

Ueber die dynamische Seitenstabilität eines Flugzeuganhängers.

Uebersicht: Es wird die Seitenstabilität eines Flugzeuganhängers, der mit einem Kugelgelenk an die Schleppmaschine gefesselt ist (Starrschlepp), nach der Methode der kleinen Schwingungen untersucht. Voraussetzung ist dabei, dass die Schleppmaschine stationär geradeausfliegt und die Gleichgewichtsbedingungen der Längsbewegung des Anhängers dauernd von selbst erfüllt sind. Als Ergebnis erhält man Diagramme, aus denen man den Einfluss der Beiwerte erkennen und die kritischen c_a -Werte des Fluges berechnen kann.

- Gliederung:
- I. Formelzeichen.
 - II. Aufgabenstellung und Uebersicht.
 - III. Die Bewegungsgleichungen.
 - IV. Abschätzung der Beiwerte.
 - V. Berechnung der Stabilitätsgrenzen.
 - VI. Die Stabilitätsbereiche und die kritischen c_a -Werte.
 - a) Einfluss der Beiwerte auf die Stabilitätsbereiche.
 - b) Folgerungen für die Praxis.
 - c) Berechnung der kritischen c_a -Werte.
 - VII. Zusammenfassung.

Der Bericht umfasst:

20 Seiten

29 Bilder

Göttingen, den 4.7.42.

AERODYNAMISCHE VERSUCHSANSTALT GOETTINGEN E.V.

Institut für Forschungsflugbetrieb und Flugwesen.

Der Institutsleiter:

Der Bearbeiter:

gesehen:

Stüper
(Stüper)

Solf.
(Solf)

Alb. Betz
(Betz)

I. Formelzeichen.

t	Zeit,
g	Schwerebeschleunigung,
ρ	Luftdichte,
x, y, z	anhängerfeste Koordinaten,
x_a, y_a, z_a	strömungsfeste Koordinaten,
G	Gewicht des Anhängers,
I_x, I_z	Trägheitsmomente um die x- und y- Achse,
i_x, i_z	Trägheitsradien,
F	Tragflügelfläche,
F_s	Flossenfläche,
s	Halbspannweite des Tragflügels,
h	Flossenhöhe,
K	Fesselungspunkt,
l	Länge der Schleppstange = Abstand zwischen K und dem Schwerpunkt des Anhängers,
ψ	Gierwinkel (Drehachse ist z_a),
φ	Rollwinkel (Drehachse ist x),
β	Schiebewinkel = Winkel zwischen x_a und der Symmetrieebene,
α	Längsneigungswinkel = Winkel zwischen Stangenachse und horizontaler Ebene (Drehachse ist y_a),
v	Fluggeschwindigkeit,
q	Flugstaudruck,
A, W, Q	Auftrieb, Widerstand, Seitenkraft,
c_a, c_w, c_q	Beiwerte von A, W, Q, mit F und q gebildet,
c_L	Beiwert des Rollmomentes,)
c_N	Beiwert des Giermomentes,) mit F, q, s gebildet,
$c_{q\beta}$	Beiwert der Schiebeseitenkraft,
c_{Lx}	Beiwert der Rolldämpfung,
c_{Lz}	Beiwert des Wenderollmomentes,
$c_{N\beta}$	Beiwert des Schiebegiermomentes,

c_{Nx}	Beiwert des Rollmiermomentes,
c_{Nz}	Beiwert der Wendedämpfung,
ν	dimensionslose komplexe Frequenz,
$\tau = t \cdot \frac{v}{s}$	dimensionslose Zeit.

II. Aufgabenstellung und Uebersicht.

Unter einem Flugzeuganhänger soll in der vorliegenden Arbeit ein Tragflügel mit senkrechter Mittelflosse verstanden werden, der an einem Ende einer starren Stange fest angebracht ist, so dass die Richtung der Spannweite des Flügels senkrecht zur Richtung der Stange steht. (siehe Bild 1.) Das andere Ende der Stange sei durch ein Kugelgelenk an ein Flugzeug gefesselt, das den Anhänger schleppt. Der Schwerpunkt des Anhängers liege auf der Stangenachse im Flügel, so dass Schwerkraft, Auftrieb und Widerstand keine merklichen Momente um diese Achse ausüben können.

Gegenstand der Untersuchung ist die Frage, unter welchen Bedingungen ein solcher Anhänger beim Schlepp dynamisch stabil fliegt. Dabei soll in erster Linie geklärt werden, in welchem Sinne sich der Einfluss der wichtigsten Nenngrößen des Anhängers auf die Stabilität auswirkt. Weiter soll aber auch die Möglichkeit gegeben werden, für einen vorliegenden Entwurf den Stabilitätsbereich abzuschätzen.

Damit die Darstellung der Rechnungsergebnisse übersichtlich blieb, musste eine Reihe einschränkender Annahmen gemacht werden:

1) Das schleppende Flugzeug fliege stationär geradeaus mit der konstanten Geschwindigkeit v . (Anderenorts ausgeführte Modellversuche haben gezeigt, dass kleine Störungen in der Bewegung des Fesselungspunktes in der Tat keinen merklichen Einfluss haben).

2) Die Gleichgewichtsbedingungen für Kräfte und Momente in der Symmetrieebene des Anhängers seien von selbst dauernd erfüllt. Insbesondere sei der Auftrieb stets gleich dem Gewicht. Beim Uebergang von einer zu einer anderen Fluggeschwindigkeit soll die zur Erhaltung konstanten Auftriebes notwendige Änderung von c_a erfolgen durch eine Drehung des Anhängers in der Vertikalebene

um den Fesselungspunkt um den Winkel α . (Bild 1). Dieser Winkel soll bei Störungen konstant bleiben.

Bei der Rechnung zeigte sich, dass man die Stabilitätsverhältnisse am besten übersehen konnte, wenn man die Stabilitätsgrenzen - d.h. den Flugzustand, bei dem kleine Störungen nicht mehr abklingen - als Beziehung zwischen dem Beiwert der Schiebeseitenkraft $\frac{\partial c_y}{\partial \beta} = c_{q\beta}$ und dem Beiwert des Schieberollmomentes $\frac{\partial c_L}{\partial \beta} = c_{L\beta}$ darstellte. Alle übrigen Beiwerte wurden für jede solche Grenzkurve als feste Parameter angesehen. Durch systematische Aenderung der Parameter in den vermutlich vorkommenden Grenzen ergab sich dann ein Einblick in die Stabilitätsbereiche bei ziemlich verschiedenen flugmechanischen Verhältnissen.

Im folgenden werden zunächst die Bewegungsgleichungen aufgestellt. Dann werden die Bedingungen für statische und dynamische Stabilität abgeleitet. Aus ihnen ergeben sich die Stabilitätsbereiche, die in den Bildern 2 bis 15 dargestellt sind. An Hand dieser Bilder werden die Einflüsse der flugmechanischen Beiwerte auf die Stabilität besprochen. Schliesslich wird noch an Beispielen ein Verfahren erläutert, mit dem man aus den Bildern 16 bis 29 leicht die vor allem interessierende „kritische Geschwindigkeit“ bestimmen kann, bei der Instabilität auftritt.

III. Die Bewegungsgleichungen.

Zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen wählen wir zweckmässige Variable und betrachten dann die verschiedenen Kräfte und Momente der Reihe nach. (Bild 1).

Die Richtung der ungestörten Flugbahn, die mit der Bahn des Fesselungspunktes K übereinstimmt, sei x_a . Die Richtungen von Längs-, Quer- und Hochachse des Anhängers seien x, y, z . Der Winkel zwischen der Horizontalebene und x , der bis auf eine Konstante gleich dem Anstellwinkel des Tragflügels ist, werde mit α bezeichnet, der Winkel zwischen der Vertikalebene durch x_a und der x Achse mit ψ , und der Rollneigungswinkel mit φ . ψ und φ seien positiv wenn der Anhänger nach Backbord ausgelenkt ist und nach rechts hängt. Da für einen durch die Fluggeschwindigkeit v be-

stimmten Fluzustand c_a und damit α konstant bleiben sollen, hat der Anhänger nur 2 Freiheitsgrade:

1) Die Drehung um die Lotachse durch K , gemessen durch den Winkel ψ . Die Momente um diese Achse mögen Giermomente heissen.

2) Die Drehung um die Achse der Schleppstange (x-Achse), gemessen durch den Winkel φ . Die Momente um die x-Achse heissen Rollmomente.

Alle Winkel werden als klein angenommen. Die Beiwerte der Kräfte, die Gier- oder Rollmomente erzeugen, sind auf Staudruck q und Tragflügelfläche F , die der Momente selbst auf Staudruck, Tragflügelfläche und Halbspannweite s bezogen.

a) Die Giermomente um die Lotachse durch den Fesselungspunkt
(x_a -Achse).

Bezeichnet man den Widerstand des Anhängers, der die negative x_a -Richtung hat, mit W und die Länge der Schleppstange vom Fesselungspunkt bis zum Schwerpunkt mit l , so erzeugt bei einer Drehung ψ die y-Komponente des Widerstandes $W \cdot \psi$ das Moment

$$-W \cdot l \cdot \psi = -F \cdot q \cdot s \cdot \frac{l}{s} \cdot c_w \cdot \psi. \quad (1)$$

Hängt der Anhänger um den Winkel φ , so liefert der Auftrieb A ein Moment, das näherungsweise gleich

$$-A \cdot l \cdot \varphi = -F \cdot q \cdot s \cdot \frac{l}{s} \cdot c_a \cdot \varphi \quad (2)$$

ist.

Ehe die Ausdrücke für die weiteren Momente angegeben werden können, muss der Schiebewinkel durch α , φ und ψ ausgedrückt werden. Als Schiebewinkel β bezeichnen wir den Winkel zwischen der effektiven Anströmrichtung und der Symmetrie-(=Flossen, =x, z)-ebene des Anhängers.

Sind die Winkel zeitlich konstant, ($\beta = \beta_0$) so besteht zwischen β_0 , ψ , φ und α die Beziehung

$$\sin \beta_0 = \sin \psi \cdot \cos \varphi - \cos \psi \cdot \sin \varphi \cdot \sin \alpha;$$

für kleine Winkel kann man in diesem Falle also mit

$$\beta_0 = \psi - \varphi \cdot \alpha \quad (3a)$$

rechnen. Die Giergeschwindigkeit $\dot{\psi}$ ergibt nun einen zusätzlichen Schiebewinkel

$$\frac{\dot{\psi} \cdot l}{v},$$

sodass der Schiebewinkel des Tragflügels

$$\beta_F = \psi - \varphi \cdot \alpha + \frac{\dot{\psi} \cdot l}{v} \quad (3b)$$

ist. Bei Berechnung der Kräfte auf die Flosse F muss man noch eine weitere Änderung des Schiebewinkels berücksichtigen, die von der Rollgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ herrührt. Ist die Höhe der Flosse h, so kann man diesen zusätzlichen Schiebewinkelanteil gleich

$$- \frac{h \cdot \dot{\varphi}}{2v}$$

setzen, sodass an der Flosse der Gesamtschiebewinkel

$$\beta_{FH} = \psi - \varphi \cdot \alpha + \dot{\psi} \cdot \frac{l}{v} - \frac{h \cdot \dot{\varphi}}{2v} \quad (3c)$$

wirksam ist.

Von β_F rührt der Anteil des Flügels am Schiebegiermoment her. Er ist ein reines Moment und hauptsächlich durch die V-Stellung bedingt. Bezeichnet man den Beiwert des Giermomentes mit c_N , so lässt sich der Flügelanteil in der Form schreiben

$$F \cdot \varphi \cdot s \cdot \frac{\partial c_N}{\partial \beta} \cdot \beta_F = F \cdot \varphi \cdot s \cdot \frac{\partial c_N}{\partial \beta} \left(\psi - \varphi \cdot \alpha + \frac{\dot{\psi} \cdot l}{v} \right).$$

Den anderen Anteil am Schiebegiermoment liefert die Seitenkraft. Bezeichnet man ihren Beiwert mit c_q , so ist der hauptsächlich von der Flosse herrührende Anteil der Schiebeseitenkraft am Schiebegiermoment

$$- F \cdot q \cdot l \cdot \frac{\partial c_q}{\partial \beta} \cdot \beta_{FH} = - F \cdot q \cdot s \cdot \frac{l}{s} \cdot \frac{\partial c_q}{\partial \beta} \left(\psi - \varphi \cdot \alpha + \frac{\dot{\psi} \cdot l}{v} - \frac{h \cdot \dot{\varphi}}{2v} \right).$$

Für das gesamte Schiebegermoment erhält man also den Ausdruck

$$F \cdot q \cdot s \cdot \left(\frac{\partial c_N}{\partial \beta} - \frac{l}{s} \frac{\partial c_q}{\partial \beta} \right) \left(\psi - \varphi \cdot \alpha + \frac{\dot{\psi} \cdot l}{v} \right) + F \cdot q \cdot s \cdot \frac{l}{s} \cdot \frac{h}{2s} \cdot \frac{\partial c_q}{\partial \beta} \cdot \frac{\dot{\psi} \cdot s}{v} \quad (4)$$

Infolge der Giergeschwindigkeit $\dot{\psi}$ entsteht am Flügel das Wendegermoment

$$F \cdot q \cdot s \cdot \frac{\partial c_N}{\partial \frac{\dot{\psi} \cdot s}{v}} \cdot \frac{\dot{\psi} \cdot s}{v}, \quad (5)$$

und ferner infolge der Rollgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ das entsprechende Rollgermoment

$$F \cdot q \cdot s \cdot \frac{\partial c_N}{\partial \frac{\dot{\varphi} \cdot s}{v}} \cdot \frac{\dot{\varphi} \cdot s}{v} \quad (6)$$

Endlich wirkt noch das Moment der Drehbeschleunigung. Ist das Trägheitsmoment des Anhängers um seine Hochachse

$$I_z = \frac{G}{g} \cdot i_z^2,$$

so entsteht bei einer Winkelbeschleunigung $\ddot{\psi}$ ein Moment um den Fesselungspunkt, das sehr nahe gleich ist

$$- \frac{G}{g} \cdot (l^2 + i_z^2) \cdot \ddot{\psi}. \quad (7)$$

Die Summe der durch die Ausdrücke (1), (2), (4), (5), (6), (7) dargestellten Momente muß Null sein. So erhält man die erste Bewegungsgleichung:

$$\frac{G}{g} (l^2 + i_z^2) \cdot \ddot{\psi} + F \cdot q \cdot s \cdot \left[\left(\frac{l}{s} \right)^2 \frac{\partial c_q}{\partial \beta} - \frac{l}{s} \cdot \frac{\partial c_N}{\partial \beta} - \frac{\partial c_N}{\partial \frac{\dot{\psi} \cdot s}{v}} \right] \cdot \frac{\dot{\psi} \cdot s}{v} + F \cdot q \cdot s \cdot \left[\frac{l}{s} \left(\frac{\partial c_q}{\partial \beta} + \alpha \omega \right) - \frac{\partial c_N}{\partial \beta} \right] \cdot \psi - F \cdot q \cdot s \cdot \left[\frac{\partial c_N}{\partial \frac{\dot{\varphi} \cdot s}{v}} + \frac{l}{s} \cdot \frac{h}{2s} \cdot \frac{\partial c_q}{\partial \beta} \right] \cdot \frac{\dot{\varphi} \cdot s}{v} + F \cdot q \cdot s \cdot \left[\frac{l}{s} (c_a - \alpha \cdot \frac{\partial c_q}{\partial \beta}) + \alpha \cdot \frac{\partial c_N}{\partial \beta} \right] \cdot \varphi = 0 \quad (8)$$

b. Die Rollmomente um die Stangenachse (x-Achse).

Das vom Widerstand herrührende Rollmoment kann als unerheblich vernachlässigt werden, da angenommen wurde, dass der Widerstand sehr nahe der x-Achse angreift; der Auftrieb, der an der x-Achse angreift, ergibt kein Moment,

Vom Schiebewinkel β hängen zwei Rollmomente ab. Eines ist durch den Flügel selbst, insbesondere seine V-Stellung, bedingt; das andere entsteht durch die Querkraft der Flosse, wenn deren Richtung nicht durch die Stangenachse geht. Beide sollen durch den Beiwert $\frac{\partial c_L}{\partial \beta}$ zusammengefasst werden. Da der Schiebewinkel

$$\beta = \psi - \alpha \cdot \varphi + \frac{\dot{\psi} \cdot l}{v}$$

ist, (der Anteil $\frac{\dot{\phi} \cdot h}{2v}$ wird bei der Rolldämpfung berücksichtigt) er-
siehe S.13 oben
hält man für das Schieberollmoment

$$F \cdot q \cdot s \frac{\partial c_L}{\partial \beta} \left(\psi + \frac{\dot{\psi} \cdot l}{v} - \alpha \cdot \varphi \right). \quad (9)$$

Gier- und Rollgeschwindigkeit erzeugen zwei weitere Momente, nämlich das Wenderollmoment, das gleich

$$F \cdot q \cdot s \cdot \frac{\partial c_L}{\partial \psi_s} \cdot \frac{\dot{\psi} \cdot s}{v}, \quad (10)$$

und die Rolldämpfung, die gleich

$$F \cdot q \cdot s \cdot \frac{\partial c_L}{\partial \dot{\phi}_s} \cdot \frac{\dot{\phi} \cdot s}{v} \quad (11)$$

gesetzt werden

Schliesslich wirkt noch das Moment der Drehbeschleunigung um die Stangenachse

$$- I_x \cdot \ddot{\varphi} = - \frac{G}{g} \cdot i_x^2 \cdot \ddot{\varphi}. \quad (12)$$

Auch die Summe der Rollmomente muss Null sein; so ergibt sich die zweite Bewegungsgleichung:

$$\frac{G}{g} \dot{\psi}^2 - F \cdot q \cdot s \frac{\partial c_L}{\partial \frac{\dot{\psi} s}{v}} \cdot \frac{\dot{\psi} s}{v} + F \cdot q \cdot s \frac{\partial c_L}{\partial \beta} \cdot \alpha \cdot \varphi - F \cdot q \cdot s \cdot \left(\frac{l}{s} \frac{\partial c_L}{\partial \beta} + \frac{\partial c_L}{\partial \frac{\dot{\psi} s}{v}} \right) \cdot \frac{\dot{\psi} s}{v} - F \cdot q \cdot s \frac{\partial c_L}{\partial \beta} \cdot \psi = 0 \quad (13)$$

Wir setzen $G = c_a \cdot F \cdot q$ und führen die Massenzahl $\mu = \frac{2G}{s \cdot g \cdot \beta \cdot s}$ sowie die dimensionslose Zeit $\tau = t \cdot \frac{v}{s}$ ein. Ferner mögen folgende übliche Abkürzungen für die dimensionslosen Beiwerte benutzt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_q}{\partial \beta} &= c_{q\beta}, & \frac{\partial c_L}{\partial \beta} &= c_{L\beta}, & \frac{\partial c_L}{\partial \frac{\dot{\psi} s}{v}} &= c_{Lx}, & \frac{\partial c_L}{\partial \frac{\dot{\psi} s}{v}} &= c_{Lz}, \\ \frac{\partial c_N}{\partial \beta} &= c_{N\beta}, & \frac{\partial c_N}{\partial \frac{\dot{\psi} s}{v}} &= c_{Nx}, & \frac{\partial c_N}{\partial \frac{\dot{\psi} s}{v}} &= c_{Nz}. \end{aligned}$$

Dividiert man noch (8) durch $\frac{G}{g} (l^2 + i_z^2)$ und (13) durch $\frac{G}{g} \cdot i_x^2$, so erhält man die Bewegungsgleichungen in der dimensionslosen Form:

$$\frac{d^2 \psi}{d\tau^2} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{s^2}{l^2 + i_z^2} \left[\left(\frac{l}{s} \right)^2 \cdot c_{q\beta} - \frac{l}{s} c_{N\beta} - c_{Nz} \right] \cdot \frac{d\psi}{d\tau} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{s^2}{l^2 + i_z^2} \left[\frac{l}{s} (c_{q\beta} + c_w) - c_{N\beta} \right] \cdot \psi \quad (14)$$

$$- \frac{1}{\mu} \cdot \frac{s^2}{l^2 + i_z^2} \left[c_{Nx} + \frac{l}{s} \cdot \frac{h}{2s} c_{q\beta} \right] \cdot \frac{d\varphi}{d\tau} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{s^2}{l^2 + i_z^2} \left[\frac{l}{s} (c_a - \alpha c_{q\beta}) + \alpha c_{N\beta} \right] \cdot \varphi = 0$$

$$\frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} - \frac{1}{\mu} \left(\frac{s}{i_x} \right)^2 c_{Lx} \frac{d\varphi}{d\tau} + \frac{1}{\mu} \left(\frac{s}{i_x} \right)^2 c_{L\beta} \cdot \alpha \cdot \varphi - \frac{1}{\mu} \left(\frac{s}{i_x} \right)^2 \left[\frac{l}{s} c_{L\beta} + c_{Lz} \right] \cdot \frac{d\psi}{d\tau} - \frac{1}{\mu} \left(\frac{s}{i_x} \right)^2 c_{L\beta} \cdot \psi = 0 \quad (15)$$

Das Gleichungssystem stellt offenbar zwei miteinander gekoppelte Schwingungen dar. Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass α (im letzten Glied von (14) und im zweiten Glied von (15)) ein Parameter ist, der sich nur mit der Fluggeschwindigkeit v ändert. Diese aber ist ausdrücklich als konstant vorausgesetzt. Mithin sind die Differentialgleichungen (14) und (15) linear. Sie lassen sich also in bekannter Weise durch den Ansatz $\psi = \psi_0 \cdot e^{v\tau}$, $\varphi = \varphi_0 \cdot e^{v\tau}$ lösen.

Bevor dies geschieht, soll noch die Grösse der einzelnen Beiwerte abgeschätzt werden, Man kann sich dadurch einen Ueberblick über wesentliche und unwesentliche Einflüsse bilden, und wir werden sehen, dass die Koeffizienten der Giermomentengleichung (14)

noch etwas vereinfacht werden können.

IV. Abschätzung der Beiwerte.

Zu den Beiwerten gehört bei einem Anhänger auch das Verhältnis $\frac{l}{s}$ zwischen Schleppstangenlänge l und Halbspannweite s . Da die Schleppstange kein tragender Bauteil ist und bei grösserer Länge konstruktiv nicht einfacher wird, ist es erwünscht, sie nicht zu lang zu machen. Für die Praxis scheinen Längen gleich der Halbspannweite oder etwas grösser am meisten erwünscht zu sein. Also wird

$$1 < \frac{l}{s} < 1,5 \quad (16)$$

der hauptsächlich in Frage kommende Bereich für $\frac{l}{s}$ sein. Wir betrachten weiter μ und $\frac{s^2}{l^2 + i_z^2}$. Der Bereich der Werte, welche die

Massenzahl $\mu = \frac{2G}{g \cdot F \cdot s} \sim 1,6 \cdot \frac{G}{F \cdot s}$ annehmen kann, ist recht gross. Bei verschiedenen Flächenbelastungen und Halbspannweiten dürften Werte von etwa $\mu = 7$ (z.B. $\frac{G}{F} = 35 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$, $s = 8\text{m}$) bis $\mu = 50$ (z.B. $\frac{G}{F} = 125 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$, $s = 4\text{m}$) noch von Interesse sein.

In dem Ausdruck $\frac{s^2}{l^2 + i_z^2}$ kann man i_z^2 gegen l^2 , d.h. das Trägheitsmoment des Anhängers um die z-Achse durch seinen Schwerpunkt gegenüber dem Trägheitsmoment um die Lotachse durch den Fesselungspunkt vernachlässigen. Denn es ist

$$\frac{s^2}{l^2 + i_z^2} = \frac{1}{\left(\frac{l}{s}\right)^2 + \left(\frac{i_z}{s}\right)^2} \quad ;$$

$\frac{i_z^2}{s^2}$ aber liegt bei normalen Flugzeugen um 0,1. Für einen Anhänger muss dieser Wert noch kleiner sein, da der Anteil des Rumpfes

am Trägheitsmoment I_z viel geringer ist. Für das Verhältnis der Länge der Schleppstange zur Halbspannweite interessieren Werte unter $\frac{l}{s}=1$ kaum noch.

Darum soll

$$\frac{s^2}{l^2 + i_z^2} = \left(\frac{s}{l}\right)^2 \quad (17)$$

gesetzt werden.

Den Beiwert des Trägheitsmomentes um die Stangenachse $\left(\frac{s}{i_x}\right)^2$ kann man abschätzen, wenn man sich auf den entsprechenden Beiwert bei Flugzeugen stützt. Für diesen erhält man bei einem Vergleich verschiedener Typen im Mittel den Wert $\left(\frac{s}{i_x}\right)^2 = 13$. Bedenkt man, dass bei einem Anhänger mit Seitenflosse der Trägheitsradius im Verhältnis zur Spannweite etwas grösser sein muss, so folgt, dass hier die Werte etwa im Bereich

$$7,5 < \left(\frac{s}{i_x}\right)^2 < 12,5 \quad (18)$$

liegen müssen.

Die Beiwerte der Schiebeseitenkraft $c_{q\beta}$ und des Schieberollmentes $c_{L\beta}$.

Für die Seitenkraft ist gegenüber den anderen Bauteilen des Anhängers die Seitenflosse durchaus vorherrschend. Ist ihre Fläche F_s und der zugehörige „Auftriebsbeiwert“ c_{as} , so soll demnach $c_{q\beta}$ bestimmt sein durch

$$c_{q\beta} = \frac{dc_{as}}{d\beta} \cdot \frac{F_s}{F} \quad (19)$$

Je nach Wahl von Form und Grösse der Flosse kann mithin $c_{q\beta}$ sehr verschieden gross sein; ausserdem kann man die Flossenfläche zum Teil als Ruder ausbilden, das zwangsläufig durch den

Gierwinkel ψ gesteuert wird. Auch damit wird man $\frac{dc_{as}}{d\beta}$ kaum grösser als 3 machen können. Um die Voraussetzung, dass der Schwerpunkt nahe bei der Stangenachse liegen soll, einzuhalten, darf F_s jedoch nicht beliebig gross gemacht werden. Dadurch sind die Werte von $c_{q\beta}$ nach oben auf etwa 2,5 begrenzt. Die untere Grenze ist schwer anzugeben; insbesondere ist für sehr kleine Flossenflächen der Anstieg von c_q mit β sicher nicht mehr linear. Man wird darum die Rechnung nur bis herab zu $c_{q\beta} \sim 0,3$ als sicher ansehen können.

Wachsende Werte von $c_{q\beta}$ - d.h. im wesentlichen grosse Werte der Flossenfläche- bedingen im allgemeinen auch wachsende Werte des Schieberollmomentenbeiwertes $c_{L\beta}$; denn zum Teil wird das Schieberollmoment durch die Querkraft an der Flosse, die oberhalb des Schwerpunktes wirkt, bedingt. Ein anderer Anteil rührt gegebenenfalls von der V-Stellung des Tragflügels her. Eine Abschätzung des möglichen Wertebereiches ist nicht leicht zu machen, aber für die vorliegende Rechnung auch nicht nötig. Unter den Stabilitätsbeiwerten eines Anhängers sind ja $c_{q\beta}$ und $c_{L\beta}$ gerade die, welche durch konstruktive Massnahmen - wie z.B. Ruder an der Flosse, und V-Stellung - besonders stark beeinflusst werden können, ohne dass dadurch andere Beiwerte geändert zu werden brauchen. Daher lag es nahe zu untersuchen, ob Bedingungen für dynamische Seitenstabilität sich in Beziehungen zwischen $c_{q\beta}$ und $c_{L\beta}$ ausdrücken lassen. Im Abschnitt V wird gezeigt, dass zwei solche Beziehungen leicht abzuleiten sind und ausreichen, um über Stabilität bzw. Instabilität zu entscheiden.

Am Widerstandsbeiwert c_w (im dritten Glied der Gleichung) (14) sind alle Bauteile beteiligt. Grössere Werte als $c_w = 0,1$ dürften wohl selten vorkommen. Da c_w additiv zum Seitenkraftbeiwert $c_{q\beta}$ hinzutritt, kann sein Einfluss nicht sehr gross sein.

Zur Abschätzung der übrigen Beiwerte ist die Berechnung von Pearson und Jones [1] benutzt worden.

[1] H.A. Pearson a. R.T. Jones, Theoretical stability and control characteristics of wings with various amounts of taper and twist. NACA Rep. 635

Unter Berücksichtigung der Vergrößerung der Rolldämpfung durch die Flosse wurde für den Beiwert der Rolldämpfung c_{Lx} angenommen:

$$c_{Lx} = -0,9 \text{ bis } -1,5; \text{ mittlerer Wert } c_{Lx} = -1,2 \quad (20)$$

Für den Beiwert des Wenderollmomentes c_{Lz} gilt die Näherung

$$c_{Lz} \sim 2 \cdot \frac{c_a}{\sigma \frac{a}{a}}$$

da man ^{für} den Anhänger mit $c'_a = 4$ rechnen kann, ergibt sich der Wert

$$c_{Lz} = 0,5 \cdot c_a \quad (21)$$

Für den Beiwert des Rollgiermomentes c_{Nx}

$$c_{Nx} = -0,4 \frac{c_a}{\sigma \frac{a}{a}}$$

Mit $c'_a = 4$ erhält man also

$$c_{Nx} = -0,1 c_a \quad (22)$$

Für den Beiwert der Wendedämpfung c_{Nz} infolge der Drehung um die Hochachse durch den Schwerpunkt des Anhängers (die Wendedämpfung infolge der Drehung um die Achse durch den Fesselungspunkt steckt schon in $c_{q\beta}$!) und den Beiwert des Schiebegiermomentes des Flügels (V-Stellung) $c_{N\beta}$ ergibt sich $c_{Nz} = \left(\frac{c_a}{\sigma \frac{a}{a}}\right)^2 + 0,6 c_{wo}$, $c_{N\beta} = 0,8 \gamma \frac{c_a}{\sigma \frac{a}{a}}$, wo c_{wo} der Profilwiderstand und γ die V-Stellung ist. Beide Größen sind also immer klein gegen $c_{q\beta}$ und können darum (im 2., 3. und 5. Glied der Giermomentengleichung (19)) vernachlässigt werden.

Einer besonderen Bemerkung bedarf das Verhältnis $\frac{h}{s}$ der Höhe der Flosse zur Halbspannweite. Offenbar kann man $\frac{h}{s}$ nicht als unabhängig von $c_{q\beta}$ annehmen, vielmehr wächst das eine mit dem anderen. Als einfachste Annahme, die auch der Wirklichkeit einigermaßen entsprechen dürfte, kann man $\frac{h}{s}$ proportional zu $c_{q\beta}$ ansetzen. Dabei

müsste der Wert $\frac{h}{s}=1$ etwa dem Wert $c_{q\beta}=2$ entsprechen, wenn man an der Flosse (Tragflügel mit einer Endscheibe) und dem Flügel näherungsweise gleiche Auftriebsverhältnisse annimmt. Darum soll gesetzt werden

$$\frac{h}{s}=0,5 \cdot c_{q\beta} \quad (23)$$

Diese Annahme ist natürlich etwas willkürlich. Die Rechnung zeigte jedoch, dass das Glied mit $\frac{h}{s}$ (4. Glied der Giermomentengleichung (14)) erst bei grösseren Werten von $c_{q\beta}$ eine wesentliche Rolle spielt. Darum wurden im Bereich $1,5 \leq c_{q\beta} \leq 2,5$ die Rechnungen sowohl mit der Annahme $\frac{h}{s}=0,5 \cdot c_{q\beta}$, wie mit der anderen Annahme $\frac{h}{s}=0,75$ (unabhängig von $c_{q\beta}$) durchgeführt, die für $c_{q\beta}=1,5$ mit der ersten übereinstimmt.

Die zweite Annahme wurde getroffen, da sich herausstellte, dass die weitere Zunahme der Flossenfläche zu beträchtlichen Stabilitätsverschlechterungen führen müsste. Im Abschnitt VI wird Näheres darüber gesagt werden.

Betrachtet man die Ergebnisse der in diesem Abschnitt durchgeführten Abschätzungen nochmals im Zusammenhang mit den Bewegungsgleichungen (14) und (15), so darf man folgendes sagen:

Für die Frage, welche Stabilitätseigenschaften ein Anhänger beim Starrschlepp zeigt, sind normale Werte von Schiebegermoment, Wendedämpfung des Flügels und Trägheitsmoment um die Hochachse ohne besondere Bedeutung. Welche von den übrigen flugmechanischen Grössen die ausschlaggebende Rolle spielen, lässt sich nicht ohne weiteres übersehen. Ein Ergebnis der weiteren Rechnungen vorwegnehmend soll schon hier gesagt sein, dass es vor allem Massenzahl, Auftrieb, Schiebeseitenkraft und Schieberollmoment sind. Bemerkenswert ist auch der Einfluss der Rolldämpfung. Demgegenüber treten Rollgermoment und Wenderollmoment weit zurück. Auch Änderungen des Trägheitsmomentes um die Längsachse und des Widerstandes spielen keine solche Rolle wie man vielleicht vermuten könnte.

Nachdem die Bewegungsgleichungen und die flugmechanischen

Beiwerte als solche erörtert sind, sollen im nächsten Abschnitt die Bedingungen für dynamische Stabilität abgeleitet werden.

V. Berechnung der Stabilitätsgrenzen.

Die Bewegungsgleichungen ergaben sich in der Form

$$\frac{d^2\psi}{d\tau^2} + a_1 \frac{d\psi}{d\tau} + a_2 \cdot \psi - a_3 \cdot \frac{d\varphi}{d\tau} + a_4 \cdot \varphi = 0 \quad (24)$$

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} - b_1 \frac{d\varphi}{d\tau} + b_2 \varphi - b_3 \cdot \frac{d\psi}{d\tau} - b_4 \cdot \psi = 0 \quad (25)$$

Dabei bedeuten nun die a und b, wenn man die im vorigen Abschnitt genannten Vernachlässigungen macht:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\mu} \cdot c_{q\beta} & b_1 &= \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{s}{l_x}\right)^2 \cdot c_{Lx} \\ a_2 &= \frac{1}{\mu} \cdot \frac{s}{l} \cdot (c_{q\beta} + c_w) & b_2 &= \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{s}{l_x}\right)^2 \cdot \alpha \cdot c_{L\beta} \\ a_3 &= \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{s}{l}\right)^2 \cdot \left[c_{N_x} + \frac{l}{s} \cdot \frac{h}{2s} \cdot c_{q\beta} \right] & b_3 &= \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{s}{l_x}\right)^2 \cdot \left[\frac{l}{s} \cdot c_{L\beta} + c_{Lz} \right] \\ a_4 &= \frac{1}{\mu} \cdot \frac{s}{l} \cdot \left[c_a - \alpha \cdot c_{q\beta} \right] & b_4 &= \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{s}{l_x}\right)^2 \cdot c_{L\beta} \end{aligned} \quad (26)$$

Nimmt man als Lösung das Gleichungssystem (24) (25) den Ansatz

$$\psi = \psi_0 \cdot e^{\nu\tau}, \quad \varphi = \varphi_0 \cdot e^{\nu\tau}$$

so erhält man in bekannter Weise für die komplexe Frequenz ν die „Frequenzgleichung“

$$\nu^4 + c_1 \cdot \nu^3 + c_2 \cdot \nu^2 + c_3 \cdot \nu + c_4 = 0 \quad (27)$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} C_1 &= a_1 - b_1, & C_2 &= a_2 + b_2 - a_1 b_1 - a_3 b_3 \\ C_3 &= a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 - a_3 \cdot b_4 + a_4 \cdot b_3, & C_4 &= a_2 \cdot b_2 + a_4 \cdot b_4. \end{aligned} \quad (28)$$

Wenn man die Werte für die a und b aus (26) einsetzt, bekommt man:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{\mu} \left[c_{q\beta} - \left(\frac{s}{c_x} \right)^2 \cdot c_{Lx} \right], \\ C_2 &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{s}{c_x} \right)^2 \left[a - \frac{1}{\mu} \cdot \frac{s}{\ell} \left(\frac{\ell}{s} \frac{h}{2s} \cdot c_{q\beta} + c_{N_x} \right) \right] \cdot c_{L\beta} + \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{s}{\ell} \right)^2 \left[\frac{\ell}{s} (c_{q\beta} + c_w) - \frac{1}{\mu} \left(\frac{s}{c_x} \right)^2 \left(\frac{\ell}{s} \right)^2 \cdot c_{q\beta} \cdot c_{Lx} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\ell}{s} \cdot \frac{h}{2s} \cdot c_{q\beta} + c_{N_x} \right) \cdot c_{Lz} \right], \quad (29) \\ C_3 &= \frac{1}{\mu^2} \left(\frac{s}{\ell} \right)^2 \left(\frac{s}{c_x} \right)^2 \left[\left(\frac{\ell}{s} \right)^2 c_a - \left(\frac{\ell}{s} \cdot \frac{h}{2s} \cdot c_{q\beta} + c_{N_x} \right) \right] \cdot c_{L\beta} - \frac{1}{\mu^2} \cdot \frac{s}{\ell} \cdot \left(\frac{s}{c_x} \right)^2 \left[(c_{q\beta} + c_w) \cdot c_{Lx} - (c_a - a \cdot c_{q\beta}) c_{Lz} \right], \\ C_4 &= \frac{1}{\mu^2} \cdot \frac{s}{\ell} \cdot \left(\frac{s}{c_x} \right)^2 \left[c_a + a \cdot c_w \right] \cdot c_{L\beta}. \end{aligned}$$

Die Bewegung des Anhängers ist stabil, d.h. auftretende kleine Störungen klingen ab, wenn der Realteil von ν negativ ist. Das ist genau dann der Fall, wenn die 5 Routhschen Bedingungen erfüllt sind:

$$\begin{aligned} C_1 > 0, \quad C_2 > 0, \quad C_3 > 0, \quad C_4 > 0, \\ C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 - C_3^2 - C_1^2 \cdot C_4 > 0. \end{aligned} \quad (30)$$

Es war früher darauf hingewiesen, dass $c_{q\beta}$ und $c_{L\beta}$ von allen Beiwerten den grössten Schwankungen unterliegen können und konstruktiv am ehesten zu beeinflussen sind. Wir werden darum nun versuchen, aus diesen Bedingungen ⁽³⁰⁾ Beziehungen zwischen $c_{q\beta}$ und $c_{L\beta}$ herzuleiten, denen sie zur Gewährleistung der Stabilität genügen müssen.

Die Ungleichung $C_1 > 0$ ist immer erfüllt, da $c_{q\beta}$ stets positiv

und der Rolldämpfungsbeiwert bei normalen Flugzuständen immer negativ ist.

Aus der Bedingung $C_4 > 0$ folgt, dass $c_{L\beta} > 0$, also das Schieberollmoment notwendig positiv (im Sinne einer positiven V-Stellung des Tragflügels) sein muss. Damit ist bereits eine Stabilitätsgrenze in dem Bereich möglicher $c_{q\beta}$, $c_{L\beta}$ -Werte festgelegt.

Die beiden anderen Koeffizienten C_2 und C_3 können auch für positives $c_{L\beta}$ negativ werden. Die Rechnung zeigt aber, dass insbesondere die Bedingung $C_3 \leq 0$ zu so grossen Werten für $c_{L\beta}$ führt, dass dabei die letzte Ungleichung (30) verletzt würde. Aus ihr folgt mithin, dass auch $C_3 > 0$ ist, und aus $C_3 > 0$ und $C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 - C_3^2 - C_1^2 \cdot C_4 > 0$ ergibt sich, dass auch $C_2 > 0$ sein muss.

Es reduzieren sich mithin die vier Bedingungen (30) auf die folgenden zwei, die die übrigen mit umfassen:

$$1) \quad C_4 > 0,$$

$$2) \quad C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 - C_3^2 - C_1^2 \cdot C_4 > 0 . \quad (31)$$

Diese Ausdrücke sind in $c_{L\beta}$ nur quadratisch, also kann man die zugehörigen Gleichungen^[2] nach $c_{L\beta}$ auflösen. Trägt man dann $c_{L\beta}$ über $c_{q\beta}$ auf, so grenzen diese Kurven die Gebiete der Stabilität und Instabilität im $c_{q\beta}$, $c_{L\beta}$ -Bereich voneinander ab.

Die Gleichungen dieser Stabilitätsgrenzen sind

$$c_{L\beta} = 0 , \quad (32)$$

$$A \cdot c_{L\beta}^2 + B \cdot c_{L\beta} + C = 0 , \quad (33)$$

worin A, B, C die Abkürzungen für folgende Ausdrücke sind:

[2] Ungleichheitszeichen durch Gleichheitszeichen ersetzt!

$$A = \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 \left\{ \left[c_{q\beta} - \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 c_{Lx} \right] \left[\alpha - \frac{1}{\mu} \cdot \frac{s}{x} \left(\frac{c}{s} \cdot \frac{h}{2s} \cdot c_{q\beta} + c_{N_x} \right) \right] - \left(\frac{s}{x}\right)^2 \left[\left(\frac{c}{s}\right)^2 c_a - \left(\frac{c}{s} \cdot \frac{h}{2s} \cdot c_{q\beta} + c_{N_x}\right) \right] \right\} \cdot \left\{ \left(\frac{c}{s}\right)^2 c_a - \left(\frac{c}{s} \cdot \frac{h}{2s} \cdot c_{q\beta} + c_{N_x}\right) \right\} \cdot \frac{s}{x}$$

$$B = \frac{s}{x} \cdot \left(\frac{c}{s}\right)^2 c_a - \left(\frac{c}{s} \cdot \frac{h}{2s} \cdot c_{q\beta} + c_{N_x}\right) \left\{ c_{q\beta} [c_{q\beta} + c_{\omega}] - \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 (c_{q\beta} - \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 c_{Lx}) \left(\frac{c}{s} \cdot c_{Lx} + \frac{h}{2s} \cdot c_{Lz} \right) - \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 c_{Lz} \left[c_a - \alpha \cdot c_{q\beta} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{s}{x} (c_{q\beta} - \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 c_{Lx}) \cdot c_{N_x} \right] \right\} \cdot \frac{s}{x} + \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 \left\{ \left[c_{q\beta} - \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 c_{Lx} \right] \left[\alpha - \frac{1}{\mu} \cdot \frac{s}{x} \left(\frac{c}{s} \cdot \frac{h}{2s} \cdot c_{q\beta} + c_{N_x} \right) \right] - \left(\frac{s}{x}\right)^2 \left[\left(\frac{c}{s}\right)^2 c_a - \left(\frac{c}{s} \cdot \frac{h}{2s} \cdot c_{q\beta} + c_{N_x}\right) \right] \right\} \cdot \left\{ - (c_{q\beta} + c_{\omega}) \cdot c_{Lx} + (c_a - \alpha \cdot c_{q\beta}) c_{Lz} \right\} - \left\{ c_{q\beta} - \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 c_{Lx} \right\}^2 \left\{ c_a + \alpha \cdot c_{\omega} \right\}$$

$$C = \frac{s}{x} \left\{ c_{q\beta} [c_{q\beta} + c_{\omega}] - \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 (c_{q\beta} - \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 c_{Lx}) \left(\frac{c}{s} \cdot c_{Lx} + \frac{h}{2s} \cdot c_{Lz} \right) - \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 c_{Lz} \left[c_a - \alpha \cdot c_{q\beta} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{s}{x} (c_{q\beta} - \left(\frac{s}{c_x}\right)^2 c_{Lx}) \cdot c_{N_x} \right] \right\} \cdot \left\{ - (c_{q\beta} + c_{\omega}) \cdot c_{Lx} + (c_a - \alpha \cdot c_{q\beta}) \cdot c_{Lz} \right\}$$

Die eine Stabilitätsgrenze (32) ist in einem $c_{q\beta}$, $c_{L\beta}$ -Diagramm mithin in jedem Fall die $c_{q\beta}$ -Achse. Die Lage der anderen (33) hängt vom Wert der verschiedenen Beiwerte ab, die als Parameter in den Ausdrücken für A, B, C enthalten sind. Diese seien noch einmal genannt:

- die Massenzahl μ ,
- der Beiwert der Schleplänge $\frac{l}{s}$ (Abstandsziffer),
- der Beiwert des Trägheitsradius $(\frac{s}{l_x})^2$,
- der Winkel zwischen Schleppstange und Flugrichtung α ,
- der Beiwert der Flossenhöhe $\frac{h}{s}$,
- der Auftriebsbeiwert c_a ,
- der Widerstandsbeiwert c_w ,
- der Beiwert des Schieberollmomentes c_{Lx} ,
- der Beiwert des Wenderollmomentes c_{Lz} ,
- der Beiwert des Rollgiermomentes c_{Nx} .

Ein Blick auf die Ausdrücke auf S. 18 zeigt, dass man anhand der Gleichungen für die Stabilitätsgrenzen selbst keine Aussagen über den Einfluss der genannten Beiwerte auf die Stabilität machen kann. Löst man aber Gleichung (33) für eine genügende Zahl geeignet gewählter Beiwerte auf und trägt jeweils $c_{L\beta}$ über $c_{q\beta}$ auf, so erhält man eine gewisse Uebersicht über die Stabilitätsverhältnisse und deren Aenderung bei Aenderung der Beiwerte, wie im nächsten Abschnitt weiter ausgeführt wird.

VI. Die Stabilitätsbereiche und kritischen c_a -Werte.

a) Einfluss der Beiwerte auf die Stabilitätsbereiche.

In den Bildern 2 bis 15 sind die Stabilitätsbereiche für verschiedene Kombinationen dieser Beiwerte gezeichnet. Aus der sehr grossen Zahl der Kombinationsmöglichkeiten wurde nach folgendem Plan eine Auswahl getroffen: grundsätzlich wurde, wie schon in Abschnitt IV angegeben, für c_a stets der Wert $c_a' = 4$, für c_{Lz} und c_{Nx} stets die Ausdrücke (21) und (22) $c_{Lz} = 0,5 \cdot c_a$, $c_{Nx} = 0,1 \cdot c_a$

und für $\frac{h}{s}$ stets der Ausdruck $\frac{h}{s}=0,5 \cdot c_{q\beta}$ bzw. $\frac{h}{s}=0,75$ benutzt.

Vergleichsrechnungen mit $c_{Lz}=0$, $c_{Nx}=0$ zeigten, dass tatsächlich die Einflüsse des Wenderollmomentes und Rollgiermomentes nicht so gross sind, dass Abweichungen von den Annahmen für diese Werte berücksichtigt werden mussten. (21)(22)

Damit reduzierte sich die Zahl der veränderlichen Parameter auf sieben, nämlich μ , $\frac{l}{s}$, $(\frac{s}{l_x})^2$, α , c_a , c_w , c_{Lx} . Nun charakterisiert aber der Auftriebsbeiwert weniger einen bestimmten Anhängertyp als vielmehr in erster Linie die Fluggeschwindigkeit. Da diese vor allen anderen Grössen veränderlich ist, erschien es zweckmässig, bei jeder Kombination der anderen Beiwerte immer die Stabilitätsbereiche für $c_a=0,2$; $0,4$; $0,8$ und $1,2$ zu berechnen und zusammen in einem Diagramm einzutragen.

Da es auch nicht möglich war, alle Kombinationen aus den sechs nun noch verbleibenden Beiwerten zu rechnen, wenn man für jeden auch nur drei verschiedene Werte annahm, wurde zunächst ein „Normaltyp“ ausgewählt, und durch folgende Beiwerte charakterisiert:

$$\mu = 16; \frac{l}{s} = 1; (\frac{s}{l_x})^2 = 10; \alpha = 0,25 \cdot c_a - 0,1; c_w = 0; c_{Lx} = -1,2.$$

($\mu = 16$ entspricht einer Flächenbelastung von etwa 50 kg/m^2 bei 10 m Spannweite; $\alpha = 0,25 c_a - 0,1$ heisst: die Schleppstange liegt bei $c_a = 0,4$ im Horizontalflug horizontal).

Die Stabilitätsbereiche dieses Anhängers für die verschiedenen c_a -Werte zeigt Bild 4. Die anderen Anhängertypen wurden erhalten, indem gegenüber dem Normaltyp im allgemeinen jeweils nur ein einziger Beiwert geändert wurde. Dadurch tritt einerseits der Einfluss des einzelnen Beiwertes auf die Stabilität deutlich hervor; andererseits ist zu dem zu vermuten, dass die Einflüsse der einzelnen Beiwerte annähernd unabhängig voneinander sind, so dass man den Einfluss der gleichzeitigen Aenderung mehrerer Beiwerte näherungsweise erhält, wenn man die Einflüsse der einzelnen Aenderungen addiert.

Nach diesem Plan wurden folgende Fälle gerechnet und in den

Bildern 2 bis 14 dargestellt:

$$\mu = 7; 10; 16; 25; 33,3; 50 \text{ (dabei } \frac{l}{s} = 1,0; (\frac{s}{l_x})^2 = 10;$$

$$\alpha = 0,25c_a - 0,1; c_w = 0; c_{Lx} = -1,2)$$

$$\frac{l}{s} = 1,0; 1,5;$$

$$(\frac{s}{l_x})^2 = 7,5; 10; 12,5;$$

$$c_w = 0,1;$$

$$\alpha = 0,25c_a - 0,1; 0,25c_a - 0,05 \text{ (entspricht } \alpha=0 \text{ bei } c_a=0,2)$$

$$c_{Lx} = -0,9; -1,2; -1,5;$$

(dabei $\mu = 16$)

Ausserdem sind in Bild 15 auch noch die Stabilitätsbereiche für einen Fall dargestellt, bei dem zwei Beiwerte gleichzeitig geändert wurden.

Bei allen Bildern entsprechen die ausgezogenen Kurven der Annahme $\frac{h}{s} = 0,5c_{q\beta}$; die gestrichelten, die nur für $c_{q\beta} \geq 1,5$ gelten, der Annahme $\frac{h}{s} = 0,75$.

Der Bereich dynamischer Stabilität ist stets das Gebiet zwischen der Abszisse $c_{L\beta} = 0$ und den Kurven $c_a = \text{const.}$

Wir betrachten die Einflüsse der verschiedenen Beiwerte an Hand der Bilder der Reihe nach.

Einfluß des Auftriebsbeiwertes c_a .

Durchweg fällt auf jedem Bild auf, wie stark die Stabilitätsbereiche mit wachsendem c_a zusammenschrumpfen. Bei festen Werten von $c_{q\beta}$ rückt die obere Grenze von $c_{L\beta}$ immer tiefer, bei festen Werten von $c_{L\beta}$ die untere Grenze von $c_{q\beta}$ immer höher. Zu jeder Kombination von Schiebeseitenkraft und

Schieberollmoment gibt es einen größten Wert von c_a , nämlich den der Kurve $c_a = \text{const}$ durch den Punkt $c_{a\beta}$, $c_{a\beta}$, oberhalb dessen dynamische Instabilität auftritt. In praxi heisst das:

Für jeden Anhänger gibt es eine bestimmte Mindestgeschwindigkeit, unterhalb deren er nicht mehr dynamisch stabil fliegen kann.

Diese Geschwindigkeit möge kritische Geschwindigkeit genannt werden. Über ihre bzw. des kritischen c_a -Wertes Bestimmung soll weiter unten (S. 25 ff.) noch Näheres ausgeführt werden.

Einfluß der Massenzahl μ ; Bild 2 bis 7.

Mit wachsendem μ werden die Stabilitätsbereiche kleiner. Und zwar wird, wie zu erwarten, der Einfluß derselben Zunahme $\Delta\mu$ um so kleiner, je größer μ selbst wird. Da $\mu = \frac{2g}{\rho g s^3}$ ist, sind Anhänger hoher Flächenbelastung bei kleiner Spannweite in großen Höhen am wenigsten stabil.

Einfluß von $\frac{l}{s}$ (Schlepplänge); Bild 4 und 8.

Eine Verlängerung der Schleppstange um 50% von $l = s$ auf $l = 1,5 s$ bringt nur eine geringe Verschiebung der Stabilitätsgrenzen hervor. Im ganzen wird durch diese Verlängerung der stabile Bereich für große c_a -Werte etwas grösser, bei kleinen c_a -Werten dagegen etwas kleiner. Doch sind im ganzen Bereich die Änderungen geringfügig.

Einfluß von α_0 (Winkel α zwischen Schleppstange und Flugrichtung bei $c_a = 0$).

Um diesen Einfluß zu übersehen, vergleichen wir Bild 4 ($\alpha = 0,25 \cdot c_a - 0,1$) mit Bild 9 ($\alpha = 0,25 \cdot c_a - 0,05$). Der Unterschied in der Lage der Nullauftriebsrichtungen gegenüber der Stangenachse ist nur $0,05 = 2,86^\circ$, und zwar ist der Anhänger unter sonst gleichen Flugbedingungen im zweiten Fall (Bild 9) um diesen Betrag weiter nach unten ausgelenkt. Der Vergleich zeigt, daß die Stabilitätsbereiche bei größerer Auslenkung größeren Umfang haben. Wenn der Unterschied in den Bildern auch nicht stark erscheint, ist die Änderung des kritischen c_a -Wertes doch recht merklich. (Vgl. später auch Bild 18 und 23.)

Einfluß von $(\frac{s}{I_x})^2$ (Trägheitsmoment um die Stangenachse); Bild 4,

10 und 11.

Das Trägheitsmoment hat offenbar keinen großen Einfluss. Denn

selbst eine Zunahme des Trägheitsradius um über 50% ($(\frac{s}{i_x})^2=12,5$ bis $(\frac{s}{i_x})^2=7,5$), allerdings bei konstanter Massenzahl, hat nur kleine Verschiebungen der Stabilitätsgrenze zur Folge. Der Verlauf der Kurven $c_a=const$ wird mit wachsendem Trägheitsradius im ganzen etwas steiler, und zwar so, dass z.B. der zulässige Bereich von $c_{L\beta}$ bei grösseren $c_{q\beta}$ -Werten grösser, bei kleineren dagegen kleiner wird.

Einfluss von c_w (Widerstand); Bild 4 und 12.

Wie vorauszusehen, vergrössert der Widerstand, der ja im wesentlichen dämpfenden Charakter haben muss, die Stabilität. Weiter zeigt sich, dass der Einfluss tatsächlich nicht gross ist, wie schon bei der Besprechung der einzelnen Beiwerte vermutet wurde. 3

Einfluss von c_{Lx} (Rolldämpfung); Bild 4, 13 und 14.

Die Bilder zeigen deutlich, dass sich eine grosse Rolldämpfung auf die Stabilität günstig auswirkt. Der Einfluss der Rolldämpfung ist verhältnismässig noch grösser als der der Massenzahl, wie ein Vergleich der Bilder 5 ($\frac{\Delta \mu}{\mu}=0,56$ gegenüber $\mu=16$) und 14 ($\frac{\Delta c_{Lx}}{c_{Lx}}=0,25$ gegen $c_{Lx}=-1,2$) zeigt. Weiter sei darauf hingewiesen, dass bei hohen c_a -Werten der Mindestwert der Schiebeseitenkraft, der zur Stabilität nötig ist, mit abnehmender Rolldämpfung sehr schnell grösser wird:

Bei $c_a=1,2$ gehört zu $c_{Lx}=-1,5$ ein Minimalwert von $c_{q\beta} \sim 0,4$

$c_{L\beta} = -0,9$ " " " $c_{q\beta} \sim 1,0$

Einfluss einer gleichzeitigen Aenderung von α_0 und c_{Lx} ; Bild 15.

Diese Rechnung wurde angestellt, um die Vermutung zu prüfen, dass die Einflüsse der einzelnen Beiwerte auf die Stabilitätsbereiche angenähert unabhängig voneinander seien. Wenn man die Bilder 9 und 14 einerseits und dann Bild 15 andererseits mit dem Bild 4 vergleicht, so sieht man, dass die Aenderung der Stabilitätsbereiche für $\alpha_0 = 0,05$ und $c_{Lx} = -0,9$ gegenüber $\alpha_0 = 0,1$ und $c_{Lx} = -1,2$ sich tatsächlich angenähert als Summe der Aenderungen für

3 Darum erscheint es auch zulässig, in den Rechnungen c_w als konstant anzunehmen.

$\alpha_0 = 0,05$; $c_{Lx} = -1,2$ und $\alpha_0 = 0,1$; $c_{Lx} = -0,9$ darstellen lässt.

b) Folgerungen für die Praxis.

Aus der Betrachtung der Stabilitätsbereiche lassen sich einige Richtlinien ableiten, die man bei dem Bau von Anhängern beachten muss, um gute Stabilitätseigenschaften zu erhalten.

Der Einfluss der c_a -Werte muss aus diesen Ueberlegungen ausscheiden; denn man will ja gute Stabilität in einem möglichst weiten Flugbereich haben, also auch bei grossem c_a .

Die Massenzahl μ wird man nur in dem Masse zur Vergrösserung des Stabilitätsbereiches heranziehen können, als nicht andere Gesichtspunkte, insbesondere die Rücksicht auf die erforderliche Schleppleistung, hohe Flächenbelastung und kleine Spannweite erforderlich machen.

Wegen ihres geringen Einflusses auf die Stabilität können auch das Trägheitsmoment um die x-Achse und der Widerstand ausserhalb der Diskussion bleiben, zumal eine stabilisierende Vergrösserung von c_w wegen der erforderlichen Erhöhung der Schleppleistung unerwünscht ist. Auch die Länge der Schleppstange spielt keine wesentliche Rolle, da ihr, wie schon früher bemerkt, enge Grenzen gesetzt sind.

Aber vier andere Beiwerte bieten sehr wirksame Stabilisierungsmöglichkeiten, nämlich

der Beiwert der Schiebeseitenkraft $c_{q\beta}$,

der Beiwert des Schieberollmomentes $c_{L\beta}$,

der Beiwert der Rolldämpfung c_{Lx} ,

der Winkel zwischen Schleppstange und Flugrichtung oder was dem Äquivalent ist, die Schränkung des Tragflügels gegenüber der Schleppstange.

Aus allen Bildern der Stabilitätsbereiche ergibt sich ja, dass ein hoher Wert von $c_{q\beta}$ günstig ist. Gleichzeitig sieht man aber auch aus dem Vergleich der ausgezogenen (Flossenhöhe steigt mit $c_{q\beta}$) mit den gestrichelten Kurven (Flossenhöhe konstant), dass es ungünstig ist, hohe Werte von $c_{q\beta}$ mit Hilfe hoher Flossen zu erzwingen. Viel vorteilhafter ist es, ein grosses Seitenruder an der Flosse anzubringen und durch den Gierwinkel so steuern

zu lassen, dass Anhänger- und Ruderauslenkung stets nach derselben Seite gehen.

Günstig wirken sich weiterhin kleine Schieberollmomente auf die Stabilität aus. Da grosse Flossen von sich aus auch grosse Schieberollmomente bedingen, wird man gegebenenfalls der Tragfläche vorteilhaft eine gewisse negative V-Stellung geben.

Ein überaus wirksames Mittel zur Verbesserung der Stabilität muss nach den Bildern 13 und 14 die Vergrösserung der Rolldämpfung sein. Sie ist durch Vergrösserung der Flosse zu erreichen oder aber, wenn dies aus schon genannten Gründen ungünstig wird, durch zwangsläufig mit dem Rollwinkel φ bewegte Querruder. Dies wurde zuerst von Herrn **P e t r i k a t** und **P i e r u s c h k a** vorgeschlagen und bereits erfolgreich ausgeführt.

Schliesslich zeigte der Vergleich von Bild 4 und 9, dass die Stabilität umso grösser wird, je mehr der Anhänger bei gegebenem c_a -Wert nach unten ausgelenkt ist. Die Auslenkung wird umso grösser, je mehr der Tragflügel oder genauer gesagt seine Nullauftriebsrichtung gegen die Stangenachse negativ geschränkt wird.

c) Die kritischen c_a -Werte.

In der Praxis werden mehr als die bisher betrachteten Stabilitätsbereiche die kritischen c_a -Werte, d.h. die, oberhalb deren die dynamische Stabilität verlorenght, interessieren. Man kann sie aus den Kurven der Stabilitätsgrenzen interpolieren, wenn man diese Diagramme umrechnet und z.B. $c_{L\beta}$ über c_a , mit $c_{q\beta}$ als Parameter aufträgt. ($c_{L\beta}$, c_a -Diagramme). Auf diese Weise sind die Bilder 16 bis 29 entstanden. Der Schnittpunkt der Kurven $c_{q\beta} = \text{const.}$ mit $c_{L\beta} = \text{const.}$ gibt gerade den kritischen c_a -Wert.

Ein Vergleich zwischen zusammengehörenden Bildern zeigt, dass einer Verkleinerung (Vergrösserung) des Stabilitätsbereiches im $c_{q\beta}$, $c_{L\beta}$ -Diagramm auch eine Verkleinerung (Vergrösserung) der kritischen c_a -Werte im c_a , $c_{L\beta}$ -Diagramm entspricht.

Darum setzen alle in b) angegebenen Mittel zur Verbesserung der Stabilität die kritische Geschwindigkeit herab.

Ausser zur Veranschaulichung des Ganges der kritischen c_a -Werte mit den verschiedenen Beiwerten des Anhängers können die

c_a , $c_{L\beta}$ -Diagramme auch dazu dienen, den kritischen c_a -Wert für einen beliebigen Anhängertyp mit einiger Genauigkeit abzuschätzen. Man benutzt dazu das oben abgeleitete Ergebnis, dass die Einflüsse der einzelnen Beiwerte sich näherungsweise addieren. Und zwar geht man von dem „Normaltyp“ $\mu = 16$; $\frac{l}{s} = 1$; $\alpha_0 = 0,1$; $c_w = 0$; $(\frac{s}{i_x})^2 = 10$; $c_{Lx} = -1,2$ (Bild 18), aus und ersetzt die Abweichungen in $\frac{l}{s}$, c_w , α_0 , $(\frac{s}{i_x})^2$, c_{Lx} des gegebenen Typs von diesem Normaltyp der Reihe nach durch solche Änderungen des wahren Wertes von $c_{L\beta}$, dass jeweils die kritischen c_a -Werte ungeändert bleiben. Für diesen Ersatztyp kann man dann den gesuchten kritischen Wert von c_a durch Interpolation nach μ finden.

Am deutlichsten können einige Beispiele zeigen, welche Schritte man nacheinander zu gehen hat.

Beispiel 1. [4]

$$\mu = 12 \text{ (entsprechend z.B. } G=600\text{kg, } F=20\text{m}^2, s=8);$$

$$\frac{l}{s} = 1,0; \alpha_0 = 0,1; (\frac{s}{i_x})^2 = 9,0; c_w = 0,05; c_{Lx} = -1,3; c_{q\beta} = 1,3;$$

$$c_{L\beta} = 0,25.$$

Man sucht zunächst den kritischen c_a -Wert für $c_{q\beta} = 1,3$ und $c_{L\beta} = 0,25$ beim Normaltyp Bild 18 und erhält

$$c_{a0} = 0,480.$$

Ein Vergleich zwischen Bild 18 und Bild 25 ($(\frac{s}{i_x})^2 = 7,5$) zeigt, dass die Änderung in $(\frac{s}{i_x})^2$ von 10,0 auf 9,0 zu vernachlässigen ist.

Also geht man mit den gleichen Werten von $c_{q\beta}$ und $c_{L\beta}$ in Bild 26 ($c_w = 0,1$) ein und liest den kritischen c_a -Wert 0,530 ab. Für $c_w = 0,05$ interpoliert man demnach den kritischen Wert

$$c_{a1} = 0,505.$$

[4] Zu den Beispielen sind Diagramme benutzt, die in doppeltem Maßstab auf Millimeterpapier gezeichnet waren, so daß die dritte Dezimale in den c_a - und $c_{L\beta}$ -Werten geschätzt werden konnte.

Jetzt geht man zum Normaltyp Bild 18 zurück und liest zu $c_{q\beta}=1,3$ und $c_a=0,505$ den Wert ab

$$c_{L\beta 1}=0,242.$$

Damit ist die Abweichung vom Normaltyp in c_w ersetzt durch eine Änderung des Wertes von $c_{L\beta}$. Dasselbe führt man nun für c_{Lx} durch. Mit den Werten $c_{q\beta}=1,3$ und $c_{L\beta}=0,242$ geht man in Bild 27 ($c_{Lx}=-1,5$) ein und liest den Wert $c_a=0,685$ ab. Für $c_{Lx}=-1,3$ interpoliert man von c_{a1} aus demnach den Wert

$$c_{a2}=0,565.$$

Nun geht man ein zweites Mal zu Bild 18 zurück und erhält zu $c_{q\beta}=1,3$ und $c_{a2}=0,565$ den Wert

$$c_{L\beta 2}=0,224.$$

Nun kann man nach μ interpolieren. Aus Bild 17 ($\mu=10$) entnimmt man zu $c_{q\beta}=1,3$ und $c_{L\beta}=0,224$

$$c_{a3}=0,952;$$

aus Bild 19 ($\mu=25$) ebenso den Wert

$$c_{a4}=0,335.$$

So erhält man durch Interpolation für $\mu=12$ den Wert

$$c_{a \text{ krit.}}=0,775.$$

Die genauere Berechnung nach Gleichung (33) ergibt

$$c_{a \text{ krit.}}=0,785.$$

Das entspricht einer kritischen Minimalgeschwindigkeit von 89 km/h.

Beispiel 2.

$$\begin{aligned} \mu &= 30 \text{ (entsprechend z.B. } G=1840\text{kg, } F=20\text{m}^2, s=5\text{m);} \\ \frac{l}{s} &= 1,0; \alpha_o = 0,05; \left(\frac{s}{l_x}\right)^2 = 10; c_w = 0,075; c_{Lx} = -1,0; c_{q\beta} = 1,7; \\ c_{L\beta} &= 0,40. \end{aligned}$$

Man entnimmt zunächst aus Bild 18 (Normaltyp) zu $c_{q\beta} = 1,7$ und $c_{L\beta} = 0,40$

$$c_{a0} = 0,49.$$

Für dieselben $c_{q\beta}, c_{L\beta}$ -Werte liest man aus Bild 28 ($c_{Lx} = -0,9$) $c_a = 0,33$ ab. Aus $c_a = 0,49$ und $c_a = 0,33$ interpoliert man für $c_{Lx} = -1,0$

$$c_{a1} = 0,383.$$

Damit geht man nach Bild 18 zurück und erhält zu $c_{q\beta} = 1,7$ und $c_a = 0,383$

$$c_{L\beta 1} = 0,460.$$

Zu $c_{q\beta} = 1,7$ und $c_{L\beta} = 0,460$ erhält man aus Bild 23 ($\alpha_o = 0,05$)

$$c_{a2} = 0,500.$$

Jetzt geht man ein zweites Mal zu Bild 18 zurück und erhält

$$c_{L\beta 2} = 0,390.$$

Nun entnimmt man zu $c_{q\beta} = 1,7$ und $c_{L\beta} = 0,390$ aus Bild 26 ($c_w = 0,1$) $c_a = 0,560$. Aus $c_a = 0,500$ ($c_w = 0,00$) und $c_a = 0,560$ ($c_w = 0,1$) interpoliert für $c_w = 0,075$

$$c_{a3} = 0,545.$$

Schliesslich geht man zum dritten Mal zu Bild 18 zurück und entnimmt den Wert

$$c_{L\beta 3} = 0,370.$$

Endlich kann man jetzt nach μ interpolieren. Man erhält zu $c_{q\beta} = 1,7$ und $c_{L\beta} = 0,37$ aus Bild 19 ($\mu = 25$)

$$c_{a4} = 0,33.$$

und aus Bild 20 ($\mu = 33,3$)

$$c_{a5} = 0,25.$$

Aus den drei kritischen c_a -Werten $c_{a3} = 0,545$ ($\mu = 16$), $c_{a4} = 0,33$ ($\mu = 25$) und $c_{a5} = 0,25$ ($\mu = 33,3$) interpoliert man den gesuchten kritischen c_a -Wert für $\mu = 30$:

$$c_{a \text{ krit}} = 0,28.$$

Die genauere Berechnung nach Gleichung (33) ergibt

$$c_{a \text{ krit}} = 0,32.$$

In diesem Falle wäre die kritische Geschwindigkeit 244 km/h, also sehr hoch.

Beispiel 3.

$$\mu = 33,3; \frac{l}{s} = 10; \left(\frac{s}{l_x}\right)^2 = 15; \alpha_0 = 0,05; c_w = 0,1; c_{Lx} = -1,5;$$
$$c_{q\beta} = 2,0; c_{L\beta} = 0,20.$$

Wollte man in diesem Beispiel auch wie in den beiden Vorangehenden erst zum Schluss die Massenzahl μ berücksichtigen, so würde man

vorher auf c_a -Werte kommen, die über den Bereich der Diagramme hinausführen. Darum beginnt man in solchen Fällen besser mit der Umrechnung von μ auf $c_{L\beta}$.

Aus Bild 20 ($\mu = 33,3$) entnimmt man zu $c_{q\beta} = 2,0$; $c_{L\beta} = 0,20$

$$c_{a0} = 0,825.$$

Mit diesem Wert geht man in Bild 18 ($\mu = 16$) ein und erhält zu $c_{q\beta} = 2,0$

$$c_{L\beta 0} = 0,355.$$

Damit ist die Abweichung der Massenzahl vom Normaltyp durch eine Änderung in $c_{L\beta}$ ersetzt.

Nun können der Reihe nach die anderen Beiwerte durch Änderungen in $c_{L\beta}$ bei $\mu = 16$ ersetzt werden.

Aus Bild 24 ($\frac{s}{I_x}$)² = 12,5 liest man zu $c_{q\beta} = 2,0$ und $c_{L\beta} = 0,355$ ab

$c_a = 0,81$ und extrapoliert für ($\frac{s}{I_x}$)² = 15 auf

$$c_{a1} = 0,795.$$

Der zugehörige Wert von $c_{L\beta}$ aus Bild 18 (Normalfall) ist

$$c_{L\beta 1} = 0,365.$$

Jetzt rechnet man α_0 auf $c_{L\beta}$ um. Aus Bild 23 ($\alpha_0 = 0,05$) ergibt sich zu $c_{q\beta} = 2,0$ $c_{L\beta} = 0,365$

$$c_{a2} = 0,93.$$

Der entsprechende Wert von $c_{L\beta}$ für den Normaltyp ist nach Bild 18

$$c_{L\beta 2} = 0,315.$$

Damit geht man in Bild 27 ($c_{Lx} = -1,5$) ein und erhält

$$c_{a3} = 1,30.$$

Aus Bild 18 ergibt sich hierzu

$$c_{L\beta 3} = 0,225.$$

Nun bleibt nur noch $c_w = 0,1$ zu berücksichtigen. Aus Bild 26 entnimmt man direkt den endgültigen Wert

$$c_{a \text{ krit}} = 1,31.$$

Die genauere Berechnung nach Gleichung (33) ergibt

$$c_{a \text{ krit}} = 1,30.$$

Die Beispiele zeigen, dass der Fehler, den man bei der Abschätzung begeht, verschieden sein kann. Doch dürfte die Genauigkeit ausreichend erscheinen, wenn man bedenkt, dass man auf diese Weise die kritische Geschwindigkeit sehr verschiedener Anhängertypen in einigen Minuten abschätzen kann.

Weiterhin bestätigen die Beispiele die Folgerungen, die in b) aus der Betrachtung der Stabilitätsbereiche gezogen wurden: der kleine kritische c_a -Wert von Beispiel 2 ist bedingt durch das Zusammentreffen des hohen Wertes des Schieberollmomentes mit den vergleichsweise niedrigen Werten von Rolldämpfung und Schiebeseitenkraft. In Beispiel 3 ergibt sich trotz des ungünstigen Einflusses erhöhter Massenzahl und verkleinerten Trägheitsradius' ein recht hoher kritischer c_a -Wert, weil Seitenkraft und Rolldämpfung gross sind, das Schieberollmoment aber klein ist. Erhöhte man den Beiwert des Schieberollmomentes von 0,2 auf 0,3 so würde der kritische c_a -Wert von 1,3 auf 0,85 heruntergehen.

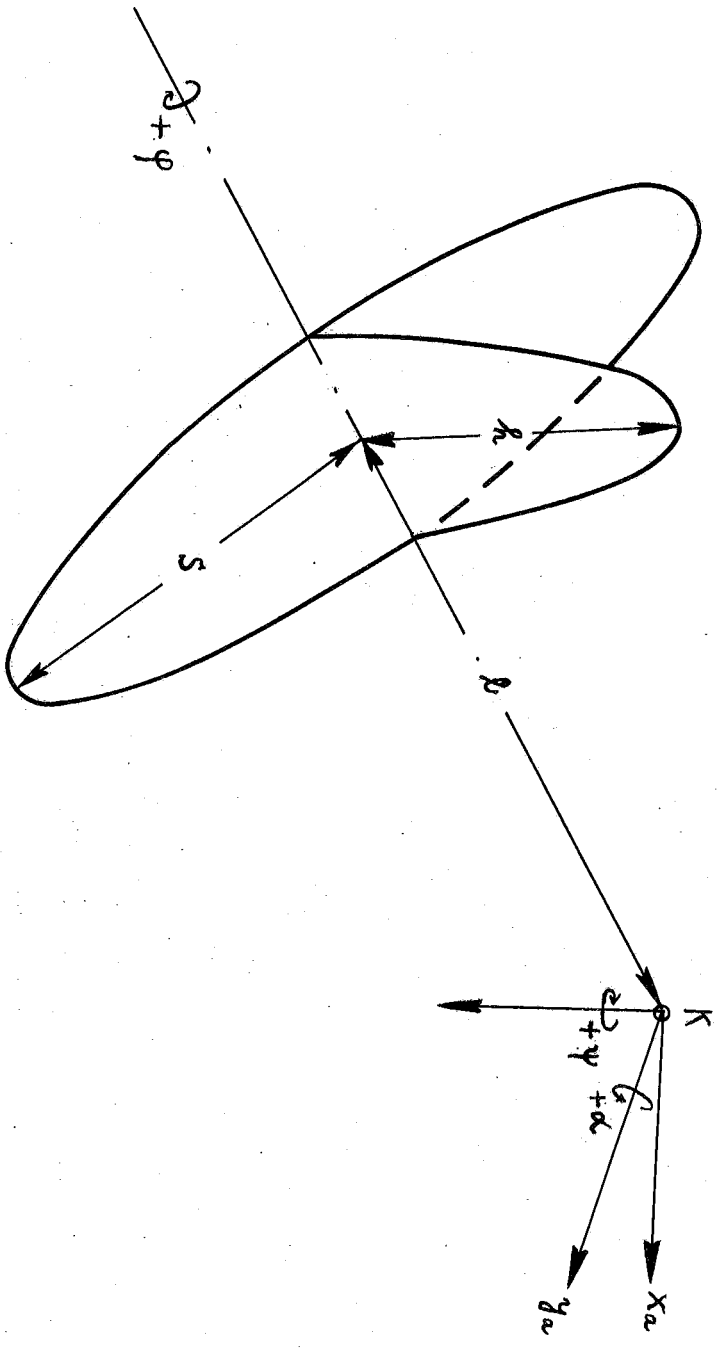
VII. Zusammenfassung.

Unter der Annahme, daß die Schleppmaschine stationär geradeaus fliegt und die Gleichgewichtsbedingungen für Kräfte und Momente in der Symmetrieebene eines Flugzeuganhängers dauernd erfüllt sind, wurde die Seitenstabilität der Bewegung des Anhängers nach der Methode der kleinen Schwingungen untersucht. Aus den Routhschen Stabilitätsbedingungen konnten Beziehungen zwischen den Beiwerten der Schiebeseitenkraft $c_{q\beta}$ und des Schieberollmomentes $c_{L\beta}$ hergeleitet werden, die sich als Stabilitätsbereiche in $c_{q\beta}$, $c_{L\beta}$ -Diagrammen darstellen lassen. Dabei wird die eine Grenze der Bereiche durch die Bedingung $c_{L\beta} > 0$, die andere durch die Kurve $c_a = \text{const.}$ gegeben. An Hand einer Folge solcher Diagramme kann der Einfluß der verschiedenen flugmechanischen Beiwerte auf die Stabilität übersehen werden.

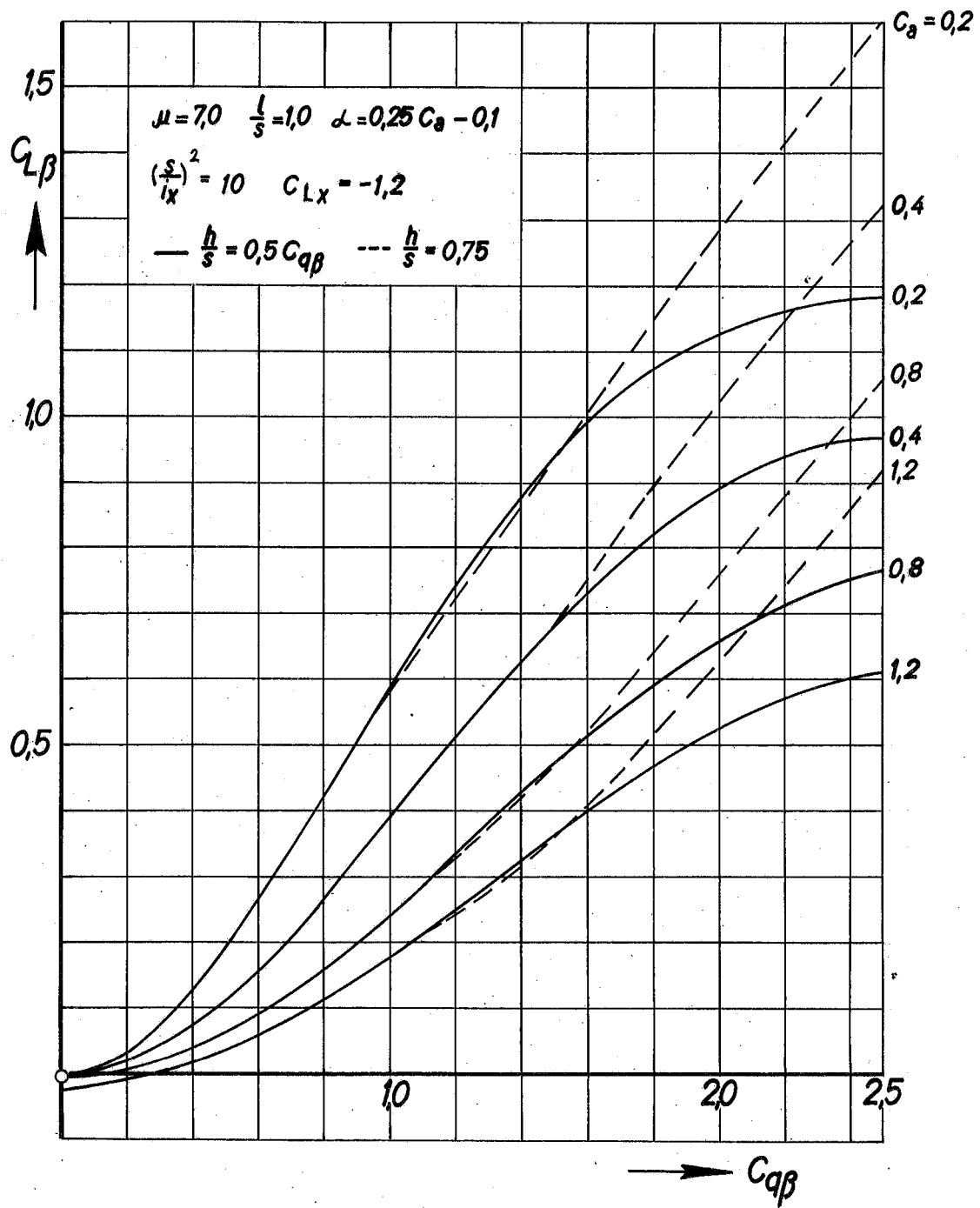
Für jeden Anhänger gibt es eine kritische Minimalgeschwindigkeit.

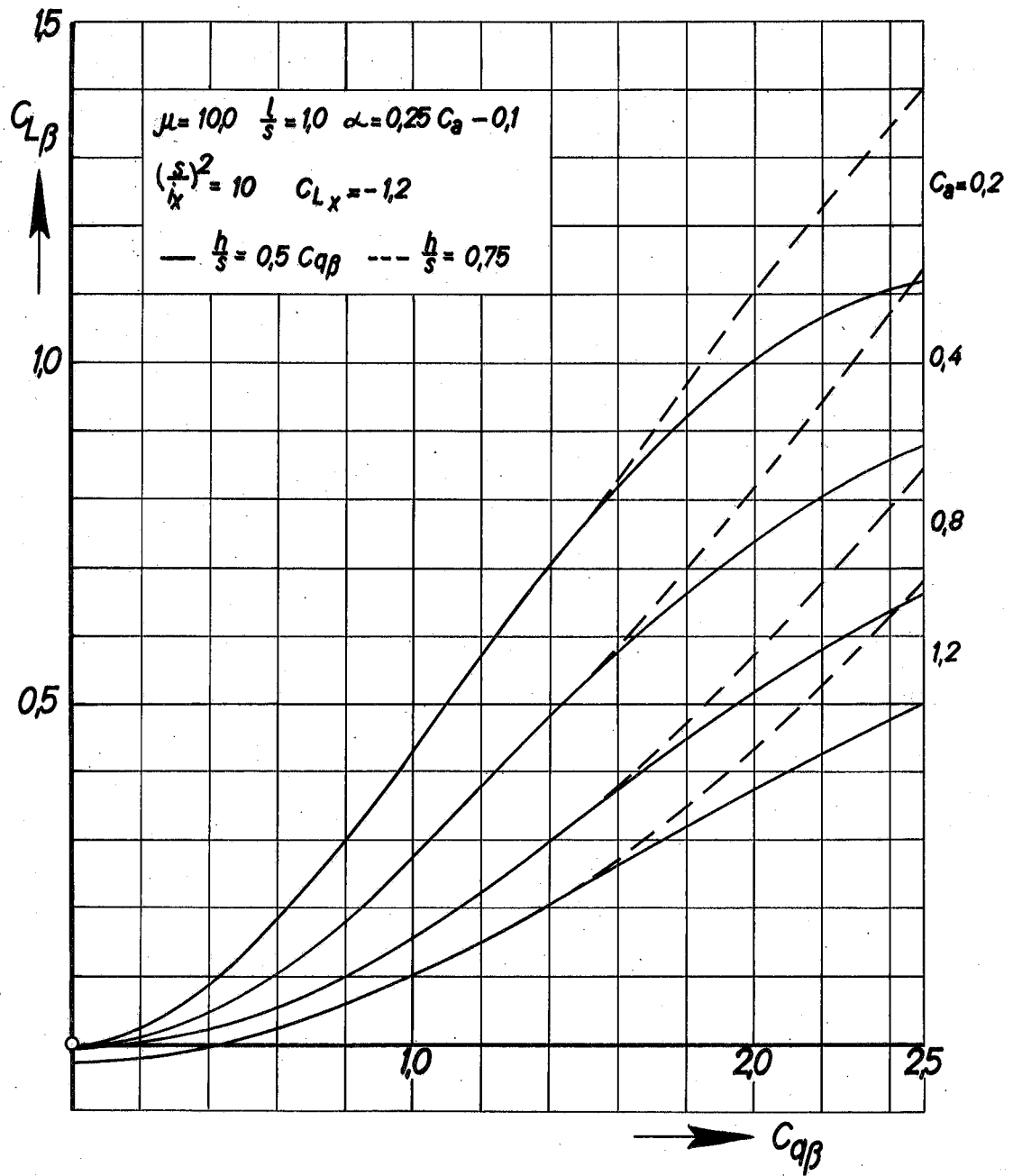
Vergrößerung der Schiebeseitenkraft, der Rolldämpfung, des Längsneigungswinkels des Anhängers und des Widerstandes, sowie Verkleinerung des positiven Schieberollmomentes wirken sich günstig auf die Stabilität aus.

Eine weitere Folge von c_a , $c_{L\beta}$ -Diagrammen, in denen die Kurvenscharen $c_{q\beta} = \text{const.}$ gezeichnet sind, gestattet, für weitgehend verschiedene Anhängertypen die kritischen c_a -Werte abzuschätzen.



Bezeichnungen





$\frac{1}{2} = 8,5, \frac{2}{8} = 0,5, \alpha = 0,25 C_a = 0,1$

$\frac{1}{L_x} = 10, \quad L_p = -0,6$

$\frac{h}{s} = 0,5 y_v \quad \frac{h}{s} = 0,75$

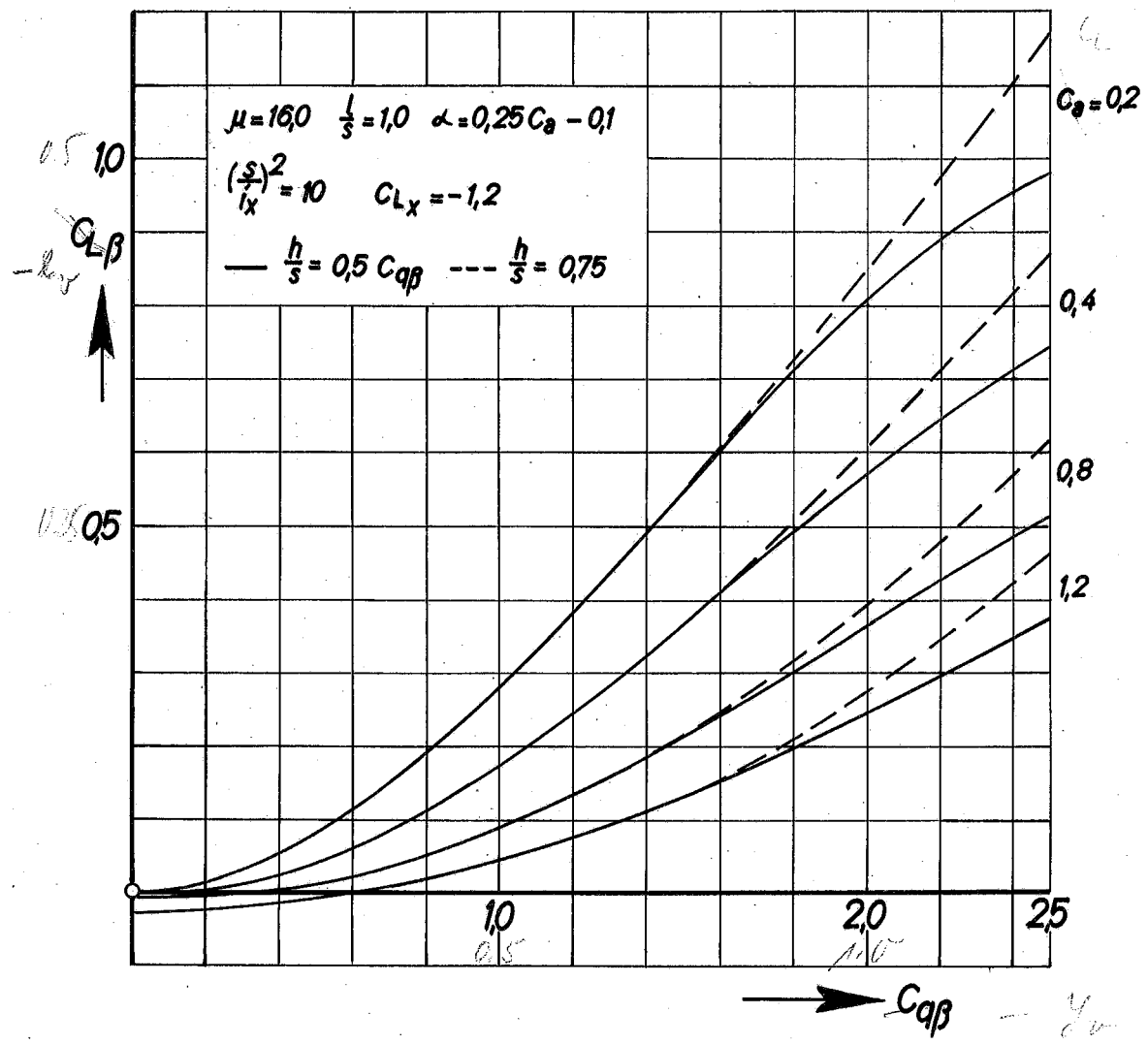
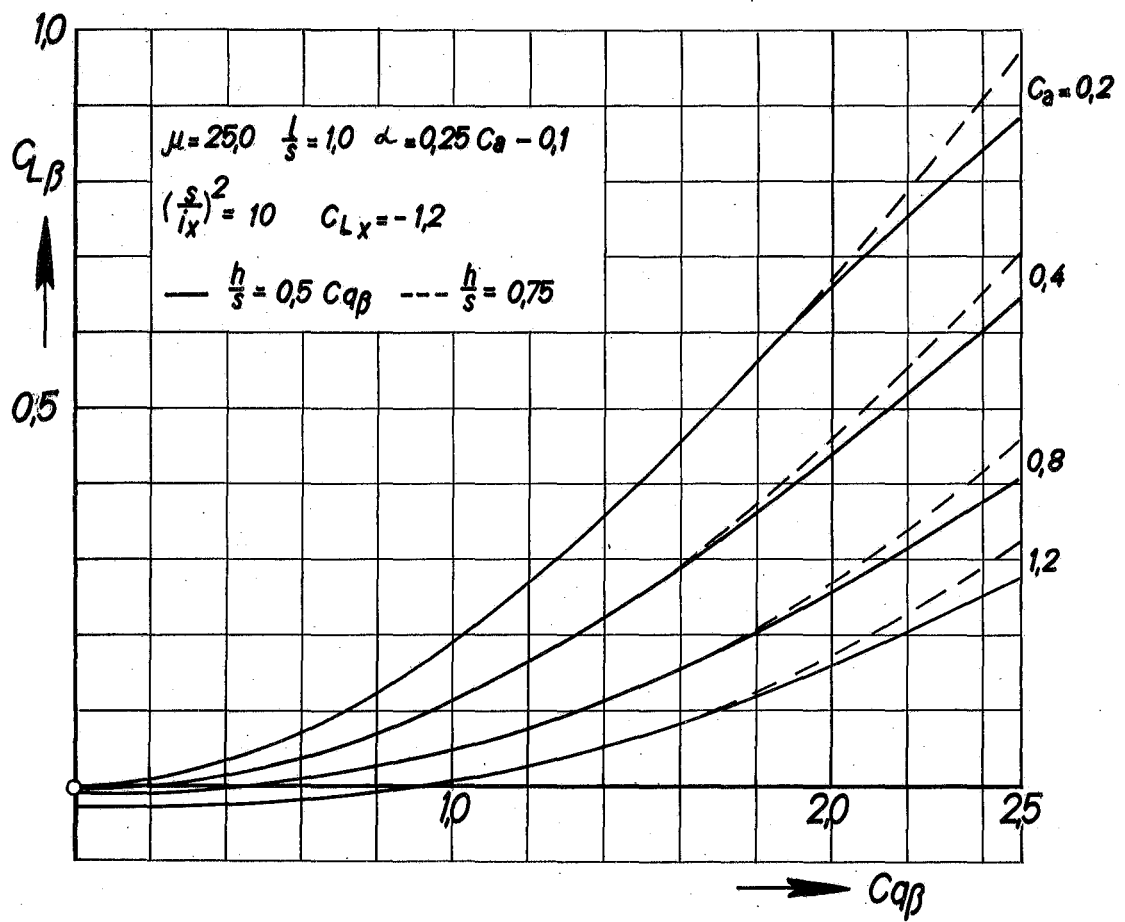
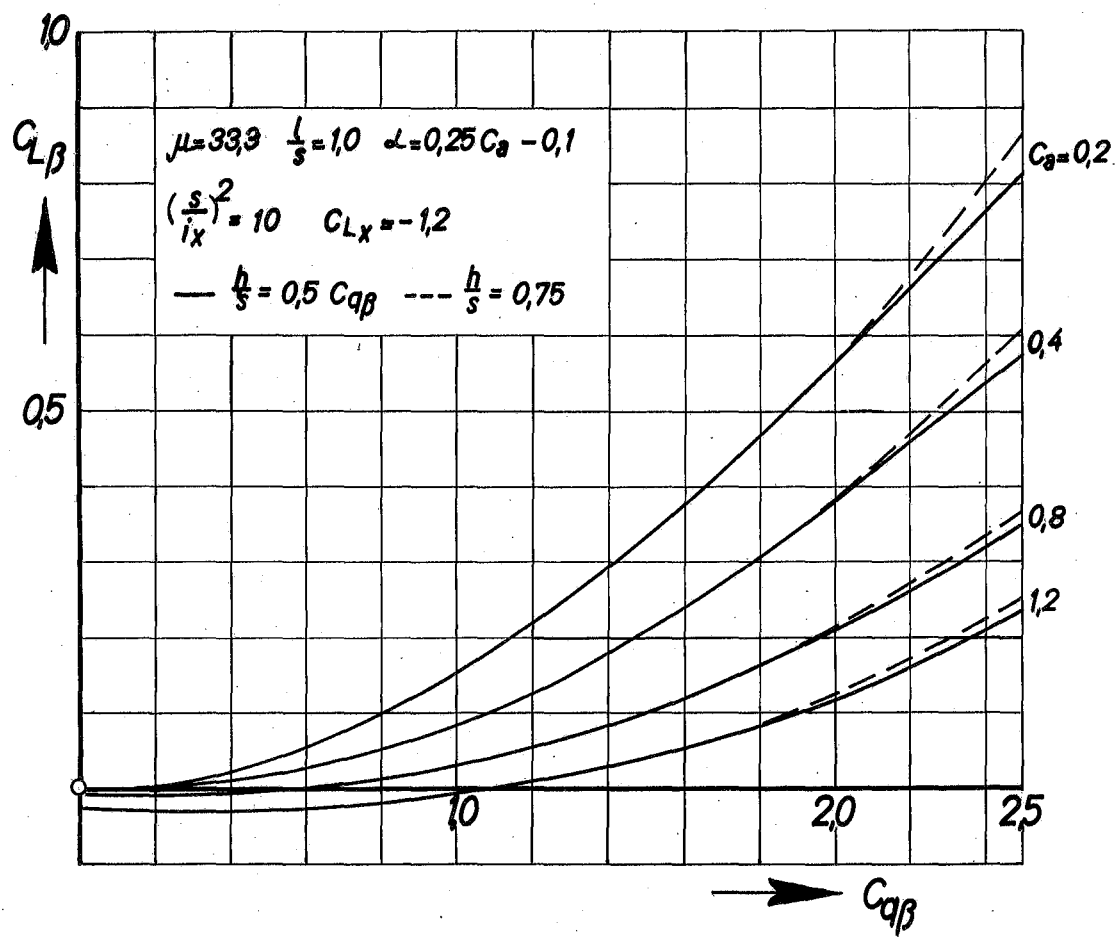


Abb 3-5 Stabilitätsgrenzen, dargestellt durch Abhängigkeit des Stabilitätsmomentes von der Schubsenkreiskraft. Stabilität sind die Bereiche zwischen Abszissenachse und den Kurven $C_{0\beta} = \text{const}$.

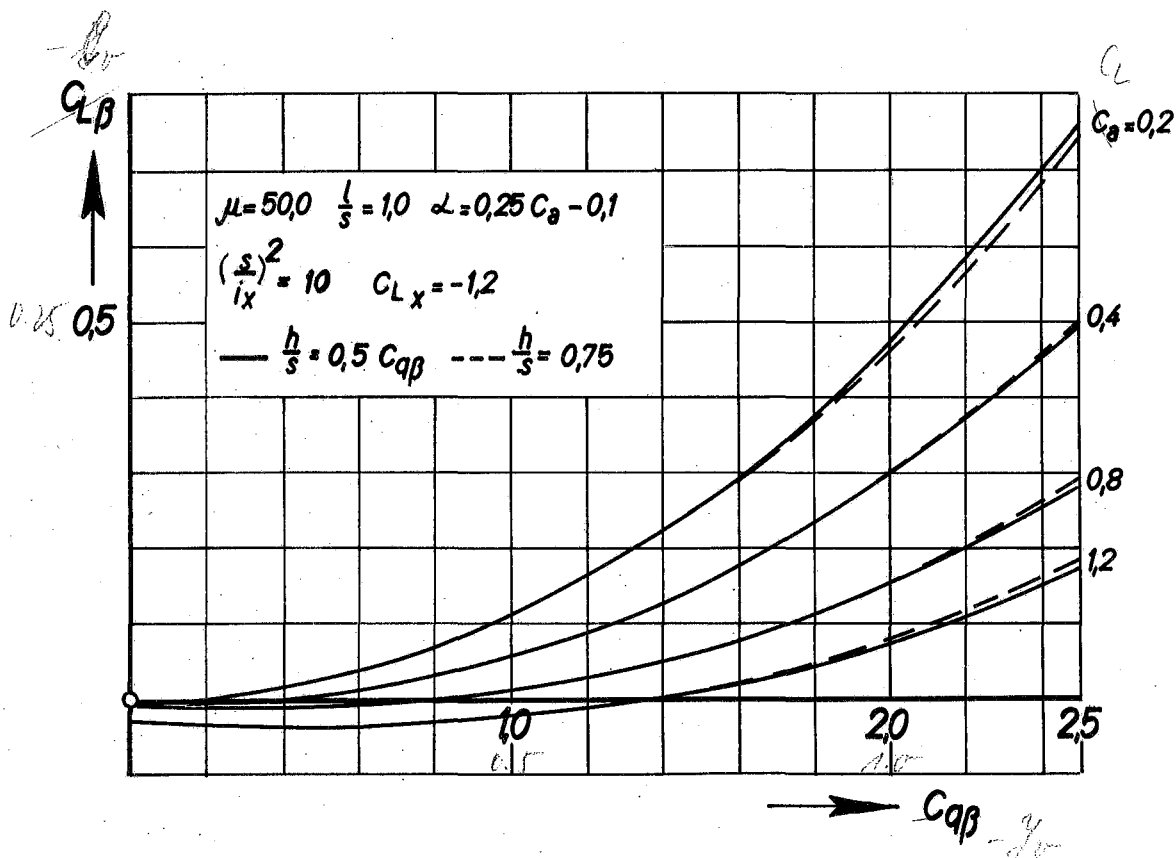


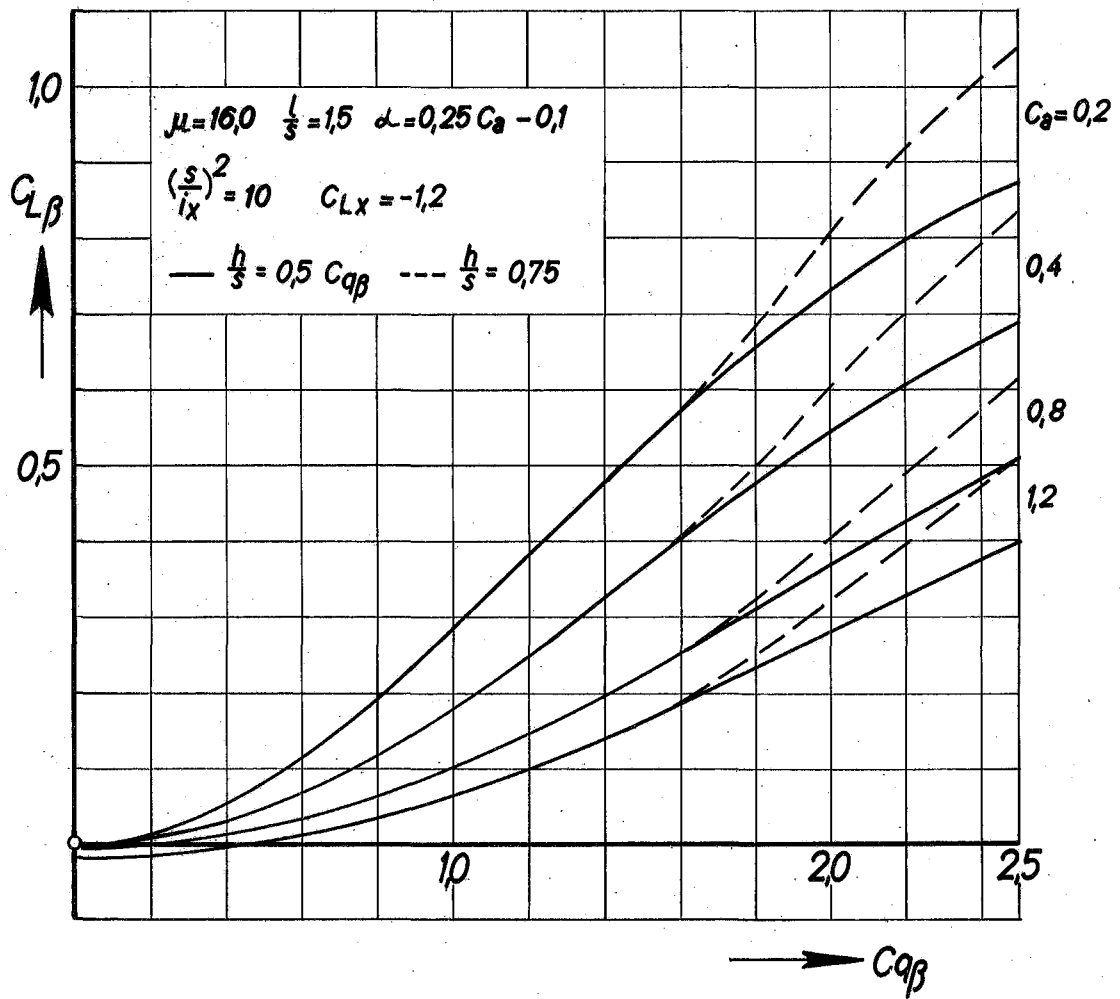


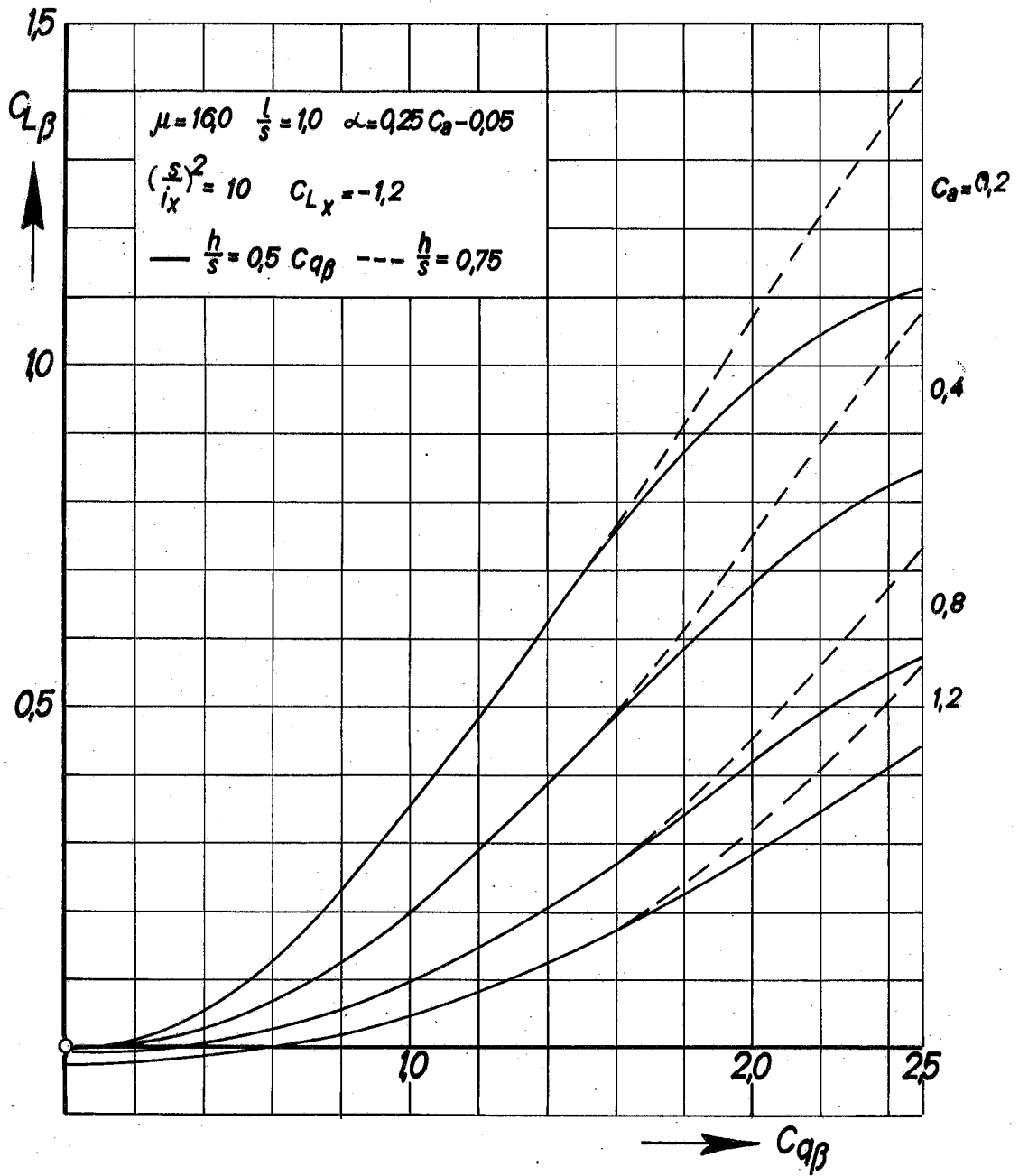
$\mu = 25,0 \quad \frac{l}{b} = 0,5 \quad \alpha = 0,35 C_L - 0,1$

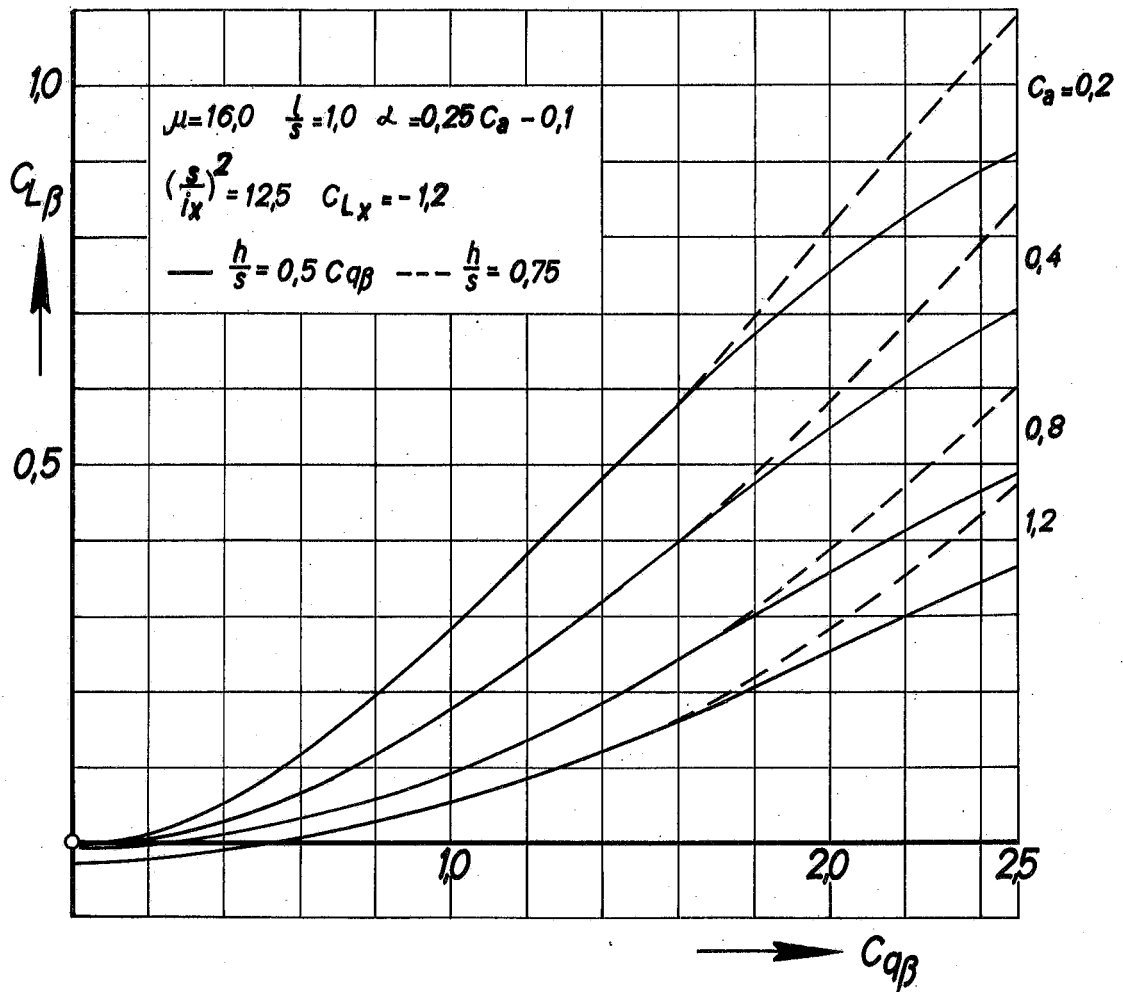
$\frac{1}{C_A} = 10 \quad C_p = -0,6$

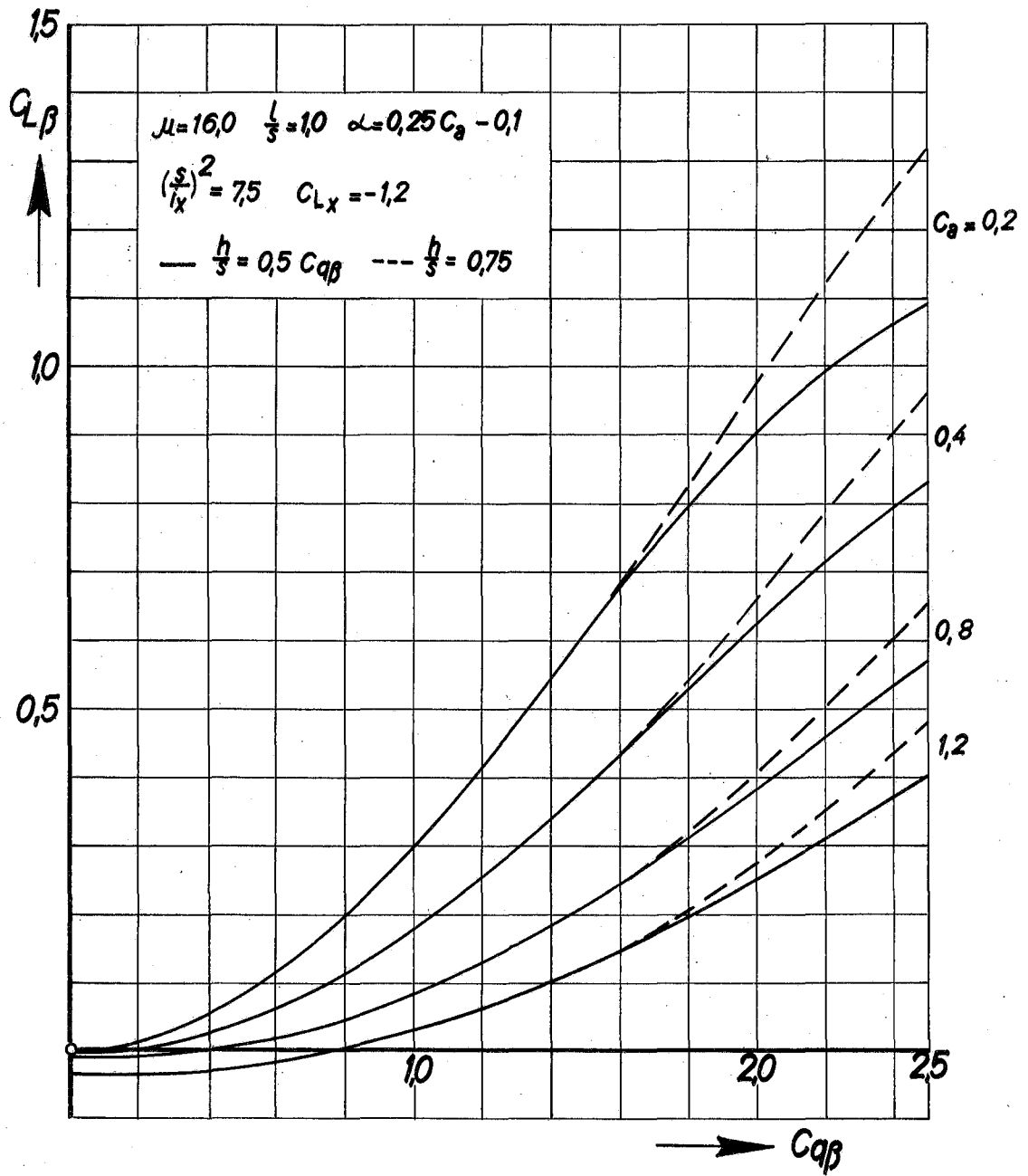
$\frac{h}{b} = 0,5 \quad \frac{h}{s} = 0,75$

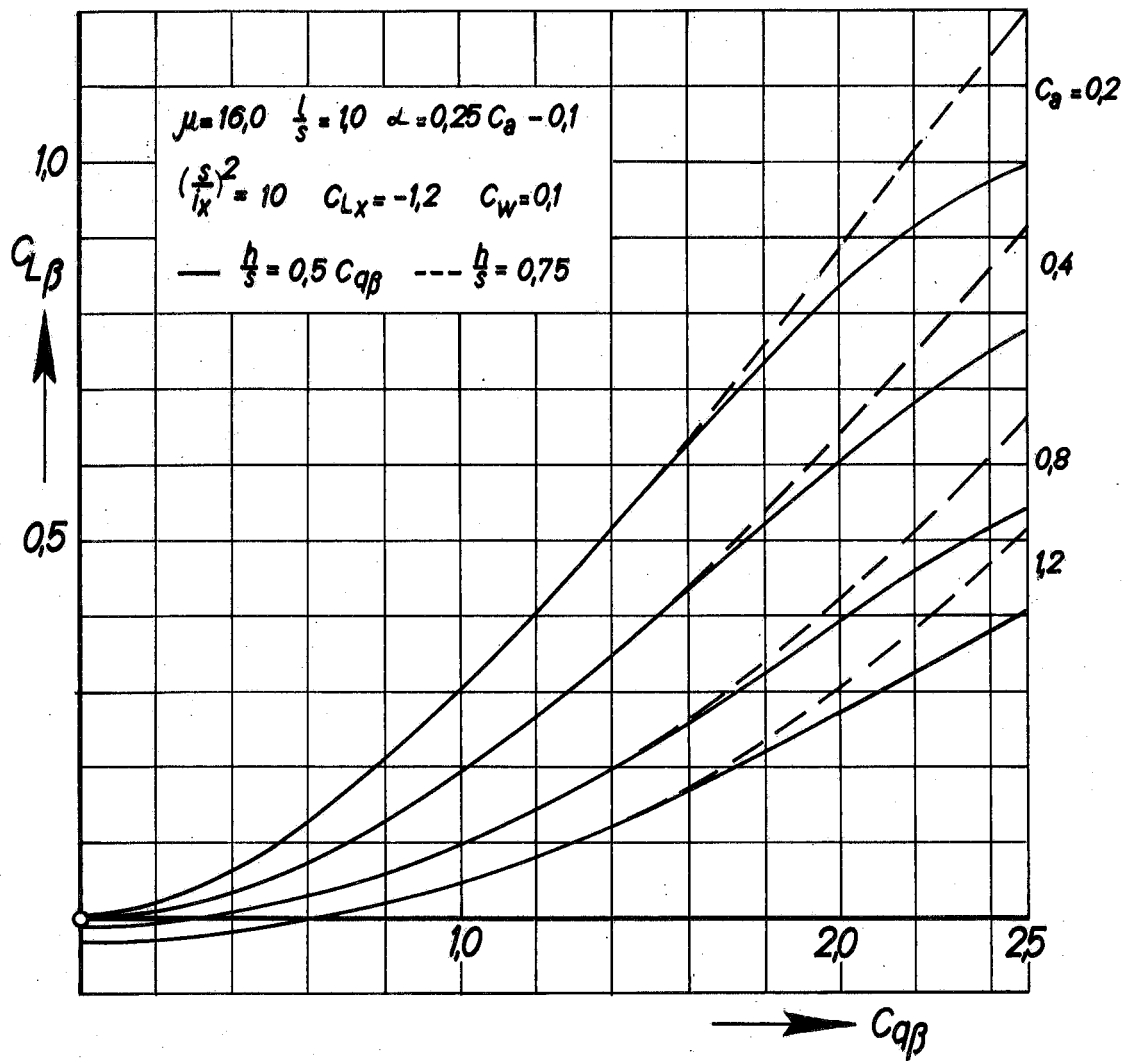








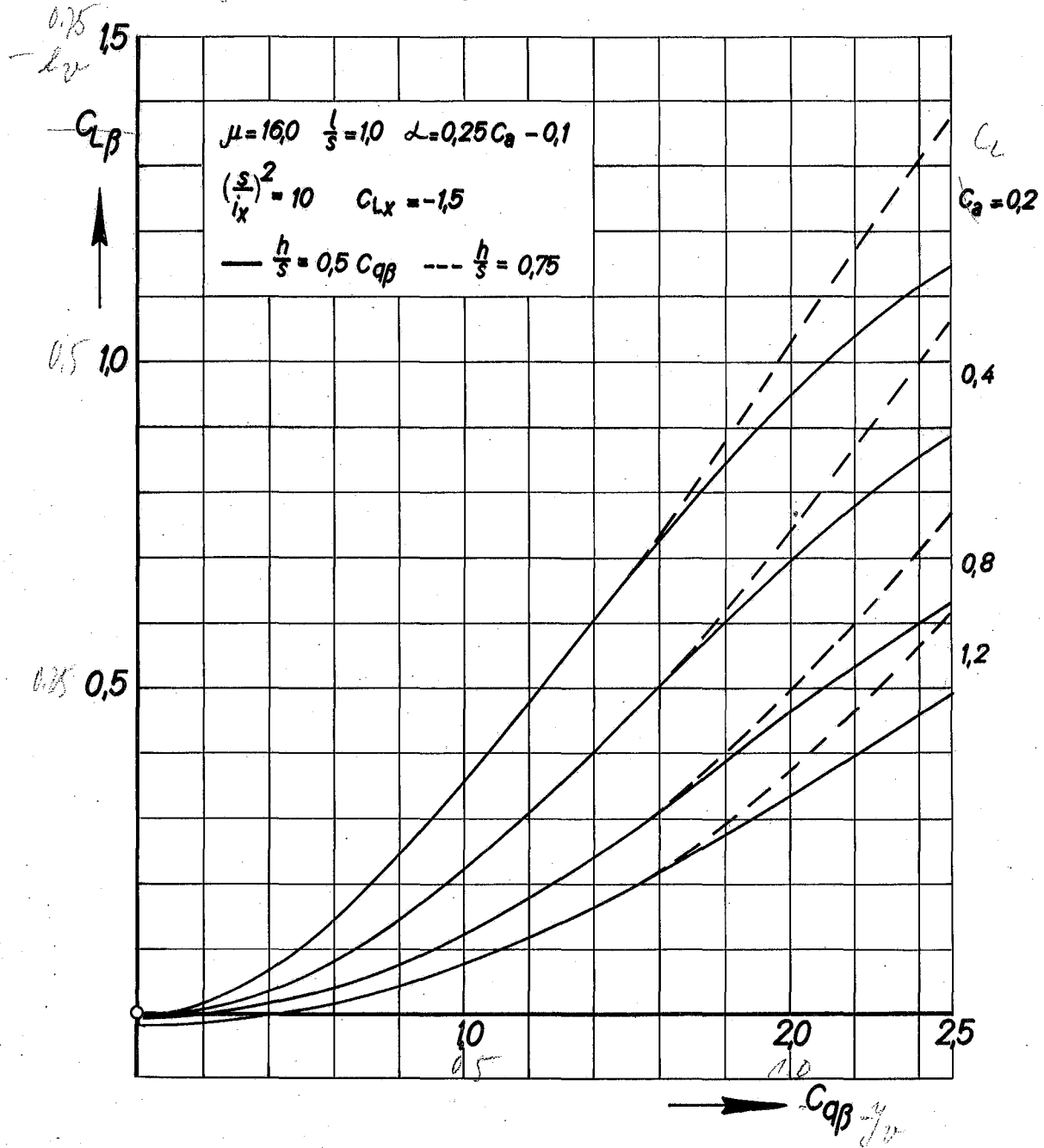


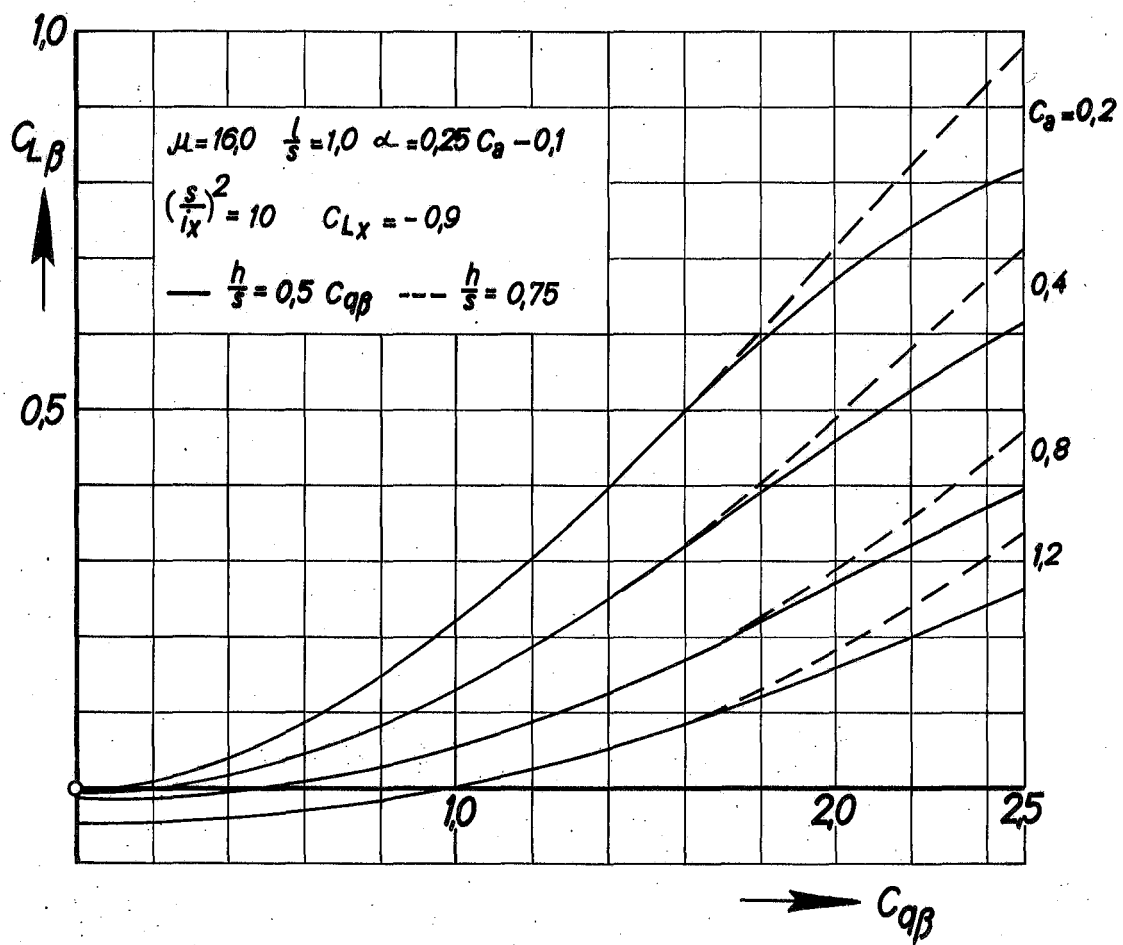


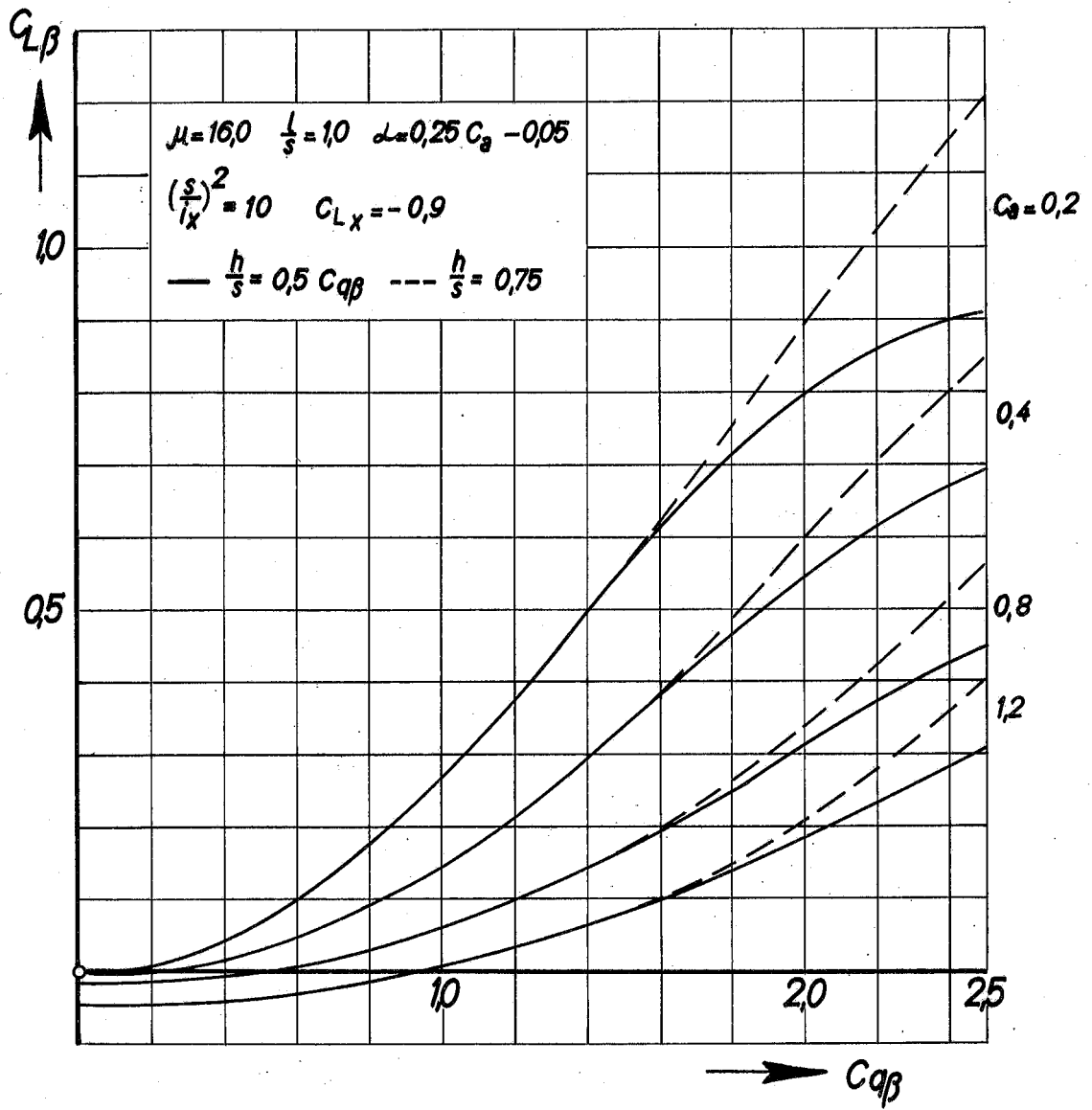
$\mu = 8,0 \quad \frac{l}{b} = 0,5 \quad \alpha = 0,25 C_L - 0,1$

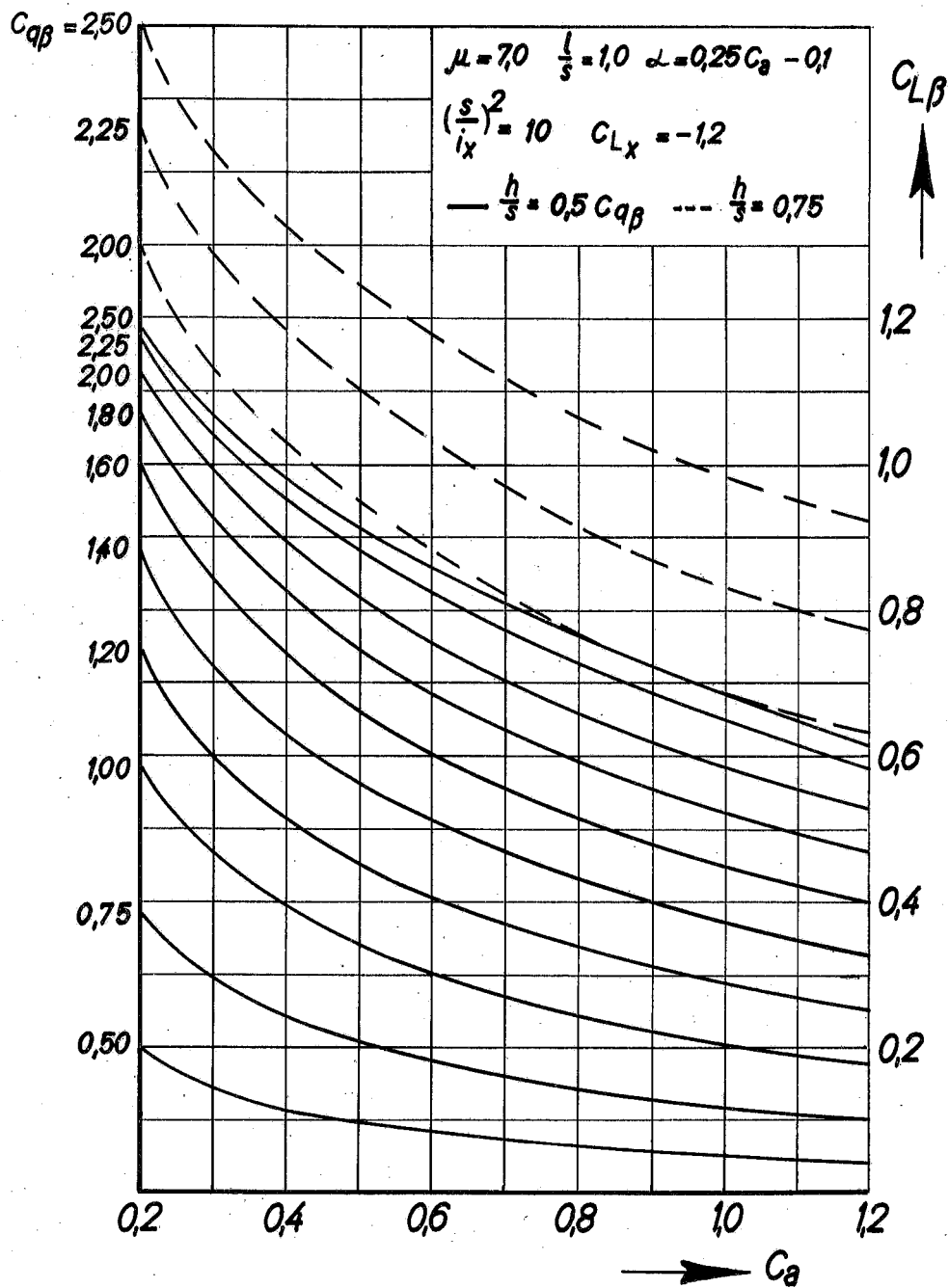
$\frac{l}{i_A} = 10 \quad k_p = 0,75$

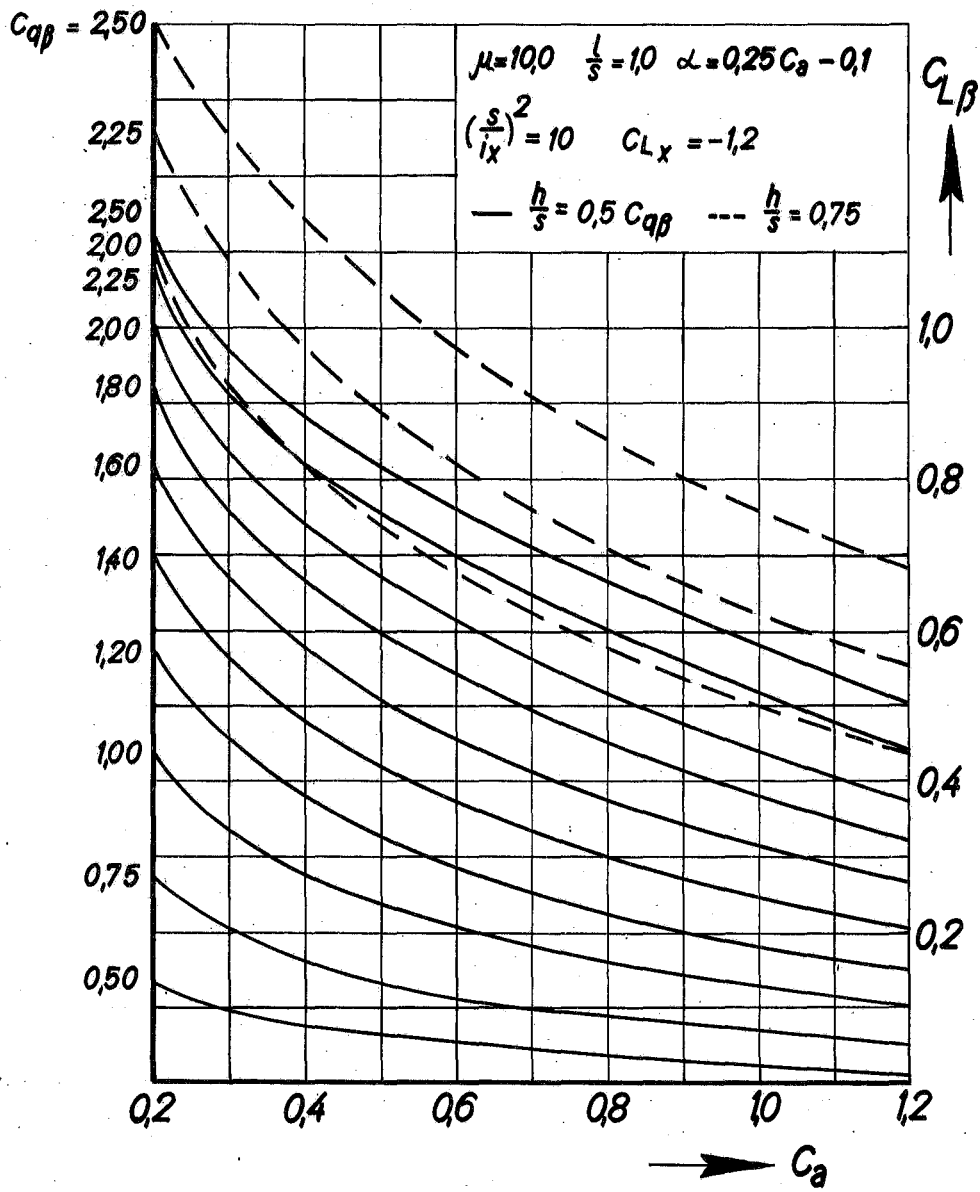
$\frac{h}{b} = 0,5 \gamma_v \quad \frac{h}{a} = 0,375$











mu=8
Langmuir Wert ③

3/2

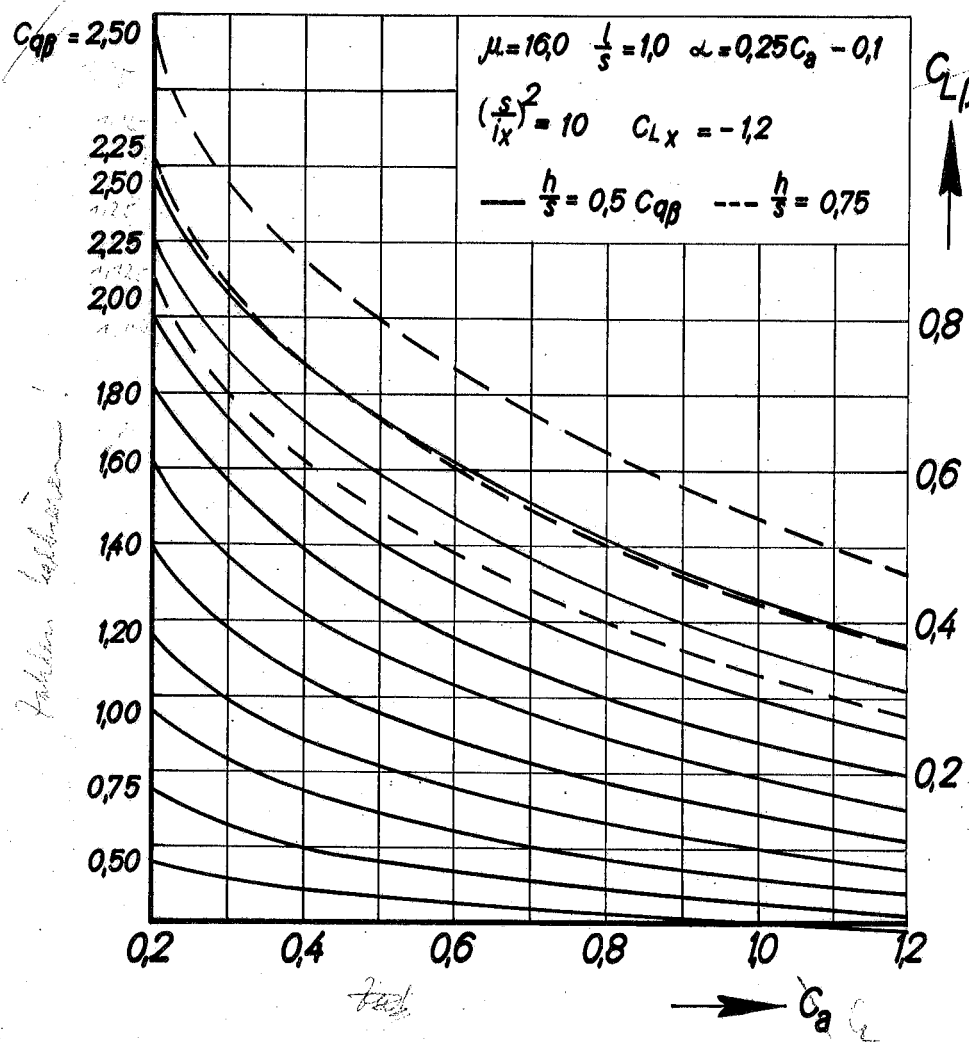
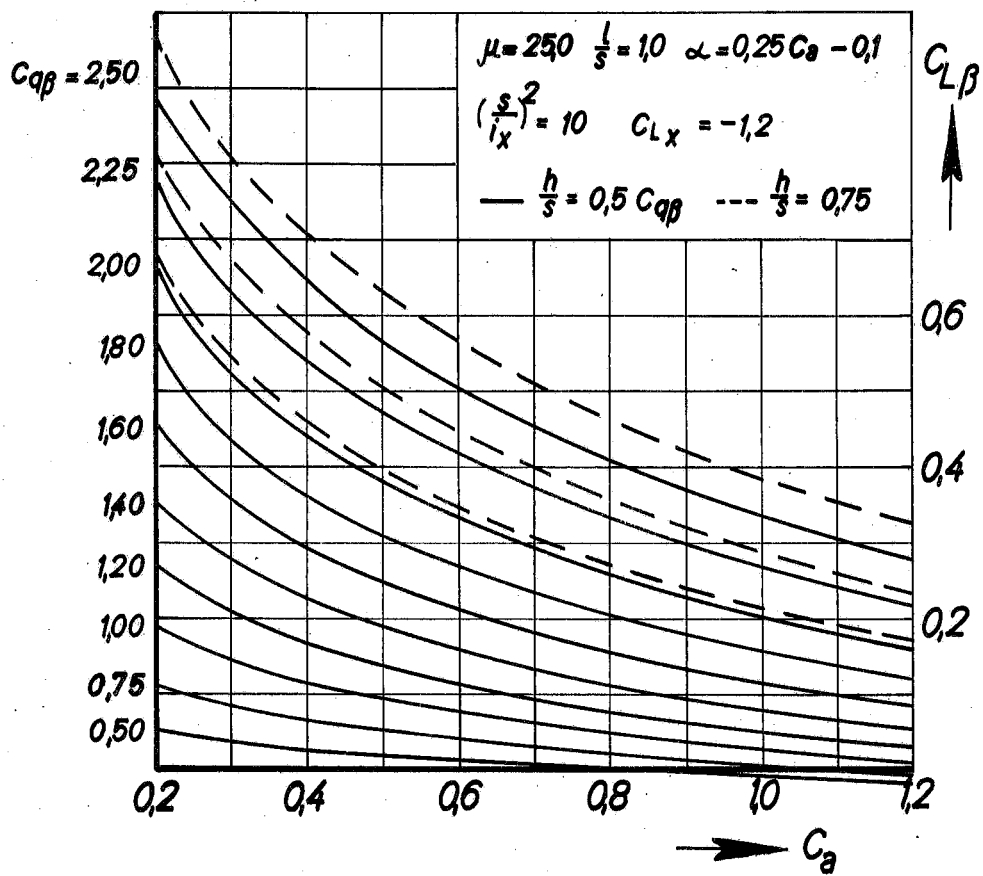
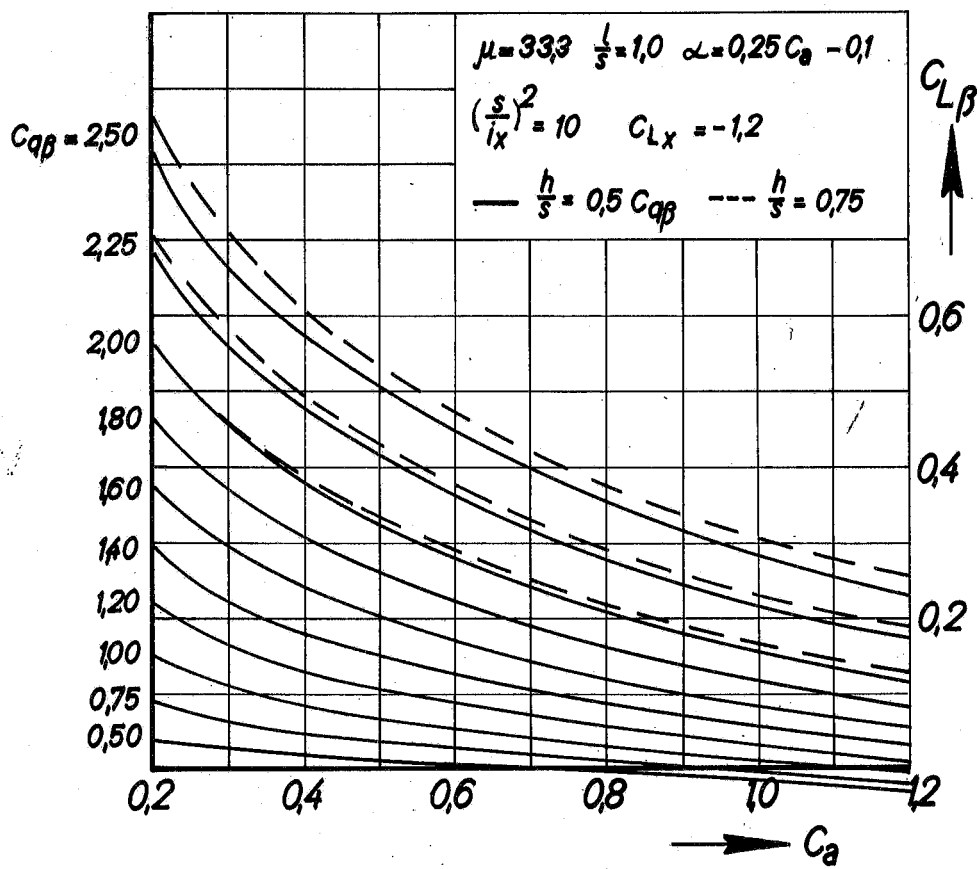


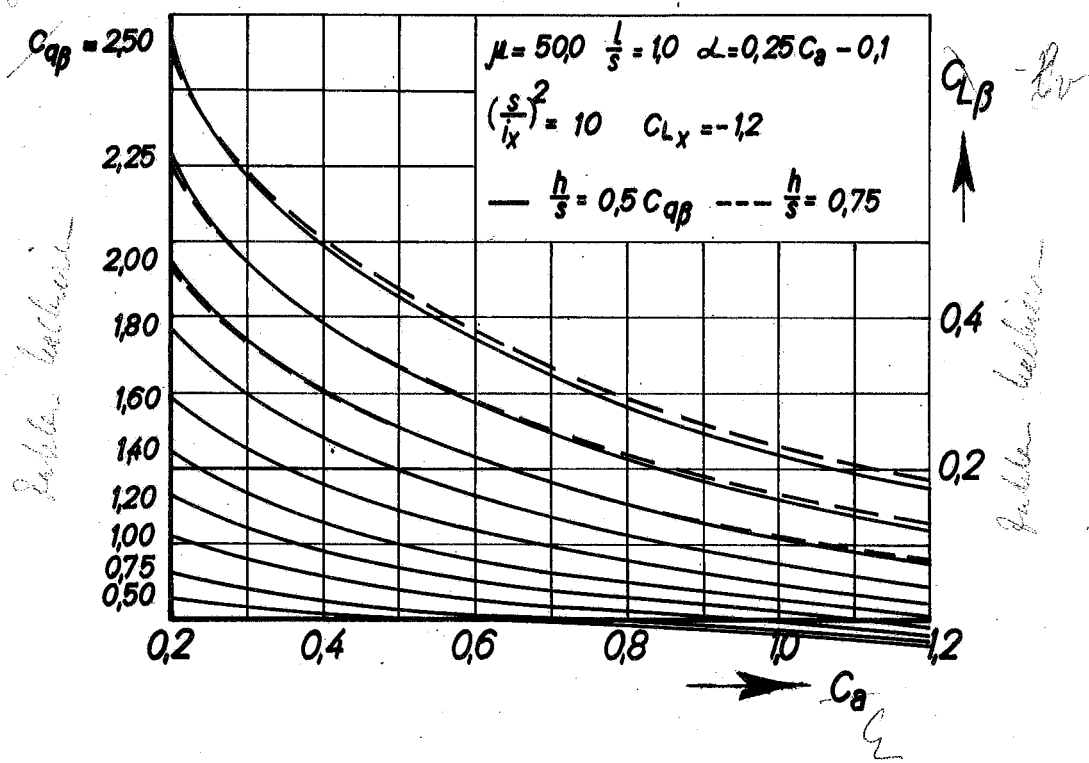
Abb. 6-8 Zur Abschätzung der kritischen C_L Werte

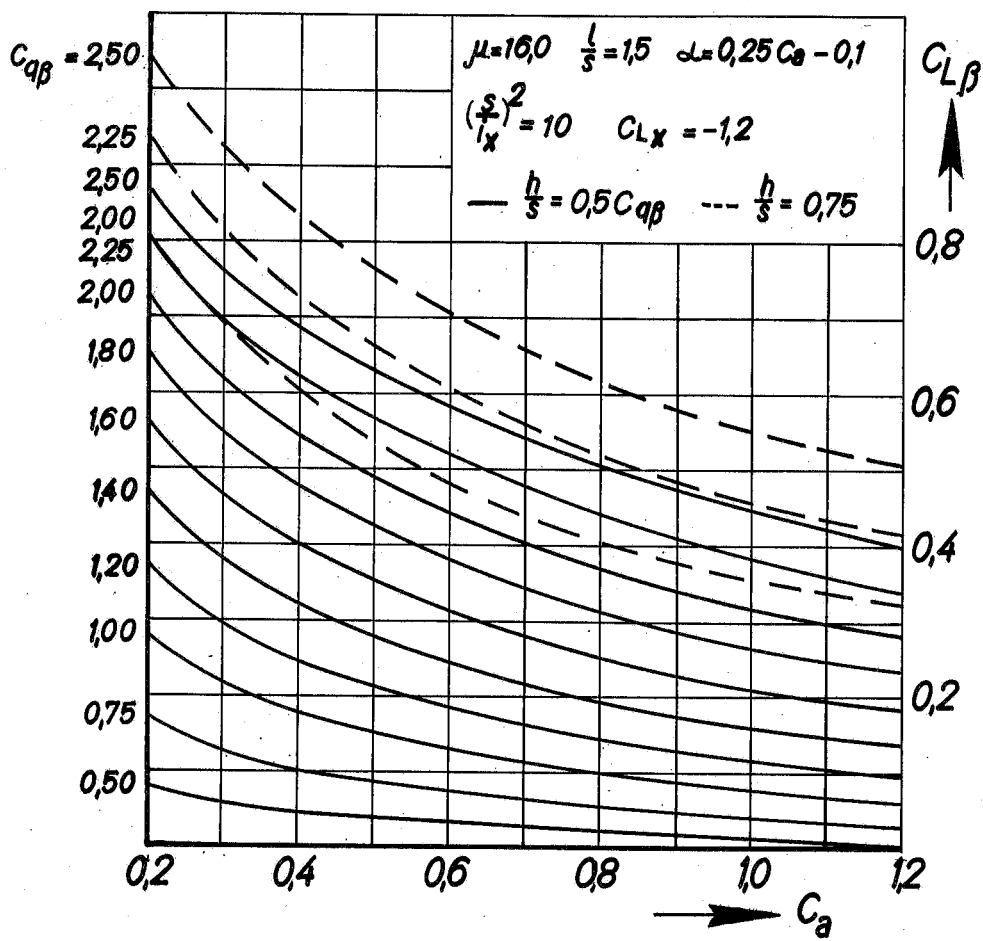


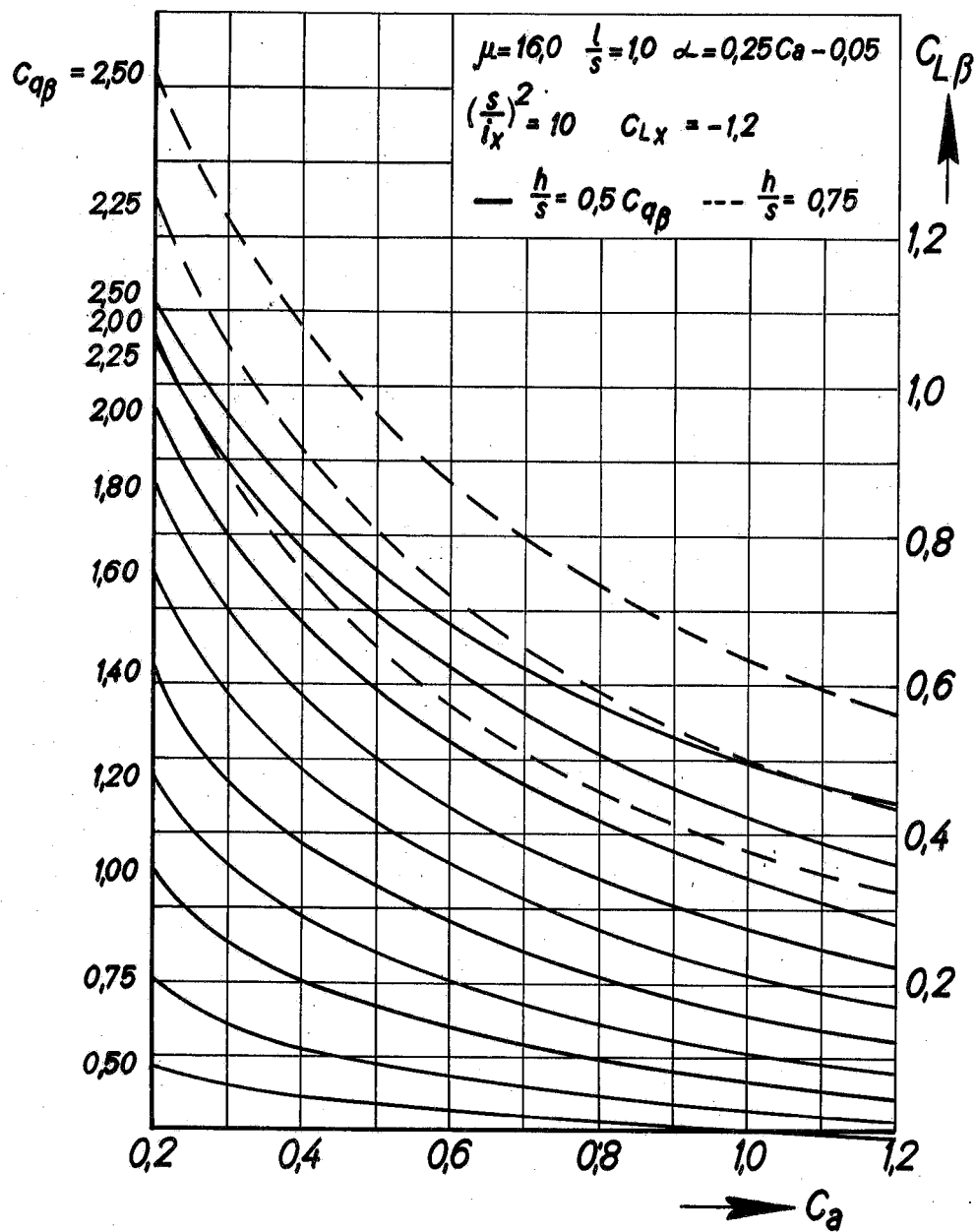


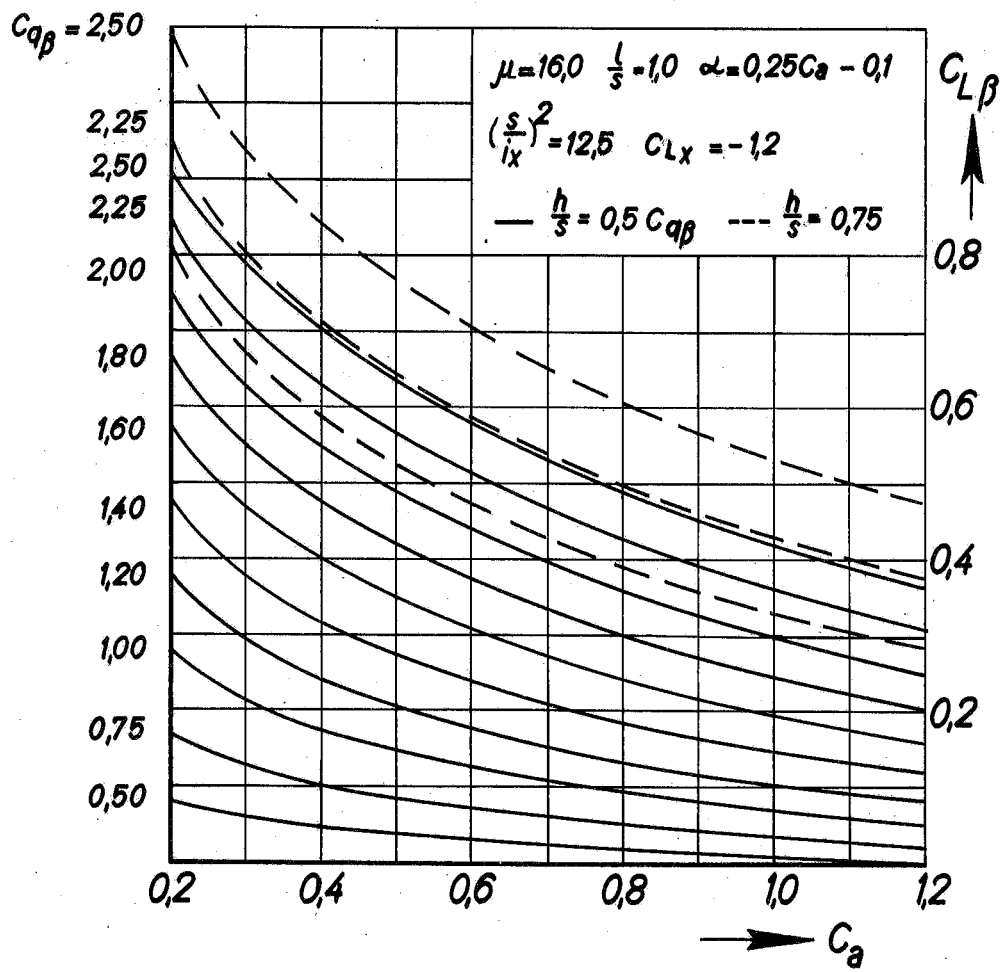
multifurcation chart

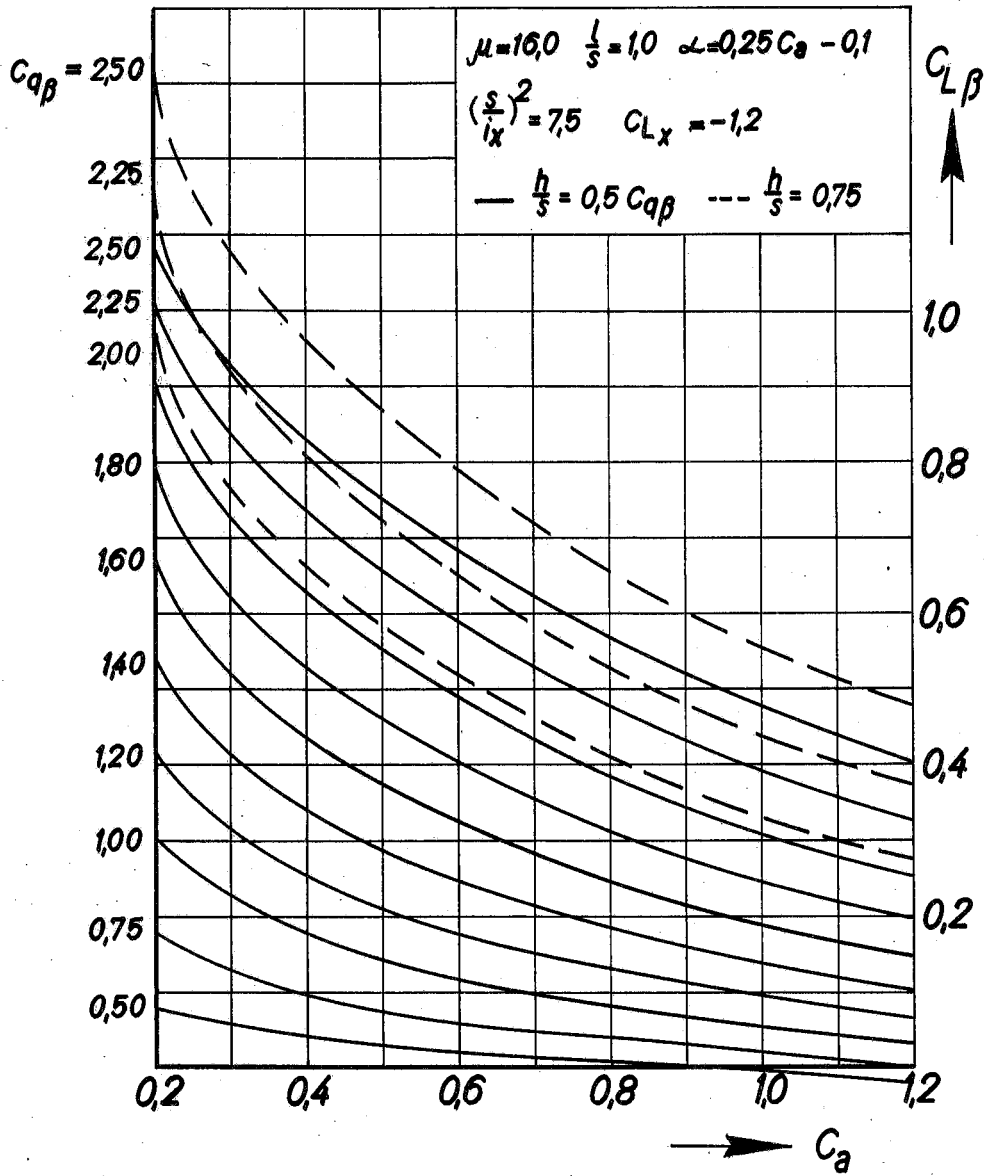
yo

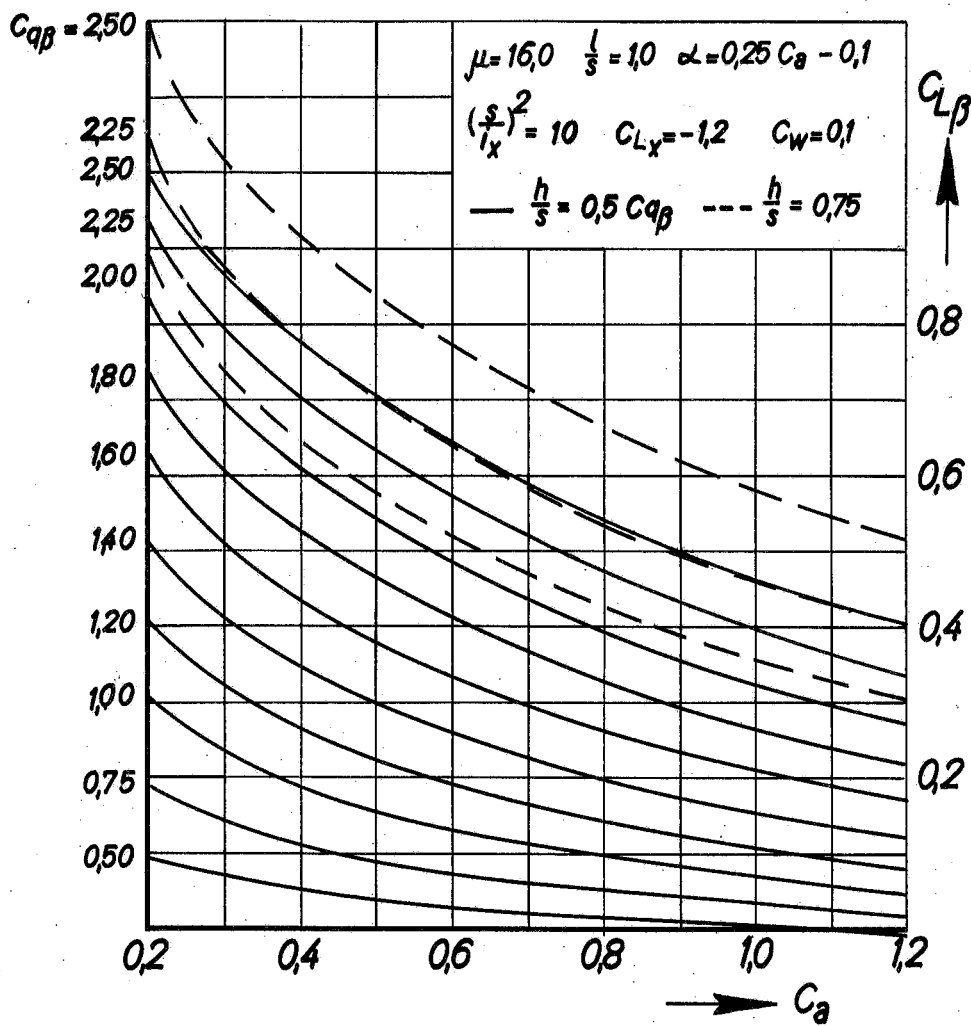




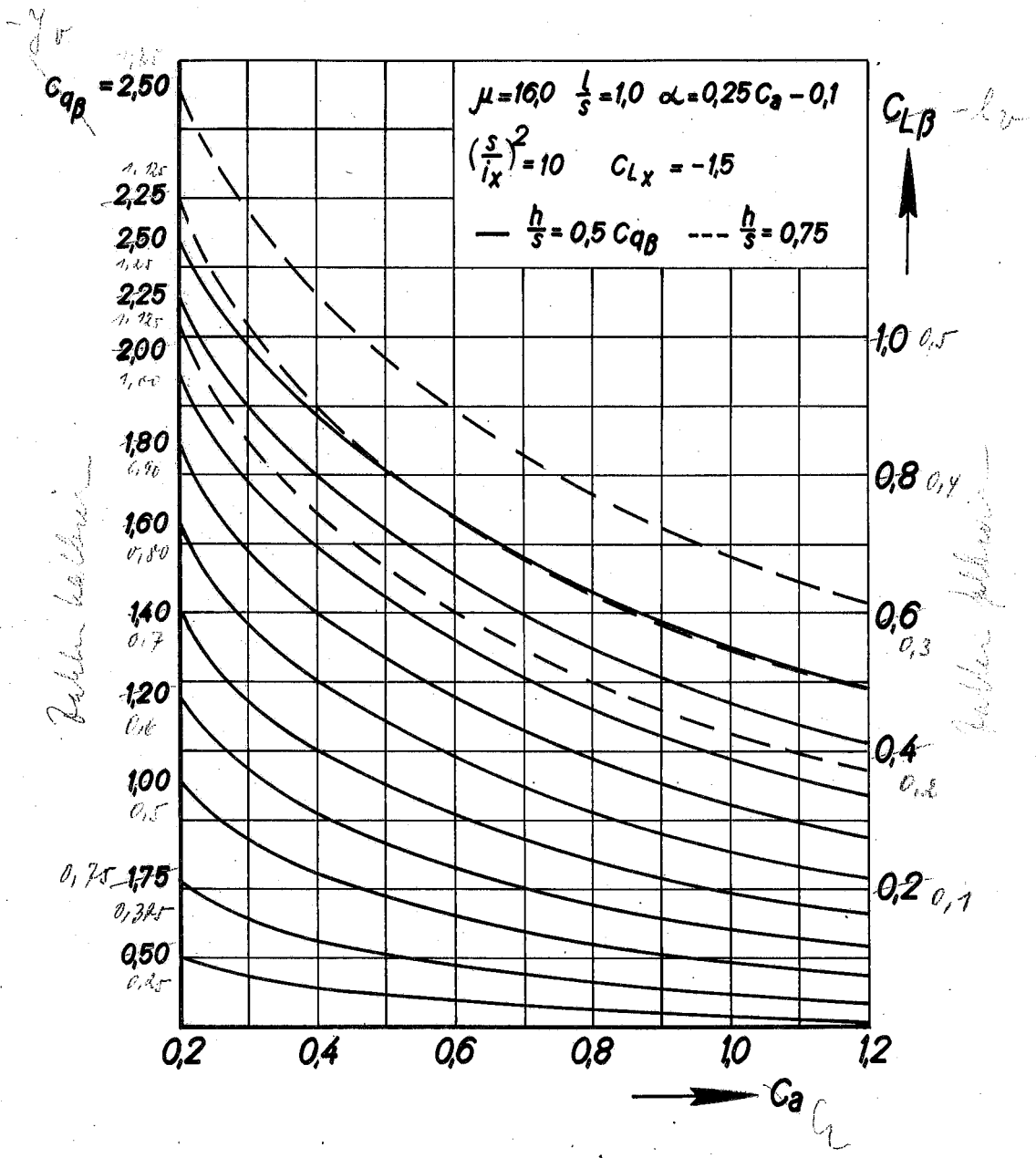


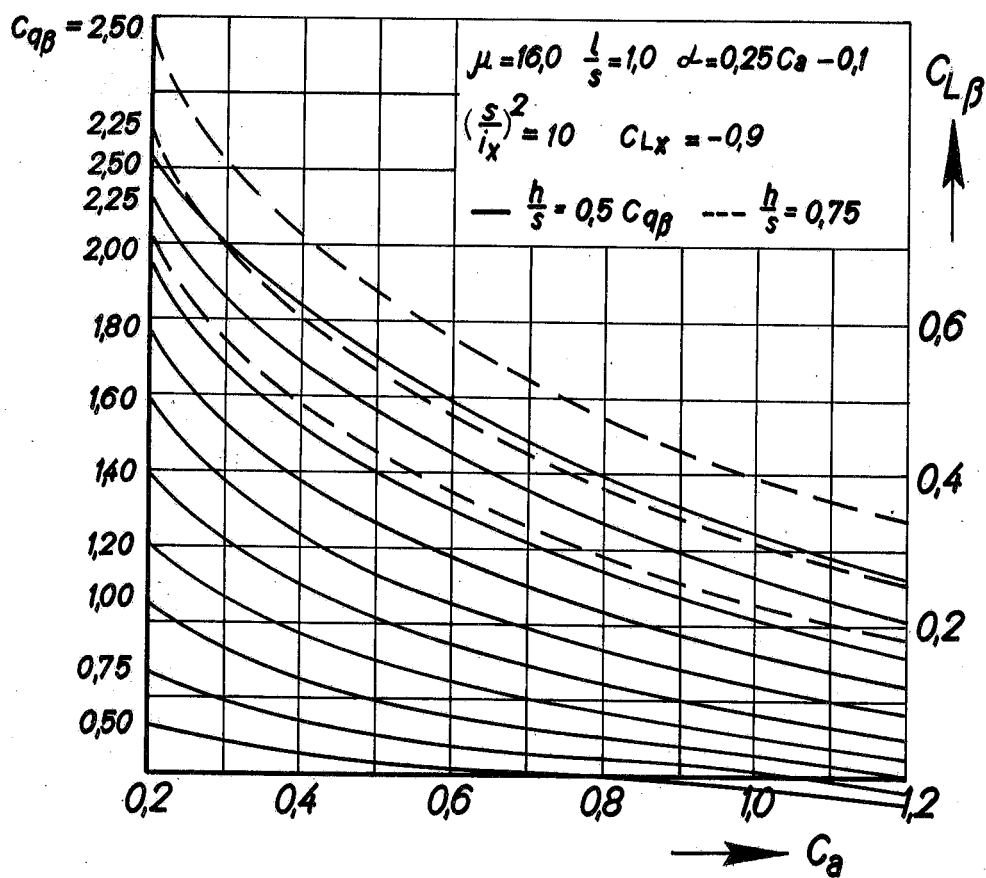


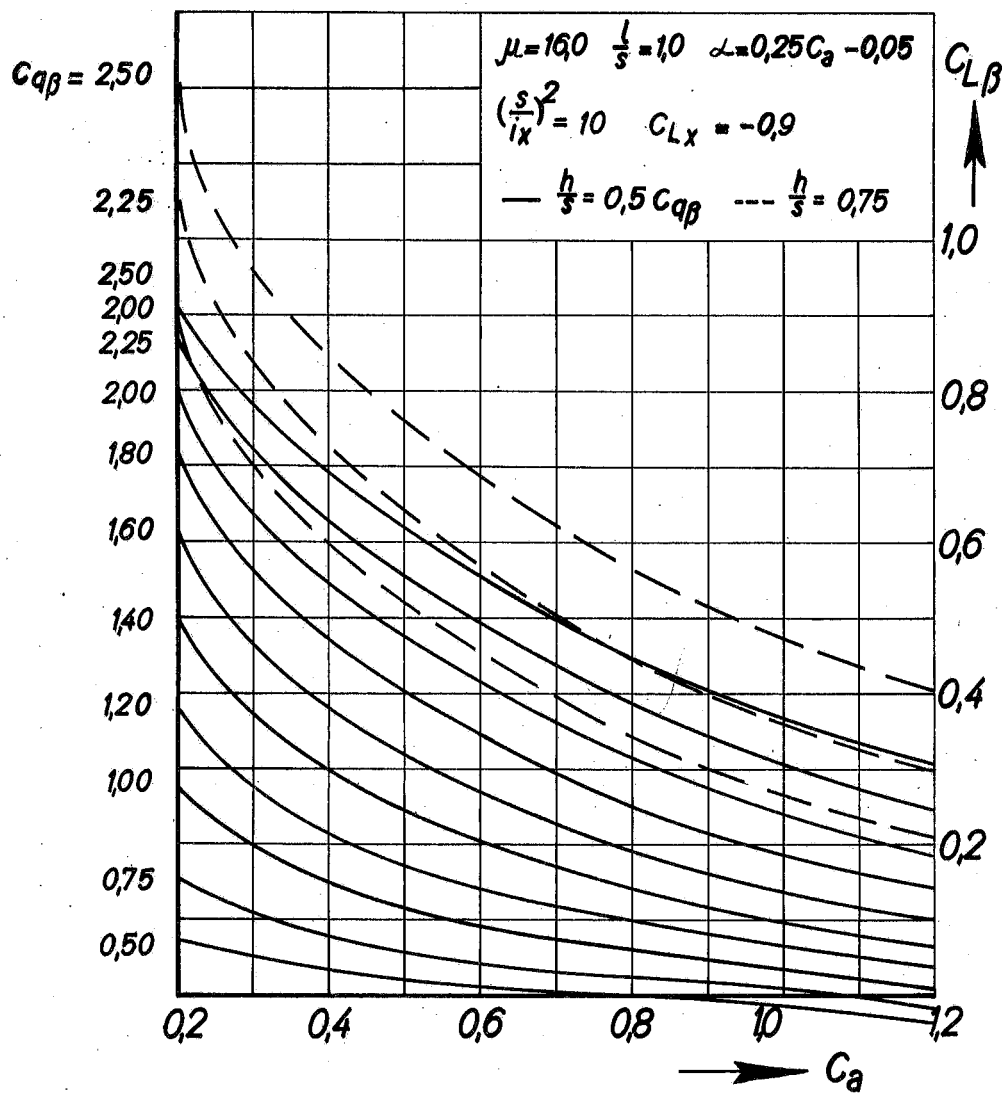




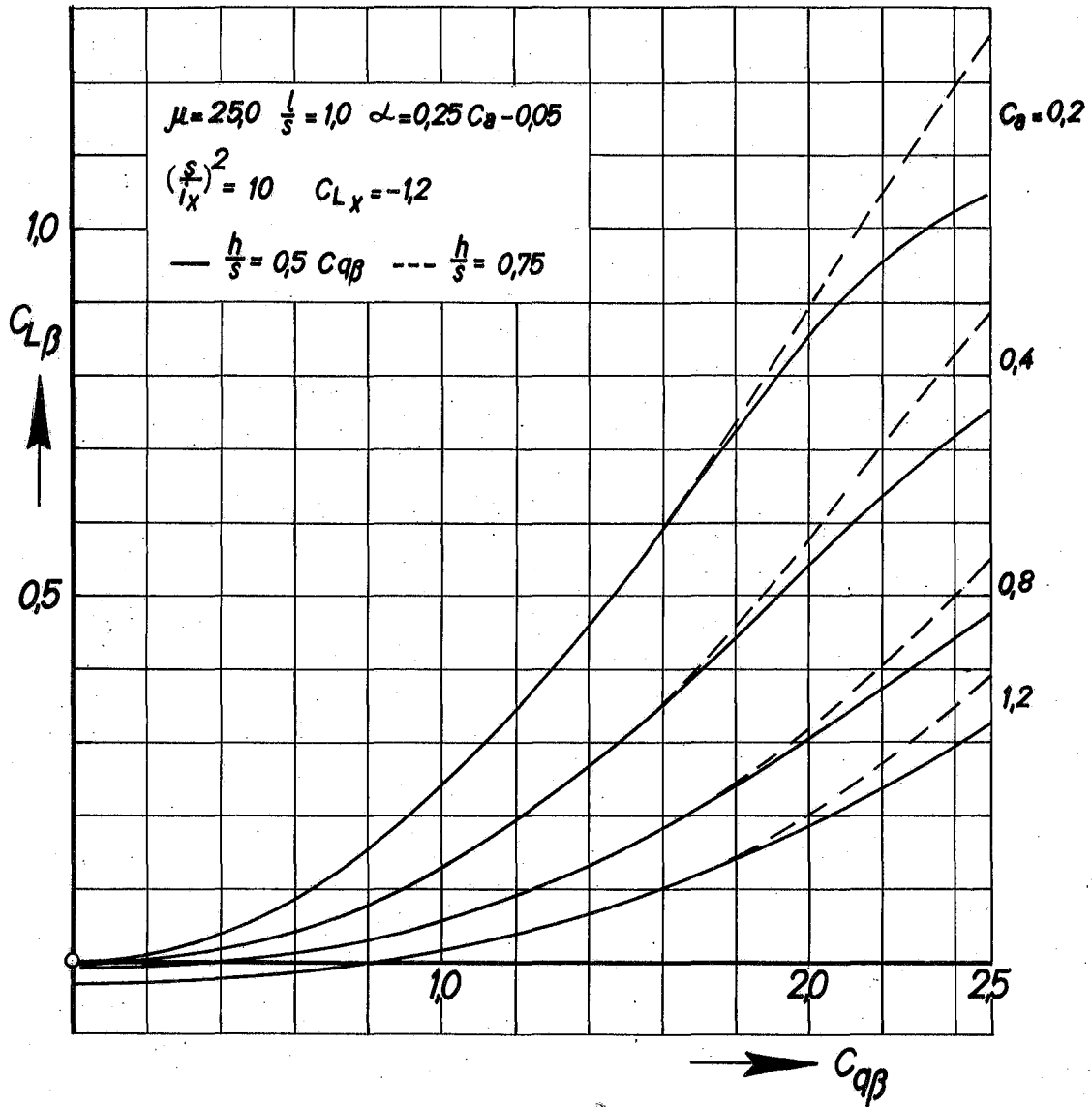
anlytisch Markt-5



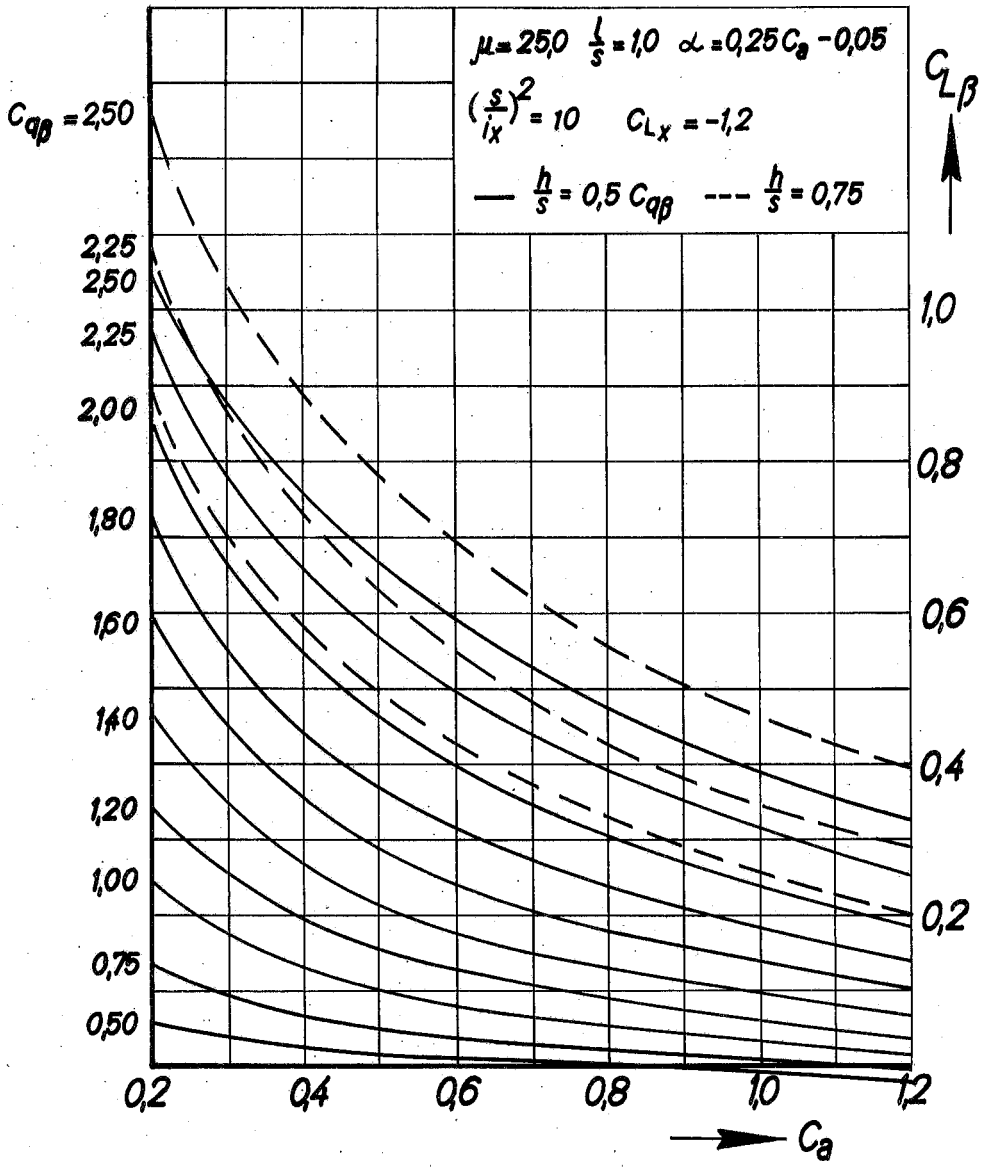




15.9



Handwritten note: $\frac{h}{s} = 0.5 C_{q\beta}$



Luft verfahren