

Mitteilung

Projektgruppe / Fachkreis: Numerische Aerodynamik

Eine Discontinuous Galerkin Diskretisierung höherer Ordnung
der Reynolds-averaged Navier-Stokes Gleichungen
mit dem Shear-Stress Transport Turbulenzmodell

Stefan Schoenawa
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V.
Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik,
Lilienthalplatz 7, 38108 Braunschweig
Stefan.Schoenawa@dlr.de

In der numerischen Strömungssimulation sind Finite Volume Verfahren die gängigsten Methoden, um eine numerische Approximation der Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) Gleichungen für turbulente Strömungen um Flügel- oder Flugzeuggeometrien zu bestimmen. Um immer größer und komplexer werdende Fälle in annehmbarer Zeit berechnen zu können, sind Methoden höherer Ordnung unumgänglich. Mit einem Verfahren höherer Ordnung kann der numerische Fehler bei gleicher Anzahl von Freiheitsgraden deutlich verringert werden. Umgekehrt kann unter Verwendung einer höheren Ordnung mit weniger Freiheitsgraden der gleiche numerische Fehler erreicht werden.

In diesem Vortrag werden wir eine Diskretisierung höherer Ordnung der RANS Gleichung mit Hilfe von Discontinuous Galerkin (DG) Verfahren vorstellen. Bei der Herleitung der RANS Gleichungen erhält man zusätzliche Terme, die so genannten Reynolds Spannungen, die mit Hilfe eines Turbulenzmodell nachgebildet werden müssen, weil sonst das entstehende Gleichungssystem unterbestimmt bleibt. Wir beschränken uns hier auf das Shear-Stress Transport (SST) Modell von Menter [3]. Dieses Turbulenzmodell vereinigt das gute wandnahe Verhalten des Wilcox $k-\omega$ Modells und die Unempfindlichkeit bezüglich der Freistromwerte des $k-\epsilon$ Modells [2]. Die Funktionen, die die beiden Modelle in einander überblenden, hängen neben den Strömungsgrößen auch von dem kleinsten Abstand zur nächsten Wand ab. Die Bestimmung des Wandabstandes ist keine triviale Aufgabe und wurde hier durch eine Finite Elemente (FE) Approximation der Eikonalgleichung bestimmt. Wie bei jedem $k-\omega$ Modell existiert auch beim SST Modell für das ω kein endlicher Wert auf einer Wand, d.h. dieser muss mit Hilfe einer Randbedingung auf einen endlichen Wert festgesetzt werden. Um bei Ordnungserhöhung eine Verbesserung der Approximation des Randwertes zu erhalten, haben wir eine Randwertbestimmung abhängig vom Polynomgrad entwickelt. Dazu wird die analytische Lösung von ω in der Nähe der Wand auf den gerade verwendeten Polynomraum projiziert und am Rand ausgewertet. Dadurch erhöht sich der Wert von ω unter Erhöhung der Ordnung.

Die FE Diskretisierung der Eikonalgleichung basiert auf einer Formulierung von Liu et al. [1]. Wir stellen diese kurz vor und zeigen unsere Veränderungen für die Anwendung auf Außenströmungsprobleme. Dafür muss eine Stromliniendiffusion hinzugefügt werden und für komplexere Fälle, wie z.B. einer Hochauftriebskonfiguration, muss noch eine zusätzliche Diffusion in Form eines Laplace-Terms addiert werden.

Die DG Diskretisierung der RANS Gleichungen mit dem SST Modell demonstrieren wir für die turbulente Strömung um eine ebene Platte und dem Flügelprofil RAE2822 (Case 9 und 10). Die Ergebnisse werden mit dem klassischen $k-\omega$ Modell und experimentellen Daten verglichen. In allen hier betrachteten Testfällen liegen die Ergebnisse mit dem SST Modell näher an den Experimenten als diejenigen, die mit dem $k-\omega$ Modell erzeugt wurden. Als Beispiel ist in den Abbildungen 1 und 2 die Verteilung des Reibungs- und Druckbeiwertes (c_f und c_p) am Case 10 ($Ma = 0.754$, $\alpha = 2.79^\circ$, $Re = 6.2 \cdot 10^6$) mit Polynomgrad $p = 2$ auf einem Netz mit 32384 Zellen, das bedeutet 194304 Freiheitsgrade pro Gleichung, gezeigt. Das SST Modell (in rot dargestellt) liegt näher an den Experimenten und sagt die Schockposition deutlich besser voraus als das klassische $k-\omega$ Modell (in grün dargestellt).

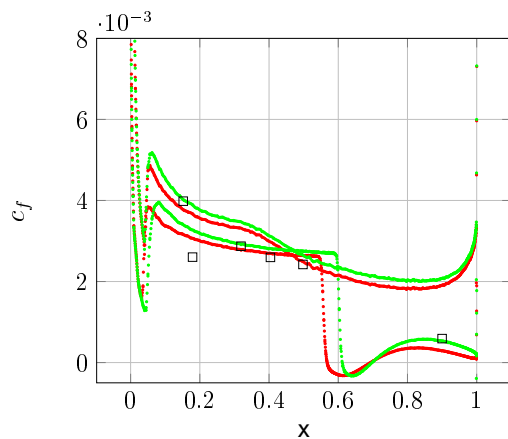


Abbildung 1: Case 10, c_f -Verteilung

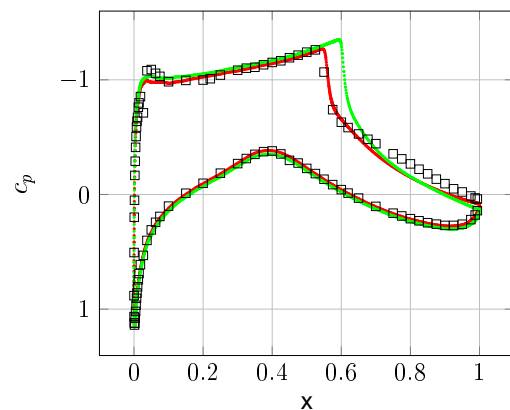


Abbildung 2: Case 10, c_p -Verteilung

Literatur

- [1] C.-B. Liu, P. Nithiarasu, and Tucker P.G. Wall distance calculation using the Eikonal/Hamilton-Jacobi equations on unstructured meshes. *Engineering Computations: International Journal for Computer-Aided Engineering and Software*, 27(5):645–657, 2010.
- [2] F. R. Menter. Influence of freestream values on $k-\omega$ turbulence model predictions. *AIAA Journal*, 30(6):1657–1659, 1992.
- [3] F. R. Menter, M. Kuntz, and R. Langtry. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. In Kemal Hanjalić, Y. Nagano, and M. J. Tummers, editors, *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4: Proceedings of the Fourth International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Antalya, Turkey, 12-17 October, 2003*, pages 625–632. Begell House, Inc., 2003.