

**IB 131-2015/042**

**Modellierungen des dreidimensionalen  
Schädigungsverhaltens von Faserverbunden**

Florian Steffen Franke, Caroline Wolff



**Institut für Faserverbundeleichtbau und Adaptronik  
Braunschweig**

August / 2015



**Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt e.V.**  
in der Helmholtzgemeinschaft  
**Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik**

**IB 131-2015/042**

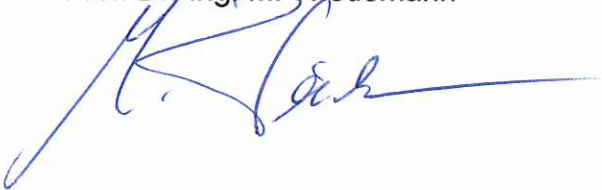
**Modellierungen des dreidimensionalen  
Schädigungsverhaltens von Faserverbunden**

Braunschweig, August, 2015

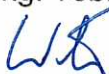
Der Bericht umfasst:

88 Seiten

Institutsleiter:  
Prof. Dr.-Ing. M. Wiedemann



Leiter der Abteilung:  
Dr.-Ing. Tobias Wille



Verfasser:  
B. Eng. Florian Steffen Franke



Dipl.-Ing. Caroline Wolff







# Modellierung des dreidimensionalen Schädigungsverhaltens von Faserverbunden

## Studienarbeit

an der Technischen Universität Braunschweig

Verfasser: Florian Steffen Franke

im Studiengang: Luft – und Raumfahrttechnik

Matr.-Nr.: 4470737

Erstprüfer:

Prof. Dr.-Ing. Michael Sinapius

Betreuer:

Dr.-Ing. Naser Al Natsheh

Betreuerin:

Dipl.-Ing. Caroline Wolff

**Bearbeitungszeitraum: 3 Monate**

**Abgabedatum am: 07.08.2015**



## **Eidesstattliche Erklärung**

Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Studienarbeit „Modellierung des dreidimensionalen Schädigungsverhaltens von Faserverbunden“ selbstständig verfasst sowie die benutzten Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben habe und dass diese Arbeit nicht bereits als Prüfungsarbeit vorgelegen hat.

Braunschweig, den 07.08.2015

Florian Franke

## **Kurzfassung**

Faserverbundwerkstoffe stellen einen sehr großen Forschungsbereich dar. Innerhalb der Strukturmechanik ist vor allem das Thema der Schädigung sowie deren Entwicklung innerhalb des Werkstoffes interessant. Es gibt viele verschiedene Ansätze zur Berechnung und Bewertung von Schädigungen. Wichtig ist neben der Schadensinitiierung auch die Schadensentwicklung. Um die hervorragenden mechanischen Eigenschaften von Faserverbunden voll auszunutzen, muss auch der Bereich nach Erreichen der Festigkeit betrachtet werden. Somit soll das Spannungs – Dehnungsverhalten bis zum Komplettversagen des Materials berechnet werden können. Die Finite Elemente Methode stellt dabei ein gutes Werkzeug dar, um das Schädigungsverhalten zu ermitteln. Für ebene Belastungsfälle ist die Berechnung der Schadensinitiierung und deren Entwicklung bereits im FEM Programm ABAQUS implementiert. Diese Methode wird im Rahmen der Studienarbeit auf eine räumliche Beanspruchung erweitert. Anschließend werden Simulationen von unidirektionalen Laminaten durchgeführt und mit experimentellen Daten verglichen. Aus den unidirektionalen Schichten wird danach ein multidirektionales Laminat aufgebaut und ebenfalls mit Messdaten verglichen. Dabei soll überprüft werden, ob es möglich ist, das Spannungs – Dehnungsverhalten inklusive Schädigung des multidirektionalen Verbundes mithilfe des Verhaltens der Einzellagen korrekt darzustellen. Die Ansätze liefern dabei gute Ergebnisse, die plausible Schädigungsverläufe darstellen.

## **Abstract**

Composite Materials are a large and interesting research area. The development of damage within a composite material is important, especially for structure mechanics. There are a lot of different approaches for calculation and evaluation of damage. The initiation of damage and its development are the most important topics. The good mechanic properties of composites can be used, if the area after reaching the material strength is considered. The whole stress – strain behavior should be calculated for using the composite properties. The finite element method is a good tool to determine the damage development. FEM programs like ABAQUS have calculation methods implemented to determine the damage within plane stress. Within this thesis this method should be extended to calculate even 3D stress states. Simulations of unidirectional laminates are performed. The obtained data are compared with data from experiments. The unidirectional plies are used to build a multidirectional laminate. This MD laminate have to be compared with data from experiments, too. It should be proofed, whether it is possible to describe the whole stress-strain behavior of a multidirectional laminate with the behavior of a single ply. The used approaches yield good results, which represent plausible damage trends.

# Inhaltsverzeichnis

Eidesstattliche Erklärung.....	I
Kurzfassung .....	II
Abstract.....	III
Inhaltsverzeichnis .....	IV
Abbildungsverzeichnis .....	VI
Tabellenverzeichnis .....	VIII
Abkürzungsverzeichnis .....	IX
Liste der verwendeten Formelzeichen.....	X
<b>1. Einleitung.....</b>	<b>1</b>
1.1. Motivation.....	1
1.2. Ziele und Aufbau der Arbeit.....	4
<b>2. Theoretische Grundlagen .....</b>	<b>6</b>
2.1. Einführung in die Theorie der Faserverbundwerkstoffe .....	6
2.1.1. Materialkonstanten der UD – Schicht.....	7
2.1.2. Verhalten der Einzelschicht .....	9
2.1.3. Experimentelle Ermittlung der Materialkennwerte .....	11
2.2. Schädigung .....	13
2.2.1. Schadens – und Versagensarten.....	14
2.2.2. Schadensentwicklung .....	15
2.2.3. Versagensmodell nach Hashin .....	17
2.2.4. Degradation der Materialparameter .....	18
2.2.5. Viskose Regularisierung .....	22
2.3. Einführung in die Finite Elemente Methode (FEM) .....	23
2.3.1. Finite Elemente Methode .....	23
2.3.2. Mathematische Grundlagen der nichtlinearen FEM .....	24
2.3.3. Newton – Raphson Verfahren.....	25
<b>3. Implementierung des 3D Materialverhaltens.....</b>	<b>28</b>
3.1. Ermittlung der Materialkennwerte .....	28
3.2. Implementierung der UMAT in ABAQUS .....	28
3.3. Progressive Schadensanalyse .....	29

3.3.1.	Algorithmus zur Berechnung des Materialverhaltens .....	30
3.3.2.	Ermittlung der Dehnung bei Versagen .....	33
3.3.3.	Tangentensteifigkeitsmatrix .....	33
3.4.	Entwicklung des Modells .....	33
<b>4.</b>	<b>Resultate und Diskussion.....</b>	<b>40</b>
4.1.	Modell mit einem Element .....	40
4.2.	Numerische Studien an Flachproben .....	41
4.2.1.	Konvergenzstudie .....	41
4.2.2.	Studie zur viskosen Regularisierung .....	43
4.3.	Unidirektionale Versuchsproben.....	44
4.3.1.	Zugbelastung in Faserrichtung.....	44
4.3.2.	Zugbelastung quer zur Faserrichtung .....	48
4.3.3.	Druckbelastung in Faserrichtung .....	51
4.3.4.	Druckbelastung quer zur Faserrichtung .....	52
4.4.	Multidirektionale Versuchsproben.....	53
4.4.1.	Zugversuche am multidirektionalen Laminat .....	54
4.4.2.	Druckversuche am multidirektionalen Laminat.....	56
4.5.	Diskussion.....	57
<b>5.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>61</b>
5.1.	Zusammenfassung.....	61
5.2.	Ausblick.....	62
<b>6.</b>	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>64</b>
<b>7.</b>	<b>Anhang.....</b>	<b>X</b>
7.1.	Versuche Fraunhofer IWM .....	X
7.2.	Verläufe der Simulationsergebnisse des Quaderelements .....	XI
7.3.	Probengeometrie.....	XIII
7.4.	Schadensentwicklung MD – Laminat.....	XIV
7.4.1.	Schadensentwicklung MD Zugsimulation.....	XV
7.4.2.	Schadensentwicklung MD Drucksimulation .....	XVI

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1: Globaler Verbrauch CFK 2012 [1] .....	1
Abbildung 1.2: Ablauf Ermittlung MD Verhalten aus UD Einzellagen .....	4
Abbildung 2.1: Quasiisotropes Laminat (Darstellung einer Symmetriehälfte) .....	7
Abbildung 2.2: UD - Element mit räumlichem Spannungszustand [3] .....	8
Abbildung 2.3: Zugprobe - Geometrie.....	12
Abbildung 2.4: Druckprobe – Geometrie [14].....	13
Abbildung 2.5: Versagensformen der UD - Schicht [17].....	16
Abbildung 2.6: Schadensentwicklung [18] .....	16
Abbildung 2.7: Verschiedene Degradationsverläufe [19] .....	19
Abbildung 2.8: Spannungs - Dehnungsverlauf für lineare Degradation [16] .....	22
Abbildung 2.9: Prozess FEM [25] .....	24
Abbildung 2.10: Algorithmus Newton - Raphson Verfahren [27] .....	26
Abbildung 2.11: Methodik des Newton - Raphson Verfahrens [27] .....	26
Abbildung 3.1: Einbindung UMAT in Berechnungsprozess .....	29
Abbildung 3.2: Flowchart UMAT - Routine [5] .....	31
Abbildung 3.3: Quaderelement .....	35
Abbildung 3.4: Randbedingungen Quader.....	35
Abbildung 3.5: Testflachprobe .....	36
Abbildung 3.6: Zugprobenmodell.....	37
Abbildung 3.7: Druckprobenmodell.....	38
Abbildung 3.8: Lagenaufbau des multidirektionalen Verbundes.....	39
Abbildung 4.1: Spannungs - Dehnungsverlauf 0° Zug Quaderelement .....	41
Abbildung 4.2: Konvergenzstudie .....	42
Abbildung 4.3: Abhängigkeit des Konvergenzverhaltens vom Stabilisierungsparameter.....	43
Abbildung 4.4: Diagramm Faserzugbelastung .....	45
Abbildung 4.5: Spannungs - Dehnungsverläufe aus Maschinenweg.....	47
Abbildung 4.6: Ply Discount Methode im Vergleich zu experimentellen Daten.....	47
Abbildung 4.7: Bruchstellen Zugprobe 90° UD .....	49
Abbildung 4.8: Spannungs – Dehnungsverlauf aus Maschinenweg für Zug UD 90° .....	49
Abbildung 4.9: Spannungs - Dehnungsverlauf für gekürzte UD 90° Proben .....	51
Abbildung 4.10: Druckbelastung Faserrichtung .....	52
Abbildung 4.11: Spannungs - Dehnungsverlauf Druck quer zur Faserrichtung .....	53
Abbildung 4.12: Vergleich MD Zugversuch Experiment – Simulation.....	55
Abbildung 4.13: Schadensentwicklung MD Zugprobe.....	55
Abbildung 4.14: Vergleich MD - Druckversuch Experiment – Simulation .....	57

---

Abbildung 7.1: Stauchung der Proben .....	X
Abbildung 7.2: Zugversuche Fraunhofer IWM [12].....	X
Abbildung 7.3: Druckversuch Fraunhofer IWM [14] .....	XI
Abbildung 7.4: Druckspannung Faserrichtung Quader .....	XI
Abbildung 7.5: Zugspannung quer zur Faserrichtung - Quader .....	XII
Abbildung 7.6: Spannungs - Dehnungsverlauf Druck quer zur Faser.....	XII
Abbildung 7.7: Maße MD – Proben.....	XIII
Abbildung 7.8: Simulation mit Stabilisierung der linearen Degradation .....	XIV
Abbildung 7.10: Schadensentwicklung MD Zugprobe – Parameter $dm$ .....	XV
Abbildung 7.11: Schadensentwicklung MD Druckprobe – Parameter $dm$ .....	XVI

## **Tabellenverzeichnis**

Tabelle 2.1: Beanspruchungen und dazugehörige Festigkeiten [3].....	9
Tabelle 2.2: Geometrische Eigenschaften Zugprobe .....	12
Tabelle 3.1: Äquivalente Dehnungen.....	32
Tabelle 3.2: Generische Materialparameter CFK.....	34
Tabelle 3.3: Diskretisierung Testflachprobe.....	36
Tabelle 3.4: Diskretisierung Zugprobenmodell.....	37
Tabelle 3.5: Diskretisierung Druckprobenmodell.....	38
Tabelle 3.6: Diskretisierung multidirektionaler Verbund unter Zugbelastung .....	39
Tabelle 3.7: Diskretisierung multidirektionaler Verbund unter Druckbelastung.....	39
Tabelle 4.1: Diskretisierungen des Modells für Konvergenzstudie .....	42
Tabelle 4.2: Abweichungen Simulation - Messdaten Zug 0° UD .....	48
Tabelle 4.3: Abweichungen Simulation - Messdaten Zug 90° UD .....	50
Tabelle 4.4: Abweichungen Simulation - Messdaten Druck 90° .....	53
Tabelle 4.5: Abweichungen Simulation – Messdaten MD Zug .....	56
Tabelle 4.6: Abweichungen Simulation - Messdaten MD Druck.....	57
Tabelle 7.1: Maße MD - Proben .....	XIII

## Abkürzungsverzeichnis

<u>Abkürzung</u>	<u>Bedeutung</u>
CDS	Characteristical Damage State
CFK	Kohlenfaserverstärkter Kunststoff
CLT	Classical Laminate Theory (kl. Laminattheorie)
Deg.	Degradation
DIN	Deutsche Industrie Norm
EN	Europäische Norm
FB	Faserbruch
FE	Finite Elemente
FEM	Finite Elemente Methode
FVK	Faserverbundkunststoff
ISO	International Organisation for Standardization
IWM	Fraunhofer - Institut für Werkstoffmechanik
lin.	Linear
max.	Maximum
MD	Multidirektional
min.	Minimum
MSV	Mehrschichtverbund
TOL	Toleranzwert
UD	Unidirektional
UMAT	User Material
VDI	Verein Deutscher Ingenieure
Zfb	Zwischenfaserbruch

## Liste der verwendeten Formelzeichen

<u>Formelzeichen</u>	<u>Bedeutung</u>
$K_T$	Jacobimatrix
$S_0$	Ausgangsfläche
$\hat{\sigma}$	Effektive Spannungen
$h$	Schrittweite Newton – Raphson Verfahren
$\Delta$	Faktor bei Spannungsberechnung
$A$	Fläche der Schädigung
$E$	Elastizitätsmodul
$F$	Kraft
$G$	Schubmodul
$K$	Federsteifigkeit
$N$	Anzahl der Unbekannten
$R$	Normalfestigkeit
$S$	Schubfestigkeit
$X$	Festigkeit in Faserrichtung
$Y$	Festigkeit quer zur Faserrichtung
$Z$	Funktion Newton – Raphson Verfahren
$d$	Schädigungsparameter
$k$	Spalte der Jacobimatrix
$r$	Restglied / Residuum
$u$	Verschiebung
$C$	Steifigkeitstensor
$D$	Nachgiebigkeitstensor
$M$	Schädigungstensor
$\alpha$	Faktor für Schubeinfluss
$\gamma$	Schubdehnung
$\delta$	Verschiebung
$\varepsilon$	Dehnung
$\eta$	Stabilisierungsparameter
$\lambda$	Lastparameter
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\sigma$	Normalspannung
$\tau$	Schubspannung

$\omega$  Bekannter Zustand Newton Raphson Verfahren

**Indizes****Bedeutung**

–	Druckbeanspruchung
–	Gesamtsystem
^	Effektiver Wert
+	Zugbeanspruchung
	Faserparallel
⊥	Quer zur Faser
$C, c$	Druck
$I$	Schadensfall
$I$	Variable Schädigung
$T, t$	Zug
$X, Y, Z$	Kartesische Koordinaten
$d$	Geschädigter Wert
$e$	Element
$eq$	Äquivalenter Wert
$f$	Versagenswert
$f, m, s$	Faser-, Matrix-, Schubschädigung
$k, j$	Zählvariablen
$v$	Viskoser Parameter
0	Festigkeitswert
12, 13, 23	Richtung der Schubbeanspruchung
11, 22, 33	Richtung der Normalbeanspruchung



# 1. Einleitung

## 1.1. Motivation

Faserverbundwerkstoffe kommen in immer mehr Industriebereichen zum Einsatz. Neben den Einsatzbereichen wie zum Beispiel der Luft – bzw. Raumfahrt und der Windenergietechnik werden Faserverbundkunststoffe auch im Sport – und Freizeitbereich verwendet. Eine bisher eher geringe Stellung haben Verbundwerkstoffe im Automobilbau. Der globale Verbrauch von kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffen (CFK) lag im Automobilbau im Jahr 2012 bei ca. 5%, wohingegen die Anwendungsbereiche Luftfahrt und Windkraft ca. 18% bzw. 23% des globalen Verbrauchs von CFK darstellen. Die Abbildung 1.1 veranschaulicht diese Verteilung [1].

Aufgrund des geringen Automatisierungsgrades werden Verbundwerkstoffe im Automobilbau eher bei der Fertigung von kleineren Anbauteilen eingesetzt. Die meisten Bauteile müssen per Hand laminiert und gefertigt werden. Diese fehlende Automatisierung und die großen Stückzahlen sind ein Grund für den geringen Einsatz von Faserverbunden im Automobilbereich [2]. Da die Automatisierung der Fertigungsprozesse bei Verbundwerkstoffen immer mehr zunimmt, ist eine steigende Tendenz der Verwendung von Faserverbundkunststoffen (FVK) zu beobachten.

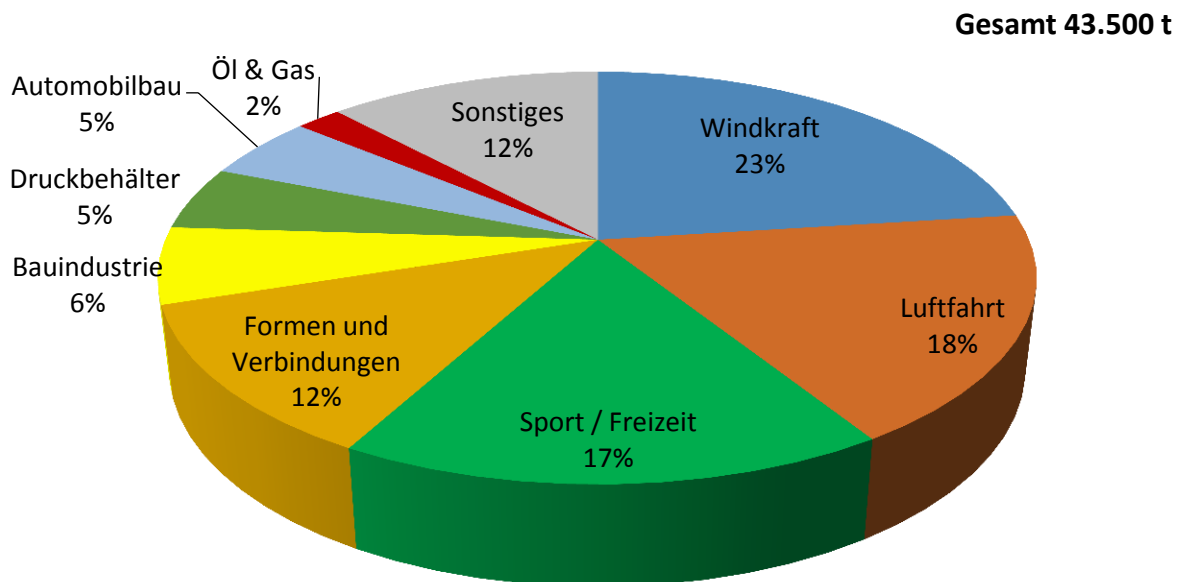


Abbildung 1.1: Globaler Verbrauch CFK 2012 [1]

In der Auslegung von Bauteilen aus Faserverbundmaterialien ist das Thema der Schädigungen, Schadensentwicklung und Tragverhalten nach Beginn der Schädigung

besonders wichtig. Kleinste Schädigungen treten im Faserverbundwerkstoff bereits sehr früh während der Belastung auf. Es ist schwierig, die hervorragenden mechanischen Eigenschaften des Faserverbundkunststoffes voll auszunutzen, da die Schadensentwicklung sehr komplex und wegen der diffusen Schädigung kaum vorauszusehen ist. Durch die Nutzung des Tragverhaltens von Faserverbunden nach dem Einsetzen erster Schädigungen ist es möglich, weiter Gewicht zu sparen. Besonders erschwerend für die Bewertung und Vorhersage eines Schadens ist die Tatsache, dass jene im Verbund z.B. aufgrund von Impacts, anders als bei Metallen, mit bloßem Auge kaum sichtbar sind. Sowohl inter – als auch intralaminare Schädigungen können teilweise nur mit aufwendigen Verfahren (Ultraschall, Röntgen usw.) gefunden werden. Umso wichtiger ist es, das progressive Schädigungsverhalten mit möglichst einfachen Mitteln sehr genau voraussagen zu können, damit die positiven Eigenschaften von FVK voll ausnutzbar sind. Dafür ist es notwendig, das Materialverhalten nach dem Eintreten von Schäden zu bestimmen. Laut Schürmann [3] kann das Materialverhalten nach Schadensinitiierung bzw. beginnendem Versagen mit einer Degradationsrechnung ermittelt werden. Die Analyse der Evolution der Schädigung ist aus folgenden Gründen sinnvoll [3]:

- Darstellung des Spannungs – Dehnungsverhaltens bis hin zum Totalversagen
- Bestimmung der Restfestigkeiten und Steifigkeiten nach Schadensinitiierung
- Bestimmung der Auswirkungen auf das mechanische Verhalten aufgrund von Spannungsumlagerungen bei Zwischenfaserbruch

Um diese Analyse durchführen zu können, bietet sich die Methode der Finiten Elemente (FEM) an. Die Ermittlung des quasistatischen Materialverhaltens inklusive Schädigung bildet die Grundlage für spätere Simulationen von Ermüdungsschädigung. Krüger entwickelt in seiner Arbeit [4] ein Modell, welches ausgehend vom Materialverhalten unter quasistatischer Belastung das Materialverhalten unter einer zyklischen Belastung abbilden kann. Dafür nutzt er die bei Schädigung freigesetzte Energie, welche die Fläche unter den Spannungs - Dehnungskurven darstellt. Es besteht die Annahme, dass diese Energie bei gleichem Schädigungszustand im quasistatischen Fall gleich der Energie unter zyklischer Belastung ist. Das Ermüdungsverhalten von Faserverbunden soll über diesen Ansatz der Invarianz der Schädigungsenergie bestimmbar werden. Die vorliegende Arbeit soll ein Werkzeug liefern, mit dem der erste Teil, das quasistatische Verhalten, darstellbar ist.

In der Mechanik finden bei vielen Modellen sowohl Spannungs – als auch Dehnungszustände in der Ebene Verwendung. So gibt es einerseits den „ebenen Spannungszustand“, welcher vor allem bei sehr dünnen Strukturen im Leichtbau angewendet wird (dünnwandige Zylinder etc.), andererseits gibt es den „ebenen Dehnungszustand“, welcher bei sehr dicken Strukturen (Staudämmen etc.) angewendet wird. Diese Zustände vernachlässigen sowohl Spannungen als auch Dehnungen in

Dickenrichtung. Die kommerziellen Finite Elemente Programme, wie beispielsweise ABAQUS, stellen viele Methoden zur Berechnung von Mechanikproblemen zur Verfügung. Für den ebenen Spannungszustand ist z.B. ein Kriterium für den Beginn und zugehöriger Entwicklung einer Schädigung mit linearer Degradation implementiert. Für einige Anwendungsfälle (z.B. Behälter) wird ein räumlicher Spannungszustand benötigt, um genauere Aussagen über die auftretenden Spannungen treffen zu können. Aus diesem Grund wird im Rahmen dieser Arbeit das Schädigungsmodell in Dickenrichtung erweitert und mithilfe einer UMAT (User Material) in ABAQUS implementiert.

Mithilfe von Versuchen, welche vom Fraunhofer - Institut für Werkstoffmechanik IWM durchgeführt werden, werden Simulationen gegenüber Zug – und Druckversuchen an unidirektionalen (UD) Laminaten verglichen und bewertet. Das Programm basiert in seiner Modellierung auf dem Verhalten der Einzellage. Die Versuchsdaten der Einzelschicht (bzw. mehrerer unidirektionaler Schichten, die das Verhalten einer Einzelschicht wiedergeben sollen) dienen zur Kalibrierung und zur ersten qualitativen und quantitativen Bewertung der programmierten Routine. Anschließend wird aus den unidirektionalen Schichten ein multidirektionales Laminat aufgebaut. Das Spannungs – Dehnungsverhalten dieses Laminats wird simuliert und mit Messdaten verglichen. Dadurch soll überprüft werden, ob das Verhalten des multidirektionalen Verbundes durch das Verhalten der Einzellagen dargestellt werden kann. Somit sollen mit möglichst einfachen Mitteln qualitativ hochwertige Aussagen über das Schädigungsverhalten eines FVK getroffen werden. Delaminationen werden innerhalb der Routine vorerst nicht berücksichtigt.

Es ergibt sich folgende, zu untersuchende Hypothese:

*„Das progressive Schädigungsverhalten eines unidirektionalen Laminates unter einem dreidimensionalen Belastungszustand kann mit einem linearen Degradationsansatz dargestellt werden.*

*Mit diesem, auf dem Verhalten der Einzelschicht beruhenden, Modell kann das Schädigungsverhalten eines multidirektionalen Laminates, aufgebaut aus separat modellierten unidirektionalen Einzellagen, abgebildet werden.“*

Um diese Hypothese zu überprüfen bietet sich der Ablauf an, welcher in Abbildung 1.2 dargestellt ist und an dem sich die vorliegende Arbeit orientiert. In einem ersten Schritt werden die Materialkennwerte aus den Experimenten an UD Proben ermittelt. Diese Materialkennwerte werden als Eingangsparameter für die spätere Simulation der Laminats verwendet. Im nächsten Schritt wird das Schädigungsmodell auf UD – Ebene entwickelt. Es findet nachfolgend eine Simulation des Spannungs – Dehnungsverhaltens inklusive Schädigung der unidirektionalen Laminats statt. Hier werden die Materialkennwerte, die im

ersten Schritt ermittelt wurden, verwendet. Die Ergebnisse der Simulation und der Experimente werden verglichen und bewertet. Danach erfolgt der Aufbau des multidirektionalen Laminates aus den unidirektionalen Schichten. Auch hier dienen die Kennwerte aus den Versuchen auf UD – Ebene als Materialparameter. Dieses MD Laminat wird anschließend simuliert. Diese Ergebnisse werden abschließend mit Messdaten aus Zug – und Druckversuchen für MD Laminat verglichen.

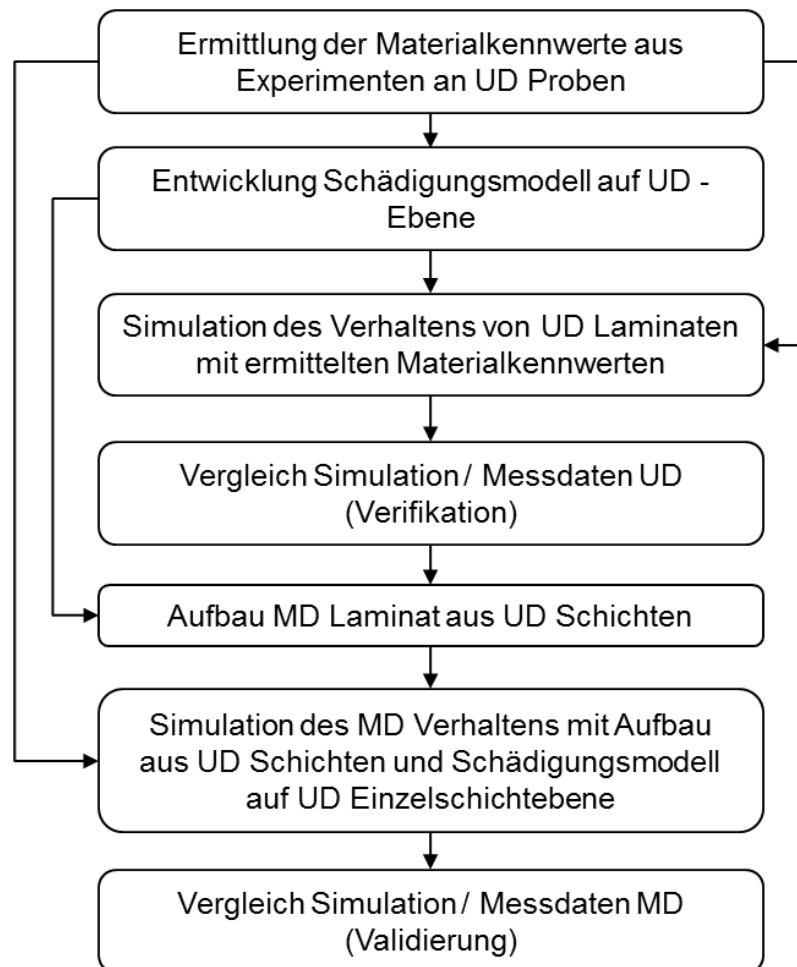


Abbildung 1.2: Ablauf Ermittlung MD Verhalten aus UD Einzellagen

## 1.2. Ziele und Aufbau der Arbeit

Die Schadensentwicklung von Faserverbunden mit linearer Degradation ist für den räumlichen Beanspruchungszustand bisher nicht umgesetzt. Viele Ansätze benutzen die Ply - Discount Methode, andere wie beispielsweise Wang et al. [5] nutzen einen Ansatz, der auf der exponentiellen, nichtlinearen Degradation (siehe Abbildung 2.7) aufbaut. Überprüft wird, ob mit einem einfachen, linearen Ansatz für die Materialdegradation eine hinreichend genaue Methode erstellt werden kann, um das Verhalten der UD Schicht, besonders im Entfestigungsbereich, simulieren zu können. Mit diesem Ansatz soll das Verhalten von MD

Laminaten, erstellt aus UD Schichten, ebenfalls dargestellt werden. Die programmierte Routine ergänzt somit die vorhandenen Funktionen in ABAQUS, mit denen die Schädigung eines ebenen Spannungszustandes simuliert werden können.

Das Modell wird als Fortranroutine umgesetzt und als benutzerspezifisches Material (UMAT) in die Spannungsberechnung mit ABAQUS eingebunden. Es ersetzt die vorimplementierten Materialgleichungen. Dieses Programm nutzt für die Schadensinitiierung das Kriterium nach Hashin [6], da dieses eine Unterscheidung zwischen Faser – und Matrixschädigung trifft.

Nach dieser Einleitung folgt eine kurze Erläuterung der theoretischen Grundlagen, welche nötig sind, um das Schädigungsverhalten in ABAQUS zu implementieren. Die Umsetzung der Ansätze ist in Kapitel 3 zu finden. Die Auswertung der Ergebnisse, der Vergleich mit Versuchsdaten sowie die Diskussion der Ergebnisse findet in Kapitel 4 statt. Zuletzt folgen eine Zusammenfassung sowie ein Ausblick.

## **2. Theoretische Grundlagen**

Das implementierte Materialverhalten baut auf den Grundlagen der Faserverbundwerkstoffe, der Schädigung, der Finiten Elemente Methode (FEM) und der numerischen Mathematik auf. Diese sollen im Folgenden kurz erläutert werden.

### **2.1. Einführung in die Theorie der Faserverbundwerkstoffe**

Verbundwerkstoffe bzw. Faserverbundwerkstoffe setzen sich aus mindestens zwei verschiedenen Werkstoffen zusammen. Ein typischer Verbundwerkstoff ist beispielsweise Stahlbeton. Glas- und kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe stellen Vertreter der Faserverbundwerkstoffe dar. Im Leichtbau finden vor allem die Faserverbunde große Verwendung, aufgrund ihrer hohen spezifischen Festigkeiten und Steifigkeiten. Faserverbundmaterialien bestehen aus zwei Anteilen, den Fasern und der Matrix. Jede Komponente übernimmt hierbei andere Aufgaben. Während die Fasern, aufgrund der höheren Steifigkeiten und Festigkeiten, vor allem die Lasten tragen, dient die Matrix zum Schutz, Stabilisierung und der Positionshaltung der Fasern sowie der Lasterübertragung zwischen diesen. Da die Filamente in Querrichtung meist deutlich schlechtere Materialeigenschaften aufweisen als in Längsrichtung, muss die Matrix vor allem bei Querbeanspruchung die Lasten aufnehmen [3].

Faserverbundwerkstoffe haben hervorragende strukturmechanische Eigenschaften bei einer sehr geringen Dichte. Im Gegensatz zu vielen metallischen Werkstoffen, wie Stahl oder Aluminium, weisen FVK ein richtungsabhängiges Verhalten auf. Das heißt, dass unterschiedliche Materialeigenschaften in verschiedenen Richtungen des Materials vorliegen. Dieses Verhalten ermöglicht es, Faserverbundwerkstoffe auf die zu erwartende Belastung auszulegen [3].

Ein Bauteil besteht meist aus mehreren Faserverbundsichten [3]. Mit jeder Schicht kann die Richtung der Fasern variiert werden, wodurch jedes Laminat andere mechanische Eigenschaften aufweist. Der Begriff „unidirektional“ (UD) beschreibt Schichten und Lamine, in welchen Fasern nur in eine Richtung orientiert sind. Multidirektionale (MD) Lamine haben Schichten mit verschiedenen Faserorientierungen. Die resultierenden mechanischen Eigenschaften können mithilfe der „klassischen Laminattheorie“ (CLT) [3] bestimmt werden. Typische Schichtreihenfolgen sind z.B. das Kreuzlaminat mit einer  $[0/90/0]$  Reihenfolge, bzw. das quasiisotrope Laminat mit einem  $[0/90/+45/-45]_s$  Aufbau. Abbildung 2.1 zeigt ein Beispiel für ein solches Laminat [3].

Faserverbundwerkstoffe haben gegenüber Metallen sowohl Vorteile, als auch einige Nachteile, welche im Folgenden aufgezeigt werden sollen. Verschiedene Vorteile der Faserverbunde gegenüber Metallen sind [7]:

- Hohe spezifische Festigkeit und Steifigkeit
- Gutes Ermüdungsverhalten
- Hohe Resistenz gegen Umwelteinflüsse

Als Nachteile sind vor allem die folgenden Punkte zu nennen [7]:

- Schwieriges Recycling
- Schädigungen innerhalb des Laminats (aufgrund Impact etc.) sind schwer zu erkennen
- Hohe Materialkosten

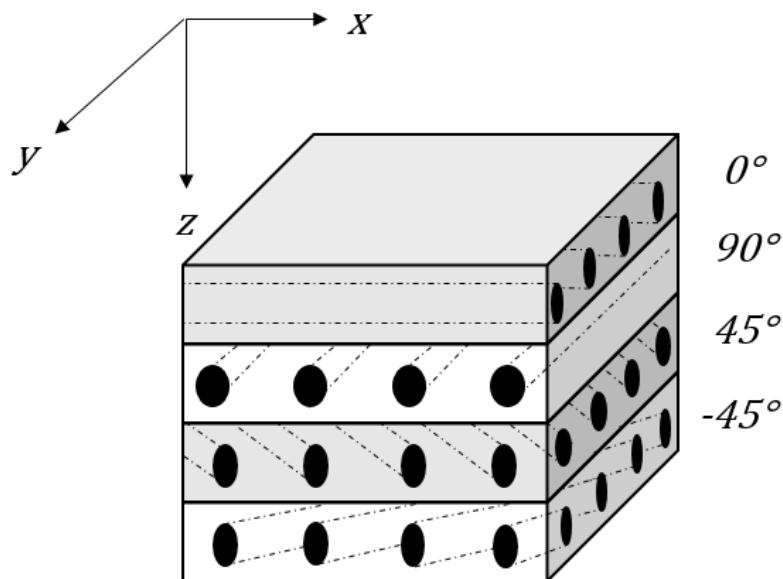


Abbildung 2.1: Quasiisotropes Laminat (Darstellung einer Symmetriehälfte)

### 2.1.1. Materialkonstanten der UD – Schicht

Eine mikromechanische Betrachtungsweise zeigt, dass innerhalb einer UD – Schicht ein inhomogener Beanspruchungszustand vorliegt, wodurch die Berechnung sehr komplex wird. Um diesen Effekt zu umgehen, wird eine makromechanische Betrachtung der UD Schicht gewählt, wodurch die Schicht als homogenes Kontinuum angesehen werden kann. Die innerhalb der einzelnen Fasern und der Matrix vorliegenden Spannungen werden nicht mehr aufgelöst. Die Fasern (und auch die spätere Schädigung, wie in Kapitel 2.2.4 gezeigt) werden „verschmiert“ betrachtet [3]. Weitere Nachteile einer mikromechanischen Betrachtungsweise stellen die hohen Rechenkosten sowie die langen Rechenzeiten dar [5]. Zur Vereinheitlichung wird von einem Koordinatensystem in 1,2 und 3 Richtung statt der kartesischen Koordinatensysteme in X, Y und Z Richtung gesprochen.

In der Arbeit wird ein 3D – Belastungszustand angenommen. Es liegt kein ebener Spannungs – oder Dehnungszustand vor. Drei Normal - und drei Schubspannungen bilden den räumlichen Spannungszustand, welcher in Abbildung 2.2 an einem unidirektionalen

Körper dargestellt ist. Eine Belastung in Richtung 1 stellt eine faserparallele Beanspruchung  $\sigma_{\parallel}$  dar, wohingegen Normalspannungen  $\sigma_{\perp}$  in 2 bzw. 3 Richtung durch eine Belastung quer zu den Fasern entstehen.  $\tau_{\perp\perp}$  Schubspannungen werden durch Belastungen in 13 bzw. 12 Richtung erzeugt, Belastungen in 23 Richtung erzeugen eine  $\tau_{\perp\perp}$  Schubspannung [3]. Die Materialkennwerte in Quer – bzw. Dickenrichtung werden als gleich angenommen. Bei den Normalspannungen wird außerdem eine Unterscheidung zwischen Zug – und Druckbeanspruchung getroffen. Das Symbol + kennzeichnet hierbei eine Zugbeanspruchung, ein – stellt hingegen eine Druckbeanspruchung dar. Diese Unterscheidung entfällt für die Schubspannungen, da diese richtungsunabhängig sind. Aufgrund von Momentengleichheit (bzw. Drallbilanz) können die Schubspannungen  $\tau$  (2.1) gleichgesetzt werden. Abbildung 2.2 veranschaulicht diesen räumlichen Spannungszustand [3].

$$\begin{aligned}\tau_{12} &= \tau_{21} \\ \tau_{13} &= \tau_{31} \\ \tau_{23} &= \tau_{32}\end{aligned}\quad (2.1)$$

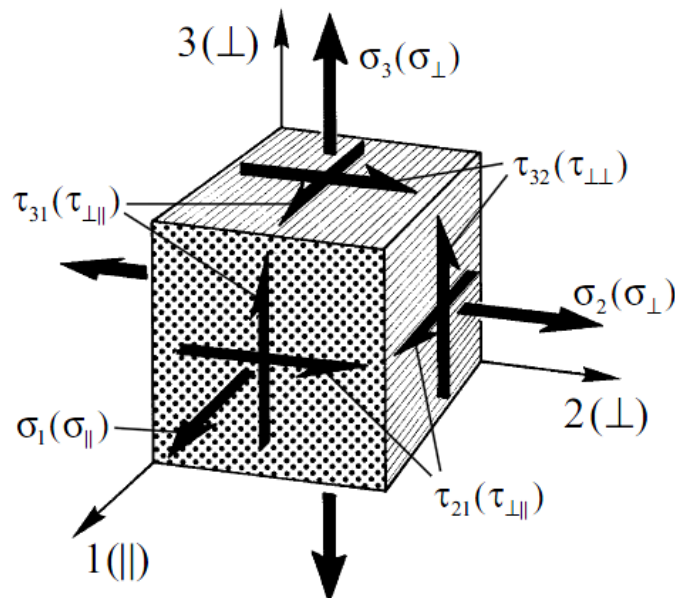


Abbildung 2.2: UD - Element mit räumlichem Spannungszustand [3]

Zur vollständigen Berechnung werden sechs verschiedene Elastizitätswerte benötigt:  $E_{11}, E_{22}, E_{33}, G_{12}, G_{13}, G_{23}$  [3].  $E$  ist hierbei der Elastizitätsmodul,  $G$  der Schubmodul, entsprechend der jeweiligen Richtungen.  $\nu_{12}, \nu_{21}, \nu_{13}, \nu_{31}, \nu_{23}, \nu_{32}$  sind die Querkontraktionszahlen. Die genaue Berechnungsweise der einzelnen Elastizitätsmodule und Querkontraktionszahlen aus den Faser – und Matrixkennwerten kann aus der VDI Richtlinie 2014 entnommen werden [8]. Aus diesen Werten ergibt sich dann der Steifigkeitstensor  $\mathcal{C}$  (2.4), über diesen sich dann die Spannungen durch Multiplikation mit den Dehnungen bestimmen lassen (siehe Formel (2.2)).

Die Beanspruchungen sind mit den entsprechenden Festigkeiten in Tabelle 2.1 dargestellt.  $X$  bzw.  $Y$  stehen dabei für die entsprechenden Festigkeitswerte bei Normalbeanspruchungen,  $S$  für die entsprechenden Werte bei Schubbeanspruchung [3].

*Tabelle 2.1: Beanspruchungen und dazugehörige Festigkeiten [3]*

	Beanspruchung	Festigkeiten
Zugbeanspruchung Faserrichtung	$\sigma_{\parallel}^+$	$X_T$
Druckbeanspruchung Faserrichtung	$\sigma_{\parallel}^-$	$X_C$
Zugbeanspruchung Querrichtung	$\sigma_{\perp}^+$	$Y_T$
Druckbeanspruchung Querrichtung	$\sigma_{\perp}^-$	$Y_C$
Schubbeanspruchung 12, 13	$\tau_{\parallel\perp}$	$S_{12}; S_{13}$
Schubbeanspruchung 23	$\tau_{\perp\perp}$	$S_{23}$

Da ein Laminat typischerweise aus mehreren Lagen mit unterschiedlichen Faserorientierungen aufgebaut ist, müssen die Eigenschaften der einzelnen Lagen mithilfe von Transformationsmatrizen auf ein globales, einheitliches Koordinatensystem bezogen werden. Mithilfe der klassischen Laminattheorie (CLT), kann das globale Verhalten des Verbundes bestimmt werden. Die CLT ist vor allem dann relevant, wenn effektive Eigenschaften des Laminats benötigt werden, z.B. bei der Verwendung von Schalenelementen in der FEM. Da in der vorliegenden Arbeit vorzugsweise Einzelschichten bzw. UD Laminat betrachtet werden, wird die CLT nicht genauer erläutert. Im MD Verbund werden die Einzellagen explizit modelliert. Dadurch wird die CLT nicht für den MD Verbund benötigt.

### 2.1.2. Verhalten der Einzelschicht

Das Hook'sche Gesetz beschreibt das linear – elastische Werkstoffverhalten einer UD – Schicht. Aufgrund der Orthotropie des Werkstoffs müssen die Steifigkeiten, Spannungen und Dehnungen in Vektoren bzw. Matrizen dargestellt werden. Die Darstellung erfolgt in Voigtscher Notation. Allgemein werden die Spannungen folgendermaßen berechnet:

$$\sigma = \mathbf{C} : \varepsilon \quad (2.2)$$

$\varepsilon$  entspricht dem Dehnungstensor, während  $\mathbf{C}$  den Steifigkeitstensor darstellt.  $\sigma$  entspricht dem Spannungstensor.

$C$  besteht im Allgemeinen aus insgesamt 21 Komponenten, die unabhängig voneinander sind [9]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ s & y & m & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Aufgrund der Orthotropie der UD Schicht vereinfacht sich das Hook'sche Gesetz. Diese Materialeigenschaft bedeutet, dass drei senkrecht zueinander stehende Symmetrieebenen vorhanden sind. Dabei sind die Dehnungen entkoppelt von den Schubspannungen, sowie die Normalspannungen von den Schiebungen [3]. Daraus ergeben sich 9 Kennwerte bzw. Komponenten des Tensors [7, 9].

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ s & y & m & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Die einzelnen Komponenten können folgendermaßen berechnet werden [7, 9]:

$$\begin{aligned} C_{11} &= [(1 - \nu_{23}\nu_{32})E_{11}]/\Delta & C_{12} &= [(\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13})E_{22}]/\Delta & C_{44} &= G_{12} \\ C_{22} &= [(1 - \nu_{13}\nu_{31})E_{22}]/\Delta & C_{13} &= [(\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23})E_{33}]/\Delta & C_{55} &= G_{13} \\ C_{33} &= [(1 - \nu_{12}\nu_{21})E_{33}]/\Delta & C_{23} &= [(\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13})E_{33}]/\Delta & C_{66} &= G_{23} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Mit

$$\Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} - 2\nu_{21}\nu_{13}\nu_{32} \quad (2.6)$$

Einige Materialien können auch als transversal isotrop angenommen werden. Dabei sind die Eigenschaften in 2 – und 3 Richtung identisch [3].

$$\begin{aligned} E_{22} &= E_{33} \\ G_{12} &= G_{13} \\ \nu_{12} &= \nu_{13} \\ G_{23} &= \frac{E_{22}}{2(1 + \nu_{23})} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Aus dem Steifigkeitstensor ergibt sich über Invertierung der Nachgiebigkeitstensor  $D$ . Mithilfe von  $D$  können die Dehnungen durch Multiplikation des Tensors mit den Spannungen berechnet werden [3].

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\nu_{12} & -\nu_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{21}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & \frac{-\nu_{23}}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{31}}{E_{11}} & \frac{-\nu_{32}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

### 2.1.3. Experimentelle Ermittlung der Materialkennwerte

Experimentell ermittelte Festigkeits- sowie Versagensdehnungen werden für die Kalibrierung und Validierung der Simulationen der Schadensentwicklung benötigt [3]. Das Fraunhofer IWM stellt dafür Versuchsdaten zur Verfügung.

Insgesamt liegen vier verschiedene Versuchsreihen für die Charakterisierung der UD – Schicht vor. Die Probengeometrie für die Zugversuche in Faserrichtung, sowie quer zur Faserrichtung stammen aus der DIN EN ISO 527-4 [10] für den MD Verbund und aus der DIN EN ISO 527-5 [11] für den UD Verbund. Ein Unterschied liegt zwischen den Proben bei der Faserorientierung vor. Zum einen werden Proben mit Faserorientierung in Belastungsrichtung verwendet, zum anderen Proben mit Fasern quer zur Belastung. Die Geometrie ist dabei der folgenden Abbildung 2.3 zu entnehmen [12]. Für die Zugversuche quer zur Faserrichtung wird die Probenlänge nach ersten Versuchen auf 200 mm gekürzt, damit der untaillierte Bereich vollständig in der Einspannung liegt. Das verhindert einen Bruch außerhalb der Taillierung. Die Proben mit 90° Laminaten weisen zusätzlich eine Breite von 25 mm anstelle der 15 mm auf. Die Unterschiede sind nochmals in Tabelle 2.2 zusammengefasst.

Die Maße der getesteten Proben weisen teilweise starke Abweichungen im Gegensatz zu den der geforderten Normen auf. Die Proben haben beispielsweise eine Wölbung, aufgrund der Herstellung im Wickelprozess. Zur späteren Simulation werden perfekte Modelle aufgebaut, die genau die Maße aus Tabelle 2.2 besitzen. Für die Einspannung der Proben für den uniaxialen Zugversuch werden Keilspannzangen verwendet. Die Messung der Dehnungen erfolgt über einen Clip Gauge [12] und mithilfe des Maschinenweges. Bilder der Versuche sind im Anhang in Kapitel 7.1 zu finden.

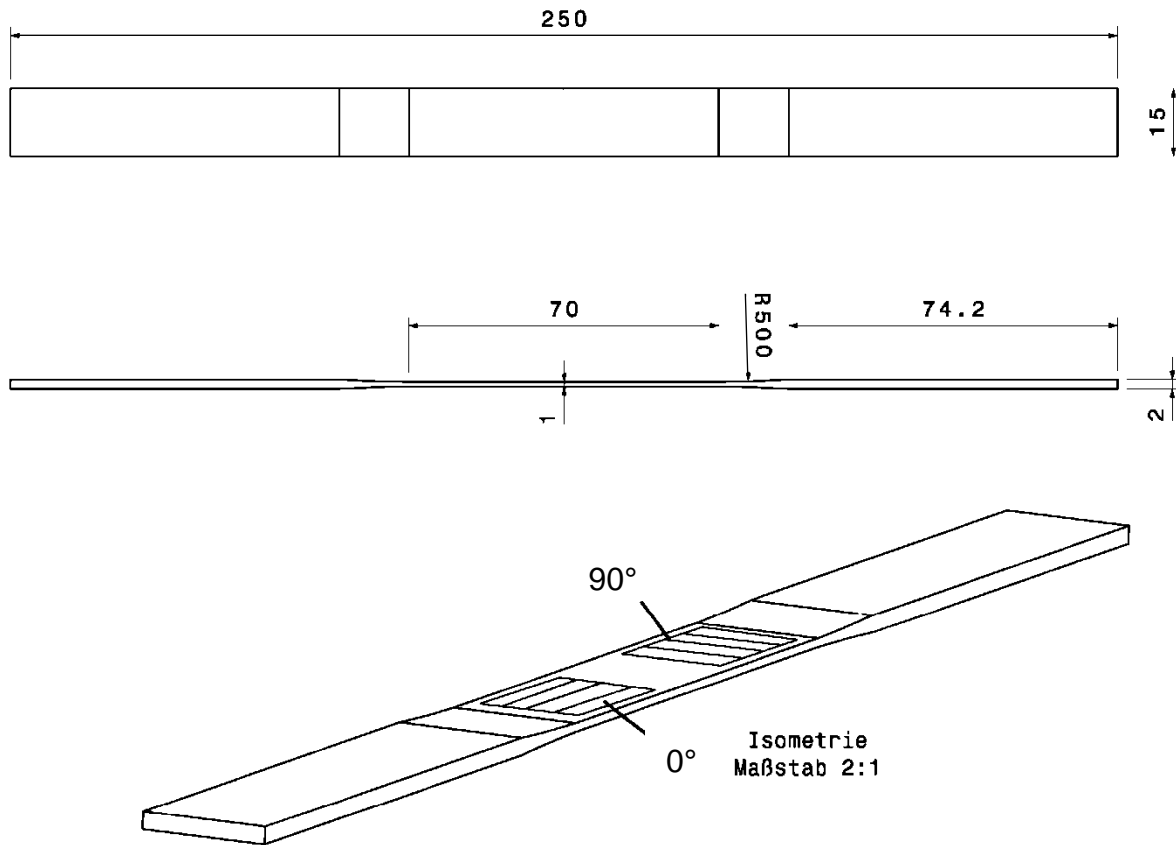


Abbildung 2.3: Zugprobe - Geometrie

Tabelle 2.2: Geometrische Eigenschaften Zugprobe

	0° Probe	90° Probe
Länge [mm]	250	200
Breite [mm]	15	25
Dicke im taillierten Bereich [mm]	1	1

Die Probengeometrie für Drucktests ist an den Vorschriften der DIN EN ISO 14126 [13] orientiert. Diese Proben werden mit idealer Geometrie in ABAQUS aufgebaut und simuliert. Für die Versuche Druck in Faserrichtung bzw. quer dazu werden die gleichen Geometrien verwendet, siehe Abbildung 2.4. Bilder zu den Versuchen sind im Anhang in Kapitel 7.1 einzusehen.

Die Versuche der MD Proben orientieren sich an den Normen DIN EN ISO 527 – 4 [10] für Zug und DIN EN ISO 14126 [13] für Druckbelastung.

Das Fraunhofer IWM weist darauf hin, dass während der Versuchsdurchführung einige Schwierigkeiten aufgetreten sind. Folgende Punkte haben einen Einfluss auf die Versuche und somit auch auf die Genauigkeit der Daten:

- Probengeometrie nicht im Toleranzbereich
- Variation der Probenlänge
- Wölbung der Probe aufgrund Herstellung in Wickelprozess
- Versagen durch Stauchung an Stirnenden bei Druck in Faserrichtung (Abbildung 7.1)

Nachdem die Ermittlung der Materialdaten sowie die grundlegenden mechanischen Ansätze von Verbunden dargestellt wurden, folgt ein kurzer Einblick in das Thema der Materialschädigung.

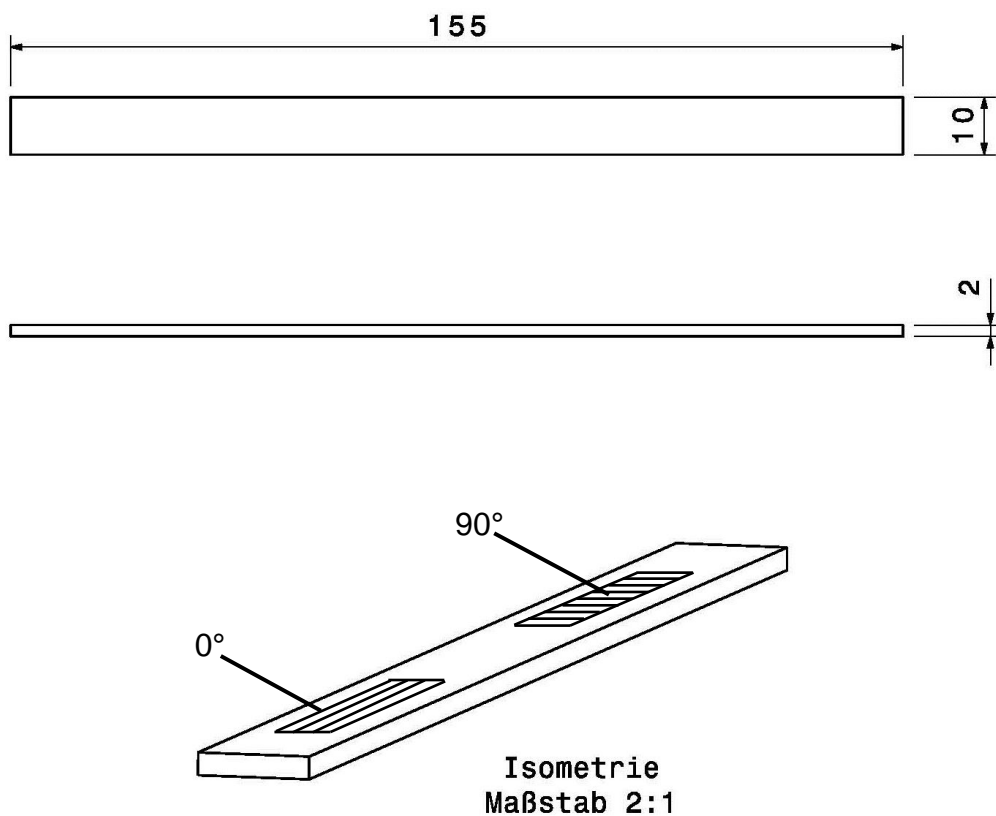


Abbildung 2.4: Druckprobe – Geometrie [14]

## 2.2. Schädigung

Da sich diese Arbeit besonders mit der Schädigung bzw. dem Schädigungsverhalten von Faserkunststoffverbunden beschäftigt, sollen die wichtigsten Ansätze für Schadensentwicklung sowie Formen des Versagens im Faserverbundbereich aufgezeigt werden.

Kleinste Schädigungen im Verbund, wie beispielsweise Mikrorisse oder Faser – Matrix Ablösungen entstehen bereits sehr früh während einer Belastung. Konservative Modelle gehen davon aus, dass sobald der erste Schaden auftritt, das Material keine weiteren Lasten mehr tragen kann. Das sind die sogenannten „Ply – Discount Modelle“. Dies führt teilweise zu Strukturen, die für die vorhandenen Belastungen überdimensioniert sind.

Die Schadensentwicklung bei Faserverbundwerkstoffen ist nicht so leicht vorhersehbar, wie es bei zum Beispiel bei Metallen der Fall ist. Meist tritt eine diffuse Schädigung auf, d.h. Mikrorisse und andere Schädigungen entstehen an verschiedenen Stellen im Laminat und der Einzelschicht. Diese Schädigungen wachsen anschließend und verbinden sich zu größeren Rissen. Delaminationen entstehen dabei innerhalb eines Laminats zwischen den Einzelschichten. Unter Delaminationen wird das Ablösen einzelner Schichten voneinander verstanden. Wenn die Schädigungen zu groß werden und das Material einen großen Anteil seiner Tragfähigkeit verloren hat, tritt das Kompletversagen des Faserverbunds ein. Es sind kaum plastische Deformationen zu beobachten [15].

Im Allgemeinen tritt eine Schädigung des Faserverbundlaminats ein, sobald die Festigkeitsgrenze des Materials erreicht ist. Zur Ermittlung dieser Grenze gibt es einige verschiedene Versagenskriterien wie z.B. die Kriterien nach Tsai - Wu, Tsai – Hill, Puck oder Hashin. Die Bestimmung der Schadensinitiierung bzw. Versagensgrenze erfolgt in dieser Arbeit mit dem Modell nach Hashin, welches in Kapitel 2.2.3 genauer erklärt wird. Die weitere Schadensentwicklung folgt dann einem Energieansatz, wie er bereits in ABAQUS für ebene Belastungen implementiert ist. Diese Schadensentwicklung wird in Kapitel 2.2.2 beschrieben.

### 2.2.1. Schadens – und Versagensarten

Ein Faserverbundwerkstoff weist verschiedene Arten der Schädigung und des Versagens auf. Die wichtigsten Moden werden im folgenden Abschnitt erklärt.

Faser – Matrix Ablösung stellt eine typische Art der Schädigung dar. Dabei verlieren die Fasern die Haftung an der Matrix, wodurch vor allem die Fähigkeit zur Übertragung der Beanspruchungen zwischen Matrix und Fasern verloren geht. Entlang dieser Ablösungen entstehen Mikrorisse in der Matrix aufgrund von Spannungsüberhöhungen. Diese Mikrorisse wachsen mit Rissen an weiteren Faser – Matrix Ablösungen zusammen und bilden so einen Riss in der Matrix. Treffen die Risse während des Wachstums auf eine neue Schicht, so können diese an den Übergängen, aufgrund der sehr hohen, lokalen Spannung, Delaminationen initiieren [3]. Weitere typische Schädigungsformen sind:

- Faserbruch
- Ausknicken der Fasern bei Druckbelastung
- Fiber - Pull - Out

- Randdelaminationen
- Makrorisse in der Matrix

Aufgrund der beiden Systeme (Faser und Matrix) wird zwischen Faserbruch (FB) und Zwischenfaserbruch (Zfb) differenziert. Faserbruch ist ein Begriff für das Versagen der Fasern, welches hauptsächlich aufgrund hoher Belastungen in faserparalleler Richtung ( $\sigma_{\parallel}$ ) entsteht. Diese Versagensart stellt ein „nicht tolerierbares Versagen“ dar. Belastungen können sowohl in Form von Zug - sowie Druckspannungen auftreten. Bei Zugbeanspruchung reißen die Fasern, bei Druckbeanspruchungen versagen die Fasern aufgrund von Stabilitätsproblemen. Die zweite Versagensart, Zwischenfaserbruch, tritt zwischen den Fasern in der Matrix bzw. der Grenzfläche auf. Zwischenfaserbrüche können sowohl kohäsiv als auch adhäsiv auftreten [3]. Adhäsiv umschreibt einen Zfb entlang der Faser - Matrix Grenzfläche, kohäsiv wiederum umschreibt einen Bruch, welcher nur innerhalb der Matrix auftritt. Zwischenfaserbrüche entstehen häufiger und früher als Faserbrüche aufgrund der geringeren Festigkeit der Matrix. Da die Matrix nur geringe Belastungen tragen kann, können Zfb teilweise bis zu einer gewissen Grenze toleriert werden [3]. Führen Zfb z.B. zum Faserbruch aufgrund von lokalen Spannungsspitzen, stellen diese kein zulässiges Versagen dar. Aufgrund von Lastumlagerungen bei Zwischenfaserbruch und damit verbundenen Spannungsüberhöhungen, ist es möglich, dass auch Faserbrüche entstehen, welche zu einem Versagen des Materials führen [16]. Versagensformen der UD – Schicht werden in Abbildung 2.5 für die entsprechenden Belastungen ( $\sigma_{\perp}^{+}, \sigma_{\perp}^{-}, \tau_{\parallel\perp}, \tau_{\perp\perp}$ ) dargestellt.

### 2.2.2. Schadensentwicklung

In Faserverbunden ist eine Schadensakkumulation bzw. Schadenswachstum zu beobachten, bevor ein strukturelles Materialversagen auftritt. Diese Schadensentwicklung soll kurz dargestellt werden [5].

Hinsichtlich der Schädigung von Faserverbundwerkstoffen sind diese als sehr spröde einzuschätzen. Anders als bei Metallen wie Stahl oder Aluminium, tritt das Versagen nach Erreichen der Zugfestigkeit sehr plötzlich ein. Es ist keine Einschnürung, kein Fließen und keine Lüdersdehnung o.ä. zu beobachten [3].

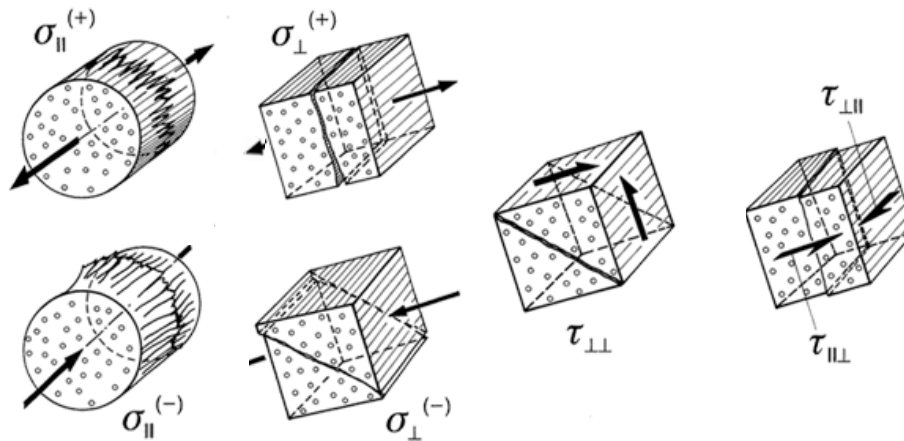


Abbildung 2.5: Versagensformen der UD - Schicht [17]

Die Abbildung 2.6 zeigt eine typische Schadensentwicklung in einem MD – Verbund über der Bauteillebensdauer. Man kann diese Entwicklung in drei Bereiche teilen:

- Bereich 1: beginnende Faser - Matrix Ablösung, Mikrorisse, Erreichen des Characteristical Damage State (CDS, charakteristisches Schadensmuster)
- Bereich 2: Delaminations – und Risswachstum
- Bereich 3: Bruch, Versagen

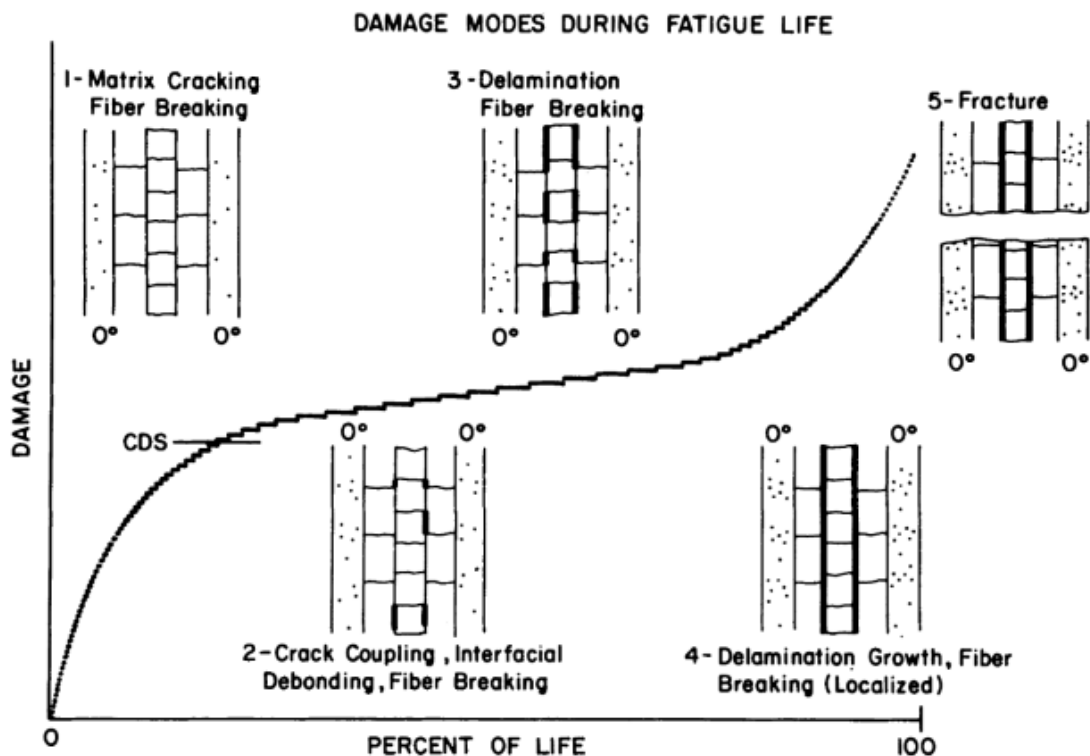


Abbildung 2.6: Schadensentwicklung [18]

Die Schadensentwicklung von Faserverbundwerkstoffen kann laut Reifsnider [18] folgendermaßen beschrieben werden: Im ersten Bereich lösen sich die Fasern partiell von

der Matrix ab. Es entstehen Mikrorisse im Laminat. Wenn die Mikrorisse voll ausgebildet sind, ist der Characteristical Damage State (CDS) erreicht. Er ist vergleichbar mit dem Beginn eines Risses in einem isotropen Material. In diesem Bereich ist ein starker, exponentieller Abfall des E-Moduls zu beobachten, da aufgrund der Risse im Laminat die Steifigkeit stark abnimmt. Auch bei quasistatischer Belastung können diese Risse wachsen und zum Versagen des Bauteils führen [5]. Im zweiten Bereich sinkt der E-Modul schwach linear. Im Laminat findet ein Delaminations- und Risswachstum statt, welches sich kaum auf die makroskopischen Eigenschaften auswirkt. Im dritten Bereich setzt das plötzliche Versagen aufgrund von Faserbrüchen, Delaminationen etc. ein.

### 2.2.3. Versagensmodell nach Hashin

In ABAQUS ist das Versagenskriterium nach Hashin [6] für Belastungen bzw. Schädigungen innerhalb einer Ebene implementiert. Wie bereits erwähnt, ist die Bestimmung der Spannungen in Faserverbundwerkstoffen auf Mikroebene sehr komplex, deswegen werden die Spannungen auf Schichtebene berechnet. Die verschiedenen Versagensmoden müssen beachtet werden, um die Schädigung realitätsnah darstellen zu können. Wie Hashin herausstellt, ist es nicht möglich, eine Formel zu erstellen, die alle Schädigungsarten beinhaltet. Deswegen trennt er die Schädigung in Faser - und Matrixschaden auf, im Gegensatz zu z.B. Tsai – Wu, welche keine Unterscheidung zwischen den verschiedenen Schadenstypen treffen. Hashin benutzt eine Theorie, die der Bestimmung eines Materialausnutzungsgrades ähnelt. Vorliegende Spannungen bzw. Kombinationen von Spannungen (Normal – und Schub) werden mit entsprechenden Festigkeiten verglichen. Ist dieser Vergleichswert größer oder gleich 1, beginnt die Schädigung. Schaden tritt ein, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind [6].

- Für den Faserzug Mode  $\sigma_{11} > 1$  gilt:

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \alpha \frac{(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2)}{S_{12}^2} \geq 1 \quad (2.9)$$

Mit Hilfe von  $\alpha$  kann dabei der Anteil der Schubspannung am Faserzugkriterium gesteuert werden. Im Fall des Kriteriums nach Hashin [6] wird  $\alpha = 1$  gesetzt [16]. Dies gilt auch für die später eingeführten äquivalenten Dehnungen. Mit dieser Annahme liefert die UMAT konservative Ergebnisse. Der Einfluss der Schubspannungen  $\sigma_{12}$  und  $\sigma_{13}$  wird somit vollständig abgebildet und als nicht zu vernachlässigen betrachtet.

- Für Druckbelastung in Faserrichtung ( $\sigma_{11} < 1$ ) wird das folgende Kriterium angewendet:

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_C}\right)^2 \geq 1 \quad (2.10)$$

- Im Falle des Matrixversagens unter Zug ( $\sigma_{22} + \sigma_{33} \geq 1$ ) muss nachstehende Bedingung gelten:

$$\left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_T}\right)^2 + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_{23}^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S_{12}^2} \geq 1 \quad (2.11)$$

- Belastung der Matrix unter Druckbeanspruchung ( $\sigma_{22} + \sigma_{33} < 1$ ) wird durch folgende Formulierung abgebildet:

$$\left[\left(\frac{Y_C}{2S_{23}}\right)^2 - 1\right] \left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_C}\right) + \frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{4S_{23}^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_{23}^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S_{12}^2} \geq 1 \quad (2.12)$$

$X, Y$  und  $S$  stellen dabei die Festigkeiten dar,  $\sigma_{mn}$  die jeweiligen Spannungen.

Das Versagensmodell nach Hashin wird nur für die Bestimmung des Schadensbeginns verwendet. Mithilfe eines Modells für die progressive Schadensentwicklung kann das weitere Verhalten des Materials ermittelt werden. Das nächste Kapitel erläutert diesen Ansatz.

#### 2.2.4. Degradation der Materialparameter

Das mechanische Verhalten der Lamine nach der Schädigung lässt sich mithilfe einer Degradationsanalyse ermitteln. Degradation bedeutet, dass sowohl die Steifigkeiten als auch die Festigkeiten nach Schadensinitiierung und mit zunehmender Belastung abnehmen. Faser – und Matrixrisse werden in der Degradationsanalyse nicht einzeln auf Mikroebene betrachtet, vielmehr wird eine verschmierte Schädigung verwendet. Dabei nehmen die makroskopischen Eigenschaften aufgrund der Schädigung kontinuierlich ab [3]. Die Abbildung 2.7 zeigt mögliche Degradationsverläufe von Faserverbundwerkstoffen. Im ungeschädigten Bereich steigt die Spannung über der Dehnung linear an, die Steifigkeit des Materials ändert sich dabei nicht. Sobald die Festigkeit  $R$  erreicht ist, tritt Schädigung auf. Aufgrund dieser verliert das Material an Steifigkeit. Mit zunehmender Dehnung wachsen auch die Schädigungen. Die Eigenschaften des Faserverbundwerkstoffs degradieren und dieser kann weniger Last tragen. Wenn die Versagensdehnung  $\varepsilon^f$  erreicht ist, ist der Verbund komplett geschädigt und kann keine Lasten mehr aufnehmen.

Es gibt verschiedene Modelle, die den Verlauf im geschädigten Bereich abbilden. Der einfachste Ansatz ist das „Ply – Discount“ Modell. Dabei wird davon ausgegangen, dass sobald ein Schaden auftritt, die Schicht die komplette Steifigkeit verliert und keine Lasten mehr aufnehmen kann. Dieser Ansatz ist sehr konservativ. Es lässt sich damit das Versagen sehr grob abschätzen [5]. Im Gegensatz zu diesem Modell stellt die graduelle

Entlastung eine Methode dar, welche Tragreserven nach Schadensinitiierung berücksichtigt. Hier kann noch zwischen einer linearen und einer nichtlinearen Entlastung unterschieden werden. Mithilfe der graduellen Entlastung können die mechanischen Eigenschaften des FVK besser berücksichtigt werden als mit der Ply – Discount Methode, da eine Reststeifigkeit und Restfestigkeit nach beginnender Schädigung angenommen wird.

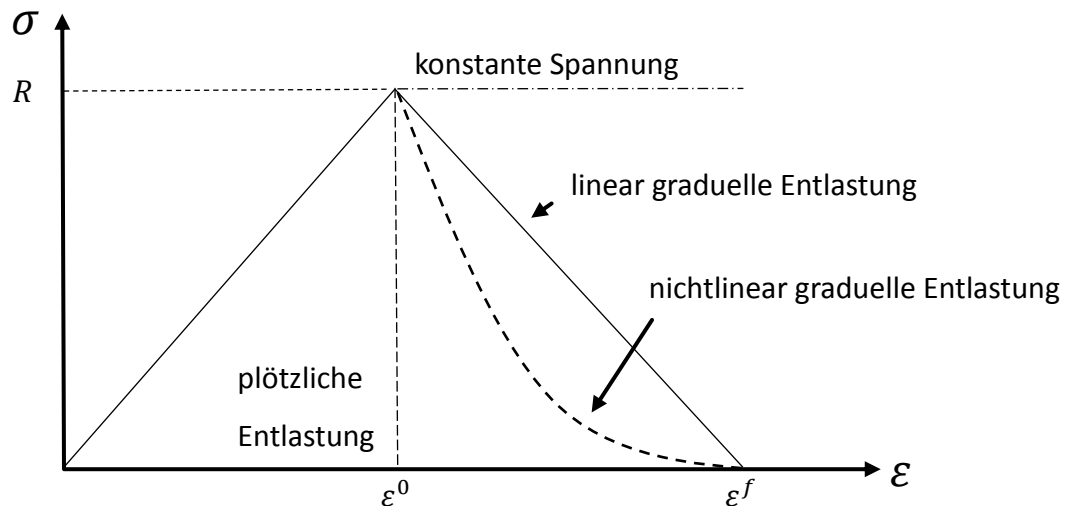


Abbildung 2.7: Verschiedene Degradationsverläufe [19]

Um die effektiven Cauchy Spannungen  $\hat{\sigma}$  bei Schädigung zu berechnen, schlägt Matzenmiller [15] folgenden Ansatz vor:

$$\hat{\sigma} = \mathbf{M} : \sigma \quad (2.13)$$

Die Voigtsche Notation wird genutzt um die Spannungen darzustellen:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{11} \\ \hat{\sigma}_{22} \\ \hat{\tau}_{12} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Der Schädigungstensor  $\mathbf{M}$  beinhaltet die internen Variablen, die benutzt werden um den Schaden zu beschreiben [5, 15]:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{1-d_f} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-d_m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-d_s} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Dieser Ansatz gilt für den ebenen Spannungszustand und muss auf den räumlichen Spannungszustand erweitert werden. Die effektiven Spannungen berechnen sich daraus folgendermaßen [5]:

$$\begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{11} \\ \hat{\sigma}_{22} \\ \hat{\sigma}_{33} \\ \hat{\tau}_{12} \\ \hat{\tau}_{13} \\ \hat{\tau}_{23} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-d_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{1-d_m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{1-d_m} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{1-d_s} & 0 & 0 \\ & s & y & m & \frac{1}{1-d_s} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{1-d_m} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

$d_f$  entspricht der Faserbruchschädigung,  $d_m$  stellt eine Schädigung der Matrix dar und  $d_s$  zeigt eine Schädigung der Schubkennwerte auf. Die Schädigungsparameter stellen im Allgemeinen nach Matzenmiller [15] das Verhältnis der Änderung der aufgrund von Schädigung verlorenen Fläche  $dA$  zur Ausgangsfläche  $dS_0$  dar. Die Parameter und Flächen sind immer auf die entsprechenden Richtungen bezogen:

$$d = \frac{dA}{dS_0} \quad (2.18)$$

In ABAQUS ist die Vorschrift (2.19) zur Berechnung der Variablen  $d$  für den Fall der linearen Entlastung im zweidimensionalen Raum implementiert. ABAQUS verwendet dafür die Formulierung, die auch Lapczyk einsetzt [9, 20, 21]:

$$d = \frac{\delta_{eq}^f (\delta_{eq} - \delta_{eq}^0)}{\delta_{eq} (\delta_{eq}^f - \delta_{eq}^0)} \quad (2.19)$$

$\delta_{eq}$  stellt die äquivalenten Verschiebungen bezüglich des aktuellen Belastungszustands dar,  $\delta_{eq}^f$  und  $\delta_{eq}^0$  sind die Verschiebungen bei Erreichen der Festigkeit bzw. bei Totalversagen. In der vorliegenden Arbeit werden die Schadensparameter  $d$  nach dem Ansatz (2.20) bestimmt. Im Unterschied zur Formulierung (2.19) gibt es keine Multiplikation der äquivalenten Dehnungen mit der charakteristischen Elementlänge und somit keine äquivalenten Verschiebungen. Mit diesen Verschiebungen sollen numerische Probleme, die bei der Degradationssimulation auftreten (wie z.B. Snap Back Effekt), umgangen werden. Es entsteht dadurch eine netzunabhängige Lösung. Netzunabhängigkeit kann auch mithilfe der viskosen Regularisierung erreicht werden [22]. Daraus ergibt sich für die Berechnung der Schädigungsparameter folgende Formulierung:

$$d = \frac{\varepsilon_{eq}^f (\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{eq}^0)}{\varepsilon_{eq} (\varepsilon_{eq}^f - \varepsilon_{eq}^0)} \quad (2.20)$$

Für die Bestimmung der Schädigungsparameter  $d_f$  und  $d_m$  werden jeweils äquivalente Dehnungen verwendet. Mithilfe dieser Dehnungen soll ein imaginärer, eindimensionaler Spannungsfall aus dem dreidimensionalen Spannungsfall erzeugt werden. Somit fließen auch die Spannungen anderer Richtungen mit in die Bewertung der Materialausnutzung ein. Zur Bestimmung dieser Dehnungen finden laut ABAQUS Manual [9, 20] folgende Formulierungen Verwendung. Für Faserzugbelastung ergibt sich:

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\langle \varepsilon_{11} \rangle^2 + \gamma_{12}^2} \quad (2.21)$$

Für Faserdruck ist folgende Dehnung gültig:

$$\varepsilon_{eq} = \langle -\varepsilon_{11} \rangle \quad (2.22)$$

Im Fall von Matrixzugbelastung gilt:

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\langle \varepsilon_{22} \rangle^2 + \gamma_{12}^2} \quad (2.23)$$

Für Matrixdruckbelastung ergibt sich:

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\langle -\varepsilon_{22} \rangle^2 + \gamma_{12}^2} \quad (2.24)$$

Die Klammern  $\langle \ \rangle$  stellen dabei den Macaulay Operator dar, für den  $\langle x \rangle = \frac{1}{2}(x + |x|)$  gilt [16]. Die äquivalenten Dehnungen für den dreidimensionalen Fall sind in Kapitel 3 zu finden.

Der Parameter  $d_s$  stellt eine abhängige Variable dar. In ABAQUS wird die Variable für Schubschädigung nach folgender Vorschrift berechnet [9]:

$$d_s = 1 - (1 - d_f^t)(1 - d_m^c)(1 - d_m^t)(1 - d_m^c) \quad (2.25)$$

$t$  und  $c$  stehen hierbei für die „Tension“ und „Compression“, also eine Beanspruchung des Materials auf Zug oder Druck. Die Bestimmung der Schubschädigungsvariable führt allerdings teilweise zu schlechten Ergebnissen, da die Formulierung nicht physikalisch basiert ist. Williams et al. [23] haben dieses Problem ebenfalls erkannt und schlagen deshalb einen anderen Ansatz zur Berechnung der Schädigungsvariable vor, welcher bessere Ergebnisse erzielt. Dieser Ansatz findet auch in der vorliegenden Arbeit Verwendung, aber dieser ist ebenfalls nicht physikalisch basiert. Williams et al. zeigen aber, dass Formulierung (2.26) plausiblere Ergebnisse als beispielsweise Formel (2.25) liefert.

$$d_s = \sqrt{d_f^2 + d_m^2 + d_f d_m} \quad (2.26)$$

Damit ergibt sich der geschädigte Steifigkeitstensor  $\mathbf{C}_d$  im ebenen Fall zu [20]:

$$\mathbf{C}_d = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} (1-d_f)E_{11} & (1-d_f)(1-d_m)v_{21}E_{11} & 0 \\ (1-d_f)(1-d_m)v_{12}E_{22} & (1-d_m)E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & (1-d_s)G\Delta \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Mit

$$\Delta = 1 - (1-d_f)(1-d_m)v_{12}v_{21} \quad (2.28)$$

Die effektiven Spannungen ergeben sich aus der Multiplikation des geschädigten Steifigkeitstensors mit dem Dehnungsvektor:

$$\hat{\sigma} = \mathbf{C}_d : \varepsilon \quad (2.29)$$

Die Schadensentwicklung ist nur von den äquivalenten Dehnungen abhängig. Laut Barbero [16] kann dadurch jede Schädigung mittels einer eindimensionalen Spannungs – Dehnungsbeziehung dargestellt werden, wie beispielsweise in folgender Abbildung:

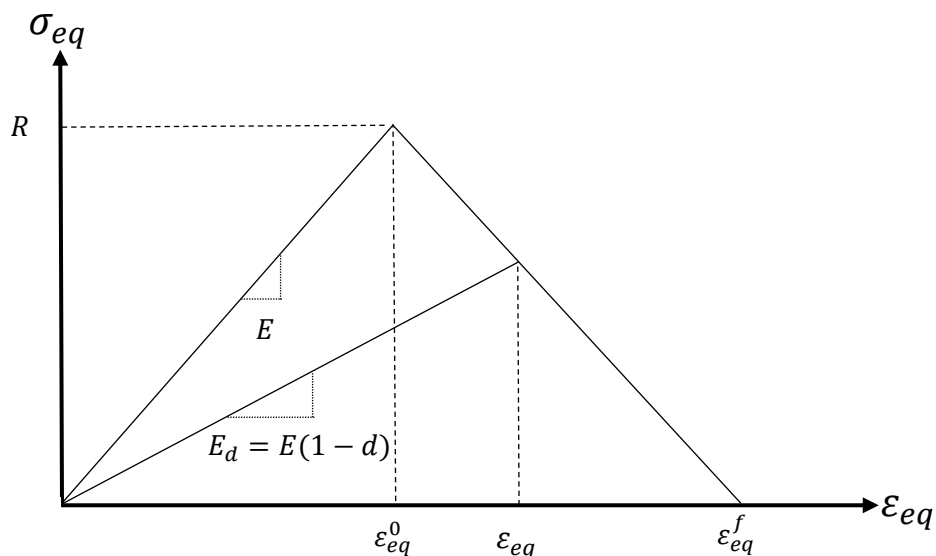


Abbildung 2.8: Spannungs - Dehnungsverlauf für lineare Degradation [16]

$\sigma_{eq}$  stellt hierbei die zugehörige, äquivalente Spannung dar.

### 2.2.5. Viskose Regularisierung

Die Simulation von Materialdegradation bringt häufig Konvergenzprobleme mit sich, die mit dem Auftreten negativer Eigenwerte in der Systemmatrix zusammenhängen. Mithilfe einer viskosen Regularisierung ist es möglich, diese zu lindern. Mithilfe der Regularisierung entsteht eine positiv definite Tangentenmatrix. Lapczyk benutzt zur Regularisierung eine viskose Schadensvariable  $d_l^v$  [20]:

$$\dot{d}_I^v = \frac{1}{\eta_I} (d_I - d_I^v) \quad (2.30)$$

$\eta_I$  stellt hierbei einen Viskositätskoeffizienten dar. Über diesen ist der Wert der Stabilisierung steuerbar.  $d_I^v$  ist die regularisierte Schädigungsvariable und  $I$  ist der entsprechende Mode. Lapczyk schlägt vor, den Viskositätsparameter im Vergleich zum Zeitinkrement möglichst klein zu halten. Diese Formulierung trägt zur besseren Konvergenz der Simulation im Bereich der Materialschädigung bei. Eine Studie zum Einfluss der Regularisierung auf das Konvergenzverhalten ist in Kapitel 4.2.2 zu finden.

## 2.3. Einführung in die Finite Elemente Methode (FEM)

Um das komplexe Materialverhalten von CFK inklusive Schädigung berechnen zu können, kommt die Methode der Finiten Elemente zum Einsatz. Diese wird im nachstehenden Kapitel beschrieben.

### 2.3.1. Finite Elemente Methode

Die Finite Elemente Methode (FEM) ist eine Möglichkeit, um anspruchsvolle, physikalische Anfangs – bzw. Randwertprobleme zu lösen. Neben den Einsatzbereichen wie der Strukturmechanik fallen auch Wärmeleitungs – sowie Strömungsprobleme in das Gebiet der FEM. Für viele nichtlineare Probleme gibt es keine geschlossene analytische Lösung. Numerische Methoden wie die FEM sind in der Lage, Lösungen für diese Probleme anzunähern. Nichtsdestotrotz ist es wichtig, die Ergebnisse anhand von Experimenten bzw. einfachen, analytischen Berechnungen zu prüfen und zu bewerten [24].

Die Finite Elemente Methode basiert auf dem Ansatz, das komplette Lösungsgebiet in verschiedene, kleine, finite Elemente zu unterteilen. Die Steifigkeit des Gesamtsystems wird durch die Summe der Elementsteifigkeiten beschrieben. Zusammen mit den Randbedingungen und Belastungen ergibt sich ein Gleichungssystem für das Gesamtsystem, das gelöst wird.

Die Modelle werden im Pre – Processor (z.B. ABAQUS/CAE, Hypermesh usw.) erstellt und vernetzt. Der Solver (ABAQUS/Standard, Nastran usw.) löst das Gleichungssystem. Diese Lösung führt auf die Verformungen bzw. Knotenverschiebungen, woraus sich über die Ansatzfunktionen die Spannungen ergeben. Im Post – Processor (ABAQUS/CAE, Hyperview etc.) können die Modelle ausgewertet werden. Dieser Prozess ist in der folgenden Abbildung 2.9 dargestellt [25]:

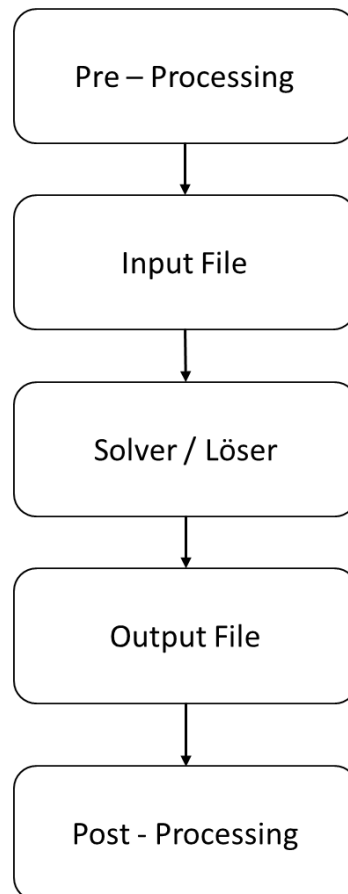


Abbildung 2.9: Prozess FEM [25]

### 2.3.2. Mathematische Grundlagen der nichtlinearen FEM

Prinzipiell baut die FEM auf der Vereinfachung auf, dass jedes Element als Feder angesehen werden kann. Daraus resultieren für die Elemente folgende Berechnungsvorschriften [26]:

$$F_e = K_e \cdot u_e \quad (2.31)$$

Wobei  $u_e$  den Vektor der Verschiebungen,  $F_e$  den Vektor der Kräfte und  $K_e$  die Steifigkeitsmatrix darstellen. Aus den Elementsteifigkeitsmatrizen wird die Steifigkeitsmatrix für das Gesamtsystem  $\bar{K}$  aufgebaut:

$$\bar{F} = \bar{K} \cdot \bar{u} \quad (2.32)$$

Dabei stellt  $\bar{F}$  den Vektor aller Knotenkräfte und  $\bar{u}$  den Vektor aller Knotenverschiebungen dar.

Eine FE - Berechnung kann entweder verschiebungs – oder lastgesteuert ablaufen. Dabei ist jeweils einer der Vektoren aus der oberen Formel vorgegeben. Durch die Steifigkeit

ergibt sich der jeweils andere Wert. Tiefer kann in die FEM z.B. mithilfe der Literatur von Bathe, Klein etc. [24, 25] eingestiegen werden.

### 2.3.3. Newton – Raphson Verfahren

Die FEM stellt eine Methode dar, um das mechanische Verhalten eines Systems numerisch zu berechnen. Ist Gleichung (2.32) linear, hängt die Systemmatrix  $\bar{K}$  nicht von dem aktuellen Zustand ab. Das Gleichungssystem kann somit z.B. mit dem Gaußverfahren gelöst werden. Im Falle der Materialdegradation ist die Systemmatrix abhängig von den aktuellen Verschiebungen und nicht konstant:

$$\bar{F}(u) = \bar{K}(u) \cdot \bar{u} \quad (2.33)$$

Diese nichtlineare Gleichung wird durch Lösungsalgorithmen, wie beispielsweise dem Newton – Raphson oder dem Bogenlängenverfahren, gelöst. In dieser Arbeit kommt das erstere zur Anwendung.

Newton – Raphson ist ein iterativ – inkrementelles Verfahren, das die Gesamtlast in kleine Lastinkremente zerlegt, für die die Lösung linear berechnet wird. Eine Taylorreihenentwicklung (mit einem Abbruch nach dem ersten Reihenglied) um einen bekannten Zustand  $\omega_k$  herum bildet die Grundlage des Newton – Raphson Verfahrens [27]:

$$Z(\omega_k + \Delta\omega, \bar{\lambda}) = Z(\omega_k, \bar{\lambda}) + DZ(\omega_k, \bar{\lambda})\Delta\omega + r(\omega_k, \bar{\lambda}) \quad (2.34)$$

wobei  $Z$  die Funktion,  $\omega$  die Unbekannte,  $\bar{\lambda}$  den Lastparameter,  $r$  das Restglied und  $DZ\Delta\omega$  die Linearisierung darstellen. Das Restglied  $r$  kann vernachlässigt werden. Wenn das Restglied  $r$  vernachlässigt wird, ergibt sich die Gleichung [27]:

$$Z(\omega_k + \Delta\omega, \bar{\lambda}) = 0 \quad (2.35)$$

Aus der Funktion  $Z$  ergibt sich bei einer Linearisierung eine Matrix. Diese Matrix ist die Jacobimatrix  $K_T$  [27]:

$$K_T = \left[ \frac{\partial Z}{\partial \omega} \right]_{\omega_k} \quad (2.36)$$

Laut Wriggers [27] führt dies zu nachstehendem Algorithmus (Abbildung 2.10), mit dem das Newton – Raphson Verfahren programmiert werden kann. Die Genauigkeit des Ergebnisses hängt dabei vom Toleranzwert  $TOL$  ab. Konvergiert die Berechnung, wird der nächste Lastschritt berechnet. Sollte keine Konvergenz eintreten, wird das Lastinkrement verkleinert und die Berechnung erneut durchgeführt. Fällt die Inkrementgröße unterhalb eines vorgegeben Toleranzwertes, wird die Kalkulation beendet, da das Verfahren keine konvergente Lösung innerhalb der definierten Grenzen erzielen kann. Mithilfe einer exakt

bestimmten Jacobimatrix lässt sich in der Nähe der Lösung quadratische Konvergenz erreichen. Der Nachteil des Verfahrens ist, dass bei jedem Inkrement die Tangentensteigungsmatrix neu berechnet werden muss, was sehr rechenintensiv ist. Die Abbildung 2.11 veranschaulicht den Algorithmus anhand eines einfachen, eindimensionalen Beispiels [27].

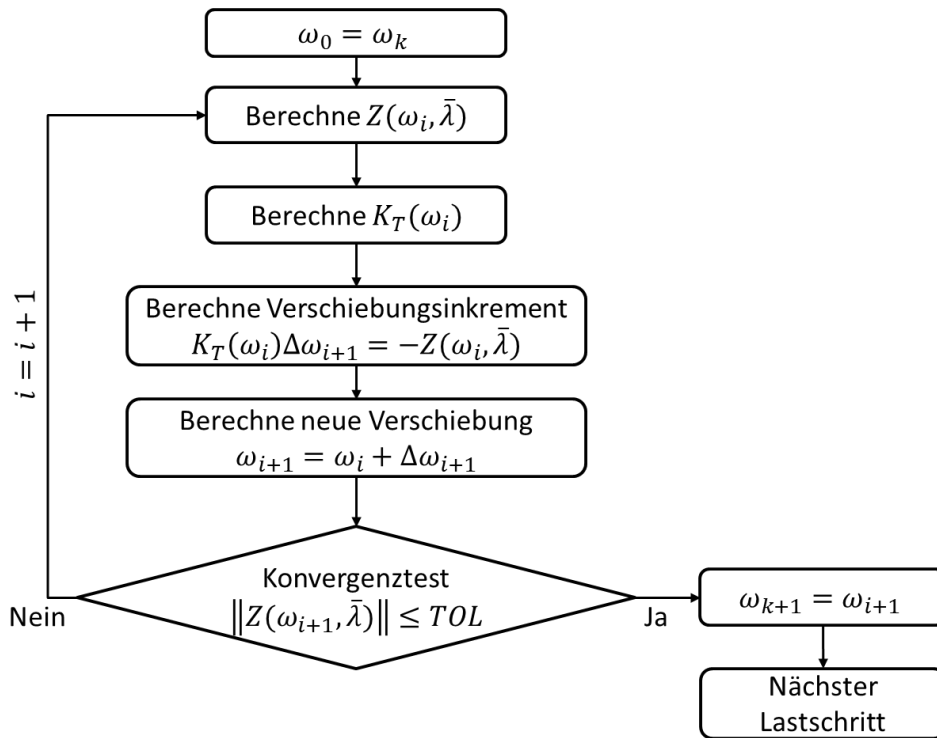


Abbildung 2.10: Algorithmus Newton - Raphson Verfahren [27]

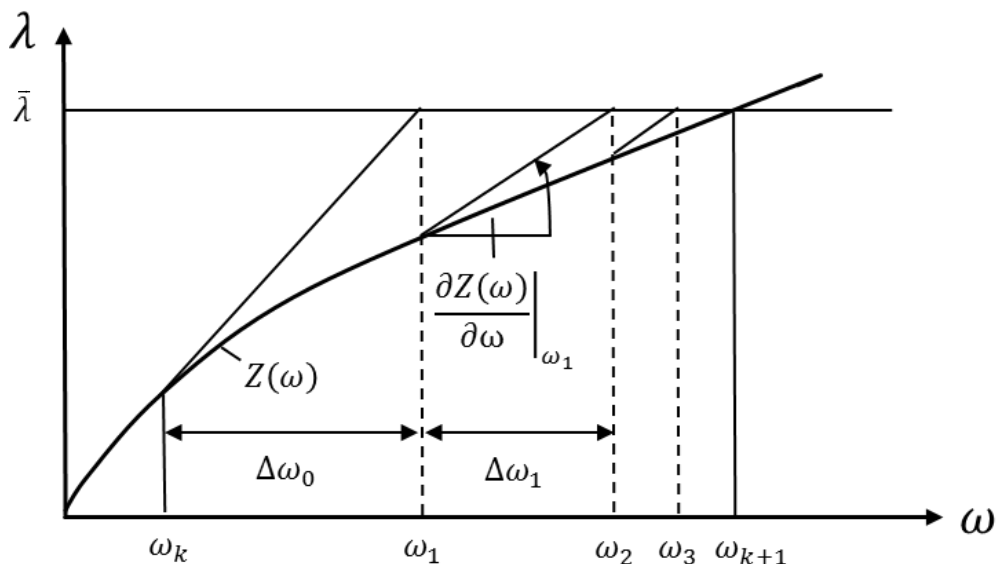


Abbildung 2.11: Methodik des Newton - Raphson Verfahrens [27]

Nach Wriggers [27] ist es sinnvoll, ein diskretes Newton - Verfahren einzusetzen. Bei dieser speziellen Form wird auf die analytische Berechnung [27] der Tangentenmatrix

verzichtet. Zum Einsatz kommt stattdessen der Differenzenquotient, der die Ableitungen, die zur eigentlichen Bestimmung der Tangentenmatrix notwendig sind, ersetzt. Daraus ergibt sich eine Näherung für die  $j$ -te Spalte der Tangentenmatrix nach folgendem Schema [27]:

$$k_j \approx \frac{1}{h_j} \left( Y(\omega_i + h_j e_j, \bar{\lambda}) - Y(\omega_i, \bar{\lambda}) \right) \quad (2.37)$$

$e_j$  ist ein Vektor, der nur an der Stelle  $j$  den Wert 1 annimmt und sonst immer 0 ist.  $h_j$  ist die Schrittweite. Aus dieser Bestimmung der Spalte  $k_j$  ergibt sich die Jacobimatrix  $K_T$  aus  $N$  Unbekannten [27]:

$$K_T = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_j \quad \dots \quad k_N] \quad (2.38)$$

Bei der Verwendung von bereits implementierten Materialgesetzen bestimmt ABAQUS diese Matrix. Bei der Erstellung eines benutzerspezifischen Materialverhaltens fordert ABAQUS Eingabeparameter für das Newton – Raphson Verfahren, welches von diesem Solver genutzt wird. Die geforderten Eingabeparameter sind die Komponenten der Jacobimatrix.

Eine Abwandlung stellt das modifizierte Newton – Raphson Verfahren dar. Bei diesem wird die Matrix  $K_T$  nur einmal bestimmt und dann konstant gehalten. Der Vorteil ist der geringere rechnerische Aufwand, der Nachteil ist die schlechtere Konvergenz des Verfahrens [27].

Nach dieser kurzen Einführung in die theoretischen Grundlagen folgt die Implementierung der Ansätze, um somit Simulationen der Lamine durchführen zu können.

### **3. Implementierung des 3D Materialverhaltens**

Dieses Kapitel beinhaltet die Vorgehensweise zur Implementierung des Degradationsansatzes. Der Ablauf orientiert sich dabei an dem Flowchart aus Abbildung 1.2. Zuerst werden die Materialkennwerte ermittelt. Anschließend wird das Schädigungsmodell entwickelt und mit ABAQUS verknüpft. Zur Überprüfung der Funktionalität kommen erst einfache Modelle zum Einsatz bevor die realen UD Proben mit der UMAT simuliert werden. Die Daten der Simulationen der UD Laminates werden mit Experimenten verglichen. Die einzelnen UD Schichten stellen den Aufbau des multidirektionalen Laminates dar. Mit diesem Aufbau aus UD Schichten und deren Verhalten findet eine Simulation des MD Laminates statt. Die Simulationsdaten werden abschließend mit Messdaten aus MD Zug – und Druckversuchen verglichen. Die komplette Fortranroutine, die für die Simulationen genutzt wird, ist im Anhang auf CD-ROM zu finden.

#### **3.1. Ermittlung der Materialkennwerte**

Die verwendeten Materialkennwerte entsprechen den gemittelten Werten der Versuche der unidirektionalen Proben. Die E-Module, Festigkeiten und Dehnungen bei Versagen werden dabei gemittelt und als Eingabeparameter in die UMAT genutzt. Da für verschiedene Probenlängen verschiedene Festigkeitswerte mit starken Schwankungen ermittelt werden, kommen stattdessen Herstellerangaben zum Einsatz. Für die Querkontraktionszahlen werden ebenfalls Herstellerangaben verwendet. Für eine vollständige Materialcharakterisierung ist auch ein Schubtest notwendig. Im Rahmen des Projekts sind keine Schubversuche an Flachproben vorgesehen. Als Eingabeparameter für die Schubfestigkeiten werden deshalb ebenfalls Herstellerangaben verwendet.

#### **3.2. Implementierung der UMAT in ABAQUS**

ABAQUS stellt Schnittstellen bereit, die es dem Nutzer ermöglichen, eigene Materialmodelle zu erstellen und mit dem Programm zu verknüpfen. Ein eigenes Materialverhalten muss erstellt werden, falls die vorhandenen Modelle in ABAQUS das zu untersuchende Verhalten nicht abbilden können. Um ein bestimmtes, benutzerspezifisches, mechanisches Materialverhalten in ABAQUS einzubinden, ist es notwendig, eine sogenannte UMAT zu erstellen. UMAT bedeutet hierbei „User Material“ [9]. Während der Simulation mit dem FEM Solver wird an jedem Integrationspunkt der Elemente diese UMAT bei allen Iterationen jedes Inkrements aufgerufen. ABAQUS berechnet die Dehnungen und fordert die Spannungen sowie die Einträge der Jacobimatrix (Kapitel 2.3.3) als Rückgabewerte aus der UMAT. Zusätzlich können auch die lösungsabhängigen Statusvariablen aktualisiert werden. Diese bieten die Möglichkeit, weitere Werte, wie

beispielsweise Schädigungsparameter, auszugeben. Die Bestimmung der Spannung liegt somit in der Hand des Nutzers. Abbildung 3.1 stellt den klassischen Prozess der Finiten – Elemente – Berechnung inklusive der Einbindung der UMAT dar [9]. Die Ergebnisse, welche im Output File gespeichert sind, können im Post – Processor ausgewertet werden.

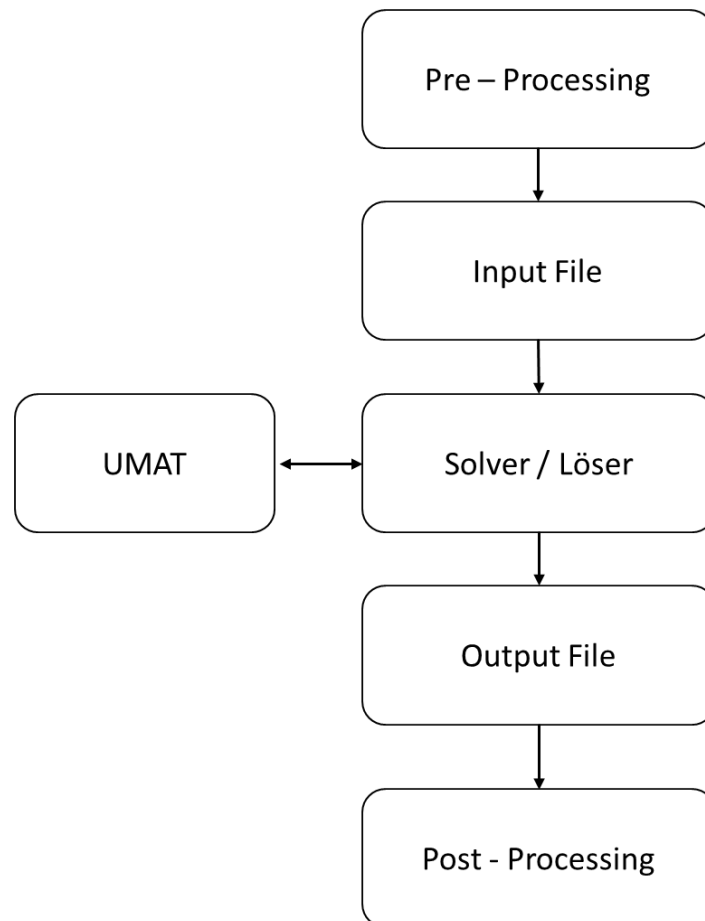


Abbildung 3.1: Einbindung UMAT in Berechnungsprozess

Das UMAT – File stellt eine Routine dar, welche in der Programmiersprache FORTRAN formuliert ist. Die UMAT wird bei den Simulationen mit ABAQUS/Standard verwendet.

### 3.3. Progressive Schadensanalyse

Laut Wang [5] und Sleight [19] umfasst die progressive Schädigungsanalyse fünf Schritte:

- Berechnung des Kräftegleichgewichts
- Spannungsberechnung
- Auswerten des Versagenskriteriums
- Materialdegradation
- Schadensentwicklungsgesetz

Das Flowchart in Abbildung 3.2 visualisiert diese fünf Schritte und den Zusammenhang dieser Punkte untereinander. Der grau hinterlegte Bereich umfasst die Berechnungsschritte der UMAT. Nachdem die UMAT - Berechnung durchgeführt wurde, bewertet ABAQUS das Konvergenzverhalten der Lösung. Das nächste Lastinkrement wird aufgebraucht, wenn im aktuellen Inkrement Konvergenz erzielt wurde.

### 3.3.1. Algorithmus zur Berechnung des Materialverhaltens

Ein Vektor, welcher die Dehnungen beinhaltet, wird von ABAQUS an die UMAT übergeben. Die Spannungen im ungeschädigten Fall ergeben sich aus der Multiplikation des Steifigkeitstensors mit den Dehnungen. Eine Überprüfung des Versagenskriteriums nach Hashin (Kapitel 2.2.3) findet anschließend statt. Wenn kein Schaden eintritt, kann das Programm über die Formel (2.2) die Spannungen berechnen. Falls Schaden auftritt, bestimmt die UMAT Schädigungsvariablen  $d$ . Mit diesen Variablen wird ein neuer Nachgiebigkeitstensor bestimmt, welcher anschließend zum Steifigkeitstensor invertiert wird. Über die Beziehung (2.29) werden die neuen Spannungen berechnet und an ABAQUS zurückgegeben. Außerdem fordert der Solver die Einträge der Jacobimatrix. Des Weiteren werden die Statusvariablen aktualisiert. Dies wird solange für ein Inkrement ausgeführt, bis eine konvergente Lösung auftritt. Fällt die Inkrementgröße, um Konvergenz zu erreichen, unter einen bestimmten Toleranzwert, bricht der Solver die Rechnung ab und meldet ein Konvergenzproblem.

Die Degradationsparameter werden über die äquivalenten Dehnungen berechnet. Diese Dehnungen ermöglichen die Berechnung für die multiaxiale Belastung in einem äquivalenten, eindimensionalen Belastungszustand.

Der vorgeschlagene Ansatz in ABAQUS für die Vergleichsdehnungen im zweidimensionalen Fall muss auf einen räumlichen Belastungszustand erweitert werden. Für die Bestimmung der äquivalenten Dehnung ergeben sich verschiedene Möglichkeiten. Gou - Dong et al. [28] erweitern den zweidimensionalen Ansatz von Lapczyk [20] auf eine Schädigung in drei Richtungen für CFK - Gewebe. Vereinfachend wird im vorliegenden Fall angenommen, dass diese Beziehungen zur Bestimmung der äquivalenten Dehnungen in abgewandelter Form auch bei ungewebten, unidirektionalen Fasern gültig sind.

Innerhalb der Routine wird sich zur Ermittlung der äquivalenten Dehnungen am Hashin - Versagenskriterium orientiert. Je nach verwendeter Spannung zur Auswertung des Schadensfalls fließen auch die entsprechenden Dehnungen in die äquivalente Dehnungsberechnung mit ein. Zusätzlich wird eine Unterscheidung bei Matrixversagen getroffen. Ist  $\sigma_{22}$  bzw.  $\sigma_{33}$  größer, so variiert bei der äquivalenten Dehnungsberechnung der Einsatz der Schubverzerrungen. Die Schubverzerrungen der jeweiligen Belastungsrichtung fließen in die Berechnung ein. Gou - Dong stellt den Grund nicht heraus, weshalb bei Druckbelastung der Matrix die Schubverzerrungen keinen Einfluss haben. Da es nicht

plausibel erscheint, diese bei Druckbelastung der Matrix zu vernachlässigen, wird der Ansatz der äquivalenten Dehnungen bei Matrixzugbelastung auf die Druckbelastung übertragen. Der Einsatz der äquivalenten Dehnungen entspringt keinem physikalischen Ansatz, er ist als Art Vereinfachung gedacht, um auch den Einfluss der Schubbelastungen auf das System abbilden zu können. Es ist ein Ansatz, um alle relevanten Belastungsrichtungen an einem Schadensmode in der Degradationsberechnung zu berücksichtigen. Die rechte Spalte der Tabelle 3.1 zeigt die Formeln zur Berechnung der äquivalenten Dehnungen, wie sie in der vorliegenden Arbeit verwendet wurden.

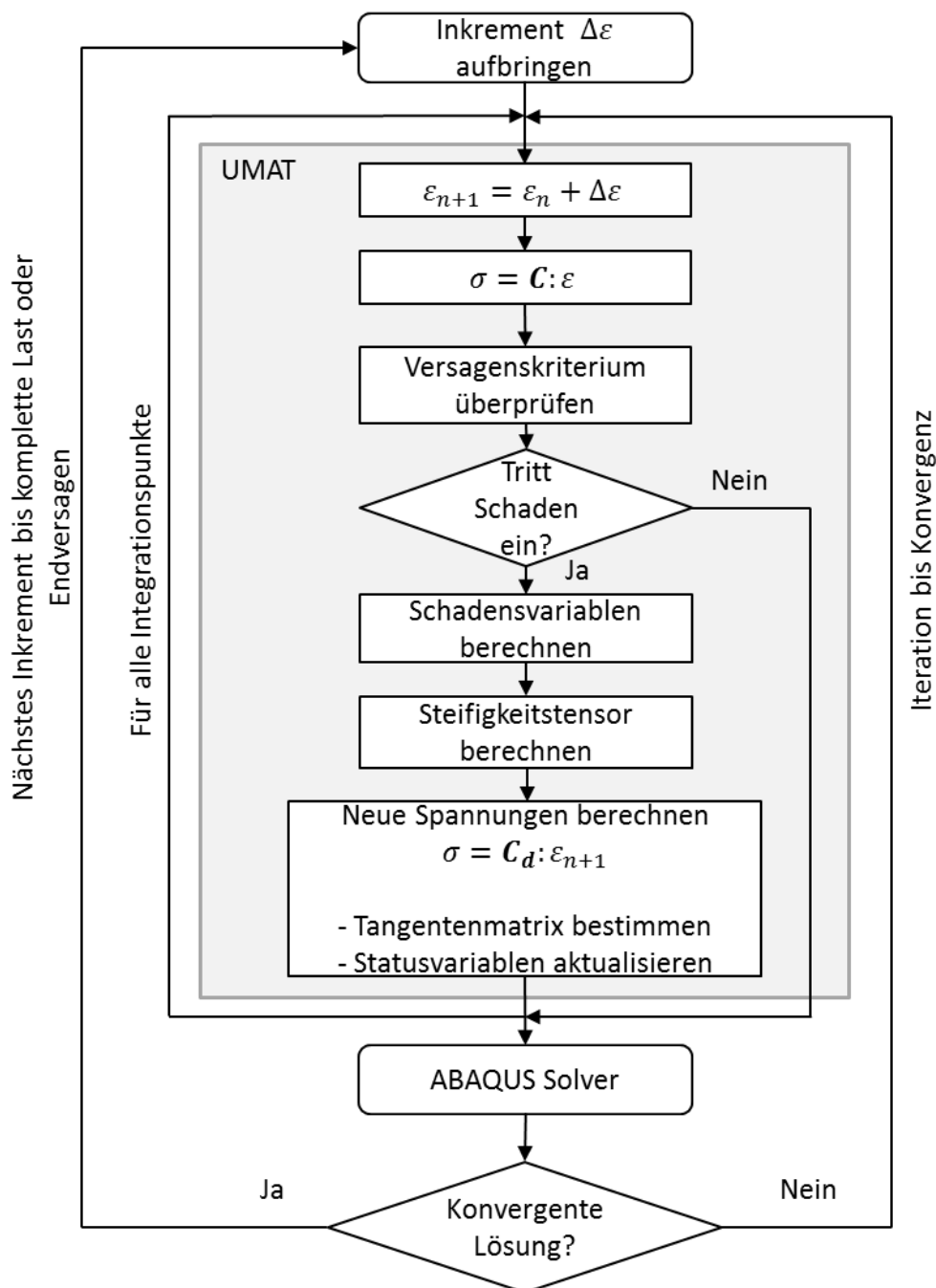


Abbildung 3.2: Flowchart UMAT - Routine [5]

Tabelle 3.1: Äquivalente Dehnungen

	Äquivalente Dehnung (Gou Dong) [28]	Verwendete äquivalente Dehnungen
Faserzug $\sigma_{11} \geq 0$	$\varepsilon_{eq}^{ft} = \sqrt{\langle \varepsilon_{11} \rangle^2 + \alpha \gamma_{12}^2 + \alpha \gamma_{13}^2}$	$\varepsilon_{eq}^{ft} = \sqrt{\langle \varepsilon_{11} \rangle^2 + \alpha \gamma_{12}^2 + \alpha \gamma_{13}^2}$
Faserdruck $\sigma_{11} < 0$	$\varepsilon_{eq}^{fc} = \langle -\varepsilon_{11} \rangle$	$\varepsilon_{eq}^{fc} = \langle -\varepsilon_{11} \rangle$
Matrixzug $\sigma_{22} + \sigma_{33} \geq 0$		
$\sigma_{22} \geq \sigma_{33}$	$\varepsilon_{eq}^{mt} = \sqrt{\langle \varepsilon_{22} \rangle^2 + \alpha \gamma_{12}^2 + \alpha \gamma_{23}^2}$	$\varepsilon_{eq}^{mt} = \sqrt{\langle \varepsilon_{22} \rangle^2 + \alpha \gamma_{12}^2 + \alpha \gamma_{23}^2}$
$\sigma_{22} < \sigma_{33}$	$\varepsilon_{eq}^{mt} = \sqrt{\langle \varepsilon_{33} \rangle^2 + \alpha \gamma_{13}^2 + \alpha \gamma_{23}^2}$	$\varepsilon_{eq}^{mt} = \sqrt{\langle \varepsilon_{33} \rangle^2 + \alpha \gamma_{13}^2 + \alpha \gamma_{23}^2}$
Matrixdruck $\sigma_{22} + \sigma_{33} < 0$		
$ \sigma_{22}  \geq  \sigma_{33} $	$\varepsilon_{eq}^{mc} = \langle -\varepsilon_{22} \rangle$	$\varepsilon_{eq}^{mc} = \sqrt{\langle -\varepsilon_{22} \rangle^2 + \alpha \gamma_{12}^2 + \alpha \gamma_{23}^2}$
$ \sigma_{22}  <  \sigma_{33} $	$\varepsilon_{eq}^{mc} = \langle -\varepsilon_{33} \rangle$	$\varepsilon_{eq}^{mc} = \sqrt{\langle -\varepsilon_{33} \rangle^2 + \alpha \gamma_{13}^2 + \alpha \gamma_{23}^2}$

Der Parameter  $\alpha$  steuert den Einfluss der Schubspannungen. Für einen konservativen Ansatz gilt  $\alpha = 1$ , wodurch der Einfluss der Schubverzerrungen vollständig beachtet wird. Es wird angenommen, dass die Schubbelastung im vollen Umfang Einfluss auf Schädigung hat.

Das jeweils erfüllte Versagenskriterium bestimmt, welche äquivalenten Dehnungen zum Einsatz kommen. Mithilfe dieser Parameter, dem Ansatz nach Matzenmiller und dem orthotropen Spannungstensor ergibt sich nun eine geschädigter Tensor  $\mathbf{C}_d$  durch Invertierung von  $\mathbf{D}_d$ :

$$\mathbf{D}_d = \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{12} & -\nu_{13} & 0 & 0 & 0 \\ (1-d_f)E_{11} & E_{22} & E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{21} & 1 & -\nu_{23} & 0 & 0 & 0 \\ E_{11} & (1-d_m)E_{22} & E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{31} & -\nu_{32} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ E_{11} & E_{22} & (1-d_m)E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_s)G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_s)G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_m)G_{23}} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{C}_d = \mathbf{D}_d^{-1} \quad (3.2)$$

Die Spannungen können aus der Tensormultiplikation des geschädigten Steifigkeitstensors mit den aktuellen Dehnungen bestimmt werden, wie bereits in Formel (2.29) zu sehen ist.

### 3.3.2. Ermittlung der Dehnung bei Versagen

Eine Schwierigkeit stellt die Ermittlung der Dehnung bei Komplettversagen  $\varepsilon^f$  dar. Diese ist für die Berechnung des Schädigungsparameters nach obiger Formel (2.20) wichtig. Um die Simulation an die Versuchsergebnisse anzupassen, werden aus den Versuchsdaten gemittelte Werte für die Festigkeits – sowie der Dehnung bei Versagen entnommen. Anschließend wird das Verhältnis zwischen  $\varepsilon^f$  und  $\varepsilon^0$  berechnet. Mit diesem Verhältnis wird aus der Festigkeitsdehnung  $\varepsilon^0$  die Dehnung bei Versagen  $\varepsilon^f$  berechnet.

### 3.3.3. Tangentensteifigkeitsmatrix

Die Bestimmung der Jacobimatrix erfolgt nach den Formulierungen in Kapitel 2.3.3. Eine Fallunterscheidung trennt den Algorithmus in zwei Teile. Im ungeschädigten Fall entspricht die Tangentenmatrix der aktuellen Steifigkeitsmatrix. Sobald Schädigung eintritt, ist dies nicht mehr der Fall. Da in diesem Bereich die Spannungen mit zunehmenden Dehnungen abnehmen, müssen in der Tangentenmatrix negative Einträge vorhanden sein. Die folgende Formel wird zur Bestimmung der Steigung genutzt [9]:

$$K_T = \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial \Delta \varepsilon} \quad (3.3)$$

Da die Spannungen aus Steifigkeitstensor und Dehnungen bestimmt werden und der Steifigkeitstensor von den Dehnungen abhängt, ergibt sich nach Produktregel folgende Formulierung zur Bestimmung der Jacobimatrix:

$$K_T = \mathbf{C}_d + \frac{\partial \mathbf{C}_d}{\partial \varepsilon} \cdot \varepsilon \quad (3.4)$$

Zur Ermittlung des zweiten Terms der Steigungsmatrix wird der Vorwärtsdifferenzenquotient gewählt, wie er in Formel (2.37) bereits steht. Die Schrittweite steuert die Genauigkeit. Um die Matrixeinträge korrekt zu bestimmen, darf die zusätzliche Dehnung jeweils nur auf einen Eintrag des Dehnungsvektors wirken.

## 3.4. Entwicklung des Modells

Zur Entwicklung des Programms erscheint es sinnvoll, mit einem einzelnen Element zu beginnen.

Ein einfacher Quader stellt das Ausgangsmodell für die Entwicklung der UMAT dar. Dieser Quader hat eine Kantenlänge von 1 mm und besteht aus einem dreidimensionalen Solid Element. Dieses Element ist ein lineares Volumenelement mit reduzierter Integration

(C3D8R). Die prinzipielle Funktionsweise der UMAT kann damit getestet werden, ohne dass Konvergenzprobleme aufgrund von unterschiedlich starker Schädigung etc. auftreten. Der Quader unterliegt den Randbedingungen aus Abbildung 3.4. Die Simulation verläuft verschiebungsgesteuert mit einer Dehnung von max. 4%. Es kommen vorerst generische CFK Materialdaten zum Einsatz [3], welche in Tabelle 3.2 zu finden sind. Der Quader ist als unidirektionales Element anzusehen. Für die einzelnen Belastungsfälle (0° Zug / Druck sowie 90° Zug / Druck) ändert sich nur die Orientierung des Materialkoordinatensystems, an dem die Materialeigenschaften ausgerichtet sind. Abbildung 3.3 zeigt das Quaderelement. Nachdem das Materialverhalten vollständig und korrekt am Beispiel des einfachen Quaders funktioniert, findet eine Übertragung auf eine Flachprobe statt. Zuerst wird eine generische Flachprobe modelliert, um das Programm an einer einfachen Geometrie testen zu können. Im Gegensatz zum Ein – Element - Modell ergeben sich aufgrund der höheren Anzahl an Elementen Schwierigkeiten bei der Konvergenz, welche mithilfe der viskosen Regularisierung gedämpft werden können. Die Randbedingungen aus Abbildung 3.5 finden an der Flachprobe Verwendung. Es wirkt ebenfalls eine maximale Dehnung von 4%. Allen Elementen wird das UMAT Material zugewiesen. Die Durchführung einer Konvergenzstudie findet an dem Modell der getesteten Flachprobe statt. Es findet noch kein Vergleich mit Versuchsergebnissen statt, deshalb können hier noch keine Aussagen über die Genauigkeit des Materialmodells getroffen werden. Insgesamt wird dadurch die Funktionalität des Programms sichergestellt. Abbildung 3.5 zeigt die verwendete Testflachprobe.

Tabelle 3.2: Generische Materialparameter CFK

Parameter	Wert
$E_{11}$	140 000 MPa
$E_{22} = E_{33}$	12 000 MPa
$G_{12} = G_{13}$	5800 MPa
$G_{23}$	5400 MPa
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.26
$\nu_{23}$	0.34
$X_T$	2000 MPa
$X_C$	1500 MPa
$Y_T$	70 MPa
$Y_C$	230 MPa
$S_{12} = S_{13} = S_{23}$	90 MPa

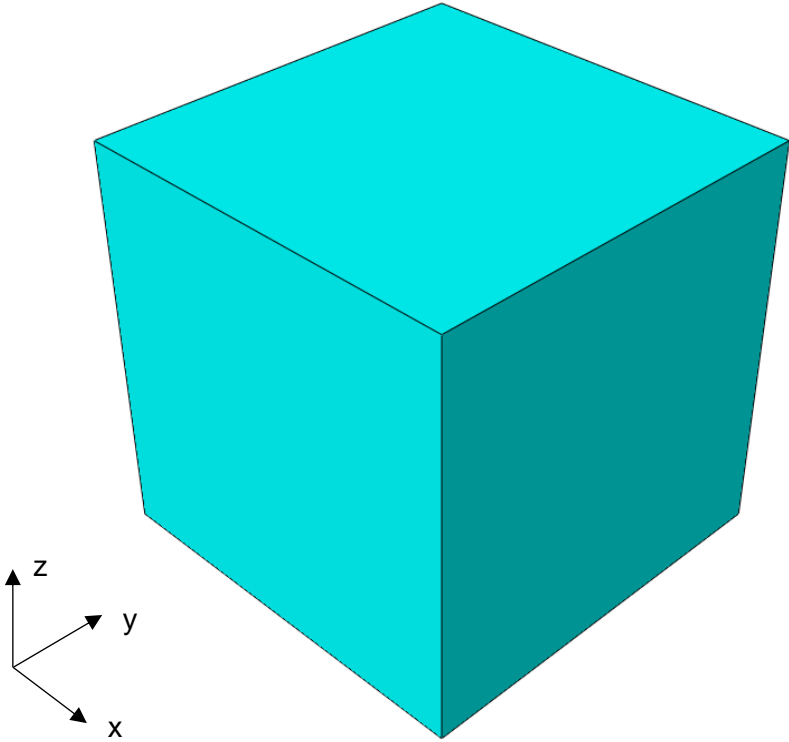


Abbildung 3.3: Quaderelement

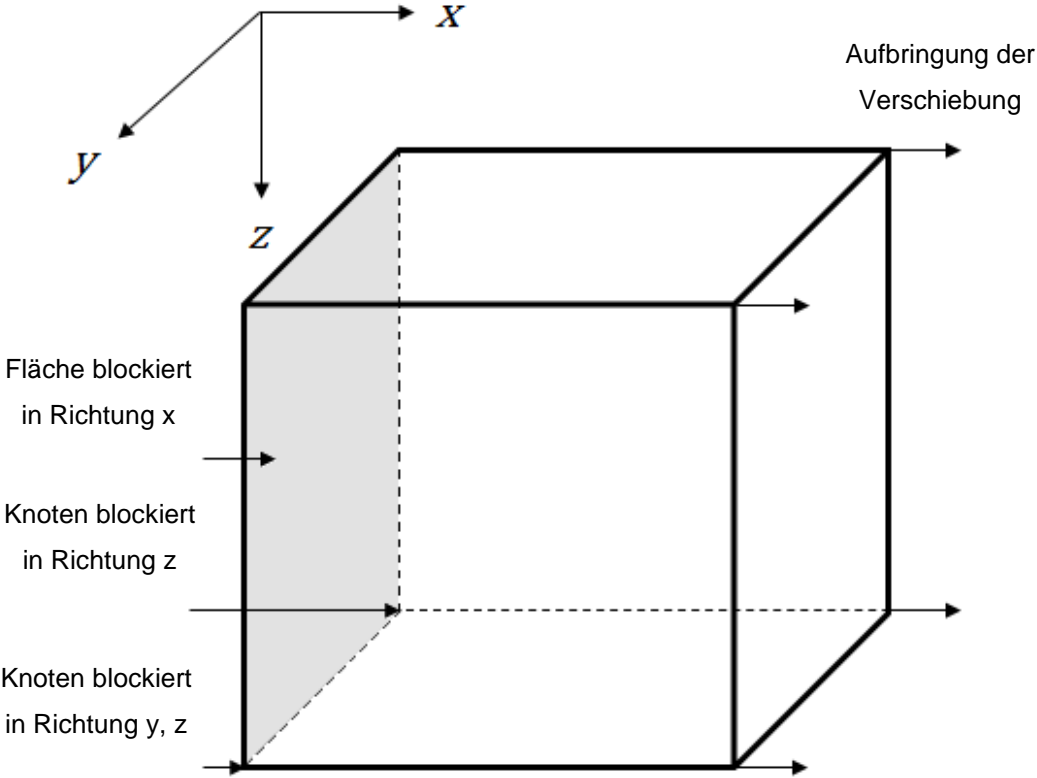


Abbildung 3.4: Randbedingungen Quader

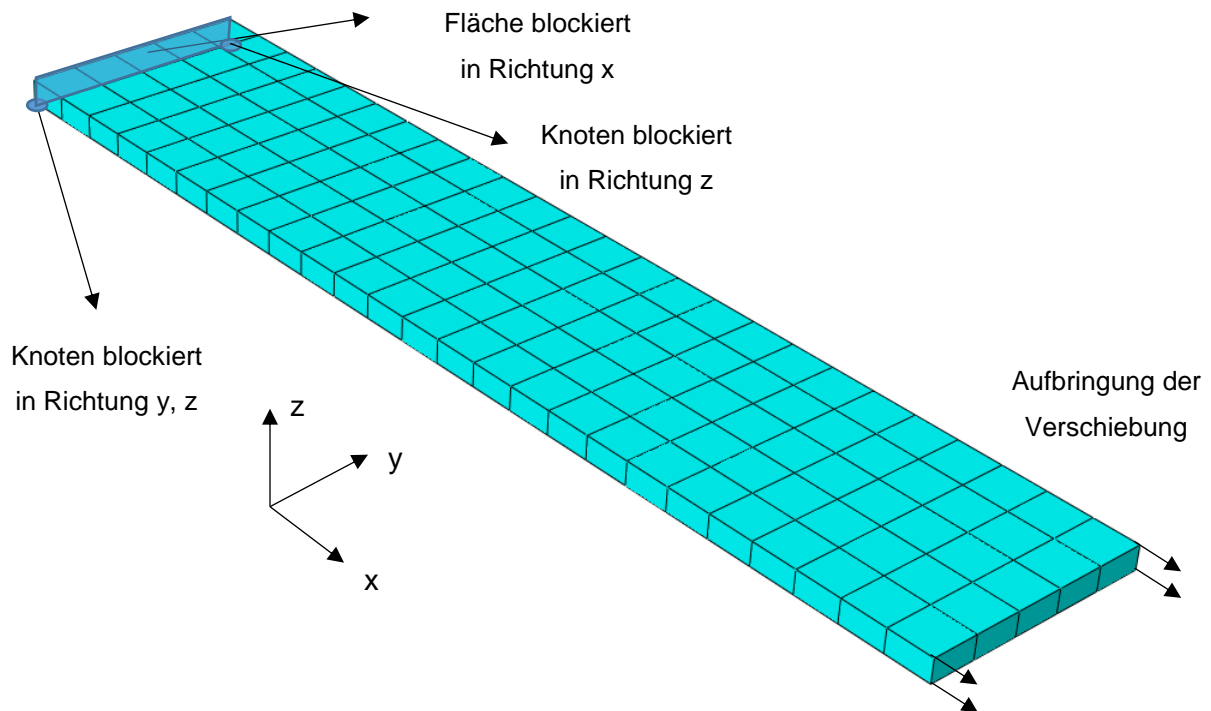


Abbildung 3.5: Testflachprobe

Tabelle 3.3: Diskretisierung Testflachprobe

Elementtyp	C3D8R
Anzahl Elemente	125
Anzahl Knoten	325

Das ABAQUS Modell, mit dem die Versuche ausgewertet werden, ist etwas komplexer als die gerade dargestellte Flachprobe. Die Randbedingungen sind, im Gegensatz zu den beiden oberen Modellen, an die Testbedingungen angepasst. Einer der beiden aufgedickten Bereiche der Zugprobe ist fest eingespannt. Am anderen Bereich wird das Modell so wie in Abbildung 3.6 fixiert. In  $X$  – Richtung wirkt die Verschiebung. Die Routine ist für UD Laminate so programmiert, dass sobald die Versagensdehnung an einem Materialpunkt erreicht ist, die Berechnung stoppt und diese das Komplettversagen in die entsprechende Richtung ausgibt. Entsprechend der Testbedingungen kommt eine verschiebungsgesteuerte Lastaufbringung zum Einsatz. Die Dehnungen werden im Post – Processor nur dort ausgewertet, wo das Fraunhofer IWM den Clip Gauge angebracht hat, um somit die Daten möglichst genau vergleichen zu können. Für die Simulation werden die Modelleigenschaften aus der folgenden Tabelle 3.4 genutzt, die sich aus einer Konvergenzstudie (siehe Kapitel 4.2.1) ergeben haben. Um den taillierten Bereich besser zu erkennen, ist die Probe ohne Netz dargestellt.

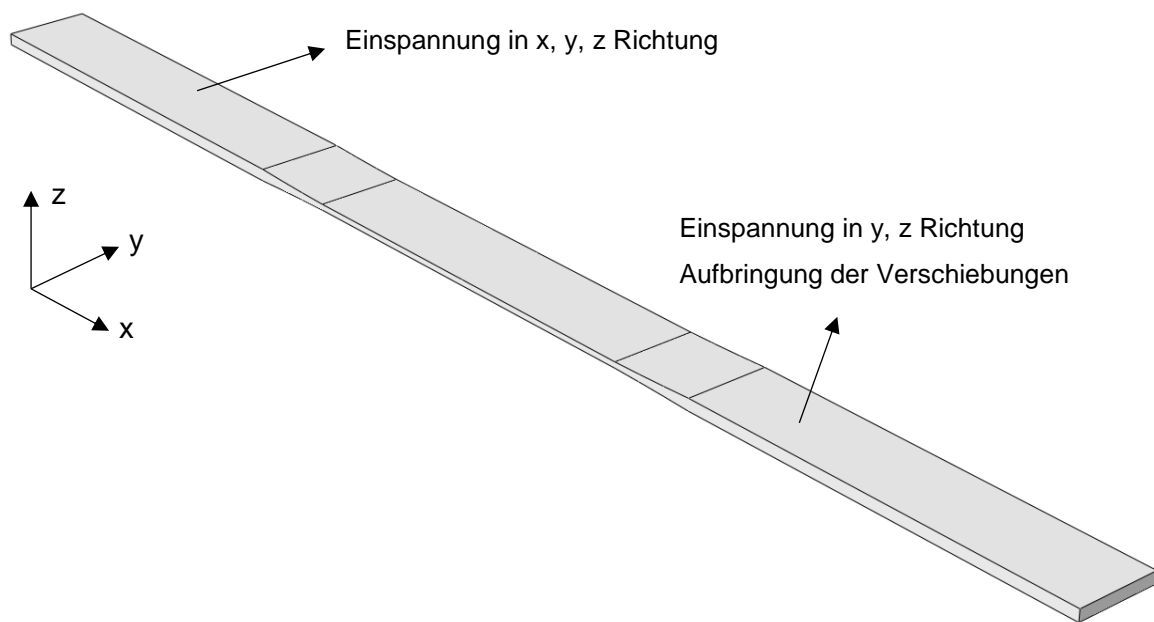


Abbildung 3.6: Zugprobenmodell

Tabelle 3.4: Diskretisierung Zugprobenmodell

Elementtyp	C3D8R
Anzahl Elemente	256
Anzahl Knoten	650

Die Auswertung der Simulationsergebnisse erfolgt im Kapitel 4.

Das Modell der Druckprobe ähnelt der generischen Flachprobe. Es gibt keinen taillierten Bereich. Im Vergleich zum Zugprobenmodell ist die freie Weglänge sehr viel kürzer (ca. 14 mm [14] im Gegensatz zu ca. 50mm [29]). Dadurch wird das Ausknicken der Probe verhindert. Die Abbildung 3.7 zeigt das FEM Modell, in Tabelle 3.5 sind die Anzahl der Elemente und Knoten der Druckprobe zu finden. Es wirken die gleichen Randbedingungen wie in Abbildung 3.6: Zugprobe zu sehen. Ein Bereich ist fest eingespannt, am anderen Bereich wird die Verschiebung aufgebracht.

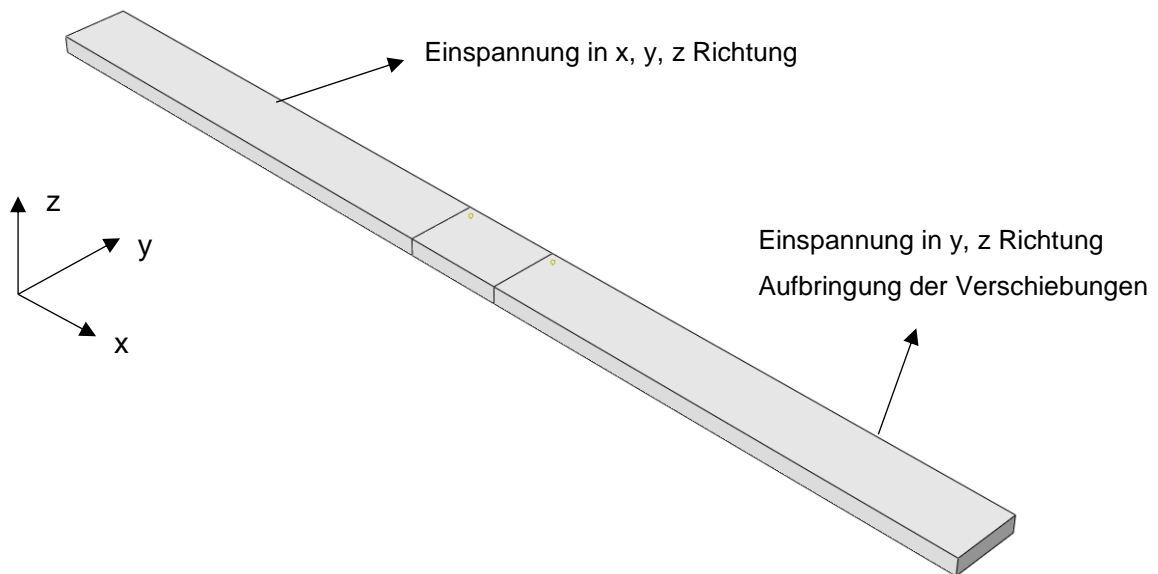


Abbildung 3.7: Druckprobenmodell

Tabelle 3.5: Diskretisierung Druckprobenmodell

Elementtyp	C3D8R
Anzahl Elemente	117
Anzahl Knoten	320

Am Ende stehen die Simulationen der multidirektionalen Laminatproben. Diese haben die grundsätzliche Form der Druckproben, es ist also keine Taillierung vorhanden. Im Gegensatz zu den beiden ersteren Modellen hat das MD Modell mehrere Elementreihen übereinander, um somit die einzelnen Lagen mit der jeweiligen Orientierung modellieren zu können. Daraus resultiert die, im Vergleich zu den anderen Modellen, hohe Anzahl an Elementen und Knoten. Jede Elementreihe entspricht einer Lage. Jeder Elementreihe wird eine Orientierung gemäß dem getesteten Lagenaufbaus zugewiesen. Die freie Probenlänge bei Zugbelastung beträgt  $60\text{ mm}$ , der Rest der Probe ist fest eingespannt bzw. dient als Lasteinleitung. Die Dicke der MD – Probe setzt sich aus den Einzeldicken der Lagen zusammen und ergibt  $1.66\text{ mm}$ . Abbildung 3.8 veranschaulicht das verwendete FEM Modell. In Tabelle 3.6 sind die Diskretisierung und der Lagenaufbau des Modells notiert.

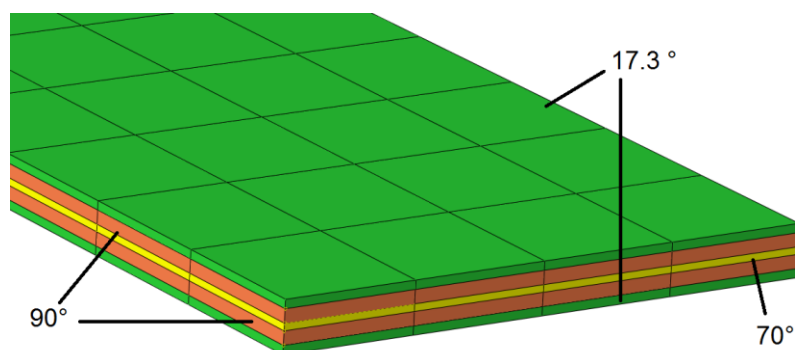


Abbildung 3.8: Lagenaufbau des multidirektionalen Verbundes

Tabelle 3.6: Diskretisierung multidirektionaler Verbund unter Zugbelastung

Elementtyp	C3D8R
Anzahl Elemente	1000
Anzahl Knoten	1530
Lagenaufbau	[17.3/90/70/90/17.3]
Dicke der Einzellagen [mm]	[0.282 / 0.108 / 0.230 / 0.108 / 0.282]
Gesamtdicke	[0.282 / 0.432 / 0.230 / 0.432 / 0.282]

Die MD – Druckprobe ist dabei kleiner als die Zugprobe. Die Maße sind im Anhang in Kapitel Abbildung 7.7 zu finden. Folgende Diskretisierung wird für die MD – Druckprobe verwendet (Tabelle 3.7):

Tabelle 3.7: Diskretisierung multidirektionaler Verbund unter Druckbelastung

Elementtyp	C3D8R
Anzahl Elemente	1000
Anzahl Knoten	1530
Lagenaufbau	[17.3/90/70/90/17.3]
Dicke der Einzellagen [mm]	[0.282 / 0.108 / 0.230 / 0.108 / 0.282]
Gesamtdicke	[0.282 / 0.432 / 0.230 / 0.432 / 0.282]

## **4. Resultate und Diskussion**

Es soll überprüft werden, ob das Materialverhalten bis hin zum Totalversagen von multidirektionalen Laminaten, mit einem Modell basierend auf dem Verhalten von UD Schichten, dargestellt werden kann. Die Resultate dieser Untersuchung werden in diesem Kapitel gezeigt. Dabei werden zuerst die Simulation und Experimente der UD Proben verglichen. Dieser Vergleich zeigt, ob das Programm prinzipiell funktioniert (Verifikation) und das Verhalten einer unidirektionalen Schicht abbilden kann. Anschließend wird die Simulation der multidirektionalen Laminat unter Verwendung der unidirektionalen Kennwerte und des Schädigungsmodells auf UD Ebene mit Messdaten für Zug – und Druckversuche verglichen. Somit kann bewertet werden, ob das Verhalten des MD Verbundes mit den UD Kennwerten und Modellen erfasst wird.

Um Vergleichbarkeit zwischen den einzelnen Fällen herzustellen werden immer die gleichen Randbedingungen und Verschiebungen genutzt. Die Orientierung des lokalen Materialkoordinatensystems bei den Simulationen der UD Laminat wechselt für die entsprechenden Lastfälle (Längs – und Querbelastrung). Des Weiteren wird auf die Proben eine Dehnung von ca. 4% aufgebracht. Die Routine ist so programmiert, dass sobald die Versagensdehnung an einem Element überschritten wird, das Programm automatisch stoppt. Dies gilt nur für die UD Laminat. Bei den multidirektionalen Laminaten ist diese Funktion deaktiviert, damit Spannungsumlagerungen sichtbar werden. Anderenfalls meldet die UMAT ein Versagen einer Schicht und bricht die Rechnung ab, obwohl das Laminat noch Tragreserven hat.

### **4.1. Modell mit einem Element**

Dieses Unterkapitel beinhaltet die Ergebnisse und die daraus folgenden Erkenntnisse aus den Simulationsergebnissen dem Quaderelement.

Die Spannungs – Dehnungsverläufe, die sich aus den Simulationen ergeben dienen nur für Testzwecke. Sie entsprechen keinen realen Verläufen. Anhand der Verläufe soll die Funktionalität der UMAT überprüft und diese weiterentwickelt werden.

Für dieses Modell ergeben sich Verläufe, die einen klaren Unterschied zwischen ungeschädigten und Entfestigungsbereich erkennen lassen. In der folgenden Abbildung 4.1 ist der normierte Spannungs – Dehnungsverlauf beispielhaft für Zugbelastrung in Faserrichtung dargestellt. Die Spannung nimmt dabei über der Dehnung linear zu. Bei einer normierten Dehnung von 50% wird der Festigkeitswert erreicht, Schädigung tritt ein und das Material degradiert. Die Verläufe für die weiteren Belastungsfälle des Testmodells sind im Anhang 7.2 zu finden.

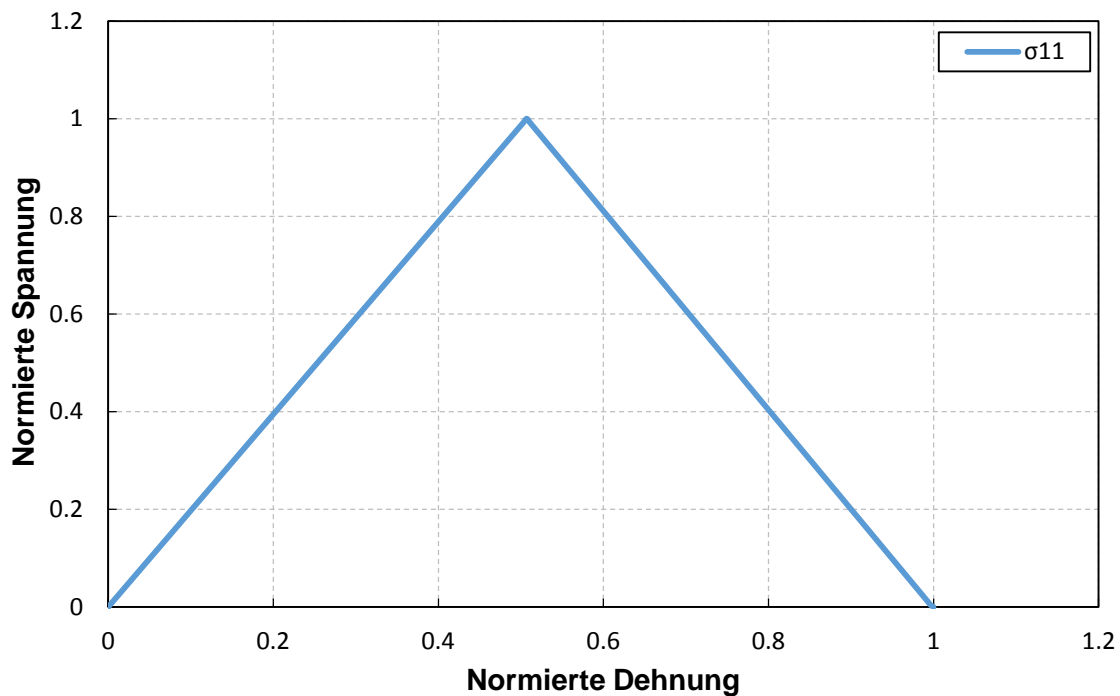


Abbildung 4.1: Spannungs - Dehnungsverlauf  $0^\circ$  Zug Quaderelement

## 4.2. Numerische Studien an Flachproben

Im nächsten Schritt wird die Routine auf generische Flachproben, wie in Abbildung 3.5 zu sehen, übertragen. Hier ergeben sich vor allem Schwierigkeiten hinsichtlich der Konvergenz des Systems. Der Algorithmus aus Formel (2.37) löst die Konvergenzprobleme der Flachprobe. Die Probe hat die gleichen Materialeigenschaften wie das Quaderelement (Tabelle 3.2) und unterliegt den gleichen Randbedingungen. Es ergibt sich der gleiche, normierte Spannungs – Dehnungsverlauf, wie er bereits in Abbildung 4.1 zu sehen ist. Auch für die weiteren Belastungsfälle entsprechen die normierten Simulationsdaten den Verläufen des Quaderelements.

Nach der Entwicklung der generischen Flachprobe wird die UMAT für die Simulation der getesteten Proben verwendet. Die Simulation von UD Laminaten dient zur Kalibrierung der Routine. Die UMAT wird anschließend auf MD Laminaten übertragen und mit den Versuchsdaten verglichen.

### 4.2.1. Konvergenzstudie

Um die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Elementierung des Modells zu überprüfen, ist eine Konvergenzstudie notwendig. Dazu wird die Anzahl der Elemente variiert. Das Modell aus Abbildung 3.6 (Zugprobe) wird mit folgenden Diskretisierungen vernetzt (Tabelle 4.1):

Tabelle 4.1: Diskretisierungen des Modells für Konvergenzstudie

Elementkantenlänge [mm]	Anzahl der Elemente	Anzahl der Knoten
8	60	186
6	126	344
5	150	408
4	256	650
3	420	1020

Im Allgemeinen bedeutet ein feineres Netz eine Zunahme der Rechenzeit sowie des Speicherbedarfs, dafür wird das Ergebnis genauer als dies bei größeren Netzen der Fall ist. Grobe Netze können für den Aufbau des Modells genutzt werden, um z.B. die Randbedingungen und das prinzipielle Verhalten schnell zu überprüfen. Für präzise Ergebnisse ist ein feines Netz zu empfehlen. Während der Bewertung der Konvergenz für verschiedene Anzahlen von Elementen werden alle anderen Parameter, wie z.B. der Wert der Stabilisierung ( $\eta = 0.01$ ) sowie die Anzahl der Inkremente ( $n = 10000$ ) konstant gehalten. Somit sind die Ergebnisse miteinander vergleichbar. Abbildung 4.2 zeigt die Spannungs – Dehnungsverläufe für verschiedene Netzfeinheiten. Dabei ist zu beobachten, dass die Verläufe kaum voneinander abweichen. Selbst eine geringe Anzahl von Elementen mit ca. 60 Elementen und 186 Knoten liefert sehr gute Ergebnisse. Daraus kann abgeleitet werden, dass die UMAT unabhängig von der Anzahl der Knoten und Elemente ist.

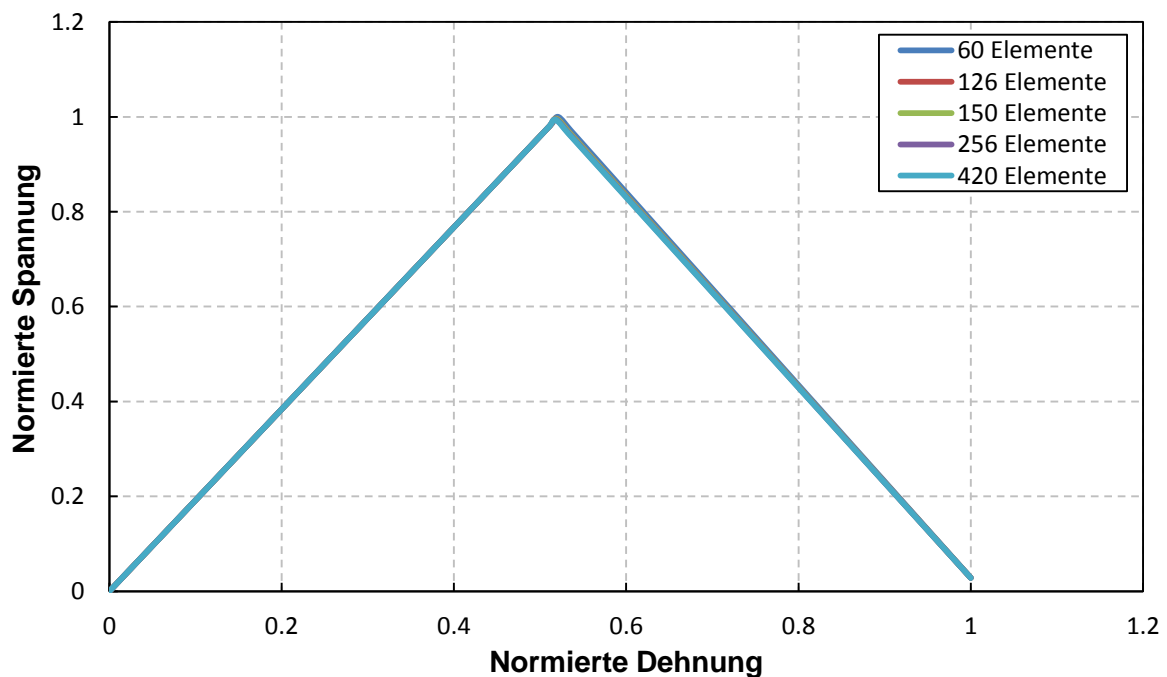


Abbildung 4.2: Konvergenzstudie

#### 4.2.2. Studie zur viskosen Regularisierung

Das folgende Diagramm (Abbildung 4.3) zeigt die Auswirkungen des Parameters  $\eta_I$ . Es findet eine qualitative Bewertung statt, um erste Aussagen über den Wertebereich des Parameters  $\eta_I$  treffen zu können. Laut Lapczyk [20] soll  $\eta_I$  klein gegenüber dem Wert des Zeitinkrements  $dt_{ime}$  sein, das ABAQUS benutzt. Der Parameter variiert zwischen 0.5% – und 50% des Zeitinkrements. Zwischen 0.5% - 2% ist ein geringer Unterschied festzustellen. Trotzdem ist die Stabilisierung mit 0.5 – 2% nicht ausreichend, da der Solver Konvergenzprobleme meldet. Eine zu große Stabilisierung verfälscht auf der anderen Seite die Ergebnisse. Es ist also ein Wert zwischen 2% – 10% zu empfehlen. Durch möglichst kleine  $\eta_I$  ist der Einfluss auf das Gesamtergebnis gering [20]. Es ist abzuwägen zwischen dem Erreichen einer konvergenten Lösung und der Beeinflussung der Lösung durch die Stabilisierung.

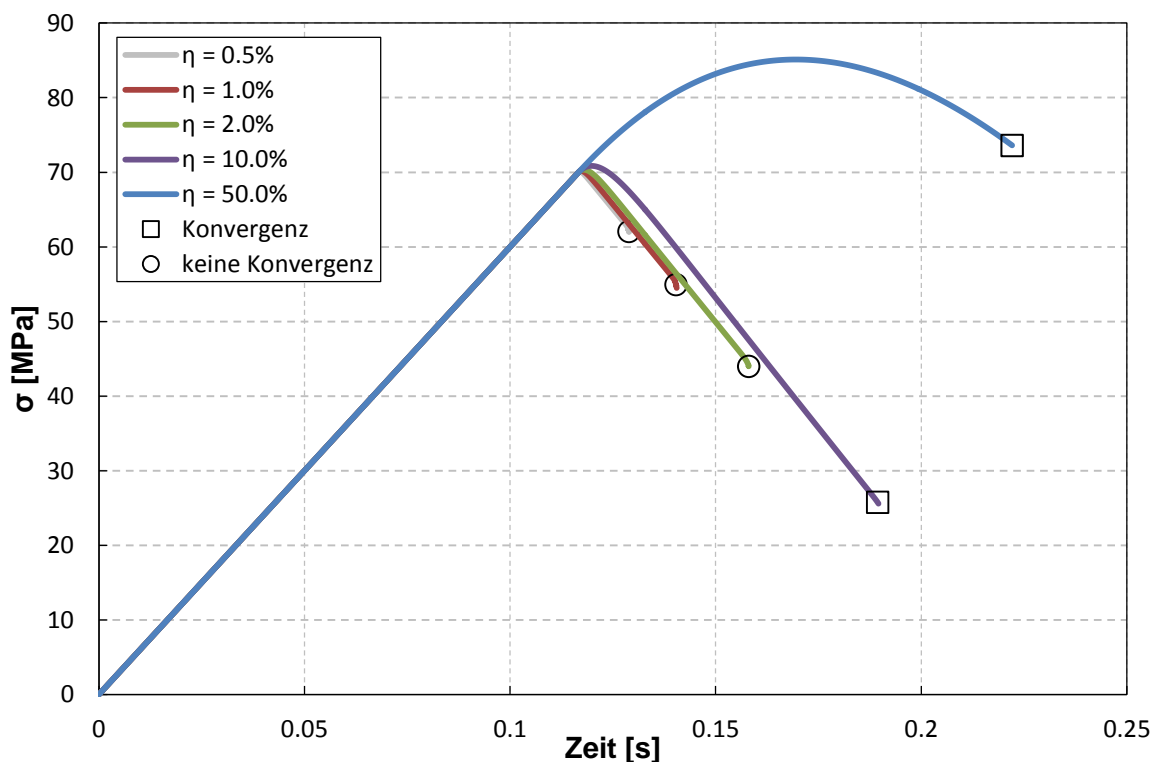


Abbildung 4.3: Abhängigkeit des Konvergenzverhaltens vom Stabilisierungsparameter

Zhang et al. [30] stellt ebenfalls fest, dass die Einbindung einer UMAT, die das progressive Schädigungsverhalten darstellen soll, zu Konvergenzproblemen neigt. Er schlägt vor, ABAQUS/Explizit zu verwenden und anstelle der UMAT eine VUMAT zu implementieren. Nach der Darstellung der Netzunabhängigkeit der Fortranroutine sowie einer Studie zur viskosen Regularisierung folgt nun die Simulation und Bewertung der Flachprobenmodelle.

### 4.3. Unidirektionale Versuchsproben

Das folgende Kapitel stellt die Ergebnisse der Simulationen von den Belastungen Zug und Druck in Faserrichtung sowie Zug – und Druckbelastung quer zur Faserrichtung im Vergleich zu den experimentellen Daten für UD Proben dar. Dafür kommen die Modelle aus der Abbildung 3.6 und aus Abbildung 3.7 zum Einsatz.

#### 4.3.1. Zugbelastung in Faserrichtung

Aus allen Versuchsdaten werden die Materialparameter ermittelt, welche die UMAT für die Berechnung benötigt. Die gemittelten Werte von Festigkeiten und Steifigkeiten ergeben so die Eingabewerte für die Routine. Die Werte der Querkontraktionszahlen stammen von den Herstellerangaben, genauso wie die Angaben zu den Schub – und Querkzugfestigkeiten. Die Dehnungen bei Versagen werden aus den Messdaten ermittelt.

Zuerst werden die Zugbelastungen, beginnend mit Beanspruchung in Faserrichtung, bewertet. In Abbildung 4.4 sind drei experimentell ermittelte Spannungs – Dehnungsverläufe dargestellt. Während die Versuche 01A-01 und 02B-01 relativ ähnliche Verläufe zeigen, weichen die Daten von Versuch 02A-01 besonders im Entfestigungsbereich von den beiden anderen Versuchen ab. Im Entfestigungsbereich sind Abweichungen durch die Streuung der Messwerte zu erklären. Zum anderen liegen für die Dehnung im Entfestigungsbereich nur wenige Messpunkte vor, sodass keine präzise Aussage über die Genauigkeit der Simulation machbar ist. Die Dehnungsmessung über den Clip Gauge ist zusätzlich ungenau, da ab Eintritt der Schädigung auch auf der Oberfläche unregelmäßig Schaden auftritt, was die Messung verfälscht. Die Dehnungsmessung des Clip Gauges ist im Entfestigungsbereich zu ungenau und fehlerbehaftet, deshalb findet der Vergleich zwischen Simulation und Messdaten mithilfe der Dehnung, die sich aus einer Korrelation zwischen Maschinenweg und Clip Gauge Messung ergibt, statt.

Eine Schwierigkeit stellt die Simulation des Entfestigungsbereichs dar. Aufgrund der geringen Festigkeit in Querrichtung und den Querkontraktionsbehinderungen im Bereich der Einspannung entstehen dort hohe Spannungen in globaler Y und Z Richtung. Diese Spannungen initiieren eine Matrixschädigung. Ohne Stabilisierung führt dieser Zustand zu einem Abbruch des Programms aufgrund mangelnder Konvergenz. Dem kann durch einen großen Stabilisierungswert  $\eta$  entgegen gewirkt werden. Dafür bieten sich Faktoren im Wertebereich zwischen  $10 \cdot dtime$  bis  $100 \cdot dtime$  an. Allerdings verfälscht die Stabilisierung die Verläufe des Spannungs – Dehnungsverhalten stark, was bereits in Kapitel 4.2.2 erklärt ist. Um unverfälschte Ergebnisse zu erhalten, wird für die Simulationen auf eine Stabilisierung verzichtet.

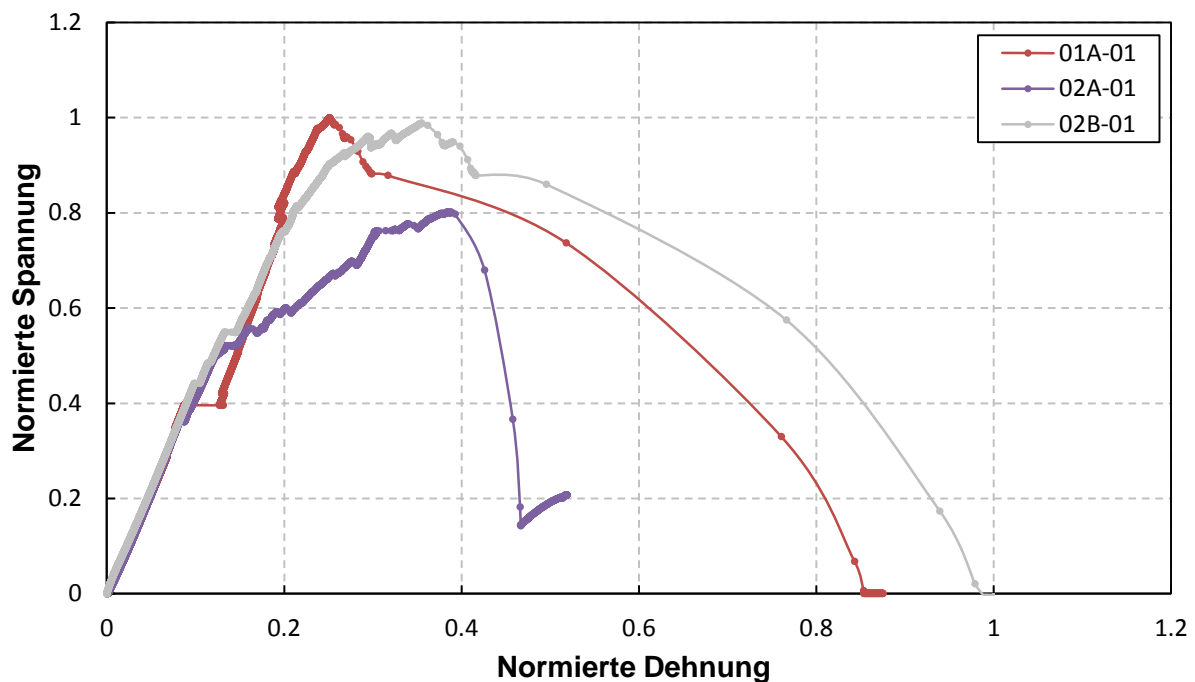


Abbildung 4.4: Diagramm Faserzugbelastung

Aus werkstoffmechanischer Sicht ist ein Verhältnis von  $\frac{\varepsilon^f}{\varepsilon^0} = 2.39$  bei CFK nicht realistisch. Aus den Veröffentlichungen von Wang, Lapczyk und Knight [5, 20, 31] ist ersichtlich, dass ein Verhältnis von 1.01 – 1.10 für CFK realistischer ist. Diese Abweichung entsteht, da die Dehnungsmessung über Clip Gauge im Entfestigungsbereich nach Einsetzen der Schädigung aufgrund der Oberflächenschädigung ungenaue Ergebnisse liefert und die Messung nicht mehr gültig ist. Bessere Ergebnisse bringt die Darstellung der gemessenen Kraft bzw. Spannung über die Dehnung, ermittelt aus dem Maschinenweg. Die alternative Berechnung der Dehnung aus dem zurückgelegten Maschinenweg durch die freie Länge beinhaltet allerdings folgende Effekte, die Fehlerquellen darstellen:

- Einfluss der Maschinensteifigkeit
- Reibung
- Keine lokale Dehnungsmessung

Mithilfe einer Korrelation zwischen Clip Gauge Dehnung und Maschinenweg im zulässigen Messbereich werden diese Effekte rausgerechnet. Dadurch wird auch der Entfestigungsbereich plausibel dargestellt, wie in Abbildung 4.5 zu sehen. Alle weiteren Auswertungen beinhalten die Dehnung, ermittelt aus dem Maschinenweg.

Die Spannung im Versuch wird aus der Kraft, gemessen über eine Kraftmessdose, geteilt durch den Ausgangsquerschnitt im freien Längenbereich berechnet. Deshalb wird in der Simulation die Reaktionskraft an der Einspannung ausgewertet und durch den Querschnitt

geteilt, um die Spannung in der Probe zu ermitteln. Die Spannungen errechnen sich aus der folgenden Beziehung:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (4.1)$$

$F$  ist dabei die Summe der Knotenreaktionskräfte an der Einspannung,  $A$  ist der Querschnitt der freien Länge, an dem die Spannungen ausgewertet werden. Für die normierten Spannungs – Dehnungsverläufe aus dem Maschinenweg unter Verwendung der Korrelation zwischen Dehnung und Maschinenweg ergeben sich folgende Diagramme, zu sehen in Abbildung 4.5.

Diese experimentellen Verläufe für die Faserzugbeanspruchung zeigen ein deutlich realistischeres Verhalten. Nach dem Eintreten der Schädigung verliert das Material sehr schnell seine Steifigkeit und ein starker Spannungsabfall ist zu beobachten. Die Simulation hingegen kann den steilen Abfall der Spannung nicht nachbilden. Wird ein Verhältnis zwischen Festigkeits – und Versagensdehnung zwischen 1.01 – 1.35 eingestellt, meldet ABAQUS während der Simulation Konvergenzprobleme und bricht die Rechnung ab. Der Graph der Simulation der linearen Degradation in Abbildung 4.5, der aus der Spannung über der Dehnung ausgewertet wird, zeigt das minimal einstellbare Verhältnis von  $\frac{\varepsilon^f}{\varepsilon^0} = 1.4$ . Bei diesem berechnet die UMAT das Verhalten ohne Konvergenzprobleme.

In Abbildung 4.5 ist deutlich zu erkennen, dass im Experiment kein ausgeprägter Entfestigungsbereich vorliegt. Das Material verliert schlagartig seine komplette Steifigkeit. Für UD Schichten ist eine Vorgabe eines Verhältnisses  $\frac{\varepsilon^f}{\varepsilon^0}$  nicht sinnvoll. Deshalb wird die eine UMAT mit der Ply – Discount Methode erstellt. Diese kann das Verhalten gut abbilden. Bei dem Ply – Discount Ansatz wird davon ausgegangen, dass das Laminate keine Steifigkeiten und Festigkeiten nach Schadensinitiierung mehr besitzt. Somit weist es auch keine Tragfähigkeiten mehr auf und die Spannungen fallen schlagartig ab. Der Vorteil der Methode ist, dass für einen Schädigungsparameter  $d$  bis zu einem Wert von  $d \approx 0.95$  keine Konvergenzprobleme entstehen. Da die Schädigungsparameter nicht 1.0 erreichen können, wird von der Ply – Discount Methode immer eine Restspannung angezeigt. Diese ist aber im realen Versuch nicht vorhanden. Der Wert darf nicht direkt auf 1.0 gesetzt werden, da sonst innerhalb der Hauptdiagonalen der Nachgiebigkeitsmatrix eine Division durch 0 stattfindet. Eine sofortige Entlastung auf 5% Reststeifigkeit liefert bereits gute Ergebnisse. Die Abbildung 4.6 zeigt das Ergebnis der Simulation der Ply – Discount Methode und stellt sie gegenüber den experimentellen Daten dar. Es ist zu erkennen, dass das komplette Materialverhalten sehr gut wiedergegeben wird.

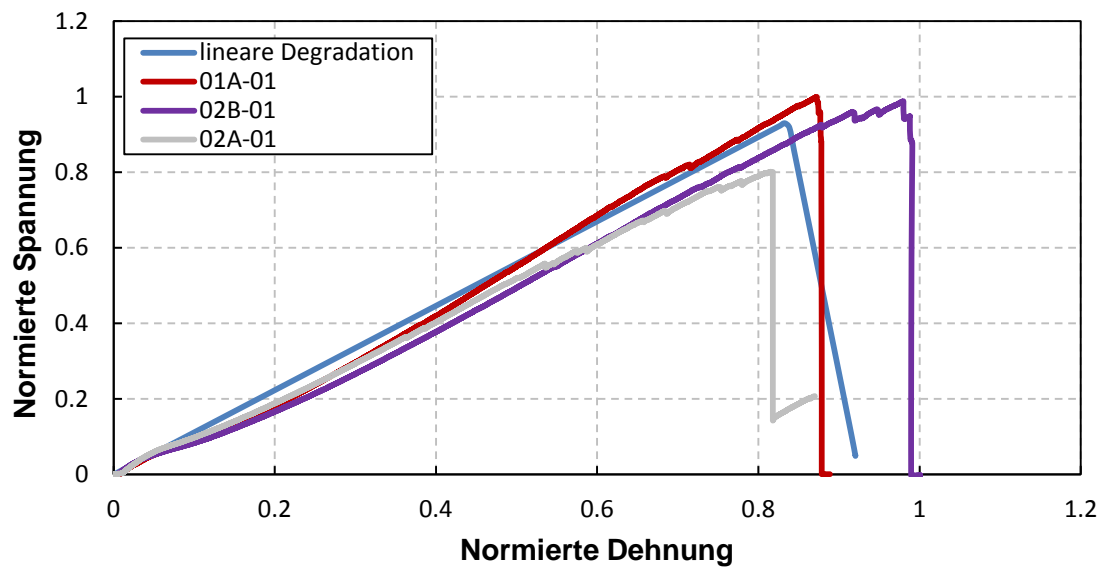


Abbildung 4.5: Spannungs - Dehnungsverläufe aus Maschinenweg

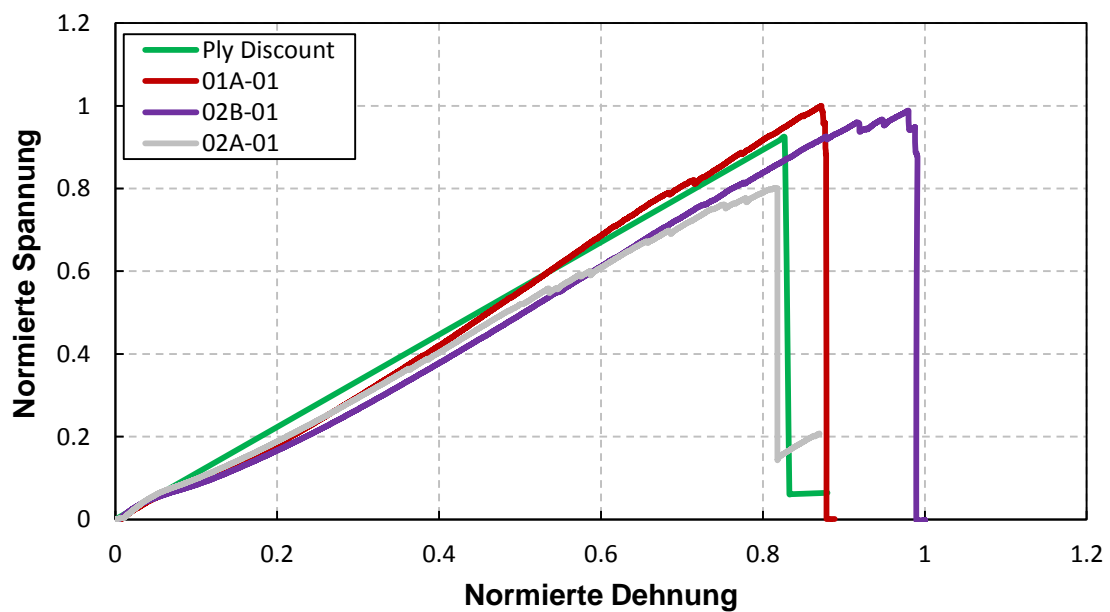


Abbildung 4.6: Ply Discount Methode im Vergleich zu experimentellen Daten

Zur Bestimmung des relativen Fehlers zwischen Simulation und Messung wird die Formel

$$RF = \frac{x_A - x_B}{x_B} \cdot 100\% \tag{4.2}$$

verwendet.  $x_B$  stellt dabei den Bezugswert dar, auf den sich der Fehler bezieht (Wert des Experiments),  $x_A$  ist der Wert der Simulation. Der Fehler  $RF$  wird in Prozent angegeben.

Die Abweichung der Simulation von den Versuchsdaten aller Proben wird für alle Belastungsfälle für die drei Kenngrößen Elastizitätsmodul, Festigkeit und Dehnung bei Versagen ermittelt.

Die Steigung im ungeschädigten Bereich weicht für beide Methoden zwischen 1.4% und 2.3% von den Messwerten ab. Die Festigkeiten haben eine Abweichung von 6.2% bis 13.7% und die Versagensdehnungen schwanken zwischen 1.7% bis 10.5% bei der Ply – Discount Methode. Bereits die Messwerte weisen eine große Streuung auf, was zu der Fehlerspanne führt. Anhand der Fehler kann festgestellt werden, dass die Ply – Discount Methode das Verhalten der unidirektionalen Schicht unter Zug in Faserrichtung sehr gut abbilden kann. Die Ply – Discount Methode bildet dabei genau den gemittelten Verlauf ab, der sich aus den drei Versuchskurven ergibt. Die Versagensdehnung der linearen Degradation ist zwischen 4.5% und 9.9% größer als die Dehnung der Messergebnisse. Allerdings kann die lineare Degradation den Verlauf der Entfestigung nicht darstellen. Die Ergebnisse sind nochmals in Form der Tabelle 4.2 zusammengefasst.

*Tabelle 4.2: Abweichungen Simulation - Messdaten Zug 0° UD*

		Steifigkeit	$R$	$\varepsilon^f$
Lineare Degradation	min. [%]	1.4	6.2	4.5
	max. [%]	2.3	13.7	9.9
Ply Discount	min. [%]	1.4	6.2	1.7
	max. [%]	2.3	13.7	10.5

#### 4.3.2. Zugbelastung quer zur Faserrichtung

Das simulierte Verhalten unter Zug von Proben mit 90° Lagenaufbau ist mit den Versuchsdaten in Diagramm Abbildung 4.8 abgebildet. Die Daten stammen aus der Messung mit Clip Gauge. Das Fraunhofer IWM hat mit zwei verschiedenen Probenlängen gearbeitet, 250 mm und 200 mm.

Es ist in Abbildung 4.7 zu erkennen, dass die längeren Proben bei ca. 50% Festigkeit der kürzeren Proben versagen. Ein Problem ist, dass der untaillierte Bereich der langen Proben nicht vollständig in der Einspannvorrichtung der Maschine liegt. Bei den langen Proben entsteht ein Bruch außerhalb des taillierten Bereichs, deshalb werden die Proben gekürzt. Der Bruch der kürzeren Proben liegt im taillierten Bereich. Die langen Proben erreichen somit auch nicht die angegebene Festigkeit sondern nur ca. die Hälfte der Festigkeit der kürzeren Proben. Im Folgenden werden nur noch die gekürzten Proben verwendet.

Im ungeschädigten Bereich stimmt die Simulation sehr gut mit den Experimenten überein. Es ist zu erkennen, dass die lineare Degradation den Verlauf im Entfestigungsbereich der kürzeren Proben darstellen kann.

Die Bewertung der Abweichung bezieht sich auf Abbildung 4.9, da dort nur eine Probenlänge verwendet wird.

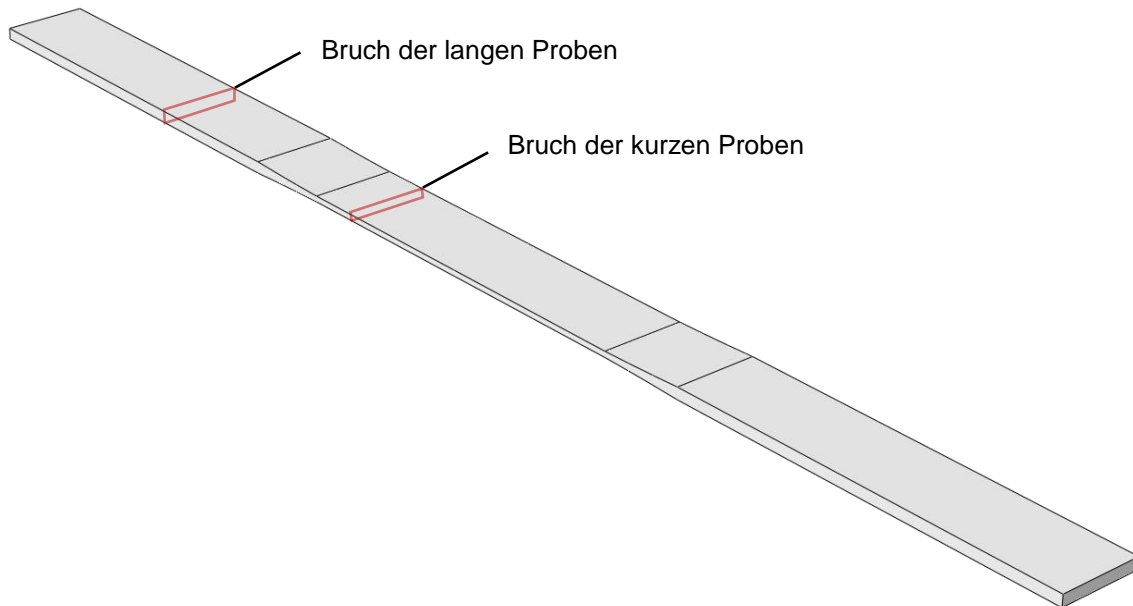


Abbildung 4.7: Bruchstellen Zugprobe 90° UD

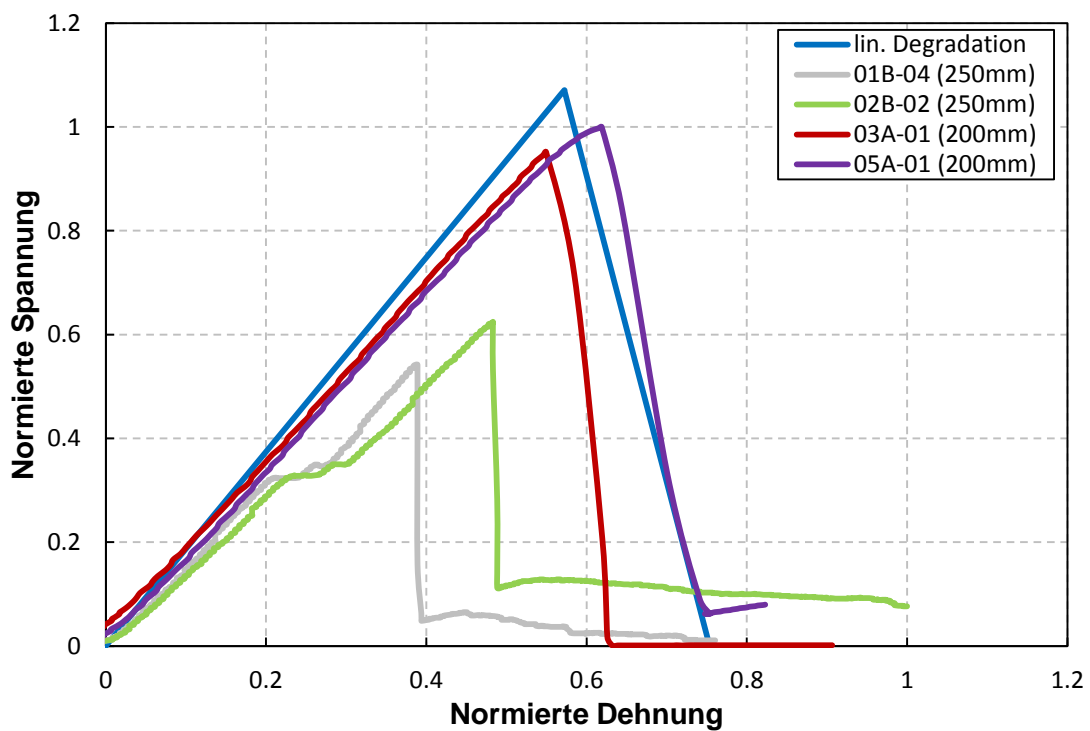


Abbildung 4.8: Spannungs – Dehnungsverlauf aus Maschinenweg für Zug UD 90°

Der Nachteil der Dehnungsmessung über Clip Gauge ist, dass die Messung im Entfestigungsbereich nicht mehr gültig ist. Die Oberfläche des Materials schädigt und die

Messwerte werden verfälscht. Es bietet sich die Nutzung der Korrelation Maschinenweg – Dehnung an, um plausiblere Versuchsdaten zu erhalten.

Die Abbildung 4.9 stellt den ermittelten Spannungs – Dehnungsverlauf aus dem Maschinenweg dar. Die Daten sind auf die größte, experimentell ermittelte Dehnung und Spannung normiert. Die Eingabeparameter für die Steifigkeiten in die Simulation stammen aus den gemittelten Versuchsdaten. Dadurch sind etwaige Abweichungen von den einzelnen Versuchen zu erklären. Des Weiteren sind die erreichten Festigkeitswerte der Simulationen etwas höher (ca. 7%) als die Werte der Experimente. Die vom Hersteller angegebene Festigkeit ist höher als die, die das Material erreicht. Dies lässt sich mit Materialfehlern (z.B. Einschlüssen) und Probenwölbung begründen. Der Spannungsverlauf der Ply – Discount Methode erreicht nicht den Wert 0, da die Schädigungsvariable  $d$  nach Eintritt der Schädigung konstant auf 0.95 gehalten wird. Die Tragreserve in 90° Richtung nach Erreichen der Festigkeit wird nicht abgebildet. Die Methode der linearen Degradation kann das Schädigungsverhalten bei Quersugbelastung mit dem minimal einstellbaren Verhältnis von Versagens – zu Festigkeitsdehnung von 1.40 sehr gut abbilden. Der Verlauf im Entfestigungsbereich stimmt gut mit dem des Zugversuchs 05A-01 ein. Während das Material unter Zugbelastung in Faserrichtung nach Eintritt des Schadens keine Lasten mehr aufnehmen kann, ist bei Quersugbelastung eine lineare Abnahme der Spannungen über den Dehnungen zu beobachten.

Die Steigung der Simulationsdaten weicht ca. 0.19% von den Versuchsdaten ab. Die Festigkeitswerte der Simulation zeigen einen Unterschied von 6.5% – 11.0% an. Für die Ply – Discount Methode liegen die Abweichungen der Versagensdehnungen zwischen 9.4% und 31.7%. Bei der linearen Degradation hingegen liegen die Werte zwischen 0.2% bis 16.8% zu den Versuchsdaten. Der qualitative Verlauf wird von der linearen Degradation besser wiedergegeben. Die Abweichungen sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst.

*Tabelle 4.3: Abweichungen Simulation - Messdaten Zug 90° UD*

		Steifigkeit	$R$	$\varepsilon^f$
Lineare Degradation	min. [%]	0.19	6.5	0.20
	max. [%]	2.70	11.0	16.8
Ply Discount	min. [%]	0.19	6.5	9.4
	max. [%]	2.70	11.0	31.7

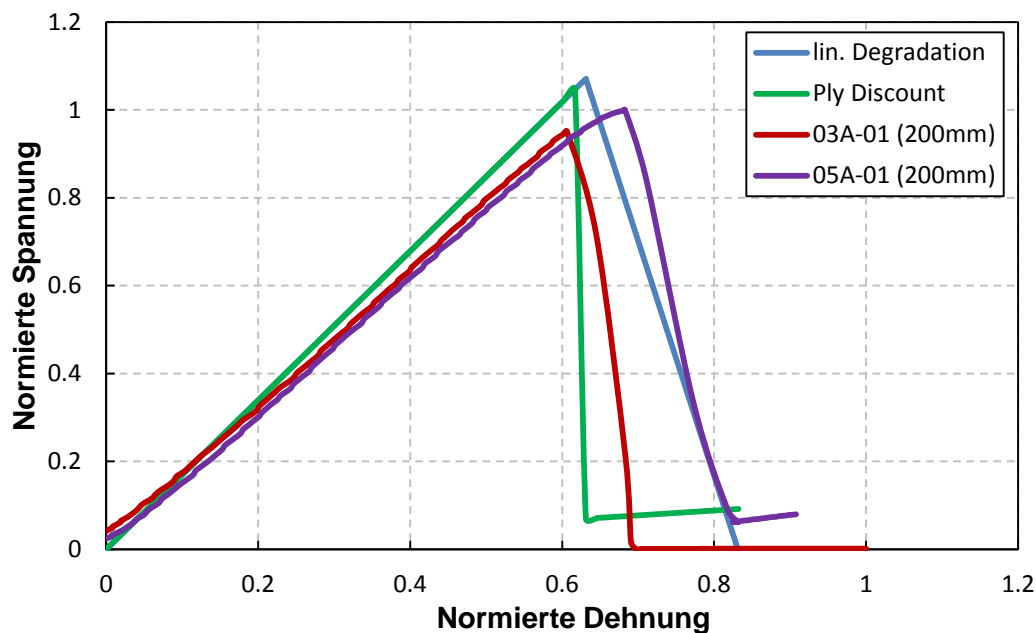


Abbildung 4.9: Spannungs - Dehnungsverlauf für gekürzte UD 90° Proben

#### 4.3.3. Druckbelastung in Faserrichtung

Abbildung 4.10 stellt die Verläufe der Druckbelastung von 0° Laminaten dar. Hierfür liegen nur Daten aus einem Druckversuch vor. Diese Daten sind nicht sehr aussagekräftig, da Stauchungen an den Probenenden auftreten. Die Stauchung hat zum Versagen geführt, nicht der Bruch der Probe selber. Der Versuch ist somit ungültig, aber im linearen Bereich können die Messdaten für erste Auswertungen herangezogen werden. Bis zu einer normierten Dehnung von ca. 18% stimmen die Simulations – und Versuchsdaten gut überein. Die Ply – Discount Methode berechnet ein Versagen der Probe bei ca. 23% der normierten Dehnung. Die Methode der linearen Degradation kann für den vorliegenden Druckbelastungsfall das Verhalten nach beginnender Schädigung aufgrund von Konvergenzproblemen nicht mehr simulieren. Die Versuchsdaten sind ab ca. 20% Dehnung aufgrund einsetzender Schädigung nicht mehr aussagekräftig.

Während die Steifigkeit eine Abweichung von 3.5% aufweist, weicht die Festigkeit ca 33% von der experimentell ermittelten Festigkeit ab. Es erscheint nicht sinnvoll, die Versagensdehnung auszuwerten, da die Versuchsdaten keine plausiblen Werte liefern.

Anhand der vorliegenden Versuchsdaten kann das Materialverhalten bezüglich des Entfestigungsbereiches nicht bewertet werden.

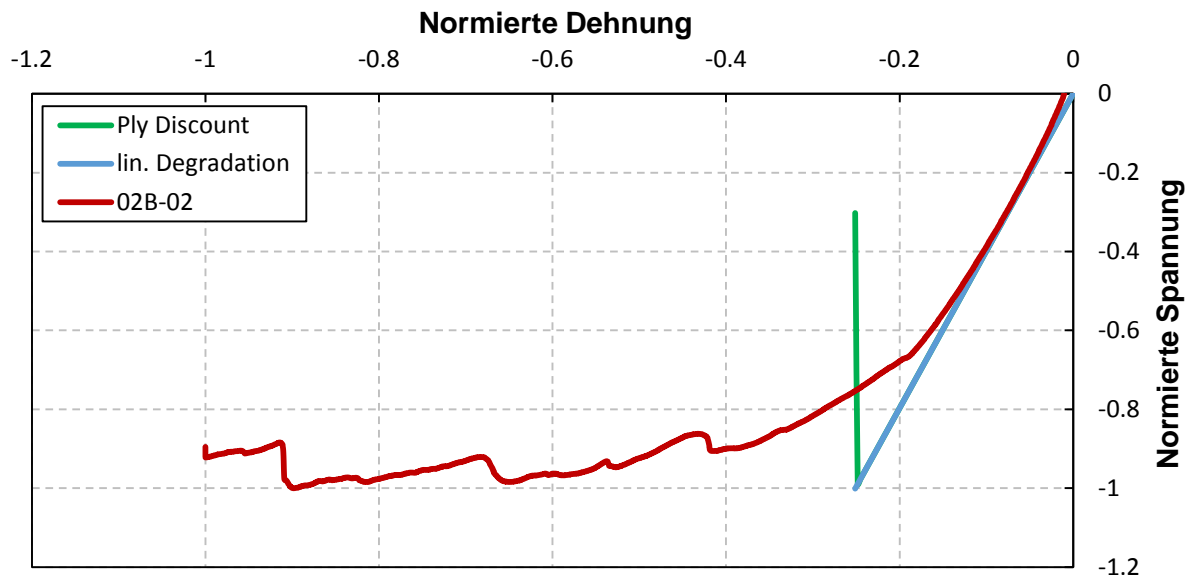


Abbildung 4.10: Druckbelastung Faserrichtung

#### 4.3.4. Druckbelastung quer zur Faserrichtung

Die Simulationsergebnisse für Druckbelastung bei 90° Laminaten sind den experimentellen Daten in Abbildung 4.11 gegenübergestellt. Die experimentellen Daten stellen bereits das Spannungs – Dehnungsverhalten bis zum Totalversagen dar, es ist kein Entfestigungsbereich zu erkennen, außer bei der Messung 02A-02. Bereits im ungeschädigten Bereich verläuft die Spannung nichtlinear über der Dehnung. Dies kann an der vorhandenen Wölbung der Druckproben liegen. Aufgrund der Wölbung sind auch Biegeeffekte vorhanden, die die Messdaten beeinflussen. Die Verläufe aus den ABAQUS Berechnungen sind linear. Das nichtlineare Verhalten der Druckversuche kann weder der Ply - Discount Ansatz, noch die lineare Degradation abbilden. Das Ply - Discount Modell zeigt dabei wieder nach dem Erreichen der Festigkeit einen steilen Spannungsabfall mit anschließendem Komplettversagen an. Die Proben sind am letzten ermittelten Datenpunkt komplett versagt. Die Routine der linearen Degradation kann den Spannungsabfall bzw. die plötzliche Entlastung nicht abbilden und beendet die Berechnung aufgrund von mangelnder Konvergenz.

Es ist schwierig, eine Aussage über die Genauigkeit der Simulation gegenüber den Experimenten bezüglich der Steifigkeit zu machen, da diese bei den Experimenten nichtlinear verläuft. Die Steifigkeit hat zu Beginn der Simulation eine Abweichung zwischen 0.7% und 3.0%, wohingegen die Abweichung kurz vor dem Erreichen der Festigkeit zwischen 1.1% und 6.6% liegt. Die Festigkeiten weichen stärker voneinander ab, so liegen diese zwischen 4.9% und 27.3% voneinander entfernt. Die Versagensdehnung zeigt eine noch größere Streuung. Die Abweichungen der Versagensdehnungen liegen im Wertebereich zwischen 9.5% und 57.6%.

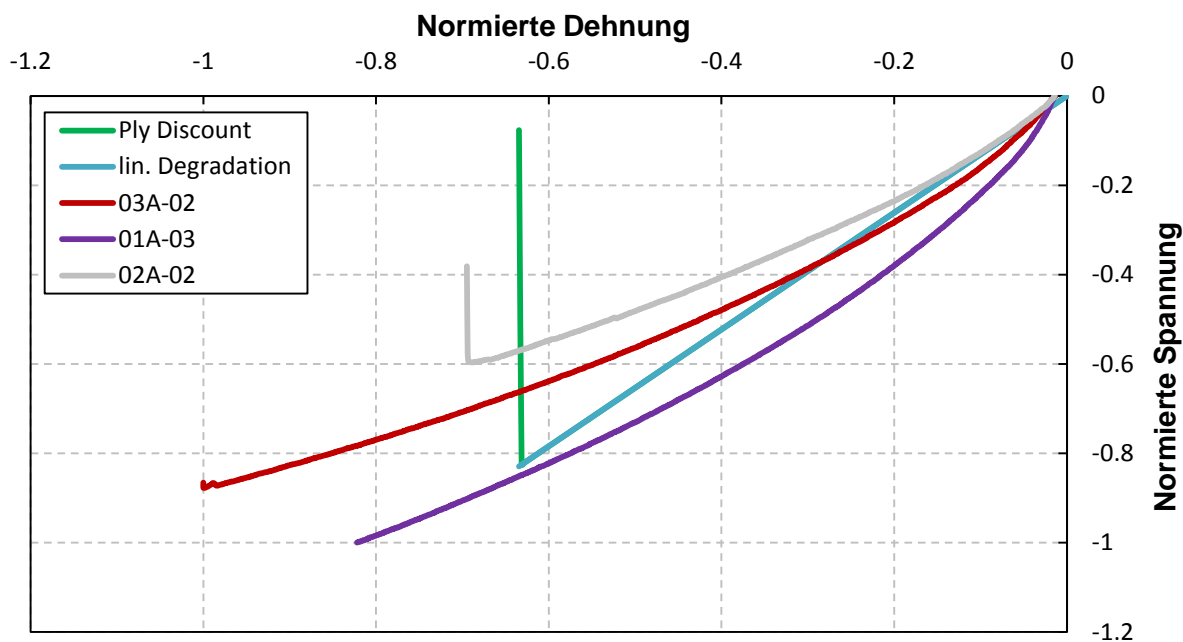


Abbildung 4.11: Spannungs - Dehnungsverlauf Druck quer zur Faserrichtung

Tabelle 4.4: Abweichungen Simulation - Messdaten Druck 90°

		Steifigkeit	R	$\epsilon^f$
Lineare Degradation	min. [%]	0.70	–	–
	max. [%]	6.60	–	–
Ply Discount	min. [%]	0.70	4.90	9.5
	max. [%]	6.60	27.3	57.6

Es ist also zu erkennen, dass anders als überlegt, die lineare Degradation nicht in der Lage ist, alle Belastungsfälle darzustellen. Die UMAT wird deshalb noch um die Ply – Discount Methode erweitert. Mit dieser Methode sind Belastungsfälle wie beispielsweise Zugbelastung von 0° Laminaten simulierbar. Der Vorteil der Ply – Discount Methode ist, dass eine Simulation ohne Konvergenzprobleme möglich ist.

#### 4.4. Multidirektionale Versuchsproben

Nachdem die Vergleiche zwischen den experimentell ermittelten Materialverhalten und den simulierten unidirektionalen Versuchen ausgewertet und bewertet wurden, soll das Programm nun am Mehrschichtverbundlaminat getestet werden.

#### 4.4.1. Zugversuche am multidirektionalen Laminat

Das Modell des MD – Verbundes ist in Dickenrichtung aus mehreren Elementschichten aufgebaut, wobei jede Schicht eine Einzellage repräsentiert. Jeder Elementschicht wird dabei eine eigene Orientierung zugewiesen, um somit das Laminat, wie es in Tabelle 3.6 zu finden ist, zu erstellen. Das getestete Laminat hat für erste Vergleiche zwischen Versuchen und Simulationen einen zu komplexen Lagenaufbau. Ein Test eines Laminats mit einfacherem Aufbau (z.B. Kreuzlaminat) bringt Ergebnisse, die sich für erste Vergleiche besser eignen. Die Simulationsergebnisse sind den Versuchsdaten in Abbildung 4.12 gegenübergestellt. Die Simulationsdaten werden unter Verwendung von Routinen mit der Ply – Discount Methode oder mit der linearen Degradationsmethode erstellt. Es ist dabei zu erkennen, dass im ungeschädigten, linearen Bereich beide Simulationen ohne große Abweichungen mit den Experimenten übereinstimmen.

Aus den MD – Zugversuchsergebnissen ist folgender Verlauf zu erkennen. Bis zu einer normierten Dehnung zwischen 62% bzw. 82% nimmt die Spannung linear zu. Wenn diese Dehnung erreicht ist, tritt Schädigung in den ersten Lagen ein und die Spannungen fallen stark ab. Es finden Spannungsumlagerungen in die noch intakten Schichten statt und die Spannung kann wieder steigen. Versuch 02B-04 zeigt eine zweite Spannungsumlagerung. Die Proben versagen anschließend komplett. Der Beginn der Schädigung der Simulation liegt deutlich unterhalb der Versuchsergebnisse. Eine Abweichung entsteht hier durch die Ply – Discount Methode selber. Im Versuch kann bereits an diesem Punkt eine Schädigung vorliegen. Da aber die Steifigkeiten nicht so stark und plötzlich degradieren wie mit dem Programm simuliert, entsteht somit eine Abweichung. Im weiteren Verlauf der Simulation ist die Abnahme der Steifigkeiten nach Eintritt der Schädigung gut zu erkennen.

In der Simulation ist das Versagen von Einzelschichten sowie Spannungsumlagerungen zu erkennen. Ab einer normierten Dehnung von ca. 52% sagt die Ply – Discount Fortranroutine ein erstes Versagen voraus. Dabei schädigt zuerst die Matrix, wie in Abbildung 4.13 zu sehen. Die Spannungen sinken dabei rapide ab, sobald Schädigung der Fasern eintritt, ab ca. 56% der normierten Dehnung. Im Laminat findet dabei eine Spannungsumlagerung auf die anderen, noch nicht beschädigten Schichten, statt. Nach dem Eintritt dieser ersten Schädigung steigt die Spannung wieder linear über die Dehnung, allerdings ist die Steifigkeit etwas geringer. Die Steigung ist etwas niedriger als im ungeschädigten Bereich, da eine Schicht des Laminates keine bzw. nur noch geringe Steifigkeiten aufweist. Die Spannung nimmt solange zu, bis die nächste Lage versagt und es wieder zu Spannungsumlagerungen kommt. Anschließend steigt die Spannung über der Dehnung wieder. Die Simulation mit der Ply - Discount Methode erreicht dabei nicht die Spannungen, die in den Experimenten erreicht wurden. Die Simulation liegt im Entfestigungsbereich immer unterhalb der Versuchsdaten. Die Tragfähigkeit des Laminates wird unterschätzt. Ein

möglicher Grund dafür kann die sofortige Herabsetzung der Materialeigenschaften sein. Die Simulation beinhaltet kein Abbruchkriterium für die Berechnung, deswegen ist eine Bewertung der Abweichung der Versagensdehnung nicht möglich. Es ist aber in Abbildung 4.13 zu erkennen, dass immer mehr Elemente degradieren und das Laminat am Punkt (3) in Abbildung 4.12 kurz vor dem Totalversagen steht.

Die lineare Degradationsmethode kann nur den ungeschädigten Bereich darstellen, sobald Schädigung auftritt bricht die Routine aufgrund von Konvergenzproblemen ab.

Die Steigung der Simulation ist zwischen 0.5% – 16.6% höher als die der Versuchsdaten. Die erreichte Festigkeit der Simulation liegt zwischen 11.3% und 48.0% unter denen der Versuche. Für die Simulation des MD – Laminats liegt keine Abbruchbedingung vor, die Ergebnisse sind nur bis zur maximalen Dehnung der Versuche ausgewertet. Dabei liegt eine maximale Abweichung von 12.8% vor.

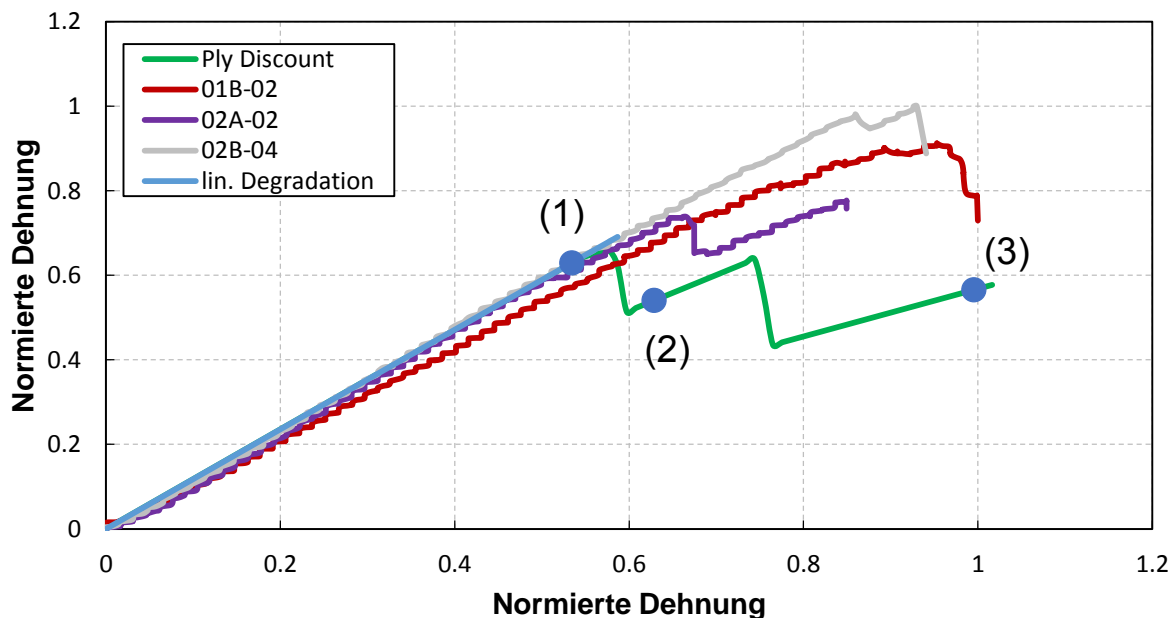


Abbildung 4.12: Vergleich MD Zugversuch Experiment – Simulation

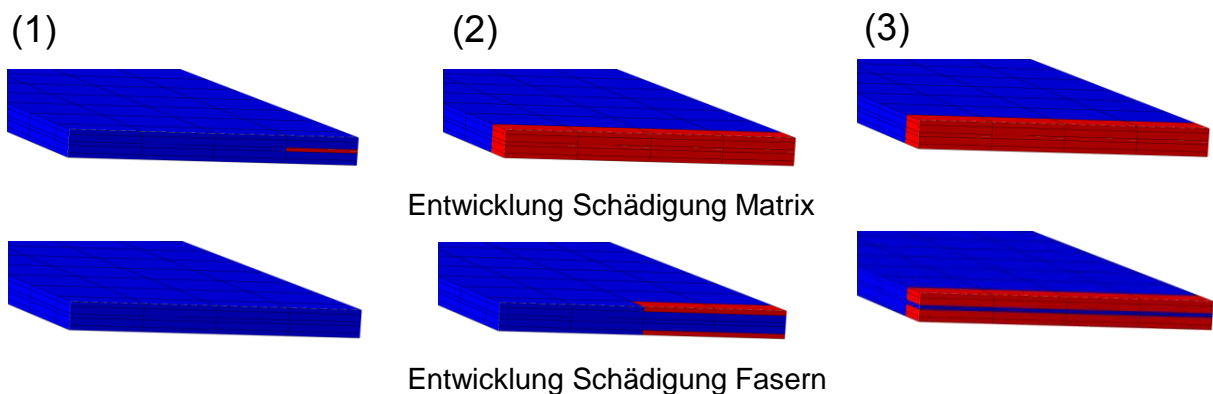


Abbildung 4.13: Schadensentwicklung MD Zugprobe

Tabelle 4.5: Abweichungen Simulation – Messdaten MD Zug

		Steifigkeit	$R$	$\varepsilon^f$
Lineare Degradation	min. [%]	0.50	–	–
	max. [%]	16.6	–	–
Ply Discount	min. [%]	0.50	11.3	–
	max. [%]	16.6	48.0	12.8

Auf die Simulationsergebnisse wirkt keine viskose Regularisierung. In der vorliegenden Arbeit sollen die unverfälschten Ergebnisse dargestellt werden. Ein Diagramm mit stabilisierter linearer Degradation ist im Anhang (Abbildung 7.8) zu sehen.

#### 4.4.2. Druckversuche am multidirektionalen Laminat

Abschließend wird die UMAT mit den Daten für die Druckversuche des multidirektionalen Laminats verglichen. In Abbildung 4.14 sind die Spannungs – Dehnungskurven der Simulationen (Ply – Discount und lineare Degradation) den Versuchsdaten gegenübergestellt. Ähnlich zu den Druckversuchen der UD Lage ist bereits zu Beginn der Belastung ein nichtlinearer Verlauf zu erkennen. Dieser lässt sich durch die Wölbung der Probe und der damit einhergehenden zusätzlichen Biegebelastung erklären. Zusätzlich können in den Proben Schäden wie beispielsweise Delaminationen auftreten, die in der Simulation nicht beachtet werden. Weder die UMAT mit linearer Degradation, noch die Ply – Discount UMAT können diesen Verlauf wiedergeben. Es ist zudem zu sehen, dass sowohl die Ply – Discount, als auch die lineare Degradationsmethode die Festigkeit früher erreichen als es in den Versuchen der Fall ist.

Die Spannungsabfälle im Verlauf des Simulationsergebnisses mit der Ply – Discount Methode zeigen das Versagen von Einzelschichten an. Zwischen Punkten, an denen eine Lage versagt, nimmt die Spannung linear zu, aber mit zunehmender Schädigung (bzw. Versagen einer Schicht) nimmt die Steifigkeit ab. Die lineare Degradation bricht die Berechnung aufgrund von Konvergenzproblem ab, erreicht die Festigkeit aber später als die Ply – Discount Methode. Ein Entfestigungsbereich ist bei den experimentellen Verläufen nicht zu erkennen, außer bei Versuch 01B-05. Die Ply – Discount Methode bildet Spannungsumlagerungen ab, die aber in den Versuchsdaten nicht wiederzufinden sind. Das qualitative Materialverhalten wird von den Modellen nicht abgebildet.

Hier liegen die Abweichungen für die Steifigkeit zu Beginn der Simulation zwischen 2.0% und 12.0%. Mit zunehmender Dehnung steigen die Abweichungen, aufgrund des nichtlinearen Verlaufs der MD – Druckprobe. Kurz vor Erreichen der Festigkeit ist eine Abweichung von bis zu 32.2% zu beobachten. Die Festigkeit der Simulation wird aufgrund der höheren Steifigkeit und des linearen Verlaufs bei geringeren Dehnungen erreicht. Die

Abweichung der Festigkeitswerte liegt zwischen 6.2% und 12.6%. Die Versagensdehnung ist schwer zu beurteilen, da für die Simulation des MD – Laminates keine eindeutige Abbruchbedingung vorliegt. Die Versagensdehnung der Simulation wird am Punkt der maximalen gemessenen Dehnung ausgewertet. Die maximale Abweichung beträgt dabei 38.6%. Die Abweichungen sind in Tabelle 4.6 zusammengefasst.

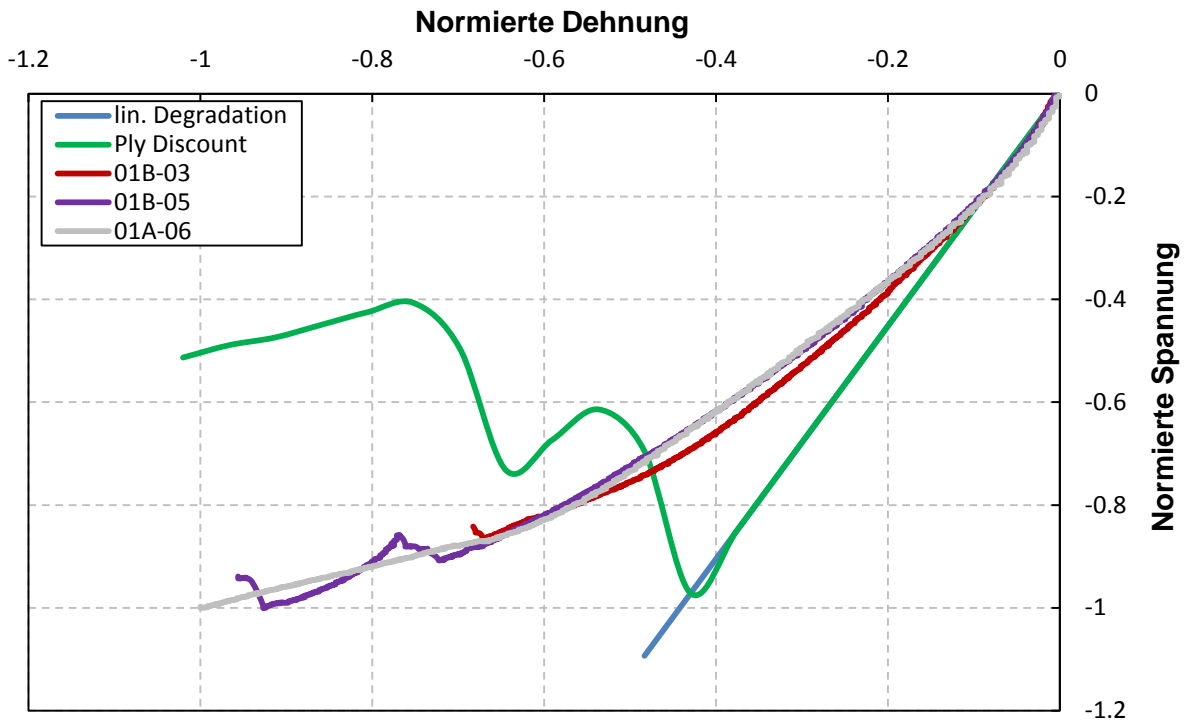


Abbildung 4.14: Vergleich MD - Druckversuch Experiment – Simulation

Tabelle 4.6: Abweichungen Simulation - Messdaten MD Druck

		Steifigkeit	R	$\epsilon^f$
Lineare Degradation	min. [%]	2.0	–	–
	max. [%]	32.2	–	–
Ply Discount	min. [%]	2.0	6.2	–
	max. [%]	32.2	12.6	38.6

### 4.5. Diskussion

Zu Beginn der Modellierung wird die Hypothese aufgestellt, dass mit dem Ansatz der linearen Degradation alle Belastungsfälle darstellbar sind. Nach ersten Vergleichen mit Messdaten fällt auf, dass die lineare Degradation schnell zu Konvergenzproblemen neigt und Verläufe mit sofortigem Spannungsabfall, wie beispielsweise für 0° Zugbelastung, nicht

darstellen kann. Auch das Verhalten von multidirektionalen Laminaten wird nicht komplett dargestellt. Es wird eine zweite UMAT mit der Ply – Discount Methode programmiert. Mit dieser Methode der plötzlichen Entlastung lassen sich Simulationen erstellen, die keine Konvergenzprobleme aufweisen. Die Simulationen werden für die Belastungsfälle mit der linearen Degradation und der Ply – Discount Methode erstellt.

Die Ergebnisse zeigen, dass sich der Ansatz der linearen Degradation für andere Anwendungsfälle anbietet als der Ansatz der Ply – Discount Methode. Die Schwierigkeit der ersteren Methode ist, Konvergenz zu erzeugen. Mithilfe der viskosen Regularisierung ist dies in manchen Fällen möglich. Um für den Entfestigungsbereich konvergente Lösungen zu erzeugen, ist teilweise eine sehr starke Regularisierung nötig, durch die die Simulationsergebnisse stark verfälscht werden. Ohne Regularisierung bricht die Simulation meist aufgrund von Konvergenzproblemen ab. Nur das prinzipielle Verhalten der 90° Probe unter Zug wird von der linearen Degradation besser dargestellt als von der Ply – Discount Methode.

Für einen ersten Schritt der Entwicklung eines 3D Schädigungsmodells liefern die Simulationen der unidirektionalen Laminats gute Ergebnisse. Besonders die Zugversuche können mit den Programmen gut dargestellt werden. Die Ply – Discount Methode eignet sich dabei eher für 0° Proben, wohingegen die lineare Degradation das Verhalten von 90° Proben besser berechnet. Bei den Druckversuchen hat die Probengeometrie starken Einfluss auf die Ergebnisse. Aufgrund der Wölbung fließen Biegeeffekte mit in die Messdaten ein, welche in der Simulation keine Beachtung finden. Eine Aussage über die Genauigkeit der Simulationen der Druckversuche ist aufgrund der Probengeometrie nicht sinnvoll.

Besonders das Verhalten des MD Laminates ist interessant. Laut Fraunhofer IWM sind während der Versuche starke Delaminationen aufgetreten. Delaminationen werden aber in keinem der beiden programmierten Ansätze beachtet. Trotzdem bildet die Ply – Discount Methode den qualitativen Spannungs – Dehnungsverlauf für Zugbelastung sehr gut ab. Die Spannungsumlagerungen und Änderung der Steifigkeiten sind gut zu erkennen. Es ist also möglich mithilfe der Ply – Discount Methode das Verhalten des MD Laminates unter Zugbelastung zu simulieren. Da die Simulationskurve unterhalb der Versuchskurven liegt, kann davon ausgegangen werden, dass der Ansatz konservativ ist und eine gewisse Sicherheit beinhaltet. Die Tragfähigkeit wird unterschätzt, da sobald Schädigung auftritt, die Steifigkeiten innerhalb der Simulation für diese Schicht rapide herabgesetzt werden. Die Steifigkeit der Probe fällt nicht so plötzlich ab, wie in der Simulation, deswegen liegt der Verlauf unterhalb der Messdaten.

Für die Druckbelastung des multidirektionalen Laminats stimmt die Simulation nicht mit den Versuchsdaten überein. Bereits im ungeschädigten Bereich ist im Versuch ein nichtlinearer

Verlauf vorhanden, welcher von der Simulation nicht abgebildet wird. Es werden Spannungsumlagerungen und Steifigkeitsänderungen berechnet. Diese Umlagerungen sind in den Versuchsdaten hingegen nur schwach ausgeprägt. Die Abweichungen der Simulationsergebnisse bei Druckbelastung zu den Experimenten sind sehr groß. Eine mögliche Begründung für die starken Abweichungen, vor allem bei den Druckproben, ist die Wölbung der Probe, wodurch neben den Schädigungen und Delaminationen zusätzlich noch Biegebeanspruchungen hinzukommen. Die Delaminationen haben vor allem Einfluss bei Druckbelastung, was eine mögliche Begründung für die besseren Ergebnisse der Simulationen der Zugversuche liefert. Des Weiteren liegen die Probengeometrien teilweise außerhalb des Toleranzbereichs der angewendeten Norm.

Die beiden Ansätze, lineare Degradation und Ply – Discount Methode sollen nun verglichen werden.

Beide Methoden haben sowohl ihre Vor – als auch ihre Nachteile. Die Ply – Discount Methode kann mit relativ geringer Abweichung das Schadensverhalten von 0° Laminaten unter Zug abbilden, wohingegen die lineare Degradation den prinzipiellen Spannungs - Dehnungsverlauf von 90° Laminaten unter Zug gut wiedergibt. Zu den Verhalten unter Druckbelastung der einfachen UD Proben kann anhand der vorliegenden Versuchsdaten keine präzise Aussage getroffen werden. Das Verhalten des multidirektionalen Laminats wird von der Ply Discount Methode qualitativ gut abgebildet, die Methode der linearen Degradation kann das komplexe Verhalten, vor allem im Entfestigungsbereich, aufgrund der Anfälligkeit für Konvergenzprobleme nicht darstellen. Aus den vorangegangenen Kapiteln ergeben sich somit für die Methode der linearen Degradation folgende Vorteile:

- Bildet Entfestigungsbereich für Laminat mit 90° Faserorientierung ab
- Kann Entfestigungsverhalten für große  $\frac{\epsilon^f}{\epsilon^0}$  Verhältnisse abbilden
- Spannung kann bis auf 0 MPa abfallen

Als Nachteile sind zu nennen:

- Konvergenzprobleme
- Verhältnis zwischen Festigkeitsdehnung – und Versagensdehnung ist notwendig und schwer aus Versuchen zu ermitteln
- MD Verhalten wird nicht abgebildet

Innerhalb der Arbeit wurden die Konvergenzprobleme hingenommen um die reinen Ergebnisse der Methode zu erhalten. Eine viskose Regularisierung kann Konvergenzprobleme lindern, verfälscht aber die Ergebnisse. Für erste Simulationen sollen möglichst unverfälschte Ergebnisse ausgewertet werden.

Mithilfe der linearen Degradation kann ein Entfestigungsbereich dargestellt werden. Auch kann angenommen werden, dass das Materialverhalten des MD Verbundes besser dargestellt wird, da von einem kontinuierlichen Schädigungswachstum ausgegangen werden kann. Dadurch entstehen die Spannungsumlagerungen der Simulation bei größeren Dehnungen und höhere Spannungen können erreicht werden.

Im Gegensatz dazu spricht für die Ply – Discount Methode:

- Schädigungsverhalten bei Zugbelastung in Faserrichtung wird gut abgebildet
- Kann das Verhalten des MD – Verbundes simulieren
- Keine Schwierigkeiten hinsichtlich der Konvergenz

Die Nachteile der Ply – Discount Methode sind:

- Restspannung ist vorhanden
- Der Entfestigungsbereich wird kaum dargestellt
- MD Verhalten unter Zug wird unterschätzt
- Kaum Übereinstimmung für MD Druckbelastung

## **5. Zusammenfassung und Ausblick**

Abschließend stellt die Zusammenfassung einen Überblick über die Ergebnisse dar. Der Ausblick zeigt die weiteren Aufgaben und Fragestellungen, die sich aus den Erkenntnissen ergeben.

### **5.1. Zusammenfassung**

Das Verhalten nach Erreichen der Festigkeit bei Faserverbundwerkstoffen ist bisher für ebene Belastungsfälle in ABAQUS implementiert. Mithilfe der Kriterien nach Hashin wird dabei der Beginn der Schädigung berechnet und mit einem Energieansatz, bzw. dem Ansatz der linearen Degradation, das Verhalten im Entfestigungsbereich bestimmt. Die Bestimmung der Schadensvariable  $d$  wird um eine Dimension erweitert um somit das Schädigungsverhalten im Raum simulieren zu können.

Mithilfe von Modellen von unidirektionalen Zug – und Druckproben wird zur Erweiterung von ABAQUS ein benutzerspezifisches Material (UMAT) entwickelt. Die UMAT, welche in FORTRAN programmiert ist, wird dabei von ABAQUS an jedem Integrationspunkt während der Berechnung aufgerufen. ABAQUS übergibt die Dehnungen an die Routine. Diese wertet dann das Kriterium für Schadensinitiierung nach Hashin für alle drei Richtungen aus. Tritt Schädigung ein, wird eine Schädigungsvariable bestimmt. Diese wirkt direkt auf den Steifigkeitstensor und degradiert diesen. Mit dem neuen Steifigkeitstensor wird die neue Spannung berechnet. Bei der linearen Degradation treten oft in Kombination mit dem Newton – Raphson Näherungsverfahren Konvergenzprobleme auf. Diese lassen sich mithilfe der viskosen Regularisierung umgehen. Allerdings muss für gute Ergebnisse die Regularisierung sehr klein sein, da diese einem Störfaktor gleich kommt [20]. Je größer die Regularisierung ist, desto mehr werden die Ergebnisse verfälscht. Um Konvergenz, vor allem bei der Simulation von MD – Laminaten, zu erzeugen, sind teilweise sehr große Stabilisierungsfaktoren notwendig, die die Ergebnisse stark verfälschen. Eine zweite, in dieser Arbeit implementierte Methode stellt der Ply – Discount Ansatz dar. Bei diesem wird, nach Erfüllung des Schadenskriteriums nach Hashin, die Schadensvariable auf einen konstanten Wert gesetzt und während der Simulation konstant gehalten. Diese Methode ist nicht anfällig für Konvergenzschwierigkeiten. Es kann aber kein Entfestigungsbereich bzw. Tragverhalten nach Erreichen der Festigkeit dargestellt werden.

Die Spannungs – Dehnungsverläufe für UD Laminate unter Zug lassen sich mit den Methoden sehr gut darstellen. Die Ply – Discount Methode gibt dabei den Verlauf mit geringeren Abweichungen als die Methode der linearen Degradation wieder. Es ist außerdem zu erkennen, dass das User Material (für beide Methoden) einen nichtlinearen Verlauf im ungeschädigten Bereich nicht darstellen kann. Dieser ist beispielsweise bei den

Messproben unter Druckbelastung zu beobachten. Dies kommt vermutlich aus der Wölbung der Proben.

Das Verhalten des MD Verbundes unter Zugbelastung wird vom Ply – Discount Ansatz sehr gut dargestellt. Die Festigkeiten, die die Simulation erreicht, liegen unterhalb der Werte der Experimente. Spannungsumlagerungen und der Verlust der Steifigkeit sind zu erkennen und stimmen auch qualitativ mit den Versuchsdaten überein, das Tragverhalten wird jedoch unterschätzt.

Die Druckproben weisen im ungeschädigten Bereich ein nichtlineares Verhalten auf. Dieses wird weder von der linearen Degradation noch der Ply – Discount Methode abgebildet. Die Abweichungen für die druckbelasteten MD Proben sind größer als die der Zugproben. An den MD Proben wurden vom Fraunhofer IWM im Versuch starke Delaminationen beobachtet. Trotz dieser kann das Verhalten der Zugproben gut simuliert werden. Um die Druckproben genauer zu bewerten erscheint es sinnvoll, die Versuche mit Proben innerhalb der Toleranz der Norm zu wiederholen. Neben der Wölbung der Probe ist der Lagenaufbau [17.3/90/70/90/17.3] für erste Validierungsversuche eher ungeeignet. Es bietet sich an, Proben mit einem einfacheren Lagenaufbau (z.B. ein Kreuzlaminat) zu testen und diese mit der UMAT zu simulieren.

Insgesamt ist das Schädigungsverhalten im räumlichen Belastungszustand mithilfe der UMAT darstellbar. Das Ply – Discount Modell eignet sich für den getesteten Belastungsfall bzw. das getestete Material besser. Für Materialien, die einen ausgeprägten Entfestigungsbereich aufweisen muss die lineare Degradation verwendet werden. Das Spannungs – Dehnungsverhalten des multidirektionalen Laminates unter Zug wird gut wiedergegeben und ist eher konservativ, da die Simulation unterhalb der Versuchsdaten verläuft. Aufgrund der Einflüsse der Proben (Wölbung, Stauchung) bei Druckbelastung auf die Messwerte kann keine definitive Aussage über das MD Laminat unter Druckbelastung getroffen werden.

Es wurde die These aufgestellt, dass der Ansatz zur Bestimmung des Verhaltens inklusive Schädigung bei UD Laminaten auf MD Laminat übertragen werden kann. Dies hat sich nicht ganz bestätigt. Die Arbeit zeigt, dass das Materialverhalten für multidirektionale Verbunde unter Zugbelastung qualitativ dargestellt werden kann, aber unterschätzt wird. Für Druckbelastung ist keine Aussage möglich, da die zu Messdaten aufgrund der Probeneinflüsse keine vergleichbaren Ergebnisse liefern.

## 5.2. Ausblick

Die programmierte UMAT stellt eine gute Möglichkeit dar, um das Schädigungsverhalten von Faserverbundwerkstoffen zu simulieren. Um genauere Ergebnisse zu erzielen, sollte die UMAT noch anhand von Zug – und Druckversuchen an einfachen, multidirektionalen

Laminaten (z.B. Kreuzlaminat, quasiisotropes Laminat etc.) validiert werden. Experimente an Proben mit weniger Störeinflüssen (z.B. ohne Wölbung) können zusätzlich eine bessere Validierungsgrundlage liefern. Für weitere Druckversuche werden Proben mit Aufleimern genutzt, um Stauchungen an den Probenenden zu vermeiden. Diese werden vom Fraunhofer IWM demnächst durchgeführt. Die Wölbung der Probe kann in der Simulation berücksichtigt werden, um somit die Versuchsbedingungen noch besser nachzustellen.

Wenn die Methode der linearen Degradation weiterentwickelt werden soll, müssen die Konvergenzprobleme gelöst werden. Ein Vorschlag hierfür ist die Verwendung eines anderen Näherungsverfahrens anstelle des Newton – Raphson Verfahrens. Das Bogenlängenverfahren stellt solch eine Möglichkeit dar.

Neben dem Schadenskriterium nach Hashin können noch weitere Kriterien implementiert werden, die vor allem bei den multidirektionalen Proben genauere Ergebnisse liefern. Es bietet sich beispielsweise das Schadenskriterium nach Puck an.

Zusätzlich zur Ply – Discount Methode und der linearen Degradation kann auch die nichtlineare Degradation implementiert werden, um somit das Verhalten von multidirektionalen Laminaten besser darzustellen.

Die UMAT kann noch um eine Methode ergänzt werden, welche die Energie berechnet, die die Fläche unter dem Spannungs – Dehnungsverlauf darstellt. Mithilfe dieser Energie kann in einem weiteren Schritt auf das Ermüdungsverhalten des Materials geschlossen werden.

## 6. Literaturverzeichnis

- [1] B. Jahn und E. Witten, *Composites-Marktbericht 2012: Marktentwicklungen, Trends, Ausblicke und Herausforderungen* (2015, Mai. 31).
- [2] A. P. Schmidt, "Faserverbundwerkstoffe im Automobilbau: Methodischer Ansatz zur Analyse von Schäden," Dissertation, Institut für Flugzeugbau, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2012.
- [3] H. Schürmann, *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. Berlin: Springer, 2005.
- [4] H. Krüger, "Ein physikalisch basiertes Ermüdungsschädigungsmodell zur Degradationsberechnung von Faser-Kunststoff-Verbunden," Dissertation, Institut für Statik und Dynamik, Leibniz Universität Hannover, Hannover, 2012.
- [5] Y. Wang, M. Tong, und S. Zhu, "Three Dimensional Continuum Damage Mechanics Model of Progressive Failure Analysis in Fibre-Reinforced Composite Laminates," no. 2629, 2009.
- [6] Z. Hashin, "Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites," *J. Appl. Mech*, vol. 47, no. 2, p. 329, 1980.
- [7] T. Juhasz, "Ein neues physikalisch basiertes Versagenskriterium für schwach 3D-verstärkte Faserverbundlaminare," Dissertation, Technische Universität, Braunschweig, 2002.
- [8] Verein Deutscher Ingenieure, "VDI 2014: Entwicklung von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbunden," Berechnungen, Verein Deutscher Ingenieure, Düsseldorf, Sep. 2006.
- [9] Dassault Systèmes, *Abaqus 6.13 Online Documentation*.
- [10] *Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil 4: Prüfbedingungen für isotrop und anisotrop faserverstärkte Kunststoffverbundwerkstoffe*, DIN EN ISO 527-4, 1997.
- [11] *Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil 5: Prüfbedingungen für unidirektionale faserverstärkte Kunststoffverbundwerkstoffe*, DIN EN ISO 527-5, 1997.
- [12] M. Gall und Deissenbeck Michael, *Ergebnisse Zugversuche taillierte Flachproben in Faserrichtung*, 2015.
- [13] *Faserverstärkte Kunststoffe - Bestimmung der Druckeigenschaften in der Laminebene*, DIN EN ISO 14126, 2000.

- [14] M. Gall und Deissenbeck Michael, *Ergebnisse Druckversuche taillierte Flachproben in Faserrichtung*, 2015.
- [15] A. Matzenmiller, J. Lubliner, und R. L. Taylor, "A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites," *Mechanics of Materials*, vol. 20, pp. 125–152, 1995.
- [16] E. J. Barbero, F. A. Cosso, R. Roman, und T. L. Weadon, "Determination of material parameters for Abaqus progressive damage analysis of E-glass epoxy laminates," *Composites: Part B*, vol. 46, pp. 211–220, 2013.
- [17] A. Puck, *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten: Modelle für die Praxis*. München: Carl Hanser Verlag, 1996.
- [18] K.L. Reifsnider, Ed, *Composite Materials Series*. Amsterdam: Elsevier, 1991.
- [19] D. Sleight, "Progressive Failure Analysis Methodoly for Anisotropic Damage in Fiber Composites Structures," 1999.
- [20] I. Lapczyk und J. A. Hurtado, "Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 38, no. 11, pp. 2333–2341, 2007.
- [21] C. Dávila und P. Camanho, "Mixed-Mode Decohesion Elements for Analyses of Progressive Delamination," 2001.
- [22] J. Kreikemeier, "A Two Scale Finite-Element-Approach to Analyse the Damage State of Composite Structures," Dissertation, Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Magdeburg, 2011.
- [23] K. V. Williams, R. Vaziri, und A. Poursartip, "A physically based continuum damage mechanics model for thin laminated composite structures," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, pp. 2267–2300, 2003.
- [24] K.-J. Bathe, *Finite element procedures*. Berlin: Springer, 2006.
- [25] B. Klein, *FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015.
- [26] Felippa C, *Introduction To Finite Element Methods (ASEN 5007) Course Material*. Verfügbar: <http://www.colorado.edu/engineering/cas/courses.d/IFEM.d/> (2015, Jun. 15).
- [27] P. Wriggers, *Nichtlineare Finite-Elemente-Methoden*. Berlin: Springer, 2001.

- [28] F. Guo-dong, L. Jun, und W. Bao-lai, "Progressive damage and nonlinear analysis of 3D four-directional braided composites under unidirectional tension," *Composite Structures*, vol. 89, no. 1, pp. 126–133, 2009.
- [29] *Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil 2: Prüfbedingungen für Form- und Extrusionsmassen*, DIN EN ISO 527-2, 2012.
- [30] C. Zhang, N. Li, W. Wang, W. K. Binienda, und H. Fang, "Progressive damage simulation of triaxially braided composite using a 3D meso-scale finite element model," *Composite Structures*, vol. 125, pp. 104–116, 2015.
- [31] N. Knight, "User-Defined Material Model for Progressive Failure Analysis," General Dynamics - Advanced Information Systems, Chantilly, Dez. 2006.



## 7. Anhang

### 7.1. Versuche Fraunhofer IWM



Abbildung 7.1: Stauchung der Proben

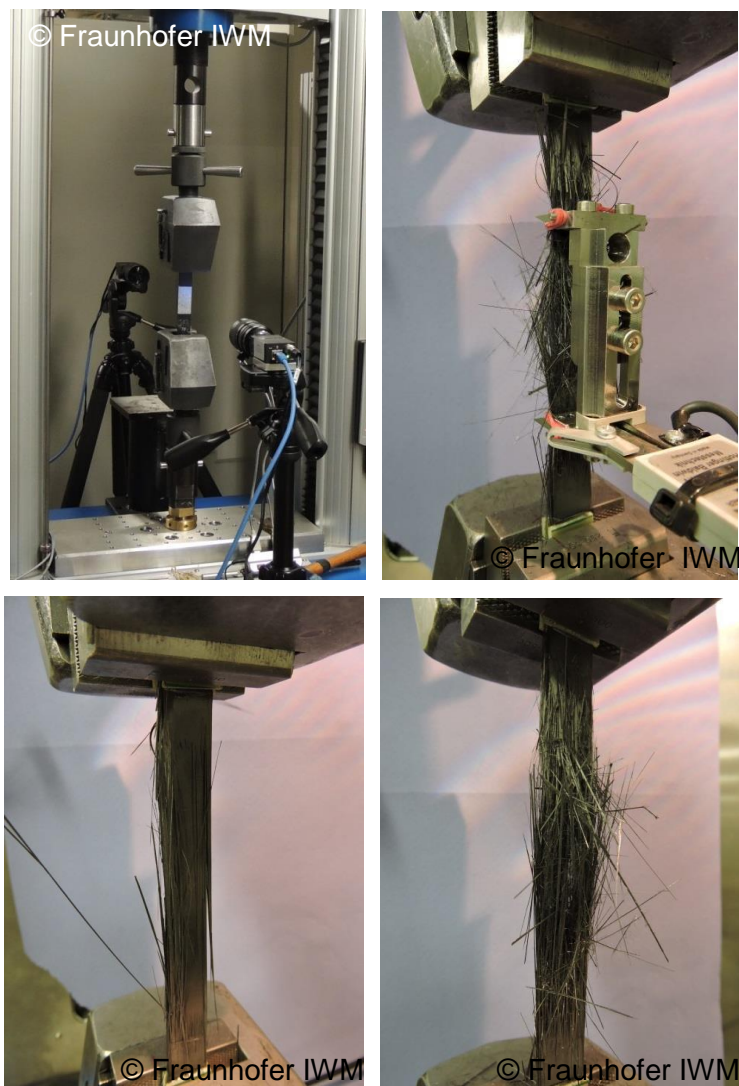


Abbildung 7.2: Zugversuche Fraunhofer IWM [12]

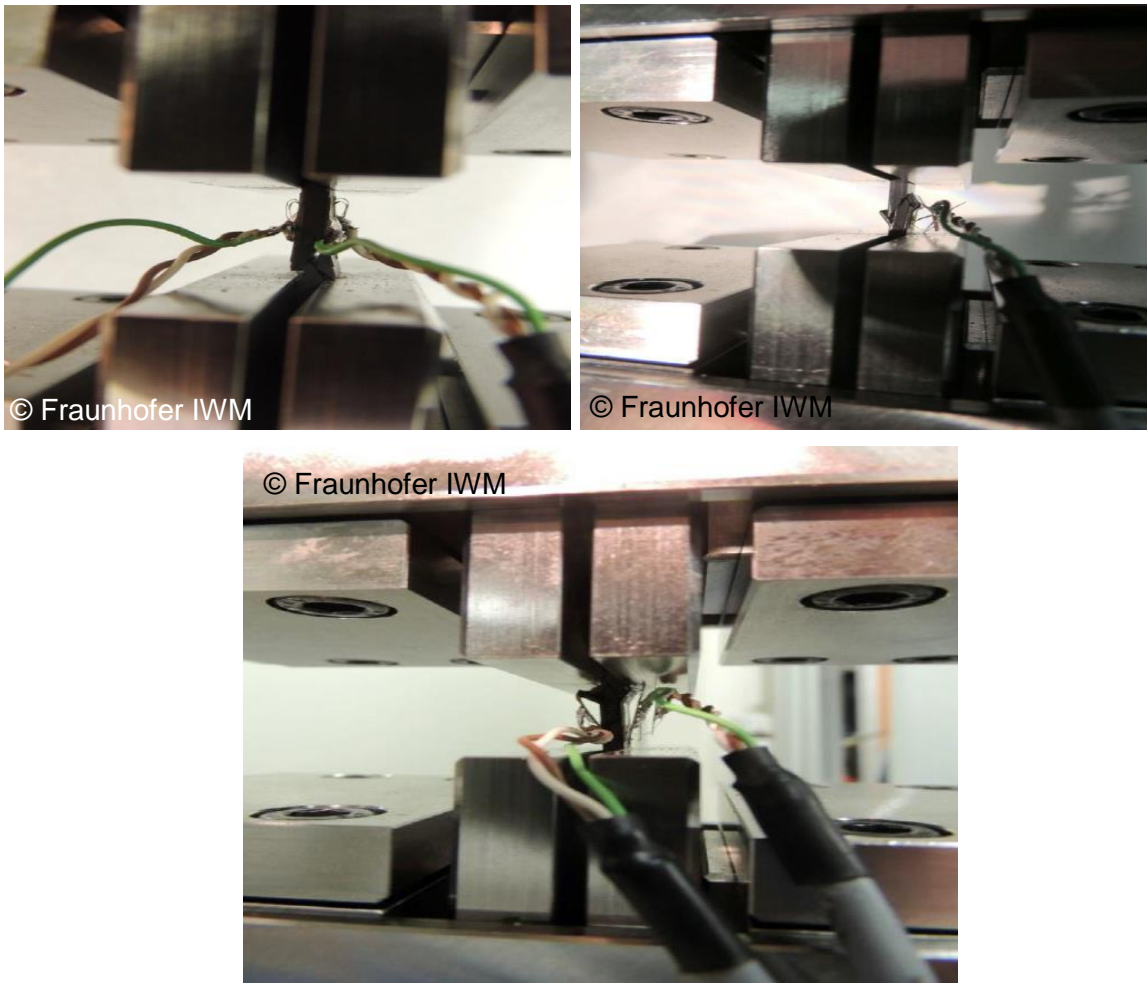


Abbildung 7.3: Druckversuch Fraunhofer IWM [14]

### 7.2. Verläufe der Simulationsergebnisse des Quaderelements

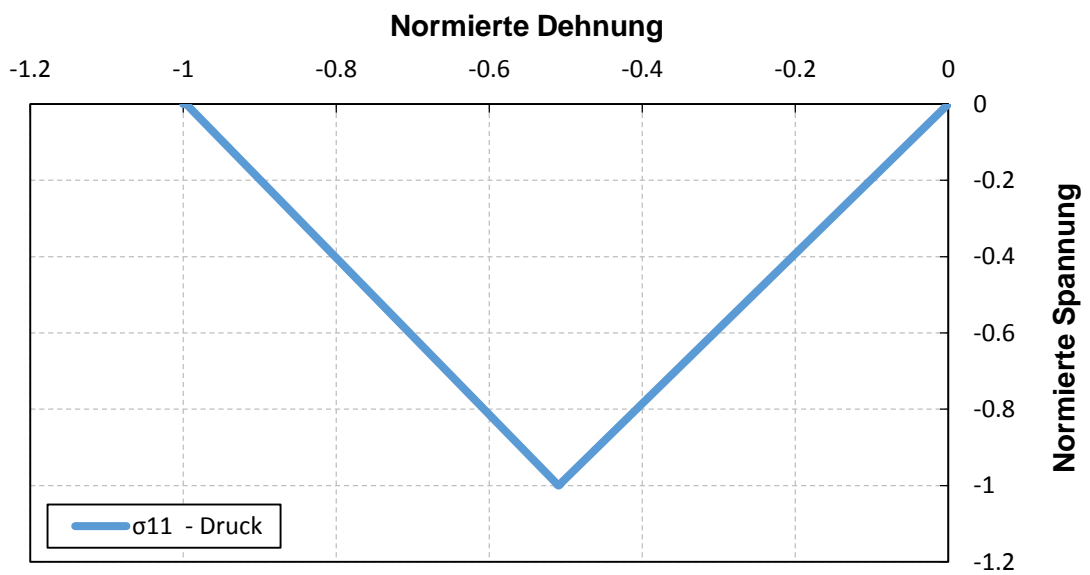


Abbildung 7.4: Druckspannung Faserrichtung Quader

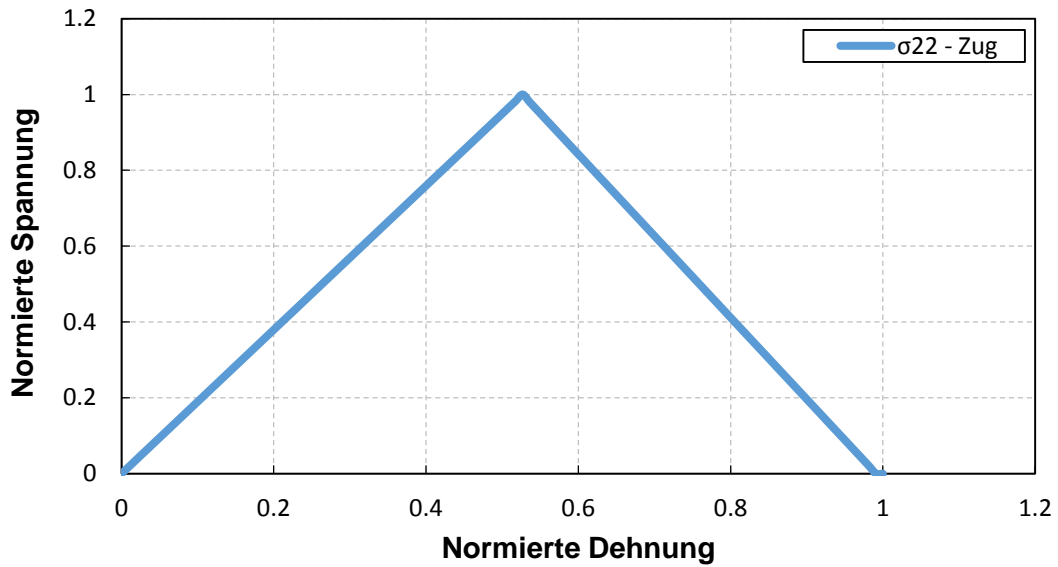


Abbildung 7.5: Zugspannung quer zur Faserrichtung - Quader

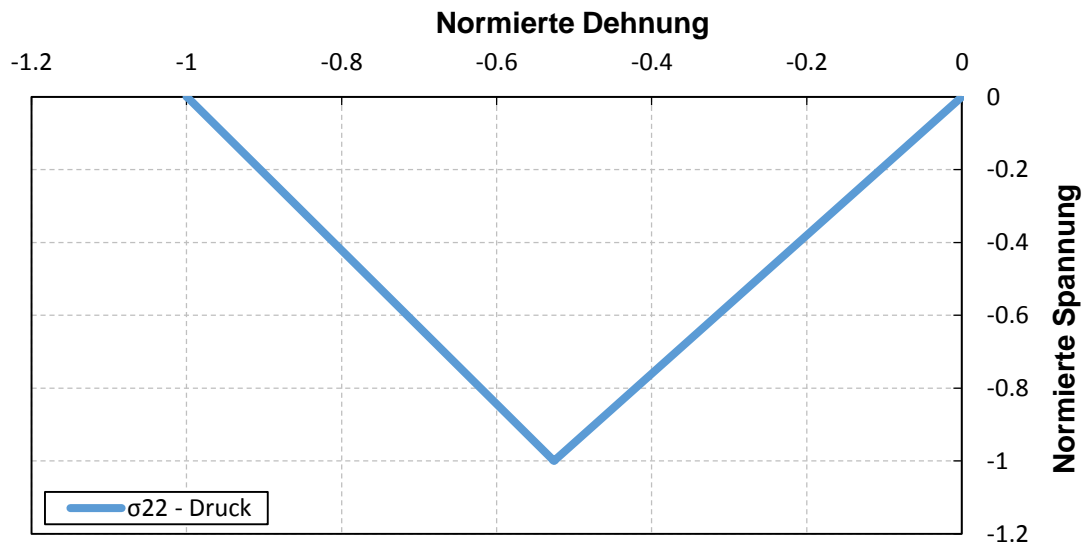


Abbildung 7.6: Spannungs - Dehnungsverlauf Druck quer zur Faser

Auf die Darstellung der Spannungs – Dehnungsverläufe in globaler 3 Richtung wird verzichtet, da diese mit den Verläufen in der ebene, bzw. den Verläufen in 2 Richtung übereinstimmen.

### 7.3. Probengeometrie

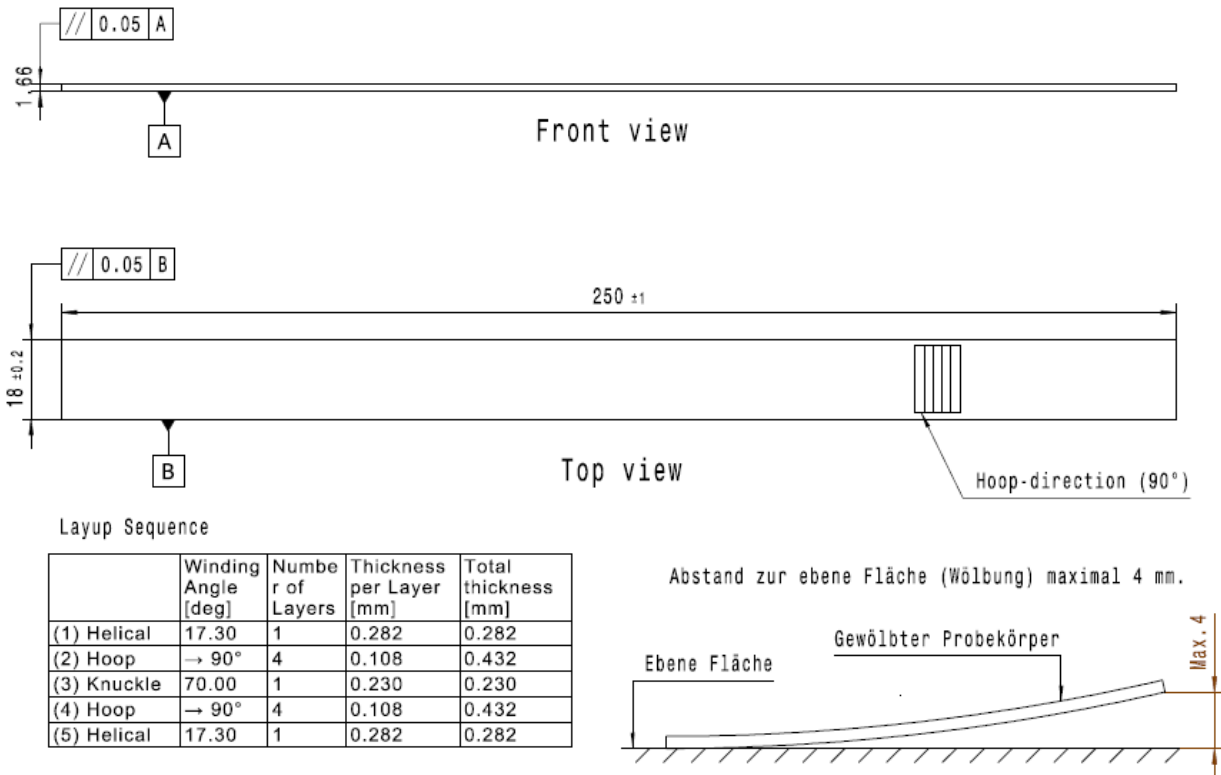


Abbildung 7.7: Maße MD – Proben

Die MD Zugprobe unterscheidet sich hinsichtlich der Länge und der Breite von der MD Druckprobe. Die Maße sind in der Tabelle 7.1 dargestellt:

Tabelle 7.1: Maße MD - Proben

Maß	Zugprobe	Druckprobe
Länge [mm]	250	155
Breite [mm]	18	10
Dicke [mm]	1.66	1.66
Freie Weglänge [mm]	60	14.5

## 7.4. Schadensentwicklung MD – Laminat

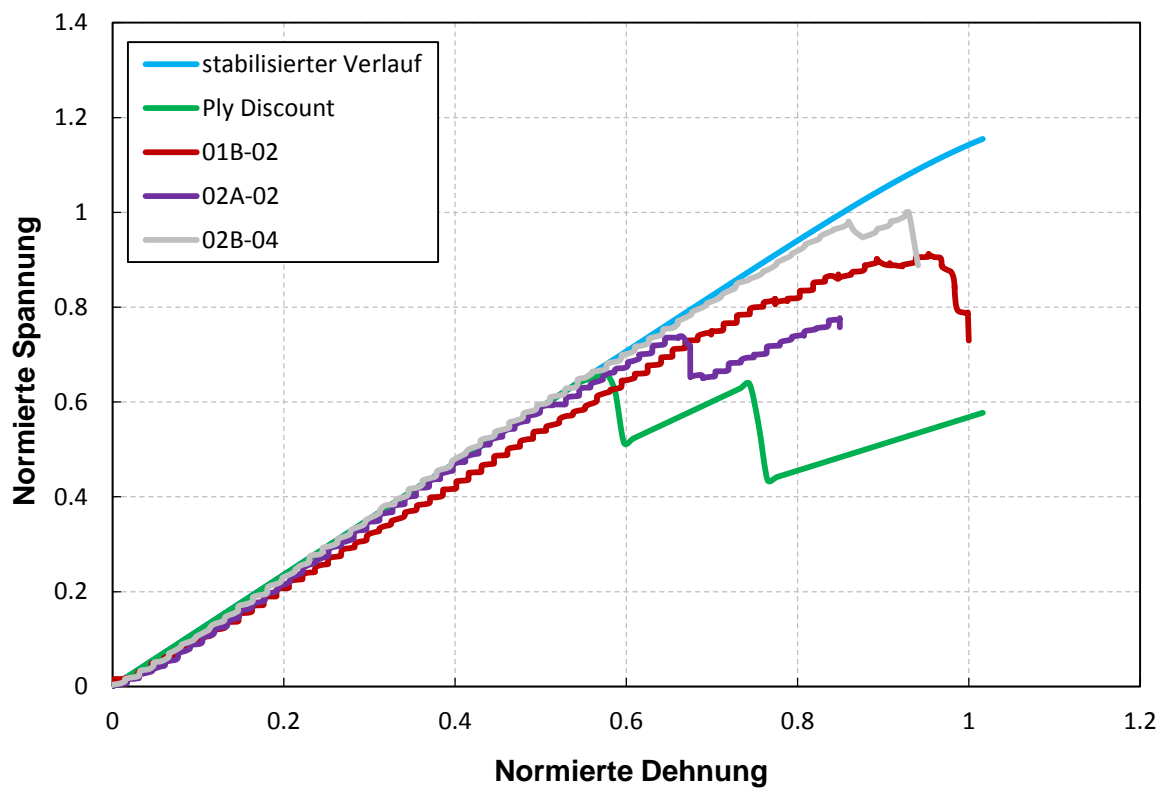


Abbildung 7.8: Simulation mit Stabilisierung der linearen Degradation

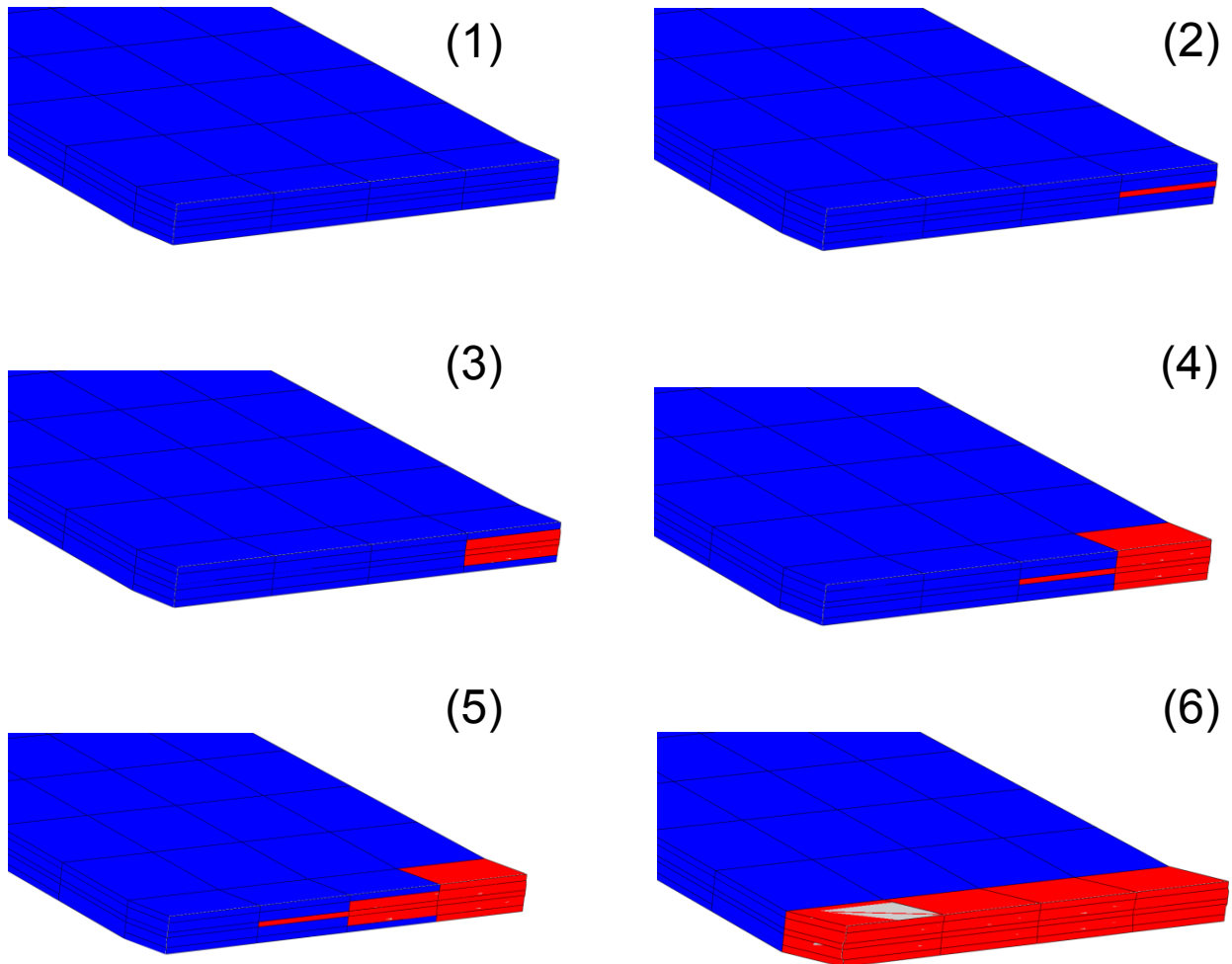
7.4.1. Schadensentwicklung MD Zugsimulation

Abbildung 7.9: Schadensentwicklung MD Zugprobe – Parameter  $d_m$

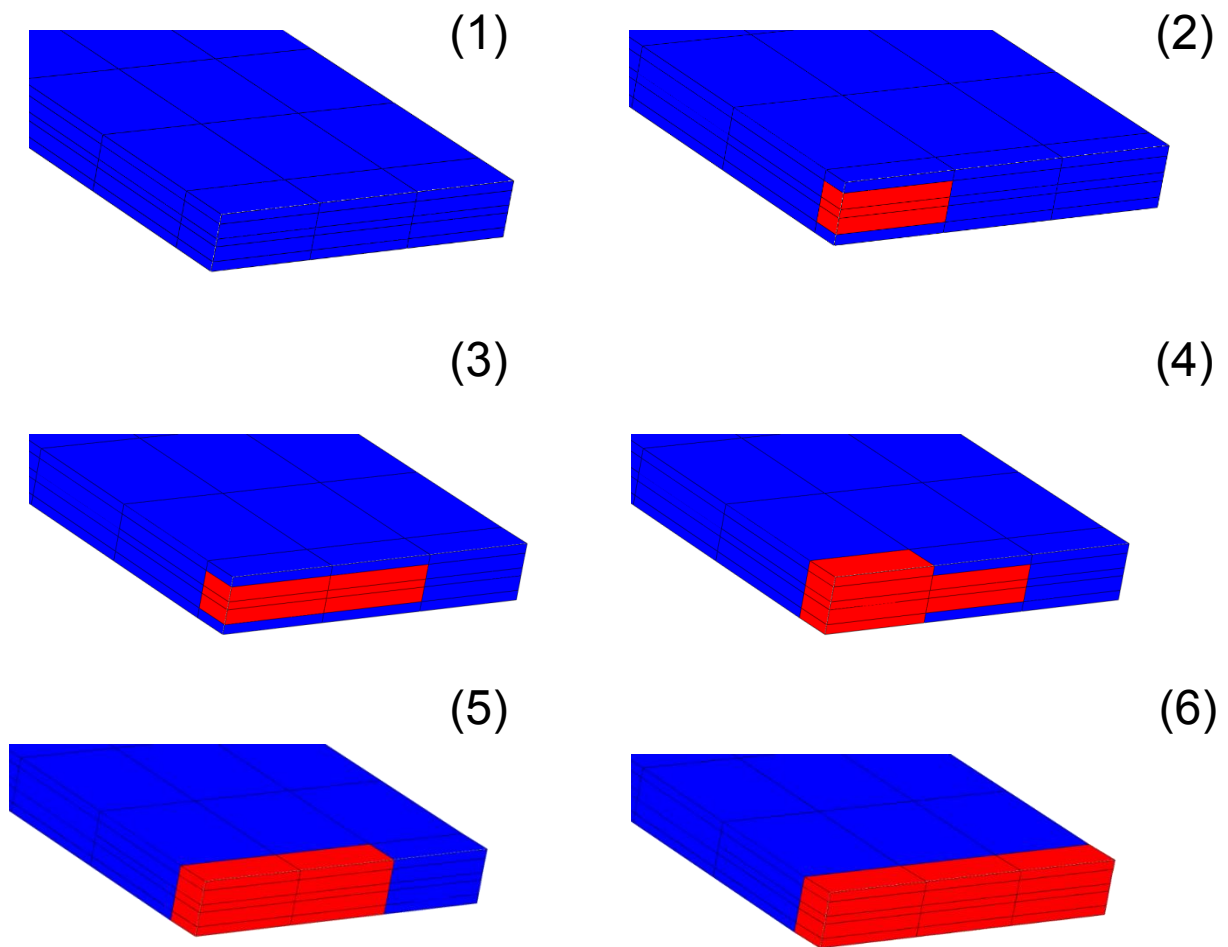
7.4.2. Schadensentwicklung MD Drucksimulation

Abbildung 7.10: Schadensentwicklung MD Druckprobe – Parameter  $d_m$