

Hilfsdiagramm zur näherungsweise Luft-
schraubenrechnung mittels Polaren.

Uebersicht: In der Arbeit "Ueber näherungsweise Luftschraubenrechnung mittels Polaren" gibt K.N.Kramer ein Rechenschema an, in dem zur Ermittlung von α_1 eine Iteration erforderlich ist. Zu deren Vermeidung wurden Kurvenblätter entwickelt, welche graphisch die zur α_1 -Ermittlung dienenden Gleichungen zu lösen gestatten und damit α_1 unmittelbar ergeben, wenn die Werte k_g , k_l und λ bekannt sind. Für jede Flügelzahl ist ein Kurvenblatt erforderlich.

Der Bericht umfasst:

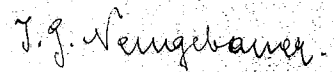
- 4 Seiten Text
- 1 Figurenblatt
- 3 Kurvenblätter

Aerodynamische Versuchsanstalt Göttingen E.V.
Institut Windkanäle

Der Institutsleiter:


(R. Seiferth)

Der Bearbeiter:


(J.G. Neugebauer)

Göttingen, den 17.XI.1943

AVA-Bericht 43/W/61

**Deutsche
Forschungsanstalt
für Luft-
und Raumfahrt e. V.**
Hist. Archiv
Bunsenstraße 10
3400 Göttingen

Hilfsdiagramm zur näherungsweise Luftschrau-
rechnung mittels Polaren.

Die in der Kramer'schen Arbeit¹⁾ zur Ermittlung von α_i notwendige Iteration erschwert eine rasche Auswertung. Es wurden daher Kurvenblätter entwickelt, die durch graphische Lösung der Gleichungen von Kramer entstehen und die sofortige Ablesung von α_i in Abhängigkeit von k_s , k_l und λ gestatten.

Ausgehend von der Gleichung 46:

$$\cos(\varphi_\sigma + 2\alpha_i) = \cos \varphi_\sigma - \frac{c_a \cdot \mathcal{D} \cdot \cos \alpha_i}{1,4 \cdot K_\sigma}$$

erhält man durch einfache Umformung:

$$\frac{c_a \cdot \mathcal{D}}{1,4 \cdot K_\sigma} = \frac{\cos \varphi_\sigma - \cos(\varphi_\sigma + 2\alpha_i)}{\cos \alpha_i}$$

Nach Punkt 17 des Rechenschema I ist ferner:

$$c_a \cdot \mathcal{D} \cdot \cos \alpha_i = \frac{1,27 \cdot k_l}{(\sigma^2 + \lambda^2)} \cdot \frac{1}{\sin(\varphi_\sigma + \alpha_i + \gamma)} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos \alpha_i}$$

Bekanntlich ist aber:

$$\frac{1}{\sin(\varphi_\sigma + \alpha_i + \gamma)} = \sqrt{1 + \frac{1}{\text{tg}^2(\varphi_\sigma + \alpha_i + \gamma)}}$$

und nach Punkt 14 des Rechenschemas I ist:

$$\text{tg}(\varphi_\sigma + \alpha_i + \gamma) = \frac{\lambda}{0,7 \cdot \eta} = \frac{k_l}{0,7 \cdot k_s}$$

Damit kann die obige Gleichung nun auch so geschrieben werden:

$$c_a \cdot \mathcal{D} = \frac{1,27 \cdot k_l}{[\sigma^2 + \lambda^2]} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{0,7 \cdot k_s}{k_l}\right)^2} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos^2 \alpha_i}$$

1) K.N.Kramer "Ueber näherungsweise Luftschraubenrechnung mittels Polaren", im Jahrbuch 1941 Teil I S.404 der deutschen Luftfahrtforschung.

Setzt man diesen Ausdruck in Gl. 46 für $(c_a \cdot \lambda)$ ein, so erhält man:

$$\frac{1,27}{1,4 \cdot K_\sigma} \cdot \frac{k_l}{(\sigma^2 + \lambda^2)} \cdot \sqrt{1 + \frac{0,49 k_s^2}{k_l^2}} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos^2 \alpha_i} =$$

$$\frac{\cos \varphi_\sigma - \cos(\varphi_\sigma + 2 \alpha_i)}{\cos \alpha_i} ;$$

dabei ist nach Punkt 2 des Rechenschemas I: $0,7 \cdot \operatorname{tg} \varphi_\sigma = \lambda$ und nach Punkt 4: $\sigma = 0,7$.

Durch Kürzen, Ausrechnen und einfache Umformung ergibt sich die Grundgleichung, deren graphische Lösung zu dem gewünschten Kurvenblatt führt:

$$\frac{1,85}{K_\sigma \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_\sigma)} \cdot \sqrt{k_l^2 + 0,49 \cdot k_s^2} \cdot \cos \gamma =$$

$$\left[\cos \varphi_\sigma - \cos(\varphi_\sigma + 2 \alpha_i) \right] \cdot \cos \alpha_i$$

Bezeichnet man das Produkt aus Bruch und Wurzel mit A und die rechte Seite mit B, so entsteht die einfache Formel:

$$A \cdot \cos \gamma = B$$

Dabei erweist sich A nicht nur von den Beiwerten k_l und k_s und φ_σ bzw. dem Fortschrittsgrad λ abhängig, sondern wegen des Goldsteinfaktors K_σ auch von der Flügelzahl z. Da diese vier Bestimmungsgrößen bekannt sind, ist auch A gegeben. In der Gleichung verbleiben demnach zwei Unbekannte, nämlich γ und α_i . Da eine zweite Gleichung fehlt, ergibt sich bei der rechnerischen Lösung die Notwendigkeit der Iteration. Hier erweist sich die graphische Behandlung bzw. diagrammatische Darstellung als die zweckmässigere.

Der Wert der linken Seite wird durch die Variable γ bestimmt, während die rechte Seite durch α_i festgelegt ist. Trägt man $A \cdot \cos \gamma$ als Abzisse in Abhängigkeit von der Ordinate γ° auf und ebenso B als Abzisse in Abhängigkeit von der Ordinate α_i° , so erhält man zwei sich schneidende Kur-

ven (Fig.1). Der Schnittpunkt S hat jenes α_1 zur Ordinate, welches das B gleich dem $A \cdot \cos \gamma$ macht. Wählt man nun verschiedene A, so erhält man zu jedem A eine Kurve und einen neuen Schnittpunkt S bzw. ein dazugehöriges α_1 .

Nun ist aber A durch den früher angeschriebenen Ausdruck:

$$A = \frac{1,85}{K_{\sigma} (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{\sigma})} \sqrt{k_l^2 + 0,49 \cdot k_s^2} \quad \text{gegeben.}$$

Darin ist K_{σ} der Parameter der ganzen Kurvenschar aller φ_{σ} -Kurven und φ_{σ} ist der Parameter der Kurven selber. Demnach ist obiger Ausdruck eine Gerade.

Wie früher in Fig.1 jedem A ein α_1 zugehörig war, so erweist sich in Fig.2 jedem A ein bestimmter Wurzelwert zugehörig. Dabei ist φ_{σ} die Orientierungsgrösse. Legt man nun beide Figuren aneinander, derart, dass sich die Koordinatenursprünge O decken, so ergibt sich ein neues Achsenkreuz. Darin bestimmen die zu den einzelnen A gehörigen Wurzelwerte $\sqrt{k_l^2 + 0,49 k_s^2}$ (Fig.3), und α_1 eine neue φ_{σ} -Kurve, nämlich die gesuchte Darstellung.

Trägt man in Fig.1 und 2 mehrere φ_{σ} -Kurven ein, so erhält man in Fig.3 ebensoviele φ_{σ} -Kurven.

Zu beachten ist, dass wegen der Abhängigkeit des Goldsteinfaktors K_{σ} von der Flügelzahl z Fig.2 für jede neue Flügelzahl auch neu zu entwerfen ist, während Fig. 1 für alle z gültig ist. Demnach ist die Kurvenschar der Fig.3 mit der Flügelzahl z als Parameter behaftet.

Selbstverständlich kann man wegen der einfachen Beziehung $\operatorname{tg} \varphi_{\sigma} = \frac{\lambda}{0,7}$ statt des Kurvenparameters φ_{σ} auch λ setzen.

Kurvenbl. 1 und 2 enthalten die Kurvenscharen für die Flügelzahlen $z = 3$ und 4 ; aus ihnen kann für gegebene Werte von k_s , k_l und λ der Winkel α_1 entnommen werden. Die ungleichförmigen Abstände der einzelnen Kurven in den Kurvenblättern 1 u. 2 sind durch den Faktor K bestimmt.

Kurvenblätter für $z = 2, 5$ und 6 können bei der AVA angefordert werden. Für $z = 5$ wurde K interpoliert.

Aus der Fig.1 geht hervor, dass dieses graphische Verfahren nur dann seine exakte Gültigkeit hat, wenn $\gamma = \alpha_1$ ist. Es liefert aber auch dann noch brauchbare α_1 -Werte, wenn γ von α_1 nicht wesentlich verschieden ist. Das ist fast immer der Fall.

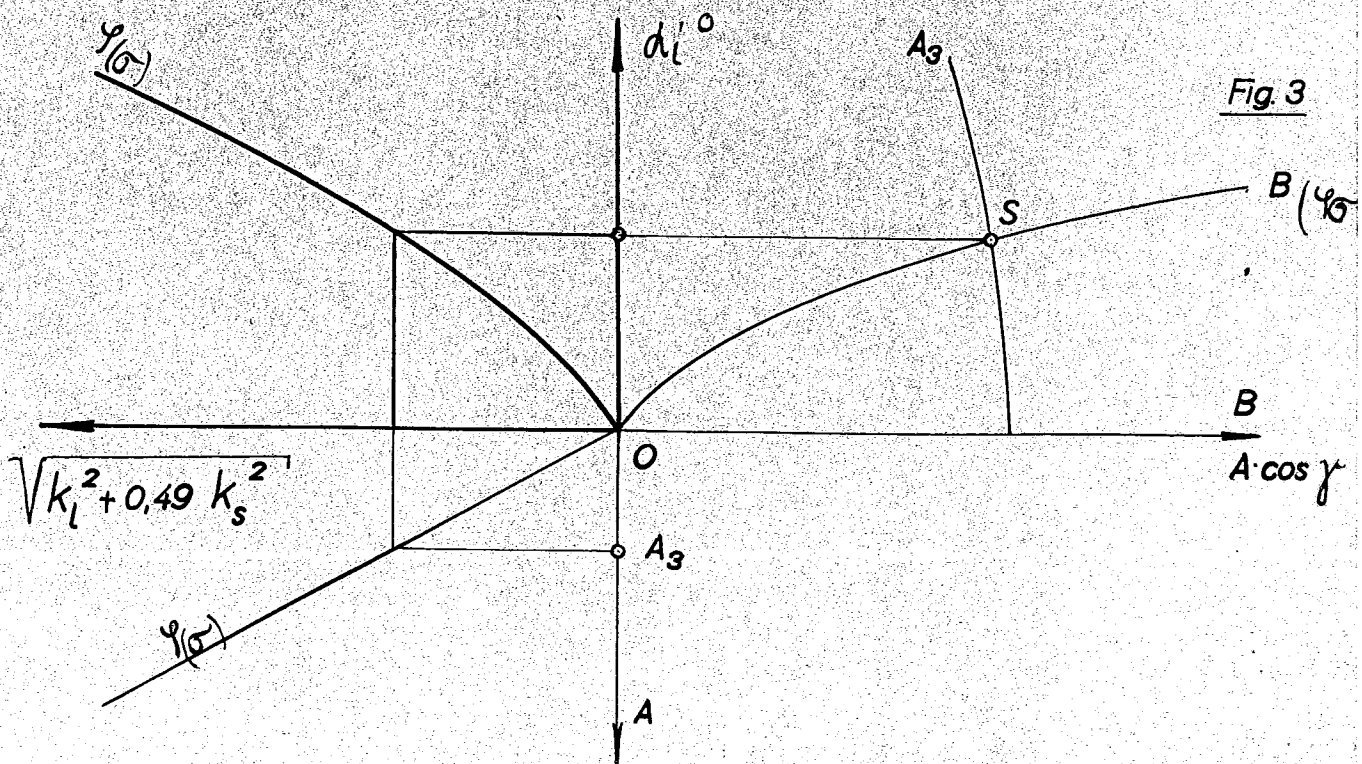
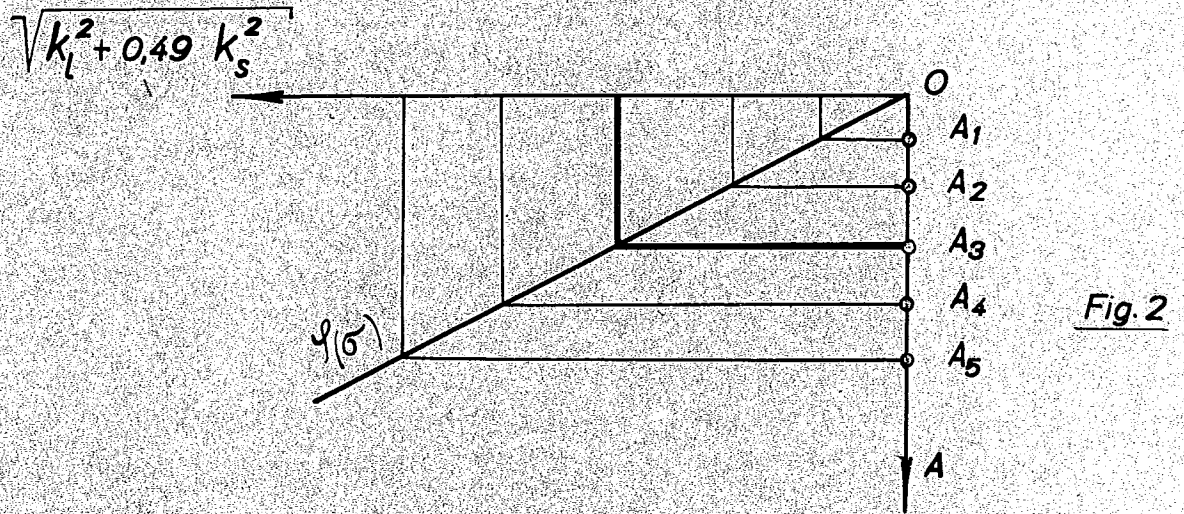
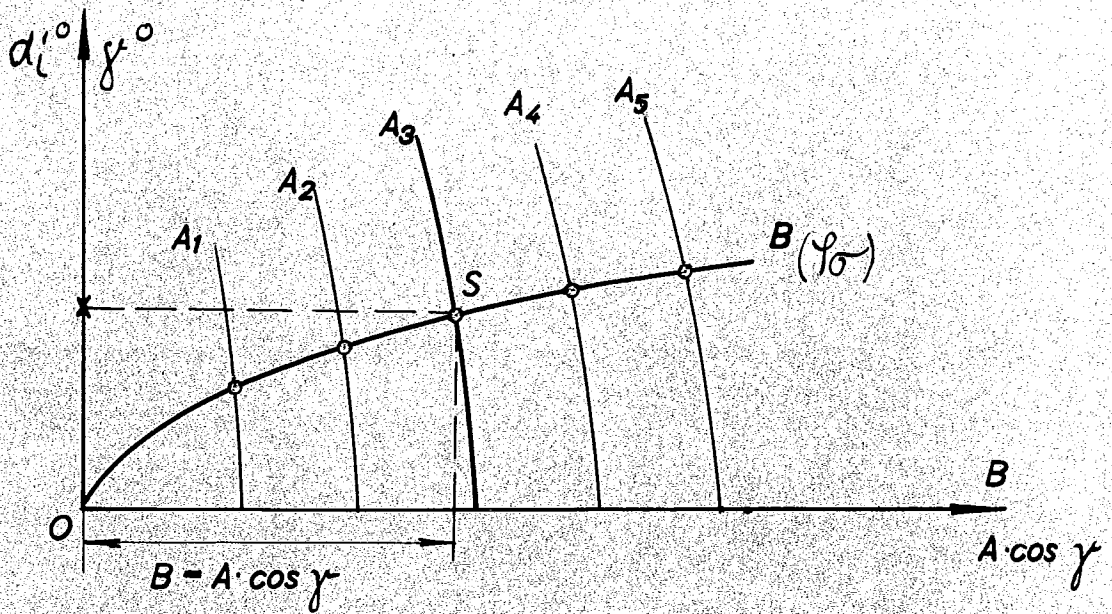
Es gibt aber Betriebspunkte, bei welchen γ von α_i wesentlich verschieden ist. Diese Betriebspunkte gliedern sich in zwei Gruppen, von denen aber nur eine Gruppe einer Korrektur der α_i -Werte bedarf. Das erklärt sich aus folgendem:

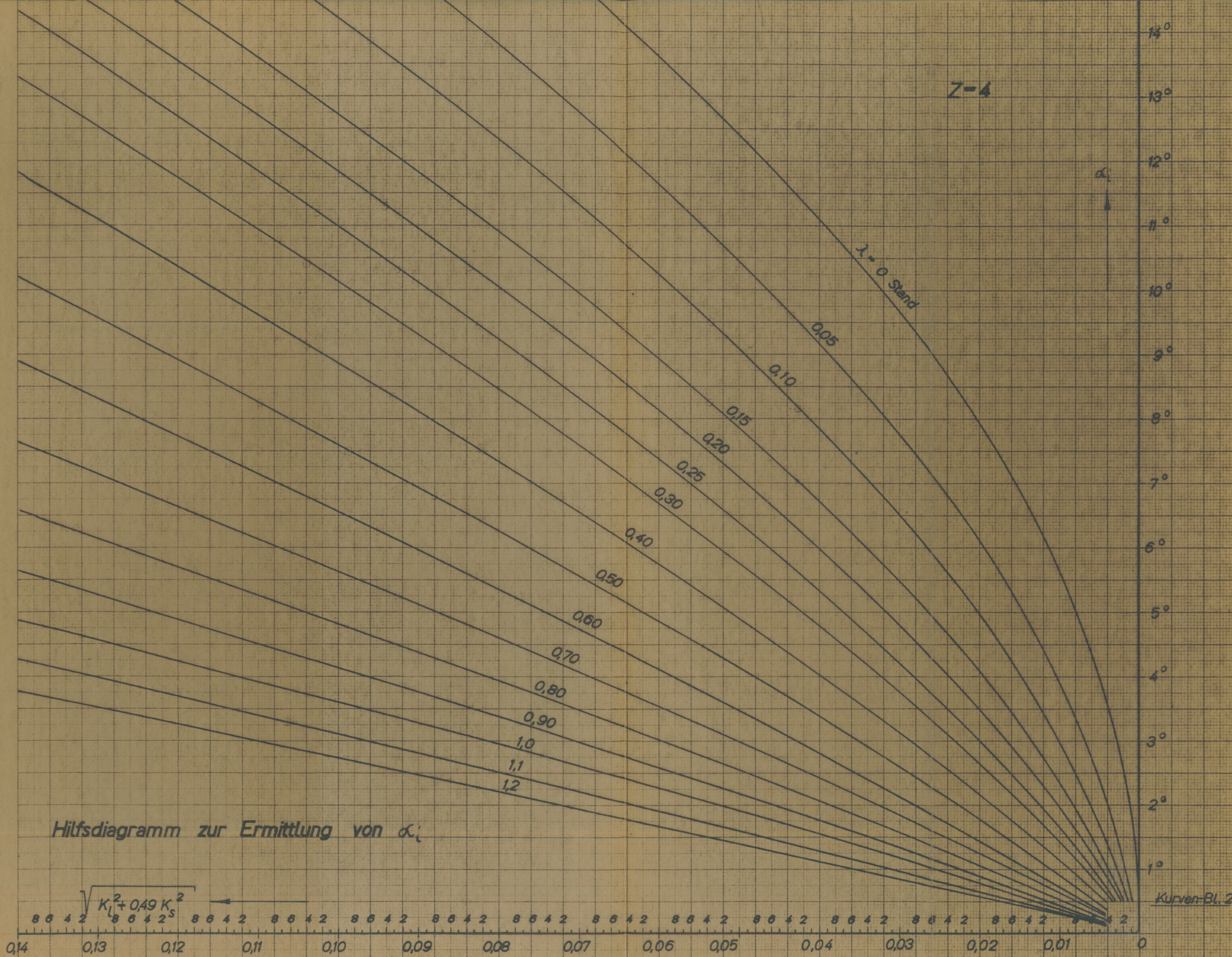
Bekanntlich ist $\operatorname{tg} \gamma = \xi_p = \frac{c_{wp}}{c_a}$. Arbeitet die Schraube bei einer schlechten Gleitzahl ξ_p , so ist γ gross. Wenn nun auch der Fortschrittsgrad gross ist, kann c_a und damit α_i klein werden. Es besteht dann ein grosser Unterschied zwischen γ und α_i . Die graphische α_i -Bestimmung gibt dann ein ungenaues α_i . Wegen der Kleinheit von α_i beträgt der Fehler aber nur wenige Minuten, sodass eine Korrektur überflüssig ist.

Der zweite und wichtigere Fall ist der der schlechten Gleitzahl bei kleinem Fortschrittsgrad bzw. am Stand. Hier wird α_i gross und γ noch beträchtlich grösser. Der Fehler in der α_i -Bestimmung kann bis zu 2° betragen und bedarf der Korrektur. Zu diesem Zwecke bestimmt man sich A , nach der angegebenen Gleichung und multipliziert dieses mit dem \cos des aus der normalen Rechnung her schon bekannten γ . Dieses Produkt $A \cdot \cos \gamma$ ist auch die Abszisse der B-Kurvenschar (Fig. 1). Ueber die B-Kurven mit dem entsprechenden φ_σ bzw. λ findet man dann das α_{iII} der zweiten Näherung. Trotz des nicht ganz exakten γ ist das α_{iII} von grosser Genauigkeit.

Erfahrungsgemäss wird die Korrektur bei λ -Werten $< 0,2$ notwendig, also immer dann wenn α_i gross und von γ wesentlich verschieden ist.

Die B-Kurven sind als Kurvenblatt 3 beigegeben.





Z-3

14°
13°
12°
11°
10°
9°
8°
7°
6°
5°
4°
3°
2°
1°

α_i

$\lambda = 0 \text{ Stand}$

0,05

0,10

0,15

0,20

0,25

0,30

0,40

0,50

0,60

0,70

0,80

0,90

1,0

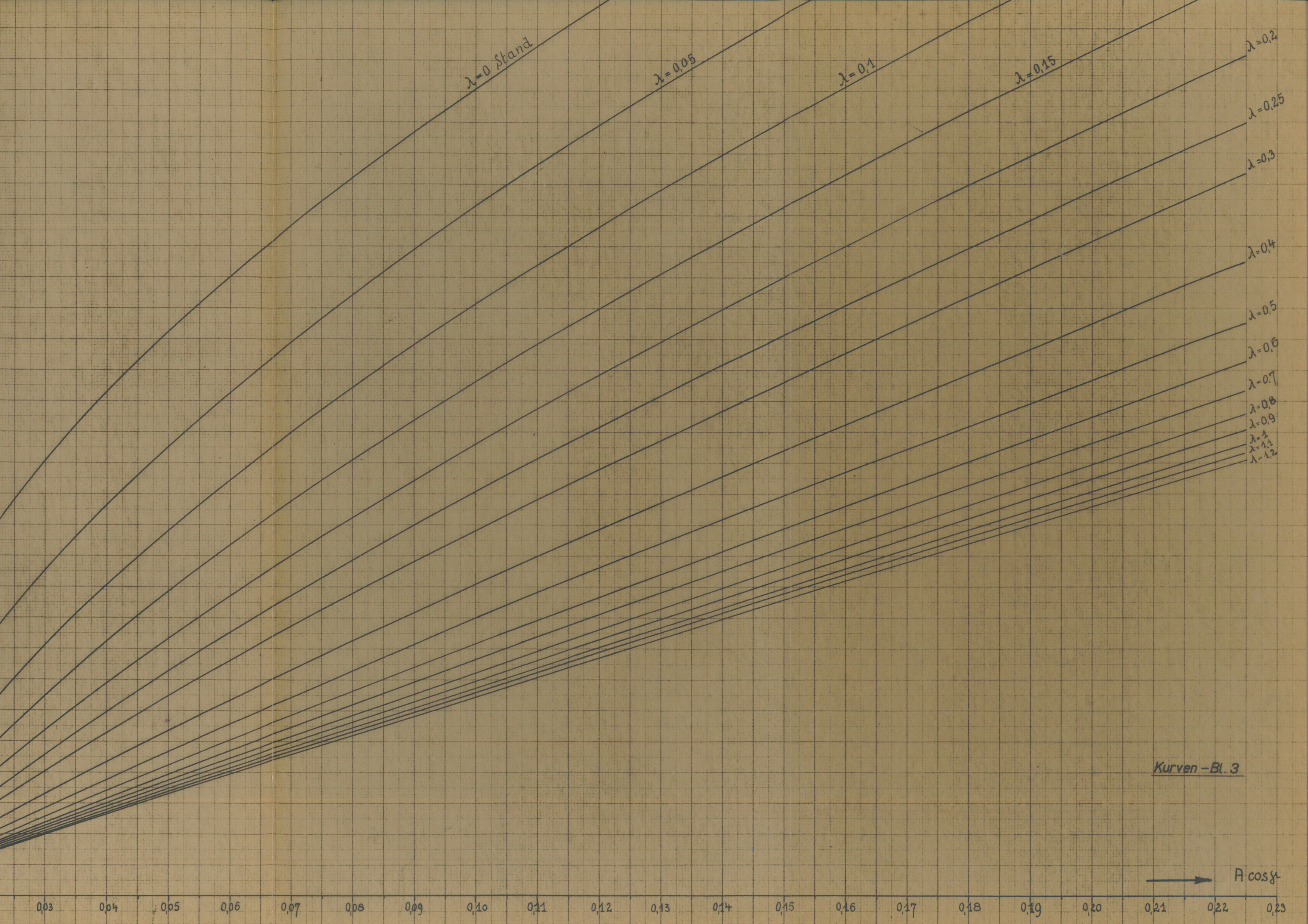
1,1

1,2

Hilfsdiagramm zur Ermittlung von α_i

$$\sqrt{K_V^2 + 0,49 K_S^2}$$

0,14 0,13 0,12 0,11 0,10 0,09 0,08 0,07 0,06 0,05 0,04 0,03 0,02 0,01 0



Kurven - Bl. 3

→ $A \cos y$

14°

13°

α_{iII}

12°

11°

10°

9°

8°

7°

6°

5°

4°

3°

2°

1°

0

0.01

0.02

0.03

0.04

0.05

0.06

