Institut für
Dynamik der Flugsysteme

Bl.:

IB.Nr.: 515-83/5

IB 515-83/5

DOWEHP UND SYREHP

FORTRAN - PROGRAMME ZUR ORDNUNGSREDUKTION

LINEARER SYSTEMMODELLE

JUERGEN BARTH

Freigabe:

Die Bearbeiter: Dipl.-Ing. Jürgen Barth

Unterschriften: J. Barth

Der Abteilungsleiter: Dr. Georg Grübel — G. Grübel

Der stellv. Institutsdirektor:

Der Institutsdirektor: Dr.-Ing. J. Ackermann — J. Ackermann

Dieser Bericht enthält: 165 Blatt davon 12 Bilder – Diagramme

Ort	Datum	Bearbeiter	Zeichen
Oberpfaffenhofen	7.2.83	J.Barth	J.Barth

DOWEHP und SYREHP

FORTRAN - Programme zur Ordnungsreduktion linearer Systemmodelle

Juergen Barth

D F V L R
Institut fuer Dynamik der Flugsysteme
Abteilung Regelung

3. Februar 1983

INHALTSVERZEICHNIS

BILDVERZEICHNIS

1. EINLEITUNG

In den vergangenen Jahrzehnten ist man aufgrund der zunehmenden Komplexitaet und detaillierter werdender Beschreibungen technischer Systeme zu immer hoeheren Ordnungen der zugehoerigen mathematischen Modellen gelangt. Auch nach Beruecksichtigung moeglicher Vereinfachungen bei der Modellbildung besitzen solche Systeme meist immer noch hohe Ordnungen. Dies fuehrt zu vielfaeltigen Problemen: Der Einblick in das Systemverhalten ist schwierig, wenn nicht gar unmoeglich, das Erkennen wesentlicher Zusammenhaenge wird erschwert. Rechnersimulationen werden meist sehr aufwendig, weil aufgrund umfangreicher Berechnungen Speicherplatzprobleme und lange Rechenzeiten auftreten. Mit am wichtigsten ist jedoch, dass sich kaum allgemeine Aussagen ueber das dynamische Verhalten und die Vorgehensweise beim Reglerentwurf machen lassen. Verfahren, die bei niedriger Ordnung sinnvoll sind, versagen bei Systemen hoher Ordnung. Man stelle sich beispielsweise nur die Frage, wie man die Eigenwerte eines Systems 20. Ordnung oder die Bewertungsmatrizen eines quadratischen Guetekriteriums vorgeben soll.

Daher strebt man an, den Umfang dieser Modelle zu verkleinern, indem man das Modell hoher Ordnung durch eines niedrigerer Ordnung approximiert. Diesen Vorgang bezeichnet man als *Ordnungs-* oder auch als *Modellreduktion*. Man erwartet von den reduzierten Modellen, dass sie das Uebertragungsverhalten des Originalsystems gut nachbilden und auch zum Reglerentwurf geeignet sind.

Fuer lineare und zeitinvariante Systeme wurden in den vergangenen fuenfzehn bis zwanzig Jahren zahlreiche Verfahren entwickelt, von denen einige in Kapitel "2. Verschiedene Verfahren zur Ordnungsreduktion" vorgestellt werden sollen. Die groesste Bedeutung haben dabei die modalen Verfahren. Ein neueres Verfahren dieser Art, das Ordnungsreduktionsverfahren nach *L. Litz* [1], [2], wird dabei in juengster Zeit in mehreren Aufsaetzen (siehe [3], [4], [5]) als ueberlegen herausgestellt, weshalb es auch Grundlage dieser Arbeit ist. Es erlaubt, einen Teil der Eigenwerte eines Systems zur Erstellung eines reduzierten Modells auszuwaehlen. Diese Eigenwerte bezeichnet man als *dominant*.

Um eine Ordnungsreduktion mit Hilfe des Litz'schen Verfahrens durchfuehren zu koennen, muessen zusaetzlich die physikalischen Groessen des Systems, die die groesste Bedeutung haben, festgelegt werden. Bei einer Darstellung im Zustandsraum mit Hilfe physikalischer Variablen, die hier angenommen werden soll, entsprechen den Zustandsgroessen physikalische Groessen, d.h. man muss also die *wesentlichen Zustandsgroessen* bestimmen. Litz legt diese aufgrund von Kenntnissen ueber das zu bearbeitende System von vorneherein fest. Zur systematischen Ermittlung wesentlicher Zustandsgroessen wurden in der letzten Zeit verschiedene Vorschlaege gemacht (siehe [3], [6], [7]). Hiervon wird in dieser Arbeit der Vorschlag von *J. Barth* [6] verwendet. Eine Herleitung des Litz'schen Verfahrens , erweitert um die systematische Bestimmung wesentlicher Zustandsgroessen, ist in Kapitel "3. Das Ordnungsreduktionsverfahren nach Litz" auf S.5 zu finden.

Nach einer Beschreibung der Vorgehensweise bei der Ordnungsreduktion, die auch eine ausfuehrliche Darstellung ueber die Festlegung dominanter Eigenwerte und wesentlicher Zustandsgroessen enthaelt, und der Vorstellung der Programme DOWEHP und SYREHP werden zum Abschluss einige Beispiele dafuer gebracht, wie man Datensaetze erstellt, um sich Informationen ueber dominante Eigenwerte und wesentliche Zustandsgroessen zu beschaffen, reduzierte Modelle zu berechnen und Original- und reduzierte Modelle zu simulieren.

2. UEBERSICHT UEBER VERSCHIEDENE VERFAHREN ZUR ORDNUNGSREDUKTION

Die bisher zur Ordnungsreduktion entwickelten Verfahren kann man nach ihrer Zielsetzung in folgende Gruppen unterteilen:

- *Polynomapproximation*
- *Minimierung des Ausgangsfehlers*
- *Minimierung des Gleichungsfehlers*
- *Singulaere Perturbation*
- *Modale Ordnungsreduktion*

Ausgangspunkt der nun folgenden Betrachtungen ist das mathematische Modell eines dynamischen Systems in Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \tag{2.1}$$

das als *Originalmodell* oder kurz *Original* bezeichnet werden soll. A bzw. B ist eine konstante (n,n)- bzw. (n,p)- Matrix. Es handele sich somit um ein lineares, zeitinvariantes System n-ter Ordnung. Die Mess- und Regelgroessen sind ueber

$$\underline{y} = C\underline{x} \tag{2.2}$$

zum q-dimensionalen Ausgangsvektor $\underline{y}$ zusammengefasst. Fuer die nachfolgenden Ueberlegungen ist es guenstig, eine Modellbildung so durchzufuehren, dass Gleichung (2.1) in Sensorkoordinaten [8] vorliegt. Fuer die q Ausgangsgroessen gilt dann

$$y_i = x_i \ , \ i = 1,\ldots,q \tag{2.3}$$

Dies kann durch eine Transformation immer erreicht werden und stellt somit keine Einschraenkung der Allgemeinheit dar. Vorteilhaft ist jedoch, wenn jeder einzelnen Zustandsgroesse eine physikalische Bedeutung zukommt. Fuer die Ausgangsmatrix erhaelt man

$$C = [I_q, 0] \tag{2.4}$$

Man will nun zu einem reduzierten Modell

$$\dot{\underline{\tilde{x}}} = A_r\underline{\tilde{x}} + B_r\underline{u} \qquad (2.5)$$

$$\underline{\tilde{y}} = C_r\underline{\tilde{x}} \qquad (2.6)$$

gelangen, von dem man fordert, dass die r Komponenten des Zustandsvektors $\underline{x}$ die r wesentlichen Komponenten des Originalzustandsvektors $\underline{x}$ moeglichst gut nachbilden, die ueber eine Reduktionsmatrix zu einem Vektor

$$\underline{x}_r = R\underline{x} \qquad (2.7)$$

zusammengefasst werden koennen.

2.1 POLYNOMAPPROXIMATION

Diese Verfahren nehmen eine Sonderstellung ein, denn sie gehen nicht wie viele andere von der Zustandsraumdarstellung, sondern von der Darstellung des Systems als Uebertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \ldots + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + \ldots + a_n s^n}\quad , \quad m \leq n \qquad (2.8)$$

aus. Ziel ist es, den Amplituden- und Phasengang von G(s) ueber alle Frequenzen moeglichst gut durch eine gebrochen rationale Funktion G(s)

$$\hat{G}(s) = \frac{\hat{b}_0 + \hat{b}_1 s + \ldots + \hat{b}_q s^q}{\hat{a}_0 + \hat{a}_1 s + \ldots + \hat{a}_r s^r}\quad , \quad q \leq r < n \qquad (2.9)$$

anzunaehern. Um den durch diese Approximation entstehenden Fehler zu beurteilen, werden verschiedene Funktionen [9] - [12] angewandt. In den meisten Faellen erhaelt man dabei unterschiedliche nichtlineare Bestimmungsgleichungen fuer die noch unbekannten Koeffizienten $\hat{a}_i$ und $\hat{b}_i$. Numerisch koennen diese nur iterativ oder mit Suchverfahren bestimmt werden. Problematisch dabei ist jedoch, dass iterative Verfahren nicht immer konvergieren und Suchverfahren meist ein Nebenminimum und nicht das absolute Minimum herausfinden.

Noch groessere numerische Schwierigkeiten bereitet aber oftmals die Umrechnung von Modellen hoher Ordnung, die meist als Zustandsgleichungen vorliegen, auf die Darstellung als Uebertragungsfunktion. Ein weiterer Nachteil der Polynomapproximation ist, dass Systeme hoher Ordnung fast immer Mehrgroessensysteme sind, so dass man nach einer Transformation in den Frequenzbereich eine Uebertragungsfunktionsmatrix erhaelt.

2.2 MINIMIERUNG DES AUSGANGSFEHLERS

Man strebt an, die Abweichung des Zustandsvektors $\underline{\tilde{x}}(t)$ des reduzierten Modells vom Vektor der wesentlichen Zustandsgroessen (oder der Ausgangsgroessen) $\underline{x}_r(t)$ des Originals moeglichst klein zu machen. Man minimiert daher den Ausgangsfehler

$$\underline{\varepsilon}_r(t) = \underline{x}_r(t) - \underline{\tilde{x}}(t) \tag{2.10}$$

im Sinne des kleinsten Fehlerquadrats, indem man verlangt, dass das quadratische Guetekriterium

$$J = \int_0^\infty \underline{\varepsilon}_r^T \underline{\varepsilon}_r \, dt \tag{2.11}$$

minimal wird [13] - [15].

Da $\underline{\tilde{x}}(t)$ von den Matrizen A_r und B_r des reduzierten Modells abhaengt, stellt die Minimierung von Gleichung (2.11) eine Bedingung zur Berechnung dieser Matrizen dar. Mit dem Verfahren laesst sich erreichen, dass das reduzierte Modell stationaer genau und bei stabilem Original ebenfalls stabil ist. Nachteilig ist, dass der zu minimierende Ausgangsfehler $\underline{\varepsilon}_r(t)$ nichtlinear von A_r, B_r abhaengt, da

$$\underline{x}(t) = \int_0^t e^{A_r(t-\tau)} B_r \underline{u}(\tau) \, d\tau \tag{2.12}$$

ist. Die Minimierung von $J(A_r, B_r)$ ist schwierig und kann nur numerisch erfolgen, was schon bei reduzierten Modellen niedriger Ordnung mit erheblichem Aufwand verbunden ist und zu aehnlichen Problemen wie bei der vorher beschriebenen Polynomapproximation fuehrt.

2.3 MINIMIERUNG DES GLEICHUNGSFEHLERS

Um die Nachteile des eben skizzierten Verfahrens zu vermeiden, wird statt des Ausgangsfehlers $\underline{\varepsilon}_r(t)$ der sogenannte *Gleichungsfehler*

$$\underline{d}(t) = \dot{\underline{x}}_r(t) - A_r\underline{x}_r(t) - B_r\underline{u}(t) \tag{2.13}$$

wieder ueber ein quadratisches Guetekriterium minimiert [16] - [18]. Der Unterschied zur Ausgangsfehlerminimierung liegt darin, dass der Gleichungsfehler (2.13) jetzt *linear* von den gesuchten Matrizen A_r, B_r abhaengt. Nach Eitelberg [16], [17] laesst sich die Berechnung der Matrizen A_r , B_r auf die Loesung einer einzigen Ljapunov'schen Matrizengleichung zurueckfuehren.

2.4 SINGULAERE PERTURBATION

Bei den Verfahren der Singulaeren Perturbation [19], [20] wird wie bei modalen Verfahren das Zerlegen eines Originalsystems in einen schnellen und langsamen Systemteil angestrebt. Die Trennung wird bei dieser Methode am Original durchgefuehrt. Man vernachlaessigt die Uebergangsvorgaenge des schnellen Teilsystems, beruecksichtigt nur ihre stationaeren Zustaende und gelangt schliesslich zu einem reduzierten Modell nach Gleichung (2.5). Die langsamen Zustandsgroessen werden in ihm als die wesentlichen angesehen. Zwar bleibt bei dieser Methode die physikalische Struktur des Originals weitgehend erhalten, jedoch sind auftretende Maengel wie singulaere und instabile Teilmatrizen ein entscheidender Nachteil [5].

2.5 MODALE ORDNUNGSREDUKTION

Modale Verfahren verlangen eine Transformation des Originalsystems auf Jordan'sche Normalform und fuehren die Ordnungsreduktion dadurch herbei, dass von den Eigenwerten des Originals nur die dominanten in einem reduzierten Modell beruecksichtigt werden.

Etwa seit Mitte der sechziger Jahre werden solche Methoden entwickelt. Die Arbeiten von *E.J. Davison, S.A. Marshall* und *M.R. Chidambara* [21] - [27] weisen in ihrer urspruenglichen Fassung noch teilweise erhebliche Maengel auf, so dass sie sich in der theoretischen Literatur gegenueber anderen Methoden nicht durchsetzen konnten. Ein neueres Verfahren von *L. Litz* [1], [2] vermeidet diese Schwaechen. In einigen Aufsaetzen neueren Datums wird seine Ueberlegenheit den bisherigen modalen Verfahren gegenueber herausgestellt (siehe [3] - [5]) Daher bildet Daher bildet es auch die Grundlage dieser Arbeit und wird im naechsten Kapitel ausfuehrlich besprochen.

Ein weiteres modales Ordnungsreduktionsverfahren wurde von *R.E. Skelton* [28] - [34] vorgeschlagen. Die dort zur Bestimmung dominanter Eigenwerte benutzten "Modal Costs" gehen im Unterschied zu den von *L. Litz* eingefuehrten Dominanzmaszen nicht von den Residuen, sondern von den Normen der Steuer- und Beobachtbarkeitsmatrix aus. Ausserdem besteht ein grundsaetzlicher Unterschied darin, dass Skelton bei der Ordnungsreduktion von einem "Riccati-geregelten" System ausgeht und durch die Ordnungsreduktion sukzessive einfachere Regler mit Ausgangsgroessenrueckfuehrung bestimmt. Die Gemeinsamkeiten und Unterschiede dieser beiden Ansaetze sollen hier jedoch nicht weiter eroertert werden.

3. DAS ORDNUNGSREDUKTIONSVERFAHREN NACH LITZ

In diesem Kapitel soll das Ordnungsreduktionsverfahren nach *L. Litz* [1], [2] vorgestellt werden. Dieses Verfahren verlangt eine Aufspaltung des Zustandsvektors in einen wesentlichen und einen unwesentlichen Teil. Aus diesem Grund wird hier eine Erweiterung vorgenommen: die Ermittlung wesentlicher Zustandsgroessen. Abschliessend wird erlaeutert, wie man mit Hilfe dieses erweiterten Ordnungsreduktionsverfahrens zu Modellen niedrigerer Ordnung gelangt.

3.1 GRUNDZUEGE DES VERFAHRENS

Ausgangspunkt ist die Beschreibung eines technischen Systems durch ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell n-ter Ordnung mit p Eingangs- und q Ausgangsgroessen im Zustandsraum:

$$\underline{\dot{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \qquad (2.1)$$

$$\underline{y} = C\underline{x} \qquad (2.2)$$

Zunaechst wird das durch die Gleichungen (2.1) und (2.2) beschriebene System auf Blockdiagonalform transformiert, wie dies bei allen modalen Verfahren gefordert wird:

$$\underline{x} = M\underline{z} \qquad (3.1)$$

Durch die Transformation nach Gleichung (3.1) ergibt sich

$$\underline{\dot{z}} = \Lambda\underline{z} + B^{*}\underline{u} \qquad (3.2)$$

$$\underline{y} = C^{*}\underline{z} \qquad (3.3)$$

mit

$$\Lambda = M^{-1}AM \tag{3.4}$$

$$B^{*} = M^{-1}B \tag{3.5}$$

$$C^{*} = CM \tag{3.6}$$

Die modale Systemmatrix Λ besitzt fuer den Fall paarweise verschiedener Eigenwerte, wovon bei den meisten realen technischen Systemen ausgegangen werden darf, Diagonalgestalt. Die Hauptdiagonale dieser Matrix enthaelt die Eigenwerte $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ des Systems

$$\Lambda = \mathrm{Diag}\,\{\lambda_1, \ldots, \lambda_n\} \tag{3.7}$$

Als erster Schritt der Ordnungsreduktion werden nun aus der Gesamtheit der Eigenwerte m dominante herausgesucht. Zur Bestimmung dieser Eigenwerte hat *L. Litz* Dominanzmasze eingefuehrt, die in Kapitel "3.2 Die Dominanzmasze nach Litz" auf S.12 hergeleitet werden.

Nach Festlegung der dominanten Eigenwerte wird am modaltransformierten Original eine Trennung in einen dominanten und einen nicht dominanten Systemteil durchgefuehrt:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & 0 \\ 0 & \Lambda_1 \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

Dies kann durch Vertauschen entsprechender Zeilen der Gleichung (3.2) erreicht werden. Die Matrix Λ_1 enthaelt dann die m dominanten und die Matrix Λ_2 die n-m nicht dominanten Eigenwerte.

$$\Lambda_1 = \mathrm{Diag}\,\{\lambda_1, \ldots, \lambda_m\} \tag{3.9}$$

$$\Lambda_2 = \mathrm{Diag}\,\{\lambda_{m+1}, \ldots, \lambda_n\} \tag{3.10}$$

Entsprechend zu Λ_1 und Λ_2 lassen sich die Eigenbewegungen

$$\underline{z} = \begin{bmatrix} \underline{z}_1 \\ \underline{z}_2 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

so zusammenfassen, dass $\underline{z}_1$ die zu Λ_1 gehoerenden dominanten Eigenbewegungen $z_1, \ldots, z_m$ und $\underline{z}_2$ die restlichen enthaelt. Die Vektordifferentialgleichung (3.2) laesst sich damit in

$$\dot{\underline{z}}_1 = \Lambda_1 \underline{z}_1 + \overset{*}{B}_1 \underline{u} \qquad (3.12)$$

und

$$\dot{\underline{z}}_2 = \Lambda_2 \underline{z}_2 + \overset{*}{B}_2 \underline{u} \qquad (3.13)$$

aufspalten.

Im zweiten Schritt der Ordnungsreduktion wird nach einem Vorschlag von *E.J. Davison* [21] durch die Vernachlaessigung der nicht dominanten Eigenbewegungen

$$\underline{z}_2 = 0 \qquad (3.14)$$

die eigentliche Reduktion der Ordnung erzielt, so dass das reduzierte Modell im Modalbereich allein durch die Gleichungen (3.12) und (3.14) beschrieben wird.

Bis zu diesem Punkt genuegte lediglich die Kenntnis der dominanten Eigenwerte. Will man vom modaltransformierten System wieder in den physikalischen Bereich zurueckgehen, so ist es wichtig, die wesentlichen Zustandsgroessen des Originals zu kennen.

L. Litz legt diese Zustandsgroessen aufgrund der Kenntnis der physikalischen Gegebenheiten des modellierten Systems fest. Wesentlich sind dabei Regel-, Mess- und kritische Groessen. Oftmals trifft man mit dieser Festlegung jedoch nicht die bestmoegliche Wahl wesentlicher Zustandsgroessen. Daher wird in Kapitel "3.3 Masze fuer die Wesentlichkeit von Zustandsgroessen" auf S.16 ein Kriterium abgeleitet, das eine systematische Bestimmung solcher Zustandsgroessen ermoeglicht.

Nachdem man die wesentlichen Zustandsgroessen kennt, kann man das Originalmodell so umordnen, dass dessen Zustandsvektor $\underline{x}$ in

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} \qquad (3.15)$$

aufgeteilt werden kann, wobei $\underline{x}_1$ die wesentlichen und $\underline{x}_2$ die unwesentlichen Zustandsgroessen beinhaltet. Die Ruecktransformation in den physikalischen Bereich erfolgt mit der Modalmatrix M, die sich ueber die Gleichungen (3.11) und (3.15) gemaess

$$\begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_1 \\ \underline{z}_2 \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

in vier Untermatrizen passender Dimension aufspaltet. Mit der Forderung $\underline{z} = 0$ erhaelt man ueber Gleichung (3.16) fuer $\underline{x}_1$ eine Naeherung

$$\underline{\tilde{x}}_1 = M_{11}\underline{z}_1 \tag{3.17}$$

die durch den Verlust von $M_{12}\, \underline{z}_2$ stationaer und dynamisch ungenau ist. Um dies zu vermeiden, schlaegt *L. Litz* vor, die nicht dominanten Eigenbewegungen $\underline{z}_2$ naeherungsweise als geeignete Linearkombination der nach wie vor vorhandenen Eigenbewegungen $\underline{z}_1$ anzusetzen:

$$\underline{\tilde{z}}_2 = E\underline{z}_1 \tag{3.18}$$

Die Matrix E wird so bestimmt, dass

$$\underline{\tilde{z}}_2(\infty) = E\underline{z}_1(\infty) = \underline{z}_2(\infty) \tag{3.19}$$

d.h. das reduzierte Modell stationaer genau ist. Daneben liefert E die bestmoegliche Naeherung fuer $\underline{z}_2(t)$, was der Dynamik des reduzierten Modells zugute kommt. Dazu wird angesetzt, dass der Fehler zwischen Original und Naeherungsverlauf der nicht dominanten Eigenbewegungen

$$\underline{\varepsilon}(t) = \underline{z}_2(t) - \underline{\tilde{z}}_2(t) \tag{3.20}$$

minimal im Sinne des quadratischen Guetekriteriums

$$J = \int_0^\infty \underline{\bar{\varepsilon}}^T(t)\underline{\varepsilon}(t)\, dt \tag{3.21}$$

wird. Da J nach Gleichung (3.21) auch Zeiten $t \to \infty$ beruecksichtigt, wird das reduzierte Modell stationaer genau. Auf die genaue Herleitung soll hier verzichtet werden, dazu sei auf [1], [2] verwiesen. Als Loesung fuer E ergibt sich

$$E = \Lambda_2^{-1}\{B_{21} + (B_2^* - B_{21}B_{11}^{-1}B_1^*)(\bar{B}_1^{*T}B_{11}^{-1})^{-1}B_1^{*T}\}B_{11}^{-1}\Lambda_1 \tag{3.22}$$

mit

$$(B_{11})_{ij} = -\frac{1}{\lambda_i + \bar{\lambda}_j}\,(B_1^*\underline{u}_0\underline{u}_0^T B_1^{*T}) \quad (i,j = 1,\ldots,m) \tag{3.23}$$

$$(B_{21})_{ij} = -\frac{1}{\lambda_i + \bar{\lambda}_j}\,(B_2^*\underline{u}_0\underline{u}_0^T B_1^{*T}) \quad (i=1,\ldots,n-m;\ j=1,m) \tag{3.24}$$

und

$$\underline{u}_0 = (u_{1max},\ldots,u_{pmax})^T \tag{3.25}$$

Die Matrix B_1^* enthaelt die ersten m Zeilen von B^*, B_2^* die n-m restlichen.

Der bisher dargestellte Ablauf des Litz'schen Verfahrens soll jetzt durch zwei Strukturbilder nochmals verdeutlicht werden. Bild 1 zeigt das auf Blockdiagonalform transformierte Originalmodell, das bereits umsortiert ist.

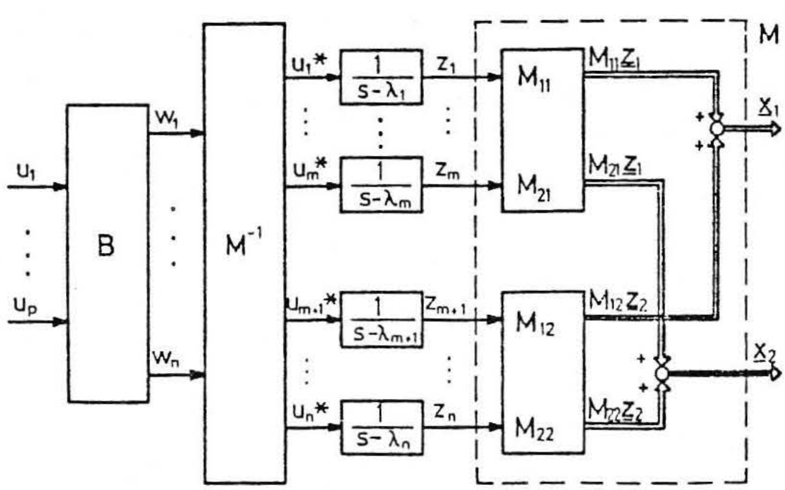

Bild 1. Struktur des Originalmodells nach Transformation auf Blockdiagonalform

Die Ordnung zu reduzieren bedeutet, die Anzahl der dynamischen Bloecke in Bild 1 zu vermindern. Daher werden die n-m letzten Bloecke, denen die nicht dominanten Eigenwerte zugeordnet sind, gestrichen. Wie man aus dem Bild ersehen kann, wird durch eine ersatzlose Streichung der letzten Bloecke $\underline{x}_1$ und $\underline{x}_2$ verfaelscht. Naehert man $\underline{z}_2$ jedoch an, wie dies in Gleichung (3.18) vorgeschlagen wird, so wird dies vermieden (siehe Bild 2 auf S.11)
Nun fasst man die verschiedenen Lineartransformationen in Bild 2 auf S.11 zusammen. Nach Gleichung (3.16) und (3.18) ergibt sich dann

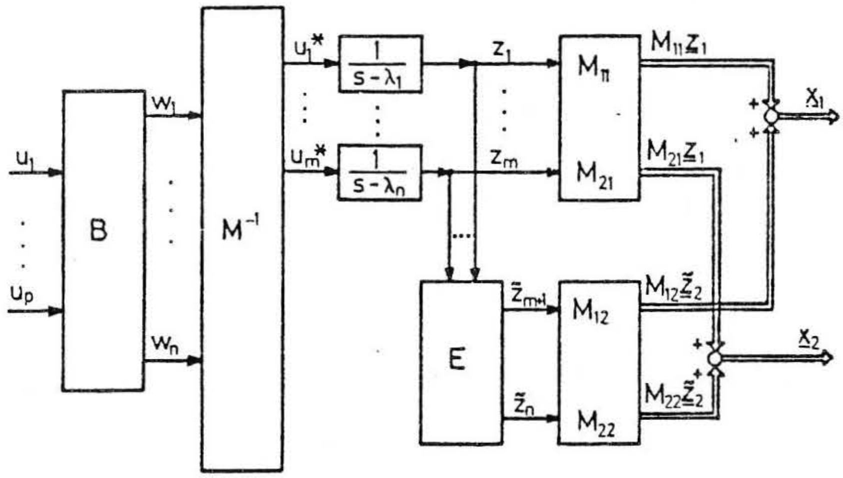

Bild 2. Struktur bei Approximation der vernachlaessigten Eigenbewegungen

$$\underline{\tilde{x}}_1 = (M_{11} + M_{12}E)\underline{z}_1 = M_r\underline{z}_1 \tag{3.26}$$

$$\underline{\tilde{x}}_2 = (M_{21} + M_{22}E)\underline{z}_1 \tag{3.27}$$

Verknuepft man diese beiden Gleichungen, so ergibt sich

$$\underline{\tilde{x}}_2 = (M_{21} + M_{22}E)M_r^{-1}\underline{\tilde{x}}_1 = L\underline{\tilde{x}}_1 \tag{3.28}$$

d.h. der vernachlaessigte Teil des Zustandsvektors $\underline{x}$, der die unwesentlichen Zustandsgroessen enthaelt, wird, wie Gleichung (3.28) zeigt, durch Linearkombinationen der im reduzierten Modell enthaltenen wesentlichen Zustandsgroessen nachgebildet.

Die Matrix M_r in Gleichung (3.26) ist die neue Transformationsmatrix zwischen den im reduzierten Modell enthaltenen dominanten Eigenbewegungen $\underline{z}_1$ und dessen Zustandsvektor $\underline{\tilde{x}}_1$. Mit M_r liegt auch die Eingangstransformation M_r^{-1} fest. Das reduzierte Modell hat damit die in Bild 3 auf S.12 gezeigte Struktur.

Als letztes muss jetzt noch B_r bestimmt werden. Mit den Abkuerzungen

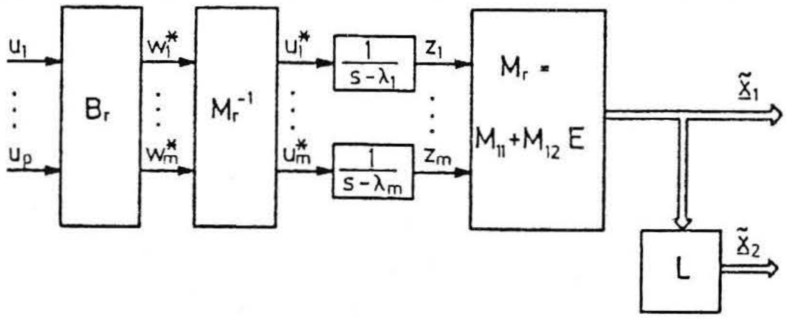

Bild 3. Struktur des reduzierten Modells in Blockdiagonalform

$$\underline{u}^* = \begin{pmatrix} u_1^* \\ \vdots \\ u_n^* \end{pmatrix} = B^*\underline{u} = BM^{-1}\underline{u} = \begin{pmatrix} B_1^* \\ B_2^* \end{pmatrix} \tag{3.29}$$

ergibt sich fuer das reduzierte Modell in Diagonalform

$$\dot{\underline{z}}_1 = \Lambda_1 \underline{z}_1 + B_1^* \underline{u} \tag{3.30}$$

Mit der Transformation nach Gleichung (3.26) und (3.27) ergibt sich als Endergebnis

$$\dot{\tilde{\underline{x}}}_1 = A_r \tilde{\underline{x}}_1 + B_r \underline{u} \tag{3.31}$$

mit

$$A_r = M_r \Lambda_1 M_r^{-1} = (M_{11} + M_{12}E)\Lambda_1 (M_{11} + M_{12}E)^{-1} \tag{3.32}$$

und

$$B_r = M_r B_1^* = (M_{11} + M_{12}E) B_1^* \tag{3.33}$$

Damit ist das gewuenschte reduzierte Modell gefunden.

3.2 DIE DOMINANZMASZE NACH LITZ

Weil man eine moeglichst gute Uebereinstimmung des Uebertragungsverhaltens von Original und reduziertem Modell anstrebt, bietet sich ein Uebergehen in den Frequenzbereich an, indem man die Gleichungen (3.2) und (3.3) Laplace-transformiert. Da fuer das Uebertragungsverhalten die Anfangswerte keine Rolle spielen, ergibt sich

$$s\underline{Z}(s) = \Lambda\underline{Z}(s) + B^{*}\underline{U}(s) \tag{3.34}$$

Aufloesen von Gleichung (3.34) nach Z(s) und Einsetzen in die Laplace- transformierte Gleichung (3.1) liefert Gleichung (3.35),

$$\underline{Y}(s) = C^{*}\underline{Z}(s) = C^{*}(sI_n - \Lambda)^{-1}B^{*}\underline{U}(s) \tag{3.35}$$

die das Uebertragungsverhalten beschreibt.

Schreibt man Gleichung (3.35) komponentenweise, was aufgrund der Diagonalgestalt von $(sI_n - \Lambda)^{-1}$ moeglich ist, und greift man fuer ein Modell mit p Eingaengen und q Ausgaengen den i,j-ten Uebertragungspfad heraus, so ergibt sich

$$Y_{ij}(s) = \left(\frac{c^{*}_{i1}b^{*}_{1j}}{s - \lambda_1} + \ldots + \frac{c^{*}_{in}b^{*}_{nj}}{s - \lambda_n} \right) \cdot U_j(s) \tag{3.36}$$

Schaltet man als Eingangssignal $u_j(t)$ auf das System die Einheitssprungfunktion

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 \text{ fuer } t < 0 \\ 1 \text{ fuer } t \geq 0 \end{cases} \tag{3.37}$$

die fuer mittlere bis hohe Frequenzen eine gute und fuer tiefe Frequenzen aufgrund des Gleichanteils die bestmoegliche Systemerregung liefert und fuehrt man eine Ruecktransformation in den Zeitbereich durch, so erhaelt man

$$y_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{c^{*}_{ik}b^{*}_{kj}}{\lambda_k} (e^{\lambda_k t} - 1) \tag{3.38}$$

Der k-te Summand dieser Gleichung

$$s_{ikj} = \frac{c^*_{ik} b^*_{kj}}{\lambda_k} (e^{\lambda_k t} - 1) \tag{3.39}$$

wird vom k-ten Eigenwert verursacht. Bei Annahme stabiler, reeller Eigenwerte ist der Betrag des Faktors, der die Dynamik verursacht, beschraenkt:

$$|e^{\lambda_k t} - 1| \leq 1 \quad \text{fuer } 0 \leq t < \infty \tag{3.40}$$

Fuer stabile komplexe Eigenwerte ist der Faktor, wie in [1] gezeigt wird, ebenfalls beschraenkt.

Die Staerke des Summanden nach Gleichung (3.39) im i,j-ten Uebertragungspfad haengt also nur vom Quotienten

$$q_{ikj} = \frac{c^*_{ik} b^*_{kj}}{\lambda_k} \tag{3.41}$$

ab, weshalb der Betrag dieses Quotienten als Masz fuer die Dominanz des k-ten Eigenwertes bezueglich des i-ten Ausgangs und des j-ten Eingangs angesehen werden kann. Bezieht man $|q_{ikj}|$ auf den Betrag des stationaeren Endwertes

$$r_{ikj} = \frac{|q_{ikj}|}{|y_{ij\infty}|} \tag{3.42}$$

so liefert diese dimensionslose Groesse eine Aussage darueber, wie stark der Uebertragungsvorgang $y_{ij}(t)$ vom Summanden des k-ten Eigenwertes beeinflusst wird.

Eigenwerte λ_k, die sehr kleine Werte fuer r_{ikj} besitzen, sind bezueglich dieses Uebertragungspfades nicht dominant. Diese Aussage laesst sich nicht umkehren, denn es ist moeglich, dass in einem oder mehreren Pfaden Summanden auftreten, deren Betrag zwar in der selben Groessenordnung liegt, die jedoch unterschiedliche Vorzeichen besitzen und sich daher kompensieren koennen. Die Summe aendert sich durch Weglassen dieser Kennzahlen kaum, so dass die betreffenden Eigenwerte als nicht dominant betrachtet werden koennen.

Die Information ueber solche Kompensationen ist im Betrag des Amplitudenganges $|G_{ij}(j\omega)|$ enthalten, weshalb man Gleichung (3.42) mit dem Betrag des normierten Amplitudenganges wichtet:

$$\hat{r}_{ikj} = r_{ikj} A_{ij}(\lambda_k) \tag{3.43}$$

mit

$$A_{ij}(\lambda_k) = \frac{|G_{ij}(j|\lambda_k|)|}{|G_{ij}(0)|} \tag{3.44}$$

Will man die Dominanzkennzahlen r_{ikj} und $\hat{r}_{ikj}$ zur Beurteilung der Dominanz des Gesamtsystems heranziehen, so muss man beruecksichtigen, dass der i-te Ausgang von den einzelnen Eingaengen, auf die durchaus verschiedene Sprunghoehen aufgepraegt sein koennen, unterschiedlich stark beeinflusst wird, d.h. die einzelnen Uebertragungspfade nicht gleich wichtig sind. Man bewertet daher r_{ikj} und $\hat{r}_{ikj}$ wie folgt:

$$d_{ikj} = r_{ikj} N_{ij} \tag{3.45}$$

$$\hat{d}_{ikj} = \hat{r}_{ikj} N_{ij} \tag{3.46}$$

mit

$$N_{ij} = \frac{|y_{ij}\ u_{jmax}|}{\max\limits_{j=1,p} (|y_{ij\infty} u_{jmax}|)} \tag{3.47}$$

Eine Beurteilung der Dominanz des Gesamtsystems ist jetzt moeglich, indem man die Maxima und die Summen der zum k-ten Eigenwert gehoerenden Kennzahlen d_{ikj} und $\hat{d}_{ikj}$ ueberballe Pfade bildet:

$$M_k = \max_{i=1,q} \left(\max_{j=1,p} d_{ikj} \right) \quad , \quad k = 1,\ldots,n \tag{3.48}$$

$$S_k = \sum_{i=1}^{q} \sum_{j=1}^{p} d_{ikj} \quad , \quad k = 1,\ldots,n \tag{3.49}$$

$$\hat{M}_k = \max_{i=1,q} \left(\max_{j=1,p} \hat{d}_{ikj} \right) \tag{3.50}$$

$$\hat{S}_k = \sum_{i=1}^{q} \sum_{j=1}^{p} \hat{d}_{ikj} \tag{3.51}$$

Die Summenmasze nach Gleichung (3.49) und (3.51) werden eingefuehrt, um zu erkennen, ob ein Eigenwert λ_k in nur wenigen oder in vielen Uebertragungspfaden dominant ist.

Die Dominanzmasze nach Gleichung (3.48) - (3.51) ermoeglichen die Ermittlung der dominanten Eigenwerte eines Systems. Wie man dabei vorgehen muss, ist in Kapitel "3.4 Vorgehensweise bei der Ordnungsreduktion" auf S.17 beschrieben.

3.3 MASZE FUER DIE WESENTLICHKEIT VON ZUSTANDSGROESSEN

Ausgangspunkt ist die Loesung der transformierten Zustandsdifferentialgleichungen bei einer Anregung der Eingaenge durch Sprungfunktionen. Fuer den i,j-ten Uebertragungspfad gilt:

$$y_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{n} u_{jmax} \frac{c^*_{ik} b^*_{kj}}{\lambda_k} \left(e^{\lambda_k t} - 1 \right) \tag{3.52}$$

Da eine Aussage fuer alle Zustandsgroessen gemacht werden soll, wird angenommen, dass alle Zustandsgroessen Ausgangsgroessen sind. Durch Vertauschen einzelner Zustandsgroessen laesst sich der Zustandsvektor dann so umordnen, dass

$$\underline{y} = I_n \underline{x} \tag{3.53}$$

ist. Aehnlich wie bei den Dominanzmaszen kann der Quotient

$$q_{ikj} = \frac{c^*_{ik} b^*_{kj}}{\lambda_k} \tag{3.41}$$

dazu herangezogen werden, um Aussagen ueber die Wesentlichkeit von Zustandsgroessen machen zu koennen. Man bildet

$$v'_{ik} = \max_{j=1,p} (|q_{ikj} u_{jmax}|) = \max_{j=1,p} (|\frac{c^*_{ik} b^*_{kj}}{\lambda_k} u_{jmax}|) \qquad (3.54)$$

und

$$\hat{v}'_{ik} = \sum_{j=1}^{p} |q_{ikj} u_{jmax}| = \sum_{j=1}^{p} |\frac{c^*_{ik} b^*_{kj}}{\lambda_k} u_{jmax}| \qquad (3.55)$$

Um einen Vergleich der einzelnen Zustandsgroessen untereinander zu ermoeglichen, wird fuer jede Zustandsgroesse eine Normierung auf den maximalen von den p Eingaengen herruehrenden stationaeren Endwert durchgefuehrt. Damit ergibt sich

$$v_{ik} = \frac{\max\limits_{j=1,p} (|q_{ikj} u_{jmax}|)}{\max\limits_{j=1,p} |y_{ij\infty}|} \qquad (3.56)$$

und

$$\hat{v}_{ik} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{p} |q_{ikj} u_{jmax}|}{\max\limits_{j=1,p} |y_{ij\infty}|} \qquad (3.57)$$

Mit diesen Gleichungen stehen Masze fuer die Wesentlichkeit der i-ten Zustandsgroesse x_i bezueglich des Eigenwertes λ_k zur Verfuegung. Berechnet man v_{ik} und $\hat{v}_{ik}$ fuer alle i,k, so erhaelt man fuer alle Kombinationen von Zustandsgroessen und Eigenwerten jeweils zwei Zahlenwerte, die man in Tabellen, den sogenannten *Wesentlichkeitstabellen der Zustandsgroessen* zusammenfassen kann. Die v_{ik} bilden die *Wesentlichkeitstabelle nach dem Maximum-Kriterium* (Gleichung (3.56)), die $\hat{v}_{ik}$ die *Wesentlichkeitstabelle nach dem Summen-Kriterium* (Gleichung (3.57)).

In den meisten Faellen liefern beide Tabellen die selben wesentlichen Zustandsgroessen, so dass man fast immer mit der Tabelle nach dem Maximum-Kriterium auskommt. Es ist jedoch denkbar, dass es Zustandsgroessen gibt, die in jedem Uebertragungspfad einen Beitrag fast der gleichen Groessenordnung liefern. Um ein solches Verhalten zu erkennen, wird die Wesentlichkeitstabelle nach dem Summen-Kriterium benoetigt.

Die Vorgehensweise zur Auswahl wesentlicher Zustandsgroessen wird im naechsten Kapitel beschrieben.

3.4 VORGEHENSWEISE BEI DER ORDNUNGSREDUKTION

Nachdem in Kapitel "3. Das Ordnungsreduktionsverfahren nach Litz" auf S.5 das Ordnungsreduktionsverfahren nach Litz vorgestellt wurde, soll hier dargestellt werden, wie man mit Hilfe der neu in die Programmbibliothek RASP [35] einzufuehrenden Hauptprogramme DOWEHP und SYREHP ausgehend von einem Originalmodell hoher Ordnung zu einem reduzierten Modell gelangen kann. Dabei wird ausfuehrlich darauf eingegangen, wie man mit Hilfe der Dominanzmasze und Wesentlichkeitstabellen eine sinnvolle Wahl von dominanten Eigenwerten und wesentlichen Zustandsgroessen treffen kann.

3.4.1 Auswahl dominanter Eigenwerte und wesentlicher Zustandsgroessen

Zuerst berechnet man die Dominanzmasze und die Wesentlichkeitstabellen nach dem Maximum- und Summen-Kriterium. In den meisten Faellen ist eine Erstellung der Wesentlichkeitstabelle nach dem Summen-Kriterium nicht erforderlich. Um diese Berechnungen durchzufuehren, wird das Programm DOWEHP benutzt. Nachdem Dominanzmasze und Wesentlichkeitstabellen vorliegen, waehlt man die dominanten Eigenwerte und wesentlichen Zustandsgroessen aus, wozu folgendes gesagt werden kann:

Die Dominanzmasze nach Gleichung (3.24) - (3.27) ermoeglichen es, aus den stabilen Eigenwerten eines Systems die dominanten festzulegen.

Dominant bezueglich der Steuer-/ Beobachtbarkeit sind die Eigenwerte mit den groessten Maszen M_k und S_k, bezueglich des Uebertragungsverhaltens die mit den groessten $\hat{M}_k$, $\hat{S}_k$ Strebt man an, das Uebertragungsverhalten eines Originals durch ein reduziertes Modell gut nachzubilden, wird man den Schwerpunkt auf die Eigenwerte mit grossen $\hat{M}_k$, $\hat{S}_k$ legen, bei einer Verwendung des Modells zum Reglerentwurf jedoch auf die mit grossen M_k, S_k.

Welche Eigenwerte aufgrund des Zahlenwertes der Masze noch dominant bzw. schon nicht dominant sind, muss der Anwender selbst entscheiden. Moeglicherweise kristallisieren sich durch unterschiedliche Groessenordnungen der Masze auch verschiedene denkbare Ordnungen von reduzierten Modellen heraus.

Instabile Eigenwerte, deren Betrachtung mittels dieser Dominanzmasze nicht moeglich ist, sind immer dominant und muessen daher auch immer ins reduzierte Modell uebernommen werden.

Nach der Festlegung der dominanten Eigenwerte ist die Ordnung des reduzierten Modells und damit auch die Anzahl der benoetigten wesentlichen Zustandsgroessen bekannt, die wie folgt bestimmt werden : Die Zustandsgroessen, die auch Ausgangsgroessen des Originals sind, muessen im reduzierten Modell enthalten sein, es sei denn, man will im reduzierten Modell auf bestimmte Ausgangsgroessen verzichten, z. B. weil deren Uebergangsverhalten unkritisch ist oder deren stationaere Endwerte nur sehr klein sind.

Zur Auswahl der restlichen wesentlichen Zustandgsgroessen benutzt man die Wesentlichkeitsmasze. Zunaechst werden fuer jeden dominanten Eigenwert die Zustandsgroessen in den Wesentlichkeitstabellen herausgesucht, die die groessten Zahlenwerte aufweisen. Sollten dabei fuer einen Eigenwert fast alle Zustandsgroessen Werte liefern, die in der gleichen Groessenordnung liegen, so wird dieser Eigenwert durch jede dieser Zustandsgroessen in etwa gleich gut repraesentiert. Fuer diesen Fall spielt es daher fast keine Rolle, welche der Zustandsgroessen man als wesentlich erachtet. Folglich kann man anhand dieser Eigenwerte nur schlecht beurteilen, welche Zustandsvariablen wesentlich sind. Daher sollen sie zunaechst ausser Acht gelassen werden.

Man sieht sich nun Zeile fuer Zeile der Wesentlichkeitstabellen an. Treten in der i-ten Zeile fuer alle dominanten Eigenwerte, abgesehen von obiger Ausnahme, nur kleine Zahlenwerte auf, so ist die Zustandsgroesse, die dieser Zeile zugeordnet werden kann, unwesentlich und kann weggelassen werden.

Von der jetzt noch uebrig gebliebenen Teilmenge von Zustandsgroessen waehlt man die noch benoetigten wesentlichen Zustandsgroessen aus. Dabei ist darauf zu achten, dass die dominanten Eigenbewegungen genuegend stark im reduzierten Modell vertreten sind. Eigenbewegungen, die durch die bereits festgelegten Zustandsgroessen noch nicht gut nachgebildet sind, sollten durch die noch auszuwaehlenden besser als die uebrigen Eigenbewegungen repraesentiert werden. Man muss aus der der verbliebenen Teilmenge eine Kombination von Zustandsgroessen waehlen, die diesem Ziel am naechsten kommt.

Tritt fuer einen dominanten Eigenwert in den Wesentlichkeitstabellen eine oder sehr wenige Zustandsgroessen besonders deutlich hervor, so sind diese wesentlich. Man sieht dies daran, dass in der zu diesem Eigenwert gehoerenden Spalte der Wesentlichkeitstabelle diese Zustandsgroessen die uebrigen bei weitem ueberragen. Sie sollten Zahlenwerte besitzen, die in etwa der Groessenordnung der groessten in der Tabelle auftretenden Werte liegen.

Sind durch Vorgaben oder andere Festlegungen die wesentlichen Zustandsgroessen zu diesem Zeitpunkt bereits festgelegt, so empfiehlt es sich, die Ordnung des reduzierten Modells zu erhoehen und diese in der Wesentlichkeitstabelle besonders hervortretenden Zustandsgroessen im reduzierten Modell zu beruecksichtigen.

Will man das reduzierte Modell zum Reglerentwurf verwenden, so muss man sich ansehen, welchen Beitrag die wesentlichen Zustandsgroessen zu den nicht dominanten Eigenwerten liefern. Man sollte nur solche Zustandsgroessen ins reduzierte Modell uebernehmen, die mit diesen Eigenwerten nur schwach verkoppelt sind. Bei starker Verkopplung wesentlicher Zustandsgroessen mit nicht dominanten Eigenwerten verschieben sich diese stark, wenn man einen am reduzierten Modell entworfenen Regler auf das Originalmodell aufschaltet. Eine nur geringfuegige Aenderung von Koeffizienten der Rueckfuehrmatrix eines Zustandsreglers koennte in diesen Faellen schon zur Instabilitaet fuehren.

3.4.2 Durchfuehrung der eigentlichen Ordnungsreduktion

Nachdem man nun die dominanten Eigenwerte und wesentlichen Zustandsgroessen kennt, kann man mit Hilfe des Hauptprogramms SYREHP das reduzierte Modell berechnen. Dazu gibt man die Nummern der dominanten Eigenwerte und der wesentlichen Zustandsgroessen an, worauf das Programm die Berechnung der reduzierten Modells nach dem von Litz [1], [2] vorgestellten "optimalen" Reduktionsverfahren vornimmt. Die vernachlaessigten Zustandsgroessen und Eigenbewegungen werden dabei so gut wie moeglich durch Linearkombinationen der im reduzierten Modell enthaltenen Zustandsgroessen und Eigenbewegungen angenaehert. Falls bei der Berechnung der Matrix E nach Gleichung (3.48) singulaere Matrizen auftreten, wird "nicht optimal" reduziert.

4. PROGRAMMTECHNISCHE IMPLEMENTIERUNG

Zur Durchfuehrung von Ordnungsreduktionen nach dem Litz'schen Verfahren werden in die Programmbibliothek RASP zwei neue Hauptprogramme, DOWEHP und SYREHP, sowie mehrere neue Unterprogramme eingefuehrt. DOWEHP berechnet die Dominanzmasze nach *L. Litz* [1], [2] und die Wesentlichkeitsmasze nach *J. Barth* [6], mit deren Hilfe im ersten Schritt der Ordnungsreduktion die dominanten Eigenwerte und die wesentlichen Zustandsgroessen festgelegt werden koennen. Zur Durchfuehrung der eigentlichen Ordnungsreduktion dient das Hauptprogramm SYREHP, das die reduzierte Systemmatrix A_r und Eingangsmatrix B_r nach einem Vorschlag von *L. Litz* so berechnet, dass nicht dominante Eigenbewegungen und nicht wesentliche Zustandsgroessen angenaehert werden.

4.1 DAS HAUPTPROGRAMM DOWEHP UND DIE ZUGEHOERIGEN NEU ERSTELLTEN UNTERPROGRAMME

4.1.1 Hauptprogramm DOWEHP

Das Hauptprogramm DOWEHP uebernimmt das Einlesen der vom Benutzer eingegebenen Daten. Wie diese Einlesedaten zu erstellen sind, ist im Benutzerkommentar des Programms DOWEHP, der in "Anhang A. Listings neu erstellter Programme" auf S.31 zu finden ist, genau beschrieben. Ausserdem sind in "Anhang B. Beispiele" auf S.63 einige Musterdatensaetze abgedruckt, an denen sich der Benutzer beim Erstellen eines Datensatzes fuer das Programm DOWEHP orientieren kann. Die Berechnung von Dominanz- und Wesentlichkeitsmaszen wird vom Hauptprogramm nicht ausgefuehrt; dazu wird das Unterprogramm DOMWES aufgerufen. Mit Hilfe des Unterprogramms SIKODA koennen Datensaetze fuer das Simulationsprogramm SIKOHP (siehe [36]) gebildet werden, die dazu dienen koennen, die Guete der Modaltransformation zu ueberpruefen.

4.1.2 Unterprogramm DOMWES

Wenn das eingegebene System noch nicht in modaltransformierter Form vorliegt, wird zunaechst eine Transformation auf Blockdiagonalform durchgefuehrt, wozu das Unterprogramm EIGEN benoetigt wird. Dieses Programm berechnet die Eigenwerte der Systemmatrix A und die Eigenvektoren. Die Eigenwerte werden ihrer Groesse nach umsortiert und entsprechend wird auch die Modalmatrix umgeordnet. Danach werden die transformierte Systemmatrix sowie die transformierte Eingangs- und Ausgangsmatrix, aufgespalten in Real- und Imaginaerteil, berechnet. Damit sind die Voraussetzungen geschaffen, um die Dominanz- und Wesentlichkeitsmasze zu erstellen. Dies wird von den Unterprogrammen MODOM und WEZU besorgt.

4.1.3 Unterprogramm MODOM

Im Unterprogramm MODOM werden die Dominanzmasze M_k, S_k, $\hat{M}_k$, $\hat{S}_k$ nach *L. Litz*, so wie sie in Gleichung (3.48) - (3.51) angegeben sind, berechnet. Nach der Errechnung der Partialbruchkoeffizienten q_{ikj} und von $|G(0)|$ und $|G(j|\lambda_k|)|$ fuer jeden Ein- und Ausgang wird der maximale Endwert eines jeden Ausgangs bestimmt. Sollte ein Ausgang den stationaeren Endwert 0 besitzen, so ist abweichend von *L. Litz* [1], [2] eine externe Vorgabe des Normierungswertes moeglich. Geschieht dies nicht, so wird bei diesem Ausgang keine Normierung auf den stationaeren Endwert durchgefuehrt. Aus allen stationaeren Endwerten der Ausgaenge wird dann noch das Maximum bestimmt.

Damit sind alle Grundlagen zur Berechnung der Dominanzmasze geschaffen, die im naechsten Schritt erfolgt. Abweichend zu *L. Litz* wird, wenn gewuenscht, auf den groessten Wert aller Dominanzmasze normiert und mit 100 multipliziert, so dass jetzt alle Masze in Prozent des maximalen Dominanzmaszes angegeben sind. In den meisten Faellen ist dies guenstig, weil man durch diese Normierung uebersichtlichere Zahlenwerte erhaelt und ohnehin fast immer nicht die absolute Groessen, sondern die zahlenmaessigen Relationen der Dominanzmasze zueinander wichtig sind.

4.1.4 Unterprogramm WEZU

Zunaechst wird der maximale stationaere Endwert jeder Zustandsgroesse bestimmt. Danach wird fuer alle i,k $|c^*_{ik}/\lambda_k|$ errechnet, so dass dieser Quotient bei der anschliessenden Berechnung der Wesentlichkeitsmasze nur noch mit $|b^*_{kj}|$ multipliziert werden muss, damit man $|q_{ikj}|$ erhaelt. Die erneute Berechnung von $|q_{ikj}|$ ist noetig, da $|q_{ikj}|$ im Unterprogramm MODOM nur fuer die Systemausgaenge bestimmt wurde, jedoch bei der Erstellung der Wesentlichkeitsmasze alle Zustandsgroessen als Ausgangsgroessen betrachtet werden.

Weil auch hier die absolute Groesse der Wesentlichkeitsmasze nicht entscheidend ist, wird auf das maximale Wesentlichkeitsmasz normiert und mit 100 multipliziert. Auf Wunsch kann auch diese Normierung unterdrueckt werden.

4.2 DAS HAUPTPROGRAMM SYREHP UND DIE ZUGEHOERIGEN NEU ERSTELLTEN UNTERPROGRAMME

4.2.1 Hauptprogramm SYREHP

Wie auch beim Hauptprogramm DOWEHP, liest das Programm SYREHP zuerst die angegebenen Daten ein. Die Erstellung des Datensatzes, verdeutlicht durch einige Beispiele, ist im Anhang beschrieben. Die Berechnung des reduzierten Modells erfolgt im Unterprogramm SYSRED. Durch Aufruf des Unterprogramms SIKODA kann auch hier ein Datensatz fuer das Programm SIKOHP erstellt werden, mit dem eine Simulation des reduzierten Modells durchgefuehrt werden kann. Durch Kombination des in DOWEHP erstellten Datensatzes zur Simulation des Originalmodells koennen Zeitverlaeufe von Original- und reduziertem Modell verglichen und somit dessen Guete beurteilt werden.

4.2.2 Unterprogramm SYSRED

Als erstes werden die Zustandsgroessen durch Vertauschen von Zeilen der Modalmatrix und Spalten der Ausgangsmatrix in einen wesentlichen und unwesentlichen Teil getrennt, so wie man es im Datensatz durch die Eingabe der wesentlichen Zustandsgroessen verlangt hat. Zum Vertauschen von Zeilen bzw. Spalten dient das Programm UMORD. Nachdem die Anzahl der stabilen und instabilen Eigenwerte festgestellt ist, wird die transformierte Systemmatrix so umgeordnet, dass im oberen Teil die im Datensatz angegebenen dominanten und im unteren Teil der Matrix die nicht dominanten Eigenwerte stehen. Entsprechend werden auch die transformierte Eingangsmatrix sowie die Modalmatrix umgeordnet.

Im naechsten Schritt erfolgt die Bestimmung von $(B_{11})_{i,j}$ und $(B_{21})_{i,j}$ nach Gleichung (3.23) bzw. (3.24) , die im Unterschied zu *L. Litz* [1], [2] nicht explizit, sondern ueber die Loesung einer Ljapunov'schen Matrizengleichung mit Hilfe des Unterprogramms SMITH berechnet werden. $(B_{11})_{i,j}$ und $(B_{21})_{i,j}$ werden zur Bestimmung von E nach Gleichung (3.22) benoetigt, die nun erfolgt. Falls bei der Berechnung von E singulaere Matrizen auftreten und somit E nicht bestimmt werden kann, wird fuer den weiteren Ablauf der Reduktion E = 0 gesetzt. In diesem Fall wird *nicht optimal* reduziert. Nachdem E bekannt ist, werden jetzt als letztes die Systemmatrix A_r und Eingangsmatrix B_r des reduzierten Modells nach Gleichung (3.32) und (3.33) bestimmt.

4.2.3 Unterprogramm UMORD

Die Zeilen bzw. Spalten einer Eingabematrix A werden hier so umgeordnet, wie es in einem Vektor b gefordert wird. Wenn $b_i = j$ ist, so bedeutet dies, dass die urspruenglich j-te Zeile bzw. Spalte zur i-ten Zeile bzw. Spalte wird. Ist die Laenge dieses Vektors kleiner als die Anzahl der Zeilen bzw. Spalten der Eingabematrix, so werden die noch fehlenden Zeilen bzw. Spalten der umgeordneten Matrix mit den noch fehlenden urspruenglichen Zeilen bzw. Spalten in numerisch aufsteigender Reihenfolge belegt.

5. ZUSAMMENFASSUNG

Durch die Einfuehrung zweier neuer Hauptprogramme sowie mehrerer Unterprogramme steht das Ordnungsreduktionsverfahren nach *L. Litz* , erweitert um die systematische Bestimmung wesentlicher Zustandsgroessen nach *J. Barth* in der Programmbibliothek RASP zur Verfuegung.

Die Ordnungsreduktion laesst sich in zwei Schritte aufteilen:

1. Bestimmung dominanter Eigenwerte und wesentlicher Zustandsgroessen

2. Durchfuehrung der eigentlichen Ordnungsreduktion

Zur Bestimmung dominanter Eigenwerte werden die von *L. Litz* eingefuehrten Dominanzmasze benutzt, die jedem Eigenwert mehrere Kennzahlen zuordnen. Diese Masze beruecksichtigen neben der Lage der Eigenwerte in der komplexen Ebene auch deren Steuer- und Beobachtbarkeit. Dominant sind die Eigenwerte, die die zahlenmaessig groessten Masze besitzen.

Zur Festlegung wesentlicher Zustandsgroessen werden die Wesentlichkeitsmasze nach *J. Barth* verwendet, die jeder Zustandsgroesse fuer jeden Eigenwert einen Zahlenwert zuordnen und somit in enger Verbindung zu den modalen Ordnungsreduktionsverfahren stehen. Je nach Anwendung muss man unterschiedliche wesentliche Zustandsgroessen auswaehlen. In der Regel wird man die Zustandsgroessen nehmen, die fuer die dominanten Eigenwerte moeglichst grosse Maszzahlen besitzen. Fuer den Reglerentwurf ist es jedoch z.B. wichtig, darauf zu achten, dass die gewaehlten Zustandsgroessen nicht stark mit nicht dominanten Eigenwerten verkoppelt sind, da sonst bei Aufschaltung einer am reduzierten Modell entworfenen Zustandsvektorrueckfuehrung auf das Originalmodell sich diese nicht dominanten Eigenwerte stark verschieben.

Die Berechnung des reduzierten Modells erfolgt nach einem Vorschlag von *L. Litz* "optimal", was bedeutet, dass die nicht dominanten Eigenbewegungen nicht einfach weggelassen werden, sondern durch eine Linearkombination der im reduzierten Modell noch enthaltenen Eigenbewegungen so approximiert werden, dass das Uebertragungsverhalten der im Original vorhandenen nicht dominanten Eigenbewegungen dadurch moeglichst gut nachgebildet wird. Die damit gefundene Transformation hat den zusaetzlichen Vorteil, dass Fehler zwischen dem Teilvektor der wesentlichen Zustandsgroessen $\underline{x}_1$ und seiner Naeherung $\underline{\tilde{x}}_1$ minimal wird.

Mit diesem modalen Ordnungsreduktionsverfahren steht dem Anwender ein leistungsfaehiges Hilfsmittel zur Verfuegung, das Ordnungsreduktionen mit einer moeglichst guenstigen Wahl von dominanten Eigenwerten und wesentlichen Zustandsgroessen ermoeglicht.

6. VERWENDETE FORMELZEICHEN

A	Systemmatrix
A_r	Systemmatrix des reduzierten Modells
A_{ij}	normierter Amplitudengang des i,j-ten Uebertragungspfades
B	Eingangsmatrix
B^*	transformierte Eingangsmatrix
b^*_{ij}	i,j-tes Element der transformierten Eingangsmatrix
B^*_1	Teilmatrix der ersten m Zeilen von B
B^*_2	Teilmatrix der n-m letzten Zeilen von B
B_r	Eingangsmatrix des reduzierten Systems
C	Ausgangsmatrix
C^*	transformierte Ausgangsmatrix
c^*_{ij}	i,j-tes Element der transformierten Ausgangsmatrix
$\underline{d}$	Gleichungsfehlervektor
d_{ikj}, $\hat{d}_{ikj}$	Dominanzkennzahlen
E	Naeherungsmatrix fuer die Nachbildung der nicht dominanten durch die dominanten Eigenbewegungen
G, $\tilde{G}$	Uebertragungsfunktion
G_{ij}	Frequenzgang des i,j-ten Uebertragungspfades
I_n	n-reihige Einheitsmatrix
J	quadratisches Guetekriterium
L	Naeherungsmatrix fuer die Nachbildung der unwesentlichen durch die wesentlichen Zustandsgroessen
M	Modalmatrix
M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22}	Teilmatrizen der Modalmatrix
M_k, $\hat{M}_k$	Dominanzmasze
M_r	Modalmatrix des reduzierten Modells
N_{ij}	Wichtungsfaktor fuer den i,j-ten Uebertragungspfad
q_{ikj}	Quotient aus Residuum der Uebertragungsfunktion des i,j-ten Pfades bezogen auf den k-ten Eigenwert

R	Reduktionsmatrix
r_{ikj}, $\hat{r}_{ikj}$	Dominanzkennzahlen
s	Laplace-Operator
s_{ikj}	k-ter Summand der Ausgangsgleichung des i,j-ten Pfades
S_k, $\hat{S}_k$	Dominanzmasze
t	Zeit
$\underline{u}$	Eingangsvektor
$\underline{u}_0$	Vektor der Eingangssprunghoehen
u_{jmax}	Eingangssprunghoehe des j-ten Eingangs
v_{ik}, $\hat{v}_{ik}$	Wesentlichkeitsmasze fuer die i-te Zustandsgroesse bezueglich des k-ten Eigenwertes
V, $\hat{V}$	Matrizen aufgrund der Wesentlichkeitsmasze
$\underline{x}$, $\underline{\tilde{x}}$	Zustandsvektor
$\underline{x}_1$	Teilvektor der m wesentlichen Zustandsgroessen
$\underline{x}_2$	Teilvektor der n-m unwesentlichen Zustandsgroessen
x_i	i-te Zustandsgroesse
$\underline{y}$	Ausgangsvektor
y_i	i-tes Element des Ausgangsvektors
y_{ij}	Ausgangsgroesse des i,j-ten Uebertragungspfades
$y_{ij\infty}$	stationaerer Endwert des i,j-ten Uebertragungspfades
$\underline{z}$	Vektor der Eigenbewegungen
$\underline{z}_1$	Teilvektor der m dominanten Eigenbewegungen
$\underline{z}_2$	Teilvektor der n-m nicht dominanten Eigenbewegungen
$\underline{\varepsilon}$, $\underline{\varepsilon}_r$	Fehlervektoren
λ_k	k-ter Eigenwert
Λ	Systemmatrix des modaltransformierten Systems
Λ_1	Teilmatrix der dominanten Eigenwerte
Λ_2	Teilmatrix der nicht dominanten Eigenwerte
σ	Einheitssprungfunktion
$\mathrm{Diag}\{d_i\}$	Diagonalmatrix mit den Elementen d

$\bar{s}$	konjugiert komplexer Wert von s
$\dot{x}$	zeitliche Ableitung des Vektors x
$\max\limits_{i} (x_i)$	Maximum der x ueber alle i
$\sum\limits_{i} x_i$	Summe der x ueber alle i
$\sim$	Naeherung

7. LITERATURVERZEICHNIS

1. *Litz, L.*
   Reduktion der Ordnung linearer Zustandsraummodelle mittels modaler Verfahren
   Hochschulverlag, Stuttgart, 1979

2. *Litz, L.*
   Ordnungsreduktion linearer Zustandsraummodelle durch Beibehaltung der dominanten Eigenbewegungen
   Regelungstechnik 27 (1979), Heft 3, S. 80 - 86

3. *Bonvin, D. and Mellichamp, D.A.*
   A Generalized Strutural Dominance Measure for the Analysis of Large-Scale Systems
   Int. J. Control, 35 (1982), No. 5, P. 807 - 827

4. *Bonvin, D. and Mellichamp, D.A.*
   A Unified Derivation and Critical Review of Modal Approaches to Model Reduction
   Int. J. Control, 35 (1982), No. 5, P. 829 - 848

5. *Foellinger, O.*
   Reduktion der Systemordnung
   Regelungstechnik 30 (1982), Heft 11, S. 367 - 377

6. *Barth, J.*
   Ordnungsreduktion von linearen zeitinvarianten Modellen technischer Systeme unter Beruecksichtigung wesentlicher Zustandsvariablen
   Diplomarbeit, Universitaet des Saarlandes, 1982

7. *Weisang, C.*
   Ermittlung wesentlicher Zustandsgroessen bei Entwurf und Anwendung ordnungsreduzierter Modelle
   Dissertation, Universitaet des Saarlandes, 1982

8. *Ackermann, J. u.a.*
   Entwurf von Regelungssystemen auf Robustheit gegenueber Parameteraenderungen und Sensorausfall
   CCG - Kurs, Oberpfaffenhofen, 1981

9. *Aburdene, M.F.*
   On the Routh Approximation Technique and Least Squares Error
   Modelling and Simulation, Part 2, Proceedings of the 10th Pittsburgh Conference, 11. Auflage, 1980

10. *Parthasarathy, R.*
    System Reduction Using Cauer Continued Fraction Expansion About $s = 0$ and $s = \infty$ Alternately
    Electronics Letters, Vol. 14, 1978, No. 8, P. 261 - 262

11. *Hsia, T.C.*
    On the Simplification of Linear Systems
    IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-17, 1972, No. 3, P. 372 - 374

12. *Bistritz, Y. et al.*
Model Reduction by Best Chebyshev Rational Approximations in the Complex Plane
Int. J. Control, 30 (1979), No. 2, P. 277 - 289

13. *Dourdoumas, N.*
Approximation linearer zeitinvarianter Systeme durch Systeme niedriger Ordnung
Regelungstechnik 22 (1974), S. 178 - 180 und S. 217 - 221

14. *Dourdoumas, N.*
Eine Methode zur Reduzierung von Systemen hoher Ordnung
Regelungstechnik 23 (1975), Heft 4, S. 133 - 139

15. *Siret, J.M. et al.*
Optimal Approximations of High-Order Systems Subjects to Polynomial Inputs
Int. J. Control, 28 (1977), No. 6, P. 963 - 971

16. *Eitelberg, E.*
Modellreduktion linearer zeitinvarianter Systeme durch Minimierung des Gleichungsfehlers
Hochschul-Verlag, Freiburg, 1979

17. *Eitelberg, E.*
Modellreduktion durch Minimieren des Gleichungsfehlers
Regelungstechnik 26 (1978), Heft 10, S. 320 - 322

18. *Obinata, G. et al.*
A Method for Modeling Linear Time-Invariant Systems by Linear Systems of Low Order
IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-21, 1976, P. 602 - 603

19. *Kokotovic, P.V. et al.*
Singular Perturbations and Order Reduction in Control Theory - An Overview
Automatica, 12 (1976), P. 123 - 132

20. *Kokotovic, P.V. et al.*
Singular Perturbation and Iterative Separation of Time Scales
Automatica, 16 (1980), P. 23 - 33

21. *Davison, E.J.*
A Method for Simplifying Linear Dynamic Systems
IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-11, 1966, No. 1, P. 93 - 101

22. *Marshall, S.A.*
An Approximate Method for Reducing the Order of a Linear System
Control 10 (1966), P. 642 - 643

23. *Chidambara, M.R.*
On "A Method for Simplifying Linear Dynamic Systems"
IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-12, 1967, No. 1, P. 119 - 120

24. *Chidambara, M.R.*
Further Remarks on Simplifying Linear Dynamic Systems
IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-12, 1967, No. 2, P. 213 - 214

25. *Chidambara, M.R.*
Further Comments on "A Method for Simplifying Linear Dynamic Systems"
IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-12, 1967, No. 5, P. 799

26. *Davison, E.J.*
A New Method for Simplifying Large Linear Dynamic Systems
IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-13, 1968, No. 2, P. 214 - 215

27. *Chidambara, M.R.*
Two Simple Techniques for the Simplification of Large Dynamic Systems
Joint Automatic Control Conference, 1969, Preprints, P. 669 - 674

28. *Skelton, R.E.*
Model Truncation Using Controllability Observability Measures
Dynamics of Multibody Systems, IUTAM Symposium, Munich, Aug. 29 - Sept. 3, 1977, P. 331 - 334

29. *Skelton, R.E.*
Model Truncation Using Controllability Observability Measures
Dynamics of Multibody Systems, IUTAM Symposium, Munich, Aug. 29 - Sept. 3, 1977, P. 331 - 334

30. *Skelton, R.E.*
Cost-Sensitive Model Reduction for Control Design
AIAA Guidance and Control Conference, Palo Alto, CA, 1978, P. 288 - 295

31. *Skelton, R.E. and Gregory, C.A.*
Measurement Feedback and Model Reduction by Modal Cost Analysis
Joint Automatic Control Conference, 1979, Denver, CO, P. 211 - 218

32. *Skelton, R.E.*
Observability Measures and Performance Sensitivity in the Model Reduction Problem
Int. J. Control, 29 (1979), No. 4, P. 541 - 556

33. *Skelton, R.E.*
Cost Decomposition of Linear Systems with Application to Model Reduction
Int. J. Control, 32 (1980), No. 6, P. 1031 - 1055

34. *Skelton, R.E. and Hughes, P.*
Modal Cost Analysis for Linear Matrix Second Order Systems
J. Dynamic Systems Measurement and Control, Sept. 1980, Vol. 102 P. 151 - 158

35. *RASP*
*R*egelungstechnische *A*nalyse und *S*ynthese- *P*rogramme
Institut fuer Dynamik der Flugsysteme, Abteilung Regelung, 8031 Wessling

36. *Petry, J.* Simulation linearer Mehrgroessensysteme mit schrittweise stetigen Eingangsfunktionen und verschiedenen Moeglichkeiten der grafischen Ergebnisdarstellung
DFVLR - Mitteilung 81-23, Wessling 1981

37. *Panther, M.*
Modellbildung und Regelung eines Hinterachspruefstandes
Diplomarbeit D129, Institut fuer Regelungs- und Steuerungssysteme, Universitaet Karlsruhe, 1976

38. *Wiechmann, H.*
Anwendung verschiedener Entkopplungsverfahren zur Regelung eines Hinterachspruefstandes
Diplomarbeit D136, Institut fuer Regelungs- und Steuerungssysteme, Universitaet Karlsruhe, 1977

39. *Graeser, K.*
Auswirkungen des Verfahrens der Ordnungsreduktion nach Litz bei der Regelung einer Mehrgroessenstrecke
Diplomarbeit, Universitaet des Saarlandes, 1981

40. *Froriep, R.*
Strukturoptimale Reglersynthese (Riccati-Entwurf)
CCG - Lehrgang "Regelungstechnische Analyse- und Entwurfs-Software"
Oberpfaffenhofen, November 1980

41. *Peczkowski, J.L. (Ed.)*
International Forum on Alternatives for Multivariable Control, 1977
Proceedings
Chicago, Oktober 1977

ANHANG A. LISTINGS NEU ERSTELLTER PROGRAMME

A.1 PROGRAMM DOWEHP

```
C    DOWEHP     HAUPTPROGRAMM ZUR BERECHNUNG VON DOMINANZTABELLE
C               UND WESENTLICHKEITSTABELLE EINES LINEAREN SYSTEMS
C
C    ZWECK :
C      FUER EIN LINEARES SYSTEM HOHER ORDNUNG SOLL EINE DOMINANZTABELLE
C      DER EIGENWERTE UND EINE WESENTLICHKEITSTABELLE DER ZUSTANDS-
C      GROESSEN ERSTELLT WERDEN.
C      DIES GESCHIEHT DURCH
C      - MODALTRANSFORMATION DES SYSTEMS HOHER ORDNUNG
C      - DOMINANZANALYSE DER EIGENWERTE (NACH L.LITZ)
C      - BERECHNUNG DER WESENTLICHKEITSTABELLE DER ZUSTANDSGROESSEN
C        (NACH J. BARTH), SIEHE AUCH UP WEZU
C      VORAUSSETZUNG: DER BENUTZER IST MIT DER DISSERTATION VON L. LITZ
C        UND DER DIPLOMARBEIT VON J. BARTH VERTRAUT, SIEHE VERFAHREN
C
C    EINLESEDATEN :
C      EIN DATENSATZ BESTEHT AUS FOLGENDEN EINGABEKARTEN :
C      1) DIE INTEGERGROESSEN N,IOP,IDRUE,ITEST,IPNCH,ISIM,IOPM1,IOPM2
C               IM FORMAT 8I5 :
C       N     : ORDNUNG DES ORIGINALSYSTEMS
C       IOP   : OPTIONSPARAMETER FUER DOMINANZANALYSE
C         0     DOMINANZTABELLE DER EIGENWERTE UND WESENTLICHKEITS-
C               TABELLE DER ZUSTANDSGROESSEN NACH DEM MAXIMUM-KRITERIUM,
C               JEWEILS NORMIERT AUF DEN MAXIMALEN WERT DER TABELLE
C               (AUSGABE IM F-FORMAT)
C         1     WIE 0, JEDOCH WESENTLICHKEITSTABELLE NACH DEM
C               SUMMEN-KRITERIUM
C         2     NUR DOMINANZTABELLE DER EIGENWERTE (AUSGABE IM D-FORMAT)
C       10,11,12  WIE 0,1,2, JEDOCH OHNE NORMIERUNG AUF DEN MAXIMALEN
C                 WERT DER TABELLE
C       100-112   WIE 0-12, JEDOCH FUER MODAL TRANSFORMIERTES SYSTEM
C       IDRUE: DRUCKERAUSGABE EINGELESENER MATRIZEN
C         0     KEINE AUSGABE
C       .GT.0   DRUCKERAUSGABE, IDRUE ENTSPRICHT IDRU IN UP MPRNT.
C       ITEST: AUSGABE VON ZWISCHENERGEBNISSEN
C         0     KEINE AUSGABE
C       .GT.0   AUSGABE VON :
C               - ABLAUFPROTOKOLL AUS UP EIGEN UEBER MODALE TRANSFORM.
C               - AUSGABE VON EIGENWERTEN (GEORDNET NACH GROESSE DES
C                                           REALTEILS)
C                             EINGANGSMATRIX MODAL TRANSF. (BMOD)
C                             AUSGANGSMATRIX MODAL TRANSF. (CMOD)
C                             EIGENVEKTORMATRIX (EV)
C               ITEST .GT. 0 ENTSPRICHT IDRU IN UP MPRNT
C       IPNCH: AUSGABE DES MODAL TRANSFORMIERTEN SYSTEMS IN EINE DATEI
C               ZUR ERSTELLUNG EINES DATENSATZES FUER EINE SYSTEM-
C               REDUKTION ODER FUER WEITERE DOMINANZUNTERSUCHUNGEN
C         0     KEINE AUSGABE
C       .GT.0   AUSGABE UEBER FILENR. IFILEM+1 (VGL. COMMON MPNCCO)
C               IPNCH ENTSPRICHT IGEN IN UP MPNCH
C       ISIM : AUSGABE EINES DATENSATZES ZUR SIMULATION DES URSPRUENG-
```

```
C           LICHEN UND DES MODALTRANSFORMIERTEN SYSTEMS MIT SIKOHP
C        0    KEINE AUSGABE
C        1    AUSGABE UEBER FILENR. IFILED (VGL. COMMON MPNCCO).
C     IOPM(1): KEINE AUSGABE/AUSGABE DER Q     AUS UP MODOM
C        0/1                              ILK
C     IOPM(2): NORMIERUNG DER Q     AUF RE(Q    )/BETRAG(Q    )
C        0/1                   ILK          ILK          ILK
C      2) FALLS ISIM.EQ.1 DIE GROESSEN IPLO,IGEN,ITEX,T0,TE,DT
C         IM FORMAT 3I5,5X,3D10.3 MIT DER BEDEUTUNG WIE IN UP SIKODA.
C      3) FALLS ITEX.EQ.1  EINE TEXTZEILE FUER SIKOHP-DATENSATZ.
C      4) SYSTEMMATRIX ORIGINALSYSTEM FUER IOP = 0-12 ODER
C         EIGENWERTE DES ORIGINALSYSTEMS, JE EINE SPALTE FUER REAL-
C         UND IMAGINAERTEIL IM FORMAT 2D20.13 (EIGENWERTE MUESSEN
C         DER GROESSE DES REALTEILS NACH GEORDNET SEIN) FUER
C         IOP = 100-112
C      5) EINGANGSMATRIX ORIGINALSYSTEM FUER IOP = 0-12 ODER MODAL-
C         TRANSFORMIERT FUER IOP = 100-112
C      6) AUSGANGSMATRIX. DIESE IST DER EINFACHEREN VORGABE WEGEN STETS
C         BEZUEGLICH DER BASIS DES ORIGINALSYSTEMS EINZUGEBEN. SIE WIRD
C         GEGEBENENFALLS MIT DER EIGENVEKTORMATRIX NACHMULTIPLIZIERT.
C      7) EIGENVEKTORMATRIX FUER IOP = 100-112
C      8) D-VEKTOR: NORMIERUNGSVEKTOR FUER UP MODOM, ENTHAELT
C         NORMIERUNGSWERTE FUER DIE AUSGAENGE (Z.B. NOETIG, FALLS DER
C         MAXIMALE STATIONAERE ENDWERT EINES AUSGANGS NULL BETRAEGT).
C         D IST STETS ALS SPALTENVEKTOR MIT MREAD EINZULESEN.
C      9) UEIN-VEKTOR: SPRUNGHOEHENVEKTOR FUER UP MODOM, ENTHAELT DIE
C         MAXIMALEN SPRUNGHOEHEN DER EINZELNEN EINGAENGE.
C         UEIN IST STETS ALS SPALTENVEKTOR MIT MREAD EINZULESEN.
C     10) WIEDERHOLUNG DER DATENKARTEN 1-3,6,8,9 FUER WEITERE
C         UNTERSUCHUNGEN AM SELBEN SYSTEM MOEGLICH.
C     11) ABSCHLUSS DES DATENSATZES DURCH ZIFFER 1 IN SPALTE 1
C
C    AUSGABE :
C      AUSGABE DER STEUERPARAMETER, DER DOMINANZ- UND WESENTLICHKEITS-
C      TABELLE, WAHLWEISE AUSGABE DER EINGANGSMATRIZEN.
C
C    DIMENSIONEN :
C      DIE UEBERPRUEFUNG AUF SPEICHERPLATZMANGEL GESCHIEHT IM
C      PROGRAMM SELBST. GGF. MUSS DIE LAENGE DER FELDER F, DUM UND
C      IDUM SOWIE DIE DATA-ANWEISUNGEN FUER DIE VEREINBARTEN
C      LAENGEN FMAX, DUMAX BZW. IDUMAX ANGEPASST WERDEN.
C      DERZEITIGE VEREINBARUNGEN:
C        FMAX = 25000, DUMAX = 45000, IDUMAX = 1000
C
C    FEHLERKENNZAHLEN :
C      1: FELD DUM ZU KLEIN, LAENGE VON DUM UND DATA-ANWEISUNG FUER
C         DUMAX ERHOEHEN (SH. AUCH DIMENSIONEN).
C      2: ND(1) .NE. NC(1) .OR. ND(2) .NE. 1
C         ND,NC ... DIMENSIONSVEKTOREN ZU MATRIX D, AUSGANGSMATRIX C
C      3: NUEIN(1) .NE. NB(2) .OR. NUEIN(2) .NE. 1
C         NUEIN,NB  DIMENSIONSVEKTOREN ZU UEIN, EINGANGSMATRIX B
C      4: FELD F ZU KLEIN, LAENGE VON F UND DATAANWEISUNG FUER FMAX
C         ERHOEHEN (SH. AUCH DIMENSIONEN).
C      5: FELD IDUM ZU KLEIN, LAENGE VON IDUM UND DATA-ANWEISUNG
C         FUER IDUMAX ERHOEHEN (SH. AUCH DIMENSIONEN).
C
```

```
C   VERFAHREN :
C     LITERATUR :    LOTHAR LITZ
C                    REDUKTION DER ORDNUNG LINEARER ZUSTANDSRAUM-
C                    MODELLE MITTELS MODALER VERFAHREN
C                    HOCHSCHULSAMMLUNG INGENIEURWISSENSCHAFT
C                    DATENVERARBEITUNG  BAND 4
C                    HOCHSCHULVERLAG STUTTGART 1979
C
C                    JUERGEN BARTH
C                    ORDNUNGSREDUKTION LINEARER ZEITINVARIANTER MODELLE
C                    TECHNISCHER SYSTEME UNTER BERUECKSICHTIGUNG
C                    WESENTLICHER ZUSTANDSVARIABLEN
C                    DIPLOMARBEIT, UNIVERSITAET DES SAARLANDES, 1982
C
C                    JUERGEN BARTH
C                    DOWEHP UND SYREHP - FORTRAN-PROGRAMME ZUR REDUKTION
C                    LINEARER SYSTEMMODELLE
C                    INTERNER BERICHT, DFVLR OBERPFAFFENHOFEN, 1983
C
C   BEMERKUNGEN :
C     - TEXTVARIABLE: NAMP(2),ITEXT(20),NAMA,NAMB,NAMC,NAMV,NAMD,NAMU
C     - SINGLE - DOUBLE PRECISION UMSCHALTUNG DURCH ERSTZEN DER
C       KARTE 'DOUBLE PRECISION' DURCH 'REAL', SOWIE VON 'EPSD'
C       DURCH 'EPSS' BZW. UMGEKEHRT NACH DER KOMMENTARKARTE CDPSP.
C     - ZUR UNTERDRUECKUNG VON UNDERFLOW-MELDUNGEN WERDEN DIE
C       MASCHINENABHAENGIGEN SUBROUTINEN TRAPS UND ERRSET BENUTZT.
C       DIESE MUESSEN GGF. ERSETZT ODER ENTFERNT WERDEN. IHR AUFRUF
C       ERFOLGT NACH DER KOMMENTARKARTE CERRSET.
C
C   QUELLE :
C     DIETER JOOS & JUERGEN BARTH
C     DFVLR - INSTITUT FUER DYNAMIK DER FLUGSYSTEME
C     8031 WESSLING
C     JANUAR 1983
C
C   STAND :  17.01.1983
C
C   COMMON BLOECKE :
C     MACHCO, MPNCCO
C
C   UNTERPROGRAMMBEDARF, * = DIREKTER AUFRUF $ = CALCOMP-ROUTINE:
C     ADD,BALANC,BALBAK,*BLD100,*DOMWES,EIGEN,EITEST,ELMHES,ELTRAN,
C     *EQUATE,FEHDIM,*FEHMEL,FPRNT,HQR2,INV,JUXTC,*LNCNT,MAKODD,MAMUDD,
C     MASEDD,MNUL2D,MODOM,*MPNCH,*MPRNT,*MREAD,MULT,NORMS1,PART,SCALE,
C     *SIKODA,SMITH,SUBT,TABODD,TRCE,WEZU
C
      DOUBLE PRECISION DUM, F, T0, TE, DT
      DIMENSION F(25000), DUM(45000), IDUM(1000), NA(2), NB(2),
     *  NC(2), ND(2), NU(2), NAMP(2), IOPM(2), NQ(2), ITEXT(20)
      INTEGER FMAX, DUMAX
      COMMON /MACHCO/ EPSS, EPSD, RADIX
      COMMON /MPNCCO/ MAXKAR, IFILEM, IFILED
      DOUBLE PRECISION EPSS, EPSD, RADIX
      DATA FMAX /25000/, DUMAX /45000/, IDUMAX /1000/
      DATA NAMP /4HDOWE,4HHP  /
      DATA IWIDO /-1/
C
CERRSET
```

```
C     CALL TRAPS(0, 0, 100000, 0, 0)
C     CALL ERRSET(208, 256, -1, 0, 0, 0)
C
   10 READ (5,99999) N, IOP, IDRUE, ITEST, IPNCH, ISIM, IOPM(1),
     *  IOPM(2)
      IF (N.GE.100) GO TO 120
      IWIDO = IWIDO + 1
      IDAT = IWIDO + 1
      CALL LNCNT(-1)
      CALL LNCNT(6)
      WRITE (6,99998) IDAT
      CALL LNCNT(4)
      WRITE (6,99997) N, IOP, IDRUE, ITEST, IPNCH, ISIM, IOPM(1),
     *  IOPM(2)
      IF (IWIDO.GT.0 .AND. IOP.LT.100) IOP = IOP + 100
      IF (ISIM.EQ.0) GO TO 20
      READ (5,99992) IPLO, IGEN, ITEX, TO, TE, DT
      WRITE (6,99991) IPLO, IGEN, ITEX, TO, TE, DT
      CALL LNCNT(5)
      IF (ITEX.EQ.0) GO TO 20
      IF (ITEX.NE.1) CALL FEHMEL(NAMP, 1)
      CALL TEX(3, 1, ITEXT)
   20 IA = 1
      IWR = IA + N*N
      IWI = IWR + N
      IB = IWI + N
      IF (IWIDO.GT.0) GO TO 70
      IF (IOP.GE.100) GO TO 30
      CALL MREAD(F(IA), NA, NAMA, IDRUE)
      GO TO 60
   30 DO 40 I=1,N
         J = IWR + I - 1
         K = IWI + I - 1
         READ (5,99996) F(J), F(K)
   40 CONTINUE
      NA(1) = N
      NA(2) = N
      IF (IDRUE.EQ.0) GO TO 60
      CALL LNCNT(N+3)
      WRITE (6,99995)
      DO 50 I=1,N
         J = IWR + I - 1
         K = IWI + I - 1
         WRITE (6,99994) F(J), F(K)
   50 CONTINUE
   60 CALL MREAD(F(IB), NB, NAMB, IDRUE)
      IC = IB + N*NB(2)
   70 CALL MREAD(F(IC), NC, NAMC, IDRUE)
      IEV = IC + N*N
      IF (IOP.LT.100 .OR. IWIDO.GT.0) GO TO 80
      CALL MREAD(F(IEV), NA, NAMV, IDRUE)
   80 CONTINUE
      ID = IEV + N*N
      IU = ID
      CALL MREAD(F(ID), ND, NAMD, IDRUE)
      IF (ND(1).NE.NC(1) .OR. ND(2).NE.1) CALL FEHMEL(NAMP, 2)
      IU = ID + ND(1)
      CALL MREAD(F(IU), NU, NAMU, IDRUE)
```

```
      IF (NU(1).NE.NB(2) .OR. NU(2).NE.1) CALL FEHMEL(NAMP, 3)
      IDOMA = IU + NU(1)
      IGES = IDOMA + 4*N - 1
      CALL LNCNT(3)
      WRITE (6,99993)
      IF (IGES.GT.FMAX) CALL FEHMEL(NAMP, 4)
      IF (DUMAX.LT.4*N*N+2*N) CALL FEHMEL(NAMP, 1)
      IF (DUMAX.LT.N*(3*NC(1)+5*NB(2)+N)) CALL FEHMEL(NAMP, 1)
      IF (IDUMAX.LT.2*N) CALL FEHMEL(NAMP, 5)
      IF (IWIDO.EQ.0) GO TO 90
      NA(1) = N
      NA(2) = N
      NB(1) = N
      NF4 = N*N + 1
   90 IF (ISIM.EQ.0) GO TO 100
      ND(1) = 0
      ND(2) = 0
      CALL SIKODA(F(IA), NA, F(IB), NB, F(IC), NC, F(ID), ND, 0,
     *  IPLO, IGEN, ITEX, ITEXT, TO, TE, DT)
  100 CALL DOMWES(F(IA), NA, F(IB), NB, F(IC), NC, F(IWR),
     *  F(IWI), F(ID), F(IU), F(IEV), IOP, ITEST, IPNCH, IOPM,
     *  DUM, IDUM(IA+1), F(IDOMA))
      IF (ISIM.EQ.0) GO TO 110
      ND(1) = 0
      ND(2) = 0
      CALL SIKODA(F(IA), NA, F(IB), NB, DUM, NC, F(ID), ND, 0,
     *  IPLO, IGEN, ITEX, ITEXT, TO, TE, DT)
  110 GO TO 10
  120 STOP
C   ENDE  D O W E H P
99999 FORMAT (17I5)
99998 FORMAT (//10X, 24HPROGRAMM :  DOWEHP    -  , I5, 9H-TER DATE,
     *  5HNSATZ///10X, 14HEINLESEDATEN :)
99997 FORMAT (//10X, 41H     N   IOP IDRUE ITEST IPNCH  ISIM IOPM,
     *  7H1 IOPM2/10X, 8I6)
99996 FORMAT (2D20.13)
99995 FORMAT (/10X, 12HEIGENWERTE :)
99994 FORMAT (10X, 1P2D20.13)
99993 FORMAT (//10X, 21HENDE DER EINLESEDATEN)
99992 FORMAT (3I5, 5X, 3D10.3)
99991 FORMAT (//10X, 23HPARAMETER FUER SIKODA :/10X, 9H  IPLO  I,
     *  9HGEN  ITEX, 10X, 2HTO, 10X, 2HTE, 10X, 2HDT/10X, 3I6,
     *  1P3D12.3)
      END
```

A.2 PROGRAMM DOMWES

```
      SUBROUTINE DOMWES(A, NA, B, NB, C, NC, WR, WI, D, UEIN, EV,
     *  IOP, ITEST, IPNCH, IOPM, DUM, IDUM, DOMA)
C   DOMWES    UNTERPROGRAMM ZUR BERECHNUNG VON DOMINANZ- UND
C             WESENTLICHKEITSTABELLE
C
C   AUFRUF :
C     CALL DOMWES(A, NA, B, NB, C, NC, WR, WI, D, UEIN, EV, IOP, ITEST,
C    *  IPNCH, IOPM, DUM, IDUM, DOMA)
```

```
C
C   ZWECK :
C     FUER EIN LINEARES SYSTEM HOHER ORDNUNG WERDEN DOMINANZ- UND
C     WESENTLICHKEITSTABELLE BERECHNET.
C     DIES GESCHIEHT DURCH
C     - MODALTRANSFORMATION DES SYSTEMS HOHER ORDNUNG
C     - DOMINANZANALYSE DER EIGENWERTE (NACH L.LITZ)
C     - BERECHNUNG DER WESENTLICHKEITSTABELLE DER ZUSTANDSGROESSEN
C       (NACH J. BARTH), SIEHE AUCH UP WEZU
C     VORAUSSETZUNG: DER BENUTZER IST MIT DER DISSERTATION VON L. LITZ
C       UND DER DIPLOMARBEIT VON J. BARTH VERTRAUT, SIEHE VERFAHREN
C
C   EINGANGSARGUMENTE :
C      A,NA : SYSTEMMATRIX UND IHR DIMENSIONSVEKTOR FUER IOP=0-12.
C             FUER IOP=100-112 IST A EIN BELIEBIGES FELD DER LAENGE
C             NA(1)**2. NA MUSS STETS MIT DER ORDNUNG DES SYSTEMS
C             BELEGT SEIN. A WIRD UEBERSCHRIEBEN.
C      B,NB : EINGANGSMATRIX UND ZUGEHOERIGER DIMENSIONSVEKTOR
C             IN DER BASIS DES ORIGINALSYTEMS ODER MODAL TRANS-
C             FORMIERT ENTSPRECHEND IOP. B WIRD UEBERSCHRIEBEN.
C      C,NC : AUSGANGSMATRIX UND ZUGEHOERIGER DIMENSIONSVEKTOR.
C             DER EINFACHEREN VORGABE WEGEN IST C STETS BZGL. DER
C             BASIS DES ORIGINALSYSTEMS ANZUGEBEN, ES WIRD GGF.
C             MIT DER EIGENVEKTORMATRIX NACHMULTIPLIZIERT.
C     WR,WI : REAL- IMAGINAERTEIL DER EIGENWERTE; DER GROESSE DER
C             REALTEILE NACH GEORDNET FUER IOP=100-112.
C        EV : EIGENVEKTORMATRIX FUER IOP=100-112.
C   D(NC(1)): NORMIERUNGSVEKTOR FUER UP MODOM, ENTHAELT NORMIERUNGS-
C             WERTE FUER DIE AUSGAENGE (Z.B. NOETIG, FALLS DER MAXI-
C             MALE STATIONAERE ENDWERT EINES AUSGANGS NULL BETRAEGT).
C   UEIN(NB(2)): SPRUNGHOEHENVEKTOR FUER UP MODOM, ENTHAELT DIE MAXI-
C             MALEN SPRUNGHOEHEN DER EINZELNEN EINGAENGE.
C      IOP  : OPTIONSPARAMETER FUER DOMINANZANALYSE
C        0    DOMINANZTABELLE DER EIGENWERTE UND WESENTLICHKEITS-
C             TABELLE DER ZUSTANDSGROESSEN NACH DEM MAXIMUM-KRITERIUM,
C             JEWEILS NORMIERT AUF DEN MAXIMALEN WERT DER TABELLE
C             (AUSGABE IM F-FORMAT)
C        1    WIE 0, JEDOCH WESENTLICHKEITSTABELLE NACH DEM
C             SUMMEN-KRITERIUM
C        2    NUR DOMINANZTABELLE DER EIGENWERTE (AUSGABE IM D-FORMAT)
C      10,11,12  WIE 0,1,2, JEDOCH OHNE NORMIERUNG AUF DEN MAXIMALEN
C                WERT DER TABELLE
C      100-112   WIE 0-12, JEDOCH FUER MODAL TRANSFORMIERTES SYSTEM
C      ITEST: AUSGABE VON ZWISCHENERGEBNISSEN
C        0    KEINE AUSGABE
C      .GT.0  AUSGABE VON :
C             - ABLAUFPROTOKOLL AUS UP EIGEN UEBER MODALE TRANSFORM.
C             - AUSGABE VON EIGENWERTEN (GEORDNET NACH GROESSE DES
C                                          REALTEILS)
C                           EINGANGSMATRIX MODAL TRANSF. (BMOD)
C                           AUSGANGSMATRIX MODAL TRANSF. (CMOD)
C                           EIGENVEKTORMATRIX (EV)
C             ITEST .GT. 0 ENTSPRICHT IDRU IN UP MPRNT
C     IOPM(1): KEINE AUSGABE/AUSGABE DER Q    AUS UP MODOM
C        0/1                             ILK
C     IOPM(2): NORMIERUNG DER Q    AUF RE(Q   )/BETRAG(Q   )
C        0/1                  ILK         ILK          ILK
C
```

```
C    AUSGANGSARGUMENTE :
C     A,NA       : BLOCKDIAGONALMATRIX DER EIGENWERTE
C     B,NB       : ENTHAELT DIE MODALTRANSFORMIERTE EINGANGSMATRIX
C     WR,WI      : REAL- IMAGINAERTEIL DER EIGENWERTE
C     EV         : EIGENVEKTORMATRIX DES SYSTEMS
C     DOMA       : NA(1)*4 - MATRIX, ENTHAELT SPALTENWEISE DIE DOMINANZ-
C                  MASZE DER EIGENWERTE NACH LITZ
C     DUM(1)     : NC(1)*NA(1) - MATRIX, ENTHAELT MODALTRANSFORMIERTE
C                  AUSGANGSMATRIX
C     DUM(N1)    : NA(1)**2 - MATRIX, ENTHAELT DIE WESENTLICHKEITSTABELLE
C                  DER ZUSTANDSGROESSEN NACH BARTH
C                  N1 = NC(1)*NA(1) + 1
C    HILFSARGUMENTE :
C      DUM  : DOUBLE PRECISION FELD DER MINDESTLAENGE
C             MAX(4*N**2 + 2*N, N*(3*L + 5*M + N))
C      IDUM : INTEGERFELD DER MINDESTLAENGE 2*N
C                    N = ORDNUNG DES ORIGINALSYSTEMS
C                    M = ANZAHL DER EINGAENGE
C
C    VERFAHREN :
C      LITERATUR :    LOTHAR LITZ
C                     REDUKTION DER ORDNUNG LINEARER ZUSTANDSRAUM-
C                     MODELLE MITTELS MODALER VERFAHREN
C                     HOCHSCHULSAMMLUNG INGENIEURWISSENSCHAFT
C                     DATENVERARBEITUNG  BAND 4
C                     HOCHSCHULVERLAG STUTTGART 1979
C
C                     JUERGEN BARTH
C                     ORDNUNGSREDUKTION LINEARER ZEITINVARIANTER MODELLE
C                     TECHNISCHER SYSTEME UNTER BERUECKSICHTIGUNG
C                     WESENTLICHER ZUSTANDSVARIABLEN
C                     DIPLOMARBEIT, UNIVERSITAET DES SAARLANDES, 1982
C
C                     JUERGEN BARTH
C                     DOWEHP UND SYREHP - FORTRAN-PROGRAMME ZUR REDUKTION
C                     LINEARER SYSTEMMODELLE
C                     INTERNER BERICHT, DFVLR OBERPFAFFENHOFEN, 1983
C
C    BEMERKUNGEN :
C        - TEXTVARIABLE: NAMP(2),NAMA,NEV,NAMB,NAMC,NBMOD,NCMOD.
C        - SINGLE-DOUBLE PRECISION UMSCHALTUNG INDEM DIE KARTE
C          'DOUBLE PRECISION' DURCH 'REAL' ERSETZT WIRD BZW. UMGEKEHRT,
C          SOWIE DURCH UMSCHALTEN DER UNTERPROGRAMME.
C        - DAS FELD ISYF IST EIN FESTDIMENSIONALES FELD MIT ZUR ZEIT
C          100 FELDELEMENTEN, DAS ZUR BESCHRIFTUNG DER SPALTEN DER
C          WESENTLICHKEITSTABELLE DIENT. BEI SYSTEMEN GROESSER 100. ORDNUNG
C          MUSS DIE ANZAHL DER FELDELEMENTE ENTSPRECHEND ERHOEHT WERDEN.
C
C    QUELLE :
C      DIETER JOOS & JUERGEN BARTH
C      DFVLR - INSTITUT FUER DYNAMIK DER FLUGSYSTEME
C      8031 WESSLING
C      JANUAR 1983
C
C    STAND :  14.01.1982
C
C    COMMON BLOECKE :
C      MPNCCO
```

```
C
C   UNTERPROGRAMMBEDARF, * = DIREKTER AUFRUF $ = CALCOMP-ROUTINE:
C     ADD,BALANC,BALBAK,*BLD100,*EIGEN,EITEST,ELMHES,ELTRAN,*EQUATE,
C     *FEHDIM,FEHMEL,*FPRNT,HQR2,*INV,JUXTC,*LNCNT,*MAKODD,*MAMUDD,
C     *MASEDD,*MNUL2D,*MODOM,*MPNCH,*MPRNT,*MULT,NORMS1,*PART,SCALE,
C     *SMITH,SUBT,TABODD,TRCE,*WEZU
C
      DOUBLE PRECISION A, B, C, WR, WI, DUM, WRMAX, WRMAXO, D,
     *  UEIN, DOMA, DOMAX, F, EV, WZNO, DONO
      DIMENSION A(1), B(1), C(1), WR(1), WI(1), DUM(1), IDUM(1),
     *  NA(2), NB(2), NC(2), NAMP(2), D(1), UEIN(1), DOMA(1),
     *  IOPM(2), NAR(2), NBR(2), NDU1(2), NDU2(2), IEIN(5),
     *  IAUS(4), NAR2(2), EV(1), ISYF(100)
      COMMON /MPNCCO/ MAXKAR, IFILEM, IFILED
      DATA ISYF /4HEW 1,4HEW 2,4HEW 3,4HEW 4,4HEW 5,4HEW 6,4HEW 7,
     *  4HEW 8,4HEW 9,4HEW10,4HEW11,4HEW12,4HEW13,4HEW14,4HEW15,
     *  4HEW16,4HEW17,4HEW18,4HEW19,4HEW20,4HEW21,4HEW22,4HEW23,
     *  4HEW24,4HEW25,4HEW26,4HEW27,4HEW28,4HEW29,4HEW30,4HEW31,
     *  4HEW32,4HEW33,4HEW34,4HEW35,4HEW36,4HEW37,4HEW38,4HEW39,
     *  4HEW40,4HEW41,4HEW42,4HEW43,4HEW44,4HEW45,4HEW46,4HEW47,
     *  4HEW48,4HEW49,4HEW50,4HEW51,4HEW52,4HEW53,4HEW54,4HEW55,
     *  4HEW56,4HEW57,4HEW58,4HEW59,4HEW60,4HEW61,4HEW62,4HEW63,
     *  4HEW64,4HEW65,4HEW66,4HEW67,4HEW68,4HEW69,4HEW70,4HEW71,
     *  4HEW72,4HEW73,4HEW74,4HEW75,4HEW76,4HEW77,4HEW78,4HEW79,
     *  4HEW80,4HEW81,4HEW82,4HEW83,4HEW84,4HEW85,4HEW86,4HEW87,
     *  4HEW88,4HEW89,4HEW90,4HEW91,4HEW92,4HEW93,4HEW94,4HEW95,
     *  4HEW96,4HEW97,4HEW98,4HEW99,4HE100/
      DATA NAMP /4HDOMW,4HES  /
      DATA NAMA /4HA   /, NEV /4HEV  /
      DATA NAMB /4HB   /, NBMOD /4HBMOD/
      DATA NAMC /4HC   /, NCMOD /4HCMOD/
      N = NA(1)
      M = NB(2)
      L = NC(1)
      N1 = N*N + 1
      N2 = N*N + N1
      N3 = N*N + N2
      N4 = N + N3
C     DIMENSIONSPRUEFUNG
C
      CALL FEHDIM(NA, NB, NAMA, NAMB, NAMP, 2, IER1)
      CALL FEHDIM(NC, NA, NAMC, NAMA, NAMP, 2, IER2)
      IF (IER1.EQ.1 .OR. IER2.EQ.1) STOP
      IF (IOP.GE.100) GO TO 120
C
C     MODALTRANSFORMATION
C
      IOPE = 3
      IF (ITEST.GT.0) IOPE = 4
      CALL EIGEN(A, NA, IOPE, WR, WI, EV, DUM, DUM(N1), IDUM,
     *  ITEST, IERR)
      IF (IERR.EQ.0) GO TO 10
      WRITE (6,99999) IERR
      STOP
   10 CONTINUE
C
C     ORDNEN DER REALTEILE
C
```

```
      DO 20 I=1,N
         IDUM(I) = 0
   20 CONTINUE
      WRMAX0 = WR(1)
      DO 30 I=2,N
         IF (WR(I).LT.WRMAX0) WRMAX0 = WR(I)
   30 CONTINUE
      I = 1
   40 WRMAX = WRMAX0 - 1.
      DO 50 K=1,N
         IF (WR(K).LE.WRMAX .OR. IDUM(K).GT.0) GO TO 50
         WRMAX = WR(K)
         KK = K
   50 CONTINUE
      IDUM(KK) = KK
      IF (WI(KK).NE.0.D0) GO TO 60
C
C     REELER EIGENWERT
C
      CALL MASEDD(EV, N, N, 1, KK, N, 1, DUM(N1), N, N, 1, I, 0,
     *  1.D0)
      CALL MASEDD(DUM, N, N, KK, 1, 1, N, DUM(N2), N, N, I, 1, 0,
     *  1.D0)
      NF3 = N3 + I - 1
      DUM(NF3) = WR(KK)
      NF4 = N4 + I - 1
      DUM(NF4) = WI(KK)
      I = I + 1
      IF (I.LE.N) GO TO 40
      GO TO 70
C
C     KOMPLEXER EIGENWERT
C
   60 CONTINUE
      IDUM(KK+1) = KK
      CALL MASEDD(EV, N, N, 1, KK, N, 2, DUM(N1), N, N, 1, I, 0,
     *  1.D0)
      CALL MASEDD(DUM, N, N, KK, 1, 2, N, DUM(N2), N, N, I, 1, 0,
     *  1.D0)
      NF3 = N3 + I - 1
      DUM(NF3) = WR(KK)
      DUM(NF3+1) = WR(KK)
      NF4 = N4 + I - 1
      DUM(NF4) = WI(KK)
      DUM(NF4+1) = WI(KK+1)
      I = I + 2
      IF (I.LE.N) GO TO 40
   70 CONTINUE
      DO 80 I=1,N
         NF3 = N3 + I - 1
         WR(I) = DUM(NF3)
         NF4 = N4 + I - 1
         WI(I) = DUM(NF4)
   80 CONTINUE
C
C     BERECHNUNG DER BLOCKDIAGONALMATRIX
C
      CALL MNUL2D(A, N, N)
```

```
      I = 1
   90 II = (I-1)*N + I
      IF (WI(I).NE.0.D0) GO TO 100
      A(II) = WR(I)
      I = I + 1
      IF (I.LE.N) GO TO 90
      GO TO 110
  100 A(II) = WR(I)
      A(II+1) = -WI(I)
      NF4 = II + N
      A(NF4) = WI(I)
      A(NF4+1) = WR(I)
      I = I + 2
      IF (I.LE.N) GO TO 90
C
C     TRANSFORMATION VON B, C
C
  110 CALL MULT(DUM(N2), NA, B, NB, DUM, NB)
      CALL EQUATE(DUM, NB, B, NB)
      CALL EQUATE(DUM(N1), NA, EV, NA)
  120 CALL MULT(C, NC, EV, NA, DUM, NC)
      IF (ITEST.EQ.0) GO TO 130
      CALL MPRNT(B, NB, NBMOD, ITEST)
      CALL MPRNT(DUM, NC, NCMOD, ITEST)
      CALL MPRNT(EV, NA, NEV, ITEST)
C
C   AUSGABE AUF DATEI
C
  130 IF (IPNCH.EQ.0) GO TO 160
      WRITE (IFILEM,99994) N
      WRITE (IFILEM,99992)
      DO 140 I=1,N
         WRITE (IFILEM,99998) WR(I), WI(I)
  140 CONTINUE
      CALL MPNCH(B, NB, NBMOD, 0)
      CALL MPNCH(C, NC, NAMC, 0)
      CALL MPNCH(EV, NA, NEV, 0)
      WRITE (IFILEM,99990) M, M
      DO 150 I=1,M
         WRITE (IFILEM,99989) I, I
  150 CONTINUE
      WRITE (IFILEM,99988)
      WRITE (IFILEM,99993)
  160 CONTINUE
C
C     BR, BI, CR, CI
C
      I = 1
      N1 = N*L + 1
      N2 = N*M + N1
      N3 = N*M + N2
      N4 = N*L + N3
      N5 = N*L + N4
      N6 = N*N + N5
      N7 = N*M + N6
      N8 = N*M + N7
  170 IF (WI(I).NE.0.D0) GO TO 180
      CALL MASEDD(B, N, M, I, 1, 1, M, DUM(N1), N, M, I, 1, 0,
```

```
     *  1.D0)
      CALL MASEDD(DUM, L, N, 1, I, L, 1, DUM(N3), L, N, 1, I, 0,
     *  1.D0)
      CALL MAKODD(0.D0, DUM(N2), N, M, I, 1, 1, M, 0)
      CALL MAKODD(0.D0, DUM(N4), L, N, 1, I, L, 1, 0)
      I = I + 1
      IF (I.LE.N) GO TO 170
      GO TO 190
  180 CALL MASEDD(B, N, M, I, 1, 1, M, DUM(N1), N, M, I, 1, 100,
     *  5.D-1)
      CALL MASEDD(B, N, M, I, 1, 1, M, DUM(N1), N, M, I+1, 1,
     *  100, 5.D-1)
      CALL MASEDD(DUM, L, N, 1, I, L, 1, DUM(N3), L, N, 1, I, 0,
     *  1.D0)
      CALL MASEDD(DUM, L, N, 1, I, L, 1, DUM(N3), L, N, 1, I+1,
     *  0, 1.D0)
      CALL MASEDD(B, N, M, I+1, 1, 1, M, DUM(N2), N, M, I, 1,
     *  100, -5.D-1)
      CALL MASEDD(B, N, M, I+1, 1, 1, M, DUM(N2), N, M, I+1, 1,
     *  100, 5.D-1)
      CALL MASEDD(DUM, L, N, 1, I+1, L, 1, DUM(N4), L, N, 1, I,
     *  0, 1.D0)
      CALL MASEDD(DUM, L, N, 1, I+1, L, 1, DUM(N4), L, N, 1, I+1,
     *  100, -1.D0)
      I = I + 2
      IF (I.LE.N) GO TO 170
C
C     DOMINANZANALYSE
C
  190 IOP2 = IOP
      IF (IOP2.GE.100) IOP2 = IOP2 - 100
      INO = 0
      IF (IOP2.GE.10) INO = 1
      CALL MODOM(N, M, L, WR, WI, DUM(N1), DUM(N2), DUM(N3),
     *  DUM(N4), D, UEIN, IOPM, DOMA, DUM(N5), DUM(N6), DUM(N7),
     *  DUM(N8), INO, DONO)
C
C     AUSDRUCK
C
      CALL LNCNT(0)
      CALL LNCNT(N+6)
      WRITE (6,99997)
      WRITE (6,99996)
      DO 210 I=1,N
         J1 = I
         J2 = J1 + N
         J3 = J2 + N
         J4 = J3 + N
         IF (IOP2.NE.2 .AND. IOP2.NE.12) GO TO 200
         WRITE (6,99986) I, WR(I), WI(I), DOMA(J1), DOMA(J2),
     *      DOMA(J3), DOMA(J4)
         GO TO 210
  200    WRITE (6,99995) I, WR(I), WI(I), DOMA(J1), DOMA(J2),
     *      DOMA(J3), DOMA(J4)
  210 CONTINUE
      CALL LNCNT(3)
      WRITE (6,99987) DONO
C
```

```
C     WESENTLICHKEITSTABELLE
C
      IF (IOP2.GE.10) IOP2 = IOP2 - 10
      IF (IOP2.EQ.2) GO TO 220
      CALL WEZU(N, M, WR, WI, DUM(N1), DUM(N2), EV, DUM(N5),
     *  UÉIN, IOP2, INO, WZNO, DUM(N8))
C
C     AUSDRUCK
C
      CALL LNCNT(0)
      WRITE (6,99991)
      CALL LNCNT(3)
      CALL FPRNT(DUM(N5), NA, 0, 243, 1, ISYF, 0, 10, 0.D0)
      WRITE (6,99985) WZNO
      CALL EQUATE(DUM(N5), NA, DUM(N1), NA)
  220 RETURN
C   ENDE  D O M W E S
99999 FORMAT (//10X, 29HFEHLER IN UP EIGEN, IERR = : , I5/10X,
     *  19HABBRUCH UP   SYSRED)
99998 FORMAT (1P2D20.13)
99997 FORMAT (/10X, 28HERGEBNIS DER DOMINANZANALYSE//2X, 6HNR.   ,
     *  54H   EIGENWERTE            STRUKTUR-DOMINANZ  UEBERTRAG,
     *  10H.-DOMINANZ)
99996 FORMAT (3X, 44H           REAL  IMAGINAER     MAXIMUM       SU,
     *  25HMME    MAXIMUM      SUMME)
99995 FORMAT (I4, 1X, 2F11.4, 1X, 4F11.4)
99994 FORMAT (3X, 2HNR, 4(5H    0), 10H    1    0, I5)
99993 FORMAT (12(5H    0)/12(5H    0)/1H1)
99992 FORMAT (3(5H    0), 30H     0.000      1.000      0.010)
99991 FORMAT (/10X, 42HWESENTLICHKEITSTABELLE DER ZUSTANDSVARIABL,
     *  2HEN)
99990 FORMAT (5HQ    , 2I5, 5H    3)
99989 FORMAT (2I5, 8H     1.0)
99988 FORMAT (10H    0    0/)
99987 FORMAT (//10X, 37HNORMIERUNGSWERT DER DOMINANZTABELLE: ,
     *  1PD15.8)
99986 FORMAT (I4, 1X, 2(1PD11.3), 1X, 4(1PD11.3))
99985 FORMAT (//10X, 41HNORMIERUNGSWERT DER WESENTLICHKEITSTABELL,
     *  3HE: , 1PD15.8)
      END
```

A.3 PROGRAMM MODOM

```
      SUBROUTINE MODOM(N, M, M1, EW1, EW2, BER, BEI, CR, CI, D,
     *  UEIN, IOP, AI, AR, U, V, W, INO, AIMAX)
C   MODOM      DOMINANZANALYSE DER EIGENWERTE EINES MODAL
C              TRANSFORMIETEN SYSTEMS, KOMPLEXE DARSTELLUNG
C
C   AUFRUF :
C     CALL MODOM(N, M, M1, EW1, EW2, BER, BEI, CR, CI, D, UEIN,IOP,
C    *          AI, AR, U, V, W, INO, AIMAX)
C
C   ZWECK :
C     AUSGEHEND VOM MODAL TRANSFORMIERTEN SYSTEM WERDEN DIE DOMI-
C     NANZMASZE MK, SK, MK(DACH), SK(DACH), BERECHNET WELCHE IN
```