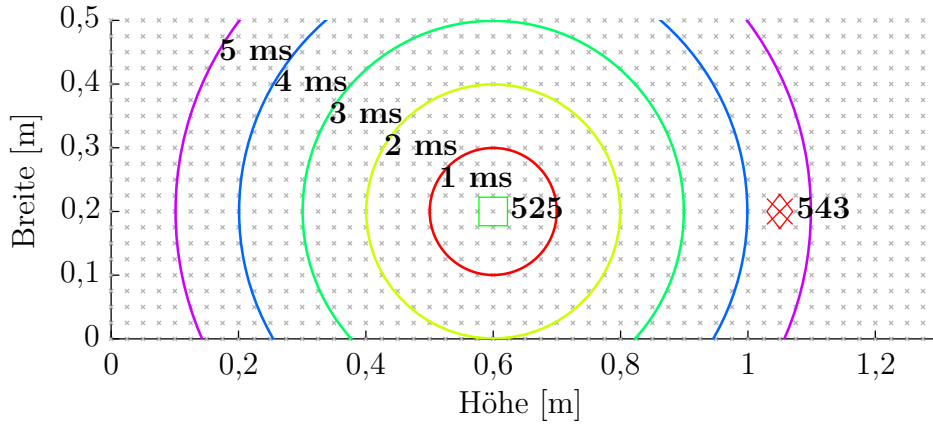


Abbildung 5.4.: Aluminiumplatte gemäß Tabelle 6.1 mit einer Störquelle und kollokalem Referenzsensor (543) und einem kollokalen Aktuator-/Sensorpaar (525) mit verschiedenen Sekundärlaufzeiten $\delta_G = 1, 2, 3, 4, 5$ ms.

Im Unterschied zu Burdisso et al. [13, S. 237, Abb. 4] wird die Laufzeitanalyse unter Verwendung der Kreuzkorrelation $r_{\tilde{x}_a d_a}$ der Allpassteile $\tilde{x}_a$ und d_a durchgeführt. Dieses Vorgehen wurde in Unterabschnitt 3.2.6 über den Zusammenhang zwischen der Kausalität eines Systems und der Kreuzkorrelationsfunktion (der Allpassteile) der Ein- und Ausgangsgrößen motiviert. Im Eingrößenfall resultieren diese Signale aus der Filterung eines weißen Signals durch die jeweiligen Allpassteile der strukturellen Frequenzgänge (Störstrecke und Referenzstrecke). Die benötigten Allpassteile der Stör- und Referenzstrecke ergeben sich aus der spektralen Zerlegung des jeweiligen strukturellen Amplitudengangs $|G|$ über den Zusammenhang $G = G_m G_a = F G_a$. Um eine spektrale Zerlegung im Fall vektorieller Referenzsignale zu vermeiden, wird die Laufzeitanalyse unter der vereinfachenden Annahme entkoppelter Referenzsignale durchgeführt. Dieses Vorgehen ist für die betrachteten Systeme mit kollokalen und dualen Paaren von Störquellen und Referenzsensoren zulässig, da in diesen Fällen nur die Diagonalelemente $\bar{\mathbf{R}}_{ii}$ der Matrix der Referenzstrecken $\bar{\mathbf{R}}$ kausalitätsrelevant sind und die Außerdiagonalelemente $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$ (aufgrund der erhöhten Laufzeit bzw. des steileren Phasengangs) vernachlässigt werden können. Demnach kann die vollbesetzte Matrix $\bar{\mathbf{R}}_a$ der Allpassteile von $\bar{\mathbf{R}}$ durch die Diagonalmatrix $\bar{\mathbf{R}}_{a,diag}$ mit den Allpassteilen von $\bar{\mathbf{R}}_{ii}$ ersetzt werden. Im allgemeinen Fall einer nicht-kollokalen und/oder nicht-dualen Anordnung von Störquellen und Referenzsensoren muss die Matrix der Referenzstrecken spektral faktorisiert werden. Die Signale berechnen sich gemäß des in Abbildung 5.3 dargestellten Schemas. Dabei bezeichnet $\bar{\mathbf{R}}_a$ die Matrix der Allpassteile der Referenzstrecken, G_a den Allpassteil der Sekundärstrecke und $\mathbf{P}_a$ den Vektor der Allpassteile der Störstrecken.

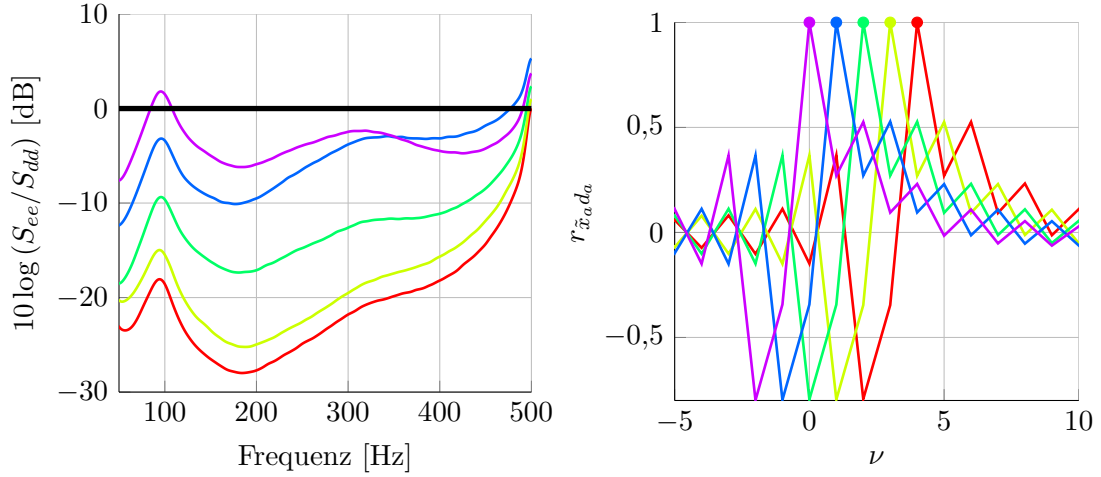


Abbildung 5.5.: Residuum der Störgröße bei Fehlersensor 525 (li.) und Kreuzkorrelationsfunktion (re.) für $\delta_G = 1$ ms (rot) bis $\delta_G = 5$ ms (violett).

Im Folgenden soll das Konzept der Laufzeitanalyse auf Basis der Kreuzkorrelation anhand des in Abbildung 5.4 dargestellten Systems erläutert werden. Um den beschriebenen Einfluss von Wellenreflexionen zu reduzieren und die Übersichtlichkeit zu erhöhen, erfolgt die Betrachtung unter der Annahme einer viskosen, modalen Strukturdämpfung von $\zeta_S = 30\%$. Die Betrachtung des realitätsnäheren Falls einer viskosen, modalen Strukturdämpfung von $\zeta_S = 1\%$ erfolgt in Abschnitt A.1. Trotz der starken Strukturdämpfung sind die Signalspektren, wie in Abbildung 5.5 (li.) erkennbar, nicht völlig weiß. Die Störanregung der Aluminiumplatte erfolgt an Position 543 (rotes Kreuz) mithilfe eines weißen Kraftrauschens. Der kollokal platzierte Referenzsensor (rote Raute) erfasst die eingeleitete Störung direkt am Krafteinleitungspunkt und leitet die Störquelleninformation als Referenzsignal an das aktive System weiter. Die Verarbeitung des Referenzsignals durch das aktive Steuerungssystem erfolgt gemäß des in Abbildung 6.8 beschriebenen Schemas. Am Fehlersensor 525 (grünes Quadrat) überlagern sich die Signalanteile der Störquelle und jene des zum Fehlersensor kollokal platzierten Aktuators. Es resultiert das in Abbildung 5.5 (li.) dargestellte Residuum der Störgröße, welches mit steigender Sekundärlaufzeit des aktiven Systems anwächst. Die Farbkodierung der Sekundärlaufzeiten ist Abbildung 5.4 zu entnehmen. Die Reduktionen der mittleren Fehlersignalleistung betragen 15,3 dB für $\delta_G = 1$ ms, 13,6 dB für $\delta_G = 2$ ms, 10,7 dB für $\delta_G = 3$ ms, 4,6 dB für $\delta_G = 4$ ms und 3,8 dB für $\delta_G = 5$ ms. Es wird deutlich, dass der Zusammenhang zwischen Sekundärlaufzeit und Störgrößenreduktion nicht-linear ist und das Anwachsen des Residuums der Störgröße sprunghaft verläuft. Besonders markant ist der starke Anstieg des Residuums der Störgröße beim Übergang von $\delta_G = 3$ ms auf $\delta_G = 4$ ms. Dieses Verhalten lässt sich anhand der in Abbildung 5.5 (re.) dargestellten (normalisierten) Kreuzkorrelationsfunktion $r_{\tilde{x}_a d_a}$ der Allpassteile $\tilde{x}_a$ und d_a erklären. Infolge der

wachsenden Sekundärlaufzeit werden zunehmend größere Anteile der Kreuzkorrelation in den akausalen Bereich ($\nu < 0$) verschoben. Obwohl diese Signalanteile in die herkömmliche (kausal unbeschränkte) Kohärenz (im Folgenden unbeschränkte Kohärenz) einfließen und diese erhöhen, tragen sie nicht zur Störgrößenreduktion einer kausalen Steuerung bei. Beim Übergang von $\delta_G = 3 \text{ ms}$ (grün) auf $\delta_G = 4 \text{ ms}$ (blau) verschiebt sich der erste größere Ausschlag der Kreuzkorrelation in den akausalen Bereich. Der Maximalausschlag und weitere Anteile der Kreuzkorrelation befinden sich jedoch für alle betrachteten Sekundärlaufzeiten im kausalen Bereich, sodass in allen Fällen eine breitbandige Störgrößenreduktion zu erwarten ist. Dass diese Vermutung zutrifft, beweist die Störgrößenreduktion des SP-PEF, die mit nur 1,2 dB deutlich geringer ausfällt als die oben genannten Werte.

In Abbildung 5.4 wird die Kausalität einer Systemkonfiguration anhand von laufzeitäquivalenten Kreisen $\xi(\delta_G, c_{bo})$ dargestellt. Der Radius dieser im Folgenden als Kausalitätskreise bezeichneten Kreise entspricht dem Weg, den eine Biegewelle mit der Frequenz f_o innerhalb von δ_G in einem unbegrenzten und isotropen Medium zurücklegt. Der Kreisradius hängt folglich von der maximalen Biegewellengeschwindigkeit $c_{bo} = c_b(f_o)$ innerhalb der betrachteten Frequenzbandbreite $[f_u, f_o]$ und der Sekundärlaufzeit des aktiven Systems ab. Im Falle einer ungestörten, nicht-dispersiven Wellenausbreitung besäße die Kreuzkorrelationsfunktion exakt einen Ausschlag, welcher eindeutig mit dem Radius des Kausalitätskreises verknüpft wäre. Dies ist, wie in Abbildung 5.5 (re.) ersichtlich, hier nicht der Fall. Wiesen die verwendeten Materialien oder Materialsysteme ein anisotropes Werkstoffverhalten auf, würden die Kausalitätskreise zu allgemeineren Gebilden mit einem winkelabhängigem Abstand zum Fehlersensor (z. B. Ellipsen) degenerieren. Aufgrund der anzunehmenden Isotropie bzw. Quasi-Isotropie der betrachteten Materialien bzw. Materialsysteme ist die hier durchgeführte Betrachtung von Kausalitätskreisen zulässig. Trotz ihrer eingeschränkten Aussagekraft sind die Kausalitätskreise von Wert, da sie definitionsgemäß eine konservative Abschätzung der Kausalität liefern. Alle Anteile des Störsignals, die von den außerhalb eines bestimmten Kausalitätskreises liegenden Störquellen herrühren, können mit Sicherheit breitbandig reduziert werden. Je weiter eine Störquelle in das vom Kausalitätskreis umschlossene Gebiet rückt, umso weniger sind die von ihr hervorgerufenen Anteile am Störsignal von einer kausalen Steuerung zu beeinflussen.

Kausale und akausale Kohärenz

In Analogie zur in Unterabschnitt 3.2.4 definierten unbeschränkten Kohärenz γ wird eine kausale Kohärenz γ_c definiert, welche die Einflüsse von Signallaufzeiten auf die Störgrößenreduktion beschreibt. Zur Definition des Kausalitätsoperators $\{\cdot\}_+$ siehe Gleichung (5.10).

$$\gamma_c := \{\gamma\}_+ \quad (5.8)$$

Zur Bildung der kausalen Kohärenz sollen daher nur jene Signalanteile beitragen, welche das aktive System trotz seiner inhärenten Gruppenlaufzeit noch rechtzeitig verarbeiten und aufschalten kann. Dazu soll die im vorigen Abschnitt verwendete Kreuzkorrelation des Allpassteils des gefilterten Referenzsignals $\tilde{x}_a$ und des Allpassteils der Störgröße d_a als Zeitbereichsäquivalent des (normalisierten) Kreuzleistungsdichtespektrums verwendet werden. Zur Berechnung der kausalen Kohärenz müssen die Signale $\tilde{x}$ und d deshalb zunächst in ihren Minimalphasen- und Allpassteil zerlegt werden. Dies lässt sich, wie in Unterabschnitt 3.2.5 gezeigt, für den Fall skalarer Referenz- und Störsignale leicht realisieren, erfordert im Mehrgrößenfall jedoch eine deutlich aufwendigere Faktorisierung der spektralen Leistungsdichtematrizen [22, 17]. Die Herleitung der kausalen Kohärenz und ihres Einflusses auf die Störgrößenreduktion erfolgt deshalb anhand eines Eingrößensystems. Anschließend werden die Erkenntnisse auf den Fall vektorieller Referenzsignale übertragen.

Die unbeschränkte Kohärenz entspricht dem normalisierten Kreuzleistungsdichtespektrum zweier Signale. Werden zur Kohärenzbildung die Allpassteile der Signale verwendet, so entfällt die Normierung, da diese bereits mittelwertfrei und weiß mit Varianz $\sigma^2 = 1$ sind. Für die kausale Kohärenz aus Gleichung (5.8) gilt daher:

$$\gamma_{\tilde{x}dc} = \{S_{\tilde{x}_a d_a}\}_+ . \quad (5.9)$$

Die Beschränkung auf den kausalen Teil des Kreuzleistungsdichtespektrums erfolgt durch den Operator $\{\cdot\}_+$

$$\{S_{\tilde{x}_a d_a}[\kappa]\}_+ = \text{DFT} \left[c[\nu] \underbrace{\text{IDFT}[S_{\tilde{x}_a d_a}[\kappa]]}_{r_{\tilde{x}_a d_a}[\nu]} \right] \quad (5.10)$$

mit der Sprungfunktion

$$c[\nu] = \begin{cases} 0, & \text{für } \nu < 0 \\ 1, & \text{für } \nu \geq 0. \end{cases} \quad (5.11)$$

Die in Abbildung 5.5 (re.) dargestellten Kreuzkorrelationen $r_{\tilde{x}_a d_a}[\nu]$ werden durch die Multiplikation mit $c[\nu]$ von ihren akausalen Anteilen (Signalanteile bei $\nu < 0$) befreit. Die daraus resultierenden Auswirkungen auf die Störgrößenreduktion einer optimalen und kausalen Steuerung sind im linken Teil von Abbildung 5.5 erkennbar. Bemerkenswert ist, dass es nicht nur zu Einschränkungen in der Störgrößenreduktion, sondern auch zu Verstärkungen der Störgröße kommen kann. Dies spiegelt sich auch in der kausalen Kohärenz wider, deren Betrag im Unterschied zur unbeschränkten Kohärenz nicht auf den Bereich zwischen null und eins beschränkt ist, sondern auch Werte größer eins annehmen kann. Der Zusammenhang zwischen der kausalen Kohärenz und dem Residuum der Störgröße S_{ee}/S_{dd}

eines Eingrößensystems (SISO-System) ergibt sich durch Umformung der in [59, S. 57] angegebenen Gleichung

$$S_{ee}[\kappa] = \left[1 - |\gamma_{\tilde{x}d}[\kappa]|^2\right] S_{dd}[\kappa] + \left|W[\kappa] - \frac{S_{\tilde{x}d}[\kappa]}{S_{\tilde{x}\tilde{x}}[\kappa]}\right|^2 S_{\tilde{x}\tilde{x}}[\kappa] \quad (5.12)$$

für das Leistungsdichtespektrum des skalaren Fehlersignals e . Dabei entspricht W dem physikalisch realisierbaren, optimalen und kausalen Filter W_{optc} und $S_{\tilde{x}d}/S_{\tilde{x}\tilde{x}}$ dem unbeschränkten Optimalfilter W_{opt} . Gleichung (5.12) besteht folglich aus zwei Termen, welche die relevanten Einflussgrößen Kohärenz (erster Term) und Kausalität (zweiter Term) abbilden. Im Folgenden wird angenommen, dass eine perfekte lineare Abhängigkeit zwischen den Signalen $\tilde{x}$ und d besteht, sodass der erste Term verschwindet und sich Gleichung (5.12) zu

$$S_{ee}[\kappa] = \left|W[\kappa] - \frac{S_{\tilde{x}d}[\kappa]}{S_{\tilde{x}\tilde{x}}[\kappa]}\right|^2 S_{\tilde{x}\tilde{x}}[\kappa] = |W_{optc}[\kappa] - W_{opt}[\kappa]|^2 S_{\tilde{x}\tilde{x}}[\kappa] \quad (5.13)$$

vereinfacht. Für das kausal beschränkte Optimalfilter W_{optc} gilt [29, S. 130]

$$W_{optc}[\kappa] = \frac{1}{F[\kappa]G_m[\kappa]} \left\{ \frac{S_{xd}[\kappa]}{F^*[\kappa]G_a[\kappa]} \right\}_+ \quad (5.14)$$

Dabei bezeichnet F den spektralen Faktor von S_{xx} und G_m und G_a bezeichnen den Minimalphasen- bzw. Allpassteil der Sekundärstrecke G . Unter Verwendung der Zusammenhänge $S_{xd} = S_{\tilde{x}d}/G^*$ und $G_a^*G_a \equiv 1$ sowie mithilfe des spektralen Faktors H von S_{dd} folgt

$$W_{optc}[\kappa] = \frac{1}{F[\kappa]G_m[\kappa]} \underbrace{\left\{ \frac{S_{\tilde{x}d}[\kappa]}{F^*[\kappa]G_m^*[\kappa]} \right\}_+}_{\{S_{\tilde{x}ad}[\kappa]\}_+} = \frac{H[\kappa]}{F[\kappa]G_m[\kappa]} \underbrace{\left\{ \frac{S_{\tilde{x}d_a}[\kappa]}{F^*[\kappa]G_m^*[\kappa]} \right\}_+}_{\{S_{\tilde{x}ad_a}[\kappa]\}_+} \quad (5.15)$$

Es ist zu beachten, dass der Faktor H aufgrund seiner definitionsgemäßen Kausalität aus dem Kausalitätsoperator herausgezogen werden konnte, sodass einzig der Allpassteil d_a von d innerhalb der geschweiften Klammern verbleibt. In analoger Weise gilt für das unbeschränkte Optimalfilter W_{opt} :

$$W_{opt}[\kappa] = \frac{S_{\tilde{x}d}[\kappa]}{S_{\tilde{x}\tilde{x}}[\kappa]} = \frac{H[\kappa]}{F[\kappa]G_m[\kappa]} \cdot \frac{S_{\tilde{x}d_a}[\kappa]}{\underbrace{F^*[\kappa]G_m^*[\kappa]}_{S_{\tilde{x}ad_a}[\kappa]}} \quad (5.16)$$

Das Einsetzen der hergeleiteten Zusammenhänge für W_{optc} und W_{opt} in Gleichung (5.13) ergibt

$$S_{ee}[\kappa] = \left| \frac{\{S_{\tilde{x}_a d_a}[\kappa]\}_+ - S_{\tilde{x}_a d_a}[\kappa]}{F[\kappa]G_m[\kappa]} \right|^2 S_{\tilde{x}\tilde{x}}[\kappa]S_{dd}[\kappa]. \quad (5.17)$$

Unter Berücksichtigung von $S_{\tilde{x}\tilde{x}} = |FG_m|^2$ und mithilfe der Definitionen $\gamma_{\tilde{x}dc} = \{S_{\tilde{x}_a d_a}\}_+$ und $\gamma_{\tilde{x}d} = S_{\tilde{x}_a d_a}$ vereinfacht sich Gleichung (5.17) zu

$$S_{ee}[\kappa] = |\gamma_{\tilde{x}dc}[\kappa] - \gamma_{\tilde{x}d}[\kappa]|^2 S_{dd}[\kappa] = |\gamma_{\tilde{x}da}[\kappa]|^2 S_{dd}[\kappa] \quad (5.18)$$

Die Differenz zwischen kausal beschränkter und unbeschränkter Kohärenz beschreibt daher den laufzeitinduzierten Anteil am Residuum der Störgröße S_{ee}/S_{dd} . Im Zeitbereich entspricht dieses Differenzspektrum gerade dem akausalen Anteil von $r_{\tilde{x}_a d_a}$. Insofern kann das Differenzspektrum als akausale Kohärenz γ_a definiert werden, welche die akausalen Anteile der unbeschränkten Kohärenz beinhaltet.

Im allgemeinen Fall ist das Residuum der Störgröße aus Gleichung (5.12) durch

$$\frac{S_{ee}[\kappa]}{S_{dd}[\kappa]} = 1 - |\gamma_{\tilde{x}d}[\kappa]|^2 + |\gamma_{\tilde{x}dc}[\kappa] - \gamma_{\tilde{x}d}[\kappa]|^2 = 1 - (|\gamma_{\tilde{x}d}[\kappa]|^2 - |\gamma_{\tilde{x}da}[\kappa]|^2) \quad (5.19)$$

gegeben. Unter Verwendung von Gleichung (5.19) soll nun das in Abbildung 5.4 dargestellte System im Hinblick auf die beiden Faktoren Kohärenz und Kausalität untersucht werden. Dazu werden die Sekundärlaufzeiten des aktiven Systems zwischen 1 ms und 5 ms variiert und die Sensorsignale mit einem weißen Rauschen überlagert. Die Rauschamplitude wurde so gewählt, dass sich ein mittleres Signal-Rausch-Verhältnis von ca. 10 dB ergibt. Die Auswirkung der Sekundärlaufzeit auf die Störgrößenreduktion (bei perfekt korrelierten Signalen) wurde bereits in Abbildung 5.5 (li.) gezeigt. Durch das den Sensorsignalen überlagerte weiße Rauschen ist die in Abbildung 5.6 (li.) dargestellte Störgrößenreduktion insgesamt deutlich schwächer ausgeprägt. Dies gilt insbesondere für die Konfigurationen mit Sekundärlaufzeiten $\delta_G < 4$ ms. Die Ursache dafür kann dem rechten Teil von Abbildung 5.6 entnommen werden. Kleine Sekundärlaufzeiten gehen mit einer geringen akausalen Kohärenz einher, weshalb das Residuum der Störgröße nahezu ausschließlich von der unbeschränkten Kohärenz dominiert wird. Da der Mittelwert der unbeschränkten Kohärenz ca. 90 % beträgt, muss das Residuum der Störgröße im Mittel oberhalb von ca. -10 dB liegen. Weiterhin zeigt sich im Frequenzbereich zwischen 84 Hz und 109 Hz für $\delta_G = 5$ ms eine leichte Verstärkung der Störgröße. Gemäß Gleichung (5.19) tritt eine Verstärkung immer dann auf, wenn das Betragsquadrat der akausalen Kohärenz jenes der unbeschränkten Kohärenz überschreitet und sich Schnittpunkte der beiden Kurven ergeben.

Das Konzept der kausalen Kohärenz soll nachfolgend auf den Fall vektorieller Referenzsignale übertragen werden. Dadurch wird es möglich, die kausalitäts- und kohärenzbedingten Auswirkungen räumlich verteilter Störanregungen (Kraft- oder Druckfelder) auf das Residuum der Störgröße zu analysieren. Die Herleitung

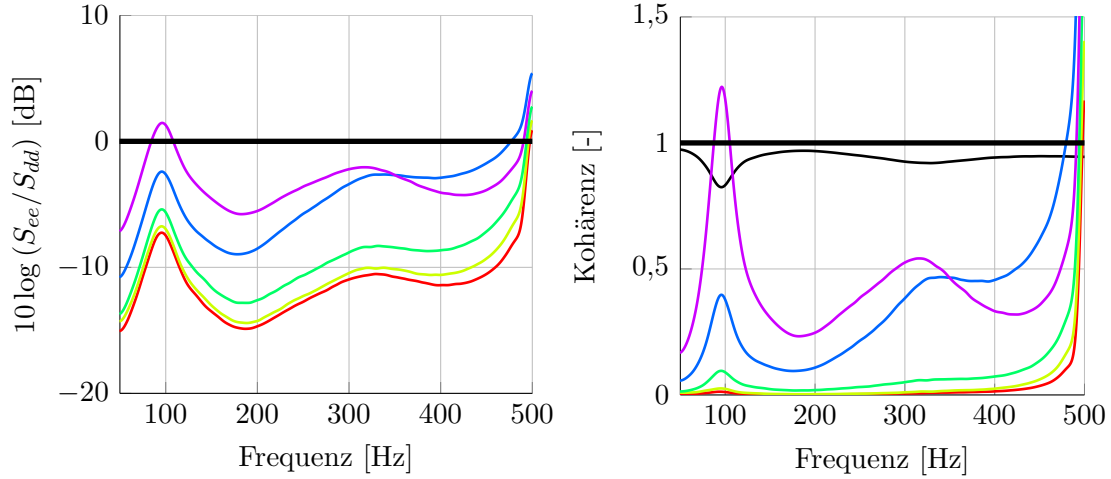


Abbildung 5.6.: Residuum der Störgröße bei Fehlersensor 525 (li.) und akausale Kohärenz $|\gamma_{\tilde{x}da}[\kappa]|^2$ (re.) für $\delta_G = 1,2,3,4,5$ ms sowie die unbeschränkte Kohärenz $|\gamma_{\tilde{x}d}[\kappa]|^2$ in schwarz (re.).

erfolgt weiterhin unter der Annahme skalarer Aktuator- und Fehlersignale (SISO), was jedoch keine Einschränkung der Allgemeingültigkeit bedeutet. Eine solche entkoppelte Betrachtung unabhängiger SISO-Systeme ist zulässig, weil ein kollokales Aktuator-/Sensorpaar hinsichtlich der Sekundärlaufzeit und damit in Bezug auf die Kausalität des aktiven Systems bereits optimal ist. Folglich kann durch das Hinzufügen weiterer Aktuatoren keine zusätzliche Reduktion der Störgröße am betrachteten Fehlersensor bewirkt werden.

Da jedem Referenzsignal ein separates kausales Filter zugeordnet ist, ergibt sich im Fall vektorieller Referenzsignale ein Vektor aus kausal beschränkten Filtern. Dieser ist gemäß [29, S. 246] durch

$$\mathbf{W}_{optc}[\kappa] = \mathbf{G}_m^{-1}[\kappa] \left\{ \mathbf{G}_a^H[\kappa] \mathbf{S}_{xd}[\kappa] \mathbf{F}^{-H}[\kappa] \right\}_+ \mathbf{F}^{-1}[\kappa] \quad (5.20)$$

gegeben. Für den hier betrachteten SISO-Fall lässt sich Gleichung (5.20) vereinfachen zu

$$\mathbf{W}_{optc}[\kappa] = \frac{1}{G_m[\kappa]} \underbrace{\left\{ G_a^*[\kappa] \mathbf{S}_{xd}[\kappa] \mathbf{F}^{-H}[\kappa] \right\}_+}_{\{\mathbf{S}_{\tilde{x}ad}[\kappa]\}_+} \mathbf{F}^{-1}[\kappa] = \frac{H[\kappa]}{G_m[\kappa]} \{\mathbf{S}_{\tilde{x}ada}[\kappa]\}_+ \mathbf{F}^{-1}[\kappa]. \quad (5.21)$$

Dabei wurden die Zusammenhänge $\mathbf{S}_{xd} = \mathbb{E}[D\mathbf{X}^H]$, $\mathbf{X}^H \mathbf{F}^{-H} = \mathbf{X}_a^H$ und $G_a^* \mathbf{X}_a^H = \tilde{\mathbf{X}}_a^H$ verwendet. Der Vektor der kausal unbeschränkten Filter ergibt sich analog zu Gleichung (5.16) durch das Weglassen des Kausaloperators $\{\cdot\}_+$ in Gleichung (5.20). Im Unterschied zum Eingrößenfall ist die Berechnung der Matrix

der spektralen Faktoren $\mathbf{F}$ von $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}$ mit einem deutlich höheren Aufwand verbunden. Aus diesem Grund wird ein alternativer Weg beschritten, um den Vektor der kausal beschränkten Filter zu bestimmen. Um die spektrale Faktorisierung zu umgehen, wird die Berechnung wie in Unterabschnitt 6.4.3 beschrieben im Zeitbereich durchgeführt. Der Vektor der unbeschränkten Filter kann dagegen unproblematisch im Frequenzbereich bestimmt werden, weil sich die Berechnung der spektralen Faktoren infolge des Weglassens des Kausaloperators erübrigt und stattdessen lediglich die Berechnung von $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}^{-1} = \mathbf{F}^{-H} \mathbf{F}^{-1}$ verbleibt.

In Analogie zu Gleichung (5.13) und unter Verwendung der Zusammenhänge $\mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}} = |G|^2 \mathbf{S}_{\mathbf{xx}}$ und $S_{dd} = HH^*$ wird das Leistungsdichtespektrum des Fehlersignals durch

$$\begin{aligned} S_{ee}[\kappa] &= [\mathbf{W}_{optc}[\kappa] - \mathbf{W}_{opt}[\kappa]] \mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}[\kappa] [\mathbf{W}_{optc}[\kappa] - \mathbf{W}_{opt}[\kappa]]^H \\ &= \left[\{\mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{x}}_a d_a}[\kappa]\}_+ - \mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{x}}_a d_a}[\kappa] \right] \left[\{\mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{x}}_a d_a}[\kappa]\}_+ - \mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{x}}_a d_a}[\kappa] \right]^H S_{dd}[\kappa] \\ &= \sum_{i=1}^K |\gamma_{\tilde{x}_i d_a}[\kappa]|^2 S_{dd}[\kappa] = |\gamma_{\tilde{\mathbf{x}} d_a}[\kappa]|^2 S_{dd}[\kappa]. \end{aligned} \quad (5.22)$$

beschrieben. Das Residuum der Störgröße resultiert wie im Eingrößenfall aus dem Einsetzen von $|\gamma_{\tilde{\mathbf{x}} d_a}[\kappa]|^2$ in Gleichung (5.19). Zur Berechnung der unbeschränkten Kohärenz muss die in Unterabschnitt 3.2.4 definierte multiple Kohärenz ausgewertet werden.

In diesem Kapitel wurde auf die Methodik der vorliegenden Dissertation eingegangen. Zunächst wurde die Eignung der Simulationsmodelle und der realen Versuchsaufbauten vor dem Hintergrund der getroffenen vereinfachenden Annahmen diskutiert und gerechtfertigt. Im Zentrum dieses Kapitels standen die im Rahmen der vorliegenden Dissertation entwickelten Methoden zur Analyse der Kohärenz und Kausalität aktiver Steuerungssysteme. Die Analysemethoden werden in den nachfolgenden Kapiteln 6 und 7 zur Verifikation der Hypothesen der vorliegenden Dissertation herangezogen.

6. Simulation

Dieses Kapitel behandelt die Modellierung und Simulation der Schalltransmission durch aktiv gesteuerte Einzel- und Doppelschalensysteme. Es beginnt mit der Modellierung der an der Schalltransmission beteiligten passiven Subsysteme sowie einer Beschreibung der aktiven Komponenten. Im Anschluss daran werden die entwickelten Modelle der passiven Subsysteme durch einen Abgleich mit analytischen Lösungen und Ergebnissen Dritter validiert. Mithilfe der validierten Simulationsmodelle und der in Abschnitt 5.3 entwickelten Methodik werden unterschiedliche Konfigurationen aktiver Einzel- und Doppelschalensysteme berechnet und hinsichtlich der relevanten Einflussgrößen Kohärenz und Kausalität analysiert. Die Analyseergebnisse ermöglichen die Diskussion und Verifikation der in Kapitel 2 aufgestellten Hypothesen.

6.1. Modellierung der akustischen Anregung

6.1.1. Akustischer Monopol

Das Modell der Punktschallquelle ist von Relevanz, da es sowohl zur Synthese akustischer Anregungen als auch zur strukturbasierten Berechnung der Schallabstrahlung auf Basis elementarer Kolbenstrahler dient. Sofern der Radius r_a eines akustischen Monopols sehr klein im Vergleich zur akustischen Wellenlänge $\lambda_0 = 2\pi/k$ ($kr_a \ll 1$) ist, kann er als Punktschallquelle betrachtet werden. Gleichung (6.1) beschreibt die von einer Punktschallquelle induzierte, komplexe Druckamplitude an der Position $\mathbf{r}_n$ unter Freifeldbedingungen [37, S. 139] (siehe Abbildung 6.1).

$$p(\mathbf{r}_n, t) = \frac{j\omega\rho_0 Q}{4\pi r_{sn}} e^{j(\omega t - kr_{sn} + \psi)} \quad (6.1)$$

Die Quellstärke der Punktschallquelle wird beschrieben durch $\rho_0 dQ/dt$ mit dem Frequenzbereichsäquivalent $j\omega\rho_0 Q$. Mithilfe von Gleichung (6.1) können die komplexen Druckamplituden an den Netzknoten des FE-Modells der Einzel- bzw. Doppelschale (siehe Abschnitt 6.3) bestimmt werden. Diese dienen als Eingangsgrößen für die Berechnung der von der Einzel- bzw. Sekundärschale (der Doppelschale) abgestrahlten Schallleistung.

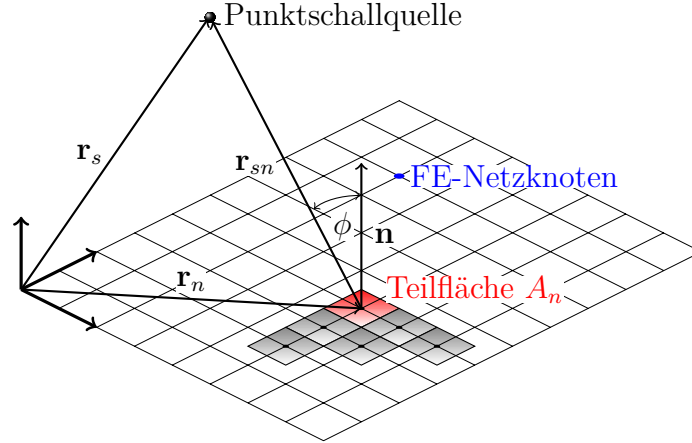


Abbildung 6.1.: Geometrische Zusammenhänge zwischen einer Punktschallquelle im Fluid und einer örtlich diskretisierten Strukturoberfläche.

6.1.2. Ebene akustische Welle

Die auf die Struktur einfallende, momentane Schallleistung P_e ergibt sich aus der Integration der Schallintensitätskomponente in Flächennormalenrichtung $\langle \mathbf{I}, \mathbf{n} \rangle$ über die Strukturoberfläche A .

$$P_e = \int_A \langle \mathbf{I}, \mathbf{n} \rangle dA = \int_A p \langle \mathbf{v}, \mathbf{n} \rangle dA \quad (6.2)$$

Die Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϕ ergibt sich aus dem Skalarprodukt $\langle \cdot, \cdot \rangle$ zwischen dem Richtungsvektor der Intensität $\mathbf{r}_{sn}/r_{sn}$ und dem Vektor der Flächennormalen $\mathbf{n}$ zu $\cos \phi$ (vgl. Abbildung 6.1). Unter der Annahme, dass sich die Strukturoberfläche im Fernfeld der Punktschallquelle befindet, sind der Schalldruck und die Schallschnelle über die Schallkennimpedanz $\rho_0 c_0$ verknüpft. Mit $v = p/\rho_0 c_0$ ergibt sich für den Momentanwert der Schallleistung

$$P_e = \int_A \frac{p^2}{\rho_0 c_0} \cos \phi dA. \quad (6.3)$$

Der zur Charakterisierung stationärer Quellen relevante zeitliche Mittelwert der einfallenden Schallleistung hängt gemäß Gleichung (6.4) vom Effektivwert des Drucks p_{eff} ab [67, S. 229].

$$\bar{P}_e = \frac{1}{T} \int_0^T P_e dt = \frac{1}{T} \int_0^T \int_A \frac{p^2}{\rho_0 c_0} \cos \phi dA dt = \int_A \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c_0} \cos \phi dA \quad (6.4)$$

Einen hinreichend großen Abstand zwischen Punktschallquelle und Struktur vorausgesetzt, trifft der Schall (näherungsweise) als ebene Welle auf die Strukturoberfläche. Der Effektivwert des Drucks ist damit ortsunabhängig, sodass sich

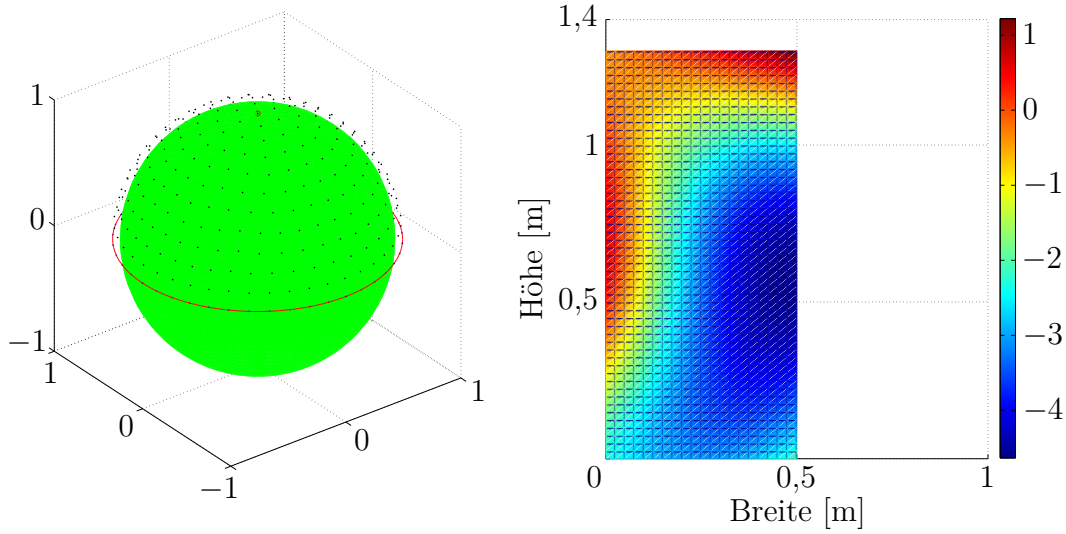


Abbildung 6.2.: Anordnung der Punktschallquellen auf der Halbkugeloberfläche (li.) und Druckverteilung auf der Plattenoberfläche bei 250 Hz (re.) [66, S. 52, Abb. 3.2].

Gleichung (6.4) unter der Annahme eines harmonischen Zeitverlaufs zu Gleichung (6.5) vereinfacht.

$$\bar{P}_e = \frac{p^2 A}{2\rho_0 c_0} \cos \phi \quad (6.5)$$

6.1.3. Diffuses Schallfeld

Die Strukturanregung durch ein diffuses Schallfeld lässt sich durch eine Superposition ebener Schallwellen mit unterschiedlichen Einfallswinkeln ϕ modellieren. Zur Synthese der benötigten ebenen Wellen werden Punktschallquellen mit stochastischem Phasenwinkel ψ nach Gleichung (6.1) ebenmäßig auf einer Halbkugeloberfläche mit großem Radius (z. B. 100 m) verteilt [75]. Abbildung 6.2 zeigt die Anordnung der Punktschallquellen (blaue Punkte) sowie beispielhaft die Druckverteilung auf der Oberfläche der Einzel- bzw. Primärschale aus Tabelle 6.1 bei 250 Hz.

Der auf die Struktur einfallende zeitliche Mittelwert der Schalleistung ergibt sich aus Gleichung (6.5) mit $\cos \phi = 1/2$, also einem mittleren Einfallswinkel von $\phi = 60^\circ$ [67, S. 229ff.].

$$\bar{P}_e = \frac{p^2 A}{4\rho_0 c_0} = \frac{p_{eff}^2 A}{2\rho_0 c_0} \quad (6.6)$$

Für die Berechnung von p_{eff}^2 aus dem räumlich gemittelten Effektivwert des Schalldrucks im diffusen Schallfeld $p_{eff,diff}$ (bspw. aus einer Messung im Hallraum mit rotierendem Mikrofon) gilt $p_{eff}^2 = p_{eff,diff}^2/2$. Dies ist darin begründet, dass nur die Hälfte der aus allen Raumrichtungen einfallenden ebenen Schallwellen zur Strukturanregung beiträgt [67, S. 230]. Für eine synthetische Druckverteilung aus dem beschriebenen Halbkugelmodell entspricht p_{eff}^2 dem Quadrat des über die Strukturoberfläche gemittelten Schalldruckeffektivwertes.

6.2. Modellierung der strukturellen Schallabstrahlung

Zur numerisch effizienten Beschreibung der Schallabstrahlung einer ebenen, schallhart berandeten Schalenstruktur wird eine Impedanzformulierung gewählt. Diese basiert auf einer räumlichen Diskretisierung der Strukturoberfläche in elementare Kolbenstrahler und einer analytischen Formulierung der Schallstrahlungsimpedanz. Besonders vorteilhaft an dieser Methode ist die Kompatibilität mit dem in Unterabschnitt 6.3.2 abgeleiteten Zustandsraummodell. Das Modell der Schallstrahlungsimpedanz kann direkt an die Geschwindigkeitsausgänge des Zustandsraummodells gekoppelt und somit zur Berechnung von Schalldrücken, Intensitäten oder der abgestrahlten Schalleistung verwendet werden.

Der Schalldruck des elementaren Kolbenstrahlers berechnet sich analog zum Schalldruck der Punktschallquelle aus Gleichung (6.1). Folglich gilt auch hier die Annahme sehr kleiner Abmessungen relativ zur akustischen Wellenlänge. Die Phasenänderung der komplexen Amplitude der normalen Oberflächenschnelle des Kolbenstrahlers kann somit vernachlässigt und eine konstante Kolbenstrahler-Schwinggeschwindigkeit angenommen werden. Mit der Kolbenstrahler-Schwinggeschwindigkeit $\hat{v}(\mathbf{r}_n, t) = \hat{v}(\mathbf{r}_n) \exp(j\omega t)$ und $Q/2 = \hat{v}(\mathbf{r}_n) A_n$ ist der Schalldruck am Hörpunkt $\mathbf{r}_m$ nach [37, S. 140] durch

$$p(\mathbf{r}_m, t) = \frac{j\omega\rho_0\hat{v}(\mathbf{r}_n)A_n}{2\pi r_{mn}} e^{j(\omega t - kr_{mn})}. \quad (6.7)$$

gegeben. Laut [37, S. 141ff.] kann die Schallabstrahlung von unendlichen oder schallhart berandeten endlichen, ebenen Schalen durch eine Superposition der Beiträge von über die Oberfläche verteilten elementaren Kolbenstrahlern nach Gleichung (6.7) berechnet werden. Die Integration von Gleichung (6.7) über die Strukturoberfläche ergibt das bekannte Rayleigh-Integral [74].

Die Schallstrahlungsimpedanz $\mathcal{Z}_{mn}(\omega)$ entspricht der Übertragungsfunktion der Oberflächenschnelle in Flächennormalenrichtung $\hat{v}(\mathbf{r}_n, \omega)$ zum Schalldruck am Hörpunkt $p(\mathbf{r}_m, \omega)$. Unter der Annahme von $\mathcal{N}$ elementaren Kolbenstrahlern und $\mathcal{M}$ Hörpunkten besitzt $\mathcal{Z}$ die Dimension $\mathcal{M} \times \mathcal{N}$. Der Quotient $p(\mathbf{r}_m, \omega)/\hat{v}(\mathbf{r}_n, \omega)$ ergibt den Eintrag $\mathcal{Z}_{mn}$ der Schallstrahlungsimpedanzmatrix $\mathcal{Z}$.

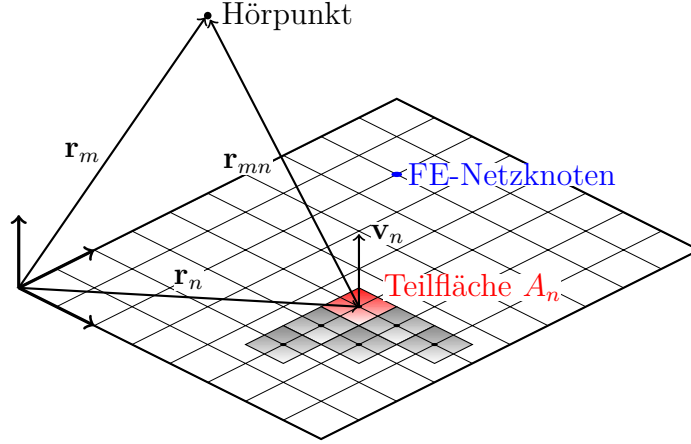


Abbildung 6.3.: FE-Netz mit elementaren Kolbenstrahlern.

$$\mathcal{Z}_{mn}(\omega) = \frac{j\omega\rho_0 A_n}{2\pi r_{mn}} e^{-jkr_{mn}} = \frac{j\omega^2\rho_0 A_n}{2\pi c_0 k r_{mn}} e^{-jkr_{mn}} \quad (6.8)$$

Zur Ableitung der für die Berechnung der Schallabstrahlung benötigten Schallstrahlungsimpedanzmatrix $\mathcal{Z}(\omega)$ werden die Hörpunkte auf die Positionen der elementaren Kolbenstrahler verlagert und die Matrixelemente $\mathcal{Z}_{mn}(\omega)$ nach Gleichung (6.8) berechnet. Die abgestrahlte, mittlere Schallleistung $\bar{P}_a$ berechnet sich im Frequenzbereich unter der Annahme eines harmonischen Zeitverlaufs gemäß Gleichung (6.9) [37, S. 166].

$$\bar{P}_a(\omega) = \frac{A_n}{2} \text{Re}(\hat{\mathbf{v}}^H \mathbf{p}) = \frac{A_n}{2} \text{Re}(\hat{\mathbf{v}}^H \mathcal{Z} \hat{\mathbf{v}}) = \hat{\mathbf{v}}^H \mathcal{R} \hat{\mathbf{v}} \quad (6.9)$$

Der Vektor $\hat{\mathbf{v}}$ enthält die $\mathcal{N}$ komplexen Amplituden der Kolbenstrahler-Schwinggeschwindigkeit, und der Vektor $\mathbf{p}$ enthält die komplexen Schalldruckamplituden der $\mathcal{M}$ Hörpunkte. Die Schallstrahlungsresistanzmatrix $\mathcal{R} = A_n/2 \text{Re}(\mathcal{Z})$ ergibt sich aus dem für die abgestrahlte (aktive) Schallleistung maßgeblichen Realteil der Schallstrahlungsimpedanzmatrix. Die Schallstrahlungsresistanzmatrix der Dimension $\mathcal{N} \times \mathcal{N}$ für eine ebene, schallhart berandete Schale ist in Gleichung (6.10) angegeben.

$$\mathcal{R}(\omega) = \frac{\omega^2 \rho_0 A_n^2}{4\pi c_0} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin kr_{12}}{kr_{12}} & \dots & \frac{\sin kr_{1\mathcal{N}}}{kr_{1\mathcal{N}}} \\ \frac{\sin kr_{21}}{kr_{21}} & 1 & \dots & \frac{\sin kr_{2\mathcal{N}}}{kr_{2\mathcal{N}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\sin kr_{\mathcal{N}1}}{kr_{\mathcal{N}1}} & \frac{\sin kr_{\mathcal{N}2}}{kr_{\mathcal{N}2}} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Auf die analytische Berechnung der Schallstrahlungsimpedanz für gekrümmte Schalenstrukturen wird in [12, S. 43ff.] eingegangen. Eine Eigenwert-/Eigenvektorerlegung der Schallstrahlungsresistanzmatrix ermöglicht die Beschreibung der

Schallabstrahlung auf Basis von Schallstrahlungsmoden (*radiation modes*), welche im Gegensatz zu Strukturmoden unabhängig in die Schalleistung einkoppeln und sich daher als globale Fehlergrößen für ein aktives System eignen [32]. Eine numerisch besonders effiziente und damit für die Implementierung in Echtzeitsystemen prädestinierte approximative Berechnung der Schallabstrahlung bietet die in [42] beschriebene Methode der *radiation modal expansion* (RME).

6.3. Modellierung des generischen Doppelschalensystems

Es wird ein FE-Modell des generischen Doppelschalensystems erzeugt. Die Struktur- und Fluidparameter sind in Tabelle 6.1 aufgelistet. Die Diskussion der gewählten Parameter und die Begründung der getroffenen Vereinfachungen ist Unterabschnitt 5.1.3 zu entnehmen. Um die Vergleichbarkeit mit analytischen Lösungen und publizierten Ergebnissen zu erleichtern, erfolgt die Modellvalidierung in Unterabschnitt 6.5.2 anhand von zwei identischen Aluminiumschalen als Primär- ($\mathbb{P}$) und Sekundärstruktur ($\mathbb{S}$) unter Vernachlässigung der strukturellen Kopplung. Die Vernachlässigung der strukturellen Kopplung wird in Unterabschnitt 6.3.1 gerechtfertigt. Auch für die in Abschnitt 6.6 durchgeführten Kausalitäts- und Kohärenzanalysen werden zunächst die generischen Einzel- und Doppelschalensysteme aus Aluminium verwendet. Um eine bessere Vergleichbarkeit mit den Experimentaldaten zu gewährleisten, erfolgt im Anschluss daran eine Untersuchung unterschiedlicher Realkonfigurationen. Diese werden für einen definierten Arbeitspunkt der Primär- und der Sekundärschale durchgeführt, welcher die Materialparameter des realen Struktursystems approximiert (siehe Tabelle 6.1). Eine numerische Modalanalyse der entkoppelten Teilsysteme Primärstruktur, Fluid und Sekundärstruktur liefert die benötigten Modaldaten für die in Unterabschnitt 6.3.2 beschriebene Synthese eines linearen Zustandsraummodells des gekoppelten Systems. Unter Verwendung des Zustandsraummodells können Simulationen ohne den Rückgriff auf rechenintensive FE-Analysen effizient durchgeführt werden.

6.3.1. Einfluss von struktureller und akustischer Kopplung

Zur Untersuchung des relativen Einflusses von struktureller und akustischer Kopplung auf das Schalldämmmaß des Doppelschalensystems wird zusätzlich zur Struktur-Fluid-Kopplung eine Struktur-Struktur-Kopplung mithilfe von Federelementen gemäß Abbildung 6.4 realisiert. Die Federkonstanten k_F der idealisierten strukturellen Kopplungselemente lassen sich, unter der Annahme eines linear-elastischen Materialverhaltens, aus dem hookeschen Gesetz [44, S. P3] ermitteln. Demnach gilt für ein Stabelement mit der Ausgangslänge l_0 und der Querschnittsfläche A_0 der Zusammenhang $k_F = EA_0/l_0$. In Übereinstimmung mit dem Realsystem bestehen die oberen Kopplungselemente aus Aluminium mit

Struktur	Aluminium	Arbeitspunkt $\mathbb{P}$	Arbeitspunkt $\mathbb{S}$
Material	Aluminium	CFK-Laminat	Aramid-Wabenkern + GFK-Decklagen + Dekorfolie
E-Modul	74 GPa	<i>Materialkennwerte</i>	<i>Materialkennwerte</i>
Poissonzahl	0,3	<i>siehe Tabelle A.3</i>	<i>siehe Tabelle A.3</i>
Dichte	2700 kg/m ³	1550 kg/m ³	481 kg/m ³
Dicke	0,002 m	0,0021 m	0,004 m
Koinzidenzfrequenz	5910 Hz	4733 Hz	4435 Hz
Eigenfrequenzen im Bereich 0–1000 Hz	92	72	80
Schalenabstand ($\bar{z}$)	0,15 m		
Fläche ($\bar{x} \times \bar{y}$)	0,5 × 1,3 m ²		
FE-Netz ($n_{\bar{x}} \times n_{\bar{y}}$)	20 × 52		
Lagerung	gelenkig		
Dämpfung	1 % (modal, viskos)		
Fluid			
Dichte	1,204 kg/m ³		
Schallgeschwindigkeit	343 m/s		
FE-Netz	$n_{\bar{x}} = 20 \times n_{\bar{y}} = 52 \times n_{\bar{z}} = 6$		
Berandung	schallhart		
Dämpfung	0,0022 % (modal, viskos)		
Eigenfrequenzen im Bereich 0–1000 Hz	22		

Tabelle 6.1.: Parameter des generischen Einzel- bzw. Doppelschalensystems.

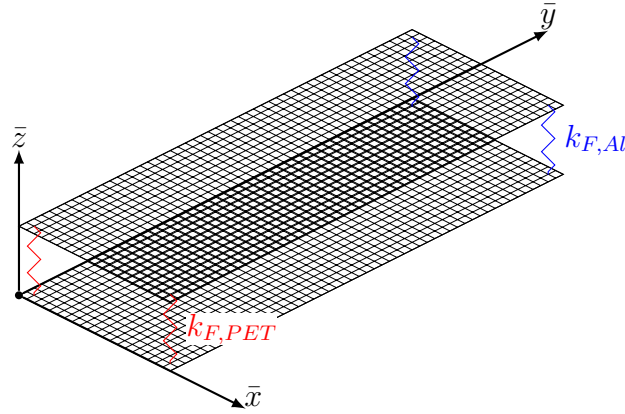


Abbildung 6.4.: FE-Netz des Doppelschalensystems (ohne Fluid) mit struktureller Kopplung der Schalen [66, S. 58, Abb. 3.6].

$k_{F,Al} = 3,27 \cdot 10^8 \text{ N/m}$ und die unteren Kopplungselemente aus Polyethylenterephthalat (PET) mit $k_{F,PET} = 3,15 \cdot 10^7 \text{ N/m}$. Die sekundärseitigen Anbindungspositionen der Federelemente in den Eckbereichen (des Linings) entsprechen denen des Realsystems. Die vereinfachte primärseitige Anbindung erfolgt – im Unterschied zur realen Lagerung – nicht an den Spanten, sondern direkt auf der Schale. Diese Vereinfachung wird als zulässig erachtet, zumal die Analyse nur eine qualitative Abschätzung liefern soll und die in Abbildung 6.5 gezeigten Ergebnisse zudem gut mit den Analysen von Tewes [80, S. 83] korrelieren.

Abbildung 6.5 zeigt das Schalldämmmaß des FE-Modells der Doppelschale für unterschiedliche Kopplungsarten bei Diffusfeldanregung der Primärschale. Es wird deutlich, dass die Schalltransmission im betrachteten Frequenzbereich nahezu ausschließlich über die Struktur-Fluid-Kopplung erfolgt. Die Vernachlässigung der strukturellen Kopplungselemente im Zustandsraummodell der Doppelschale ist demnach gerechtfertigt.

Ein wichtiger Grund für den schwachen Körperschallpfad zwischen den Schalen ist die randnahe Lage der Federelemente in Verbindung mit den Lagerungsbedingungen der Schalen. Allerdings zeigt sich die Dominanz der akustischen Kopplung auch bei dem von Tewes untersuchten System, welches eine deutlich weniger randnahe Lagerung der Sekundärschale aufweist [80, S. 76]. Sehr ähnliche Effekte sind in der Publikation von Gardonio und Elliott für ein luftfahrtrelevantes Doppelschalenmodell mit struktureller und akustischer Kopplung dokumentiert [39, S. 1030, Fig. 7]. Unterhalb der Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz ist die strukturelle Kopplung aufgrund der verschwindenden Relativbewegung der beiden Schalen ohnehin schwach ausgeprägt.

Aus der Dominanz der Fluid-Struktur-Kopplung lässt sich ferner schlussfolgern, dass die Informations- und damit die Störübertragung zwischen den Schalen nahezu ausschließlich auf akustischem Wege erfolgt. In Verbindung mit der deutlich geringeren modalen Dichte des Fluids im betrachteten Frequenzbereich (vgl. An-

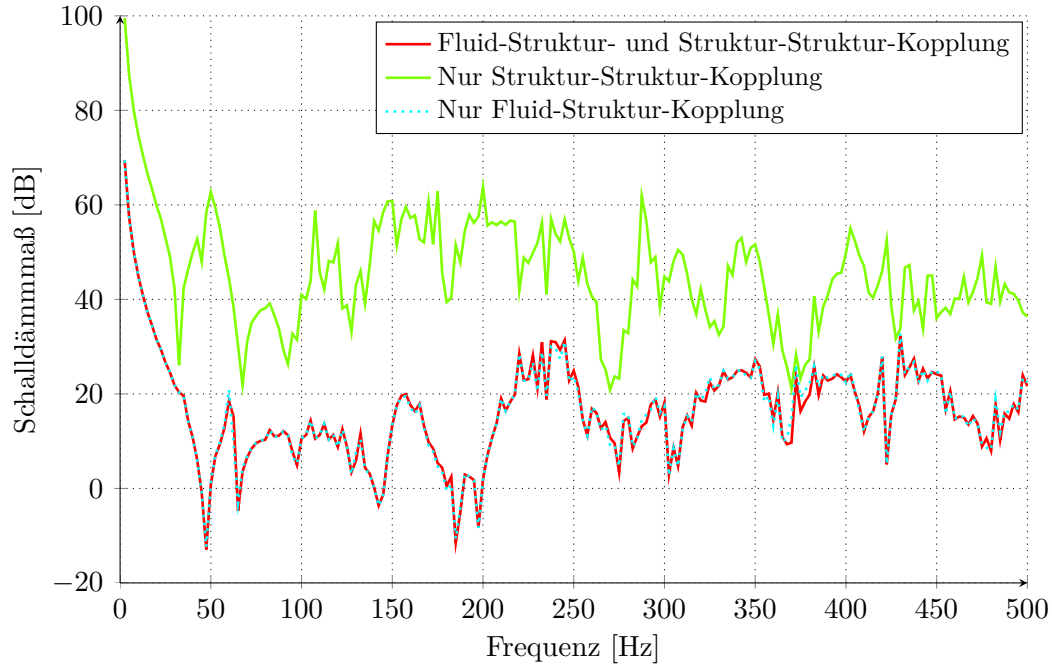


Abbildung 6.5.: Schalldämmmaß der Doppelschale für unterschiedliche Kopplungsarten bei Diffusfeldanregung [66, S. 62, Abb. 3.10].

zahl struktureller und akustischer Eigenfrequenzen bis 1000 Hz in Tabelle 6.1) und der damit verbundenen geringeren Anzahl an unabhängigen Störquellen im betrachteten Frequenzbereich erscheint die Positionierung von Referenzsensoren in der Kavität zwischen den Schalen als interessante Option für das aktive System.

6.3.2. Zustandsraummodell der Doppelschale

Basierend auf den Bewegungsgleichungen eines Doppelschalensystems mit Struktur-Fluid-Kopplung wird ein lineares Zustandsraummodell abgeleitet. Wie in Unterabschnitt 6.3.1 beschrieben, wird die strukturelle Kopplung der Schalen aufgrund ihres geringen Einflusses auf die Störübertragung vernachlässigt. Im Folgenden werden die Bewegungsgleichungen eines Doppelschalensystems mit Struktur-Fluid-Kopplung aus den Modaldaten der entkoppelten Teilsysteme abgeleitet.

Gleichung (6.11) beschreibt die Bewegungsgleichungen eines ungedämpften Doppelschalensystems in physikalischen Koordinaten im Laplace-Bereich.

$$\begin{aligned} (s^2 \tilde{\mathbf{M}}_1 + \tilde{\mathbf{K}}_1) \tilde{\mathbf{u}}_1 &= \tilde{\mathbf{f}}_1 - \tilde{\mathbf{f}}_{p1} \\ (s^2 \tilde{\mathbf{M}}_2 + \tilde{\mathbf{K}}_2) \tilde{\mathbf{u}}_2 &= \tilde{\mathbf{f}}_2 + \tilde{\mathbf{f}}_{p2} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Dabei beschreibt $\tilde{\mathbf{M}}_i$ die Massenmatrix, $\tilde{\mathbf{K}}_i$ die Steifigkeitsmatrix, $\tilde{\mathbf{u}}_i$ den Vektor der strukturellen Auslenkung in Richtung der Flächennormalen, $\tilde{\mathbf{f}}_i$ das Einwirken

externer Kräfte und $\tilde{\mathbf{f}}_{pi} = A_n \mathbf{p}_i$ die Rückwirkung des zwischen den Schalen eingeschlossenen Fluids über den Druck $\mathbf{p}_i$ auf das elementare Flächenelement A_n . Der Basiswechsel von physikalischen in modale Koordinaten erfolgt durch die in Gleichung (6.12) definierten Transformationsmatrizen.

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{u}}_{1,2} &= \mathbf{\Psi}_{1,2}^T \mathbf{q}_{1,2} \\ \mathbf{p}_{1,2} &= \mathbf{\Phi}_{1,2}^T \mathbf{a}\end{aligned}\tag{6.12}$$

Durch die Modaltransformation mit den in Gleichung (6.12) definierten Matrizen $\mathbf{\Psi}_{1,2}$ lassen sich die Bewegungsgleichungen der Schalen aus Gleichung (6.11) in den Modalraum überführen.

$$\begin{aligned}(s^2 \mathbf{M}_1 + \mathbf{K}_1) \mathbf{q}_1 &= \mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_{p1} \\ (s^2 \mathbf{M}_2 + \mathbf{K}_2) \mathbf{q}_2 &= \mathbf{f}_2 + \mathbf{f}_{p2}\end{aligned}\tag{6.13}$$

Infolge der Normierung der modalen Massenmatrizen auf $\mathbf{M}_{ii} \equiv 1$ gilt für die modalen Steifigkeitsmatrizen $\mathbf{K}_{ii} \equiv \omega_i^2$. Zur modalen Beschreibung des Schalldrucks in der Kavität wird der Vektor der modalen Amplituden $\mathbf{a}$ benötigt. Dieser ergibt sich aus der allgemeinen Beschreibung des Schallfelds einer schwach gedämpften Kavität nach Gleichung (6.14) [69, S. 314ff.]. Analog zu den Struktursystemen wird auch hier die Dämpfung zunächst vernachlässigt. Dies betrifft sowohl die Luftdämpfung als auch die aus der Fluid-Struktur-Interaktion resultierenden Dämpfung, die aufgrund der Annahme einer schallharten Berandung der Kavität entfällt.

$$p(\bar{\mathbf{z}}) = \int_A \mathcal{G}(\bar{\mathbf{z}}|\bar{\mathbf{y}}) \rho_0 s^2 \tilde{u}(\bar{\mathbf{y}}) dA\tag{6.14}$$

Die greensche Funktion $\mathcal{G}(\bar{\mathbf{z}}|\bar{\mathbf{y}})$ hängt von den akustischen Eigenformen $\Phi^{(i)}$ und den Eigenkreisfrequenzen $\omega_i = k_i c_0$ der schallhart berandeten Kavität ab [37, S. 415].

$$\mathcal{G}(\bar{\mathbf{z}}|\bar{\mathbf{y}}) = c_0^2 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Phi^{(i)}(\bar{\mathbf{z}}) \Phi^{(i)}(\bar{\mathbf{y}})}{\Gamma_i (s^2 + \omega_i^2)}\tag{6.15}$$

Dabei beschreibt

$$\Gamma_i = \int_V \left(\Phi^{(i)}(\bar{\mathbf{z}}) \right)^2 dV\tag{6.16}$$

den Normierungsfaktor des akustischen Volumens [55, S. 31]. Durch räumliche Diskretisierung und die Beschränkung auf eine endliche Anzahl akustischer Moden lässt sich die greensche Funktion als Matrix darstellen.

$$\mathcal{G}_{ij} = \Phi_i^T \mathbf{D}_S \Phi_j \quad (6.17)$$

Zur Berechnung der Elemente $D_{S_{ii}} = c_0^2 \left(V_n \langle \Phi^{(i)}, \Phi^{(i)} \rangle (s^2 + \omega_i^2) \right)^{-1}$ der Diagonalmatrix $\mathbf{D}_S$ wird eine räumliche Diskretisierung von Gleichung (6.16) mit dem Elementarvolumen der Kavität V_n vorgenommen. Durch räumliche Diskretisierung von Gleichung (6.14) und unter Verwendung von Gleichung (6.17) resultieren die auf die Knoten von Struktur i reduzierten Vektoren der Schalldrücke in der Kavität der Doppelschale in physikalischen Koordinaten.

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i &= \mathbf{p}_{i1} + \mathbf{p}_{i2} = A_n \rho_0 s^2 \left(\mathcal{G}_{i1} \Psi_1^T \mathbf{q}_1 - \mathcal{G}_{i2} \Psi_2^T \mathbf{q}_2 \right) \\ &= \Phi_i^T \underbrace{A_n \rho_0 s^2 \mathbf{D}_S \left(\Phi_1 \Psi_1^T \mathbf{q}_1 - \Phi_2 \Psi_2^T \mathbf{q}_2 \right)}_{\mathbf{a}} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Eingesetzt in Gleichung (6.13) und unter Verwendung von $\mathbf{B}_i = \Psi_i \Phi_i^T$ ergibt sich die Bewegungsgleichung der gekoppelten Schalen im Modalraum.

$$\begin{aligned} &s^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{bmatrix} \cdots \\ &\dots + A_n \rho_0 s^2 \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ -\mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{D}_S \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^T & -\mathbf{B}_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.19)$$

Der Zusammenhang zwischen den komplexen Amplituden der modalen Strukturauslenkung $\mathbf{q}_{1,2}$ und den komplexen modalen Druckamplituden $\mathbf{a}$ aus Gleichung (6.18) lässt sich, analog zu den Bewegungsgleichungen der Schalen, als Differentialgleichung mit Massen- und Steifigkeitsmatrix formulieren. Dies erlaubt eine explizite Formulierung der komplexen modalen Druckamplituden im Differentialgleichungssystem des gekoppelten Systems.

$$a_i(s^2 + \omega_i^2) = \frac{A_n \rho_0 s^2 c_0^2}{V_n \langle \Phi^{(i)}, \Phi^{(i)} \rangle} \mathbf{e}_i^T \left[\mathbf{B}_1^T \mathbf{q}_1 - \mathbf{B}_2^T \mathbf{q}_2 \right] \quad (6.20)$$

Unter Verwendung der Diagonalmatrizen $\mathbf{K}_f$ mit $K_{f_{ii}} = \omega_i^2$ und $\mathbf{C}_f$ mit $C_{f_{ii}} = \sqrt{A_n \rho_0 c_0^2 / V_n \langle \Phi^{(i)}, \Phi^{(i)} \rangle}$ und der Transformation $\mathbf{a} = \mathbf{C}_f \mathbf{q}_f$ ergibt sich die Differentialgleichung des Drucks im Laplace-Bereich gemäß Gleichung (6.21).

$$\left[s^2 \mathbf{I} + \mathbf{K}_f \right] \mathbf{q}_f = s^2 \mathbf{C}_f \left[\mathbf{B}_1^T \mathbf{q}_1 - \mathbf{B}_2^T \mathbf{q}_2 \right] \quad (6.21)$$

Die Laplace-transformierte Differentialgleichung des Doppelschalensystems im Modalraum mit expliziter Formulierung des Drucks ist in Gleichung (6.22) gegeben.

$$\left(s^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_2 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}_f \mathbf{B}_1^T & \mathbf{C}_f \mathbf{B}_2^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{B}_1 \mathbf{C}_f \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_2 & -\mathbf{B}_2 \mathbf{C}_f \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \\ \mathbf{q}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

Die bei der Herleitung der Bewegungsgleichung vernachlässigte Dämpfung berechnet sich – entsprechend der Annahme einer viskosen, modalen Dämpfung – aus der diagonalen, dimensionslosen Dämpfungsmatrix $\mathbf{\Xi}_i$, welche die viskosen, modalen Dämpfungsgrade ζ_i der entkoppelten Teilsysteme enthält, und der Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_i$, deren Diagonalelemente den quadrierten Eigenkreisfrequenzen entsprechen.

$$\mathbf{D}_d = 2 \begin{bmatrix} \mathbf{\Xi}_1 \mathbf{K}_1^{1/2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Xi}_2 \mathbf{K}_2^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{\Xi}_f \mathbf{K}_f^{1/2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{d,1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{d,2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{d,f} \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

Aus Gleichung (6.22) und Gleichung (6.23) resultiert die in Gleichung (A.1) angegebene Laplace-transformierte Differentialgleichung eines gedämpften Doppelschalensystems im Modalraum.

$$(s^2 \mathbf{M} + s \mathbf{D}_d + \mathbf{K}) \mathbf{q} = \mathbf{f} \quad (6.24)$$

Die Überführung von Gleichung (6.24) in den Zustandsraum wird im Anhang A.2 beschrieben. Der in Abbildung 6.6 dargestellte Vergleich eines aus dem Zustandsraummodell bzw. dem FE-Modell berechneten Frequenzgangs (Primär- auf Sekundärschale) zeigt die hohe Approximationsgüte des abgeleiteten Zustandsraummodells im interessierenden Frequenzbereich von 0–500 Hz. Um die green-sche Funktion in Gleichung (6.15) mit möglichst hoher Genauigkeit zu beschreiben, wurden zunächst Modaldaten bis 2500 Hz, also dem Fünffachen der höchsten interessierenden Frequenz, zur Aufstellung der Differentialgleichung des Doppelschalensystems verwendet. Der Vergleich der Frequenzgänge (bis 500 Hz) zweier Zustandsraummodelle des gekoppelten Systems, von denen eines mit einem Modensatz bis 2500 Hz und eines mit einem Modensatz bis 1000 Hz berechnet wurde, ergab jedoch keine signifikanten Unterschiede, sodass die Berechnungen in Unterabschnitt 6.6 mit den kleineren, numerisch effizienteren Modellen durchgeführt werden.

6.4. Modellierung des aktiven Systems

6.4.1. Aktuatorik und Sensorik

Die Aktuatorik wird unter Vernachlässigung der realen Einkopplung und Eigendynamik eines Inertialerregers als Punktkraft modelliert. Eine detaillierte Model-

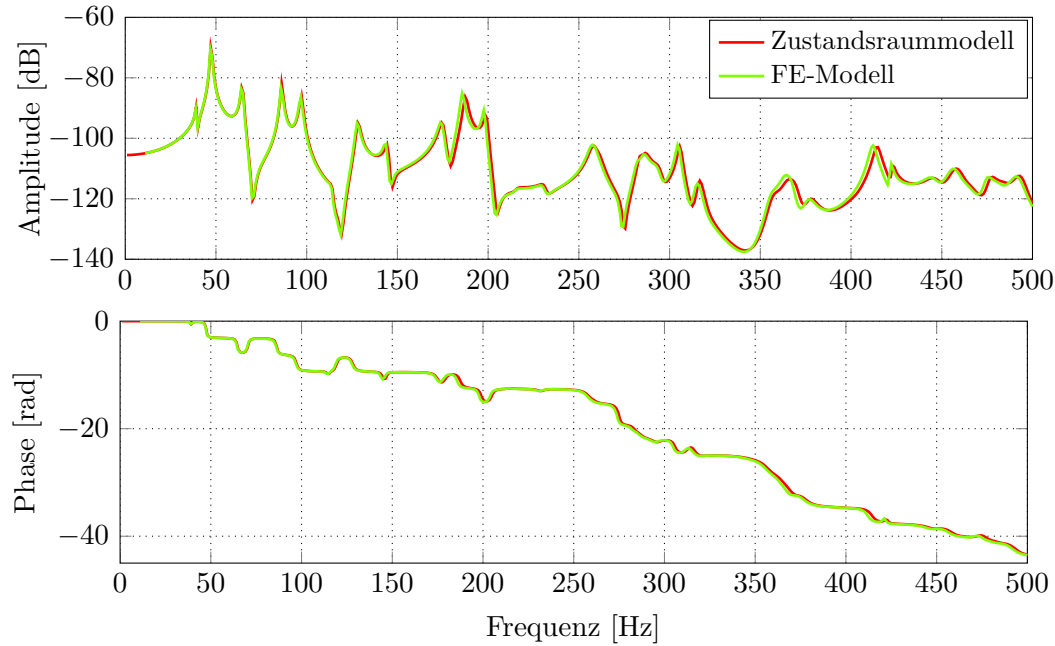


Abbildung 6.6.: Vergleich der aus dem Zustandsraum- und dem FE-Modell berechneten Frequenzgänge des Doppelschalensystems [66, S. 48, Abb. 2.10].

lierung der Aktuatorik ist im Hinblick auf die Zielsetzungen dieser Arbeit und aufgrund des generischen Systemcharakters nicht erforderlich. Ähnliches gilt für die Sensorik, welcher ein ideales, lineares Verhalten zugeschrieben wird. Die Berücksichtigung des Eigenrauschens der im Experiment verwendeten Beschleunigungssensoren ist aufgrund der vergleichsweise niedrigen Rauschpegel nicht erforderlich. Nach Herstellerangaben besitzt der Sensortyp PCB 352A24 eine spektrale Leistungsdichte des Eigenrauschens von $31,82 \text{ dB/Hz}$ bei 100 Hz und von $19,82 \text{ dB/Hz}$ bei 1000 Hz , bezogen auf die Referenzbeschleunigung von 10^{-6} m/s^2 (DIN EN 21683). Bei einem mittleren spektralen Beschleunigungsdichtepegel auf dem Lining von $\approx 100 \text{ dB/Hz}$ liegt das Signal-Rausch-Verhältnis oberhalb von 68 dB . Damit ist der Einfluss des Eigenrauschens der Beschleunigungssensoren auf die multiple Kohärenz und die Störgrößenreduktion des aktiven Systems zu vernachlässigen. Infolge des Eigenrauschens anderer Hardwarekomponenten liegt die spektrale Leistungsdichte des Messrauschens mit $\approx 60 \text{ dB/Hz}$ allerdings deutlich höher. Der verbleibende Signal-Rausch-Abstand von $\approx 40 \text{ dB/Hz}$ ist jedoch hinreichend groß, um die Vernachlässigung von Sensor- und Systemrauschen in der Simulation zu rechtfertigen.

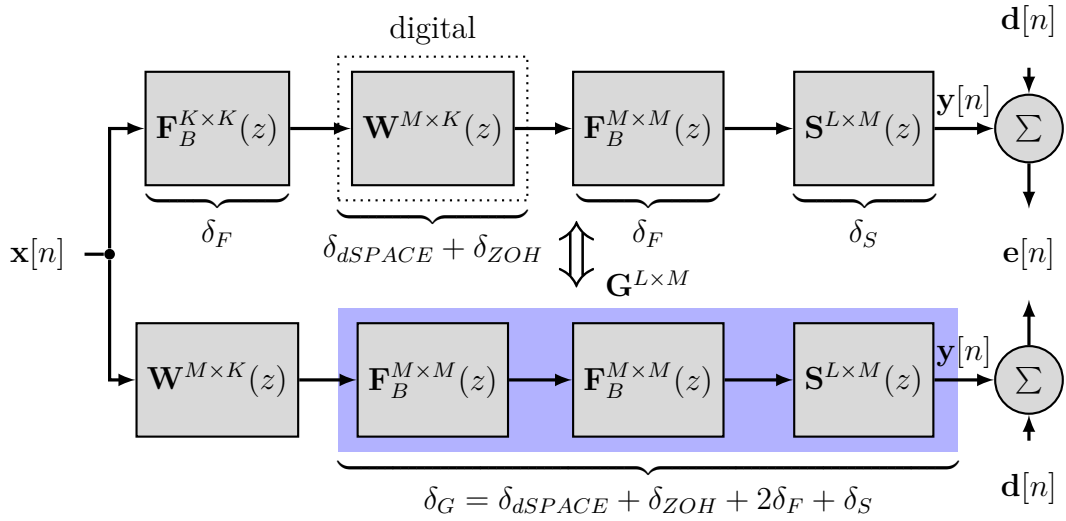


Abbildung 6.7.: Blockschaltbild der Komponenten der Sekundärstrecke eines aktiven Steuerungssystems mit K Referenzsensoren, M Aktuatoren und L Fehlersensoren.

6.4.2. Sekundärstrecke

Die Sekundärstrecke des aktiven Steuerungssystems beinhaltet, mit Ausnahme des Steuerungsfilters $\mathbf{W}$, jegliche Dynamik, die zwischen den Referenzsignalen $\mathbf{x}$ und den Fehlersignalen $\mathbf{e}$ vorherrscht. Der obere Signalpfad von Abbildung 6.7 zeigt die physikalische Verschaltung der Komponenten der Sekundärstrecke und die zugehörigen Gruppenlaufzeiten δ . Aufgrund der angenommenen Linearität und Zeitinvarianz aller beteiligten Systeme (LTI-Systeme) können die Subsysteme wie im unteren Signalpfad von Abbildung 6.7 angeordnet werden.

Die Dynamik der im Experiment verwendeten Butterworth-Tiefpassfilter $\mathbf{F}_B$ wird exakt modelliert. Eine Abschätzung der Gruppenlaufzeit δ_F eines Butterworth-Tiefpassfilters mit n_p Polen liefert der in Elliott [29, S. 448] angegebene Zusammenhang $\delta_F \approx n_p / (8F_c)$ mit der Filtereckfrequenz F_c . Unter der Annahme, dass F_c höchstens halb so groß wie die Abtastfrequenz F_s ist, beträgt die Gruppenlaufzeit eines Butterworth-Filters vierter Ordnung daher mindestens eine Abtastschrittweite T_s . Die Verarbeitungszeit (Totzeit) des Echtzeitsystems δ_{dSPACE} liegt im Echtzeitbetrieb zwischen 0 und T_s . Der exakte Wert hängt von der numerischen Komplexität des geladenen Modells ab. Die Vermessung des Phasengangs des verwendeten Echtzeitsystems bei mittlerer bis hoher Rechenlast ergab, dass die Annahme $\delta_{dSPACE} = T_s/2$ eine konservative Abschätzung der Verarbeitungszeit liefert. Im Grenzbetrieb (bei extrem hoher Rechenlast) kann die Verarbeitungszeit den Wert $T_s/2$ zwar überschreiten, allerdings beginnt die Steilheit des Phasengangs und damit die Totzeit in diesem Fall tieffrequent zu

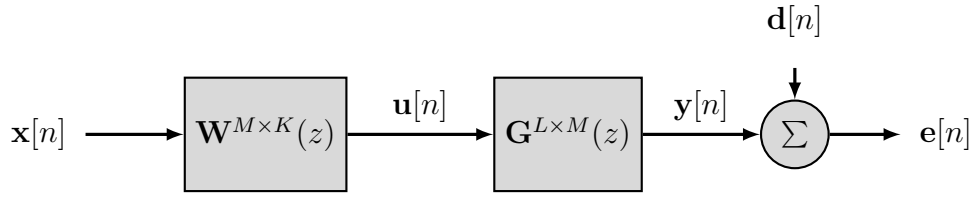


Abbildung 6.8.: Blockschaltbild eines aktiven Steuerungssystems mit K Referenzsensoren, M Aktuatoren und L Fehlersensoren.

oszillieren ($f \approx 0,2 \text{ Hz}$), sodass das System nicht mehr als zeitinvariant angesehen werden kann. Im Zuge der D/A-Wandlung entsteht aufgrund des ZOH-Gliedes (*zero-order-hold*) eine zusätzliche Laufzeit von $\delta_{ZOH} = T_s/2$ [29, S. 447]. Für die Dynamik der Sekundärstrecke $\mathbf{G}$ gilt daher

$$\mathbf{G}(z) = \mathbf{S}(z) \mathbf{F}_B^2(z) e^{-j\omega(\delta_{dSPACE} + \delta_{ZOH})}. \quad (6.25)$$

Das System $\mathbf{S}$ beschreibt das Übertragungsverhalten der Aktuatoren auf die Fehlersensoren inklusive der Dynamik des Einzel- bzw. Doppelschalensystems.

6.4.3. Steuerungsfiler

Die Berechnung der FIR-Filtergewichte einer optimalen kausalen Steuerung ($\mathbf{W}$ in den Abbildungen 6.7 und 6.8) erfolgt nach der in Elliott [29, S. 237ff.] beschriebenen Vorgehensweise. Vorteilhaft an dieser Methode sind die inhärente Kausalität, die explizite Vorgabe der Anzahl an FIR-Filtergewichten und die implizite Vorgabe einer Stellgrößenbegrenzung. Für die in Elliott [29, S. 239] definierte Kostenfunktion ergibt sich der Vektor der optimalen FIR-Filtergewichte gemäß

$$\mathbf{w}_{optc} = -(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}} + \beta \mathbf{E})^{-1} \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\mathbf{d}}. \quad (6.26)$$

Zur Verbesserung der numerischen Effizienz wird die Berechnung der Autokorrelationsmatrix $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}$ und des Kreuzkorrelationsvektors $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\mathbf{d}}$ im Frequenzbereich durchgeführt. Die Vorgabe der FIR-Filterlänge I erfolgt indirekt durch Festlegung der Anzahl an Frequenzlinien der diskreten Leistungsdichtespektren. Auf die Stellgrößenbegrenzung kann über den Regularisierungsfaktor $\beta \geq 0$ Einfluss genommen werden. Ein weiterer Vorteil, der sich aus der Berechnung im Frequenzbereich ergibt, ist die Möglichkeit zur Verwendung von Frequenzgangs- anstelle von Zustandsraummodellen. Die Verwendung von Frequenzgängen zur Berechnung der gefilterten Referenzsignale erhöht sowohl die numerische Effizienz als auch die Robustheit bei schlecht konditionierten Systemen (z.B. steifen Systemmodellen aus der Finite-Elemente-Methode (FEM)). Auch im Hinblick auf die

experimentelle Realisierung ist die Verwendung von Frequenzgangs- anstelle von Zustandsraummodellen sinnvoll, da sie mit einem erheblich geringeren Aufwand einhergeht und deutlich robuster ist.

Die Autokorrelationsmatrix der gefilterten Referenzsignale $\tilde{\mathbf{x}}$ ergibt sich aus Gleichung (6.27). Aufgrund ihrer Block-Toeplitz-Struktur ist die Berechnung des ersten Zeilen- bzw. Spaltenblocks ausreichend. Ferner können effiziente iterative Methoden zur Lösung von Gleichung (6.26) verwendet werden [73].

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}[0] & \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}[-1] & \cdots & \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}[1-I] \\ \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}[1] & \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}[0] & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}[I-1] & \cdots & \cdots & \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}[0] \end{bmatrix}. \quad (6.27)$$

Die einzelnen Blöcke von $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}$ ergeben sich gemäß

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}[\nu] = \sum_{l=1}^L \begin{bmatrix} r_{\tilde{x}_{l11}\tilde{x}_{l11}}[\nu] & r_{\tilde{x}_{l11}\tilde{x}_{l12}}[\nu] & \cdots & r_{\tilde{x}_{l11}\tilde{x}_{l1K}}[\nu] & \cdots & r_{\tilde{x}_{l11}\tilde{x}_{lMK}}[\nu] \\ r_{\tilde{x}_{l12}\tilde{x}_{l11}}[\nu] & r_{\tilde{x}_{l12}\tilde{x}_{l12}}[\nu] & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \vdots \\ r_{\tilde{x}_{l1K}\tilde{x}_{l11}}[\nu] & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ r_{\tilde{x}_{lMK}\tilde{x}_{l11}}[\nu] & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & r_{\tilde{x}_{lMK}\tilde{x}_{lMK}}[\nu] \end{bmatrix}.$$

Gleichung (6.28) beschreibt den Kreuzkorrelationsvektor aus den gefilterten Referenzsignalen $\tilde{\mathbf{x}}$ und den Störsignalen $\mathbf{d}$.

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\mathbf{d}}[0] & \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\mathbf{d}}[-1] & \cdots & \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\mathbf{d}}[1-I] \end{bmatrix}^T \quad (6.28)$$

Die Subvektoren von $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\mathbf{d}}$ ergeben sich gemäß

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\mathbf{d}}[\nu] = \sum_{l=1}^L \begin{bmatrix} r_{\tilde{x}_{l11}d_l}[\nu] & r_{\tilde{x}_{l12}d_l}[\nu] & \cdots & r_{\tilde{x}_{l1K}d_l}[\nu] & \cdots & r_{\tilde{x}_{lMK}d_l}[\nu] \end{bmatrix}^T. \quad (6.29)$$

Die für die frequenzbereichsbasierte Berechnung der Kreuzkorrelationen benötigten Kreuzleistungsdichtespektren $S_{\tilde{x}_{lmk}\tilde{x}_{qrs}}$ ergeben sich aus den in Gleichung (6.31) gegebenen Spektren der gefilterten Referenzsignale. Die Kreuzkorrelationen resultieren aus der inversen diskreten Fouriertransformation (IDFT). Die Berechnung von $r_{\tilde{x}_{lmk}d_l}$ erfolgt analog zu Gleichung (6.30).

$$r_{\tilde{x}_{lmk}\tilde{x}_{qrs}}[\nu] = \text{IDFT} \left\{ S_{\tilde{x}_{lmk}\tilde{x}_{qrs}}[\kappa] \right\} = \text{IDFT} \left\{ \mathbb{E} \left[\tilde{X}_{lmk}^*[\kappa] \tilde{X}_{qrs}[\kappa] \right] \right\} \quad (6.30)$$

$$\tilde{X}_{lmk}[\kappa] = G_{lm}[\kappa] X_k[\kappa] \quad (6.31)$$

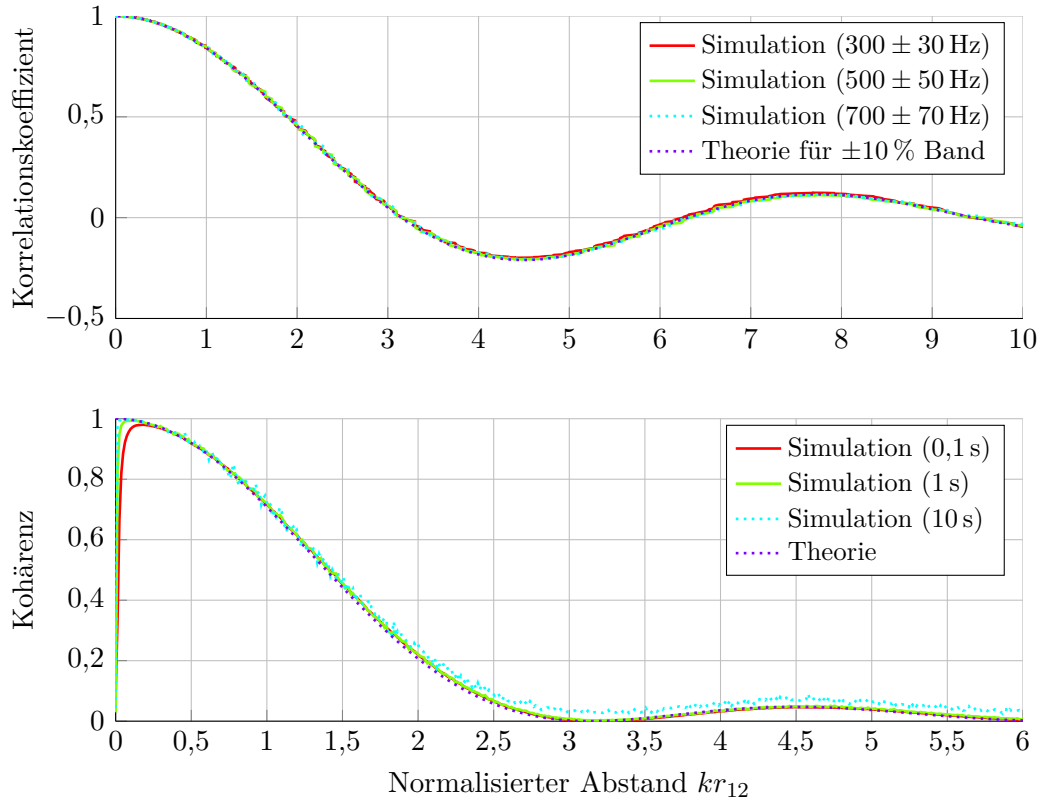


Abbildung 6.9.: Räumliche Korrelation (o.) und räumliche Kohärenz (u.) des simulierten diffusen Schallfelds.

6.5. Validierung der Simulationsmodelle

6.5.1. Validierung des Diffusfeldmodells

Die Validierung des in Unterabschnitt 6.1.3 beschriebenen Diffusfeldmodells erfolgt im Hinblick auf die Charakteristika eines idealen diffusen Schallfelds. Nach der Definition von Jacobsen und Roisin [53] ist ein ideales Diffusfeld „[...] ein Schallfeld in einem unbegrenzten Medium, welches durch entfernte, über alle Raumrichtungen verteilte, unkorrelierte und stochastische Schallquellen erzeugt wird“. Gemäß der Definition von Elliott et al. [33] entsteht ein ideales Diffusfeld durch die Superposition einer unendlichen Anzahl an unkorrelierten, ebenen Wellen. Durch die geforderte statistische Unabhängigkeit der ebenen Schallwellen wird die Ausbildung von Interferenzen unterbunden, sodass ein homogenes und isotropes Schallfeld entsteht. Das Diffusfeldmodell aus Unterabschnitt 6.1.3 basiert auf der Superposition einer großen Anzahl nahezu ebener Wellen mit stochastischem Phasenwinkel und kann insofern als eine Approximation des von Elliott et al. [33] beschriebenen idealen Diffusfelds betrachtet werden. Allerdings handelt es sich

um ein tonales Modell (sog. *pure-tone model* [53]), bei dem es infolge von Interferenzen der ebenen Wellen zu Einschränkungen der Isotropie und Homogenität kommt.

Nach Cook et al. [18] lässt sich ein diffuses Schallfeld mithilfe des normalisierten Korrelationskoeffizienten $\tilde{R}$ beschreiben.

$$\tilde{R}_{p_1 p_2} = \frac{\mathbb{E}[p_1 p_2]}{\sqrt{\mathbb{E}[p_1^2] \mathbb{E}[p_2^2]}} \quad (6.32)$$

Zur Berechnung von $\tilde{R}_{p_1 p_2}$ wird der Erwartungswert $\mathbb{E}$ des Produkts zweier im Abstand r_{12} gemessener Schalldrücke p_1 und p_2 gebildet. Der normalisierte Korrelationskoeffizient zweier Schalldrücke in einem monofrequenten, idealen Diffusfeld mit der Wellenzahl k ist durch Gleichung (6.33) beschrieben [18].

$$\tilde{R}_{p_1 p_2} = \frac{\sin(kr_{12})}{kr_{12}} \quad (6.33)$$

Für ein breitbandiges, ideales diffuses Schallfeld mit Wellenzahlen von k_1 bis k_2 und der mittleren Wellenzahl $k = (k_1 + k_2)/2$ ergibt sich die räumliche Korrelation gemäß Gleichung (6.34) [18].

$$\tilde{R}_{p_1 p_2} = \frac{1}{(k_2 r - k_1 r)} \int_{k_1 r}^{k_2 r} \frac{\sin(\hat{u})}{\hat{u}} d\hat{u} \quad (6.34)$$

Die räumliche Kohärenz eines diffusen Schallfelds ist über das Betragsquadrat $C_{p_1 p_2}$ der komplexen Kohärenzfunktion $\gamma_{p_1 p_2}$ der Schalldrucksignale p_1 und p_2 definiert.

$$C_{p_1 p_2}(\omega) = \frac{|S_{p_1 p_2}(\omega)|^2}{S_{p_1 p_1}(\omega) S_{p_2 p_2}(\omega)} \quad (6.35)$$

Im Falle eines idealen Diffusfelds gilt nach Elliott et al. [33] für das Kreuzleistungsdichtespektrum $S_{p_1 p_2}$ folgender Zusammenhang:

$$S_{p_1 p_2}(\omega, r_{12}) = S_{pp}(\omega) \frac{\sin(kr_{12})}{kr_{12}}. \quad (6.36)$$

Aufgrund der angenommenen Idealität des Schallfelds und der damit verbundenen Homogenität und Isotropie ist das Autoleistungsdichtespektrum des Schalldrucks S_{pp} ortsunabhängig. Daraus folgt die in Gleichung (6.37) angegebene Beschreibung der räumlichen Kohärenz eines idealen diffusen Schallfelds.

$$C_{p_1 p_2}(\omega, r_{12}) = \frac{|S_{p_1 p_2}(\omega, r_{12})|^2}{S_{pp}(\omega)^2} = \left(\frac{\sin(kr_{12})}{kr_{12}} \right)^2 \quad (6.37)$$

Es ergibt sich daher ein einfacher Zusammenhang zwischen der räumlichen Korrelation und der räumlichen Kohärenz im idealen Diffusfeld. Die Gültigkeit

von Gleichung (6.37) wird von Jacobson und Roisin [53] diskutiert und bestätigt. Für den Fall des hier vorliegenden tonalen Diffusfeldmodells oder für ein experimentelles im Hallraum erzeugtes diffuses Schallfeld ist dieser Zusammenhang jedoch nur eingeschränkt gültig. Dieser Sachverhalt und seine Auswirkungen auf die Wirksamkeit aktiver Steuerungen sind in Misol et al. [64] dokumentiert. Im Unterschied zu experimentellen im Hallraum erzeugten diffusen Schallfeldern ist die Approximationsgüte des tonalen Diffusfeldmodells jedoch sehr hoch.

Abbildung 6.9 (o.) vergleicht den mit Gleichung (6.32) berechneten normalisierten Korrelationskoeffizienten $\tilde{R}$ der simulierten Schalldrücke für drei verschiedene Frequenzbänder mit dem theoretischen Wert eines idealen Diffusfelds aus Gleichung (6.34). Ein Vergleich der räumlichen Kohärenz der Simulationsdaten gemäß Gleichung (6.35) mit dem theoretischen Wert aus Gleichung (6.37) ist in Abbildung 6.9 (u.) dargestellt. Um den Einfluss der Beobachtungsdauer auf die räumliche Kohärenz zu bewerten, wurden drei unterschiedlich große Analysefenster (Blocklängen) zur Berechnung der Leistungsdichtespektren verwendet. Die leicht erhöhte räumliche Kohärenz für das Analysefenster mit einer Dauer von 10 s ist auf die Anzahl spektraler Mittelungen zurückzuführen, welche im Vergleich zu den anderen Fällen um den Faktor zehn bzw. 100 geringer ist. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass das tonale Diffusfeldmodell aus Unterabschnitt 6.1.3 sehr gut geeignet ist, um die Charakteristika eines idealen diffusen Schallfelds nachzubilden.

6.5.2. Validierung des Strukturmodells

Die Validierung soll den Nachweis der Gültigkeit der FE-Modelle erbringen und zeigen, dass die grundlegenden Vorgänge der Schalltransmission physikalisch korrekt abgebildet werden. Auf einen Abgleich mit Experimentaldaten wird aufgrund der eingeschränkten Vergleichbarkeit verzichtet.

Modale Parameter

Zur Validierung der modalen Parameter von Struktur und Fluid wird unter der Annahme eines proportionalen Dämpfungsverhaltens eine Modalanalyse der ungedämpften Teilsysteme durchgeführt, welche die ungedämpften Eigenfrequenzen und Eigenformen der Teilsysteme liefert. Die modalen Eigenschaften des gedämpften Systems ergeben sich dann aus den berechneten Eigenformen und den um den Einfluss der Dämpfung korrigierten Eigenfrequenzen [36, S. 63]. Die Modaldaten der entkoppelten Systeme werden anschließend mit der analytischen Lösung für eine gelenkig gelagerte Platte bzw. ein schallhart berandetes Fluid verglichen. Die analytischen Eigenkreisfrequenzen ergeben sich aus den homogenen Lösungen der partiellen Differentialgleichungen für die Kontinua der biegebeanspruchten Platte und des Fluids. In den Tabellen A.2 und A.1 erfolgt ein Abgleich zwischen den numerisch und analytisch bestimmten Modaldaten. Die maximale relative

Abweichung der Fluideigenfrequenzen beträgt 0,14 %, und die maximale relative Abweichung der Struktureigenfrequenzen beträgt 0,39 %. Aufgrund der sehr geringen relativen Fehler werden die Modaldaten aus der FE-Analyse als valide betrachtet.

Schalltransmission der Einzelschale

Die Validierung des Schalldämmmaßes des FE-Modells der Aluminium-Einzelschale erfolgt durch einen Abgleich mit analytischen Werten für die unendliche Aluminium-Einzelschale gemäß Gleichung (6.39) bei Anregung durch eine ebene Schallwelle und gemäß Gleichung (6.41) bei Anregung durch ein diffuses Schallfeld. Bedingt durch die Verwendung der in den Unterabschnitten 6.1.2 und 6.1.3 beschriebenen Anregungsmodelle und des in Abschnitt 6.2 beschriebenen Schallabstrahlungsmodells umfasst die Validierung des Schalldämmmaßes der Einzelschale die gesamte Berechnungskette vom Anregungs- über das Struktur- bis hin zum Abstrahlungsmodell.

Die als Eingangsgrößen benötigten komplexen Druckamplituden an den Knoten des FE-Netzes werden gemäß Abschnitt 6.1 berechnet und durch Multiplikation mit der Fläche der Elemente des FE-Modells in äquivalente, in Flächennormalenrichtung wirkende Kräfte umgerechnet. Aus der Berechnung der Frequenzantwort des FE-Modells resultieren die komplexen Amplituden der Verzerrung an den Knoten des FE-Netzes. Durch Multiplikation der komplexen Verzerrungsamplituden in Flächennormalenrichtung mit $j\omega$ ergeben sich die für das in Abschnitt 6.2 beschriebene Schallabstrahlungsmodell benötigten komplexen Amplituden der Oberflächenschnelle in Flächennormalenrichtung.

In Abbildung 6.10 sind das numerisch und das analytisch berechnete Schalldämmmaß einander gegenübergestellt. Als Strukturanregung wurden ein diffuses Schallfeld und eine ebene Schallwelle mit Einfallswinkel $\phi = 45^\circ$ gewählt.

Der Transmissionsgrad einer unendlichen Einzelschale verhält sich gemäß Gleichung (6.38) [37, S. 286].

$$\tau_t(\phi) = \frac{(2\rho_0 c_0 \sec \phi)^2}{[2\rho_0 c_0 \sec \phi + (D_b/\omega)\eta k^4 \sin^4 \phi]^2 + [\omega m - (D_b/\omega)k^4 \sin^4 \phi]^2} \quad (6.38)$$

Für den betrachteten Frequenzbereich gilt $\omega < \omega_{c,0}$, sodass in Gleichung (6.38) der Trägheitsterm ωm gegenüber dem Steifigkeitsterm $(D_b/\omega)k^4 \sin^4 \phi$ und dem Dämpfungsterm $(D_b/\omega)\eta k^4 \sin^4 \phi$ dominiert und sich Gleichung (6.38) in Gleichung (6.39) überführen lässt [37, S. 291].

$$\tau_t(\phi) = \frac{1}{[1 + (\omega m \cos \phi / (2\rho_0 c_0))^2]} \quad (6.39)$$

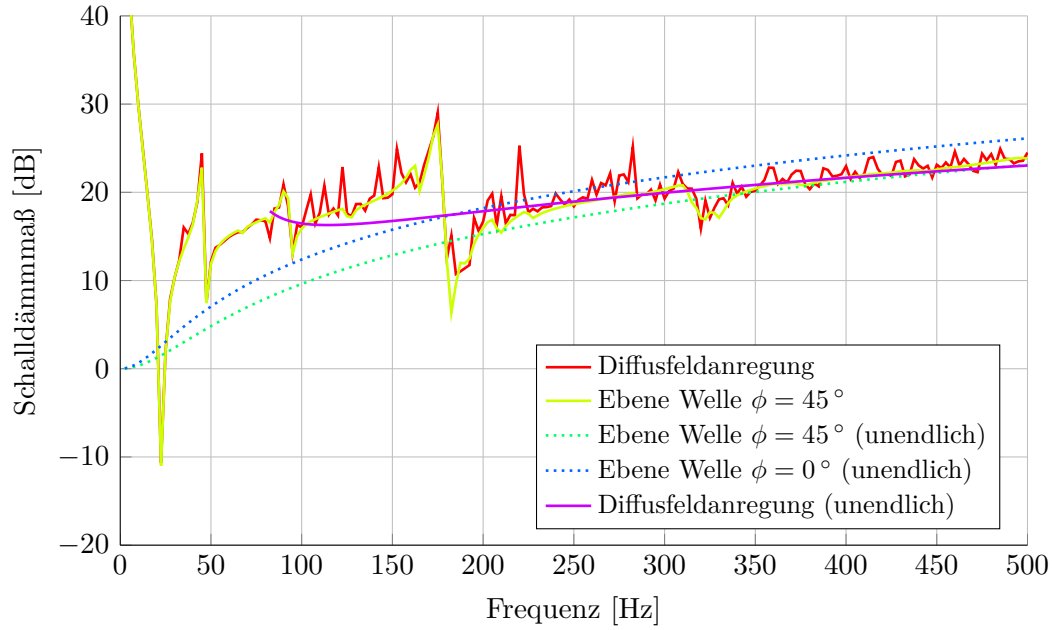


Abbildung 6.10.: Vergleich des Schalldämmmaßes der endlichen und der unendlichen Einzelschale.

Für den Fall $\phi = 0$ (normal einfallende Schallwelle) ergibt sich unter der Annahme von $\omega m \gg 2\rho_0 c_0$ das bekannte Massengesetz oder bergersche Gesetz.

$$TL(0^\circ) = 20 \log \left(\frac{\omega m}{2\rho_0 c_0} \right) \text{ dB} \quad (6.40)$$

Zur analytischen Abschätzung des Schalldämmmaßes bei Diffusfeldanregung wird die in [79] hergeleitete und in [37, S. 299] adaptierte Gleichung (6.41) verwendet. Für kleine Frequenzen mit $k\sqrt{A} < 1$ verliert die Formel ihre Gültigkeit, weshalb in Abbildung 6.10 nur der Frequenzbereich 80–500 Hz ausgewertet wurde.

$$TL \approx TL(0^\circ) - 10 \log \left[\ln \left(k\sqrt{A} \right) \right] + 20 \log \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{c,0}} \right)^2 \right] \text{ dB} \quad (6.41)$$

In Gleichung (6.41) wird der Einfluss der Strukturabmessungen auf die Transmission erzwungener Schwingungen berücksichtigt, weshalb auf die Einführung empirischer Beschränkungen des Einfallswinkels der ebenen Schallwellen verzichtet werden kann [79]. Dadurch wird, verglichen mit dem häufig verwendeten *field incidence mass law* mit der Abschätzung $TL = TL(0^\circ) - 5 \text{ dB}$, eine verbesserte analytische Abschätzung des Schalldämmmaßes der endlichen Einzelschale bei Diffusfeldanregung erzielt.

Aus Abbildung 6.10 ist ersichtlich, dass die numerisch bestimmte Schalldämmung für Frequenzen oberhalb von 200 Hz sehr gut mit den analytischen Werten der unendlichen Einzelschale übereinstimmt. Bei tieferen Frequenzen ergeben sich größere Abweichungen, welche auf die endlichen Abmessungen der Struktur und auf Resonanzeffekte zurückzuführen sind. In [37, S. 297] wird gezeigt, dass der Quotient aus erzwungenem und modalem Transmissionsgrad ($\tau_{t,\infty}/\tau_{t,r}$) typischerweise deutlich größer als eins ist, weshalb das Schalldämmmaß der endlichen Einzelschale im Bereich $\omega < \omega_{c,0}$ unterschätzt wird. Ursächlich dafür ist die hohe Schallstrahlungseffizienz $\sigma_e = \sec(\phi)$ einer unendlichen Schale, welche die resonanzbedingte Absenkung des Schalldämmmaßes endlicher Strukturen überkompensiert [37, S. 296]. Hinzu kommt ein geometrischer Effekt, welcher die Anzahl an erzwungenen Wellenlängen auf den Bereich der Strukturoberfläche eingrenzt und somit eine räumliche Fensterung bewirkt [37, S. 296]. Die Flächendiagonale $\tilde{a}$ als charakteristische Größe der hier betrachteten Einzelschale ist mit $\tilde{a} = 1,4$ m bereits kleiner als eine akustische Wellenlänge $\lambda_0 = 1,7$ m bei $f = 200$ Hz. Je kleiner der Quotient aus Flächendiagonale und akustischer Wellenlänge wird, umso geringer werden der Schallstrahlungswiderstand und die damit verbundene Einkopplung von Schallwellen in die Strukturodynamik. Wie in [49, S. 18] beschrieben, hängt die Einkopplung akustischer Wellen – und damit die kinetische Energie der Struktur – direkt vom Schallstrahlungswiderstand ab.

Aufgrund der überwiegend gleichphasigen Druckbeaufschlagung der Struktur bei tiefen Frequenzen mit $k\tilde{a} < \pi$, werden Eigenformen mit einer geraden Anzahl Schwingungsbäuchen nur schwach angeregt. Die in Abbildung 6.10 erkennbaren schmalbandigen Einbrüche des Schalldämmmaßes bei 23 Hz und bei 46 Hz sind auf die vergleichsweise starke Anregung der Fundamentalmode bei 23 Hz und der (1,3)-Mode bei 46 Hz zurückzuführen. Die (1,2)-Mode bei 32 Hz wird hingegen eher schwach angeregt und führt nicht zu einem Einbruch in der Schalldämmung. Weiterhin übt der Einfallswinkel unter der Bedingung $k\tilde{a} < \pi$ keinen nennenswerten Einfluss mehr aus, sodass aus Sicht der Struktur alle Wellen normal einfallen und das Massengesetz anwendbar ist. Das Schalldämmmaß der unendlichen Schale mit ebener Wellenanregung aus $\phi = 0^\circ$ liefert folglich eine bessere Abschätzung der tieffrequenten Schalldämmung als die ebene Wellenanregung aus $\phi = 45^\circ$.

In [80] wurden numerische Untersuchungen zur Schalldämmung einer Aluminium-Einzelschale (Abmessungen: $1 \times 1 \times 0,001$ m³) durchgeführt und mit Messwerten aus einem Transmissionsprüfstand verifiziert. Ein Vergleich der in Abbildung 6.10 dargestellten Schalldämmungen mit den in [80, S. 67ff.] dokumentierten simulierten und gemessenen Schalldämmungen zeigt eine hohe qualitative Übereinstimmung. Dies gilt insbesondere auch für Frequenzen unterhalb von 200 Hz, wo sich größere Abweichungen im Schalldämmmaß von endlicher und unendlicher Struktur ergeben. Die Differenzen im Absolutwert des Schalldämmmaßes sind auf die geometrischen Unterschiede der beiden Systeme (insbesondere die Schallendicke) zurückzuführen. Ein Vergleich von Abbildung 3.10 in [80, S. 68] mit Abbildung 6.10 zeigt, dass die analytische Berechnung des Schalldämmmaßes bei

Diffusfeldanregung mithilfe von Gleichung (6.41) zu einer – verglichen mit dem *field incidence mass law* – deutlich genaueren Abschätzung des Schalldämmmaßes führt.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass das in Abbildung 6.10 dargestellte Schalldämmmaß der endlichen Aluminium-Einzelschale bei Anregung durch eine ebene Schallwelle aus $\phi = 45^\circ$ und bei Anregung durch ein diffuses Schallfeld gut mit den analytischen Werten korreliert. Die tieffrequenten Abweichungen zwischen dem Schalldämmmaß der endlichen und der unendlichen Struktur lassen sich physikalisch erklären und auf die Vereinfachungen der unendlichen Einzelschale zurückführen, weshalb die Berechnungskette aus Anregungs-, Struktur- und Abstrahlungsmodell für den Fall der endlichen Einzelschale als valide angesehen wird.

Schalltransmission der Doppelschale

Die Validierung des Schalldämmmaßes des FE-Modells der Aluminium-Doppelschale erfolgt durch einen Abgleich mit analytischen Werten für die unendliche Aluminium-Doppelschale. Die Berechnungskette ist, abgesehen von der Verwendung des FE-Modells der Doppelschale, mit dem vorherigen Abschnitt identisch. Da eine analytische Formel für das Schalldämmmaß der unendlichen Doppelschale unter Diffusfeldanregung nicht verfügbar ist, beschränkt sich der Vergleich in Abbildung 6.11 auf die Strukturanregung durch eine ebene Schallwelle. Das Schalldämmmaß der unendlichen Doppelschale für eine ebene Wellenanregung mit Einfallswinkel ϕ berechnet sich gemäß Gleichung (6.43) aus dem in Gleichung (6.42) angegebenen Transmissionsgrad [37, S. 315ff.]. Es ist zu beachten, dass die in [37] angegebene Formel (5.105) auf Seite 315 einen redaktionellen Fehler im letzten Term des Nenners beinhaltet. Gleichung (6.42) wurde diesbezüglich korrigiert.

$$\tau_t(\phi) = \left(\frac{2\rho_0^2 c_0^2 \sec^2 \phi \sin(kd_{12} \cos \phi)}{\tilde{z}'_1 \tilde{z}'_2 \sin^2(kd_{12} \cos \phi) + \rho_0^2 c_0^2 \sec^2 \phi} \right)^2 \quad (6.42)$$

$$TL(\phi) = 10 \log \left(\frac{1}{\tau_t(\phi)} \right) \text{ dB} \quad (6.43)$$

Die Impedanzen $\tilde{z}'_i = z'_i + z''_i$ ergeben sich aus der Summation von struktureller Wellenimpedanz $z'_i = -j(D_{b,i}k^4 \sin^4 \phi - m_i \omega^2)/\omega + D_{b,i}k^4 \sin^4 \phi \eta_i/\omega$ und akustischer Wellenimpedanz $z''_i = \rho_0 c_0 \sec \phi [1 - j \cot(kd_{12} \cos \phi)]$. Da der betrachtete Frequenzbereich deutlich unterhalb der Koinzidenzfrequenz $\omega_{c,0}$ liegt, übt die Masse m_i einen dominierenden Einfluss auf die strukturelle Wellenimpedanz aus. Der Einfluss der strukturellen (hysteretischen) Dämpfung η_i kommt nur im Frequenzbereich um $\omega_{c,0}$ zum Tragen (wenn sich die Massen- und Steifigkeitseinflüsse aufheben), und der Einfluss der Biegesteifigkeit $D_{b,i}$ dominiert für Frequenzen oberhalb von $\omega_{c,0}$. Die akustische Wellenimpedanz ist ebenfalls komplex und besteht aus

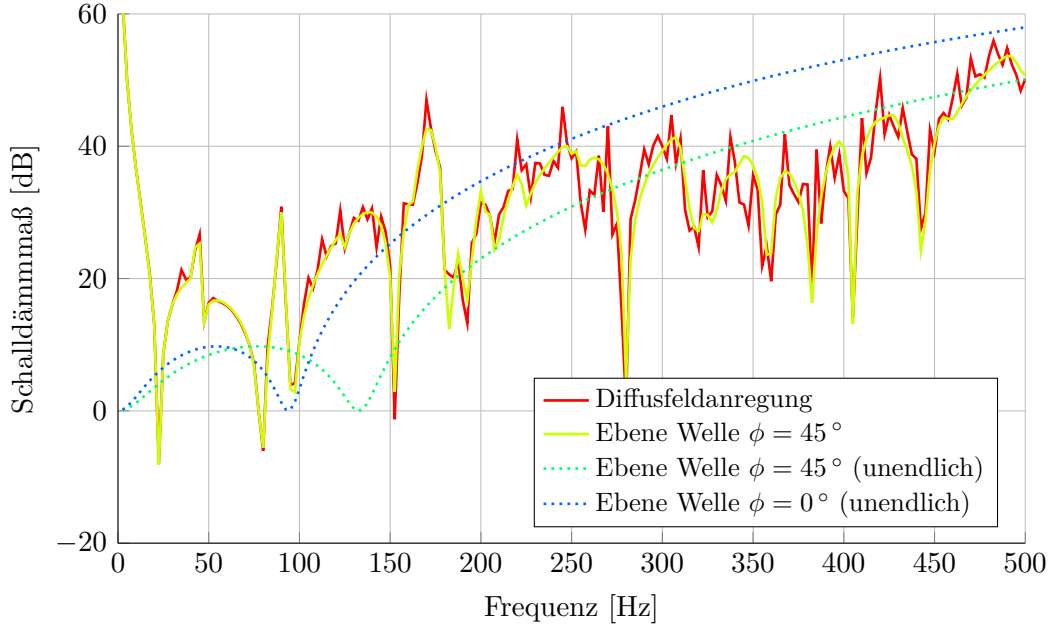


Abbildung 6.11.: Vergleich des Schalldämmmaßes der endlichen und der unendlichen Doppelschale bei Anregung durch eine ebene Welle.

dem reellen akustischen Dämpfungsterm $\rho_0 c_0 \sec \phi$ und einem imaginären Steifigkeitsterm. Aufgrund der Winkelabhängigkeit der akustischen Steifigkeit skaliert die Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz $\omega_{m,0}$, wie in Unterabschnitt 3.1.2 beschrieben, mit $\sec \phi$, weshalb der Einfallswinkel einen großen Einfluss auf das Schalldämmmaß der Doppelschale besitzt. Bei einer Strukturanregung durch ein diffuses Schallfeld ergeben sich somit theoretisch unendlich viele Masse-Feder-Masse-Resonanzen. Allerdings sind die Auswirkungen auf das Schalldämmmaß der Doppelschale – bei ausreichender Bedämpfung der Kavitätsmoden – auf einen kleinen Bereich um die fundamentale Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz begrenzt [37, S. 316]. Da das hier betrachtete Modell der generischen Doppelschale (abgesehen von der Luftdämpfung) keine Bedämpfung der Kavitätsmoden berücksichtigt, zeigen sich in Abbildung 6.11 mehrere starke schmalbandige Einbrüche im Schalldämmmaß unter- und oberhalb von $\omega_{m,0} = 2\pi \cdot 79,44 \text{ rad/s}$.

Ähnlich dem Schalldämmmaß der endlichen Einzelschale aus Abbildung 6.10, weist das in Abbildung 6.11 gezeigte Schalldämmmaß der endlichen Doppelschale für Frequenzen oberhalb von 200 Hz eine gute Übereinstimmung mit den analytischen Werten der unendlichen Doppelschale auf. Da die Bedingung für das Auftreten von Kavitätsmoden in $\bar{z}$ -Richtung $f \geq c_0/2d_{12} = 1143,3 \text{ Hz}$ im betrachteten Frequenzbereich nicht erfüllt ist, werden die Einbrüche des Schalldämmmaßes bei Frequenzen oberhalb von $\omega_{m,0}$ entweder durch strukturdominierte Resonanzen oder durch fluiddominierte Resonanzen mit Kavitätsmoden in $(\bar{x}, \bar{y})$ -Richtung $(n_{\bar{x}}, n_{\bar{y}}, 0)$ hervorgerufen. Bei Frequenzen unterhalb von 200 Hz

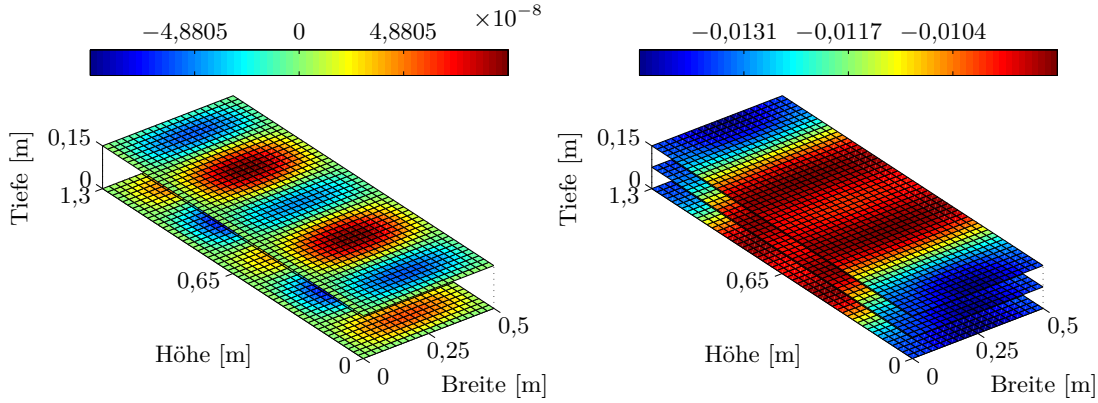


Abbildung 6.12.: Fluiddominierte Eigenform des gekoppelten Systems bei 79,44 Hz mit Vibrations- (li.) und Schalldruckverteilung (re.).

ergeben sich größere Abweichungen, welche auf die endlichen Abmessungen der Struktur und auf Resonanzeffekte zurückzuführen sind. Es wirken, abgesehen von den Effekten der Masse-Feder-Masse-Resonanzen, die gleichen Mechanismen wie bei der Einzelschale, weshalb an dieser Stelle ausschließlich auf die Masse-Feder-Masse-Resonanz eingegangen wird. Für eine Erklärung der tieffrequent erhöhten Schalldämmung sei daher auf die Verifikation der Schalldämmung der Einzelschale in Unterabschnitt 6.5.2 verwiesen.

Resonanzen mit starker Fluid-Struktur-Kopplung und gegenphasiger Schwingung der beiden Schalen werden als Masse-Feder-Masse-Resonanzen bezeichnet. Abbildung 6.12 zeigt die Eigenform der fundamentalen Masse-Feder-Masse-Resonanz der endlichen Doppelschale bei 79,44 Hz. Aus der gegenphasigen Bewegung der Schalen resultiert ein Pumpvorgang mit starker Einkopplung in das Fluid. Der dadurch verursachte schmalbandige Einbruch des Schalldämmmaßes bei 79,44 Hz ist in Abbildung 6.11 sowohl bei der Diffusfeldanregung als auch bei der ebenen Welle aus $\phi = 45^\circ$ zu erkennen. Die in Abbildung 6.12 dargestellte Eigenform des gekoppelten Systems resultiert aus einer Eigenwert-/Eigenvektorzzerlegung der Systemmatrix $\mathbf{A}_s$ des in Abschnitt A.2 beschriebenen Zustandsraummodells. Dieses Vorgehen ist analog zu der in [72, S. 696] beschriebenen Transformation der Bewegungsdifferentialgleichungen in ein Standard-Eigenwertproblem gemäß Gleichung (6.44).

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}_d \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_s} \boldsymbol{\Theta}^{(i)} = \tilde{\lambda} \boldsymbol{\Theta}^{(i)} \quad (6.44)$$

Die Projektion des i-ten Eigenvektors $\boldsymbol{\Theta}^{(i)}$ auf die physikalischen Knoten $\mathbf{y}_s$ erfolgt gemäß Gleichung (6.45)

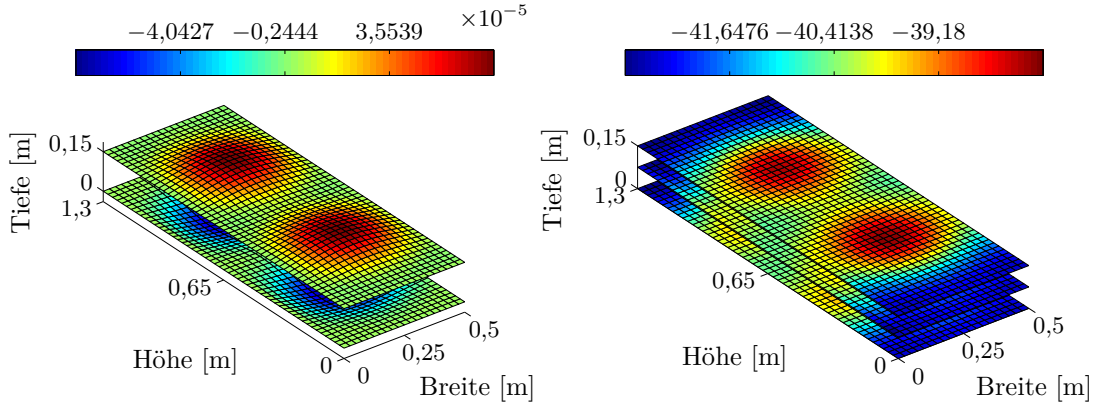


Abbildung 6.13.: Vibrations- [m] (li.) und Schalldruckverteilung [Pa] (re.) des gekoppelten Systems bei 80 Hz unter Diffusfeldanregung.

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{C}_s \boldsymbol{\Theta}^{(i)} \quad (6.45)$$

über die Ausgangsmatrix des Zustandsraummodells $\mathbf{C}_s$.

In Abbildung 6.13 ist die durch das Diffusfeld induzierte Betriebsschwingform und -schalldruckverteilung bei 80 Hz dargestellt. Die Ähnlichkeit zu der in Abbildung 6.12 dargestellten Eigenform der Masse-Feder-Masse-Resonanz ist klar erkennbar, allerdings tragen auch andere Eigenformen des gekoppelten Systems zur dargestellten Schwingungs- und Schalldruckverteilung bei. Verglichen mit der unendlichen Doppelschale, liegt die fundamentale Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz der endlichen Doppelschale ≈ 15 Hz tiefer. Die Abweichung zum Fall der ebenen Wellenanregung mit Einfallswinkel $\phi = 0^\circ$ wird auf die vereinfachenden Annahmen des unendlichen Systems zurückgeführt. Analog zur endlichen Einzelschale gilt bei tiefen Frequenzen die Bedingung $k\tilde{a} < \pi$, weshalb die Druckbeaufschlagung auch bei Schrägschalleinfall nahezu gleichphasig ist und das Massengesetz zur Anwendung kommt. Folglich liefert das Schalldämmmaß der unendlichen Schale mit ebener Wellenanregung aus $\phi = 0^\circ$ eine bessere Abschätzung der tieffrequenten Schalldämmung als die ebene Wellenanregung aus $\phi = 45^\circ$. Diese Feststellung gilt insbesondere auch für die Lage der fundamentalen Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz.

Höhere Masse-Feder-Masse-Resonanzen mit entsprechend starkem Einbruch im Schalldämmmaß in Abbildung 6.11 treten bei 151,57 Hz und bei 280,29 Hz auf. Erstere ist eine strukturdominierte Mode mit (2,5)-Schwingform und letztere eine fluiddominierte Mode mit einer (1,9)-Schwingform, überlagert mit weiteren Eigenformen. Eine detailliertere Beschreibung und Klassifizierung der Moden eines symmetrischen Doppelschalensystems erfolgt in [23, S. 164ff.]. Das dort untersuchte System besitzt eine fundamentale Masse-Feder-Masse-Resonanz bei 97 Hz, mit einer qualitativ sehr ähnlichen Vibrations- und Schalldruckverteilung wie in Abbildung 6.12.

In [80] wurden numerische Untersuchungen zur Schalldämmung einer Aluminium-Doppelschale (Abmessungen der Einzelschalen: $1 \times 1 \times 0,001 \text{ m}^3$ mit $0,09 \text{ m}$ Schalenabstand) durchgeführt und mit Messwerten aus einem Transmissionsprüfstand verifiziert. Ein Vergleich der in Abbildung 6.11 dargestellten Schalldämmungen mit den in [80, S. 69ff.] dokumentierten simulierten und gemessenen Schalldämmungen zeigt eine hohe qualitative Übereinstimmung. Die Differenzen im Absolutwert des Schalldämmmaßes und in der Lage der Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz sind auf die geometrischen Unterschiede der beiden Systeme (insbesondere die Schalendicke und den Schalenabstand) zurückzuführen.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass das in Abbildung 6.11 dargestellte Schalldämmmaß der endlichen Aluminium-Doppelschale bei Anregung durch eine ebene Schallwelle aus $\phi = 45^\circ$ gut mit den analytischen Werten korreliert. Die Abweichungen zwischen dem Schalldämmmaß der endlichen und der unendlichen Struktur lassen sich physikalisch erklären und auf die Vereinfachungen der unendlichen Doppelschale zurückführen, weshalb die Berechnungskette aus Anregungs-, Struktur- und Abstrahlungsmodell für den Fall der endlichen Doppelschale als valide angesehen wird.

6.6. Störquellen-, Kohärenz- und Kausalitätsanalyse

Unter Verwendung der entwickelten Simulationsmodelle und Algorithmen werden nachfolgend verschiedene Konfigurationen aktiver Einzel- und Doppelschalensysteme berechnet und ausgewertet. Die Störanregung erfolgt entweder durch zehn regelmäßig auf der Einzel- bzw. Primärschale (beim Doppelschalensystem) verteilte stochastische, unkorrelierte Punktkräfte oder durch ein ebenfalls auf die Einzel- bzw. Primärschale wirkendes diffuses Schallfeld. Im Unterschied zur Einzelschale kann die Lage der Referenzsensoren bei der aktiven Doppelschale (in Richtung der Flächennormalen) variabel gehalten werden. Es werden daher sowohl Konfigurationen mit Referenzsensoren auf der Primärschale (Beschleunigungssignale) als auch solche mit Referenzsensoren im Fluid der Kavität (Schalldrucksignale) untersucht. Die Aktuatoren und Fehlersensoren liegen immer auf der schallabstrahlenden Struktur, welche im Fall der Doppelschale die Sekundärstruktur darstellt.

Die Werte der in Tabelle 6.2 aufgelisteten Parameter der digitalen und analogen Signalverarbeitung richten sich nach den im Experiment vorhandenen Gegebenheiten und nach der dort verwendeten Hardware (vgl. Unterabschnitt A.4). Einzig die FIR-Filterlänge weicht von dem im Experiment verwendeten Wert ab. Durch die Wahl eines hinreichend langen FIR-Filters (länger als die kausalen Anteile der Impulsantworten) kann der Einfluss der FIR-Filterlänge auf die Störgrößenreduktion in der Simulation ausgeschlossen werden. Wie in Unterabschnitt A.4 beschrieben, ist die FIR-Filterlänge im Experiment auf $I = 350$ begrenzt, um einen stabilen Echtzeitbetrieb des Echtzeitsystems zu gewährleisten.

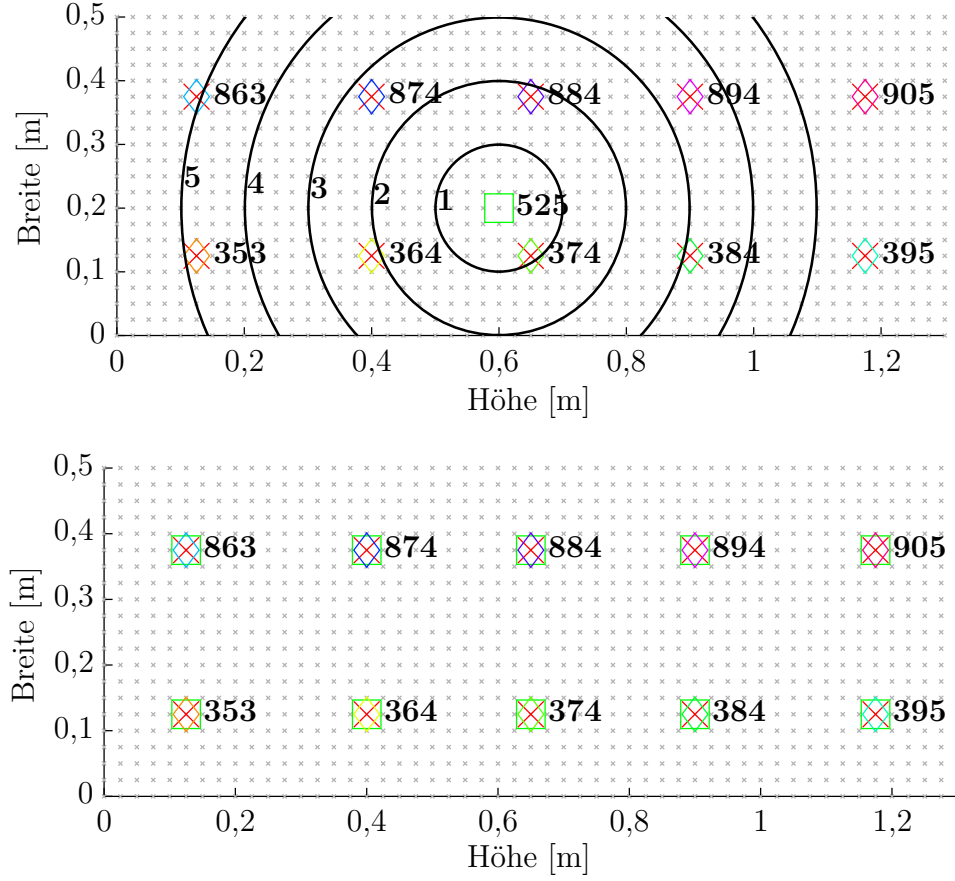


Abbildung 6.14.: Einzel- oder Doppelschalensystem mit zehn Störquellen (rote Kreuze), zehn Referenzsensoren (farbige Rauten) und einem kollokalen Aktuator-/Fehlersensorpaar (525, grünes Quadrat) (o.) bzw. zehn kollokalen Aktuator-/Fehlersensorpaaren (grüne Quadrate) (u.). Im Fall der Doppelschale liegen die Störquellen auf der Primärschale, die Referenzsensoren entweder auf der Primärschale ($\mathcal{P}$) oder im Fluid der Kavität ($\mathcal{F}$) und die Aktuatoren und Fehlersensoren auf der Sekundärschale. Die Bedeutung der Kreise um das Aktuator-/Fehlersensorpaar 525 (o.) ist Unterabschnitt 5.3.2 zu entnehmen.

Parameter (digital)	Wert
FIR-Filterlänge	$I = 1000$
Regularisierungsfaktor	$\beta = 10^{-5}$
Frequenzlinien der DFT	$N_{DFT} = 2I = 2000$
Überlappung (<i>overlap</i>)	50 %
Fensterung (<i>window</i>)	Hamming
Abtastfrequenz	$F_s = 1000$ Hz
Parameter (analog)	
Eckfrequenz des Butterworth-Tiefpassfilters	$F_c = 480$ Hz
Ordnung des Butterworth-Tiefpassfilters	$n_p = 4$

Tabelle 6.2.: In der Simulation verwendete Werte für die Parameter der digitalen und analogen (nur für die Realkonfigurationen) Signalverarbeitung.

Aus den in Unterabschnitt 5.3.2 genannten Gründen erfolgt die Kausalitätsanalyse zunächst anhand des in Abbildung 6.14 (o.) dargestellten SISO-Systems mit einem kollokalen Aktuator-/Fehlersensorpaar an FE-Knoten 525. Die Störangregung erfolgt in diesem Fall durch diskrete Punktkräfte (rote Kreuze), und die Referenzsensoren (farbige Rauten) sind kollokal zu den Punktkräften auf der Einzel- bzw. Primärschale platziert. Die Kausalität dieser Konfiguration wird mithilfe der in Unterabschnitt 5.3.2 definierten Kausalitätskreise $\xi(\delta_G, c_{bo})$ dargestellt. Die zugehörige Sekundärlaufzeit $\delta_G = 1\text{--}5$ ms ist am jeweiligen Kreis angegeben. Die relative Lage der Störquellen zu den Kausalitätskreisen kann mit den in Abbildung 6.16 für die Einzelschale bzw. in Abbildung 6.19 für die Doppelschale angegebenen Kreuzkorrelationen der Allpassteile der Referenzsignale und des Störsignals bei Fehlersensor 525 verglichen werden. Da sich die Kreuzkorrelation in Abhängigkeit von der strukturellen bzw. akustischen Dämpfung mehr oder weniger stark zeitlich aufspreizt, besitzen die Kausalitätskreise eine unterschiedlich starke Aussage im Hinblick auf die zu erreichende Störgrößenreduktion. Dies ist darin begründet, dass die Kausalitätskreise nur mit dem ersten größeren (im Fall einer starken Dämpfung dem größten bzw. einzigen) Ausschlag der Kreuzkorrelation verknüpft sind (vgl. Abbildungen 5.4 und 5.5). Die Auswirkungen von Wellenreflexionen und Nebenwegen (welche zu Indirektschallanteilen führen) werden durch sie nicht abgebildet. Das Ausmaß der zeitlichen Aufspreizung der Kreuzkorrelation ist daher ein wichtiger Indikator für die erreichbare Störgrößenreduktion im Fall von Totzeiten innerhalb der Sekundärstrecke.

Die Kohärenzanalyse und die Berechnung der erreichbaren Störgrößenunterdrückung im Mehrgrößenfall wird anhand des in Abbildung 6.14 (u.) dargestellten MIMO-Systems durchgeführt. Im Fall der Einzelschale resultiert für eine Sekundärlaufzeit von $\delta_G = 1$ ms bei idealer Sekundärstrecke das SP-PEF aus Unterabschnitt 3.2.7. Diese Tatsache, verbunden mit dem Fakt, dass eine kollokale Aktuator-/Sensoranordnung hinsichtlich der Sekundärlaufzeit das Optimum dar-

stellt, belegt die in Hypothese 2 postulierte inhärente Akausalität eines jeden aktiven Einzelschalensystems. Im Fall der Doppelschale können die Referenzsensoren durch Verlagerung in das Fluid oder auf die Primärschale von den Fehlersensoren räumlich getrennt werden, sodass sich eine vom SP-PEF abweichende Konfiguration ergibt, welche gemäß Hypothese 3 das Potenzial zur breitbandigen Störgrößenreduktion besitzt.

Die Störquellen- und Kohärenzanalyse erfolgt gemäß der in Unterabschnitt 5.3.1 beschriebenen Methodik. Um die im diffusen Schallfeld herrschende Störquellendichte bis 500 Hz sicher auflösen zu können, wird ein regelmäßiges Messgitter aus 4×11 Referenzsensoren verwendet. Dieses Messraster wird für die Analyse der induzierten Vibrations- und Schallfelder des Einzel- bzw. Doppelschalensystems beibehalten, da es in jedem Fall fein genug ist und die Berechnung keinen großen numerischen Aufwand bedeutet. Zur grafischen Darstellung der Eigenwerte der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale werden zehn Höhenlinien verwendet. Daraus resultiert eine Auflösung von 3 dB pro Höhenlinie bei einer Dynamik der Eigenwerte von 30 dB (Bereich von -30 dB bis 0 dB für die Eigenwerte im diffusen Schallfeld oder auf der Einzel- bzw. Primärschale) und eine Auflösung von 6 dB pro Höhenlinie bei einer Dynamik der Eigenwerte von 60 dB (Bereich von -60 dB bis 0 dB für die Eigenwerte in der Kavität oder auf der Sekundärschale). Mithilfe der Störquellenanalyse wird die Anzahl unabhängiger Störquellen vor (im diffusen Schallfeld) und auf (im induzierten Vibrationsfeld) der Einzel- bzw. Primärschale, auf der Sekundärschale und im Fluid der Kavität (im induzierten Schallfeld) berechnet. Die Ergebnisse belegen die in Hypothese 3 postulierte Erhöhung der räumlichen Kohärenz der Sensorsignale, welche in der signifikant reduzierten Anzahl an dominanten Eigenwerten der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale gemessen in der Kavität (vgl. Abbildung 6.20) oder auf der Sekundärschale (vgl. Abbildung A.3 (o.)) zum Ausdruck kommt.

Zur Auswertung der in Abhängigkeit von δ_G erreichbaren Störgrößenreduktion wird das Residuum der Störgröße $10 \log(S_{ee}/S_{dd})$ aus den über alle Sensoren aufsummierten Leistungsdichtespektren der Fehler- und Störsignale gebildet. Die Reduktion der über alle Fehlersensoren aufsummierten mittleren Störsignalleistung ist in den jeweiligen Tabellen in der Spalte Red. angegeben. Mithilfe des Residuums der Störgröße, der Red. und der KR sollen die Hypothesen dieser Arbeit verifiziert werden.

6.6.1. Punktkrafterregte Einzelschale

Kausalitätsanalyse

Die Untersuchung der punktkrafterregten Einzelschale erfolgt zunächst anhand des „Multiple-reference (MR)“-SISO-Systems aus Abbildung 6.14 (o.). Durch die Betrachtung eines einzelnen kollokalen Aktuator-/Sensorpaars kann die Kausalitätsanalyse, wie in Unterabschnitt 5.3.2 erläutert, ohne Einschränkung der All-

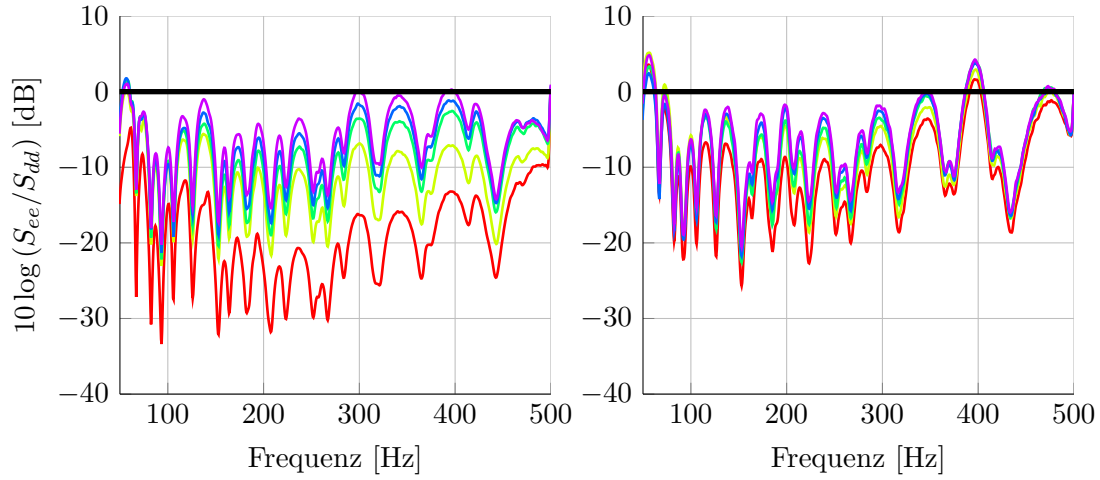


Abbildung 6.15.: Residuum der Störgröße auf der punktkrafterregten Aluminium-Einzelschale aus Abbildung 6.14 in Abhängigkeit von der Sekundärlaufzeit (Farbkodierung gemäß Tabelle 6.3). Ausgewertet für Fehlersensor 525 (li.) und gemittelt über zehn Fehlersensoren (re.).

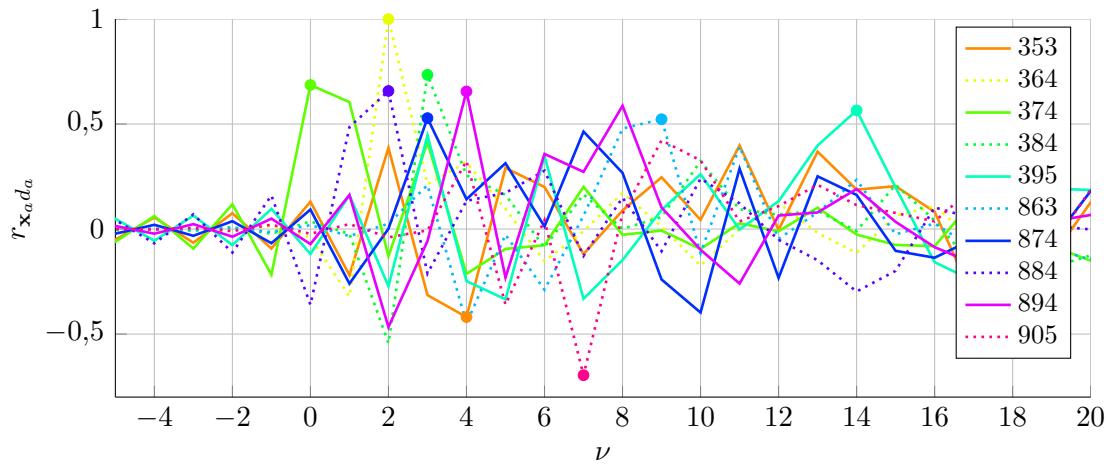


Abbildung 6.16.: Kreuzkorrelation der Allpassteile der Referenzsignale der zehn Referenzsensoren und des Störsignals von Fehlersensor 525 auf der in Abbildung 6.14 dargestellten Aluminium-Einzelschale.

<i>Aluminium</i>		SISO		MIMO	
δ_G ms	ζ_S %	Red. dB	KR dB	Red. dB	KR dB
1 	1	16,7	12,8	11,8	-3,5
2 	1	12,6	8,8	10	-5,3
3 	1	10,1	6,2	9,5	-5,8
4 	1	8,8	4,9	9,1	-6,2
5 	1	7,8	3,9	8,5	-6,8
1 	3	15,1	12,9	8,8	-1,8
2 	3	9,6	7,4	6,9	-3,6
3 	3	6,4	4,3	6,1	-4,5
4 	3	5,2	3	5,5	-5,1
5 	3	4,3	2,1	5,1	-5,5

Tabelle 6.3.: Reduktionen der mittleren Signalleistung (Red.) von Sensor 525 (SISO) oder summiert über zehn Fehlersensoren (MIMO) sowie Kausalitätsreserven (KR) für die punktkratterregte Einzelschale mit zehn Referenzsensoren gemäß Abbildung 6.14.

gemeingültigkeit durchgeführt werden. Eine solche Konfiguration ist aufgrund ihrer Kollokalität bereits optimal im Hinblick auf den strukturellen Anteil an der Sekundärlaufzeit (minimaler Phasengang bzw. minimalphasiges System). Durch Variation der Sekundärlaufzeit mit einer unteren Grenze von $\delta_G = T_s = 1$ ms kann der Einfluss der Kausalität auf die Störgrößenreduktion untersucht werden.

Die in Abbildung 6.14 (o.) dargestellten Kausalitätskreise geben einen Hinweis darauf, welche Störquellen durch das aktive System bei einer bestimmten Sekundärlaufzeit δ_G kausal beeinflusst und deren Anteile am Störsignal somit breitbandig reduziert werden können. Die relative Lage der Störquellen zu den Kausalitätskreisen korrespondiert – aufgrund der geringen Strukturdämpfung von $\zeta_S = 1$ % mit gewissen Einschränkungen – gut mit den in Abbildung 6.16 dargestellten Kreuzkorrelationen der Allpassteile der Referenzsignale und des Störsignals von Fehlersensor 525. Es ist beispielsweise sehr gut zu erkennen, dass die Störquelle bzw. der Referenzsensor 374 dem Fehlersensor 525 am nächsten liegt und die zugehörigen Signalanteile (des Direktschalls) innerhalb der zeitlichen Auflösung der Kreuzkorrelation von $T_s = 1$ ms beim Fehlersensor ankommen. Bereits bei einer Sekundärlaufzeit von $\delta_G = 1$ ms wird deshalb ein großer Anteil der Kreuzkorrelation des (durch die Sekundärstrecke) gefilterten Referenzsignals 374 und des Fehlersignals 525 in den akausalen Bereich $\nu < 0$ verschoben, wodurch die Reduktion der mittleren Störsignalleistung gemäß Tabelle 6.3 (Spalte SISO) auf 16,7 dB begrenzt wird. Bei einer Erhöhung der Sekundärlaufzeit auf $\delta_G = 2$ ms verschieben sich weitere Anteile der Kreuzkorrelation der gefilterten Signale der Referenzsensoren 374 und 884 in den akausalen Bereich, wodurch die mittlere

Fehlersignalleistung um ca. 4 dB ansteigt. Dieses Verhalten spiegelt sich auch in dem in Abbildung 6.15 (li.) dargestellten Residuum der Störgröße bei Fehlersensor 525 wider. Die Zuordnung der einzelnen Kurven zu den jeweiligen Sekundärlaufzeiten erfolgt über die in Tabelle 6.3 angegebene Farbkodierung. Es wird deutlich, dass bereits sehr kleine und technisch kaum realisierbare Sekundärlaufzeiten (ein 4-poliges Butterworth-Tiefpassfilter besitzt eine Gruppenlaufzeit von mindestens einer Abtastschrittweite, hier also 1 ms) zu signifikanten Einbußen der Störgrößenreduktion einer aktiven Einzelschale führen. Dennoch sind die Reduktionen, wie in Tabelle 6.3 dargestellt, für alle betrachteten Sekundärlaufzeiten breitbandig, weil die KR positiv sind.

Im MIMO-Fall mit zehn kollokalen Aktuator-/Sensorpaaren fallen die erreichbaren Störgrößenreduktionen (abgesehen von sehr kleinen Sekundärlaufzeiten) zwar nicht wesentlich geringer aus, allerdings ist das System bereits bei $\delta_G = 1$ ms akausal ($KR < 0$). Ursächlich dafür, dass die KR für $\delta_G = 1$ ms nicht exakt null ist, sind strukturdynamische Effekte in der Sekundärstrecke, welche im Fall des SP-PEF aufgrund der Betrachtung reiner Totzeitglieder (vgl. Abbildung 3.2) nicht zum Tragen kommen. Übertragen auf das MIMO-System, ist jedes Aktuator-/Sensorpaar für sich genommen zwar immer noch kausal und die Störgrößenreduktion breitbandig, in der Gesamtheit liegt jedoch gemäß Tabelle 6.3 (Spalte MIMO) keine Kausalität mehr vor. Diese Tatsache ist bezogen auf das Ziel einer möglichst starken Störgrößenreduktion irrelevant. Sie erlaubt jedoch die Klassifizierung eines aktiven Systems als entweder kausale Steuerungskonfiguration ($KR > 0$) oder als akausale Steuerungs- oder Regelungskonfiguration ($KR \leq 0$).

In Tabelle 6.3 sind weiterhin die erreichbaren Reduktionen der mittleren Störsignalleistung bei einer Strukturdämpfung von $\zeta_S = 3\%$ aufgelistet. Aufgrund der geringeren zeitlichen Aufspreizung der Kreuzkorrelationen (nicht dargestellt), wirkt sich eine Erhöhung der Sekundärlaufzeit erwartungsgemäß restriktiver auf die Störgrößenreduktion des aktiven Systems aus. Dies manifestiert sich auch in einer stärkeren Abnahme der Kausalitätsreserve für steigende Sekundärlaufzeiten im SISO-Fall. Dieser Sachverhalt sollte bei einer Kombination von passiven (z. B. *constraint layer damping (CLD)*) und aktiven Dämpfungsmaßnahmen ins Kalkül gezogen werden.

Störquellen- und Kohärenzanalyse

Die in Abbildung 6.17 dargestellten Pegelwerte der zehn größten Eigenwerte der Matrix der Leistungsdichtespektren wachsen mit der Frequenz an und besitzen eine maximale Dynamik von ca. 30 dB. Da die Struktur von nur zehn unabhängigen Störquellen angeregt wird, sind dies zugleich die einzigen von null verschiedenen Eigenwerte. Idealerweise – d. h. unter der Voraussetzung einer kausalen Systemkonfiguration – würden demnach zehn (für jede Frequenz) optimal platzierte Referenzsensoren ausreichen, um die Störgröße perfekt zu unterdrücken (vgl. Gleichung (5.7)). Aus Abbildung 6.17 geht jedoch auch hervor, dass in be-

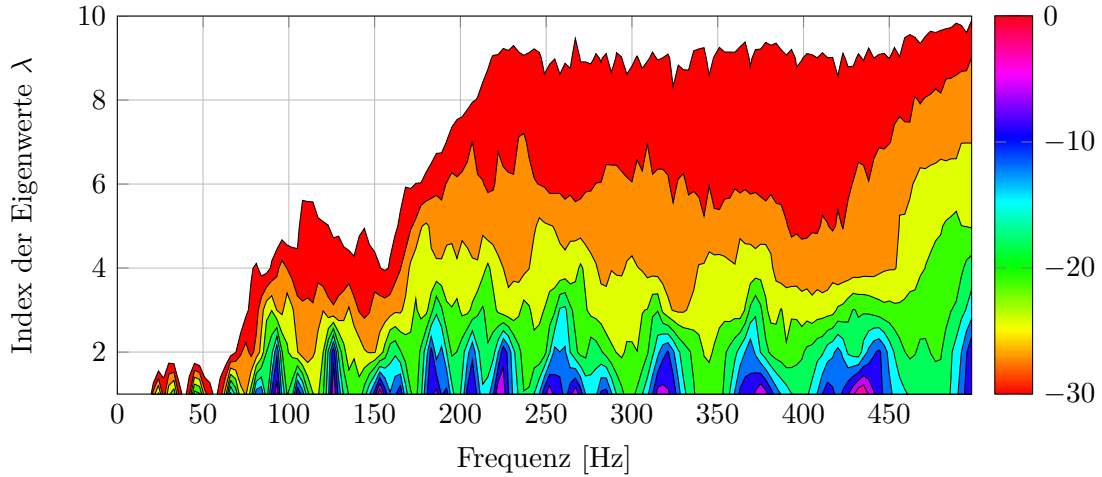


Abbildung 6.17.: Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale für zehn Störquellen und 44 Referenzsensoren auf der Aluminium-Einzelschale aus Abbildung 6.14.

stimmten Frequenzbereichen (z. B. bei 350 Hz) die Dynamik zwischen λ_1 und λ_{10} nur etwa 10 dB beträgt. Reduzierte sich die Referenzsensoranzahl infolge eines Sensorausfalls oder würden aufgrund einer suboptimalen Referenzsensorplatzierung nicht alle virtuellen Störquellen erfasst, so läge die maximale Störgrößenreduktion eines (kausalen) Steuerungssystems gemäß Gleichung (5.7) in einigen Frequenzbereichen unterhalb von 10 dB. Bei tiefen Frequenzen und in Frequenzbereichen, in denen die Eigenwertepegel stark von einzelnen Strukturresonanzen dominiert sind, fallen die erreichbaren Störgrößenreduktionen allerdings weitaus höher aus. Aus der Analyse folgt, dass die Störquellendichte bei einer ausreichenden Anzahl an Referenzsensoren einen eher unkritischen Faktor darstellt. Es ist jedoch zu beachten, dass die Optimierung der Referenzsensorpositionen gemäß der in Unterabschnitt A.4 beschriebenen Methodik über den gesamten Frequenzbereich erfolgt und es deshalb in bestimmten Frequenzbereichen zu suboptimalen Konfigurationen mit negativen Auswirkungen auf die Kohärenz von Referenz- und Störsignalen kommen kann. Zudem sollte die Anzahl an Referenzsensoren im Hinblick auf eine experimentelle bzw. produktmäßige Realisierung so klein wie möglich gehalten werden, da mit ihr nicht nur die Sensoranzahl und der Verkabelungsaufwand sondern auch die numerische Komplexität des Steuerungsalgorithmus' signifikant anwächst (die Größe des Steuerungsfilters skaliert proportional zu der Anzahl an Referenzsignalen).

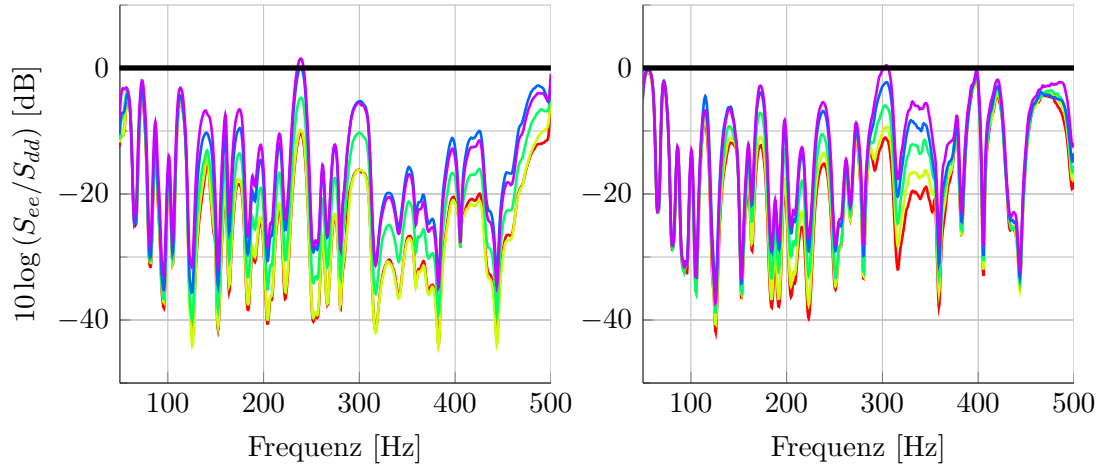


Abbildung 6.18.: Residuum der Störgröße auf der punktkrafterregten Aluminium-Doppelschale aus Abbildung 6.14 in Abhängigkeit von der Sekundärlaufzeit (Farbkodierung gemäß Tabelle 6.4). Ausgewertet für Fehlersensor 525 (li.) und gemittelt über zehn Fehlersensoren (re.).

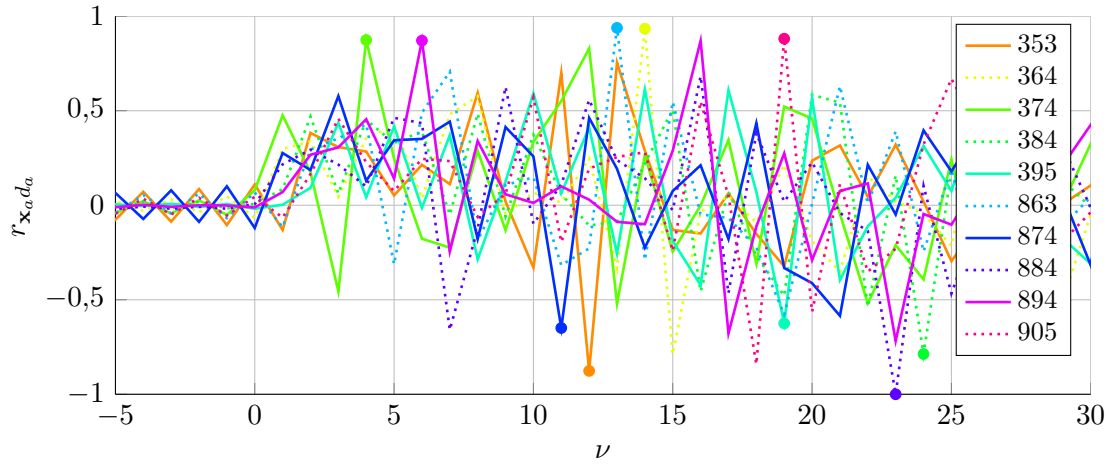


Abbildung 6.19.: Kreuzkorrelation der Allpassteile der Referenzsignale der zehn Referenzsensoren und des Störsignals von Fehlersensor 525 auf der in Abbildung 6.14 dargestellten Aluminium-Doppelschale.

<i>Aluminium</i>		SISO ($\mathcal{P}$)		MIMO ($\mathcal{P}$)		MIMO ($\mathcal{F}$)	
δ_G ms	ζ_S, ζ_F %	Red. dB	KR dB	Red. dB	KR dB	Red. dB	KR dB
1 	1, 0,0022	24,6	14,8	23,6	-3,9	25,8	-1,7
2 	1, 0,0022	24,4	14,6	23,4	-4,1	24,3	-3,2
3 	1, 0,0022	23,9	14,1	23	-4,6	22,6	-4,8
4 	1, 0,0022	22,7	12,8	22	-5,6	21,6	-5,9
5 	1, 0,0022	21,6	11,8	21,3	-6,2	20,2	-7,3
1 	3, 3	20,8	13,5	19,9	1,8	18,4	0,3
2 	3, 3	20,7	13,3	18,8	0,7	16,4	-1,7
3 	3, 3	18,8	11,4	16,8	-1,3	14,2	-3,8
4 	3, 3	15,9	8,5	14,8	-3,3	13,1	-5
5 	3, 3	14,3	7	13,5	-4,6	11,9	-6,2

Tabelle 6.4.: Reduktionen der mittleren Signalleistung (Red.) von Sensor 525 (SISO) oder summiert über zehn Fehlersensoren (MIMO) sowie Kausalitätsreserven (KR) für die punktkrafterregte Aluminium-Doppelschale mit zehn Referenzsensoren auf der Primärschale ($\mathcal{P}$) oder im Fluid in der Mittelebene der Kavität ($\mathcal{F}$).

6.6.2. Punktkrafterregte Doppelschale

Kausalitätsanalyse

Auch die Untersuchung der punktkrafterregten Doppelschale erfolgt zunächst anhand des MR-SISO-Systems aus Abbildung 6.14 (o.). Im Unterschied zur aktiven Einzelschale liegen die Referenzsensoren jedoch auf der Primärschale des Doppelschalensystems, sodass sich eine vom SP-PEF abweichende Konfiguration ergibt. Verglichen mit den Kausalitätsreserven der Einzelschale aus Tabelle 6.3 (Spalte SISO) ergeben sich im Fall der Doppelschale in Tabelle 6.4 (Spalte SISO ($\mathcal{P}$)) deutlich höhere Werte. Dies gilt insbesondere für größere und damit realistischere Sekundärlaufzeiten. Bei einer Sekundärlaufzeit von 3 ms weist das schwach gedämpfte Doppelschalensystem eine um 7,9 dB und das stärker gedämpfte Doppelschalensystem eine um 7,1 dB größere Kausalitätsreserve als das jeweilige Einzelschalensystem auf. Ursächlich für die höheren Werte der Kausalitätsreserve und die geringere Abhängigkeit von der Sekundärlaufzeit ist die (in Abbildung 6.19 dargestellte) deutlich stärkere zeitliche Aufspreizung der Kreuzkorrelation. Diese bewirkt eine größere Robustheit der Kausalitätsreserve gegenüber Änderungen in der Sekundärlaufzeit, da die in den akausalen Bereich ($\nu < 0$) verschobenen Anteile der Kreuzkorrelation im betrachteten Intervall $\delta_G = 1\text{--}5$ ms relativ gering sind. Diese Tatsache manifestiert sich auch in dem in Abbildung 6.18 (li.) dargestellten Residuum der Störgröße bei Fehlersensor 525. Im Unterschied zur aktiven Einzelschale liegen alle fünf Kurven auf einem ähnlichen Niveau. Dem unteren Teil von Tabelle 6.4 ist zu entnehmen, dass die Robustheit der Kausali-

tätsreserve auch bei einer stärkeren Bedämpfung der schallübertragenden Medien (z. B. durch CLD der Strukturen in Verbindung mit Glaswolldämpfpaketen in der Kavität) weitgehend erhalten bleibt.

Wie bereits bei der aktiven Einzelschale beobachtet, bleiben die Reduktionen der mittleren Störsignalleistung auch bei der Doppelschale im MIMO-Fall erhalten. Allerdings fällt die Störgrößenreduktion der aktiven Doppelschale verglichen mit der aktiven Einzelschale signifikant höher aus (> 10 dB Unterschied in der Leistungsreduktion). Hinsichtlich der Kausalitätsreserve fallen die Unterschiede zwischen Einzel- und Doppelschale jedoch gering aus. Abgesehen von einigen Ausnahmen sind die in Tabelle 6.4 (Spalten MIMO ($\mathcal{P}$) und MIMO ($\mathcal{F}$)) dokumentierten Kausalitätsreserven der aktiven Doppelschale negativ, weshalb diese Systeme weder kausal sind noch eine breitbandige Störgrößenreduktion hervorrufen. Nur für den Fall einer stärkeren Bedämpfung der schallübertragenden Medien ($\zeta = 3\%$) kann eine positive Kausalitätsreserve erzielt werden, welche das in der Basishypothese und in Hypothese 3 formulierte Postulat der Kausalität und Breitbandigkeit eines aktiven Doppelschalensystems unterstützt. Ferner nimmt in diesem Fall – in Übereinstimmung mit Hypothese 4 – die Kausalitätsreserve durch die Verlagerung der Referenzsensoren von der Primärschale in das Fluid der Kavität ab. Es ist zu vermuten, dass sich diese Effekte im Fall eines größeren Schalenabstands d_{12} oder bei (nach aktuellem Stand der Technik unrealistisch) kleinen Sekundärlaufzeiten $\delta_G < d_{12}/c_0$ (hier: $\approx 0,44$ ms) verstärken. Auch die Befüllung der Kavität mit einem Fluid mit niedrigerer Schallgeschwindigkeit als c_0 (siehe z. B. Schiller et al. [78]) könnte positive Auswirkungen auf die Kausalitätsreserve der aktiven Doppelschale haben. Die hier durchgeführten numerischen Untersuchungen richten sich nach den im Experiment vorherrschenden (luftfahrttypischen) Gegebenheiten und der verfügbaren Echtzeithardware (siehe Tabelle A.4). Eine Untersuchung der genannten Effekte geht daher über den Rahmen dieser Arbeit hinaus und könnte ein Thema zukünftiger Forschungsarbeiten sein.

Störquellen- und Kohärenzanalyse

Die in Abbildung 6.20 (o.) dargestellten Pegelwerte der zehn größten Eigenwerte der Matrix der Leistungsdichtespektren weisen eine starke Ähnlichkeit mit den in Abbildung 6.17 gezeigten Eigenwerten der Einzelschale auf. Die Dynamik zwischen λ_1 und λ_{10} beträgt ebenfalls ca. 30 dB, sodass die in Unterabschnitt 6.6.1 getroffenen Aussagen auch für ein Referenzsensorschema auf der Primärschale eines Doppelschalensystems gelten. In Übereinstimmung mit Hypothese 3 ist die Störquellendichte im Schallfeld der Kavität und im Vibrationsfeld der Sekundärschale signifikant reduziert. Diese Tatsache kommt in der von 30 dB auf 60 dB erhöhten Dynamik der zehn größten Eigenwerte bei einer Referenzsensorkonfiguration in der Kavität (siehe Abbildung 6.20 (u.)) oder auf der Sekundärschale (siehe Abbildung A.3 (o.)) zum Ausdruck. Ursächlich dafür ist die deutlich gerin-

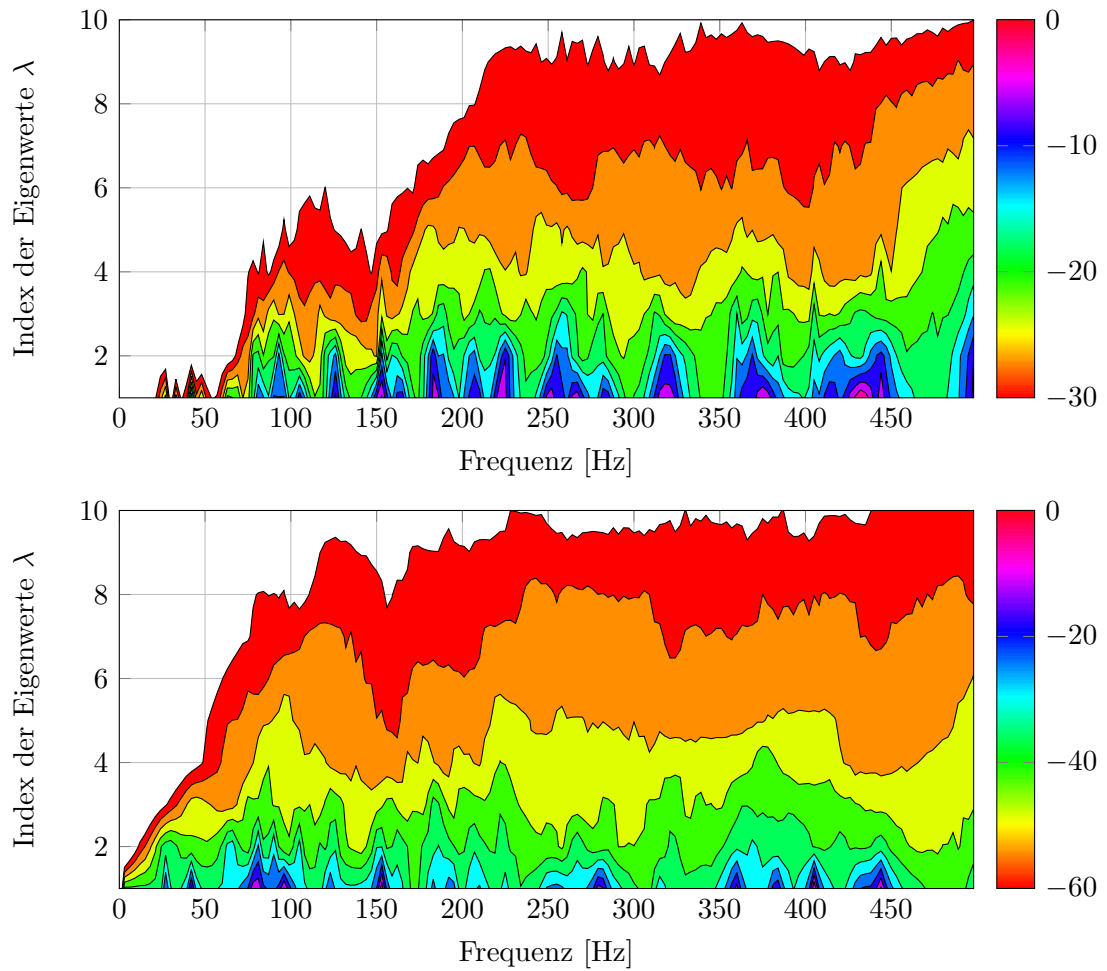


Abbildung 6.20.: Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale für zehn Störquellen und 44 Referenzsensoren auf der Primärschale (o.) und im Fluid in der Mittelebene der Kavität (u.) des Aluminium-Doppelschalensystems.

gere modale Dichte des in der Kavität eingeschlossenen Fluids. Bei Verwendung von fünf (optimal) in der Kavität und/oder auf der Sekundärschale der Doppelschale platzierten Referenzsensoren liegen die erreichbaren Störgrößenreduktionen oberhalb von 11 dB. Eine Positionierung von Referenzsensoren in der Kavität oder auf der Sekundärschale ist umso vorteilhafter, je höher die Störquellendichte auf der Primärschale wird. Im Extremfall der primärseitigen Störanregung durch eine turbulente Grenzschicht, welche noch wesentlich mehr unabhängige Störquellen als ein diffuses Schallfeld besitzt (vgl. [33]), ist eine Erfassung kohärenter Störquelleninformationen auf der Einzel- bzw. Primärschale praktisch nicht mehr zu realisieren. Die Reduktion der mittleren Störsignalleistung ist folglich auf schmale Frequenzbänder um die strukturellen Eigenfrequenzen begrenzt (vgl. [63, 2]). In diesen Bereichen wird das Schwingungsverhalten (bei den betrachteten Frequenzen und Dämpfungswerten) von wenigen Moden beherrscht, weshalb die Störquellendichte im Vibrationsfeld unabhängig von der Anregung sehr gering ist. Dies äußert sich in einer kleinen Anzahl dominanter Eigenwerte der Matrix der Leistungsdichtespektren bzw. einer hohen Dynamik der Eigenwertepegel. Angesichts der genannten Vorteile einer Referenzsensorkonfiguration in der Kavität oder auf der Sekundärschale darf die in Hypothese 4 postulierte und in Tabelle 6.4 (Spalten MIMO ($\mathcal{P}$) und MIMO ($\mathcal{F}$)) dokumentierte Reduzierung der Kausalitätsreserve (bei $\zeta = 3\%$) nicht außer Acht gelassen werden. Deutlich restriktiver in Bezug auf die real erreichbare Störgrößenreduktion ist jedoch die (in der Simulation unberücksichtigte) Rückkopplung der Aktuatoren auf die Referenzsensoren. Diese ist bei einer Positionierung der Referenzsensoren auf der Sekundärschale oder in der Kavität wesentlich ausgeprägter als bei einem Referenzsensorschema auf der Primärschale. Eine ausreichende Kompensierung des Rückkopplungspfads ist, wie in Unterabschnitt A.4 dokumentiert, in der Realität nur schwer umzusetzen. Um die benötigte Robustheit zu gewährleisten, muss deshalb die Stellgröße der Aktuatoren und in der Folge die erreichbare Störgrößenreduktion reduziert werden (siehe Abbildung A.11). Dieser praktisch motivierte Sachverhalt ist ein starkes Argument für die Verwendung einer aktiven Doppelschale mit Referenzsensoren auf der Primärschale. Falls es gelänge, die Rückkopplung der Aktuatoren auf die sich in der Kavität befindlichen Mikrofone zu reduzieren (z. B. durch eine passive Bedämpfung der Kavität oder durch geeignete Referenzsensorschemata), wäre die Platzierung der Referenzsensoren in der Kavität eine sehr vorteilhafte Option. Dies gilt insbesondere, wenn strukturelle Störübertragungspfade aufgrund des betrachteten Frequenzbereichs und/oder der Art der strukturellen Anbindung zu vernachlässigen sind. Die Gültigkeit dieses Sachverhalts wurde für das hier betrachtete Doppelschalensystem in Unterabschnitt 6.3.1 nachgewiesen (siehe Abbildung 6.5).

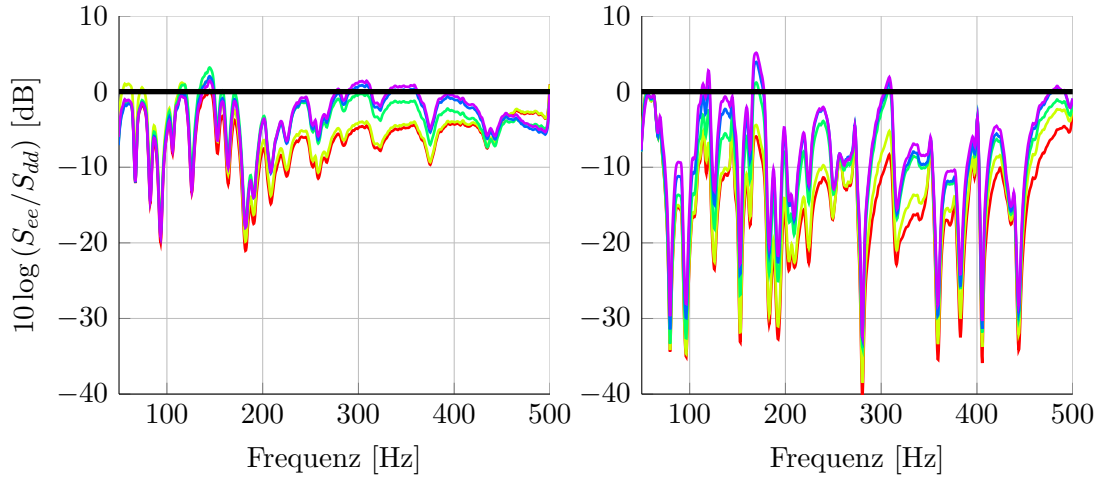


Abbildung 6.21.: Residuum der Störgröße, gemittelt über zehn Fehlersensoren auf der Aluminium-Einzelschale (li.) und der Aluminium-Doppelschale (re.) aus Abbildung 6.14 bei Diffusfeldanregung der Einzel- bzw. Primärschale und mit zehn Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale.

6.6.3. Akustisch angeregte Einzel- und Doppelschale

Die Kausalitäts- und Kohärenzanalysen der aktiven Einzel- und Doppelschale werden für den Fall einer Störanregung der Einzel- bzw. Primärschale durch ein diffuses Schallfeld (gemäß Unterabschnitt 6.1.3) wiederholt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.5 und den entsprechenden Abbildungen dokumentiert. Die in den vorangegangenen Kapiteln getroffenen Aussagen bezüglich der punktkrafterregten Systeme sind zumeist auch für den hier betrachteten Fall gültig. Aus diesem Grund wird nachfolgend nur auf die Unterschiede eingegangen.

Kausalitätsanalyse

Der Vergleich von Tabelle 6.5 (Spalte Einzelschale) mit Tabelle 6.3 (Spalte MIMO) zeigt, dass die Reduktionen der mittleren Störsignalleistung bei Diffusfeldanregung im Vergleich zu jenen bei Punktkraftanregung im Mittel um 3,6 dB geringer ausfallen. Demgegenüber sind die Kausalitätsreserven im Mittel um 2,1 dB gestiegen. Die Differenz aus Red. und KR ergibt im Fall $\delta_G = 1$ ms eine Reduktion der mittleren Störsignalleistung des SP-PEF von 9,6 dB bei Diffusfeldanregung und von 15,3 dB bei Punktkraftanregung. Da die unbeschränkte Kohärenz aufgrund der übereinstimmenden Positionen von Referenz- und Fehlersensoren und der Vernachlässigung von Sensor- und Systemrauschen identisch eins ist, sind die beobachteten Einschränkungen in der Störgrößenreduktion ausschließlich lauffzeitinduziert und damit der akausalen Kohärenz zuzurechnen. Ursächlich für den Anstieg der akausalen Kohärenz könnte die – verglichen mit den ortsdiskret wirkenden

<i>Aluminium</i>		Einzelschale		Doppelschale ($\mathcal{P}$)		Doppelschale ($\mathcal{F}$)	
δ_G ms	ζ_S, ζ_F %	Red. dB	KR dB	Red. dB	KR dB	Red. dB	KR dB
1 —	1, 0,0022	7,7	−1,9	20,2	−5,3	24,5	−1
2 —	1, 0,0022	7	−2,6	19,9	−5,6	20,2	−5,2
3 —	1, 0,0022	5,8	−3,8	18,5	−7	18,6	−6,9
4 —	1, 0,0022	5,3	−4,3	17,2	−8,3	17,6	−7,9
5 —	1, 0,0022	4,9	−4,7	16,3	−9,2	16,8	−8,7
1 —	3, 3	5,8	−1,4	19,8	0,5	22,1	2,8
2 —	3, 3	4,7	−2,5	17,9	−1,5	15,5	−3,9
3 —	3, 3	3,4	−3,8	13,9	−5,5	13,3	−6
4 —	3, 3	2,9	−4,2	11,7	−7,6	12,2	−7,1
5 —	3, 3	2,6	−4,6	10,5	−8,8	11,6	−7,7

Tabelle 6.5.: Reduktionen der über zehn Fehlersensoren summierten mittleren Störsignalleistung (Red.) sowie Kausalitätsreserve (KR) bei Diffusfeldanregung der Einzel- bzw. Primärschale aus Abbildung 6.14 und mit zehn Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale ($\mathcal{P}$) oder im Fluid in der Mittelebene der Kavität ($\mathcal{F}$).

Punktkräften – erhöhte räumliche Korrelation bzw. der größere Korrelationsbereich (vgl. Gleichung (3.10)) des diffusen Schallfelds sein. Infolge des größeren Korrelationsbereichs reduzieren sich die Distanzen zwischen den Störquellen und den Fehlersensoren mit der Folge einer entsprechend schnelleren Störübertragung. Bei der aktiven Doppelschale fällt auf, dass sich die Kausalitätsreserve bei einer Verlagerung der Referenzsensoren in die Kavität wider Erwarten und entgegen dem Postulat von Hypothese 4 vergrößert. Bei der punktkrafterregten Doppelschale zeigte sich (für $\zeta = 3\%$) ein umgekehrter Effekt, sodass sich insgesamt ein widersprüchliches Bild ergibt, welches eine eindeutige Aussage in Bezug auf Hypothese 4 verhindert. Wie bereits in Unterabschnitt 6.6.2 erwähnt, ist jedoch zu erwarten, dass der in Hypothese 4 formulierte Zusammenhang bei größeren Distanzen zwischen Referenz- und Fehlersensoren (z. B. größerer Schalenabstand) und/oder kleineren (nach aktuellem Stand der Technik nicht zu realisierenden) Sekundärlaufzeiten deutlicher zum Tragen kommt.

Störquellen- und Kohärenzanalyse

Aus den in Abbildung 6.22 (o.) dargestellten Eigenwertepegeln der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale im diffusen Schallfeld vor der Einzel- bzw. Primärschale geht hervor, dass die Störquellendichte mit der Frequenz ansteigt. Dieses Verhalten ist in [33] dokumentiert und entspricht insofern der Erwartung. In Abbildung 6.22 (u.) sind die Eigenwerte für eine Referenzsensorkonfiguration auf der Einzelschale dargestellt. Verglichen mit der punktkrafterregten

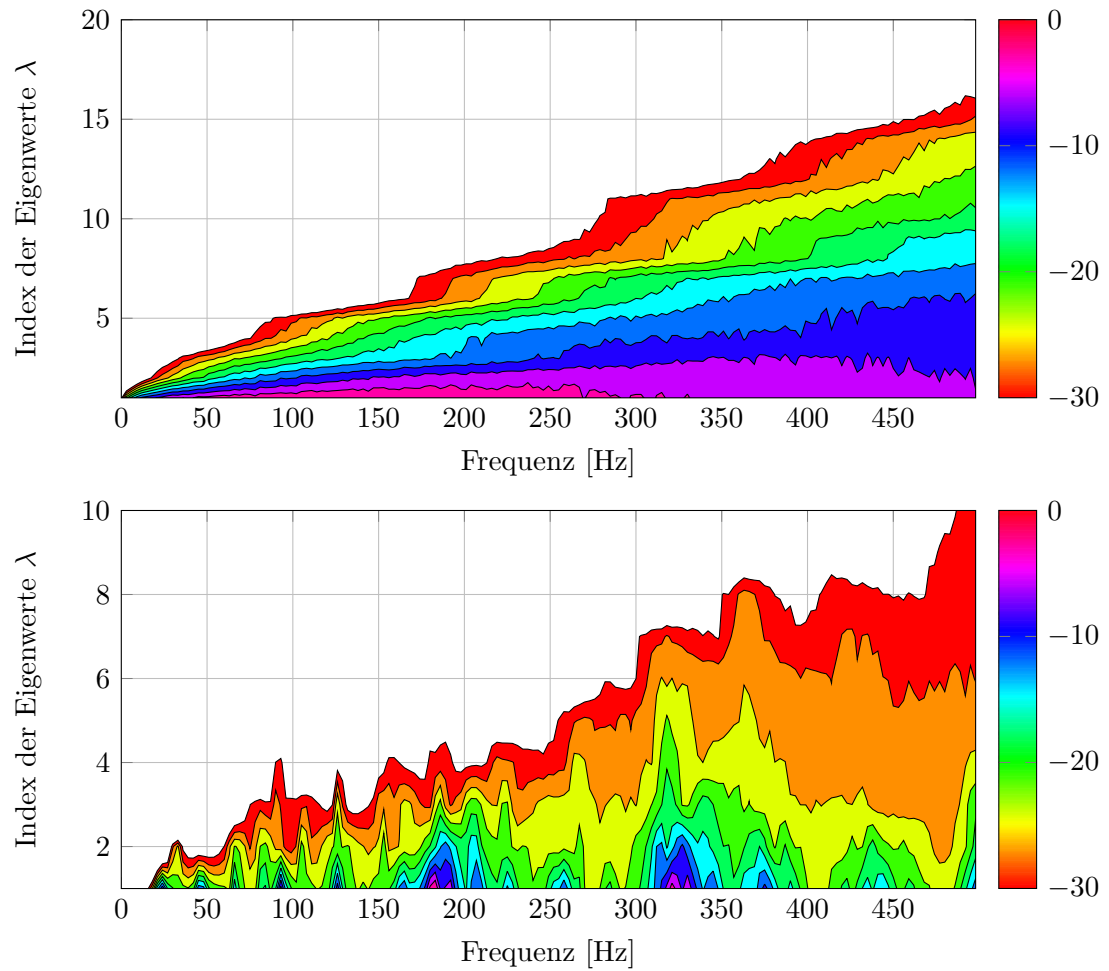


Abbildung 6.22.: Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale bei Diffusfeldanregung und 44 Referenzsensoren im diffusen Schallfeld vor (o.) und auf (u.) der Aluminium-Einzelschale.

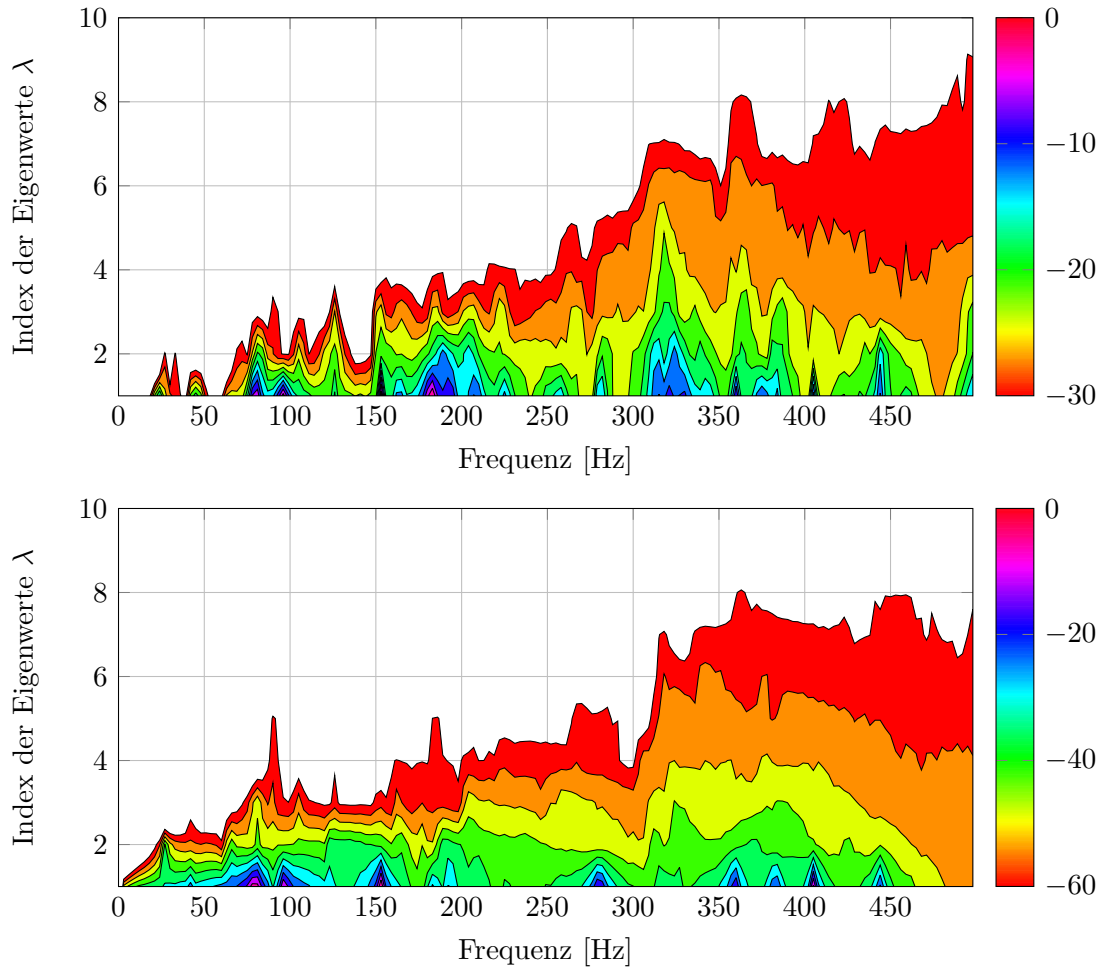


Abbildung 6.23.: Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale bei Diffusfeldanregung und 44 Referenzsensoren auf der Primärschale (o.) und im Fluid in der Mittelebene der Kavität (u.) des Aluminium-Doppelschalensystems.

Einzelschale fällt die Störquellendichte im Vibrationsfeld der akustisch angeregten Einzelschale bei tiefen Frequenzen kleiner und bei hohen Frequenzen größer aus. Dieser Sachverhalt ist der Störquellencharakteristik des diffusen Schallfelds geschuldet. Während im stochastischen Kraftfeld konstant zehn Störquellen mit gleicher Quellstärke wirken, steigt deren Anzahl im Diffusfeld mit der Frequenz an. Ein weiterer Unterschied der beiden Anregungsarten offenbart sich beim Vergleich der Eigenwertepegel der punktkrafterregten Einzelschale in Abbildung 6.17 mit denen der akustisch angeregten Einzelschale in Abbildung 6.22 (u.). Im Unterschied zur punktkrafterregten Einzelschale weisen die Eigenwertepegel im Vibrationsfeld der akustisch angeregten Einzelschale nur sehr wenige lokale Maxima auf. Dieser Sachverhalt ist auf die – verglichen mit einer Punktkraftanregung – selektivere modale Einkopplung eines diffusen Schallfelds zurückzuführen, als deren Ursache der größere Korrelationsbereich (vgl. Unterabschnitt 3.10) des diffusen Schallfelds anzusehen ist.

Die Störquellendichte im Vibrationsfeld der akustisch angeregten Primärschale des Doppelschalensystems ähnelt derjenigen der akustisch angeregten Einzelschale. Die Frequenzabhängigkeit der Störquellendichte des diffusen Schallfelds zeigt sich auch in den Eigenwertepegeln im Schalldruckfeld der Kavität bzw. im Vibrationsfeld der Sekundärschale. Aufgrund der erhöhten Dynamik von 60 dB ist eine Positionierung der Referenzsensoren in der Kavität und/oder auf der Sekundärschale hinsichtlich der Kohärenz auch für das akustisch angeregte Doppelschalensystem zu favorisieren.

Insgesamt ist festzustellen, dass die Erkenntnisse und Schlussfolgerungen aus der Kausalitäts- und Kohärenzanalyse der punktkrafterregten Einzel- bzw. Doppelschale im Wesentlichen auch für den Fall der Störanregung durch ein diffuses Schallfeld gelten. Nennenswerte Unterschiede betreffen die frequenzproportionale Störquellendichte des diffusen Schallfelds und der induzierten Vibrations- und Schalldruckfelder sowie den größeren Korrelationsbereich des diffusen Schallfelds mit den beschriebenen Auswirkungen auf die Störgrößenreduktion und die modale Einkopplung der Störung.

6.6.4. CFK-Einzelschale und Doppelschale im Arbeitspunkt

Nachdem das generische Einzel- und Doppelschalensystem aus Aluminium analysiert wurde, werden die Berechnungen für realistische Materialien (siehe Tabelle 6.1) und für experimentell vermessene Konfigurationen des aktiven Systems (Realkonfigurationen) wiederholt. Die Kausalitätsanalyse wird für die zuvor betrachteten Fälle der Störanregung durch diskrete Punktkräfte und durch ein diffuses Schallfeld durchgeführt. Aus Gründen der Vergleichbarkeit mit den vorangegangenen Untersuchungen werden die Berechnungen zunächst für die in Abbildung 6.14 (u.) dargestellte Konfiguration der aktiven Einzel- und Doppelschale durchgeführt. Um eine bessere Vergleichbarkeit mit den Experimentaldaten herzustellen, werden anschließend unterschiedliche Realkonfigurationen (RK) betrach-

tet. In RK1 wird die Aktuator- und Sensorplatzierung aus Abbildung 6.14 (u.) beibehalten, die Sekundärstrecke jedoch gemäß Unterabschnitt 6.4.2 mit Tiefpassfiltern und realistischen Laufzeiten des Echtzeitsystems versehen. Die Berücksichtigung realistischer Gruppenlaufzeiten in der Sekundärstrecke wird für alle weiteren Realkonfigurationen beibehalten. Die Konfigurationen RK2–RK4 entsprechen den im Experiment betrachteten Aktuator- und Sensoranordnungen. RK2 ist ein System mit fünf Referenzsensoren auf der Einzelschale, der Primärschale oder im Fluid der Kavität und zehn kollokalen Aktuator-/Fehlersensorpaaren. RK3 beschreibt dieselbe Aktuator-/Fehlersensorkonfiguration mit zehn Referenzsensoren auf der Einzelschale, der Primärschale oder im Fluid der Kavität. RK4 beschreibt dieselbe Referenzsensorkonfiguration wie RK3, besitzt jedoch zehn Aktuatoren und 17 Fehlersensoren. Die Definition der Aktuator- und Sensoranordnungen der Realkonfigurationen RK2–RK4 ist den Tabellen 7.1 und 7.3 in Verbindung mit den Abbildungen 7.4 und 7.8 zu entnehmen. Die FIR-Filterlänge von $I = 1000$ wird auch bei den Realkonfigurationen beibehalten. Die Auslegung der Realkonfigurationen aus Tabelle 6.7 mit $I = 350$ (wie im Experiment) und der Vergleich der Ergebnisse mit den in Tabelle 6.7 angegebenen Werten zeigt eine mittlere Abweichung der Störgrößenreduktion von 0,12 dB und der Kausalitätsreserve von 0,08 dB. Die geringen Abweichungen belegen, dass die gewählte FIR-Filterlänge von $I = 1000$ großzügig bemessen ist und nicht zu Einschränkungen in der berechneten Störgrößenreduktion führt. Ferner sind sie ein Indiz dafür, dass die in den Experimenten gewählte Filterlänge von $I = 350$ ausreicht und nicht zu nennenswerten Einbußen in der Störgrößenreduktion führen sollte. Den Nachweis dafür liefert der in Unterabschnitt A.4 gegebene Vergleich der berechneten Störgrößenreduktion der Realsysteme für FIR-Filterlängen von $I = 350$ und $I = 1000$.

Eine Störquellen- und Kohärenzanalyse wird nicht erneut durchgeführt, weil anzunehmen ist, dass die Ergebnisse und Schlussfolgerungen aus der Untersuchung der Einzel- bzw. Doppelschale aus Aluminium auf den hier betrachteten Fall zumindest qualitativ übertragbar sind.

Kausalitätsanalyse

Zunächst werden die in Tabelle 6.6 aufgelisteten Ergebnisse der punktkrafterregten CFK-Einzel- bzw. Doppelschale im Arbeitspunkt diskutiert und mit jenen der Einzel- (vgl. Tabelle 6.3, Spalte MIMO) bzw. Doppelschale (vgl. Tabelle 6.4, Spalten MIMO ($\mathcal{P}$) und MIMO ($\mathcal{F}$)) aus Aluminium verglichen.

Der Vergleich der Ergebnisse der Einzelschalen ergibt weder bei der Red. noch bei der KR nennenswerte Unterschiede. Beim Vergleich der aktiven Doppelschalensysteme mit Referenzsensoren auf der Primärschale (Doppelschale ($\mathcal{P}$) und MIMO ($\mathcal{P}$)) sind ähnliche Maximalwerte von Red. zu verzeichnen, allerdings ist das System im Arbeitspunkt sensitiver in Bezug auf eine Variation der Sekundärlaufzeiten. Zudem ist KR größer und bei $\delta_G = 1\text{--}2\text{ ms}$ sogar positiv, sodass

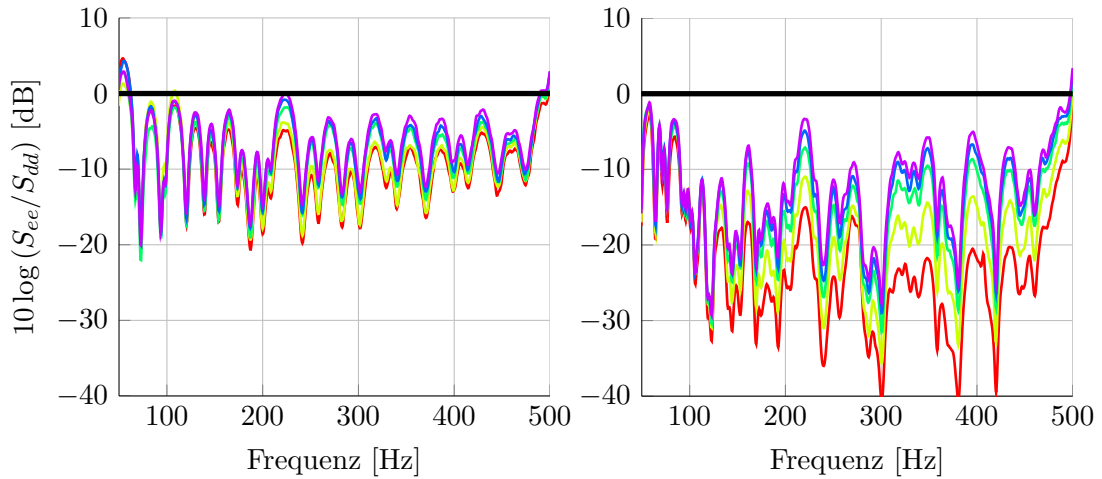


Abbildung 6.24.: Residuum der Störgröße, gemittelt über zehn Fehlersensoren auf der CFK-Einzelschale (li.) und der Doppelschale im Arbeitspunkt (re.) aus Abbildung 6.14 bei Punktkraftanregung der Einzel- bzw. Primärschale und mit zehn Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale.

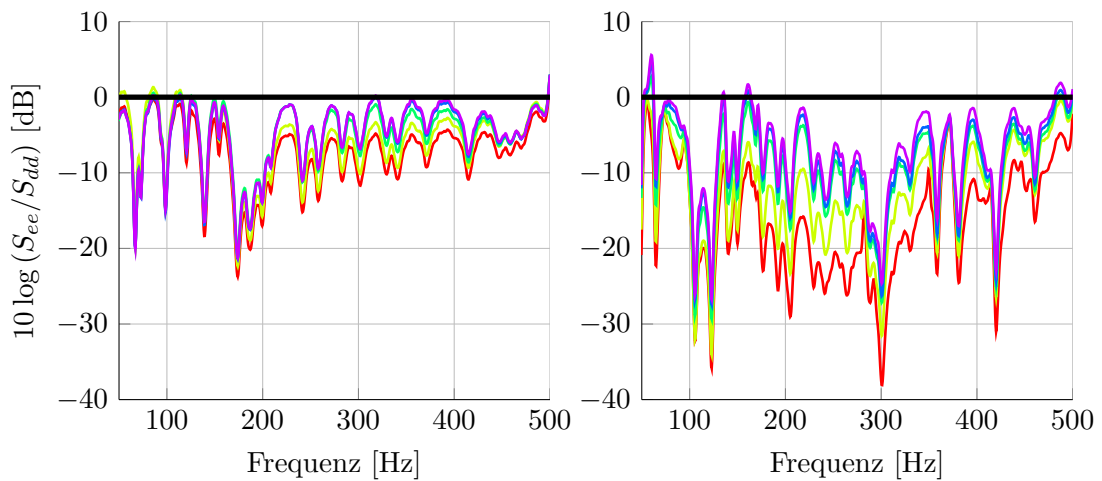


Abbildung 6.25.: Residuum der Störgröße, gemittelt über zehn Fehlersensoren auf der CFK-Einzelschale (li.) und der Doppelschale im Arbeitspunkt (re.) aus Abbildung 6.14 bei Diffusfeldanregung der Einzel- bzw. Primärschale und mit zehn Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale.

<i>Arbeitspunkt</i>		Einzelschale		Doppelschale ($\mathcal{P}$)		Doppelschale ($\mathcal{F}$)	
δ_G ms	ζ_S, ζ_F %	Red. dB	KR dB	Red. dB	KR dB	Red. dB	KR dB
1 —	1, 0,0022	11	−4,5	24,6	3,2	18,5	−2,8
2 —	1, 0,0022	10,3	−5,3	22,1	0,7	17	−4,4
3 —	1, 0,0022	9,1	−6,4	19,5	−1,9	15,8	−5,6
4 —	1, 0,0022	8,5	−7,1	18	−3,4	15	−6,3
5 —	1, 0,0022	7,8	−7,8	17,1	−4,3	13,8	−7,6
<i>Realkonfigurationen (RK)</i>							
RK1	1, 0,0022	8,9	−6,6	19,3	−2,1	15,6	−5,8
RK2	1, 0,0022	6,2	−9,4	6,7	−16	12,2	−10,5
RK3	1, 0,0022	8,5	−7,1	16,2	−6,5	15,6	−7,1
RK4	1, 0,0022	7	−8,6	9,8	−12,9	9,5	−13,2

Tabelle 6.6.: Reduktionen der summierten mittleren Störsignalleistung von zehn bzw. 17 (bei RK4) Fehlersensoren (Red.) sowie Kausalitätsreserve (KR) bei Punktkraftanregung der Einzel- bzw. Primärschale aus Abbildung 6.14 und mit zehn bzw. fünf (bei RK2) Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale ($\mathcal{P}$) oder im Fluid in der Mittelebene der Kavität ($\mathcal{F}$).

<i>Arbeitspunkt</i>		Einzelschale		Doppelschale ($\mathcal{P}$)		Doppelschale ($\mathcal{F}$)	
δ_G ms	ζ_S, ζ_F %	Red. dB	KR dB	Red. dB	KR dB	Red. dB	KR dB
1 —	1, 0,0022	9,5	−2,8	20,3	−0,8	19,9	−1,2
2 —	1, 0,0022	8,1	−4,2	18,3	−2,9	16	−5,2
3 —	1, 0,0022	7,1	−5,2	15,4	−5,8	14,9	−6,2
4 —	1, 0,0022	6,7	−5,6	14,2	−7	14,1	−7
5 —	1, 0,0022	6,6	−5,7	13,4	−7,8	13,5	−7,6
<i>Realkonfigurationen (RK)</i>							
RK1	1, 0,0022	6,9	−5,4	15,8	−5,4	14,9	−6,3
RK2	1, 0,0022	6,1	−7,5	9,1	−12,5	13,4	−8,3
RK3	1, 0,0022	7,6	−6,1	14,6	−7,1	14,8	−6,9
RK4	1, 0,0022	6,5	−7,1	10,1	−11,5	10,5	−11,2

Tabelle 6.7.: Reduktionen der summierten mittleren Störsignalleistung von zehn bzw. 17 (bei RK4) Fehlersensoren (Red.) sowie Kausalitätsreserve (KR) bei Diffusfeldanregung der Einzel- bzw. Primärschale aus Abbildung 6.14 und mit zehn bzw. fünf (bei RK2) Referenzsensoren auf der Einzel- bzw. Primärschale ($\mathcal{P}$) oder im Fluid in der Mittelebene der Kavität ($\mathcal{F}$).

die in Hypothese 3 postulierte Kausalität des aktiven Steuerungssystems auch für das System mit realen Materialkennwerten nachgewiesen ist. Der transmittierte Körperschall wird daher entsprechend dem Postulat der Basishypothese bei den Konfigurationen mit $\delta_G = 1\text{--}2\text{ ms}$ breitbandig reduziert. Der Vergleich der Konfiguration des Doppelschalensystems mit Referenzsensoren in der Kavität (Doppelschale ($\mathcal{F}$) und MIMO ($\mathcal{F}$)) zeigt, dass die Reduktionen des Systems im Arbeitspunkt deutlich kleiner ausfallen. Die Kausalitätsreserven sind dagegen nur leicht reduziert. Im Unterschied zur Konfiguration des Doppelschalensystems mit Referenzsensoren auf der Primärschale ergeben sich ausschließlich akausale Konfigurationen, wodurch die Aussage von Hypothese 4 unterstützt wird. Der direkte Vergleich der Konfigurationen Doppelschale ($\mathcal{P}$) und Doppelschale ($\mathcal{F}$) in Tabelle 6.6 zeigt die Vorteile einer Referenzsensorkonfiguration auf der Primärschale (bei Punktkraftanregung), welche in deutlich größeren Werten von Red. und KR zum Ausdruck kommen.

Zum Vergleich der aktiven Einzel- und Doppelschalensysteme bei Diffusfeldanregung werden die Ergebnisse aus Tabelle 6.5 mit jenen aus Tabelle 6.7 verglichen. Bei den Einzelschalen aus CFK ergeben sich keine größeren Unterschiede in Bezug auf Red. und KR. Insgesamt fallen die Reduktionen bei der CFK-Einzelschale etwas stärker aus, obwohl die KR kleiner sind. Daraus folgt, dass die Störgrößenreduktion des SP-PEF bei der akustisch angeregten CFK-Einzelschale deutlich erhöht ist. Für den Vergleich der akustisch angeregten Doppelschalensysteme mit Referenzsensoren auf der Primärschale (Doppelschale ($\mathcal{P}$) und MIMO ($\mathcal{P}$)) gelten die gleichen Schlussfolgerungen wie im Fall der Anregung durch diskrete Punktkräfte. Es sind ähnliche Maximalwerte von Red. zu verzeichnen und das System im Arbeitspunkt ist sensitiver in Bezug auf eine Variation der Sekundärlaufzeiten. Die KR des Doppelschalensystems im Arbeitspunkt ist größer, aber negativ für alle betrachteten Sekundärlaufzeiten. Demnach ergibt sich auch hier keine kausale Systemkonfiguration. Aufgrund der erhöhten KR ist jedoch zu vermuten, dass sich, wie im Fall der punktkrafterregten Doppelschale, für das stärker gedämpfte System im Arbeitspunkt ebenfalls eine kausale Systemkonfiguration ergeben würde. Bei den akustisch angeregten Doppelschalensystemen mit Referenzsensoren im Fluid (Doppelschale ($\mathcal{F}$) und MIMO ($\mathcal{F}$)) fallen die Red. wie im Fall der Punktkrafterregung für das System im Arbeitspunkt deutlich geringer aus. Die KR bleiben jedoch auf einem ähnlichen Niveau. Der direkte Vergleich der Konfigurationen Doppelschale ($\mathcal{P}$) und Doppelschale ($\mathcal{F}$) im Arbeitspunkt zeigt eine ungefähre Gleichwertigkeit beider Referenzsensorkonfigurationen. Allerdings sind die Werte von KR im Fall Doppelschale ($\mathcal{F}$) etwas kleiner, was wiederum im Einklang mit Hypothese 4 steht.

Die Vergleiche haben gezeigt, dass sich die aktiven Einzel- und Doppelschalensysteme im Arbeitspunkt ähnlich jenen aus Aluminium verhalten. In Bezug auf Hypothese 3 dieser Arbeit konnte für $\delta_G = 1\text{--}2\text{ ms}$ eine kausale Systemkonfiguration der punktkrafterregten Doppelschale im Arbeitspunkt nachgewiesen werden. Die dadurch erzielte Breitbandigkeit ist ein exklusives Charakteristikum der ak-

tiv gesteuerten Doppelschale und verifiziert insofern sowohl die Basishypothese als auch Hypothese 2. Zudem verringert sich die Kausalitätsreserve bei einer Verlagerung der Referenzsensoren in die Kavität, wodurch das Postulat von Hypothese 4 gestützt wird.

Nachfolgend werden die in Tabelle 6.6 dargestellten Ergebnisse der Realkonfigurationen RK1–RK4 erläutert und diskutiert.

Die Konfiguration RK1 berücksichtigt realistische Gruppenlaufzeiten der Sekundärstrecke gemäß Unterabschnitt 6.4.2. Da die beiden Tiefpassfilter eine Gruppenlaufzeit von ca. 2 ms besitzen und das Echtzeitsystem aufgrund der digitalen Signalverarbeitung und des ZOH-Gliedes eine Totzeit von 1 ms zur Sekundärlaufzeit beiträgt, sind die Ergebnisse nahezu identisch mit denen der Konfiguration mit $\delta_G = 3$ ms.

Die punktkrafterregte Einzelschale in Konfiguration RK2 weist eine relativ geringe Störgrößenreduktion auf, was hauptsächlich der reduzierten Anzahl an Referenzsensoren geschuldet ist. Die Auswertung der über alle Sensoren gemittelten multiplen Kohärenz ergibt einen Wert von nur 89 %. Da bei einer unbeschränkten Kohärenz von 89 % eine Störgrößenreduktion von bis zu 9,6 dB zu erreichen wäre, wird die erzielte Reduktion von 6,2 dB folglich sowohl durch Kohärenz- als auch durch Laufzeiteffekte verursacht.

Auch die punktkrafterregte Doppelschale mit Referenzsensoren auf der Primärschale weist in Konfiguration RK2 eine deutlich reduzierte unbeschränkte Kohärenz auf. Die Red. ähnelt daher derjenigen der aktiven Einzelschale. Die KR fällt aufgrund der erhöhten Red. des SP-PEF jedoch deutlich kleiner aus. Demgegenüber ist die Red. der punktkrafterregten Doppelschale mit Referenzsensoren in der Kavität aufgrund der geringeren Störquellendichte und der damit verbundenen höheren unbeschränkten Kohärenz signifikant erhöht. Der Vergleich mit den Ergebnissen der aktiven Einzelschale beweist die in Hypothese 3 postulierten Vorteile eines Doppelschalensystems im Hinblick auf die Erhöhung der Kohärenz der Sensorsignale.

Der Vergleich der Konfigurationen RK3 und RK2 der punktkrafterregten Einzelschale zeigt, dass die unbeschränkte Kohärenz nur einen relativ geringen Einfluss auf Red. ausübt. Obwohl in RK3 die unbeschränkte Kohärenz aufgrund der kollokalen Anordnung von Referenz- und Fehlersensoren identisch eins ist, ist die Störgrößenreduktion verglichen mit RK2 nur leicht erhöht. Die eingeschränkte Red. der punktkrafterregten Einzelschale ist daher in weiten Teilen (bei RK3 sogar ausschließlich) der akausalen Kohärenz zuzurechnen. Folgerichtig zeigen sich die positiven Auswirkungen der erhöhten unbeschränkten Kohärenz in Konfiguration RK3 bei der punktkrafterregten Doppelschale. Aufgrund der reduzierten akausalen Kohärenz können die erfassten Störquellendaten zu einem größeren Teil phasenrichtig aufgeschaltet werden, sodass sich die Red. von 8,5 dB auf 16,2 dB erhöht. Im Unterschied zu RK2 hat die Verlagerung der Referenzsensoren in die Kavität bei RK3 keine Verbesserung der Red. zur Folge. Aufgrund der geringen Störquellendichte im Schallfeld der Kavität sind die Unterschiede zwischen RK2

und RK3 bei der punktkrafterregten Doppelschale mit Referenzsensoren in der Kavität relativ gering.

Die punktkrafterregte Einzelschale in Konfiguration RK4 weist eine leicht verminderte Red. auf. Ursächlich dafür sind die erhöhte akausale Kohärenz aufgrund der in Teilen nicht-kollokalen Aktuator-/Sensoranordnung und die reduzierte Leistungsfähigkeit des aktiven Systems infolge der Überzahl an Sensoren (vgl. überbestimmte Steuerungskonfiguration in [62]). Die negativen Auswirkungen auf die Red. zeigen sich noch ausgeprägter bei der punktkrafterregten Doppelschale mit Referenzsensoren auf der Primärschale oder in der Kavität.

Auf die Einzelheiten der in Tabelle 6.7 aufgelisteten Ergebnisse für RK1–RK4 wird nicht gesondert eingegangen, weil die Effekte mit denen der punktkrafterregten Systeme weitestgehend übereinstimmen.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse der Realkonfigurationen, dass auch unter den Restriktionen einer realitätsnahen Systemkonfiguration noch signifikante Störgrößenreduktionen möglich sind. Bei der aktiven Einzelschale lagen die Reduktionen der mittleren Störsignalleistung im Bereich von 6 dB bis 9 dB, und bei der aktiven Doppelschale ergaben sich Reduktionen der mittleren Störsignalleistung im Bereich von 6 dB bis 20 dB. Das Leistungspotenzial der aktiven Doppelschale ist daher wesentlich größer als jenes der aktiven Einzelschale. Auch in Bezug auf die Kausalitätsreserven zeigt das Doppelschalensystem eine größere Varianz. Verglichen mit den KR der Einzelschale, welche im Bereich von -9 dB bis -5 dB liegen, sind die KR der aktiven Doppelschale über einen Bereich von -13 dB bis -2 dB verteilt. Ob und inwieweit sich die Resultate der Simulation und insbesondere die Aussagen bezüglich der Hypothesen der vorliegenden Dissertation auf reale Systeme übertragen lassen, soll im nachfolgenden Kapitel 7 geklärt werden.

7. Experiment

Es werden Experimente mit einer aktiven Einzel- und einer aktiven Doppelschale in einem akustischen Transmissionsprüfstand durchgeführt. Die Struktursysteme werden entsprechend dem Zielsystem Flugzeug realitätsnah aufgebaut und in einer typischen Messkonfiguration (vgl. [27]) getestet. Auf Abweichungen zwischen den betrachteten Realsystemen und dem Zielsystem Flugzeug wird in Abschnitt 5.2 eingegangen. Die Versuchsaufbauten der aktiven Einzel- und Doppelschale sind in Unterabschnitt A.4 beschrieben.

Die primäre Zielsetzung der experimentellen Untersuchungen ist die Anwendung der im Rahmen der Dissertation entwickelten Analysemethoden auf die Realsysteme zur Überprüfung der in Kapitel 2 formulierten Hypothesen. Ferner erfolgt ein Abgleich der experimentellen Resultate mit den Ergebnissen der Simulation und den daraus gezogenen Schlussfolgerungen hinsichtlich der Hypothesen der vorliegenden Dissertation.

Aufgrund des starken Einflusses der Störanregung auf die für ein aktives Steuerungssystem relevanten Parameter Kohärenz und Kausalität und damit auf dessen Störgrößenreduktion, wird zunächst auf die Synthese des diffusen Schallfelds im Hallraum des Transmissionsprüfstands eingegangen. Im Anschluss daran erfolgt die Darstellung und Diskussion der experimentellen Resultate der aktiven Einzel- und Doppelschale.

7.1. Synthese des diffusen Schallfelds

Durch die Anregung eines Hallraums mit einer oder mehreren statistisch unabhängigen Schallquellen kann ein diffuses Schallfeld synthetisiert werden. Im Unterschied zu dem in Unterabschnitt 6.1.3 beschriebenen und in Unterabschnitt 6.5.1 validierten Simulationsmodell eines diffusen Schallfelds, weichen die räumliche Korrelation $\tilde{R}$ (siehe Gleichung (6.32)) und die räumliche Kohärenz C (siehe Gleichung (6.35)) eines realen, im Hallraum synthetisierten diffusen Schallfelds von den Werten eines idealen Diffusfelds ab. Das Ausmaß der Abweichungen hängt vom betrachteten Frequenzbereich, von den Parametern des Hallraums und von der Art der Anregung ab.

Der hier verwendete Hallraum hat ein Volumen von $\approx 200 \text{ m}^3$ und eine mittlere Nachhallzeit von $\approx 5 \text{ s}$ (gemittelt über den Frequenzbereich 80–5000 Hz). Der Hallraum erfüllt die in der DIN EN ISO 3741 beschriebene Genauigkeitsklasse 1 [26] für Frequenzen oberhalb von 100 Hz. Die akustische Anregung des Hallraums erfolgt typischerweise durch eine Dodekaeder-Schallquelle (siehe Abbildung A.5),

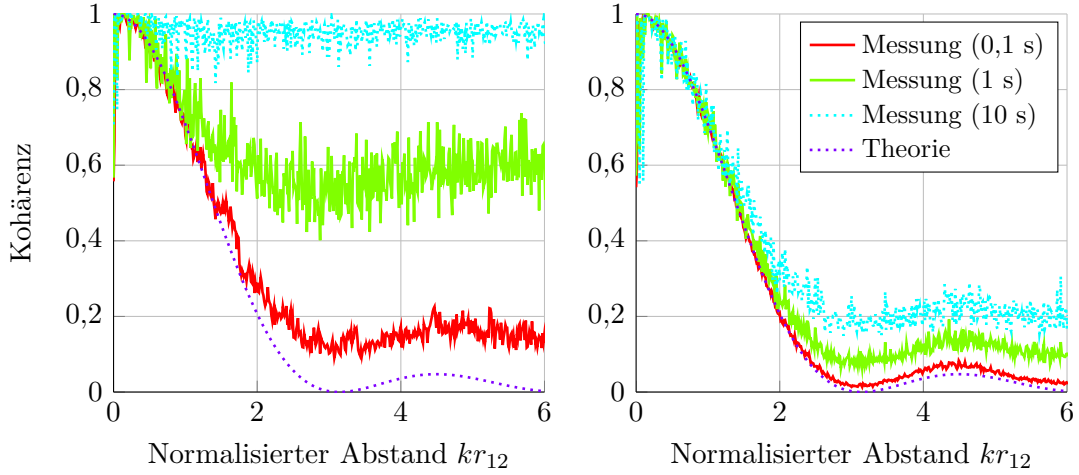


Abbildung 7.1.: Räumliche Kohärenz des Typ-1-Diffusfelds (li.) und des Typ-2-Diffusfelds (re.) in Abhängigkeit vom normalisierten Abstand kr_{12} .

welche eine (in erster Näherung) kugelförmige Richtcharakteristik aufweist. Im Laufe der Experimente wurde festgestellt, dass die Qualität des synthetisierten Diffusfelds (gemessen an den Charakteristika des idealen Diffusfelds) sehr stark von der Anzahl unabhängiger Schallquellen im Hallraum abhängt. Um dieser Tatsache Rechnung zu tragen, wurde alternativ zu der Dodekaeder-Schallquelle ein Lautsprecherfeld (siehe Abbildung A.5) in einiger Entfernung vom Prüfkörper im Hallraum positioniert. Die Dodekaeder-Schallquelle wird mit bandbegrenztem, weißem Rauschen im Frequenzbereich 0–5000 Hz und das Lautsprecherfeld mit zehn unkorrelierten, bandbegrenzten, weißen Rauschsignalen im Frequenzbereich 80–5000 Hz gespeist.

Abbildung 7.1 (li.) zeigt die räumliche Kohärenz des mit der Dodekaeder-Schallquelle synthetisierten Diffusfelds (Typ-1-Diffusfeld) in Abhängigkeit vom normalisierten Abstand kr_{12} für unterschiedliche Blocklängen (zur Definition der Blocklänge siehe Unterabschnitt 3.2.3). Ferner ist die Kohärenz des idealen Diffusfelds (Theorie) dargestellt (siehe auch Unterabschnitt 6.5.1). Es ist klar erkennbar, dass die räumliche Kohärenz in Abhängigkeit von der Blocklänge stark ansteigt und für Blocklängen oberhalb der mittleren Nachhallzeit gegen eins strebt. Aufgrund der im Experiment verwendeten FIR-Filterlänge $I = 350$ bzw. der DFT-Länge $N_{DFT} = 2I$ und der Samplingfrequenz $F_s = 1000$ Hz arbeitet die aktive Steuerung mit einer Blocklänge von $N_{DFT}/F_s = 0,7$ s (vgl. Unterabschnitt A.4). Infolge der starken Abweichungen der räumlichen Kohärenz des Typ-1-Diffusfelds vom idealen Fall und damit auch vom Simulationsmodell (vgl. Unterabschnitt 6.5.1) ist eine Vergleichbarkeit der Experimentaldaten mit den Ergebnissen der Simulation für diese Art der Störanregung nicht gegeben. Diese neue Erkenntnis sowie eine Analyse der räumlichen Kohärenz realer, nicht-idealer Dif-

feldern und die daraus resultierenden Auswirkungen auf die Störgrößenreduktion aktiver Steuerungen wurden in Misol et al. [64] erstmalig dokumentiert. Erläuterungen zum Messaufbau und Erklärungen für die erhöhte räumliche Korrelation und Kohärenz eines nicht-idealen Diffusfelds können ebenfalls [64] entnommen werden.

Abbildung 7.1 (re.) zeigt die räumliche Kohärenz des mit dem Lautsprecherfeld (mit zehn statistisch unabhängigen Schallquellen) synthetisierten Diffusfelds (Typ-2-Diffusfeld) in Abhängigkeit vom normalisierten Abstand kr_{12} für unterschiedliche Blocklängen. Auch bei dieser Art der Anregung steigt die räumliche Kohärenz mit der Blocklänge an. Die Abweichungen zur räumlichen Kohärenz des idealen Diffusfelds (Theorie) fallen beim Typ-2-Diffusfeld jedoch deutlich geringer aus als beim Typ-1-Diffusfeld. Die Vergleichbarkeit der experimentellen Resultate mit den Simulationsergebnissen ist damit zwar nicht vollständig gegeben, im Vergleich zum Typ-1-Diffusfeld jedoch deutlich erhöht.

Es wurde bereits angemerkt, dass die Zusammenhänge zwischen der Anzahl unabhängiger Schallquellen im Hallraum, der Blocklänge bzw. FIR-Filterlänge und der räumlichen Kohärenz zu Beginn der Experimente unbekannt waren. Da die Planung und Durchführung der Versuche auf dem damaligen Erkenntnisstand beruhte, welcher die Synthese eines diffusen Schallfelds im Hallraum mithilfe einer einzigen oder zumindest nur sehr wenigen Schallquellen vorsah, erfolgte die Synthese des diffusen Schallfelds zunächst ausschließlich unter Verwendung der Dodekaeder-Schallquelle. Weil die in Unterabschnitt A.4 beschriebene Methodik zur Auswahl der Referenzsensoren auf einer Berechnung der Eigenwerte der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale basiert, fiel die extrem geringe Störquellendichte des mit der Dodekaeder-Schallquelle synthetisierten diffusen Schallfelds und deren Abhängigkeit von der Frequenzauflösung der diskreten Leistungsdichtespektren bereits während der Experimente auf. Es wurde deshalb versucht, die Störquellendichte des diffusen Schallfelds durch die Verwendung einer größeren Anzahl statistisch unabhängiger Schallquellen im Hallraum zu erhöhen. Wie die nachträgliche Auswertung der räumlichen Kohärenz in Abbildung 7.1 (re.) zeigt, wird die benötigte Anzahl an statistisch unabhängigen Schallquellen mit zehn unabhängig angesteuerten Schallquellen noch nicht erreicht. Ferner konnten aus Zeitgründen nicht alle in der Simulation betrachteten Realkonfigurationen mit einem Typ-2-Diffusfeld vermessen werden. Es wurde daher die Entscheidung getroffen, auf die Vermessung der Realkonfigurationen mit Referenzmikrofonen im Fluid der Kavität ($\mathcal{F}$) zugunsten der Realkonfigurationen mit Referenzsensoren auf der Primärschale ($\mathcal{P}$) zu verzichten. Abgesehen von Hypothese 4 können somit alle Hypothesen der vorliegenden Dissertation auch experimentell untersucht werden. Hinsichtlich des in Hypothese 4 postulierten Zusammenhangs zwischen der Kausalitätsreserve und der Kohärenz von Referenz- und Fehlersignalen zeigte sich bereits bei den Simulationen ein widersprüchliches Bild. Es ist mit Sicherheit davon auszugehen, dass eine Verlagerung der Referenzsensoren von der Primärschale in das Fluid der Kavität auch bei der realen Doppelschale zu einer

Verbesserung der Kohärenz von Referenz- und Fehlersignalen führt. In Bezug auf die Kausalitätsreserve ist der in Unterabschnitt 6.6.3 geäußerten Vermutung, dass der in Hypothese 4 formulierte Zusammenhang bei größeren Distanzen zwischen Referenz- und Fehlersensoren (z. B. größerer Schalenabstand) und/oder kleineren (nach aktuellem Stand der Technik nicht zu realisierenden) Sekundärlaufzeiten deutlicher zum Tragen kommt, nichts hinzuzufügen.

Ein Vergleich der in Abbildung 6.22 (u.) dargestellten Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale auf der Aluminium-Einzelschale bei Diffusfeldanregung (Simulation) mit den aus Messdaten berechneten Eigenwertepegeln in Abbildung 7.2 zeigt, dass die Störquellendichte im induzierten Vibrationsfeld durch die Verwendung von zehn unabhängigen Schallquellen im Hallraum deutlich gesteigert werden kann und sich zudem der für ein ideales Diffusfeld typische ansteigende Verlauf der Eigenwertepegel ergibt. Dennoch wird – wie die unterschiedliche Konturliniendichte zeigt – die in der Simulation beobachtete Störquellendichte beim Realsystem nicht erreicht. Dies ist größtenteils der nicht-idealen Störcharakteristik des synthetisierten Typ-2-Diffusfelds zuzuschreiben. Aufgrund der Abhängigkeit der Störquellendichte von der Blocklänge bzw. Frequenzauflösung ist anzumerken, dass die Frequenzauflösung $\Delta_F = F_s/N_{DFT} \approx 1,43 \text{ Hz}$ der diskreten Kreuzleistungsdichtespektren identisch mit derjenigen der FIR-Steuerungsfilter ist (vgl. Unterabschnitt A.4). Unterschiede in der modalen Dichte des Strukturmodells und der realen CFK-Struktur können ebenfalls einen Einfluss auf die Störquellendichte eines Vibrationsfelds ausüben. Die horizontalen Versteifungselemente (Stringer) der CFK-Schale könnten eine Erhöhung der Eigenfrequenzen und damit eine geringere modale Dichte im betrachteten Frequenzbereich bewirken. Auf eine detaillierte Analyse der Ursachen wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Es bleibt festzuhalten, dass die Unterschiede in der Störcharakteristik zwischen dem simulierten diffusen Schallfelds und den im Hallraum synthetisierten Diffusfeldern sowie die damit einhergehenden Implikationen für die Störgrößenreduktion mithilfe der im Rahmen der vorliegenden Dissertation entwickelten Methoden analysiert und die Erkenntnisse in Misol et al. [64] erstmalig publiziert wurden.

Die Auswertung der Störquellendichte im induzierten Vibrationsfeld (siehe Abbildung 7.2) und der multiplen Kohärenz der Vibrationen (siehe Abbildung 7.3) des CFK-Panels ist hilfreich für das Verständnis der in den Abschnitten 7.2 und 7.3 dokumentierten Störgrößenreduktionen des aktiven Systems. Eine separate Auswertung für das System der aktiven Doppelschale ist nicht möglich, da die Anzahl an Referenzsensoren (aufgrund der limitierten Anzahl verfügbarer Sensoren) im Experiment auf zehn begrenzt werden musste. Da die Störcharakteristik des Diffusfelds als dominierender Faktor für die räumliche Kohärenz der induzierten Vibrationen bei der Einzel- und Doppelschale gleich bleibt, ist jedoch davon auszugehen, dass die Erkenntnisse auf das gekoppelte System übertragbar sind. Dabei ist anzumerken, dass die Rückwirkung der Vibrationen auf das diffuse Schallfeld vernachlässigt wird.

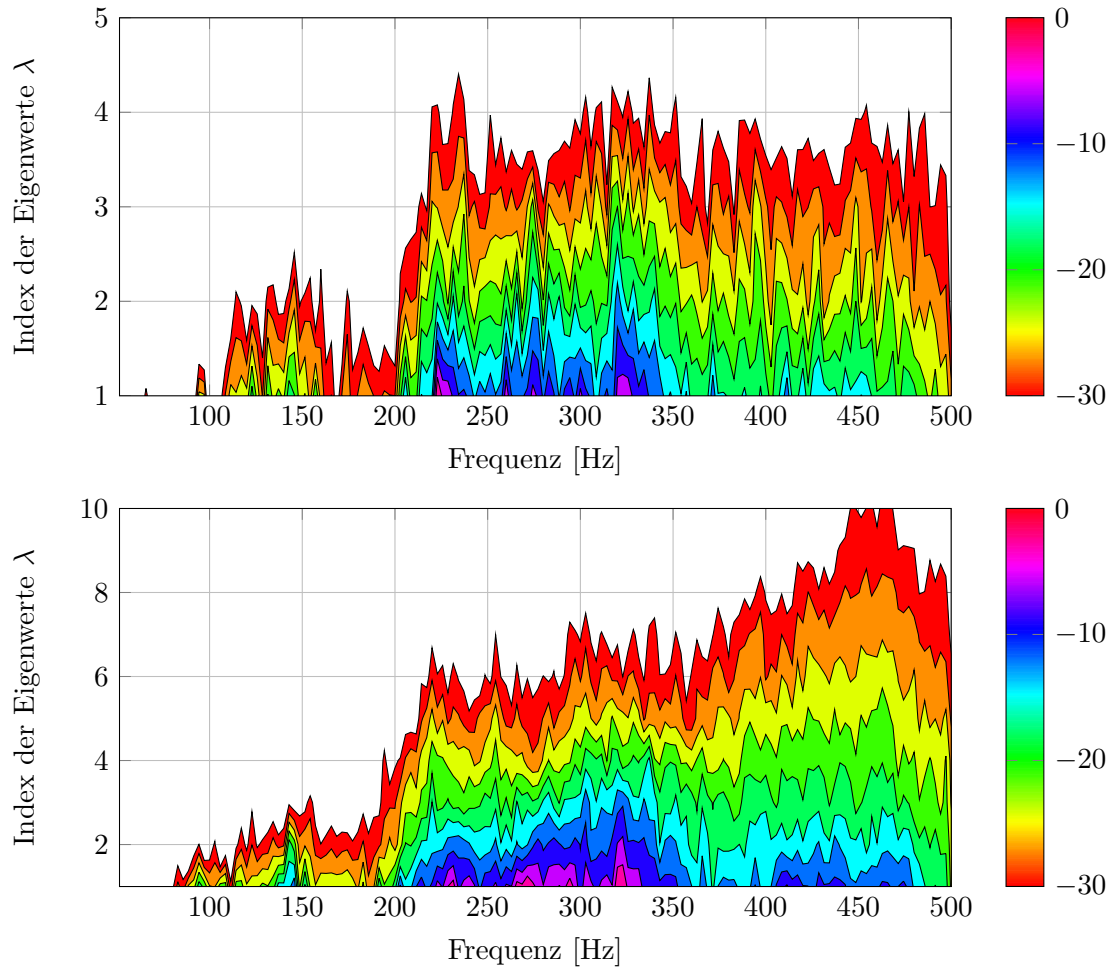


Abbildung 7.2.: Eigenwertepiegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Signale der Sensoren S_1 – S_{17} auf dem CFK-Paneel bei Diffusfeldanregung mit einer unabhängigen Schallquelle (o.) und mit zehn unabhängigen Schallquellen (u.) im Hallraum.

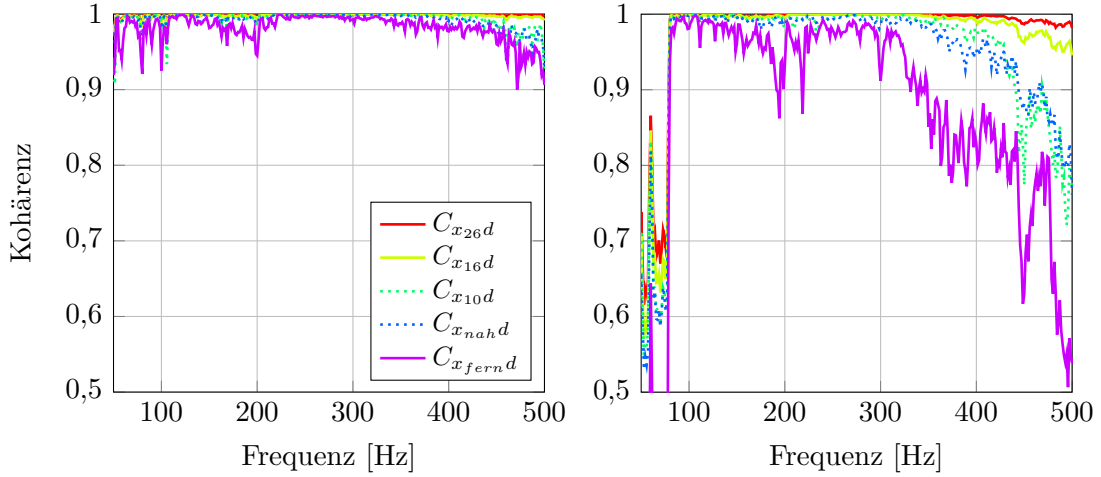


Abbildung 7.3.: Gemittelte multiple Kohärenz der Vibrationen des CFK-Paneels bei Anregung durch ein Typ-1-Diffusfeld (li.) und ein Typ-2-Diffusfeld (re.).

Die Berechnung der gemittelten multiplen Kohärenzen $C_{\mathbf{x}_{26}d}$, $C_{\mathbf{x}_{16}d}$, $C_{\mathbf{x}_{nah}d}$ und $C_{\mathbf{x}_{fern}d}$ erfolgt durch Mittelung über die Sensoren S_1 – S_{17} (siehe Abbildung 7.4). Im Fall von $C_{\mathbf{x}_{26}d}$ werden die 17 multiplen Kohärenzen zwischen dem Sensor S_i ($i = 1, \dots, 17$) und den übrigen 16 Sensoren S_j ($j \neq i$) auf der mittleren Sektion sowie jeweils fünf auf den beiden seitlichen Sektionen verteilten Sensoren (nicht dargestellt) ausgewertet. Dabei entspricht das Signal von Sensor S_i dem skalaren Störsignal d und die übrigen Sensorsignale den Referenzsignalen $\mathbf{x}$. Durch die Berücksichtigung der auf den seitlichen (durch einen Spant von der mittleren Sektion getrennten) Sektionen positionierten Sensoren kann das Übersprechverhalten des Körperschalls über Spantgrenzen hinweg und damit der Einfluss von außerhalb der mittleren Sektion wirkenden Störquellen auf die unbeschränkte Kohärenz des aktiven Steuerungssystems quantifiziert werden. Die Auswertung von $C_{x_{16}d}$ erfolgt analog zu derjenigen von $C_{x_{26}d}$, mit dem Unterschied, dass nur die 16 Sensoren S_j ($j \neq i$) auf der mittleren Sektion verwendet werden. Aus Abbildung 7.3 geht hervor, dass die Unterschiede zwischen $C_{x_{26}d}$ und $C_{x_{16}d}$ zumindest bis 400 Hz marginal sind. Das Übersprechverhalten des Körperschalls über Spantgrenzen hinweg ist demnach schwach ausgeprägt. Dieser Sachverhalt, welcher auch in [47] beschrieben wird, rechtfertigt die Verwendung eines auf die mittlere Sektion beschränkten Simulationsmodells der Einzel- bzw. Doppelschale in Abschnitt 6.6.

Zur Berechnung von $C_{x_{nah}d}$ werden die 17 multiplen Kohärenzen zwischen dem Sensor S_i ($i = 1, \dots, 17$) und entweder den oberhalb des mittleren Stringers der mittleren Sektion positionierten Sensoren ($S_{11}, S_1, S_{12}, S_2, S_3, S_4, S_{13}, S_5, S_{14}$) oder den unterhalb liegenden Sensoren ($S_6, S_{15}, S_7, S_8, S_{16}, S_9, S_{17}, S_{10}$) berechnet und gemittelt. Wenn S_i oberhalb des mittleren Stringers der mittleren Sektion liegt, werden die übrigen acht oberhalb des Stringers liegenden Sensoren S_j ($j \neq i$)

Einzelchale	Referenzsensoren R_i	Fehlersensoren E_i
$5 \times 10 \times 10$ (RK2)	$S_{11}, S_4, S_{14}, S_{16}, S_{10}$	S_1-S_{10}
$10 \times 10 \times 10$ (RK3)	S_1-S_{10}	S_1-S_{10}
$10 \times 10 \times 17$ (RK4)	S_1-S_{10}	S_1-S_{17}

Tabelle 7.1.: Sensorkonfigurationen der aktiven Einzelchale.

verwendet, und wenn S_i unterhalb des mittleren Stringers der mittleren Sektion liegt, werden die übrigen sieben unterhalb des Stringers liegenden Sensoren S_j ($j \neq i$) verwendet. Die Berechnung von $C_{x_{fernd}}$ erfolgt analog, jedoch werden die unterhalb des Stringers liegenden Sensoren verwendet, wenn S_i oberhalb des Stringers liegt und umgekehrt. Anhand von $C_{x_{nahd}}$ und $C_{x_{fernd}}$ wird ersichtlich, wie stark die Kohärenz vom Abstand zwischen den Referenz- und den Fehlersensoren abhängt und welchen Teil die entfernt gelegenen Referenzsensoren zur unbeschränkten Kohärenz beitragen. Bei einer geringen Störquellendichte – wie es beim Typ-1-Diffusfeld der Fall ist – erfassen die entfernt gelegenen Referenzsensoren bereits einen Großteil der Störinformation. Dies äußert sich in einem relativ hohen Wert von $C_{x_{fernd}}$ in Abbildung 7.3 (li.). Aufgrund der Entfernung zwischen den Referenzsensoren und den Fehlersensoren ist zu vermuten, dass $C_{x_{fernd}}$ mit einer deutlich kleineren akausalen Kohärenz einhergeht als $C_{x_{nahd}}$. Werden – wie aus Abbildung 7.3 (re.) zu entnehmen ist – sowohl die entfernten als auch die nah gelegenen Referenzsensoren zur Bildung einer hohen unbeschränkten Kohärenz benötigt (vgl. $C_{x_{nahd}}$, $C_{x_{fernd}}$ und $C_{x_{16d}}$), so ist zu vermuten, dass dies mit einer deutlich höheren akausalen Kohärenz einhergeht. Ein Vergleich der unbeschränkten und der akausalen Kohärenz wird in den Abschnitten 7.2 und 7.3 vorgenommen.

Zur Berechnung von $C_{x_{10d}}$ werden die sieben multiplen Kohärenzen zwischen dem Sensor S_i ($i = 11, \dots, 17$) und den Referenzsensoren S_1-S_{10} der Konfigurationen RK3 und RK4 (vgl. Tabellen 7.1 und 7.3) ausgewertet. Abbildung 7.3 zeigt, dass es je nach Art des Diffusfelds zu unterschiedlich starken Einbußen in der unbeschränkten Kohärenz kommt. Beim Typ-2-Diffusfeld reichen die zehn Referenzsensoren offenbar nicht mehr aus, um innerhalb der gesamten Bandbreite des aktiven Steuerungssystems eine hinreichend große unbeschränkte Kohärenz (oberhalb von 90 %) zu gewährleisten.

7.2. Aktives CFK-Paneel

Der Aufbau des CFK-Paneels im akustischen Transmissionsprüfstand und die Implementierung und Vermessung des aktiven Systems erfolgt gemäß der Unterabschnitte A.4 und A.4. Die Aktuator- und Sensorverteilung in der aktiven Sektion des CFK-Paneels (vgl. Abbildung A.6) sowie die Verschaltung der aktiven Komponenten mit dem Echtzeitsystem sind in Abbildung 7.4 dargestellt.

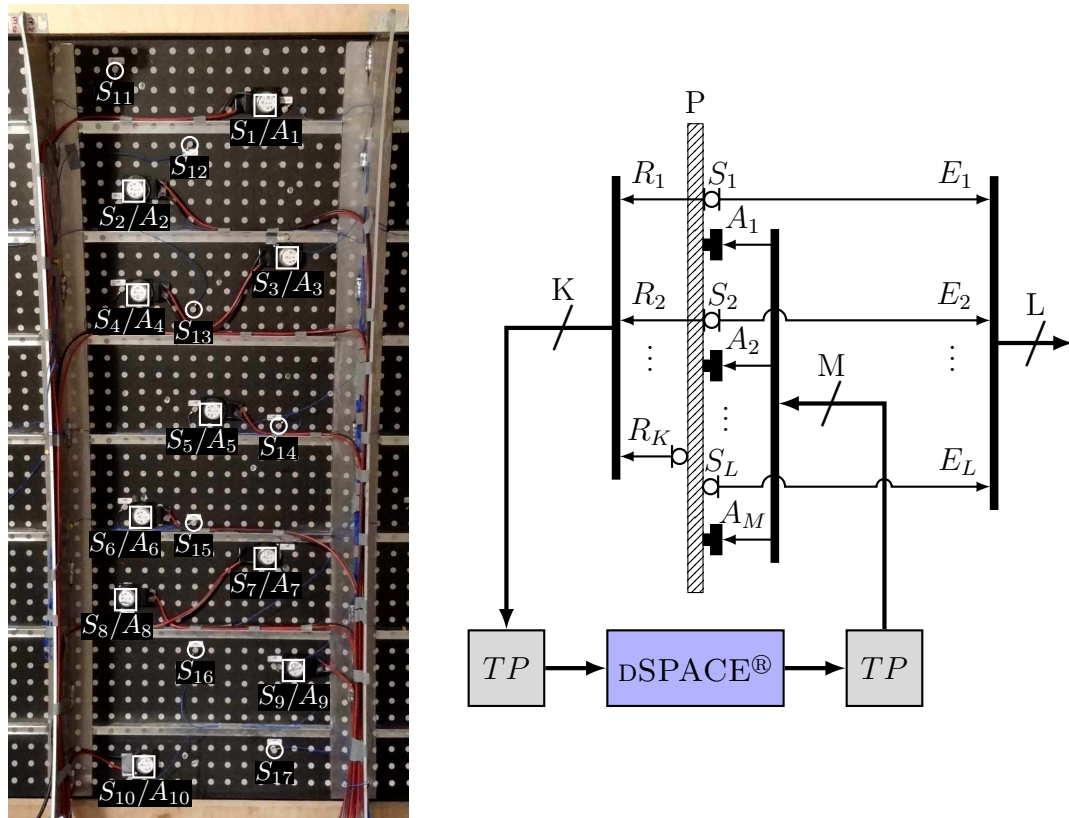


Abbildung 7.4.: Aktive Sektion des CFK-Paneels (li.) mit Sensoren (S_i) und Aktuatoren (A_i) sowie Verschaltung der aktiven Komponenten mit dem Echtzeitsystem (re.) mit K Referenzsensoren, M Aktuatoren und L Fehlersensoren gemäß Abbildung 6.8.

Die (quasi-)kollokalen Sensor-/Aktuatorpaare sind mit S_i/A_i bezeichnet. Während die Aktuatorik bei den Realkonfigurationen RK2, RK3 und RK4 identisch ist, variiert die Anzahl und Verteilung der Sensoren gemäß Tabelle 7.1. Die Signale der Referenzsensoren R_i werden durch ein Tiefpassfilter (TP) bandbegrenzt und vom Echtzeitsystem verarbeitet. Die stufenförmigen Ausgangssignale werden von einem weiteren Tiefpassfilter geglättet und verstärkt (nicht dargestellt) an die Aktuatoren weitergeleitet. Die Signale der Fehlersensoren E_i werden im passiven Betrieb als Störsignale und bei aktivierter Steuerung als Fehlersignale bezeichnet. Die Störsignale werden neben den Referenzsignalen zur Auslegung der FIR-Filter der kausalen Optimalsteuerung benötigt. Die Fehlersignale dienen der Bewertung der Störgrößenreduktion des aktiven Systems. Die verwendete Hardware und deren Einstellungen sind Tabelle A.4 zu entnehmen.

Die Auswertung und Darstellung der Störgrößenreduktion erfolgt analog zu Abschnitt 6.6 anhand des in den Abbildungen 7.5 (li.) und 7.6 (li.) dargestellten Residuums der Störgröße. Ferner wird eine zusammenfassende Darstellung der Red. und der KR der betrachteten Realkonfigurationen in Tabelle 7.2 gegeben. Im Unterschied zur Simulation hängt die Störgrößenreduktion zusätzlich von der Qualität des Diffusfelds und der Aktuatorrückwirkung auf die Referenzsensoren (siehe Unterabschnitt A.4) ab. Aus diesem Grund wird zwischen dem theoretischen Maximum der Störgrößenreduktion (Auslegung) und der im (stabilen) Echtzeitbetrieb maximal zu erreichenden Störgrößenreduktion (Messung) unterschieden. Ferner erfolgt eine Differenzierung nach der Art der Störanregung (Typ-1- oder Typ-2-Diffusfeld). Ursächlich für die Unterschiede zwischen den Werten der Auslegung und jenen der Messung ist in erster Linie die Stellgrößenbegrenzung, welche über den Regularisierungsfaktor β gesteuert wird. Abgesehen von leichten Einflüssen der Aktuatorrückwirkung auf die Referenzsensoren und damit auf die Störgrößenreduktion, stimmt die berechnete Störgrößenreduktion (Auslegung) mit den Ergebnissen aus dem Echtzeitbetrieb (bei gleichem β und stabilem Betrieb) überein. Es ist daher prinzipiell zulässig, die berechnete Red. und KR mit den Ergebnissen der Simulation zu vergleichen. Die Diskussion der Vergleichbarkeit von Mess- und Simulationsergebnissen in Bezug auf die FIR-Filterlänge I und den Regularisierungsfaktor β erfolgt in Unterabschnitt A.4.

Zur Analyse des relativen Einflusses der Parameter Kohärenz und Kausalität auf die Störgrößenreduktion erfolgt eine Berechnung der unbeschränkten und der akausalen Kohärenz. Zusätzlich zur spektralen Darstellung in den Abbildungen 7.5 (re.) und 7.6 (re.) werden die mit dem Leistungsdichtespektrum S_{dd} des Störsignals d gewichteten Mittelwerte der Kohärenzen $\bar{C}_{\tilde{x}d}$ und $\bar{C}_{\tilde{x}da}$ gemäß Gleichung (7.1) bestimmt.

$$\bar{C} = \frac{\sum_{\kappa_0}^N C[\kappa] S_{dd}[\kappa]}{\sum_{\kappa_0}^N S_{dd}[\kappa]} \quad (7.1)$$

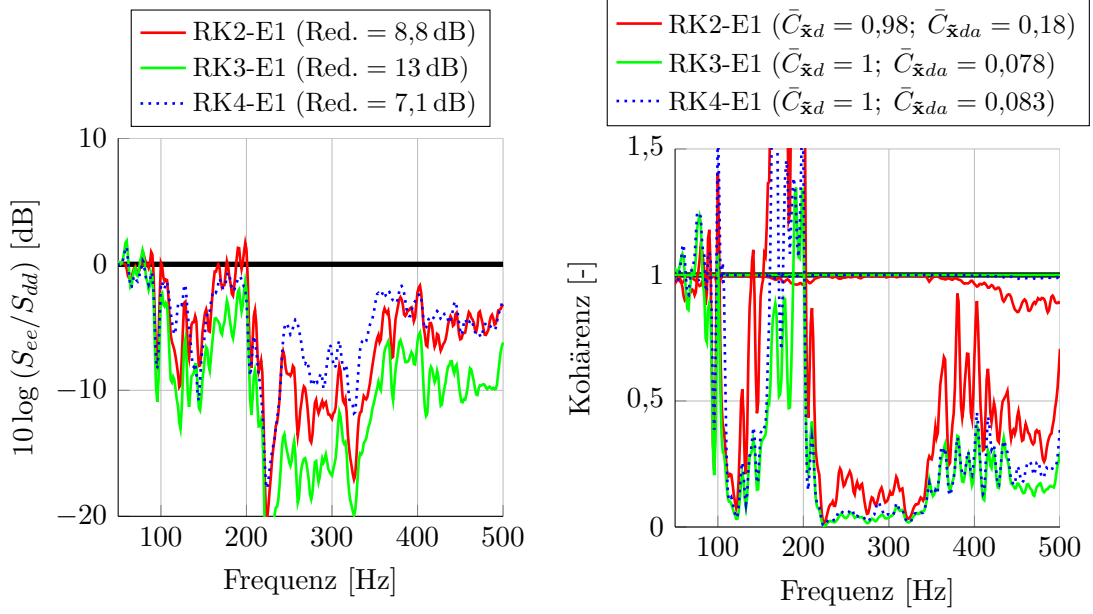


Abbildung 7.5.: Residuum der Störgröße (li.) und akausale sowie unbeschränkte Kohärenz (re.) bei Störanregung der Einzelschale durch ein Typ-1-Diffusfeld.

Dabei indiziert κ_0 die am nächsten bei 80 Hz liegende diskrete Frequenzlinie. Die unbeschränkte (multiple) Kohärenz $C_{\bar{x}d}$ folgt aus Gleichung (3.18), und die akausale Kohärenz berechnet sich gemäß Gleichung (5.22) mit $C_{\bar{x}da} = |\gamma_{\bar{x}da}[\kappa]|^2$. Um die Berechnung des spektralen Faktors $\mathbf{F}$ zu vermeiden, wird statt der zweiten die erste Zeile von Gleichung (5.22) zur Berechnung der akausalen Kohärenz herangezogen. Das kausale Optimalfilter $\mathbf{W}_{optc}$ berechnet sich gemäß Gleichung (6.26) mit $\beta = 10^{-4}$, und das unbeschränkte Optimalfilter $\mathbf{W}_{opt}$ resultiert aus Gleichung (5.21), welche sich infolge des Weglassens des Kausaloperators $\{\cdot\}_+$ zu $\mathbf{W}_{opt} = \mathbf{S}_{\bar{x}d}\mathbf{S}_{\bar{x}\bar{x}}^{-1}$ vereinfacht.

Abbildung 7.5 zeigt das berechnete Residuum der Störgröße sowie die unbeschränkte und die akausale Kohärenz der RK bei Anregung des CFK-Paneels durch ein Typ-1-Diffusfeld. Zur Darstellung der Kohärenz im rechten Teil der Abbildung ist anzumerken, dass die unbeschränkte Kohärenz stets durch die von eins ausgehende und die akausale Kohärenz stets durch die von null ausgehende Kurve repräsentiert wird. Bei RK2-E1 ist die unbeschränkte Kohärenz mit 98 % relativ hoch, weshalb die Störgrößenreduktion hauptsächlich von der akausalen Kohärenz (18 %) beeinflusst wird. Die verglichen mit RK3-E1 und RK4-E1 erhöhte akausale Kohärenz von RK2-E1 ist vermutlich der geringeren Anzahl an Referenzsensoren geschuldet, wodurch der aktiven Steuerung weniger entfernte (d. h. nicht im selben oder angrenzenden Hautfeld, in dem der betrachtete Fehlersensor liegt, positionierten) Referenzsensoren zur Verfügung stehen, deren Signale kausal verarbeitet

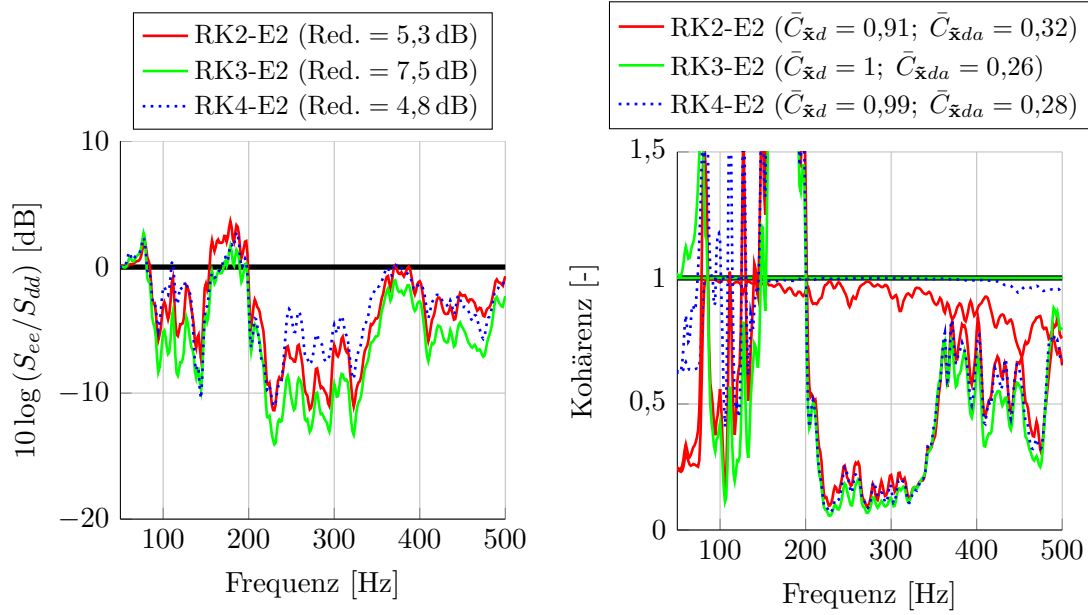


Abbildung 7.6.: Residuum der Störgröße (li.) und akausale sowie unbeschränkte Kohärenz (re.) bei Störانregung der Einzelschale durch ein Typ-2-Diffusfeld.

werden können. Aus Abbildung 7.2 (o.) geht hervor, dass die Störquellendichte oberhalb von 350 Hz deutlich ansteigt, weshalb die vier größten Eigenwerte eine Dynamik von nur noch 10–15 dB aufweisen. Folglich tragen mindestens vier der fünf Referenzsensoren von RK2-E1 maßgeblich zur unbeschränkten Kohärenz bei. Aus der in Abbildung 7.4 (li.) dargestellten Referenzsensorverteilung geht jedoch hervor, dass pro Fehlersensor maximal drei entfernte Referenzsensoren zur Verfügung stehen, deren Signale mit größerem zeitlichen Vorlauf und damit potenziell kausal (d. h. mit einer verschwindenden akausalen Kohärenz) verarbeitet werden können. Demnach tragen Signalanteile zur unbeschränkten Kohärenz bei, die durch das aktive System nicht rechtzeitig verarbeitet werden können. In der Folge steigt die akausale Kohärenz an.

Obwohl die unbeschränkten und die akausalen Kohärenzen von RK3-E1 und RK4-E1 nahezu identisch sind, fällt die Störgrößenreduktion von RK4-E1 deutlich kleiner als jene von RK3-E1 aus. Dieser Effekt ist der unterschiedlichen Anzahl an Fehlersensoren zuzuschreiben. Da bei RK4-E1 die Anzahl an Fehlersensoren diejenige der Aktuatoren übersteigt, liegt ein überbestimmtes System vor. Damit verbunden ist (vgl. [62]) eine im Allgemeinen eingeschränkte Störgrößenreduktion des aktiven Systems. Bei RK3-E1 ist die unbeschränkte Kohärenz aufgrund der Übereinstimmung von Fehler- und Referenzsensoren identisch eins. Ferner ist das System quadratisch (d. h. es hat dieselbe Anzahl an Aktuatoren und Fehlersensoren) und somit nicht überbestimmt, sodass die Störgrö-

ßenreduktion ausschließlich von der akausalen Kohärenz bestimmt ist. Die berechnete Störgrößenreduktion liegt mit 13 dB sogar oberhalb des aus den Mittelwerten der unbeschränkten und der akausalen Kohärenz folgenden Werts von $-10 \log(1 - \bar{C}_{\tilde{x}d} + \bar{C}_{\tilde{x}da}) = -10 \log(1 - 1 + 0.078) = 11,1$ dB. Dieser Unterschied ist der Tatsache geschuldet, dass die berechnete Störgrößenreduktion für das MIMO-System gilt und die Mittelwerte der Kohärenzen aus der Mittelung über einzelne SISO-Systeme (für jeden Fehlersensor eins) resultiert. Aufgrund der vom idealen Diffusfeld stark abweichenden Störcharakteristik des Typ-1-Diffusfelds wird auf einen Vergleich der Ergebnisse der Realkonfigurationen RK-E1 mit den Resultaten der Simulation verzichtet.

Abbildung 7.6 zeigt das berechnete Residuum der Störgröße sowie die unbeschränkte und die akausale Kohärenz der RK bei Anregung des CFK-Paneels durch ein Typ-2-Diffusfeld. Infolge der höheren Störquellendichte des Typ-2-Diffusfelds (siehe Abbildung 7.2 (u.) und vgl. den erhöhten Wertebereich der Ordinate) reduziert sich die unbeschränkte Kohärenz von RK2-E2 auf 91 %. Würden nicht zwei der fünf Referenzsensoren mit den Fehlersensoren übereinstimmen (S_4 und S_{10}), fiel die unbeschränkte Kohärenz noch deutlich kleiner aus. Dennoch wird die Störgrößenreduktion maßgeblich von der akausalen Kohärenz limitiert, da diese auf 32 % angestiegen ist. Auch die Konfigurationen RK3-E2 und RK4-E2 verzeichnen einen starken Anstieg der akausalen Kohärenz, als dessen Ursache die gestiegene Störquellendichte angesehen wird. Wie in Abbildung 7.3 (re.) erkennbar, reichen die entfernten Referenzsensoren beim Typ-2-Diffusfeld nicht mehr aus, um eine hohe unbeschränkte Kohärenz für Frequenzen oberhalb von 300 Hz zu gewährleisten. Analog zu RK2-E1 stehen nun auch bei RK3-E2 und RK4-E2 nicht mehr genügend entfernte Referenzsensoren zur Verfügung, deren Signale frühzeitig bzw. kausal verarbeitet werden können. Insgesamt liegen die akausalen Kohärenzen aller drei Konfigurationen bei ähnlichen Werten, weshalb auch die Störgrößenreduktionen nicht stark voneinander abweichen. Die verbleibenden Unterschiede sind, wie zuvor erläutert, auf Abweichungen in den unbeschränkten Kohärenzen und im Fall von RK4-E2 auf die Überbestimmtheit des aktiven Systems zurückzuführen.

Aus Abbildung 7.2 (u.) geht hervor, dass die größten Eigenwertepegel im Frequenzbereich 220–350 Hz liegen. Zugleich ist die Störquellendichte infolge der Dominanz einzelner Strukturresonanzen relativ gering. Oberhalb von 350 Hz wächst die Störquellendichte an, was ein Absinken der unbeschränkten Kohärenz zur Folge hat (siehe Abbildung 7.3 (re.)). Die großen Eigenwertepegel im Frequenzbereich 220–350 Hz spiegeln sich auch in dem in Abbildung 7.7 (li.) dargestellten, über alle Fehlersensoren gemittelten normierten Leistungsdichtespektrum der gemessenen Störsignale wider. Im Unterschied zur Simulation weist das Leistungsdichtespektrum der vom Typ-2-Diffusfeld induzierten Strukturvibrationen des CFK-Paneels einen deutlichen Bandpasscharakter im Frequenzbereich 220–350 Hz auf. Ursächlich dafür ist die starke Anregung der zwischen zwei Stringern und Spanten liegenden Hautfelder des CFK-Paneels durch das Diffusfeld in diesem Frequenzbereich.

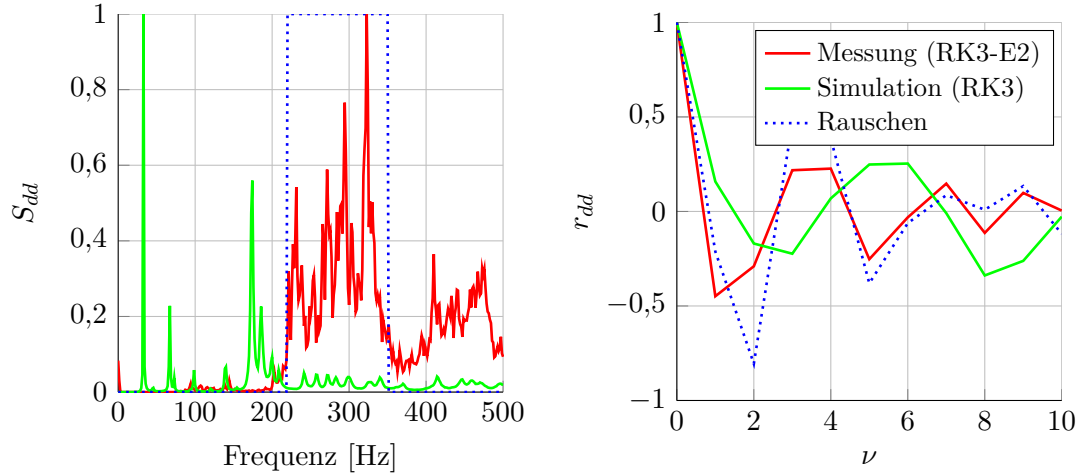


Abbildung 7.7.: Normiertes mittleres Leistungsdichtespektrum (li.) und daraus abgeleitete normierte Autokorrelationsfunktion (re.) der Störsignale.

Infolge des Bandpasscharakters sind die Werte der Autokorrelationsfunktion r_{dd} der gemessenen Störsignale verglichen mit jenen der simulierten Störsignale im Bereich um $\nu = 0$ (insbesondere bei $\nu = 1$) erhöht (siehe Abbildung 7.7 (re.) und vgl. die Autokorrelationsfunktion des bandbegrenzten Rauschens). Dieser Unterschied ist von Relevanz, da das SP-PEF, welches zur Berechnung der KR herangezogen wird, die erhöhte Korrelation bei $\nu = 1$ zur Störgrößenreduktion nutzen kann, das Realsystem aufgrund der größeren Sekundärlaufzeit jedoch nicht.

Ein Vergleich der in Tabelle 7.2 (Auslegung) dargestellten berechneten Red. und KR mit den Ergebnissen der Simulation RK aus Tabelle 6.7 (Einzelschale) zeigt, dass die Werte von Red. (insbesondere bei RK3-E2) ähnlich ausfallen. Die KR der Realsysteme sind $\approx 2,6$ dB kleiner als in der Simulation. Ursächlich dafür sind der beschriebene Bandpasscharakter des CFK-Paneels und die damit verbundene erhöhte Störgrößenreduktion des SP-PEF der Realsysteme RK-E2.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass sich die in Hypothese 1 postulierten Auswirkungen der (unbeschränkten) Kohärenz und der Kausalität auf die Störgrößenreduktion einer aktiven Steuerung in den experimentellen Ergebnissen des aktiven CFK-Paneels widerspiegeln. Die in Hypothese 2 postulierte und in Unterabschnitt 6.6 belegte Akausalität eines (jeden) aktiven Einzelschalensystems zeigt sich folgerichtig auch bei den Realsystemen.

7.3. Doppelschale mit aktivem Lining

Der Aufbau der Doppelschale im akustischen Transmissionsprüfstand und die Implementierung und Vermessung des aktiven Systems erfolgt gemäß der Un-

		Auslegung					Messung		
		Red. dB	KR dB	$C_{\bar{x}d}$	$C_{\bar{x}da}$	β	Red. dB	KR dB	β
Typ 1	RK2-E1	8,8	-11,8	0,98	0,18	10^{-4}	6,9	-13,7	10^{-2}
	RK3-E1	13	-7,6	1	0,08	10^{-4}	6,1	-14,6	10^{-1}
	RK4-E1	7,1	-13,5	1	0,08	10^{-4}	5,5	-15,2	10^{-2}
Typ 2	RK2-E2	5,3	-10,9	0,91	0,32	10^{-4}	5,2	-11,1	10^{-3}
	RK3-E2	7,5	-8,8	1	0,26	10^{-4}	5,3	-11	10^{-2}
	RK4-E2	4,8	-11,5	0,99	0,28	10^{-4}	3	-13,3	10^{-2}

Tabelle 7.2.: Störgrößenreduktion (Red.), Kausalitätsreserve (KR) und Mittelwerte der unbeschränkten ($\bar{C}_{\bar{x}d}$) und akausalen ($\bar{C}_{\bar{x}da}$) Kohärenz der aktiven Einzelschale bei Störanregung durch ein diffuses Schallfeld vom Typ 1 oder Typ 2.

Doppelschale ($\mathcal{P}$)	Referenzsensoren R_i	Fehlersensoren E_i
$5 \times 10 \times 10$ (RK2)	$R_1, R_4, R_7, R_8, R_{10}$	E_1-E_{10}
$10 \times 10 \times 10$ (RK3)	R_1-R_{10}	E_1-E_{10}
$10 \times 10 \times 17$ (RK4)	R_1-R_{10}	E_1-E_{17}

Tabelle 7.3.: Sensorkonfigurationen der aktiven Doppelschale mit Referenzsensoren (Beschleunigungssensoren) auf der Primärschale ($\mathcal{P}$).

terabschnitte A.4 und A.4. Die Aktuator- und Sensorverteilung in der aktiven Sektion der Doppelschale (vgl. Abbildung A.6) sowie die Verschaltung der aktiven Komponenten mit dem Echtzeitsystem sind in Abbildung 7.8 dargestellt. Auf die Darstellung und Diskussion der Ergebnisse der Systemkonfigurationen mit Referenzsensoren im Fluid der Kavität und auf der Sekundärschale wird verzichtet, da aus den in Unterabschnitt 7.1 genannten Gründen keine Messdaten bei Störanregung der Primärschale durch ein Typ-2-Diffusfeld vorliegen. Die (quasi-)kollokalen Fehlersensor-/Aktuatorpaare sind mit E_i/A_i bezeichnet. Die Aktuatoren sind in Abbildung 7.8 (o.) nicht zu sehen, da sie sich auf der Rückseite des Linings befinden. In der betrachteten Konfiguration dienen die auf dem CFK-Paneel montierten Beschleunigungssensoren als Referenzsensoren R_i für das aktive System. Während die Aktuatorik bei den Realkonfigurationen RK2, RK3 und RK4 identisch ist, variiert die Anzahl und Verteilung der Sensoren gemäß Tabelle 7.3.

Die in Abschnitt 7.2 gegebenen Erläuterungen zur analogen und digitalen Signalverarbeitung, zum diffusen Schallfeld, zur Auswertung und Darstellung der Störgrößenreduktion und zur Berechnung der akausalen und der unbeschränkten Kohärenzen gelten auch für die Doppelschale mit aktivem Lining. Aus diesem Grund kann auf eine Darstellung der genannten Aspekte an dieser Stelle verzichtet und direkt mit der Auswertung der Realkonfigurationen begonnen werden.

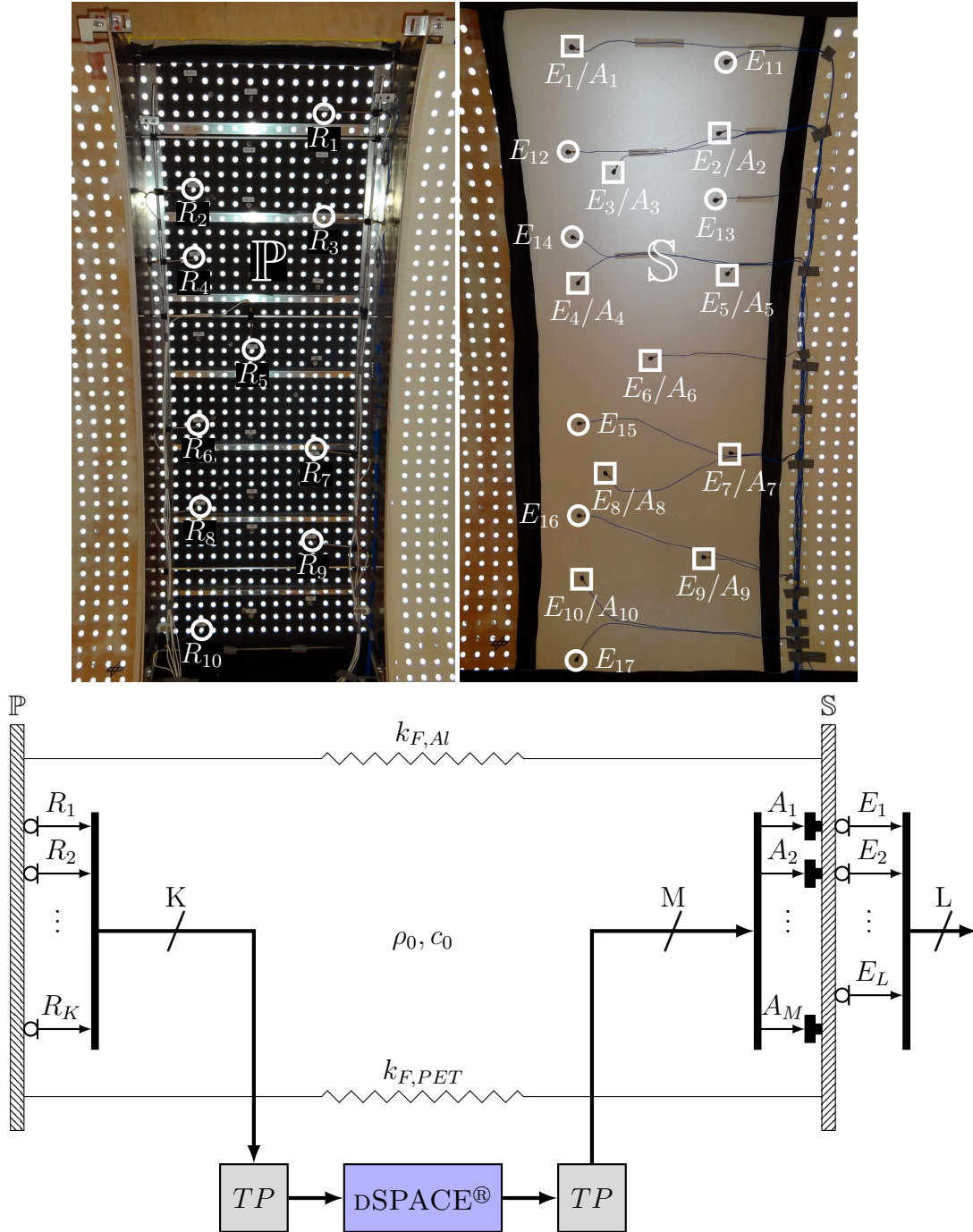


Abbildung 7.8.: Aktive Section der Doppelschale mit Referenzsensoren (R_i) auf der Primärschale (o. li.) und Fehlersensoren (E_i) und Aktuatoren (A_i) auf der Sekundärschale (o. re.) sowie Verschaltung der aktiven Komponenten mit dem Echtzeitsystem (u.) mit K Referenzsensoren, M Aktuatoren und L Fehlersensoren gemäß Abbildung 6.8.

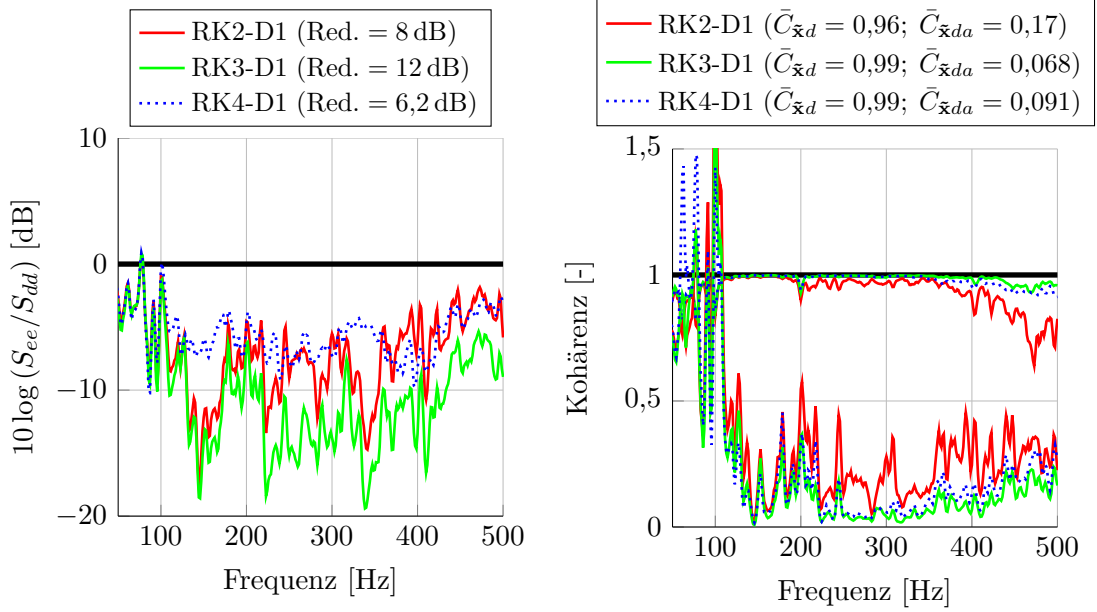


Abbildung 7.9.: Residuum der Störgröße (li.) und akausale sowie unbeschränkte Kohärenz (re.) bei Störanregung der Primärschale durch ein Typ-1-Diffusfeld.

Abbildung 7.9 zeigt das berechnete Residuum der Störgröße sowie die unbeschränkte und die akausale Kohärenz der RK bei Anregung der Primärschale des Doppelschalensystems durch ein Typ-1-Diffusfeld. Verglichen mit den Werten der Einzelschale (bei gleicher Anregung, d. h. bei RK-E1) liegen die Störgrößenreduktionen auf einem ähnlichen Niveau. Ursächlich dafür ist der dominierende Einfluss der akausalen Kohärenz auf die Störgrößenreduktion in Verbindung mit der Tatsache, dass die mittleren akausalen Kohärenzen in beiden Fällen ähnlich ausfallen. Aufgrund dieser Ähnlichkeit erscheint es naheliegend, beiden Fällen einen ähnlichen Wirkungsmechanismus zuzuschreiben. Es wird daher vermutet, dass die in Abschnitt 7.2 beschriebenen Abhängigkeiten zwischen Störquellendichte, Referenzsensoranzahl und Kausalität auch im Fall der aktiven Doppelschale eine Rolle spielen. Analog zu RK3-E1 ist die Störgrößenreduktion von RK3-D1 aufgrund der örtlichen Trennung der Referenz- und Fehlersensoren zwar nicht mehr ausschließlich, wegen der geringen Störquellendichte des Typ-1-Diffusfelds jedoch maßgeblich durch die akausale Kohärenz bestimmt. Auch hier liegt die berechnete Störgrößenreduktion mit 12,1 dB oberhalb des aus den Mittelwerten der unbeschränkten und akausalen Kohärenz folgenden Werts von $-10 \log(1 - \bar{C}_{\tilde{x}d} + \bar{C}_{\tilde{x}da}) = -10 \log(1 - 0,99 + 0,068) = 11,1$ dB. Demgegenüber fällt die Störgrößenreduktion von RK4-D1 trotz ähnlicher Kohärenzwerte wie bei RK3-D1 deutlich geringer aus. Erklärungen für die Abweichung zwischen der berechneten und der theoretischen Störgrößenreduktion sowie für die verminderte

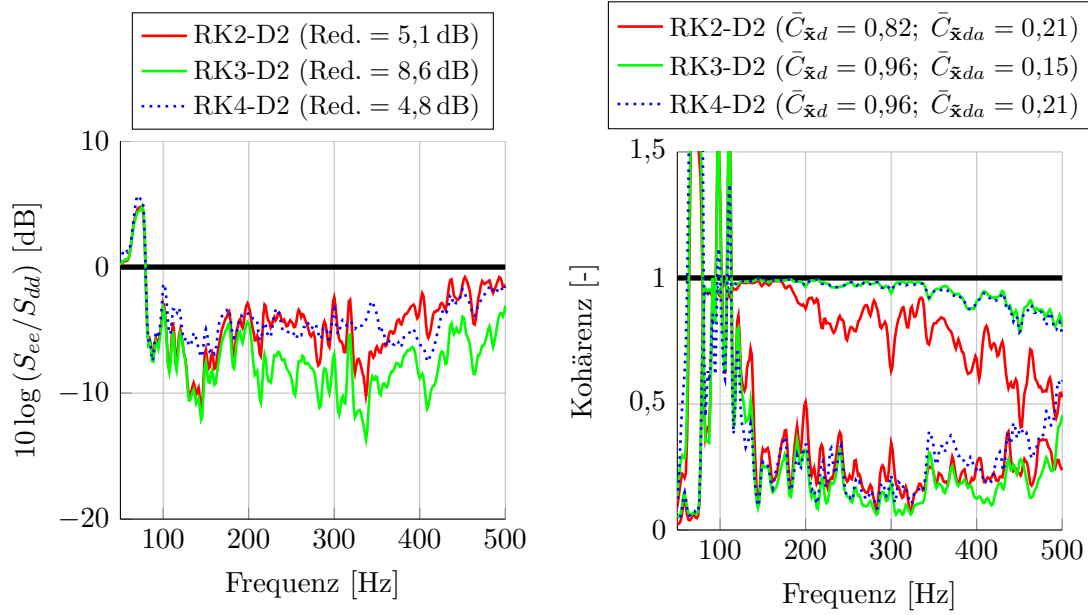


Abbildung 7.10.: Residuum der Störgröße (li.) und akausale sowie unbeschränkte Kohärenz (re.) bei Störanregung der Primärschale durch ein Typ-2-Diffusfeld.

Störgrößenreduktion von RK4-D1 sind Abschnitt 7.2 zu entnehmen.

Abbildung 7.10 zeigt das berechnete Residuum der Störgröße sowie die unbeschränkte und die akausale Kohärenz der RK bei Anregung der Primärschale des Doppelschalensystems durch ein Typ-2-Diffusfeld. Im Unterschied zu RK-D1 fallen die Störgrößenreduktionen (analog zur aktiven Einzelschale) deutlich kleiner aus. Dies gilt auch für die unbeschränkten Kohärenzen, deren Werte infolge der höheren Störquellendichte und der räumlichen Trennung von Referenz- und Fehlersensoren abgesunken sind. Die Werte der akausalen Kohärenz haben sich (in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der anderen RK) erwartungsgemäß erhöht. Verglichen mit der aktiven Einzelschale fallen die Erhöhungen der akausalen Kohärenz jedoch moderater aus. Die in den Tabellen 7.2 und 7.4 aufgelisteten Ergebnisse von RK-E2 und RK-D2 belegen die deutlich geringere akausale Kohärenz der aktiven Doppelschale. Aufgrund der – verglichen mit RK-E2 – niedrigeren unbeschränkten Kohärenzen bei RK-D2 sind die Störgrößenreduktionen der aktiven Doppelschale jedoch nur leicht erhöht. Verglichen mit den in Tabelle 6.7 dargestellten Simulationsergebnissen der Realkonfigurationen des generischen Doppelschalensystems fallen die Störgrößenreduktionen des Realsystems deutlich kleiner aus. Die Kausalitätsreserven befinden sich dagegen in beiden Fällen auf einem ähnlichen Niveau. Ursächlich dafür ist die in der Simulation um 4,7 dB erhöhte Störgrößenreduktion des SP-PEF. Die größeren Störgrößenreduktionen der Simulation in Verbindung mit der Konstanz der Kausalitätsreserven lassen zwei

		Auslegung					Messung		
		Red. dB	KR dB	$C_{\bar{x}d}$	$C_{\bar{x}da}$	β	Red. dB	KR dB	β
Typ 1	RK2-D1	8	-12,5	0,96	0,17	10^{-4}	8,5	-12	10^{-4}
	RK3-D1	12,1	-8,4	0,99	0,07	10^{-4}	10,2	-10,3	10^{-3}
	RK4-D1	6,2	-14,3	0,99	0,09	10^{-4}	5,8	-14,7	10^{-4}
Typ 2	RK2-D2	5,1	-11,8	0,82	0,21	10^{-4}	5,7	-11,1	10^{-4}
	RK3-D2	8,6	-8,3	0,96	0,15	10^{-4}	6,5	-10,3	10^{-3}
	RK4-D2	4,8	-12,1	0,96	0,21	10^{-4}	4,9	-11,9	10^{-4}

Tabelle 7.4.: Störgrößenreduktion (Red.), Kausalitätsreserve (KR) und Mittelwerte der unbeschränkten ($\bar{C}_{\bar{x}d}$) und akausalen ($\bar{C}_{\bar{x}da}$) Kohärenz der aktiven Doppelschale bei Störanregung der Primärschale durch ein diffuses Schallfeld vom Typ 1 oder Typ 2.

Schlussfolgerungen zu. Zum einen ist festzustellen, dass die Realsysteme eine mit dem Simulationsmodell der aktiven Doppelschale vergleichbare Kausalität aufweisen. Zum anderen ist zu vermuten, dass die in der Simulation beobachtete zeitliche Aufspreizung der Kreuzkorrelationsfunktion (vgl. Abbildung 6.19) bei den Realsystemen weniger stark ausgeprägt ist. Offenbar findet die Störübertragung beim Realsystem stärker über Direktschall statt als dies in der Simulation der Fall ist. Als mögliche Ursachen dafür kommen die in der Simulation vernachlässigten horizontalen Versteifungselemente (Stringer) oder die ebenfalls vernachlässigten strukturellen Halterungen des Linings an den Spanten der Primärstruktur (siehe Abbildung A.6) in betracht. Die Vernachlässigung der Stringer und die potenziellen Auswirkungen auf das aktive System wurden bereits in Unterabschnitt 5.1.3 thematisiert. Auf eine fundierte Untersuchung der Auswirkungen vernachlässigter Strukturelemente auf die Störgrößenreduktion eines aktiven Doppelschalensystems wird im Rahmen der vorliegenden Dissertation verzichtet. Die Klärung der Ursachen für die im Realsystem verminderte Störgrößenreduktion verbleibt damit als Thema zukünftiger Forschungsarbeiten.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass – trotz der Unterschiede zwischen den experimentellen und numerischen Ergebnissen der aktiven Doppelschale – die in Unterabschnitt 6.6 getroffenen Aussagen in Bezug auf die Hypothesen der vorliegenden Dissertation aufrechterhalten werden können. Aufgrund der vom idealen Diffusfeld abweichenden Störquellencharakteristik der im Hallraum synthetisierten Diffusfelder ist eine (annähernde) Vergleichbarkeit der experimentellen Ergebnisse mit jenen der Simulation nur für die Realsysteme mit Typ-2-Diffusfeldanregung (RK-D2) gegeben. Wie in Unterabschnitt 7.1 erläutert, sind die Messdaten in diesen Fall auf Systeme mit Referenzsensoren auf der Primärschale beschränkt. Ein experimenteller Nachweis des in Hypothese 4 postulierten Zusammenhangs zwischen Kausalitätsreserve und Kohärenz durch die Untersuchung von Systemen mit Referenzsensoren in der Kavität zwischen der Primär-

und der Sekundärschale oder auf der Sekundärschale ist deshalb nicht möglich. Hinsichtlich Hypothese 3 ist zu konstatieren, dass alle untersuchten Realsysteme der aktiven Doppelschale akausal sind. Dieses Ergebnis entspricht der Erwartung, da die Sekundärlaufzeit der Realsysteme gemäß Unterabschnitt 6.4.2 mit ≈ 3 ms vergleichsweise groß ist. Auch in der Simulation (siehe z. B. Unterabschnitt 6.6.4) war kein aktives Steuerungssystem mit einer Sekundärlaufzeit größer 2 ms kausal. Verglichen mit der aktiven CFK-Schale fallen die akausalen Kohärenzen der aktiven Doppelschale jedoch deutlich kleiner aus, weshalb die Erweiterung der Systemgrenze von einer Einzel- auf eine Doppelschale zu einer Verbesserung der Kausalität des aktiven Systems führt. Die in Unterabschnitt 6.6 getroffenen Aussagen in Bezug auf die Basishypothese und auf Hypothese 3 werden insofern durch die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen gestützt. Aufgrund der vergleichbaren Kausalitätsreserven der realen und der simulierten aktiven Doppelschalensysteme kann davon ausgegangen werden, dass es prinzipiell möglich ist, ein kausales aktives Doppelschalensystem experimentell zu realisieren. Dazu bedarf es allerdings einer deutlich schnelleren analogen und digitalen Signalverarbeitung.

8. Zusammenfassung und Ausblick

8.1. Zusammenfassung

Gegenstand der vorliegenden Dissertation ist die Beeinflussung der Schalltransmission durch ein- und doppelwandige Struktursysteme mithilfe aktiver Steuerungen. Im Zentrum steht die Frage, ob es möglich ist, die Transmission räumlich inkohärenter, stochastischer Störquellen durch doppelschalige Leichtbaustrukturen mit aktiven Steuerungen breitbandig zu reduzieren. Zur Beantwortung dieser zentralen Frage wurden Begriffe und Methoden entwickelt sowie Simulationen von und Messungen an aktiven Einzel- und Doppelschalensystemen durchgeführt.

In Abschnitt 3.2 wurde ein verallgemeinerter Kausalitätsbegriff eingeführt, welcher sich von der herkömmlichen Definition (vgl. [71, S. 16]) löst und eine „leichte“ Akausalität zulässt. Demnach wird ein aktives Steuerungssystem als kausal betrachtet, wenn es fähig ist, eine breitbandige Störgrößenreduktion zu bewirken. Da sich der verallgemeinerte Kausalitätsbegriff an der Frage der Breitbandigkeit der Störgrößenreduktion des aktiven Systems orientiert, ist eine belastbare und praktisch handhabbare Definition des Begriffs Breitbandigkeit erforderlich. Diese wurde im Rahmen der vorliegenden Dissertation unter Verwendung des in [17] beschriebenen SP-PEF erarbeitet. Der Definition folgend, gilt jede Reduktion der mittleren Fehlersignalleistung, die über diejenige des SP-PEF hinausgeht, als breitbandig. Die Logik dieser Betrachtungsweise liegt in der Tatsache begründet, dass das Fehlersignal eines SP-PEF weiß (d. h. stochastisch) ist und eine zusätzliche Reduktion der mittleren Fehlersignalleistung (d. h. die Reduktion eines weißen Signals) deshalb nur durch ein kausales Steuerungssystem bewirkt werden kann. Die vorgeschlagene Definition des Begriffs Breitbandigkeit ermöglicht zudem eine Quantifizierung der Kausalität. In diesem Zusammenhang wurde der Begriff KR eingeführt, welcher sich aus der Differenz der mittleren Fehlersignalleistungen des SP-PEF und der zu untersuchenden Konfiguration ergibt.

In Abschnitt 5.3 wurden Methoden erarbeitet, welche eine Analyse der für ein aktives Steuerungssystem maßgeblichen Parameter Kohärenz und Kausalität ermöglichen. Dabei wurde – wie in Abschnitt 4.3 aufgezeigt – der Stand des Wissens um die Methoden der Störquellen- und Kohärenzanalyse sowie der Kausalitätsanalyse erweitert. Die Störquellen- und Kohärenzanalyse basiert auf einer Eigenwertzerlegung der Matrix der Leistungsdichtespektren der Signale einer (hin-

reichend großen) Anzahl von Störquellen- bzw. Referenzsensoren. Die spektrale Pegeldarstellung der Eigenwerte liefert eine konservative Abschätzung der Störgrößenreduktion eines aktiven (kausalen) Steuerungssystems in Abhängigkeit von der Anzahl an Referenzsensoren. Somit kann die für eine vorgegebene Störgrößenreduktion benötigte Anzahl an Referenzsensoren bestimmt werden. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass die (kausal unbeschränkte) Kohärenz potenziell akausale Anteile enthält, wodurch sich die Störgrößenreduktion signifikant reduzieren kann. Der Einfluss der Anzahl und der Positionen der Referenzsensoren auf die Kausalität und damit auf die Störgrößenreduktion bleibt bei der Störquellen- und Kohärenzanalyse außen vor. Die Kausalitätsanalyse basiert auf der Kreuzkorrelationsfunktion der Allpassteile der (durch die Sekundärstrecke des aktiven Systems) gefilterten Referenzsignale und des Störsignals. Durch die Einführung der Begriffe kausale Kohärenz und akausale Kohärenz wurde die bekannte (kausal unbeschränkte) komplexe Kohärenzfunktion in ihre kausalen (von der Steuerung beeinflussbaren) und akausalen (von der Steuerung nicht beeinflussbaren) Anteile zerlegt. Diese im Rahmen der vorliegenden Dissertation erarbeitete spektrale Darstellung der Kausalität ermöglicht eine Analyse der Beiträge von Kohärenz und Kausalität zum Residuum der Störgröße.

Nachdem die für die Bearbeitung der Fragestellungen und zur Verifikation der Hypothesen der vorliegenden Dissertation benötigten Begriffe und Methoden erarbeitet worden waren, erfolgte in Kapitel 6 die Modellierung und Simulation der Schalltransmission durch aktiv gesteuerte Einzel- und Doppelschalensysteme. Es wurden Modelle der akustischen Störanregung, der strukturellen Schallabstrahlung, des passiven Struktur- sowie des aktiven Steuerungssystems aufgestellt. Die Modelle der passiven Subsysteme wurden durch einen Abgleich mit analytischen Lösungen und/oder Ergebnissen Dritter validiert. Um die Simulationen ohne den Rückgriff auf rechenintensive FE-Analysen effizient durchführen zu können, wurden lineare ZRM des Einzel- bzw. Doppelschalensystems synthetisiert. Die Korrektheit der abgeleiteten ZRM wurde anhand der zuvor validierten FE-Modelle überprüft und nachgewiesen.

Die validierten Simulationsmodelle wurden verwendet, um unterschiedliche Konfigurationen aktiver Einzel- und Doppelschalensysteme zu berechnen und hinsichtlich der relevanten Einflussgrößen Kohärenz und Kausalität zu analysieren. Dabei wurde die Sekundärlaufzeit des aktiven Steuerungssystems, beginnend bei 1 ms, schrittweise auf 5 ms erhöht und die Red. sowie die KR wurden ausgewertet. Zunächst wurden SISO- und MIMO-Konfigurationen der punktkrafterregten aktiven Einzel- oder Doppelschalensysteme betrachtet. Der Vergleich der SISO-Konfigurationen zeigte, dass die Doppelschalensysteme signifikant höhere Red. und KR aufwiesen als die Einzelschalensysteme. Als Hauptursache dafür ist die unterschiedliche Störübertragungscharakteristik der Systeme anzusehen. Infolge der zusätzlichen Störübertragungspfade des Doppelschalensystems werden die Direktschallanteile des Störsignals von Indirektschallanteilen überlagert. Da

diese mit zeitlicher Verzögerung an den Fehlersensoren eintreffen, spreizen sich die Kreuzkorrelationen der Allpassteile der gefilterten Referenzsignale und des Störsignals zeitlich stärker auf. Dieser Sachverhalt ist in den Abbildungen 6.16 und 6.19 deutlich zu erkennen. Während bei der Einzelschale die Lage der Maxima der Kreuzkorrelationsfunktionen mit den Positionen der Störquellen auf der Einzelschale in Einklang gebracht werden können, ist dies bei der Doppelschale aufgrund der komplexeren Störübertragung nicht möglich. Auch bei den MIMO-Konfigurationen weisen die Doppelschalensysteme eine signifikant erhöhte Red. auf. Demgegenüber liegen die KR der Einzel- und Doppelschalensysteme auf einem ähnlichen Niveau. Allerdings fallen die KR der aktiven Doppelschalensysteme im Allgemeinen größer aus als bei der Einzelschale. Während die aktiven Einzelschalensysteme in jedem Fall akausal waren, konnten bei der aktiven Doppelschale kausale Konfigurationen nachgewiesen werden. Damit wurden die Basishypothese und Hypothese 2 der vorliegenden Dissertation verifiziert. Zur Verifikation von Hypothese 3 tragen die Ergebnisse der Störquellen- und Kohärenzanalyse bei. Aus den in Abbildung 6.20 dargestellten Eigenwertepegeln der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale ist klar erkennbar, dass die Verlagerung der Referenzsensoren in die Kavität der Doppelschale eine signifikante Erhöhung der Kohärenz nach sich zieht. In Verbindung mit der nachgewiesenen Kausalität des Doppelschalensystems (gemäß Tabelle 6.4 ist das Doppelschalensystem mit Referenzsensoren in der Kavität und einer Sekundärlaufzeit von 1 ms kausal) konnte somit auch Hypothese 3 verifiziert werden. Bezüglich Hypothese 4, welche einen reziproken Zusammenhang zwischen der Kausalitätsreserve und der Kohärenz von Referenz- und Fehlersignalen postuliert, sind die Ergebnisse widersprüchlich. Während sich die KR der kausalen Systemkonfigurationen infolge der Verlagerung der Referenzsensoren von der Primärschale in die Kavität verringert, weisen andere Konfigurationen einen umgekehrten Effekt auf. Obwohl Hypothese 4 damit in ihrer Allgemeinheit nicht zu halten ist, ist anzunehmen, dass die postulierte Reziprozität im Fall eines größeren Schalenabstands und/oder bei noch kleineren Sekundärlaufzeiten deutlich zutage tritt.

Die Simulationen und die Kausalitäts- und Kohärenzanalysen der aktiven Einzel- und Doppelschale wurden für den Fall einer Störanregung der Einzel- bzw. Primärschale durch ein diffuses Schallfeld wiederholt. Es wurde festgestellt, dass die Erkenntnisse und Schlussfolgerungen aus der Kausalitäts- und Kohärenzanalyse der punktkrafterregten Einzel- bzw. Doppelschale im Wesentlichen auch für den Fall der Störanregung durch ein diffuses Schallfeld gelten.

Um die Vergleichbarkeit der Simulationsergebnisse mit den Ergebnissen der im Transmissionsprüfstand vermessenen Realsysteme zu erhöhen, wurden die Simulationen und Analysen für realistische Materialkennwerte und Systemkonfigurationen (Realkonfigurationen) wiederholt. Die Ergebnisse der Realkonfigurationen zeigen, dass auch unter den Restriktionen einer realitätsnahen Systemkonfiguration noch signifikante Störgrößenreduktionen möglich sind. Bei der aktiven Einzelschale lagen die Red. im Bereich von 6 dB bis 9 dB, und bei der aktiven Doppel-

schale ergaben sich Red. im Bereich von 6 dB bis 20 dB. Das Leistungspotenzial der aktiven Doppelschale ist daher wesentlich größer als jenes der aktiven Einzelschale. Auch in Bezug auf die KR zeigt das Doppelschalensystem eine größere Varianz. Verglichen mit den KR der Einzelschale, welche im Bereich von -9 dB bis -5 dB liegen, sind die KR der aktiven Doppelschale über einen Bereich von -13 dB bis -2 dB verteilt.

Die experimentelle Realisierung und Vermessung einer aktiven Einzel- und einer aktiven Doppelschale in einem akustischen Transmissionsprüfstand wurden in Kapitel 7 dokumentiert. Die Störanregung der Einzel- bzw. Primärschale erfolgte durch ein im Hallraum des Transmissionsprüfstands erzeugtes diffuses Schallfeld. Aufgrund des starken Einflusses der Störanregung auf die für ein aktives Steuerungssystem relevanten Parameter Kohärenz und Kausalität wurden die statistischen Eigenschaften des im Hallraum synthetisierten diffusen Schallfelds mit denjenigen des idealen Diffusfelds verglichen. Dabei stellte sich heraus, dass eine hinreichend große Anzahl statistisch unabhängiger Schallquellen im Hallraum benötigt wird, um die räumliche Kohärenz des idealen Diffusfelds zu approximieren. Bei einer zu geringen Anzahl unabhängiger Schallquellen hängt die räumliche Kohärenz und damit verbunden die Störgrößenreduktion der aktiven Steuerungen von der FIR-Filterlänge ab. Dieser Sachverhalt und die Implikationen für die experimentelle Bewertung aktiv gesteuerter Systeme wurde in Misol et al. [64] dokumentiert. Um diesen Erkenntnissen Rechnung zu tragen, wurde der Hallraum (alternativ zu der üblicherweise verwendeten Dodekaeder-Schallquelle) mit zehn unabhängigen Schallquellen akustisch angeregt. Dadurch konnten die räumliche Kohärenz des idealen Diffusfelds (vgl. Abbildung 7.1) und die Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren (vgl. Abbildung 7.2) deutlich besser approximiert werden. Die Auswertung der multiplen Kohärenz der Signale der Beschleunigungssensoren auf dem CFK-Paneel zeigte ein (bereits in Haase et al. [47] beobachtetes) schwach ausgeprägtes Übersprechverhalten des Körperschalls über die Spanten des CFK-Paneels. Die Beschränkung der Simulationsmodelle auf die mittlere Spantsektion ist folglich gerechtfertigt.

Die Ergebnisse der Vermessung des aktiven CFK-Paneels verifizieren die in Hypothese 1 postulierten Auswirkungen der (unbeschränkten) Kohärenz und der Kausalität auf die Störgrößenreduktion einer aktiven Steuerung. Hinsichtlich der bereits in Unterabschnitt 6.6 verifizierten Hypothese 2 ist zu konstatieren, dass alle vermessenen Konfigurationen des aktiven CFK-Paneels akausal waren. Der Vergleich der in Tabelle 7.2 (Auslegung) dargestellten berechneten Red. und KR mit den Ergebnissen der Simulation RK aus Tabelle 6.7 (Einzelschale) ergab ähnliche Werte.

Die Ergebnisse der Vermessung der aktiven Doppelschale zeigen, dass die Störgrößenreduktionen der Realsysteme deutlich kleiner als in der Simulation ausfallen (vgl. Tabelle 6.7 mit Tabelle 7.4). Die KR befinden sich dagegen in beiden Fällen auf einem ähnlichen Niveau. Hinsichtlich Hypothese 3 ist zu konstatieren, dass

alle Realkonfigurationen der aktiven Doppelschale akausal waren. Dieses Ergebnis entspricht der Erwartung, da die Sekundärlaufzeit der Realsysteme gemäß Unterabschnitt 6.4.2 mit ≈ 3 ms vergleichsweise groß ist. Auch in der Simulation (siehe z. B. Unterabschnitt 6.6.4) war kein aktives Steuerungssystem mit einer Sekundärlaufzeit größer 2 ms kausal. Verglichen mit der aktiven CFK-Schale fallen die akausalen Kohärenzen der aktiven Doppelschale jedoch deutlich kleiner aus, weshalb die Erweiterung der Systemgrenze von einer Einzel- auf eine Doppelschale zu einer Verbesserung der Kausalität des aktiven Systems führt. Die in Unterabschnitt 6.6 getroffenen Aussagen in Bezug auf die Basishypothese und auf Hypothese 3 werden insofern durch die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen gestützt. Aufgrund der vergleichbaren KR der realen und der simulierten aktiven Doppelschalensysteme kann ferner davon ausgegangen werden, dass es prinzipiell möglich ist, ein kausales aktives Doppelschalensystem experimentell zu realisieren. Um die Sekundärlaufzeit von ≈ 3 ms auf 1 ms zu reduzieren, wäre allerdings eine deutlich schnellere analoge und digitale Signalverarbeitung erforderlich.

8.2. Ausblick

Vor dem Hintergrund der Ergebnisse und Erkenntnisse, die im Rahmen der vorliegenden Dissertation erarbeitet bzw. gewonnen wurden, soll im Folgenden auf offene Fragen und die sich daraus ableitende mögliche Ausrichtung zukünftiger Forschungsaktivitäten eingegangen werden. Dabei kann differenziert werden zwischen primär wissenschaftlich begründeten Fragestellungen und offenen Punkten mit stärkerem Anwendungsbezug.

Aus wissenschaftlicher Sicht ist die experimentelle Verifizierung von Hypothese 3 von vorrangigem Interesse. Die Simulationsergebnisse legen den Schluss nahe, dass es prinzipiell möglich ist, ein kausales Steuerungssystem zu realisieren. Voraussetzung dafür ist jedoch eine schnellere digitale und analoge Signalverarbeitung. Um dieses Ziel zu erreichen, werden höhere Taktraten des DSP-Systems in Verbindung mit flacheren Analogfiltern (mit kleineren Gruppenlaufzeiten) benötigt. Auch die Implementierung von Multirate-Algorithmen [84, 65] mit optimierten Digitalfiltern könnte zur Reduktion der Sekundärlaufzeit beitragen.

Als weitere offene Frage verbleibt die Ursache für die – verglichen mit den Simulationsergebnissen – verminderte Störgrößenreduktion des Realsystems der aktiven Doppelschale. Es wird vermutet, dass die strukturelle Kopplung der Schalen und/oder die horizontalen Versteifungselemente (Stringer) einen stärkeren Einfluss auf die Störübertragungscharakteristik ausüben als zunächst angenommen. Zur Klärung könnte deshalb eine Simulation eines aktiven Doppelschalensystems mit Fluid-Struktur- (Kopplung der Schalen über das Fluid in der Kavität) und Struktur-Struktur-Kopplung (Lagerung der Sekundärstruktur an den Spanten der Primärstruktur) sowie mit Stringern auf der Primärschale beitragen.

Von großem Interesse ist auch die Untersuchung der Implikationen der breitbandigen Körperschallreduktion auf die Schallabstrahlung der Sekundärschale und damit auf das Schalldämmmaß eines aktiven Doppelschalensystems. Insbesondere ist der Nachweis einer breitbandigen Reduktion der von der Sekundärstruktur abgestrahlten Schallleistung und damit der Kausalität eines akustisch relevanten aktiven Steuerungssystems zu erbringen. Aufschluss könnte die Simulation oder die Realisierung eines aktiv gesteuerten Doppelschalensystems mit Schallstrahlungsfiler gemäß Abschnitt 6.2 geben. Da die Formulierung einer schallleistungsrelevanten Metrik notwendigerweise mit einer Verfeinerung des Sensornetzes (wenn nicht physikalisch, so doch zumindest als Modell) einhergeht, sind negative Auswirkungen auf die Kausalität des aktiven Steuerungssystems möglich. Aus Effizienzgründen ist eine kleine Aktuatoranzahl wünschenswert, weshalb der Quotient aus Sensor- und Aktuatoranzahl insbesondere bei einer akustischen Metrik deutlich größer als eins werden kann. Damit läge ein überbestimmtes System vor, welches – wie in [62] beschrieben – eine im Allgemeinen eingeschränkte Störgrößenreduktion aufweist.

Hinsichtlich der praktischen Realisierung werden kostengünstige Aktuatoren und Sensoren mit geringer Masse und guten Integrationseigenschaften benötigt. Die Erforschung alternativer Aktuator- und Sensorkonzepte ist ebenfalls von Interesse. Zu klären wären in jedem Fall die Implikationen einer veränderten Aktuatorik und/oder Sensorik auf die Kohärenz und die Kausalität des aktiven Steuerungssystems. Ein mögliches Thema zukünftiger Forschungsaktivitäten könnte daher z. B. die Simulation oder Realisierung einer Balken- oder Schalenstruktur mit einem feinen Netz aus kollokalen und dualen Aktuator-/Sensorpaaren oder mit einer kontinuierlichen, verteilten Aktuatorik und Sensorik darstellen.

Von praktischer Relevanz ist auch die Erhöhung der numerischen Effizienz und Robustheit der Steuerungsalgorithmen. Zur Erhöhung der numerischen Effizienz könnten alternative digitale Realisierungen des Steuerungsalgorithmus' für adaptive Zwecke (bspw. „Infinite impulse response (IIR)“-Filter) oder digitale Zustandsraummodelle für zeitinvariante Systeme beitragen. Der Robustheit zuträglich wäre eine verbesserte Kompensation der Rückkopplungsanteile der Aktuatorik auf die Referenzsensoren. Dies könnte z. B. durch eine Erhöhung der Systemdämpfung (bspw. passive Bedämpfung der Strukturen und/oder der akustischen Kavität doppelwandiger Struktursysteme), durch die Identifikation genauerer oder adaptiver Streckenmodelle, durch geeignete Referenzsensorschemata oder durch Modifikationen der Referenzsensoren erreicht werden.

A. Anhang

A.1. Laufzeitanalyse

Abbildung A.1 zeigt die Ergebnisse der Laufzeitanalyse für das System aus Abbildung 5.4 unter der Annahme einer viskosen, modalen Strukturdämpfung von $\zeta_S = 1\%$.

Die Reduktion der mittleren Fehlersignalleistung beträgt 21 dB für $\delta_G = 1$ ms, 20,6 dB für $\delta_G = 2$ ms, 18,5 dB für $\delta_G = 3$ ms, 17,3 dB für $\delta_G = 4$ ms und 14,3 dB für $\delta_G = 5$ ms. Da die Störgrößenreduktion des SP-PEF nur 7 dB beträgt, erzielen alle Systemkonfigurationen eine breitbandige Störgrößenreduktion und sind damit kausal. Im Vergleich zu dem in Unterabschnitt 5.3.2 betrachteten System mit $\zeta_S = 30\%$ werden höhere Störgrößenreduktionen erzielt. Ursächlich dafür sind eine leichte Verschiebung der Kreuzkorrelation in den kausalen Bereich sowie das Auftreten zusätzlicher kausaler Anteile in der Kreuzkorrelation. Es fällt auf, dass es unterhalb von ca. 250 Hz zu vereinzelt Verstärkungen der Störgröße im Bereich der Minima des Leistungsdichtespektrums des Störsignals S_{dd} kommt. Diese sind kausalitätsbedingt und resultieren vermutlich aus dem von der jeweiligen (stabilen) Nullstelle hervorgerufenen lokalen Phasenanstieg der Störstrecke P , welcher bei tiefen Frequenzen den laufzeitinduzierten Phasenabfall überkompensiert. Da die Verstärkungen im Wesentlichen erst bei einer Sekundärlaufzeit $\delta_G = 5$ ms auftreten, ist zu vermuten, dass sie mit der Verschiebung des ersten größeren Ausschlags der Kreuzkorrelation in den akausalen Bereich verknüpft sind.

Abbildung A.2 (li.) zeigt das Residuum der Störgröße für das System aus Abbildung 5.4 unter der Annahme einer viskosen, modalen Strukturdämpfung von $\zeta_S = 1\%$ und einem mittleren Signal-Rausch-Verhältnis von ca. 10 dB. Verglichen mit Abbildung 5.6 ist die Störgrößenreduktion insgesamt deutlich eingeschränkt. Die Ursache dafür liegt, wie im rechten Teil von Abbildung A.2 erkennbar, an der unbeschränkten Kohärenz. Diese ist infolge der schwachen Strukturdämpfung und der damit verbundenen hohen Dynamik der Signalspektren insbesondere im Bereich der Minima von S_{dd} sehr gering. Wird das Signal-Rausch-Verhältnis erhöht, so steigt der Einfluss der akausalen Kohärenz, und das Residuum der Störgröße nähert sich dem in Abbildung A.1 (li.) an. Da die Kausalität nicht vom Signal-Rausch-Verhältnis abhängt, sind auch hier alle Störgrößenreduktionen breitbandig. Sie liegen im Bereich von 7,9 dB für $\delta_G = 1$ ms bis zu 7,3 dB für $\delta_G = 5$ ms. Die Störgrößenreduktion des SP-PEF ist aufgrund der weißen Störanteile im Signalspektrum auf 3,5 dB gesunken.

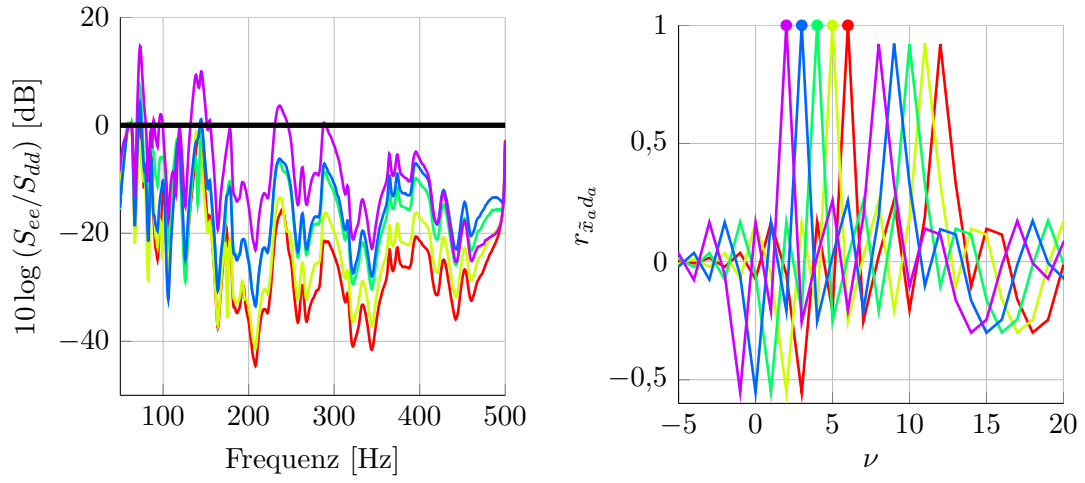


Abbildung A.1.: Residuum der Störgröße bei Fehlersensor 525 (li.) und Kreuzkorrelationsfunktion (re.) für $\delta_G = 1$ ms (rot) bis $\delta_G = 5$ ms (violett).

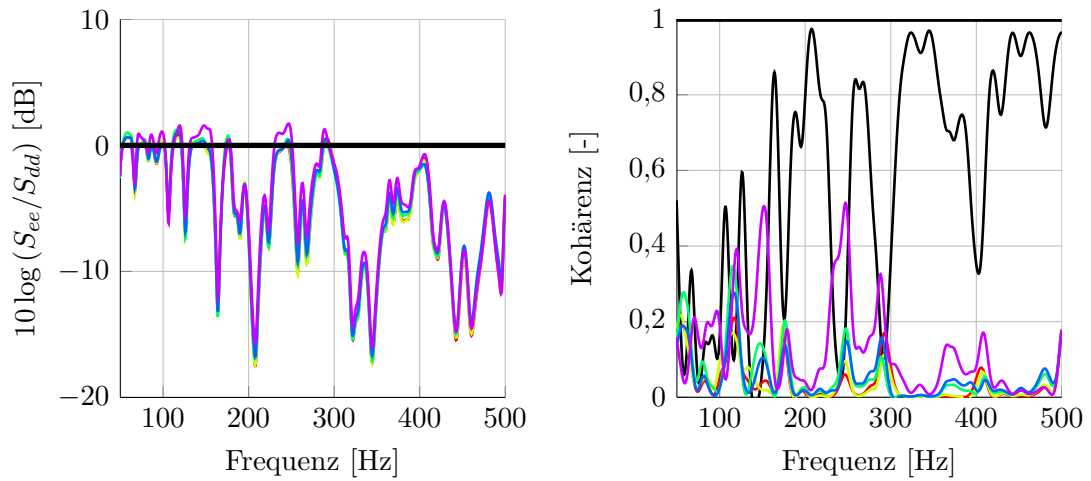


Abbildung A.2.: Residuum der Störgröße bei Fehlersensor 525 (li.) und akausale Kohärenz $C_{\tilde{x}da}$ (re.) für $\delta_G = 1, 2, 3, 4, 5$ ms sowie die unbeschränkte Kohärenz $C_{\tilde{x}d}$ in schwarz (re.).

A.2. Zustandsraumdarstellung eines Systems

Die Schwingungsdifferentialgleichung des Doppelschalensystems (Gleichung (6.24)) zweiter Ordnung mit n_{dgl} Freiheitsgraden kann durch Substitution von $\mathbf{v}_s = \dot{\mathbf{q}}$ und $\mathbf{x}_s = [\mathbf{q} \ \mathbf{v}_s]^T$ in ein lineares Gleichungssystem erster Ordnung mit $n_s = 2n_{dgl}$ Freiheitsgraden überführt werden.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_d\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f} \longrightarrow \dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}_s\mathbf{x}_s + \mathbf{B}_s\mathbf{f} \quad (\text{A.1})$$

In Verbindung mit einer Systemausgangsgleichung, welche den Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen $\mathbf{x}_s$, den Eingängen $\mathbf{f}$ und den Ausgängen $\mathbf{y}_s$ beschreibt, ergibt sich die in Gleichung (A.2) gegebene Zustandsraumdarstellung.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_s &= \mathbf{A}_s\mathbf{x}_s + \mathbf{B}_s\mathbf{f} \\ \mathbf{y}_s &= \mathbf{C}_s\mathbf{x}_s + \mathbf{D}_s\mathbf{f} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Im Folgenden soll auf die Berechnung der Matrizen des Zustandsraummodells in Gleichung (A.2) eingegangen werden. Die Matrizen $\mathbf{E}$ und $\mathbf{0}$ stehen für die Einheitsmatrix bzw. die Nullmatrix der jeweils passenden Dimension. Mithilfe von $\mathbf{v}_s = \dot{\mathbf{q}}$ lässt sich die linke Seite von Gleichung (A.1) wie in Gleichung (A.3) darstellen.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_d & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{v}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{v}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{f}. \quad (\text{A.3})$$

Aufgelöst nach $\dot{\mathbf{x}}_s = [\dot{\mathbf{q}} \ \dot{\mathbf{v}}_s]^T$ ergibt sich die Differentialgleichung erster Ordnung (A.4) des Zustandsraummodells aus Gleichung (A.2).

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{D}_d & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_s} \mathbf{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{D}_d & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_s} \mathbf{f}. \quad (\text{A.4})$$

Durch Invertierung der Blockmatrix gemäß [10, S. 44] ergeben sich die Matrizen $\mathbf{A}_s$ und $\mathbf{B}_s$ des Zustandsraummodells.

$$\mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Die Matrizen $\mathbf{C}_s$ und $\mathbf{D}_s$ des Zustandsraummodells hängen vom gewählten Systemausgang ab. Werden die strukturellen Auslenkungen der Doppelschale $\tilde{\mathbf{u}}_{1,2}$ und der Schalldruck in der Kavität $\mathbf{p}$ nach Gleichung (6.12) als Ausgangsgrößen gewählt, ergibt sich der Systemausgang gemäß Gleichung (A.6).

Eigenform ($n_{\bar{x}}, n_{\bar{y}}$)	Frequenz [Hz] analytisch (a.)	Frequenz [Hz] numerisch (n.)	Fehler [%] (n.-a.)/a.
(1,1)	22,85	22,85	0
(1,2)	31,69	31,67	-0,06
(1,3)	46,41	46,37	-0,09
(1,4)	67,03	66,96	-0,10
(2,1)	82,58	82,53	-0,06
(2,2)	91,41	91,32	-0,10
(1,5)	93,53	93,41	-0,13
(2,3)	106,14	105,97	-0,16
(1,6)	125,93	125,74	-0,15
(2,4)	126,75	126,47	-0,22
(2,5)	153,26	152,83	-0,28
(1,7)	164,21	163,94	-0,16
(3,1)	182,12	181,95	-0,09
(2,6)	185,65	185,04	-0,33
(3,2)	190,95	190,68	-0,14
(3,3)	205,68	205,24	-0,21
(1,8)	208,39	208,00	-0,19
(2,7)	223,94	223,09	-0,38
(3,4)	226,29	225,61	-0,30
(3,5)	252,80	251,81	-0,39

Tabelle A.1.: Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Eigenfrequenzen der gelenkig gelagerten Aluminiumschale.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_1 \\ \tilde{\mathbf{u}}_2 \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}_s} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Psi_1^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Psi_2^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Phi^T \mathbf{C}_f & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_s} \mathbf{x}_s + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_s} \mathbf{f} \quad (\text{A.6})$$

A.3. Simulation

Modellvalidierung

Tabelle A.1 stellt die ersten 20 analytisch und numerisch ermittelten Struktureigenfrequenzen der Aluminiumplatte gegenüber. Verglichen werden die Frequenzen der jeweiligen Eigenform, welche durch die Anzahl an Schwingungsbäuchen ($n_{\bar{x}}, n_{\bar{y}}$) in den Raumrichtungen $\bar{x}$ (Breite) und $\bar{y}$ (Höhe) definiert ist (vgl. Tabelle 6.1 und Abbildung 6.4).

Eigenform ($n_{\bar{x}}, n_{\bar{y}}, n_{\bar{z}}$)	Frequenz [Hz] analytisch (a.)	Frequenz [Hz] numerisch (n.)	Fehler [%] (n.-a.)/a.
(0,0,0)	0	0	0
(0,1,0)	131,92	131,94	0,02
(0,2,0)	263,85	264,01	0,06
(1,0,0)	343,00	343,35	0,10
(1,1,0)	367,50	367,83	0,09
(0,3,0)	395,77	396,31	0,14
(1,2,0)	432,74	433,12	0,09

Tabelle A.2.: Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Eigenfrequenzen des schallhart berandeten Fluids.

Tabelle A.2 stellt die analytisch und numerisch ermittelten Fluideigenfrequenzen bis 500 Hz gegenüber. Verglichen werden die Frequenzen der jeweiligen Eigenform, welche durch die Anzahl an Druckknoten ($n_{\bar{x}}, n_{\bar{y}}, n_{\bar{z}}$) in den Raumrichtungen $\bar{x}$ (Breite), $\bar{y}$ (Höhe) und $\bar{z}$ (Tiefe) definiert ist (vgl. Tabelle 6.1 und Abbildung 6.4).

Störquellenanalyse bei Diffusfeldanregung

In Abbildung A.3 sind die Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren für eine Referenzsensorkonfiguration auf der Sekundärschale der generischen Aluminium-Doppelschale dargestellt. Die Störanregung der Primärstruktur erfolgte entweder durch zehn verteilte Punktkräfte oder durch ein diffuses Schallfeld.

A.4. Experiment

Materialkennwerte des realen Systems

In Tabelle A.3 sind die Materialkennwerte für das CFK- und das GFK-Prepreg (*pregreg – preimpregnated fibers*) sowie für die Honeycomb-Aramidwabe aufgelistet. Die Kennwerte des unidirektionalen (UD) CFK-Prepregs (mit TORAYCA® T800 Kohlenstofffaser) stammen aus der Software ESACOMP (Version 4.0). Die Kennwerte des GFK-Prepregs (Gewebe) und der Honeycomb-Aramidwabe wurden vom Lining-Hersteller DIEHL Aircabin bereitgestellt.

Für die Indizierung der Kennwerte gilt: in Faserrichtung (1), quer zur Faserrichtung (2) und in Flächennormalenrichtung (3). Zur Angabe des Lagenaufbaus (LA) werden die Symbole | (Faserrichtung parallel zur $\bar{y}$ -Achse), / (Faserrichtung in einem Winkel von 45° zur $\bar{x}$ - und $\bar{y}$ -Achse), \ (Faserrichtung in einem Winkel von -45° zur $\bar{x}$ - und $\bar{y}$ -Achse) und — (Faserrichtung parallel zur $\bar{x}$ -Achse)

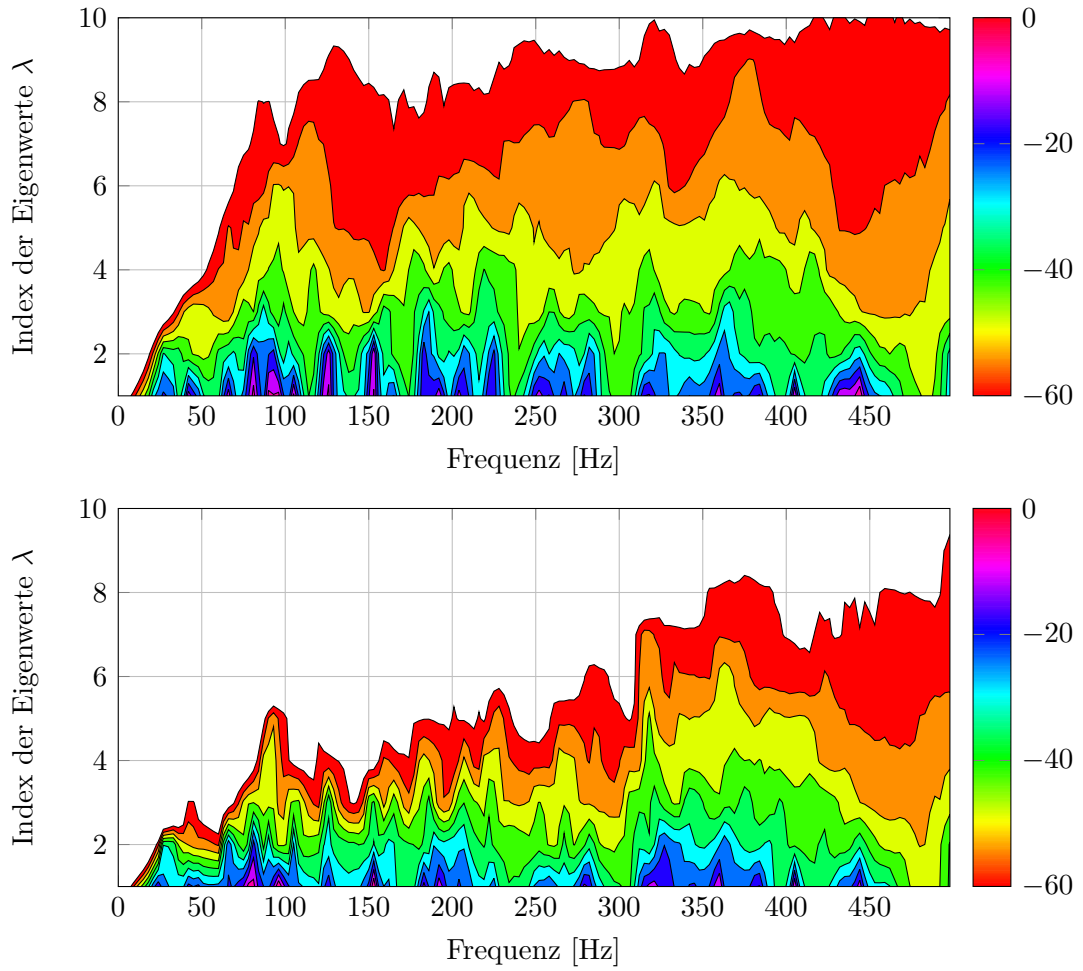


Abbildung A.3.: Eigenwertepegel der Matrix der Leistungsdichtespektren der Referenzsignale bei zehn Störquellen (o.) bzw. Diffusfeldanregung (u.) und 44 Referenzsensoren auf der Sekundärschale des Aluminium-Doppelschalensystems.

	CFK- Prepreg	GFK- Prepreg (v.)	GFK- Prepreg (h.)	Honeycomb- Aramidwabe
E_1	150 GPa	18,5 GPa	14 GPa	1 GPa
E_2	8,5 GPa	17 GPa	12,5 GPa	1 GPa
E_3	8,5 GPa	8 GPa	8 GPa	8 GPa
G_{12}	5,5 GPa	2,64 GPa	1 MPa	1 GPa
G_{23}	3,3 GPa	1 MPa	1 MPa	13,7 GPa
G_{13}	5,5 GPa	1 MPa	6,9 MPa	6,9 GPa
ν_p	0,3	0,11	0,12	0,7
ρ	1500 kg/m ³	1820 kg/m ³	2000 kg/m ³	29 kg/m ³
$\bar{h}$	0,25 mm	0,28 mm	0,2 mm	3,55 mm
LA	/\— —\ GFK (v.) Wabe (L $\bar{y}$ -Achse) GFK (h.)			

Tabelle A.3.: Materialkennwerte und Lagenaufbau des CFK-Laminats und des GFK-Wabensandwichs.

Gerät	Typ	Sonstiges
Beschleunigungssensor	PCB [®] 352A24	0,8 g, 10,2 mV/m/s ²
Inertialaktuator	VISATON [®] EX 45 S	10 W, 8 Ω , 0,06 kg
Tiefpassfilter	KEMO [®] CardMaster 255G	$F_c = 480$ Hz, 24 dB/Oct.
Echtzeitsystem	dSPACE [®] DS1006	$F_s = 1000$ Hz

Tabelle A.4.: Hardwarekomponenten und Einstellungen der aktiven Systeme.

definiert. Das Koordinatensystem ist in Abbildung A.4 (li.) angegeben. Da die Faserichtung der Außenlagen des CFK-Laminats parallel zur $\bar{y}$ -Richtung verläuft, ist die Laminat-Biegesteifigkeit in $\bar{y}$ -Richtung erhöht. Für die Berechnung des GFK-Wabensandwichs wurde eine modifizierte Wabenkerndichte von 290 kg/m³ angenommen, um das Flächengewicht der Dekorfolie zu berücksichtigen.

Versuchsaufbau

Die strukturellen Komponenten des Versuchsaufbaus sind in Abbildung A.4 dargestellt. Der linke Teil von Abbildung A.4 zeigt das CFK-Paneel, welches zum einen als Primärschale des Doppelschalensystems und zum anderen – ausgestattet mit Aktuatoren und Sensoren – als aktive Einzelschale dient. Die Haut des CFK-Paneels besteht aus acht Lagen UD Kohlenstofffasergelege. Die Materialkennwerte und der Lagenaufbau der Haut sind Tabelle A.3 zu entnehmen. Der Radius entspricht mit 2,82 m den Rumpfradien der Airbus-A330- und -A340-Flugzeuge. Zur Versteifung der Haut wurden vier Spante (Aluminium, T-Profil, Profildicke 5 mm) und 21 Stringer (Aluminium, L-Profil, Profildicke 2 mm) verbaut. Wie in Abbildung A.4 (li.) erkennbar, dienen vier an den äußeren Spanten befestigte

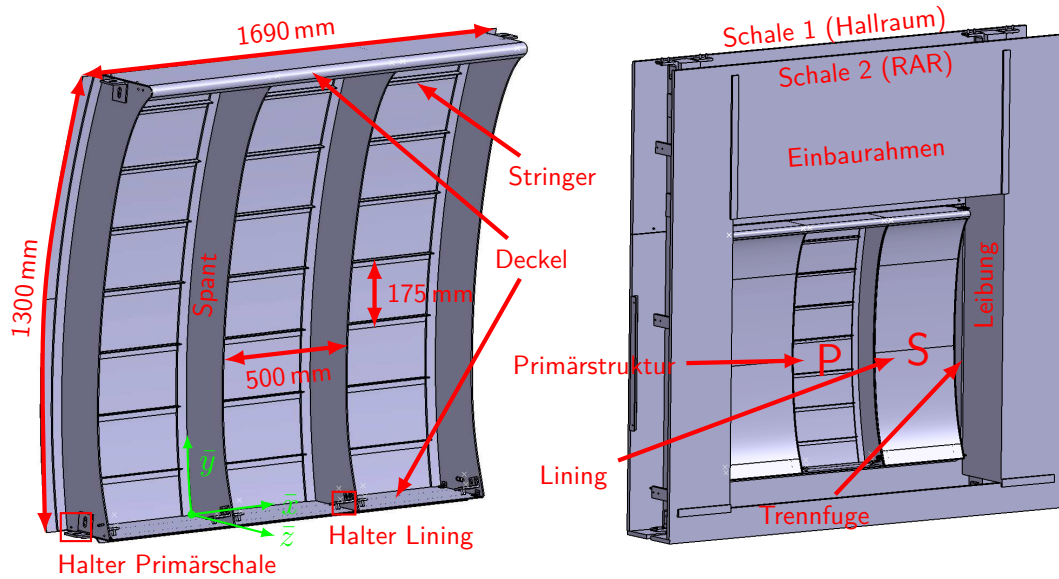


Abbildung A.4.: Konstruktionszeichnung des CFK-Paneels (li.) und der Einbausituation der Einzel- und der Doppelschale im Einbaurahmen aus Sicht des reflexionsarmen Raums (RAR) des Transmissionsprüfstands (re.).

Aluminiumwinkel als Halterungen für die zur Montage des CFK-Paneels im Einbaurahmen verwendeten Gummipuffer (siehe Abbildung A.6). Der Einbaurahmen ist als doppelschalige Holzkonstruktion mit 20 mm dicken, durch Querrippen versteifte Multiplex-Platten ausgeführt. Die Übertragung von Körper- und Luftschall durch den Einbaurahmen ist aufgrund der Lagerung der Schalen auf separaten Bodenplatten, einer umlaufenden Trennfuge zwischen der Leibung und der hallraumseitigen Schale (siehe Abbildung A.4) und der Verwendung von Glaswolldämpfpaketen zwischen den Schalen stark eingeschränkt. Die lichten Maße der Prüföffnung betragen $1700 \times 1310 \text{ mm}^2$, sodass ein umlaufender Luftspalt von ca. 5 mm zwischen Einbaurahmen und CFK-Paneel verbleibt. Dieser wird mit einer dünnen Silikonfolie dämpfungsarm abgedichtet (siehe Abbildung A.5). Somit wird eine definierte, elastische Lagerung des CFK-Paneels in den Ecken erreicht (siehe Abbildung A.6). Der Aufbau des Doppelschalensystems erfolgt durch die Montage der Seitenwandpaneele (vom Typ Spacer-Lining aus der Serienfertigung von DIEHL Aircabin für den Airbus A330/A340) an den Spanten der Primärstruktur (siehe Abbildungen A.4 und A.6). Im Unterschied zum realen Flugzeug ist die Luftkavität zwischen der Primär- und der Sekundärschale im Bereich der aktiven Sektion (siehe Abbildung A.6) nicht durch Glaswollpakete bedämpft (zur Begründung siehe Abschnitt 5.2). Die akustische Abdichtung der Kavität erfolgt durch Deckel (oben/unten) und durch die verlängerten, der Kontur des Linings angepassten Spantstege (seitlich). Die verbleibenden Luftspalte sind mit einer dünnen

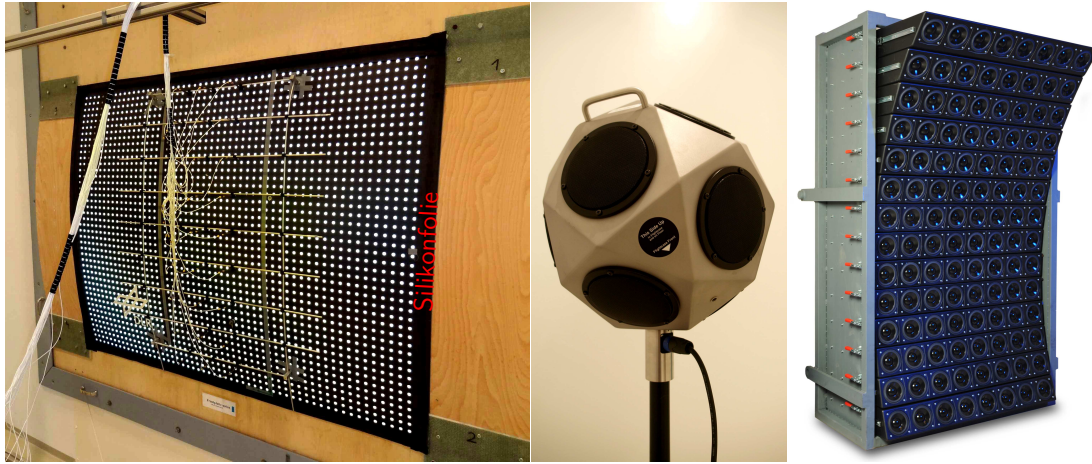


Abbildung A.5.: Versuchsaufbau im akustischen Transmissionsprüfstand aus Sicht des Hallraums (li.) und Synthetisierung des diffusen Schallfelds durch Anregung des Hallraums mit der Dodekaeder-Schallquelle (mi.) oder dem Lautsprecherfeld (re.).

Silikonfolie dämpfungsarm abgedichtet. Das Seitenwandpaneel besteht aus einem mit einer Glasfaser-Decklage (GFK-Prepreg) ummantelten Nomex-Wabenkern. Kabinenseitig ist das Lining mit einer airlinespezifischen Dekorfolie versehen, welche ein variierendes Flächengewicht von $< 400 \text{ g/m}^2$ aufweist. Die Materialkennwerte des GFK-Wabensandwichs sind in Tabelle A.3 aufgelistet.

Abgesehen von der Referenzsensorverteilung, welche entsprechend den Angaben in Unterabschnitt A.4 bestimmt wird, erfolgt keine Optimierung der Aktuator- und Sensorpositionen. Wie in Abbildung 7.4 und Abbildung 7.8 erkennbar, ist jedem Aktuator ein benachbarter – in erster Näherung dualer und kollokaler – Fehlersensor zugeordnet. Zusätzliche Fehlersensoren werden zwischen den Aktuator-/Sensorpaaren auf freien Bereichen der Strukturoberfläche appliziert. Die genaue Lage der Aktuatoren und Sensoren ist aufgrund des generischen Charakters der Untersuchungen von nachrangiger Bedeutung. Einzig der Aufbau von (quasi-)kollokalen Aktuator-/Sensorpaaren ist von Relevanz, da dieser zu einer Minimierung der Laufzeit in den (quasi-)kollokalen Pfaden der Sekundärstrecke führt.

Signalverarbeitung und Systemidentifikation

Zur Auslegung und Implementierung einer aktiven Steuerung werden gemäß Unterabschnitt 6.4.3 Spektren der Referenz- und Störsignale $\mathbf{x}$ und $\mathbf{d}$ sowie ein (nicht-parametrisches) Modell $\mathbf{G}_{\text{FRD}}$ der Sekundärstrecke $\mathbf{G}$ benötigt. Ferner muss ein (parametrisches) Modell $\mathbf{R}_{\text{ZRM}}$ des Rückkopplungspfads der Aktuatoren auf die Referenzsensoren $\mathbf{R}$ identifiziert werden (siehe Abbildung A.7). Sowohl die Spek-

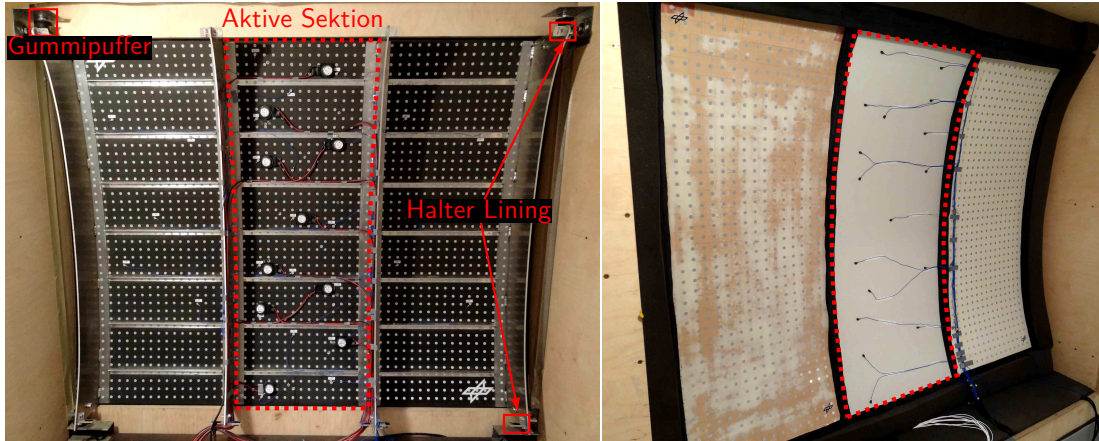


Abbildung A.6.: Versuchsaufbau des aktiven CFK-Paneels (li.) und der Doppelschale mit aktivem Lining (re.) im akustischen Transmissionsprüfstand aus Sicht des reflexionsarmen Raums.

tren als auch die Modelle werden aus gemessenen Zeitsignalen abgeleitet. Auch die Auswertung der im Experiment erreichten (lokalen) Störgrößenreduktion erfolgt auf Basis von Zeitdaten der Fehlersensoren E_i . Auf die Gewinnung der Zeitdaten und die nachgelagerte Signalverarbeitung – insbesondere die Auslegung des Steuerungsfilters und die Identifikation der Streckenmodelle – soll deshalb genauer eingegangen werden.

Abgesehen von der Identifikation des ZRM des Rückkopplungspfads $\mathbf{R}_{\text{ZRM}}$ finden alle Berechnungen im Frequenzbereich statt. Die Transformation der Zeitsignale in den Frequenzbereich erfolgt durch DFT. Die Anzahl der Frequenzlinien bzw. die für die Berechnung der Leistungsdichtespektren (siehe Unterabschnitt 3.2.3) zur Verfügung stehenden Mittelungen hängen von der Länge der Zeitsignale und der gewählten Überlappung (*overlap*) der Ausschnitte des Zeitsignals ab. Ferner können die Ausschnitte des Zeitsignals mit einer Fensterfunktion (*window*) multipliziert werden, um den sog. *Leakage-Effekt* zu reduzieren. Die Wahl einer Überlappung von 50 % und eines Hamming-Fensters führte hier zu guten Ergebnissen.

Die Implementierung der kausalen Optimalsteuerung auf dem Echtzeitsystem ist in Abbildung A.7 dargestellt. Um die Echtzeitfähigkeit zu gewährleisten, wird die Filterlänge auf $I = 350$ pro FIR-Filter und die Abtastfrequenz auf $F_s = 1000$ Hz begrenzt. Ein Vergleich der mit $I = 350$ und mit $I = 1000$ berechneten Störgrößenreduktion (für RK3 der aktiven Doppelschale bei Anregung durch ein Diffusfeld vom Typ 1) zeigt, dass die mit $I = 1000$ zu erreichende Störgrößenreduktion ≈ 4 dB höher liegt. Die Hauptursache für diese Abweichung ist in der Nicht-Idealität des synthetisierten Diffusfelds zu sehen. Der Einfluss der FIR-Filterlänge auf die räumliche Kohärenz eines im Hallraum synthetisier-

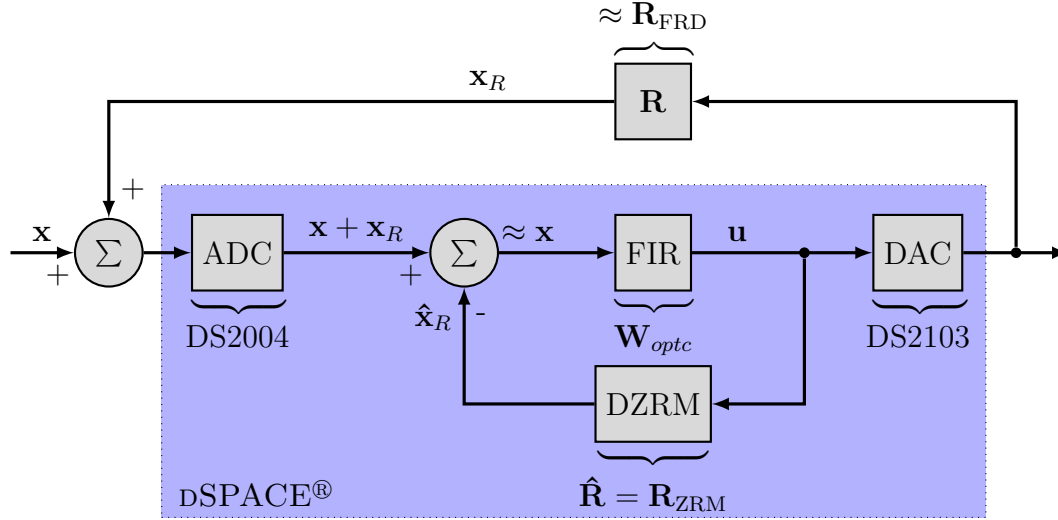


Abbildung A.7.: Implementierung der kausalen Optimalsteuerung $\mathbf{W}_{optc}$ als FIR-Filter und des Rückkopplungskompensationsfilters $\hat{\mathbf{R}}$ als diskretes Zustandsraummodell (DZRM) auf dem Echtzeitsystem.

ten, nicht-idealen Diffusfelds und die daraus resultierenden Auswirkungen auf die Störgrößenreduktion des aktiven Systems werden in Misol et al. [64] behandelt.

Die numerische Komplexität der aktiven Steuerung zeigt sich daran, dass das kausale Optimalfilter $\mathbf{W}_{optc}$ aus bis zu 100 FIR-Filtern besteht und das ZRM $\mathbf{R}_{ZRM}$ (DZRM) des Rückkopplungspfads $\mathbf{R}$ bis zu 700 Zustandsgrößen besitzt. Durch die Überführung des ZRM in eine kanonische, modale Form mit blockdiagonaler Systemmatrix wird eine numerisch effiziente Berechnung des DZRM-Blocks erreicht.

Die Auslegung der kausalen Optimalsteuerung erfolgt im diskreten Frequenzbereich mit $N_{DFT} = 2I = 700$ Frequenzlinien. Dies ist darin begründet, dass der kausale Teil der Impulsantwort der Steuerungsfiler eine Länge von $N_{DFT}/2 = I = 350$ aufweisen muss. Das Frequenzgangmodell (FRD) der Sekundärstrecke $\mathbf{G}_{FRD}$ besitzt $N_{DFT}/2 + 1 = 351$ Frequenzlinien für Frequenzen von 0 Hz bis $F_s/2 = 500$ Hz.

Die Länge der für die Auslegung der kausalen Optimalsteuerung verwendeten Zeitdaten $\mathbf{x}$ und $\mathbf{d}$ beträgt 100 s bzw. 100.000 Samples. Daraus resultieren bei der gewählten Frequenzauflösung und Überlappung ca. 280 Mittelungen für die Berechnung der Auto- und Kreuzleistungsdichtespektren. Der Wert für die Länge der Zeitdaten wurde empirisch anhand der Qualität der abgeleiteten Leistungsdichtespektren ermittelt. Die Vorgabe einer Stellgrößenbegrenzung bei der Auslegung der kausalen Optimalsteuerung erfolgt indirekt über den Regularisierungsfaktor β (siehe Unterabschnitt 6.4.3). Es wurden folgende (empirisch ermittelte) Werte für β gewählt: 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3} und 10^{-4} . Die mit $\beta = 10^{-1}$ ausgelegten Optimalfilter waren hinsichtlich der Stellgröße und der Störgrößenreduktion stark

eingeschränkt. Die Verwendung von $\beta = 10^{-4}$ führte aufgrund der Aktuatorrückkopplung auf die Referenzsensoren (siehe Abbildungen A.7 und A.10) in vielen Fällen zur Instabilität der aktiven Steuerung, sodass der betrachtete Wertebereich von β als ausreichend anzusehen ist. Um eine Vergleichbarkeit zwischen dem in der Simulation verwendeten Regularisierungsfaktor $\beta = 10^{-5}$ und den im Experiment verwendeten Werten für β herzustellen, müssen die quadratischen Mittelwerte der gefilterten Referenzsignale $\sum_l r_{\tilde{x}_{lmk}\tilde{x}_{lmk}}[0]$ in Relation gesetzt werden (vgl. Gleichung (6.26) und Gleichung (6.27)). Der Quotient aus dem Mittelwert der Diagonalen von $R_{\tilde{x}\tilde{x}}[0]$ und β kann folglich als Vergleichsmaßstab herangezogen werden. In der Simulation lag dieser Quotient bei $\approx 3 \cdot 10^{12}$, und bei den Experimenten (mit $\beta = 10^{-4}$) betrug der Quotient ≈ 90 . Es müssten demnach deutlich kleinere Regularisierungsfaktoren bei den Experimenten gewählt werden, um einen vergleichbaren Quotienten zu erreichen. Um den Einfluss kleinerer β -Werte auf die Störgrößenreduktion im Experiment zu eruieren, wird die Realkonfiguration RK3-D1 mit einem Regularisierungsfaktor von $\beta = 3 \cdot 10^{-15}$ ausgelegt. Dieser Wert führt zu einem identischen Quotienten im Experiment wie in der Simulation. Der Vergleich der mit $\beta = 10^{-4}$ und $\beta = 3 \cdot 10^{-15}$ berechneten Störgrößenreduktion von RK3-D1 ergibt einen Unterschied in der mittleren Fehlersignalleistung von 1,5 %. Aufgrund dieser geringen Abweichung ist eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse aus dem Experiment und der Simulation in Bezug auf β gegeben.

Zur Berechnung des FRD-Modells der Sekundärstrecke $\mathbf{G}_{\text{FRD}}$ werden Zeitsignale der Rauschanregung $\mathbf{u}$ (bandbegrenzt, weißes Rauschen) und der Fehlersensoren $\mathbf{e}$ mit einer Länge von 700 s verwendet. Die Verwendung längerer Zeitdaten als bei der zuvor beschriebenen Auslegung der kausalen Optimalsteuerung ist aufgrund der numerischen Effizienz der Identifikationsroutinen unproblematisch möglich. Aufgrund der Länge der Zeitdaten kann auf eine Überlappung der Zeitausschnitte verzichtet werden. Bei der gewählten Anzahl von $N_{\text{DFT}} = 700$ Frequenzlinien resultieren 1000 Mittelungen für die Berechnung der Auto- und Kreuzleistungsdichtespektren.

Der Rückkopplungspfad wird sowohl parametrisch (als ZRM) als auch nicht-parametrisch als Frequenzgangsmodell identifiziert. Das ZRM des Rückkopplungspfads $\mathbf{R}_{\text{ZRM}}$ wird gemäß Abbildung A.7 für den Echtzeitbetrieb benötigt und das FRD-Modell $\mathbf{R}_{\text{FRD}}$ (als beste Approximation der realen Strecke) für die Auswertung des *small gain theorems* in Gleichung (A.8). Die Länge der gemessenen Zeitsignale der Rauschanregung $\mathbf{u}$ und der Referenzsensoren $\mathbf{x}$ beträgt auch hier 700 s. Die Berechnung des FRD-Modells (ohne Überlappung) erfolgt deshalb durch Mittelung über 1000 Leistungsdichtespektren. Die Synthese des diskreten ZRM erfolgt mithilfe der *orthogonal decomposition (ORT) method* [56, S. 256ff.]. Abhängig vom Referenzsensorschema werden zwischen 500 und 700 Zustandsgrößen benötigt. Die Extraktion des stabilen Teils des mit der ORT-Methode berechneten ZRM erfolgt durch die MATLAB[®]-Funktion *stabsep* unter Angabe einer Stabilitätsgrenze $\alpha < 1$ für die Eigenwerte (alle Eigenwerte der Systemmatrix müssen innerhalb des Einheitskreises liegen, damit das ZRM stabil ist). Ein

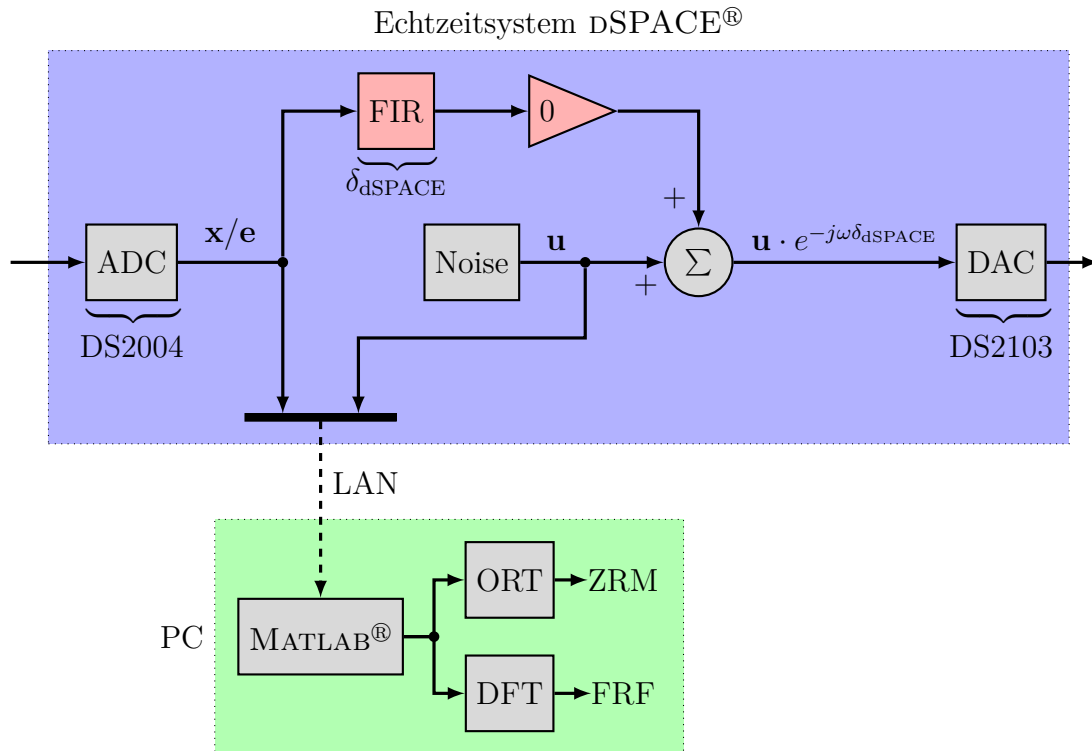


Abbildung A.8.: Synthese der Ein- und Ausgangssignale $\mathbf{u}$ und $\mathbf{x}/\mathbf{e}$ mithilfe des Echtzeitsystems für die parametrische und die nicht-parametrische Systemidentifikation.

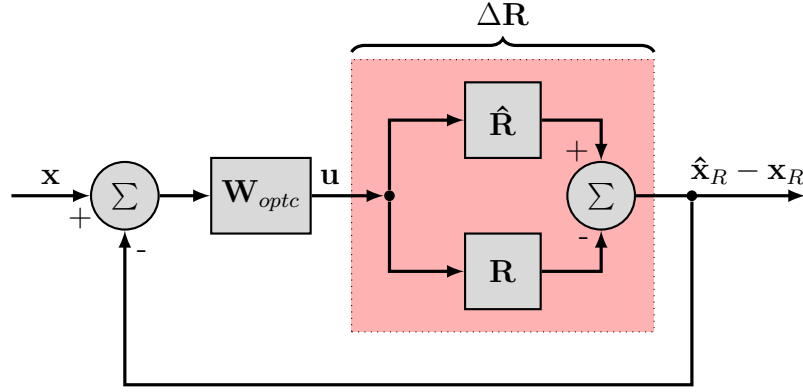


Abbildung A.9.: Interpretation des aktiven Steuerungssystems mit Rückkopplung als Mehrgrößenregelkreis.

typischer Wert für die Stabilitätsgrenze ist $\alpha = 0,998$. Die Eignung des berechneten ZRM für die Implementierung im Echtzeitsystem wird mithilfe des *small gain theorems* überprüft.

Da die Laufzeit δ_{SPACE} des Echtzeitsystems, wie in Unterabschnitt 6.4.2 erläutert, rechenlastabhängig ist, wird zur Synthese der für die Identifikation der Sekundärstrecke benötigten Ein- und Ausgangssignale $\mathbf{u}$ und $\mathbf{e}$ ein FIR-Filter mit einer vergleichbaren numerischen Komplexität wie $\mathbf{W}_{\text{opt}}$ zwischen den Ein- (*analog-to-digital converter – ADC*) und Ausgang (*digital-to-analog converter – DAC*) des Echtzeitsystems geschaltet (vgl. Abbildung A.8). Dabei ist zu beachten, dass der Eingang des Blocks DAC direkt vom Berechnungsergebnis des FIR-Filters abhängen muss (es spielt keine Rolle, dass dieses nachträglich mit null multipliziert wird). Dadurch ist sichergestellt, dass die Berechnungstotzeit des Echtzeitsystems als Teil der Sekundärstrecke zwischen $\mathbf{u}$ und $\mathbf{e}$ korrekt abgebildet wird. Die Synthese der für die Identifikation des Rückkopplungskompensationsfilters $\hat{\mathbf{R}}$ benötigten Ein- und Ausgangssignale $\mathbf{u}$ und $\mathbf{x}$ erfolgt ohne das FIR-Filter. Eine Berücksichtigung der Berechnungstotzeit des Echtzeitsystems ist in diesem Fall nicht erforderlich, da, wie in Abbildung A.7 erkennbar, das am DAC-Block anliegende Signal (welches die Totzeit beinhaltet) zurückgeführt wird.

Wie in Abbildung A.7 dargestellt, erfolgt eine (zumindest teilweise) Kompensation der Aktuatorrückwirkung $\mathbf{x}_R$ auf das Referenzsignal $\mathbf{x}$ durch das im Echtzeitsystem implementierte Rückkopplungskompensationsfilter $\hat{\mathbf{R}}$, welches den Signalvektor $\hat{\mathbf{x}}_R$ erzeugt. Gemäß Abbildung A.9 resultiert der unkompensierte Rückkopplungsanteil ($\hat{\mathbf{x}}_R - \mathbf{x}_R$) aus der Filterung des Stellsignals $\mathbf{u}$ durch den residualen Rückkopplungspfad $\Delta\mathbf{R} = (\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R})$. Mit $\mathbf{u} = \mathbf{W}_{\text{optc}}(\mathbf{x} - \Delta\mathbf{R}\mathbf{u})$ ist die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises von $\mathbf{x}$ nach $\mathbf{u}$ durch

$$\mathbf{G}_{\mathbf{ux}} = (\mathbf{E} + \mathbf{W}_{\text{optc}}\Delta\mathbf{R})^{-1} \mathbf{W}_{\text{optc}} \quad (\text{A.7})$$

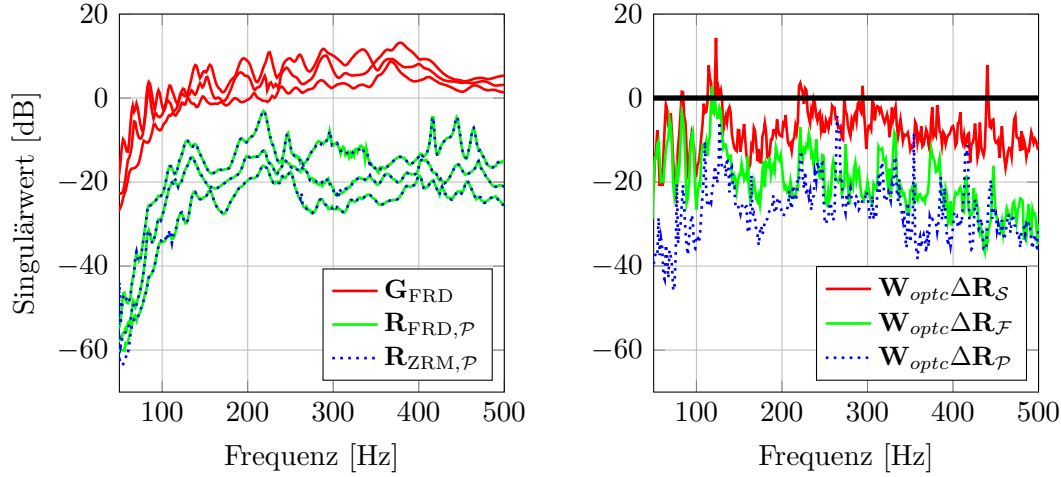


Abbildung A.10.: Singulärwerte der Modelle der Sekundärstrecke $\mathbf{G}_{\text{FRD}}$ und des Rückkopplungspfads $\mathbf{R}_{\text{FRD},\mathcal{P}}$ bzw. $\mathbf{R}_{\text{ZRM},\mathcal{P}}$ (li.) und maximale Singulärwerte der mit $\mathbf{W}_{\text{optc}}$ skalierten residualen Rückkopplungspfade $\Delta\mathbf{R}$ für Referenzsensoren auf der Sekundärschale ($\mathcal{S}$), im Fluid der Kavität ($\mathcal{F}$) und auf der Primärschale ($\mathcal{P}$) (re.).

gegeben. Die Stabilität eines aktiven Steuerungssystems mit unvollständiger Rückkopplungskompensation ($\Delta\mathbf{R} \neq \mathbf{0}$) hängt demnach von den Nullstellen der charakteristischen Gleichung $\det(\mathbf{E} + \mathbf{W}_{\text{optc}}\Delta\mathbf{R})$ ab (zur Stabilität von Mehrgrößenregelkreisen siehe [61, S. 160ff.]). Dabei ist es unerheblich, dass hier die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises von $\mathbf{x}$ nach $\mathbf{u}$ statt nach $(\hat{\mathbf{x}}_R - \mathbf{x}_R)$ betrachtet wird, weil die damit einhergehende Kommutation von $\mathbf{W}_{\text{optc}}$ und $\Delta\mathbf{R}$ keinen Einfluss auf die Nullstellen der charakteristischen Gleichung hat (vgl. [61, S. 163]). Da als beste Approximation des realen Rückkopplungspfads $\mathbf{R}$ nur eine frequenzgangbasierte Beschreibung durch das FRD-Modell $\mathbf{R}_{\text{FRD}}$ vorliegt, ist die Anwendung dieses Stabilitätskriteriums jedoch nicht möglich. Stattdessen wird das *small gain theorem* (vgl. [61, S. 169]) verwendet, welches eine hinreichende (nicht notwendige) Bedingung für die asymptotische Stabilität eines aktiven Steuerungssystems liefert.

Das aktive Steuerungssystem mit unvollständiger Rückkopplungskompensation ist demnach stabil, wenn für die Norm der Frequenzgangmatrix der offenen Kette $\mathbf{G}_0 = \mathbf{W}_{\text{optc}}\Delta\mathbf{R}$ gilt:

$$\|\mathbf{G}_0(j\omega)\| < 1. \quad (\text{A.8})$$

Dabei kann der größte Singulärwert von $\mathbf{G}_0$ als Matrixnorm $\|\cdot\|$ dienen [61, S. 169].

Abbildung A.10 (re.) stellt die Forderung des *small gain theorems* für drei unterschiedliche Referenzsensorkonfigurationen grafisch dar. Es ist klar erkennbar, dass eine Platzierung der Referenzsensoren auf der Primärschale den (im Mittel) kleinsten maximalen Singulärwert der offenen Kette zur Folge hat und die Verwendung von Referenzsensoren auf der Sekundärschale erwartungsgemäß mit dem (im Mittel) größten maximalen Singulärwert der offenen Kette einhergeht. Ein Doppelschalensystem mit aktiver Sekundärschale und Referenzsensoren auf der Primärschale ist folglich nicht nur in Bezug auf die KR, sondern auch hinsichtlich der Robustheit bzw. der real zu erzielenden Störgrößenreduktion von Vorteil. Bei den in Abbildung A.10 (re.) betrachteten Steuerungen mit zehn Referenzsensoren und zehn kollokalen Aktuator-/Fehlersensorpaaren (ausgelegt mit einem Regularisierungsfaktor $\beta = 10^{-4}$) konnte allerdings für keine Referenzsensorkonfiguration ein stabiler Echtzeitbetrieb erzielt werden. Dieses Ergebnis entspricht nur teilweise der Erwartung, da das *small gain theorem* für die Konfiguration mit Referenzsensoren auf der Primärschale erfüllt scheint. Es ist jedoch zu beachten, dass das Realsystem entgegen der Annahme nicht völlig zeitinvariant ist und sich leichte Änderungen der Strukturdynamik aufgrund der schwachen Systemdämpfung stark auswirken können. Zudem ist es wahrscheinlich, dass – bedingt durch die limitierte Frequenzauflösung von $F_s/N_{DFT} \approx 1,43$ Hz – das Maximum einiger Spitzen der Singulärwerte höher liegt als in Abbildung A.10 (re.) dargestellt. Die unterschiedliche Robustheit der betrachteten Systemkonfigurationen zeigt sich jedoch daran, dass ein stabiler Echtzeitbetrieb des Steuerungssystems mit Referenzsensoren auf der Primärschale bis zu einem Regularisierungsfaktor von $\beta = 10^{-3}$, des Systems mit Referenzsensoren in der Kavität (Mikrofonen) bis $\beta = 10^{-2}$ und jenes mit Referenzsensoren auf der Sekundärschale nur bis $\beta = 10^{-1}$ möglich war. Da ein größerer Regularisierungsfaktor zu einer stärkeren Begrenzung der Stellgröße der aktiven Steuerung führt, erzielt das Steuerungssystem mit Referenzsensoren auf der Primärschale die größte und jenes mit Referenzsensoren auf der Sekundärschale die geringste Störgrößenreduktion. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung A.11 dargestellt. Die Red. (berechnet durch energetische Summation der Terzbandpegel im Frequenzbereich 80–400 Hz) beträgt 6,8 dB bei der Konfiguration mit Referenzsensoren auf der Sekundärschale ($\mathcal{S}$), 8,6 dB bei der Konfiguration mit Referenzsensoren im Fluid der Kavität ($\mathcal{F}$) und 10,6 dB bei jener mit Referenzsensoren auf der Primärschale ($\mathcal{P}$).

Die unterschiedlich starke Wirkung der Aktuatoren auf die Dynamik der Sekundär- und der Primärschale ist auch im linken Teil von Abbildung A.10 erkennbar, welcher die größten drei Singulärwerte der Modelle der Sekundärstrecke G_{FRD} und des Rückkopplungspfads der Aktuatoren auf die Primärschale $R_{\text{FRD},\mathcal{P}}$ für ein System mit zehn Aktuatoren, 17 Fehlersensoren und zehn Referenzsensoren gegenüberstellt. Ferner ist dort das Zustandsraummodell des Rückkopplungspfads $R_{\text{ZRM},\mathcal{P}}$ dargestellt, um die Modellierungsgüte der ORT-Methode exemplarisch zu dokumentieren.

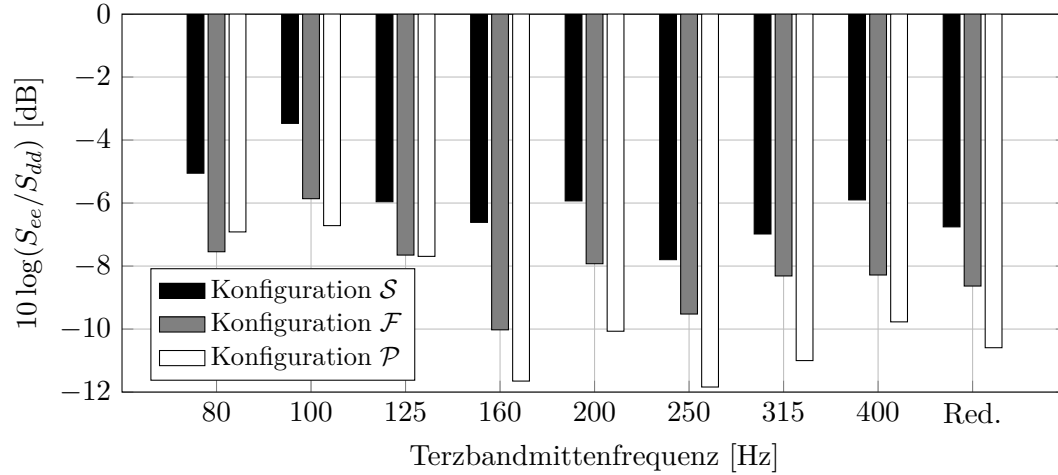


Abbildung A.11.: Residuum der gemessenen Störgröße, gemittelt über die Fehlersensoren der aktiven Doppelschale mit zehn Aktuatoren, zehn Sensoren und zehn Referenzsensoren auf der Sekundärschale ($\mathcal{S}$), im Fluid der Kavität ($\mathcal{F}$) oder auf der Primärschale ($\mathcal{P}$) bei Anregung der Primärschale durch ein Typ-1-Diffusfeld.

Methodik zur Auswahl der Referenzsensoren

Zur experimentellen Realisierung der aktiven Einzel- und Doppelschale müssen für unterschiedliche Systemkonfigurationen und Störanregungsarten geeignete Sensorpositionen gefunden werden. Dies gilt insbesondere für die im Inneren des Doppelschalensystems fest verbauten und verkabelten Referenzsensoren auf der Primärschale (Beschleunigungssensoren) und im Fluid der Kavität (Mikrofone). Es ergibt sich die Problematik, mit einer begrenzten Menge an verfügbaren Sensoren und ohne Zuhilfenahme von Simulationsmodellen (das generische Doppelschalenmodell ist für diese Aufgabe zu ungenau) eine möglichst gute Positionierung der Referenzsensoren zu erreichen.

Die angewendete Methodik zur Bestimmung einer geeigneten Referenzsensor-konfiguration basiert auf der Minimierung der gegenseitigen Kohärenz der Referenzsignale (gemittelt über die Bandbreite des aktiven Systems). Die dadurch erzielte (zumeist unvollständige) Dekorrelation der Referenzsensordesignale ermöglicht gemäß [62] eine größtmögliche Störgrößenreduktion des aktiven Systems. Es ist zu beachten, dass die hier betrachtete Methodik keine kausalitätsrelevanten Aspekte berücksichtigt und ausschließlich auf die im Sinne der unbeschränkten Kohärenz bestmögliche Störquellenerfassung fokussiert. Nachfolgend wird gezeigt, dass unter bestimmten Voraussetzungen ein Zusammenhang zwischen der gegenseitigen Kohärenz der Referenzsignale und der Varianz der Eigenwerte der Matrix der Leistungsdichtespektren hergestellt werden kann. Dies ist von Relevanz, da aus der in Unterabschnitt 5.3.1 beschriebenen Störquellen- und Kohärenzanaly-

se hervorgeht, dass die Eigenwerte der Matrix der Leistungsdichtespektren den Autoleistungsdichtespektren der virtuellen Störquellen entsprechen. Die Minimierung der Varianz der Eigenwerte der Matrix der Leistungsdichtespektren führt daher unter gewissen Voraussetzungen zu einer größtmöglichen Störquellenerfassung und in der Folge zu einer Maximierung der multiplen Kohärenz zwischen Referenz- und Störsignalen.

Dass die Minimierung der gegenseitigen Kohärenz der Referenzsignale unter bestimmten Annahmen auch eine bestmögliche Beobachtung der unabhängigen Störquellen impliziert, ergibt sich aus der Eigenwertzerlegung der Matrix der Leistungsdichtespektren für eine Konfiguration mit K Referenzsensoren. Die Matrix der Leistungsdichtespektren $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}$ in Gleichung (A.9) besteht aus den Autoleistungsdichtespektren S_{ii} der Referenzsignale x_i und den Kreuzleistungsdichtespektren S_{ij} der Referenzsignale x_i und x_j . Die Berechnung der Auto- und Kreuzleistungsdichtespektren erfolgt gemäß Gleichung (3.16) durch Mittelung über eine ausreichende Anzahl ($> K$) an Signalspektren (Erwartungswertbildung).

$$\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}[\kappa] = \begin{bmatrix} S_{11}[\kappa] & S_{12}[\kappa] & \cdots & S_{1K}[\kappa] \\ S_{21}[\kappa] & S_{22}[\kappa] & \cdots & S_{2K}[\kappa] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{K1}[\kappa] & S_{K2}[\kappa] & \cdots & S_{KK}[\kappa] \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Unter der Annahme, dass das Autoleistungsdichtespektrum aller Referenzsignale identisch ist ($S_{ii} \equiv S_{pp}$), kann eine Normierung der Leistungsdichtespektren vorgenommen werden.

$$\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}[\kappa] = S_{pp}[\kappa] \begin{bmatrix} 1 & \frac{S_{12}[\kappa]}{S_{pp}[\kappa]} & \cdots & \frac{S_{1K}[\kappa]}{S_{pp}[\kappa]} \\ \frac{S_{21}[\kappa]}{S_{pp}[\kappa]} & 1 & \cdots & \frac{S_{2K}[\kappa]}{S_{pp}[\kappa]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{S_{K1}[\kappa]}{S_{pp}[\kappa]} & \frac{S_{K2}[\kappa]}{S_{pp}[\kappa]} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Die Annahme eines solchen Sachverhalts und die Definition der Größe S_{pp} ist sowohl für ein ideales (homogenes und isotropes) Diffusfeld [33, 18] als auch für das (vereinfachte) Modell einer turbulenten Grenzschicht nach Corcos [19] zu rechtfertigen. Im Fall einer endlichen, resonanten Struktur ist die Gültigkeit dieser Annahme je nach System mehr oder weniger stark eingeschränkt. Hinsichtlich der Optimierung der Referenzsensorpositionen muss deshalb darauf geachtet werden, dass eine sinnvolle Vorauswahl der potenziellen Sensorpositionen getroffen wird (z. B. Vermeidung von Randbereichen bei fester Einspannung und bei Verwendung von Beschleunigungssensoren), dass alle Sensoren vom selben Typ sind, kalibriert sind und gleichartig verstärkt werden. Des Weiteren muss ausgeschlossen werden, dass sich Sensoren (z. B. aufgrund eines Defekts oder fehlerhafter Montage) im Rauschen befinden. Insgesamt sollte die Vorauswahl darauf abzielen, dass die mittlere Signalleistung aller potenziellen Sensoren möglichst ähnlich

ist. Ferner sollte die maximal mögliche (verfügbare) Anzahl an Sensoren für die initiale Sensorkonfiguration verwendet werden.

Der Optimierungsprozess lässt sich in zwei konsekutive Schritte unterteilen. Im ersten Schritt erfolgt eine Störquellenanalyse mit allen verfügbaren Referenzsensoren zur Festlegung der erforderlichen Referenzsensoranzahl K . Diese hängt gemäß Unterabschnitt 5.3.1 von der gewünschten Kohärenz zwischen den Referenz- und Fehlersensoren und der Störquellendichte ab. Nachfolgend wird mit den Mitteln der Kombinatorik (Binomialkoeffizient) die Referenzsensorkonfiguration mit der minimalen gegenseitigen Kohärenz der Referenzsignale (gemittelt über die Bandbreite des aktiven Systems und über alle Teilkohärenzen) ausgewählt.

Um die Methodik theoretisch zu untermauern, wird im Folgenden ein Zusammenhang zwischen der gegenseitigen Kohärenz und der Varianz der Eigenwerte von $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}$ für den Fall $K = 2$ dargestellt. Aus den Formeln für die Fälle $K = 3$ und $K = 4$ wird die Gesetzmäßigkeit für den allgemeinen Fall abgeleitet.

Die Matrix der Leistungsdichtespektren

$$\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}[\kappa] = S_{pp}[\kappa] \begin{bmatrix} 1 & \frac{S_{12}[\kappa]}{S_{pp}[\kappa]} \\ \frac{S_{21}[\kappa]}{S_{pp}[\kappa]} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

besitzt die normierten Eigenwerte

$$\frac{\lambda_{1,2}[\kappa]}{S_{pp}[\kappa]} = 1 \pm \sqrt{\frac{S_{21}[\kappa]S_{12}[\kappa]}{S_{pp}^2[\kappa]}} = 1 \pm |\gamma_{12}[\kappa]|. \quad (\text{A.12})$$

Dabei wurde die Definition der komplexen Kohärenzfunktion aus Gleichung (3.17) und der Zusammenhang $S_{ij} = S_{ji}^*$ verwendet. Für die Varianz der Eigenwerte gilt mit $C_{ij} = |\gamma_{ij}|^2$

$$\sigma_{2 \times 2}^2[\kappa] = \frac{1}{2-1} \sum_{i=1}^2 (\lambda_i[\kappa] - \bar{\lambda})^2 = 2 S_{pp}^2[\kappa] C_{12}[\kappa]. \quad (\text{A.13})$$

Aus der Varianz der Eigenwerte für den Fall $K = 3$ und $K = 4$ folgt der allgemeine Zusammenhang für beliebig viele Referenzsignale gemäß Gleichung (A.14). Die analytische Berechnung der Varianz für $K = 3$ und $K = 4$ erfolgte mithilfe des Computeralgebrasystems MAPLE[®]. Die Gültigkeit des allgemeinen Zusammenhangs in Gleichung (A.14) wurde durch den Abgleich mit numerischen Daten für unterschiedliche Zufallsmatrizen mit $K = 50$ nachgewiesen.

Bezeichnung	Typ	Aufgabe	Details
Software zur Erstellung und Berechnung von FE-Modellen	ANSYS® R14.5	Modalanalyse	modal, <i>lanb</i>
			0–2500 Hz
		Frequenzgangsanalyse	harmic, <i>full</i>
			0–500 Hz $\Delta_F = 2,5$ Hz
Software für numerische Berechnungen, Visualisierung und Programmierung	MATLAB® R2012b	Diskrete Fouriertransformation	fft
			Hamming
			50 % overlap
		Berechnung eines kanonischen ZRM	canon, <i>modal</i>
Echtzeitsystem	DSPACE® DS1006	Stabilisierung eines ZRM	stabsep, <i>Offset</i> Offset=0,002
		Aktive Steuerung	Abbildung A.7
		Datenerfassung	Abbildung A.8

Tabelle A.5.: Zur Simulation und für die Experimente verwendete Hard- und Software.

$$\begin{aligned}
\sigma_{3 \times 3}^2[\kappa] &= S_{pp}^2[\kappa] (C_{12}[\kappa] + C_{13}[\kappa] + C_{23}[\kappa]) \\
\sigma_{4 \times 4}^2[\kappa] &= \frac{2}{3} S_{pp}^2[\kappa] (C_{12}[\kappa] + C_{13}[\kappa] + C_{14}[\kappa] + C_{23}[\kappa] + C_{24}[\kappa] + C_{34}[\kappa]) \\
&\vdots \\
\sigma_{K \times K}^2[\kappa] &= \frac{2}{K-1} S_{pp}^2[\kappa] \sum_{i=1}^{K-1} \sum_{j=i+1}^K C_{ij}[\kappa]
\end{aligned} \tag{A.14}$$

Es zeigt sich, dass die Minimierung der gegenseitigen Kohärenz der Referenzsignale C_{ij} auch zu einer minimalen Varianz der Eigenwerte von $\mathbf{S}_{xx}$ führt. Dadurch ist, unter Berücksichtigung der genannten Bedingungen, die optimale Beobachtung aller dominanten Störquellen innerhalb der Bandbreite des aktiven Systems gewährleistet.

A.5. Hard- und Software

Tabelle A.5 listet die für die Durchführung der Simulationen und der Experimente wesentlichen Hard- und Softwarekomponenten auf.

Literaturverzeichnis

- [1] AKIHO, M., M. HASEYAMA und H. KITAJIMA: *Virtual reference signals for active noise cancellation system*. The Journal of the Acoustical Society of Japan (E), 19(2):95–103, 1998.
- [2] ALGERMISSEN, S., M. MISOL und O. UNRUH: *Reduction of Turbulent Boundary Layer Noise with Actively Controlled Carbon Fiber Reinforced Plastic Panels*. In: SINAPIUS, M. und M. WIEDEMANN (Hrsg.): *Adaptive, Tolerant and Efficient Composite Structures*, Research Topics in Aerospace, Kap. 34, S. 417–425. Springer, Berlin/Heidelberg, 2013.
- [3] ALUJEVIĆ, N.: *Smart double panel with decentralized active damping units for the control of sound transmission*. Doktorarbeit, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, Southampton, GB, 2008.
- [4] ALUJEVIĆ, N., K. D. FRAMPTON und P. GARDONIO: *Smart Double Panel with Decentralised Active Dampers for Control of Sound Transmission*. ISVR Technical Memorandum 972, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, Southampton, GB, 2007.
- [5] BAI, M. R. und S. J. ELLIOTT: *Preconditioning multichannel adaptive filtering algorithms using EVD- and SVD-based signal prewhitening and system decoupling*. Journal of Sound and Vibration, 270(4):639–655, 2004.
- [6] BAO, C. und J. PAN: *Experimental study of different approaches for active control of sound transmission through double walls*. The Journal of the Acoustical Society of America, 102(3):1664–1670, 1997.
- [7] BASS, H. E., L. C. SUTHERLAND, A. J. ZUCKERWAR, D. T. BLACKSTOCK und D. M. HESTER: *Atmospheric absorption of sound: Further developments*. The Journal of the Acoustical Society of America, 97(1):680–683, 1995.
- [8] BENDAT, J. S. und A. G. PIERSON: *Engineering applications of correlation and spectral analysis*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 2. Aufl., 1993.
- [9] BERGLUND, B., P. HASSMÉN und R. F. SOAMES: *Sources and effects of low-frequency noise*. The Journal of the Acoustical Society of America, 99(5):2985–3002, 1996.

- [10] BERNSTEIN, D. S.: *Matrix mathematics: theory, facts, and formulas*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA, 2009.
- [11] BEUCHER, O.: *Signale und Systeme: Theorie, Simulation, Anwendung. Eine beispielorientierte Einführung mit MATLAB*. Springer, Berlin/Heidelberg, 2011.
- [12] BEVAN, J. S.: *Piezoceramic actuator placement for acoustic control of panels*. Techn. Ber., Old Dominion University, Norfolk, Virginia, USA, 2001. NASA/CR-2001-211265.
- [13] BURDISO, R. A., J. S. VIPPERMAN und C. R. FULLER: *Causality analysis of feedforward-controlled systems with broadband inputs*. The Journal of the Acoustical Society of America, 94(1):234–242, 1993.
- [14] CARNEAL, J. P. und C. R. FULLER: *An analytical and experimental investigation of active structural acoustic control of noise transmission through double panel systems*. Journal of Sound and Vibration, 272(3–5):749–771, 2004.
- [15] CARTER, G. C.: *Coherence and Time Delay Estimation*. Proceedings of the IEEE, 75(2):236–255, 1987.
- [16] CLARK, R. L., W. R. SAUNDERS und G. P. GIBBS: *Adaptive Structures: Dynamics and Control*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998.
- [17] COOK, J. G. und S. J. ELLIOTT: *Connection between multichannel prediction error filter and spectral factorisation*. IEE Electronics letters, 35(15):1218–1220, 1999.
- [18] COOK, R. K., R. V. WATERHOUSE, R. D. BERENDT, S. EDELMAN und M. C. THOMPSON JR.: *Measurement of Correlation Coefficients in Reverberant Sound Fields*. The Journal of the Acoustical Society of America, 27(6):1072–1077, 1955.
- [19] CORCOS, G. M.: *Resolution of Pressure in Turbulence*. The Journal of the Acoustical Society of America, 35(2):192–199, 1963.
- [20] CRANDALL, S. H.: *The role of damping in vibration theory*. Journal of Sound and Vibration, 11(1):3–18, 1970.
- [21] CREMER, L., M. HECKL und B. A. T. PETERSSON: *Structure-Borne Sound: Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies*. Springer-Verlag, Berlin, 3. Aufl., 2005.
- [22] DAVIS, M.: *Factoring the Spectral Matrix*. IEEE Transactions on Automatic Control, 8(4):296–305, 1963.

- [23] DE FONSECA, P.: *Simulation and optimisation of the dynamic behaviour of mechatronic systems*. Doktorarbeit, Department of Mechanical Engineering, K. U. Leuven, Leuven, Belgien, 2000.
- [24] DE FONSECA, P., P. SAS und H. VAN BRUSSEL: *Experimental study of the active sound transmission reduction through a double panel test section*. Acta Acustica united with Acustica, 85(4):538–546, 1999.
- [25] DEUTSCHE GESELLSCHAFT FÜR AKUSTIK E.V.: *DEGA Empfehlung 101: Akustische Wellen und Felder*. Techn. Ber., Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V, Berlin, 2006.
- [26] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: *DIN EN ISO 3741: Bestimmung der Schallleistungspegel von Geräuschquellen aus Schalldruckmessungen, Hallraumverfahren der Genauigkeitsklasse 1*. Beuth Verlag, Berlin, 1999.
- [27] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: *DIN EN ISO 140-3: Akustik – Messung der Schalldämmung in Gebäuden und von Bauteilen – Teil 3: Messung der Luftschalldämmung von Bauteilen in Prüfständen*. Beuth Verlag, Berlin, 2005.
- [28] ELLIOTT, S. J.: *Optimal Controllers and Adaptive Controllers for Multichannel Feedforward Control of Stochastic Disturbances*. IEEE Transactions on Signal Processing, 48(4):1053–1060, 2000.
- [29] ELLIOTT, S. J.: *Signal Processing for Active Control*. Academic Press, London, 2001.
- [30] ELLIOTT, S. J. und C. C. BOUCHER: *Interaction Between Multiple Feedforward Active Control Systems*. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, 2(4):521–530, 1994.
- [31] ELLIOTT, S. J., P. GARDONIO, T. C. SORS und M. J. BRENNAN: *Active vibroacoustic control with multiple local feedback loops*. The Journal of the Acoustical Society of America, 111(2):908–915, 2002.
- [32] ELLIOTT, S. J. und M. E. JOHNSON: *Radiation modes and the active control of sound power*. The Journal of the Acoustical Society of America, 94(4):2194–2204, 1993.
- [33] ELLIOTT, S. J., C. MAURY und P. GARDONIO: *The synthesis of spatially correlated random pressure fields*. The Journal of the Acoustical Society of America, 117(3):1186–1201, 2005.

- [34] ELLIOTT, S. J., J. ROHLFING und P. GARDONIO: *Multifunctional design of inertially-actuated velocity feedback controllers*. The Journal of the Acoustical Society of America, 131(2):1150–1157, 2012.
- [35] ENGELS, W. P., O. N. BAUMANN, S. J. ELLIOTT und R. FRAANJE: *Centralized and decentralized control of structural vibration and sound radiation*. The Journal of the Acoustical Society of America, 119(3):1487–1495, 2006.
- [36] EWINS, D. J.: *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. Research Studies Press Baldock Ltd., Baldock, 2. Aufl., 2000.
- [37] FAHY, F. und P. GARDONIO: *Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response*. Academic Press, Oxford/Burlington, 2. Aufl., 2007.
- [38] GARDONIO, P. und N. ALUJEVIĆ: *Double panel with skyhook active damping control units for control of sound radiation*. The Journal of the Acoustical Society of America, 128(3):1108–1117, 2010.
- [39] GARDONIO, P. und S. J. ELLIOTT: *Active Control of Structure-Borne and Airborne Sound Transmission Through Double Panel*. Journal of Aircraft, 36(6):1023–1032, 1999.
- [40] GARDONIO, P. und S. J. ELLIOTT: *Smart panels for active structural acoustic control*. Smart Materials and Structures, 13(6):1314–1336, 2004.
- [41] GARDONIO, P., S. MIANI, F. BLANCHINI, D. CASAGRANDE und S. J. ELLIOTT: *Plate with decentralised velocity feedback loops: Power absorption and kinetic energy considerations*. Journal of Sound and Vibration, 331(8):1722–1741, 2012.
- [42] GIBBS, G. P., R. L. CLARK, D. E. COX und J. S. VIPPERMAN: *Radiation modal expansion: Application to active structural acoustic control*. The Journal of the Acoustical Society of America, 107(1):332–339, 2000.
- [43] GIBBS, G. P., K. W. EURE und J. W. LOYD: *Active control of turbulent-boundary-layer-induced sound radiation from aircraft style panels*. The Journal of the Acoustical Society of America, 107:2823, 2000.
- [44] GIECK, K. und R. GIECK: *Technische Formelsammlung*. Gieck Verlag, Germering, 30. Aufl., 1995.
- [45] GÖGE, D., M. SINAPIUS, U. FÜLLEKRUG und M. LINK: *Detection and description of non-linear phenomena in experimental modal analysis via linearity plots*. International Journal of Non-Linear Mechanics, 40(1):27–48, 2005.

- [46] GUIGOU, C. und C. R. FULLER: *Control of aircraft interior broadband noise with foam-PVDF smart skin*. Journal of Sound and Vibration, 220(3):541–557, 1999.
- [47] HAASE, T., S. ALGERMISSEN, O. UNRUH und M. MISOL: *Experiments on Active Control of Counter-Rotating Open Rotor Interior Noise*. Acta Acustica united with Acustica, 100(3):448–457, 2014.
- [48] HAMBRIC, S. A.: *Structural Acoustics Tutorial – Part 1: Vibrations in Structures*. Acoustics Today, 2(4):21–33, 2006.
- [49] HAMBRIC, S. A. und J. B. FAHNLIN: *Structural Acoustics Tutorial – Part 2: Sound-Structure Interaction*. Acoustics Today, 3(2):9–27, 2007.
- [50] HAYKIN, S.: *Adaptive Filter Theory*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, 3. Aufl., 1996.
- [51] HENN, H., G. R. SINAMBARI und M. FALLEN: *Ingenieurakustik: Physikalische Grundlagen und Anwendungsbeispiele*. Vieweg & Teubner, Wiesbaden, 1984.
- [52] HU, N. und M. MISOL: *Akustische Untersuchungen zur aktiven Reduktion der Schalltransmission von modernen CFK-Rumpfstrukturen bei Anregung durch eine turbulente Grenzschicht*. DLR-IB 131-2009/36, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Köln, 2009.
- [53] JACOBSEN, F. und T. ROISIN: *The coherence of reverberant sound fields*. The Journal of the Acoustical Society of America, 108(1):204–210, 2000.
- [54] JANOCHA, H. und B. LIU: *Simulation approach and causality evaluation for an active noise control system*. IEE Proceedings – Control Theory and Applications, 145(4):423–426, 1998.
- [55] JOHNSON, W. M.: *Structural Acoustic Optimization of a Composite Cylindrical Shell*. Doktorarbeit, G. W. Woodruff School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA, 2004.
- [56] KATAYAMA, T.: *Subspace Methods for System Identification*. Communications and Control Engineering. Springer, London, 2005.
- [57] KIENCKE, U. und R. EGER: *Messtechnik: Systemtheorie für Elektrotechniker*. Springer, Berlin/Heidelberg, 7. Aufl., 2008.
- [58] KONG, X. und S. M. KUO: *Study of Causality Constraint on Feedforward Active Noise Control Systems*. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, 46(2):183–186, 1999.

- [59] KUO, S. M. und D. MORGAN: *Active Noise Control Systems: Algorithms and DSP Implementations*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996.
- [60] LAUTERBORN, W., T. KURZ und M. WIESENFELDT: *Kohärente Optik: Grundlagen für Physiker und Ingenieure*. Springer, Berlin/Heidelberg, 1993.
- [61] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 2. Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. Springer-Lehrbuch. Springer, Berlin, 5., neu bearb. Aufl., 2008.
- [62] MINKOFF, J.: *The Operation of Multichannel Feedforward Adaptive Systems*. IEEE Transactions on Signal Processing, 45(12):2993–3005, 1997.
- [63] MISOL, M., S. ALGERMISSEN und O. UNRUH: *Adaptive feedforward control of smart CFRP-panels excited by a turbulent boundary layer*. In: *Proceedings of the Inter-noise 2010*. Sociedade Portuguesa de Acústica Lissabon, 2010. CD-Rom.
- [64] MISOL, M., C. BLOCH, H. P. MONNER und M. SINAPIUS: *Performance of active feedforward control systems in non-ideal, synthesized diffuse sound fields*. The Journal of the Acoustical Society of America, 135(4):1887–1897, 2014.
- [65] MISOL, M. und F. DUVIGNEAU: *Rechen- und laufzeitoptimierte Implementierung von adaptiven Steuerungen durch digitale Signalverarbeitung mit Multi-rate Algorithmen*. DLR-IB 131-2013/13, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Köln, 2013.
- [66] MISOL, M. und C. HESSE: *Numerische und experimentelle Untersuchungen zur Optimierung der Sensorik von adaptiven Steuerungen an doppelwandigen Leichtbaustrukturen*. DLR-IB 131-2012/43, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Köln, 2012.
- [67] MÖSER, M.: *Technische Akustik*. Springer, Berlin/Heidelberg, 7., erw. und aktual. Aufl., 2007.
- [68] MOYNE, S. L., J.-L. TEBEC und I. TAWFIQ: *Acoustical influence of stiffeners on acoustic radiation of plates*. Mechanical Systems and Signal Processing, 19(1):195–212, 2005.
- [69] NELSON, P. A. und S. J. ELLIOTT: *Active Control of Sound*. Academic Press, London/San Diego, 1992.
- [70] NELSON, P. A., J. K. HAMMOND, P. JOSEPH und S. J. ELLIOTT: *Active control of stationary random sound fields*. The Journal of the Acoustical Society of America, 87(3):963–975, 1990.

- [71] OPPENHEIM, A. V. und R. W. SHAFER: *Digital Signal Processing*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA, 1975.
- [72] PAN, J. und D. A. BIES: *The effect of fluid-structural coupling on sound waves in an enclosure – Theoretical part*. The Journal of the Acoustical Society of America, 87(2):691–707, 1990.
- [73] RABL, G. K. F.: *Recursive solution to Wiener’s multi-channel time filtering*. Astronomy & Astrophysics, 270(1–2):552–556, 1993.
- [74] RAYLEIGH, J. W. S.: *The Theory of Sound*. Dover, New York, 2. Aufl., 1945.
- [75] ROSE, M., O. UNRUH und T. HAASE: *Vibration control of stiffened plates with embedded cavities using flat piezoceramic actuator devices*. In: CROCKER, M. J., N. IVANOV und M. PAWELCZYK (Hrsg.): *18th International Congress on Sound and Vibration (ICSV 18)*, S. 1359–1366, Red Hook, New York, USA, 2011. Curran Associates, Inc.
- [76] SAS, P., C. BAO, F. AUGUSTINOVICZ und W. DESMET: *Active control of sound transmission through a double panel partition*. Journal of Sound and Vibration, 180(4):609–625, 1995.
- [77] SCHILLER, N. H.: *Decentralized control of sound radiation from periodically stiffened panels*. Doktorarbeit, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, USA, 2007.
- [78] SCHILLER, N. H., B. S. BECK und A. C. SLAGLE: *Numerical study of transmission loss through a slow gas layer adjacent to a plate*. In: *Proceedings of NOISE-CON 2013*, Washington, D.C., USA, 2013. The Institute of Noise Control Engineering of the USA, Inc.
- [79] SEWELL, E. C.: *Transmission of reverberant sound through a single-leaf partition surrounded by an infinite rigid baffle*. Journal of Sound and Vibration, 12(1):21–32, 1970.
- [80] TEWES, S.: *Active Trim Panel Attachments for Control of Sound Transmission through Aircraft Structures*. Doktorarbeit, Technische Universität München, München, 2006.
- [81] TU, Y. und C. R. FULLER: *Multiple reference feedforward active noise control part I: Analysis and simulation of behavior*. Journal of Sound and Vibration, 233(5):745–759, 2000.
- [82] TU, Y. und C. R. FULLER: *Multiple reference feedforward active noise control part II: Reference preprocessing and experimental results*. Journal of Sound and Vibration, 233(5):761–774, 2000.

- [83] UNRUH, O., M. MISOL, T. HAASE und S. ALGERMISSEN: *Auslegung und experimentelle Vermessung eines aktiven gekrümmten CFK-Paneels*. In: BECKER-SCHWEITZER, J. und G. NOTBOHM (Hrsg.): *Fortschritte der Akustik – DAGA 2011*, 37. Deutsche Jahrestagung für Akustik, Berlin, 2011. Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V.
- [84] VAIDYANATHAN, P. P.: *Multirate digital filters, filter banks, polyphase networks, and applications: A tutorial*. Proceedings of the IEEE, 78(1):56–93, 1990.
- [85] WELCH, P. D.: *The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms*. IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, 15(2):70–73, 1967.