

# Gangstabilisierung humanoider Roboter mittels Capture Point Regelung

Walking Stabilization for Humanoid Robots Based on Control of the Capture Point

Johannes Engelsberger, Christian Ott\*, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR e. V.), Wessling

\* Korrespondenzautor: [christian.ott@dlr.de](mailto:christian.ott@dlr.de)

**Zusammenfassung** Dieser Beitrag beschreibt einen Ansatz zur durchgängigen Ausnutzung der Capture Point Dynamik für die Regelung von zweibeinigen Laufmaschinen. Der Regler beschränkt sich dabei auf die Stabilisierung des instabilen Anteils der Schwerpunktsdynamik. Von der Erzeugung einer Capture Point Referenztrajektorie aus gegebenen Schrittpositionen, bis zum Tracking dieser Referenztrajektorie werden alle nötigen Einzelschritte beschrieben. Eine Erweiterung des Capture Point Reglers auf Gangmuster, welche stark vom linearen inversen Pendel Modell abweichen, erlaubt das Laufen mit veränderlicher Schwerpunkthöhe und über Untergrund mit veränderlichem Höhenprofil. Das Regelungskonzept wurde

in Simulationen und Experimenten verifiziert. ▶▶▶ **Summary** This article describes an approach for the universal use of the Capture Point dynamics for bipedal walking control. The controller focuses on the stabilization of the unstable part of the center of mass dynamics. All needed steps, from the generation of a Capture Point reference trajectory for given footprints up to the tracking of this reference trajectory, are described in detail. The Capture Point controller is extended to more general models, strongly deviating from the Linear Inverted Pendulum model, so that walking with varying center of mass height and over varying floor height is achieved. The proposed control approach was verified in simulations and experiments.

**Schlagwörter** Gangstabilisierung, humanoide Roboter, Capture Point Regelung ▶▶▶ **Keywords** Walking stabilization, humanoid robots, Capture Point control

## 1 Einleitung

Wissenschaftliche Zielstellungen, wie beispielsweise die Erkundung fremder Planeten oder die Entwicklung moderner Dienstleistungsroboter, generieren vermehrt die Nachfrage nach mobilen Maschinen, welche in der Lage sind sich über unebenes Terrain bzw. in der natürlichen Umwelt des Menschen fortzubewegen. In diesem Zusammenhang motiviert die Fähigkeit über kleine Hindernisse zu steigen sowie die relativ kleine notwendige Standfläche die Anwendung beinbasierter Roboter anstelle von radgetriebenen Systemen.

Aus regelungstechnischer Sicht erfordern beinbasierte Systeme insbesondere die Behandlung variabler Zwangs-

bedingungen sowie, in Abhängigkeit des Kontaktzustandes, die Behandlung unteraktuierter Systemgleichungen. Zur Reduktion der Komplexität kommen deshalb vielfach vereinfachte Modellbeschreibungen zum Einsatz, welche nur einige essenzielle Aspekte der komplizierten Mehrkörperdynamik beschreiben. Die Grundzüge der Problematik, auf einer beschränkten Aufstandsfläche zu balancieren, können durch die Nutzung konzeptionell einfacher Modelle, welche auf der Schwerpunktsdynamik und ihrer Beziehung zur Bodenreaktionskraft basieren, recht gut verstanden werden. Vukobratovic [1] führte den Zero Moment Point (ZMP) als abstrakte Beschreibung der vertikalen Kraftverteilung zwischen Fuß und Boden

ein. Trotz ihrer nur eingeschränkten Gültigkeit haben sich vereinfachte Modelle, welche einen Zusammenhang zwischen dem ZMP und der Schwerpunktsbewegung darstellen, als nützlich für die Trajektoriengenerierung und Gangstabilisierung einiger Laufmaschinen [2–6] erwiesen.

Eine oft verwendete Beschreibung stellt das Modell eines linearen inversen Pendels (LIP-Modell) dar [7], welches das ‚makroskopische‘ Verhalten von zweibeinigen Laufmaschinen mit konstant gehaltener Schwerpunkts­höhe erstaunlich gut beschreibt und es konnte gezeigt werden, dass das selbe Modell auch für das Laufen auf schiefen Ebenen (inklusive Treppen) verwendet werden kann [8]. Basierend auf diesem Modell schlugen Kajita et al. [2] eine Erweiterung des LQR Reglers um zukünftige Referenzwerte zur Generierung von Gangtrajektorien vor. Dieser Ansatz wurde durch Wieber [6] erweitert zu einer linearen modellprädiktiven Regelung (MPC), welche eine explizite Berücksichtigung der ZMP Begrenzungen sowie eine Adaption der Fußpositionen ermöglicht. Bei LIP-basierten Ansätzen wird üblicherweise von einer konstanten Schwerpunkts­höhe ausgegangen, während in [9–11] Methoden zur Gangtrajektoriengenerierung für veränderliche CoM-Höhen vorgestellt werden. Obwohl als Regelungsaufgabe formuliert, werden diese Ansätze üblicherweise zur Trajektoriengenerierung verwendet. Die erzeugten idealen (zumeist CoM- und ZMP-) Trajektorien müssen durch einen zusätzlichen Feedback-Regler stabilisiert werden. Choi et al. [5] präsentierten einen Stabilitätsnachweis für eine ZMP basierte Gangstabilisierung. In [3] wird der Einfluss einer nicht-idealen ZMP Dynamik auf das Design eines Trackingreglers untersucht. Sugihara [4] berücksichtigt die beschränkte Supportfläche in der Parametrisierung seines stabilisierenden Reglers.

Alternativ zur ZMP basierten Gangstabilisierung, erlaubt auch eine Adaption der Schrittpositionen eine diskrete Regelung der LIP Dynamik [12–14]. Pratt et al. [15; 16] stellen Capture Point basierte Methoden zur Laufregelung vor, welche ebenfalls eine Adaption der Fußpositionen beinhalten. Der Capture Point (CP) ist der auf den Systemgleichungen des LIP basierende Punkt für den ZMP, welcher die Bewegung des LIP exakt zum Stillstand bringt. Der CP wurde von Hof [17] als ‚extrapolated center of mass‘ bezeichnet. In [18] führt Pratt mit Hilfe des CP die ‚n-step-Capturability Regions‘<sup>1</sup> ein. Hof beschreibt einfache step-to-step<sup>2</sup>-Regler, welche durch die CP Dynamik motiviert werden. In [19] wird eine echtzeitfähige Trajektoriengenerierung vorgeschlagen, welche auf einer Eigenwertzerlegung der LIP Dynamik basiert. Diese führt zur Definition einer stabilen („convergent component“) und einer instabilen Komponente („divergent component“) der LIP Dynamik. Es stellt sich heraus,

dass letztere äquivalent zum Capture Point ist. In der vorliegenden Arbeit wird neben der Trajektoriengenerierung ein Regler zur Gangstabilisierung vorgeschlagen, welcher ebenfalls auf der Dynamik des Capture Points basiert. Eine vorläufige Version dieses Reglers wurde in [20] veröffentlicht. Es wird gezeigt, dass sich die Planung von Referenztrajektorien für den Capture Point sehr einfach gestaltet und im Rahmen der Capture Point Regelung lediglich der instabile Teil der Systemdynamik stabilisiert wird. Ausserdem wird gezeigt wie die Regelung auf eine nichtlineare Systemdynamik erweitert werden kann in der die vertikale Bewegung des Schwerpunktes miteinbezogen wird.

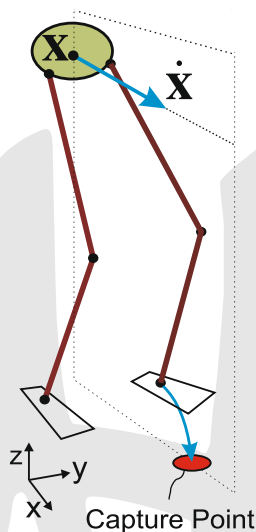


Bild 1 Veranschaulichung des Capture Points.



Bild 2 DLR Biped.

<sup>1</sup> Regionen auf dem Boden, in welche der Roboter steigen muss, um sich innerhalb von  $n$  Schritten zu fangen

<sup>2</sup> Regler mit nur einer einzigen Reglerreaktion pro Schritt

Der Inhalt dieser Arbeit ist wie folgt aufgebaut. Im Abschnitt 2 wird das betrachtete Modell zur Herleitung der Capture Point Dynamik beschrieben. Im Abschnitt 3 wird die Capture Point Regelung für eine konstante Schwerpunktshöhe beschrieben. Die Erweiterung auf nichtlineare zeitvariante Systemmodelle ist in Abschnitt 4 ausgeführt. Im Abschnitt 5 werden Simulationsergebnisse und die experimentelle Verifikation gezeigt. Abschließend werden die erzielten praktischen und theoretischen Ergebnisse in Abschnitt 6 diskutiert.

## 2 Modellierung

Neben nichtlinearen Mehrkörpermodellen (s. Abschnitt 4) findet das Lineare Inverse Pendel (LIP) Modell (Bild 3) vielfach Anwendung bei der Regelung zweibeiniger Laufmaschinen [2; 5–7; 21].

Es basiert auf den folgenden Annahmen:

1. Der Roboter wird als Punktmasse modelliert, deren Masse und Lage mit seinem CoM übereinstimmen.
2. Die relative Höhe zwischen Schwerpunkt (CoM) und Zero Moment Point (ZMP) ist konstant.
3. Der ZMP entspricht dem momentenfreien Basisgelenk des LIP.

Die im Folgenden aus Gründen der Übersichtlichkeit nur für die  $x$ -Richtung hergeleiteten Gleichungen gelten für die  $y$ -Richtung gleichermaßen. Aus den genannten Annahmen resultiert eine Beziehung für die horizontale Schwerpunktsbeschleunigung  $\ddot{x}$  in Abhängigkeit von der Position des CoM  $[x, z]$  und des ZMP  $[p_x, p_z]$  [7]:

$$\ddot{x} = \frac{g}{z-p_z}(x-p) = \omega^2(x-p) \quad (1)$$

wobei  $\omega = \sqrt{g/(z-p_z)}$ . Die Gesamtdynamik des Systems lässt sich folgendermaßen schreiben:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega^2 \end{bmatrix} p \quad (2)$$

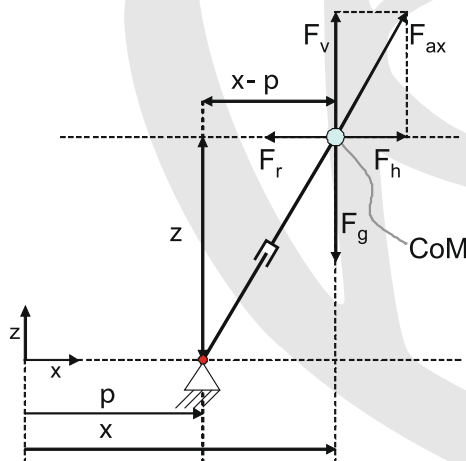


Bild 3 Lineares Inverses Pendel Modell.

Für  $p = const$  lautet die explizite Lösung von (2)

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch}(\omega t) & \frac{1}{\omega} \text{sh}(\omega t) \\ \omega \text{sh}(\omega t) & \text{ch}(\omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ \dot{x}(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 - \text{ch}(\omega t) \\ -\omega \text{sh}(\omega t) \end{bmatrix} p \quad (3)$$

wobei ,ch( )‘ für ,cosh( )‘ und ,sh( )‘ für ,sinh( )‘ steht.

### 2.1 Herleitung des Capture Points

Der Capture Point (CP) wurde unabhängig voneinander von Pratt et al. [18] und Hof [17] (darin ,extrapolated center of mass‘ genannt) eingeführt. Der CP  $\xi$  ist der Punkt auf dem Boden (Bild 1), auf welchen der Roboter (modelliert als LIP) seinen ZMP platzieren muss, um für  $t \rightarrow \infty$  mit seinem Schwerpunkt darüber zum Stillstand zu kommen. Durch Einsetzen dieser Randbedingung in die erste Zeile von (3) erhält man

$$x|_{t \rightarrow \infty} = p = (x(0) - p) \cosh(\omega t) + \frac{\dot{x}(0)}{\omega} \sinh(\omega t) + p. \quad (4)$$

Somit erhält man den Capture Point  $\xi$  (also den speziellen ZMP  $p$ , für den  $x|_{t \rightarrow \infty} = p$  gilt) als

$$\xi = x + \frac{\dot{x}}{\omega}. \quad (5)$$

### 2.2 Capture Point Dynamik

Die Systemdynamik des LIP wird im Folgenden in den Systemkoordinaten  $x$  (CoM) und  $\xi$  (CP) beschrieben. Aus (5) erhält man

$$\dot{x} = -\omega(x - \xi) \quad (6)$$

Der Schwerpunkt  $x$  hat also eine stabile Dynamik erster Ordnung mit der Zeitkonstante  $1/\omega$ . Wie auch in [20] gezeigt, hat der CP  $\xi$  eine instabile Dynamik erster Ordnung:

$$\dot{\xi} = \omega(\xi - p) \quad (7)$$

Aus (6) und (7) ergibt sich die Gesamtsystemdynamik zu

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega & \omega \\ 0 & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega \end{bmatrix} p. \quad (8)$$

## 3 Capture Point Regelung (CPR) für zweibeinige Laufmaschinen

### 3.1 CPR basierend auf LIP Dynamik

In dieser Arbeit wird ein Regelungsansatz verwendet, der durch die Systemstruktur von (8) motiviert ist. Da der Schwerpunkt eine stabile Dynamik erster Ordnung (6) hat und dem Capture Point automatisch folgt, ist es ausreichend, die CP Dynamik (7) zu stabilisieren, um ein stabiles Gesamtsystem zu erhalten. Die Lösung von (7) für einen konstanten ZMP  $p$  ist durch

$$\xi(t+T) = e^{\omega(t+T)} \xi(t) + (1 - e^{\omega(t+T)}) p \quad (9)$$

gegeben. Auflösen nach  $p$  liefert ein Regelgesetz

$$p_d = \underbrace{\frac{1}{1-e^{\tau}}}_{k_d} \xi_{target} - \underbrace{\frac{e^{\tau}}{1-e^{\tau}}}_{k_{\xi}} \xi \quad (10)$$

mit dem Ziel-CP  $\xi_{target} = \xi(t + T_{ech})$  und  $\tau = \omega T_{ech}$ .  $T_{ech} > 0$  („ech“ = „end of control horizon“) entspricht der Restzeit, nach welcher der CP  $\xi$  den Ziel-CP  $\xi_{target}$  erreicht haben soll. Mit (10) ergibt sich die stabilisierte Gesamtdynamik zu

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega & \omega \\ 0 & k_d \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -k_d \omega \end{bmatrix} \xi_{target} \quad (11)$$

wobei  $k_d < 0$  gilt, sofern  $T_{ech} > 0$  gewählt wurde. Somit sind die Eigenwerte der Systemmatrix in (11) stabil. Eine Robustheitsanalyse gegenüber Schwerpunktsfehlern und einem verzögerten ZMP findet sich in [20]. Im Anhang dieser Arbeit wird der Stabilitätsnachweis für das Regelgesetz (10) für zeitvariable Systeme (zeitabhängiges  $\omega$ ) hergeleitet, welche in Abschnitt 4 näher beschrieben sind.

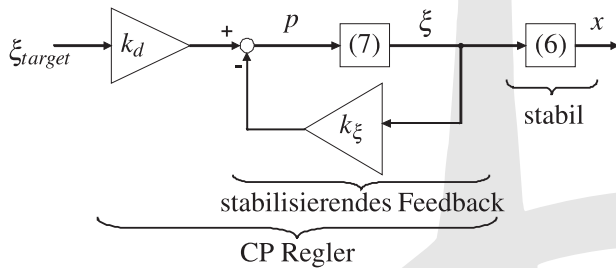


Bild 4 Stabilisierung der CP Dynamik.

Bild 4 veranschaulicht die Stabilisierung der CP Dynamik. Im Idealfall (wenn also keine Störgrößen und Modellfehler vorliegen) würde der ZMP über jeweils einen Schritt konstant bleiben, da (9) äquivalent zur natürlichen Dynamik des LIP (mit fixer Position des momentenfreien Basisgelenks) ist. Da die reale Dynamik eines Roboters von der LIP Dynamik abweicht, führt die Verwendung von (10) letztendlich dennoch zu einem nicht-konstanten ZMP.

### 3.2 Zweidimensionale Capture Point Manipulation

Nach der Einführung der CP Regelung für die eindimensionale CoM-Dynamik (1), werden nun beide (unabhängigen) horizontalen Dimensionen  $x$  und  $y$  betrachtet. Die zweidimensionale CP Dynamik ergibt sich mit (9) zu

$$\xi(t) = p + e^{\omega t} (\xi_o - p) \quad (12)$$

wobei  $\xi = [\xi_x, \xi_y]^T$ ,  $\xi_o = [\xi_{x,o}, \xi_{y,o}]^T$  und  $p = [p_x, p_y]^T$ . Es zeigt sich, dass sich der CP für einen konstanten ZMP  $p$  auf einer geraden Linie bewegt (siehe Bild 5a). Mit (10) ergibt sich das zweidimensionale CP Regelgesetz zu

$$p_d = k_d \xi_{target} - k_{\xi} \xi \quad (13)$$

wobei  $p_d = [p_{d,x}, p_{d,y}]^T$  und  $\xi_{target} = [\xi_{x,target}, \xi_{y,target}]^T$ . Aus (6) kann die zweidimensionale CoM Dynamik abgeleitet werden

$$\dot{x} = -\omega (x - \xi) \quad (14)$$

Aus (14) wird ersichtlich, dass der Schwerpunkt dem CP so folgt, dass sein Geschwindigkeitsvektor immer in Richtung CP zeigt. Bild 5a verdeutlicht die Zusammenhänge von ZMP, CP und CoM. Für einen Anfangszustand  $[x_o, \dot{x}_o]$  findet man den entsprechenden Capture Point  $\xi_o$  in der Richtung von  $\dot{x}_o$ . Der anfängliche CP  $\xi_o$  wird durch den ZMP  $p$  auf einer geraden Linie verschoben. Sein Geschwindigkeitsvektor zeigt in dieselbe Richtung wie der Vektor  $(\xi_o - p)$ .

Die Grundidee des von uns gewählten Ansatzes ist, den CP jeweils während eines Schrittes von einer vordefinierten Fußposition zur jeweils nächsten zu verschieben (Bild 5b). Da der CoM dem CP automatisch folgt, muss nur die CP Dynamik (in Blau) betrachtet werden. Der Pfad des CoM wird durch die grüne Kurve angedeutet. Auf diese Weise werden CP und CoM von der initialen CoM Position  $x_o$  zur finalen CoM Position  $x_{end}$  verschoben. Der Ziel-CP am Ende eines Schrittes wird als  $\xi_{eos}$  („eos“ = „end of step“) bezeichnet.

Die Berechnung der gewünschten Position für  $\xi_{eos}$  basiert auf einer Rückwärtsrechnung. Mit der finalen CP Position  $\xi_{eos,i}$  eines jeden Schrittes und der Soll-ZMP-Position (hier in der Mitte des jeweiligen Standfußes  $p_i$  gewählt) lässt sich mit  $\xi_{ini,i} = p_i + (\xi_{eos,i} - p_i) / (e^{\omega \cdot t_{step}})$  für jeden Schritt ein idealer initialer CP  $\xi_{ini,i}$  berechnen. Dieser wird dann wiederum als gewünschter CP  $\xi_{eos}$  des vorhergehenden Schrittes verwendet, es gilt also  $\xi_{ini,i} = \xi_{eos,i-1}$ . Vom finalen Schritt (nach welchem der Roboter üblicherweise zum Stehen kommt) können so bis hin zum aktuellen Schritt alle  $\xi_{eos,i}$  sowie der gesamte CP Verlauf dazwischen (blaue Linie in Bild 5b, entspricht der CP Tracking-Referenz in Abschnitt 3.3) berechnet

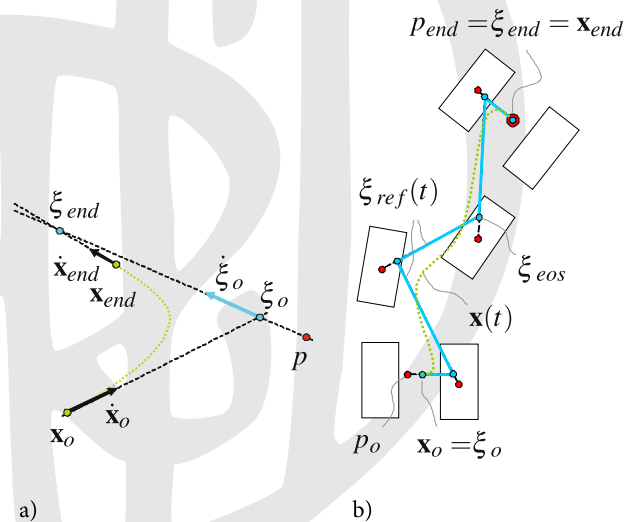


Bild 5 Zweidimensionale Capture Point Manipulation: (a) Grundprinzip (b) CP-Verschiebung von Fuß zu Fuß.



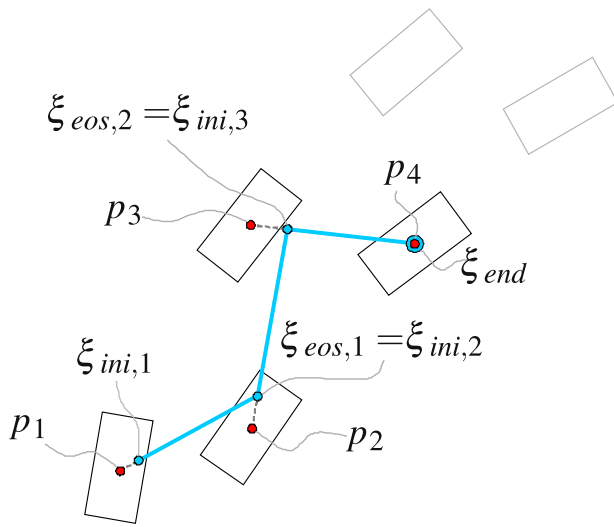


Bild 6 Vorschau auf die nächsten drei Schritte für CP Referenz.

werden. Anstelle der gesamten Liste zukünftiger Schrittpositionen beschränken wir uns in der Praxis auf die Verwendung der aktuellen ( $p_1$ ), sowie der drei nächsten Schrittpositionen ( $p_2$ ,  $p_3$  und  $p_4$ , s. Bild 6). Dies senkt den Rechenaufwand, während die Abweichung von einer Trajektoriengenerierung aus der Gesamtzahl der zukünftigen Schritte nur sehr gering ausfällt.

### 3.3 Capture Point Tracking-Regler (CPT)

Neben einem Regelungsansatz, welcher auf einem konstanten Ziel-CP  $\xi_{eos}$  und einer linear abnehmenden gewünschten Zeitspanne  $T_{ech}$  bis zum Erreichen des Ziel-CP aufbaute (CPS Regelung in [20]), wurde in [20] ein Capture Point Tracking-Regler vorgestellt, welcher sich als besonders robust herausstellte. Dabei wird der Parameter  $T_{ech}$  konstant gehalten, während der Ziel-CP  $\xi_{target}$  einer Referenztrajektorie  $\xi_{ref}$  folgt.  $\xi_{eos}$  (äquivalent zu  $\xi_{ini}$  des nächsten Schrittes, s. Bild 5b und Bild 6) wird jeweils als Zielpunkt der Referenz verwendet. Die Grundidee bei unserem Regelungsansatz ist, den CP innerhalb einer Zeitspanne  $T_{ech}$  zu der Position zu verschieben, an der sich die ideale CP-Referenz  $\xi_{ref}$  zum Zeitpunkt  $t + T_{ech}$  befinden wird. Dazu wird die Referenztrajektorie aus Abschnitt 3.2 verschoben, so dass  $\xi_{target}(t) = \xi_{ref}(t + T_{ech})$  (s. Bild 7). Durch diesen Ansatz wird im Idealfall die Abwei-

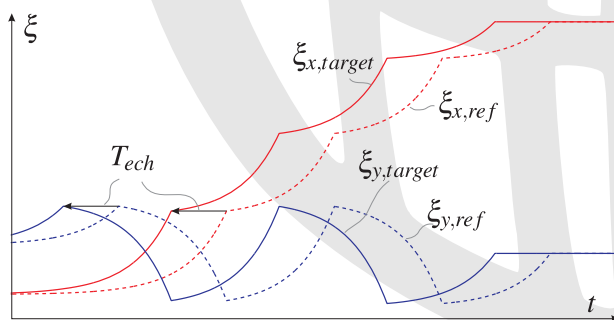


Bild 7 Ableiten des Ziel-CP ( $\xi_{target}$ ) aus idealer CP Referenz.

chung von der Referenztrajektorie asymptotisch zu Null geregelt.

### 3.4 Kippvermeidung

Der gewünschte ZMP  $p_d$ , welcher aus dem Regelgesetz (10) resultiert, liegt nicht notwendigerweise innerhalb des Support Polygons (konvexe Hülle der Fußaufstandsfläche). Um ein Kippen um eine Kante des Support Polygons (z. B. eine Fußkante) zu vermeiden, wird  $p_d$  auf das Support Polygon projiziert. Hierbei wird eine Projektion gewählt, bei der der euklidische Abstand zwischen  $p_d$  und dem projizierten ZMP  $p_p$  minimiert wird (s. Bild 8). Diese Art der Projektion scheint auf den ersten Blick willkürlich. Im Folgenden wird jedoch gezeigt, dass sie zur geringstmöglichen Abweichung (im euklidischen Sinne) des realen CPs von der Referenztrajektorie führt. Wie in Bild 8 dargestellt lässt sich für jeden Punkt auf dem Support Polygon (z. B. A) durch eine Projektion über den aktuellen CP  $\xi$  ein äquivalenter finaler CP (z. B.  $A^*$ ) finden. Dieser würde bei Wahl des entsprechenden ZMP nach der Zeitspanne  $T_{ech}$  erreicht. Somit lässt sich aus dem Support Polygon mittels der beschriebenen Vorwärtsprojektion eine äquivalente für den CP erreichbare Region (s. Bild 8) berechnen. Die Projektionsvorschrift lautet:

$$\xi_{reached} = \xi + (e^{\omega T_{ech}} - 1)(\xi - p) \quad (15)$$

Da es sich hierbei um eine lineare Abbildung handelt (skalierte Punktspiegelung bzgl. des CP) bleiben sämtliche Seitenverhältnisse und Relationen im Definitions- und Zielbereich der Abbildung gleich. Es lässt sich zeigen, dass die Abbildung eines Vektors nur einer Streckung um einen negativen konstanten Faktor entspricht. Dadurch wird ersichtlich, dass die Minimierung des CP Fehlers (euklidische Projektion von  $\xi_{target}$  auf die für den CP

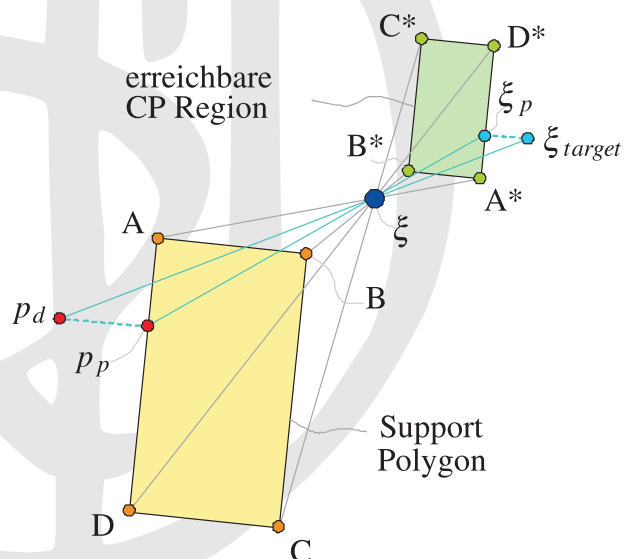


Bild 8 Support-Polygon-Projektion des gewünschten ZMP  $p_d$ .

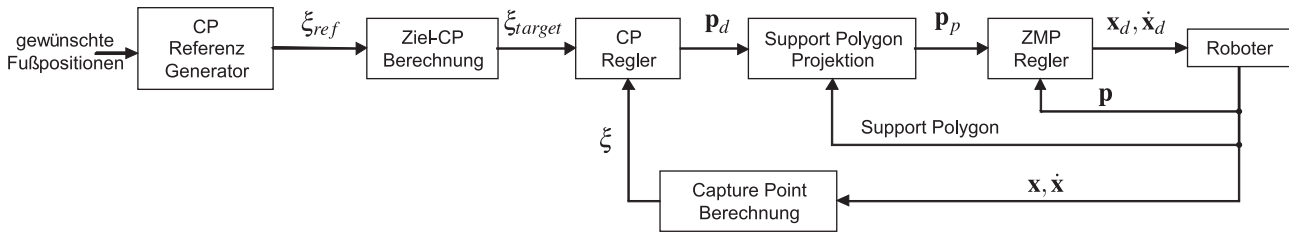


Bild 9 Gesamtalgorithmus für die Laufregelung des DLR Biped.

erreichbare Region,  $\rightarrow \xi_p$ ) äquivalent zur Minimierung des ZMP-Fehlers (euklidische Projektion von  $p_d$  auf das Support Polygon,  $\rightarrow p_p$ ) ist. Die Möglichkeit, ein Kippen des Roboters durch eine direkte Beschränkung des ZMP auf das reale Support Polygon zu vermeiden, stellt einen Vorteil gegenüber einigen anderen Regelungsansätzen wie z. B. [2; 5] dar. Dennoch ist zu beachten, dass bei starken externen Störeinflüssen (welche eine Projektion des kommandierten ZMP auf das Support Polygon nötig machen) der Regler der CP-Referenz eventuell nicht mehr einwandfrei folgen kann, was zu einer Divergenz des Schwerpunktes führen kann. Störungen dieser Größenordnung können nicht mehr durch Verlagerung des ZMP in den vordefinierten Fußaufstandsflächen kompensiert werden. Hier muss auf andere Methoden wie beispielsweise die Anpassung der Fußpositionen zurückgegriffen werden, was aber nicht Inhalt dieser Arbeit ist.

### 3.5 Gesamtstruktur des Regelungsalgorithmus

Bild 9 zeigt einen Überblick über die Gesamtstruktur der resultierenden Regelung. Aus einer Liste zukünftiger Fußpositionen wird eine CP Referenz  $\xi_{ref}$  (s. Abschnitt 3.2) und durch Verschieben der Referenz um  $T_{ech}$  (s. Bild 7) der Ziel-CP  $\xi_{target}$  berechnet. Die Schwerpunktsposition  $x$  und -geschwindigkeit  $\dot{x}$  werden (unter der Annahme, dass mindestens ein Fuß flach auf dem ebenen Boden steht) aus den Gelenkwinkeln  $q$  berechnet. Der aktuelle CP wird dann mit (5) aus  $x$  und  $\dot{x}$  berechnet. Mit dem CP Regelgesetz (10) wird ein gewünschter ZMP  $p_d$  berechnet, welcher zur Vermeidung des Kippens auf das Support Polygon projiziert wird (s. Abschnitt 3.4). Der gewünschte ZMP  $p_p$  wird an einen ZMP Regler übergeben, welcher den realen ZMP als Feedback erhält. Der in dieser Arbeit verwendete positionsbasierte ZMP Regler kann im Prinzip auch durch einen kraftgeregelten ZMP Regler ersetzt werden.

In der vorgeschlagenen Regelungsarchitektur besteht der einzige Unterschied zwischen der Single und Double Support Phase in den unterschiedlichen für die Projektion herangezogenen Support Polygonen. Der Supportzustand wird über Kraft-Momenten-Sensoren (FTS) in den Roboterfüßen online detektiert und das jeweils real vorliegende Support Polygon wird über die bekannte Fußgeometrie berechnet. Der Algorithmus ist also nicht von geplanten Single und Double Support Phasen abhängig und kann dadurch auch nicht durch Abweichungen

zwischen dem geplanten und real detektierten Kontaktzustand gestört werden.

## 4 Dreidimensionale Capture Point Regelung

Im vorigen Abschnitt wurde ein Regelgesetz vorgestellt, bei welchem eine konstante Höhendifferenz zwischen dem Roboterschwerpunkt und dem Untergrund vorausgesetzt wird. In den folgenden Abschnitten werden erweiterte Regelgesetze vorgeschlagen, welche die Effekte von diskontinuierlichen Bodenhöhenprofilen sowie von kontinuierlichen Schwerpunkthöhenänderungen und Änderungen des Roboter-Drehimpulses berücksichtigen.

### 4.1 Sprunghafte Änderungen von $\Delta z$

In dem Falle, dass der Laufroboter auf Treppenstufen steigt oder über einen Untergrund mit diskret variierendem Höhenprofil läuft (s. Bild 11), sind wir zusätzlich daran interessiert, die Effekte der instantanen Veränderung von  $\Delta z = z - p_z$  (welche mit einer instantanen Veränderung von  $p_z$  einhergeht) zu beherrschen. Hierbei ist zu beachten, dass der Übergang zwischen zwei Single Support Phasen als instantanes Ereignis angenommen wird, die Double Support Phase also vernachlässigt wird. Die hier durchgeführte Analyse wird aus Gründen der Übersichtlichkeit wieder nur für die  $x$ -Richtung hergeleitet ( $y$ -Richtung äquivalent).

Die Position des CP ist eine Funktion der Höhendifferenz  $\Delta z$ , d. h.  $\xi(\Delta z) = x + \sqrt{\Delta z/g} \dot{x}$  (Bild 10). Eine instantane Veränderung von  $\Delta z$  ist also mit einer instantanen Veränderung von  $\omega(\Delta z)$  und damit des CP verbunden. Wenn ein instantaner Wechsel von  $\Delta z^- = z - p_z^-$  zu  $\Delta z^+ = z - p_z^+$  angenommen wird, so sind die Capture Points vor und nach dem Wechsel gegeben durch  $\xi^- = x + \dot{x}/\omega^-$  und  $\xi^+ = x + \dot{x}/\omega^+$ , wobei  $1/\omega^-$  und  $1/\omega^+$  die Zeitkonstanten des LIP Modells vor und nach der sprunghaften Änderung von  $\Delta z$  bezeichnen. Der CP nach dem Wechsel ist durch

$$\xi^+ = \xi^- + \underbrace{\frac{\omega^- - \omega^+}{\omega^- \omega^+}}_{\Delta \xi} \dot{x} \quad (16)$$

gegeben. Bild 11 verdeutlicht, wie die abrupte Veränderung von  $\omega$  behandelt werden kann. Würde die Variabilität der Höhendifferenz vernachlässigt, würde das der Verwendung des Punktes  $\xi^*$  für die Regelung entsprechen (z. B.  $\xi_{eos,d} = \xi^*$ ). Um sicherzustellen, dass der CP

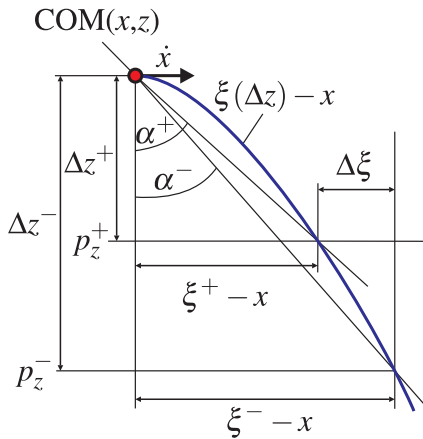


Bild 10 Capture Point als Funktion von  $\Delta z$ .

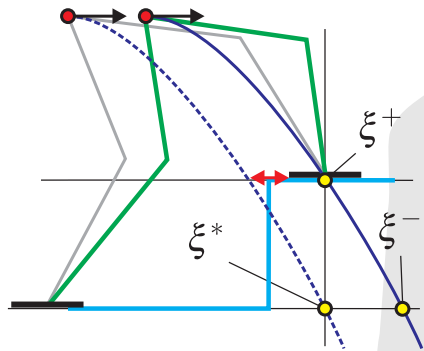


Bild 11 CP Anpassung an veränderliches Höhenprofil.

nach der instantanen Veränderung von  $\Delta z$  auf der gewünschten Position auf dem neuen Bodenlevel zu liegen kommt, regelt man  $\xi^+$  implizit über  $\xi^-$ , anstatt  $\xi^*$  zu regeln. Aus (3) lässt sich für eine anfängliche CoM Position  $x_0$  und CoM Geschwindigkeit  $\dot{x}_0$  die Geschwindigkeit zur Zeit  $t$  ableiten:

$$\dot{x}(t) = \omega^- (\cosh(\omega^- t) \xi_0 - e^{-\omega^- t} x_0 - \sinh(\omega^- t) p) \quad (17)$$

Aus (16) und (17) erhält man mit  $\tau = \omega^- T_{ech}$  und  $\Omega = \frac{\omega^- \omega^+}{\omega^+}$

$$\xi^-(T_{ech}) = \xi^+(T_{ech}) + \Omega(e^{-\tau} x_0 - \cosh(\tau) \xi_0 + \sinh(\tau) p) \quad (18)$$

Dieser Wert  $\xi^-$  wird als neuer Sollwert  $\xi_{target}$  für das Regelgesetz (10) verwendet. Da  $\xi^-$  auch vom ZMP  $p$  abhängt, muss die resultierende Gleichung noch nach  $p$  aufgelöst werden, um das modifizierte Regelgesetz zu erhalten.

$$p = \frac{k_d(\xi_{target}^+ + \Omega e^{-\tau} x) - (k_d \Omega \cosh(\tau) + k_\xi) \xi}{1 - k_d \Omega \sinh(\tau)} \quad (19)$$

Durch dieses Regelgesetz wird erreicht, dass der CP nach dem Sprung in der Bodenhöhe exakt an der gewünschten Position  $\xi^+$  (Bild 11) landet. Wie erwartet ist für den Spezialfall  $\Omega = 0$  (konstantes  $\Delta z$ ) das Regelgesetz (19) äquivalent zu (10).

#### 4.2 Kontinuierliche Variationen der CoM-Höhe

Für Roboterbewegungen, welche veränderliche Schwerpunkthöhen und Gesamtdrehimpulse einschließen, werden anstelle des LIP Modells (1) die allgemeinen nichtlinearen Gleichungen für die horizontalen ZMP Komponenten [22] betrachtet:

$$p_x = \frac{x(\ddot{z} + g) - (z - p_z)\ddot{x}}{\ddot{z} + g} - \frac{\dot{L}_y}{m(\ddot{z} + g)} \quad (20)$$

$$p_y = \frac{y(\ddot{z} + g) - (z - p_z)\ddot{y}}{\ddot{z} + g} + \frac{\dot{L}_x}{m(\ddot{z} + g)} \quad (21)$$

wobei  $L_x$  und  $L_y$  die  $x$ - und  $y$ -Komponenten des Drehimpulses um den CoM bezeichnen. Die nun folgende Herleitung beschränkt sich auf die Betrachtung der Sagittalebene ( $x$ - $z$  Ebene), wobei alle Erkenntnisse und Gesetze exakt gleich auch für die Lateralebene ( $y$ - $z$  Ebene) angewendet werden können. In diesem Abschnitt wird angenommen, dass der ZMP immer auf einer konstanten Höhe  $p_z$  liegt (konstante Höhe des Untergrundes). Falls die vertikale CoM-Bewegung und der Drehimpuls als bekannte zeitabhängige Funktionen gegeben sind, so beschreibt (20) eine zeitvariante horizontale Schwerpunktdynamik mit dem ZMP  $p$  als Eingang:

$$\ddot{x} = \frac{g + \ddot{z}(t)}{\Delta z(t)} (x - p) + \frac{\dot{L}_y(t)}{m \Delta z(t)} \quad (22)$$

Die Definition des CP (5) basiert auf dem LIP Modell. Dennoch benutzen wir dieselbe Definition der Zustandsvariable  $\xi$  auch für die Regelung des allgemeineren Modells (22), wobei  $\omega(t) = \sqrt{g/\Delta z(t)}$  von einer zeitvarianten relativen Schwerpunkthöhe  $\Delta z(t) = z(t) - p_z$  abhängt. Deshalb ist die Dynamik von  $\xi$  jetzt gegeben durch

$$\ddot{\xi} = \dot{x} + \frac{\omega(t) \ddot{x} - \dot{\omega}(t) \dot{x}}{\omega(t)^2} \quad (23)$$

Mit (5), (22) und  $\dot{\omega}(t) = -\frac{\omega \dot{\Delta z}}{2 \Delta z}$  findet man

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} = & \left( \frac{\ddot{z}}{\omega(t) \Delta z} - \frac{\dot{z}}{2 \Delta z} \right) x + \left( \omega(t) + \frac{\dot{z}}{2 \Delta z} \right) \xi \\ & - \left( \omega(t) + \frac{\ddot{z}}{\omega(t) \Delta z} \right) p + \frac{\dot{L}_y}{m \omega(t) \Delta z} \end{aligned} \quad (24)$$

Die Gesamtdynamik kann zusammengefasst werden zu

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} -\omega(t) & \omega(t) \\ \frac{\ddot{z}}{\omega(t) \Delta z} - \frac{\dot{z}}{2 \Delta z} & \omega(t) + \frac{\dot{z}}{2 \Delta z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{g + \ddot{z}}{\omega(t) \Delta z} \end{bmatrix} p + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\dot{L}_y}{m \omega(t) \Delta z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

Um diese Dynamik wiederum in eine kaskadierte Form zu transformieren, wird das folgende Regelgesetz verwendet:

$$p = \frac{g \hat{p} + \left( \ddot{z} - \frac{\omega(t) \dot{z}}{2} \right) x + \frac{\omega(t) \dot{z}}{2} \xi + \frac{\dot{L}_y}{m}}{g + \ddot{z}} \quad (26)$$

Damit ergibt sich eine kaskadierte zeitvariante Dynamik:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega(t) & \omega(t) \\ 0 & \omega(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega(t) \end{bmatrix} \dot{p} \quad (27)$$

Zur Stabilisierung dieses zeitvarianten Systems wird das Regelgesetz (10) verwendet, d. h.

$$\dot{p} = \frac{1}{1-e^{\hat{\tau}}} \xi_{target} - \frac{e^{\hat{\tau}}}{1-e^{\hat{\tau}}} \xi \quad (28)$$

mit dem nun zeitvarianten Parameter  $\hat{\tau}(t) := \omega(t)T_{ech}$ . Im Gegensatz zu (11) ist der geschlossene Regelkreis jetzt zeitvariant. Die folgende Aussage zu den Stabilitätseigenschaften lässt sich durch Anwendung von Lemma 2 aus dem Anhang zeigen.

**Proposition 1.** *Es seien  $\Delta z(t)$ ,  $\dot{z}(t)$ ,  $\ddot{z}(t)$ , und  $\dot{L}_y(t)$  bekannte Funktionen,  $\ddot{z}(t)$  sei strikt größer als  $-g$ , und  $\Delta z$  sei größer als Null und nach oben beschränkt. Dann führt das Regelgesetz (26) mit (28) für das zeitvariante System (25) zu einem exponentiell stabilen geschlossenen Regelkreis.*

### 4.3 Kombination von kontinuierlichen und diskontinuierlichen Veränderungen der (relativen) Schwerpunkthöhe

Die in den letzten beiden Abschnitten beschriebenen Ansätze können in einem einzigen Regler kombiniert werden, indem der prädizierte CP  $\xi^+$  auf dem neuen Bodenlevel als Regelgröße verwendet wird. Durch Ableiten von

$$\xi^+ = x + \frac{1}{\omega^+(\Delta z^+)} \dot{x} \quad (29)$$

und Einsetzen von (22) erhält man die CP Dynamik als

$$\begin{aligned} \dot{\xi}^+ &= \dot{x} + \frac{\omega^+ \ddot{x} - \dot{\omega}^+ \dot{x}}{\omega^{+2}} \\ &= \left( \frac{g + \ddot{z}}{\omega^+ \Delta z^-} - \omega^+ - \frac{\dot{z}}{2\Delta z^+} \right) x + \\ &\quad \left( \omega^+ + \frac{\dot{z}}{2\Delta z^+} \right) \xi^+ - \frac{g + \ddot{z}}{\omega^+ \Delta z^-} p + \frac{\dot{L}_y}{m\omega^+ \Delta z^-} \end{aligned} \quad (30)$$

Es kann einfach verifiziert werden, dass ein Feedback-Regler der Form

$$p = x + \frac{g \frac{\Delta z^-}{\Delta z^+} \dot{p} - \omega^+ \Delta z^- \left( \omega^+ + \frac{\dot{z}}{2\Delta z^+} \right) x + \omega^+ \frac{\Delta z^- \dot{z}}{2\Delta z^+} \xi^+ + \frac{\dot{L}_y}{m}}{g + \ddot{z}} \quad (31)$$

das System in eine kaskadierte Form wie in (27) transformiert. Zur Stabilisierung der CP Dynamik wird wieder das CP Regelgesetz (10) verwendet, d. h.

$$\dot{p} = \frac{1}{1-e^{\hat{\tau}}} \xi_{target}^+ - \frac{e^{\hat{\tau}}}{1-e^{\hat{\tau}}} \xi^+ \quad (32)$$

mit dem zeitvarianten Parameter  $\hat{\tau} := \omega^+(\Delta z^+)T_{ech}$ . Auch für dieses Regelgesetz gilt der Stabilitätssachweis im Anhang dieser Arbeit. Der Vorteil der Kombination von kontinuierlichen und diskontinuierlichen (relativen) CoM-Höhenänderungen im Vergleich zum Regelgesetz

(19) liegt darin, dass der exakte Zeitpunkt des diskontinuierlichen Überganges nicht berücksichtigt werden muss. Je nach Anwendung kann der kombinierte Regler aber auch Nachteile haben, da durch die Regelung von  $\xi^+$  anstelle von  $\xi^-$  (also dem der aktuellen Höhendifferenz entsprechenden Capture Point) der ZMP selbst für den Fall des idealen LIP nicht mehr konstant bleibt und gegebenenfalls projiziert werden muss (s. Abschnitt 3.4), um ein Kippen zu vermeiden.

## 5 Simulationen und Experimente

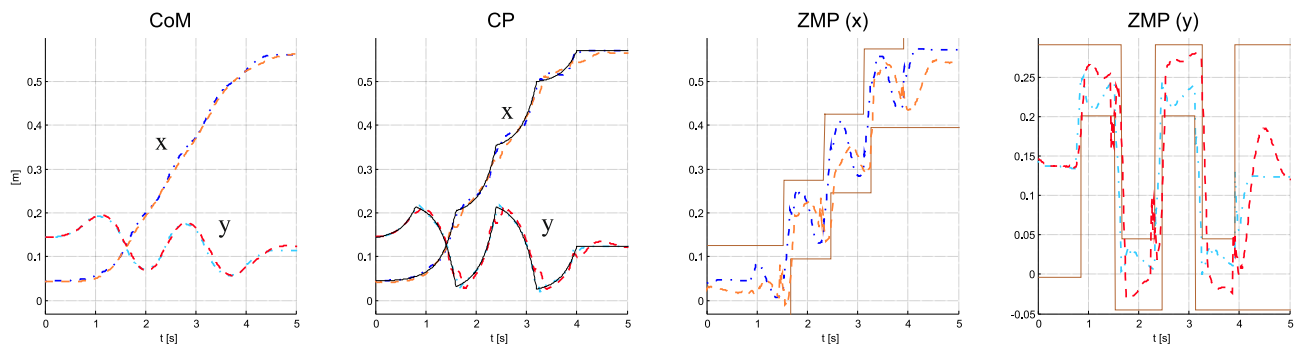
Zur Verifikation der entwickelten Regler wurden Simulationen und Experimente mit dem DLR Biped (Bild 2) [23] durchgeführt. Der DLR Biped ist eine zwei-beinige Laufmaschine mit 6 Freiheitsgraden pro Bein, einem 6-DOF Kraft-Momenten-Sensor (FTS) in jedem Fuß, Positions- und Momentensensoren in allen Gelenken und einem inertialen Messsystem (IMU), welches für diese Arbeit aber nicht verwendet wurde. Für die Schätzung der Schwerpunktsposition und -geschwindigkeit wird derzeit nur die Roboterkinematik, unter der Annahme, dass mindestens ein Fuß flach auf dem ebenen Boden steht, verwendet.

### 5.1 Simulationen

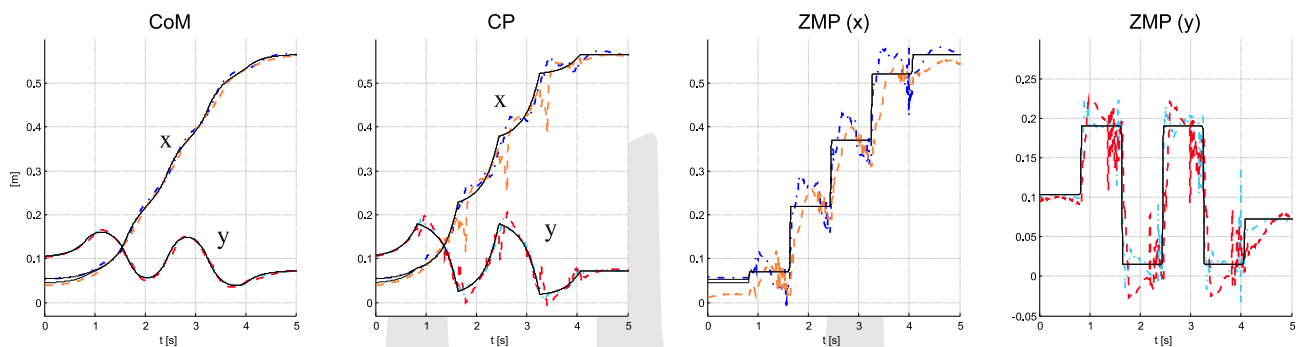
Um die Leistungsfähigkeit des CP Reglers zu verifizieren, wurden Simulationen in OpenHRP3 [24] durchgeführt. Dabei führte der Roboter eine Gangtrajektorie aus, bei der er 4 Schritte geradeaus nach vorne lief und danach zum Stehen kam. Die Schrittlänge betrug 15 Zentimeter, die Schrittzeit  $t_{step}$  0,8 Sekunden. Für die hier vorgestellten Simulationen und Experimente wurde ein Wert von 60 ms für den Parameter  $T_{ech}$  gewählt. Die Fußtrajektorien basierten auf Polynomfunktionen. Bild 12 zeigt einen Vergleich der Simulation und des entsprechenden Experiments. Offensichtlich zeigt der Regler in der Simulation ein gutes Trackingverhalten. Die Abweichungen des CP von der CP Referenz in  $x$ -Richtung (sagittal) sind um einiges größer, als in  $y$ -Richtung (lateral). Dies ist hauptsächlich auf den Einfluss des jeweiligen Schwungbeines, welches beim Geradeauslauf hauptsächlich in der sagittalen Ebene beschleunigt wird, zurückzuführen. Die Schwungbeinbewegung führt zu einem veränderlichen Gesamtdrehimpuls des Roboters und damit zu Abweichungen vom LIP Modell. Bemerkenswert ist, welche große ZMP-Ausschläge der CP Regler teilweise produziert. Dies mag auf den ersten Blick gefährlich erscheinen. Bei genauerem Hinsehen stellt sich heraus, dass der kommandierte ZMP durch die Projektion (falls benötigt) immer im sicheren Bereich (sprich dem Support Polygon) bleibt und dass die im Vergleich zu anderen Ansätzen (z. B. [2]) hohe Variabilität des ZMPs ein besonders gutes Tracking ermöglicht.

Um die Qualität des Reglers einschätzen zu können, wurde er mit dem Preview Regler von Kajita et al. [2] in Kombination mit der Stabilisierung von Choi et al. [5] verglichen. Dazu führte der Roboter, stabilisiert durch





**Bild 12** Simulation und Experiment eines Geradeauslaufs basierend auf Capture Point Regelung ( $l_{step} = 15\text{ cm}$ ,  $t_{step} = 0,8\text{ s}$ ), Volllinien: CP Referenz (CP-Plot), Sup. Polygon (ZMP-Plots); **Simulation:** Strich-Punkt-Linien **Experiment:** gestrichelte Linien.



**Bild 13** Simulation und Experiment eines Geradeauslaufs basierend auf Preview Regelung ( $l_{step} = 15\text{ cm}$ ,  $t_{step} = 0,8\text{ s}$ ), CoM, CP und ZMP Referenzen: Volllinien; **Simulation:** Strich-Punkt-Linien **Experiment:** gestrichelte Linien.

den Preview Regler, die exakt gleichen Gangtrajektorien ( $t_{step} = 0,8\text{ s}$ , Schrittlänge 15 cm) wie in der zuvor beschriebenen Simulation aus. Bild 13 zeigt die Performance des Preview Reglers in Simulation und Experiment. Für eine bessere Vergleichbarkeit wurden hier die Schwerpunktsposition und -geschwindigkeit zu einem Capture Point (s. Gleichung (5)) zusammengefasst (was selbstverständlich keinen Einfluss auf die eigentliche Preview Regelung hat). Es zeigt sich, dass die zu einer CP-Referenz transformierte ideale Schwerpunktsreferenz des Preview Reglers der idealen CP-Referenz der Capture Point Regelung sehr ähnelt (durchgezogene Kurve in Graph 2 von Bild 12 und Bild 13). Dennoch treten in der Simulation beim Preview Regler deutlich größere Abweichungen vom Sollzustand (hier dargestellt als Soll-CP, s. Bild 13 Graph 2) auf als bei der CP Regelung. Dies lässt sich dadurch erklären, dass bei der Gangstabilisierung nach Choi et al. [5] erst Fehler in der Schwerpunkts-Position bestraft werden (ohne Abweichungen in der Sollgeschwindigkeit zu berücksichtigen), während die Capture Point Regelung „eine Ableitung höher“ (s. Gleichung (11)) am Capture Point angreift. Außerdem können bei der Gangstabilisierung nach Choi et al. die Regelung des Soll-Schwerpunktes und des Soll-ZMP konkurrieren, was gegebenenfalls zu einem schlechteren Tracking des Soll-Schwerpunkts-Zustandes führen kann.

Die Regelungsansätze für Situationen mit diskontinuierlichen Änderungen von  $\Delta z$  wurden durch Simulatio-

nen in OpenHRP3 evaluiert, bei welchen der DLR Biped auf Treppen steigen musste. Die in Simulation bisher maximal überwundene Stufenhöhe liegt bei 20 cm.

## 5.2 Experimente

Für einen sauberen Vergleich mit den Simulationsergebnissen führte der Roboter im Experiment die exakt gleiche Gangtrajektorie wie in der Simulation durch (Schrittlänge 15 cm, Schrittzeit 0,8 s). Bild 12 zeigt einen Vergleich zwischen der Reglerperformance in der Simulation und im Experiment. Der beim Aufsetzen des Fußes entstehende Schwingbein-Impact hat einen Verlust im Schwerpunktsimpuls und damit eine plötzliche Veränderung des CP zur Folge, so dass der Trackingfehler in dieser Phase kurzzeitig größer ist. Der Schwingbein-Impact und das Vorhandensein einer Double Support Phase (die Planung beruht rein auf Single Support Phasen) sind auf Trackingfehler des unterlagerten Positionsreglers sowie auf Strukturelastizitäten des Roboters zurückzuführen.

Um die Qualität des Capture Point Reglers einschätzen zu können, wurde er auch experimentell mit dem Preview Regler von Kajita et al. [2] in Kombination mit der Stabilisierung von Choi et al. [5] verglichen. Dazu führte der Roboter, stabilisiert durch den Preview Regler, wiederum die exakt gleichen Gangtrajektorien ( $t_{step} = 0,8\text{ s}$ , Schrittlänge 15 cm) wie beim Capture Point Experiment aus. Bild 13 zeigt die Performance des Preview Reglers in

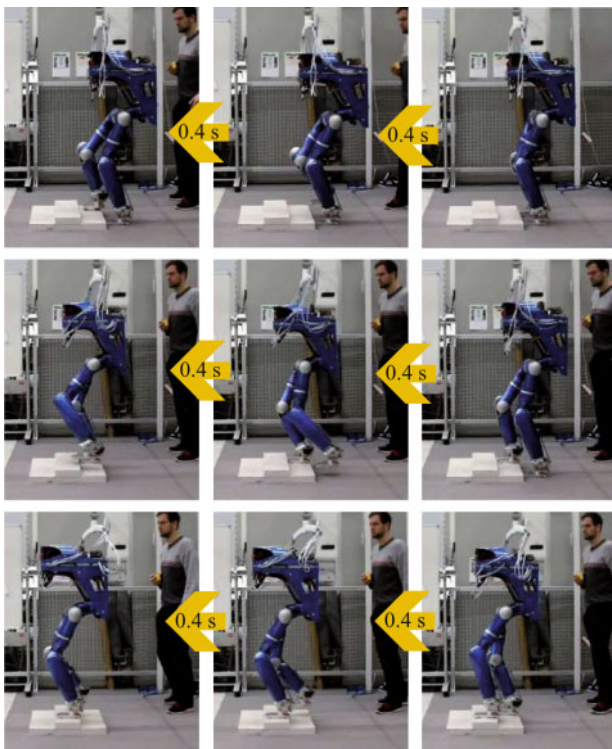


Bild 14 Treppensteigen im Experiment,  $\Delta t_{\text{snapshot}} = 0,4 \text{ s}$ .

Simulation und Experiment. Im Experiment treten beim Preview Regler deutlich größere Abweichungen vom Sollzustand (hier dargestellt als Soll-CP, s. Bild 13 Graph 2) auf als bei der CP Regelung. Die Gründe hierfür wurden bereits im letzten Abschnitt erörtert.

Zusätzlich zur Implementierung von Standardtrajektorien (Gehen mit konstanter Schwerpunkthöhe) wurden verschiedene Experimente mit kontinuierlich und diskontinuierlich variierender Schwerpunkthöhe durchgeführt. Bild 14 zeigt Schnappschüsse eines Experiments, bei welchem der DLR Biped Treppenstufen hinaufsteigt. Die Stufenhöhe betrug 5 cm, die Stufenlänge 20 cm und die Schrittzeit  $t_{\text{step}}$  1,25 Sekunden.

## 6 Diskussion

Die Capture Point (CP) Methodologie beschreibt die Dynamik eines Linearen Inversen Pendels (LIP) als zwei kaskadierte Systeme erster Ordnung, wodurch die Systemdynamik sehr intuitiv begreifbar wird. Für Capture Point basierte Regler ergibt sich im Vergleich zu Preview Reglern wie in [2] der Vorteil, dass deren Vorschau-matrizen üblicherweise offline berechnet werden müssen und nur für eine spezielle Schwerpunkthöhe gelten. Im Gegensatz dazu können die CP Regelgesetze direkt auf jede neue Schwerpunkthöhe angewendet werden, indem einfach nur die Zeitkonstante  $1/\omega$  des unterlagerten LIP Modells aktualisiert wird. Beim Vergleich mit Model Predictive Control [6] erweist sich der wesentlich geringere benötigte Rechenaufwand für die CP Regelung als vorteilhaft. Außerdem werden Preview Regler und modellprädiktive

Regler zumeist in erster Linie zur Trajektoriengenerierung (mit nachgeschaltetem stabilisierendem Regler) eingesetzt, während die CP Regelung eine Feedback-Regelung darstellt. Ein weiterer Vorteil der CP basierten Gangregelung im Vergleich zu einigen anderen Konzepten [2; 5] besteht darin, dass dadurch eine explizite Beschränkung des kommandierten ZMP auf das Support Polygon ermöglicht und somit ein Umkippen des Roboters um eine Kante des Support Polygons verhindert wird.

Aus der vorhandenen Literatur sind die Arbeiten von Pratt et al. [15; 16] am nächsten mit der vorliegenden Arbeit verwandt. Pratts Arbeiten beinhalten auch eine Adaption der Fußpositionen, was nicht Inhalt dieser Arbeit ist. Im Gegensatz zu [15; 16] enthält der in dieser Arbeit vorgeschlagene Regelungsansatz einen formalen Stabilitätsnachweis und es wird gezeigt, wie die Regelung auf nichtlineare Systemmodelle erweitert werden kann, wie es beispielsweise unter Berücksichtigung von Variationen in der Schwerpunkthöhe notwendig ist.

Die Robustheit des vorgeschlagenen CP Trackingreglers wurde in Simulationen und Experimenten verifiziert. Vor allem konnte eine deutlich höhere Robustheit des CP Trackingreglers gegenüber Schwerpunktsfehlern im Vergleich zum in [20] alternativ vorgeschlagenen CPS Regler (welcher mit einem konstanten  $\xi_{\text{target}}$  und einem variierenden Parameter  $T_{\text{ech}}$  arbeitet) gezeigt werden.

Bei der Herleitung der Regelgesetze in Abschnitt 4 wurden zwei starke Annahmen gemacht. Erstens, dass die vertikale Schwerpunktsbewegung  $z(t)$  und zweitens, dass der Gesamtdrehimpuls des Roboters  $L_y(t)$  als bekannte Funktionen der Zeit gegeben seien. Die erste Annahme ist angemessen sofern die vertikale Schwerpunktsbewegung vorausgeplant und durch einen high-gain-Positionsregler realisiert wird. Die zweite Annahme trifft in erster Linie für vereinfachte Robotermodelle zu, in welchen der Term  $\dot{L}_y$  in Bezug zu bekannten Fußtrajektorien gesetzt wird, wie es beispielsweise beim 3-Massen-Modell [19] umgesetzt ist.

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Die Capture Point Methodologie ist ein effektives und einfaches Werkzeug für den Entwurf von Feedback Reglern für zweibeinige Laufmaschinen. Hierbei werden der Schwerpunkt  $\mathbf{x}$  und der CP  $\xi$  als Zustandsvariablen des Systems gewählt. Durch eine Vorschau auf die nächsten drei Fußpositionen aus der geplanten Gangtrajektorie können geeignete end-of-step Capture Point Positionen  $\xi_{\text{eos}}$  und eine entsprechende kontinuierliche CP Referenztrajektorie berechnet werden. Der ZMP wird als Eingangsgröße des Systems verwendet, welche den Roboter stabilisiert und eine direkte Manipulation des CP ermöglicht. In dieser Arbeit wurde ein CP Trackingregler (Abschnitt 3.3) vorgeschlagen, der den CP auf der Referenztrajektorie hält. Durch die intrinsische Stabilität der Schwerpunktsdynamik ermöglicht die CP Methodologie

eine einfache und robuste Regelung von zweibeinigen Laufmaschinen. Eine formale Stabilitätsanalyse des Regelgesetzes (10) wurde für konstante Parameter  $T_{ech}$  bereits in [20] hergeleitet, während die Stabilität für allgemeinere Systemmodelle (variable Schwerpunktshöhe) und zeitvariante Regelgesetze in dieser Arbeit nachgewiesen wird (s. Anhang). Die Robustheit des vorgeschlagenen CP Regelgesetzes wurde in Simulation und Experiment evaluiert. Die Erweiterungen auf 3D Effekte wurden in Simulationsstudien sowie in ersten Experimenten zum Treppensteigen verifiziert.

Aufbauend auf den präsentierten Methoden sollen Algorithmen zu (i) Online-Schritterzeugung, (ii) online-Fußpositions-Anpassung (zur Erhöhung der Robustheit gegenüber Störeinflüssen), (iii) kraftgeregeltem Laufen (aufbauend auf [25]) und zum Gehen auf schiefen Ebenen und unebenem Gelände erarbeitet werden.

### Anhang: Stabilitätsnachweis für zeitvariante kaskadierte Systeme

Um die Gültigkeit von Proposition 1 zu zeigen wird das folgende wohlbekanntes Matrix-Lemma verwendet, auf welchem dann der Beweis von Lemma 2 aufbaut.

**Lemma 1.** Eine symmetrische Matrix  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$  der Form

$$M = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix} \quad (33)$$

mit quadratischen Matrizen  $A$  und  $B$  ist genau dann positiv definit wenn  $A$  und  $B - C^T A^{-1} C$  positiv definit sind [26].

**Lemma 2.** Gegeben sei ein zeitvariantes lineares System zweiter Ordnung in Kaskadenform

$$\dot{x}_1 = -a(t)x_1 + a(t)x_2 \quad (34)$$

$$\dot{x}_2 = -b(t)x_2 \quad (35)$$

mit den Zustandsvariablen  $x_1 \in \mathbb{R}$  und  $x_2 \in \mathbb{R}$ . Wenn die skalaren Funktionen  $a(t)$  und  $b(t)$  strikt positiv sind, d. h.  $\exists a_m > 0, b_m > 0, \forall t, a(t) > a_m, b(t) > b_m$ , und  $a(t)$  nach oben beschränkt ist, d. h.  $\exists a_M < \infty, \forall t, a(t) < a_M$ , dann ist das System exponentiell stabil.

**Beweis.** Für das zeitvariante System wird im Folgenden gezeigt, dass die Funktion  $V(x_1, x_2) = x_1^2/2 + \epsilon x_2^2/2$ , mit  $\epsilon > a_M^2/(4\delta^2 a_m b_m)$  und  $0 < \delta < 1$  eine Lyapunov-Funktion darstellt. Die Ableitung der Lyapunov-Funktion entlang der Lösungen des Systems ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_1, x_2) &= -a(t)x_1^2 + a(t)x_1x_2 - \epsilon b(t)x_2^2 \\ &= -\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}^T (M_1 + M_2) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} a_m(1-\delta) & 0 \\ 0 & \epsilon b_m(1-\delta) \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} a(t) - a_m(1-\delta) & -\frac{1}{2}a(t) \\ -\frac{1}{2}a(t) & \epsilon(b(t) - b_m(1-\delta)) \end{bmatrix}$$

Da die Matrix  $M_1$  konstant und positiv definit ist, ist nur zu zeigen, dass auch die Matrix  $M_2$  positiv definit bleibt um auf exponentielle Stabilität schließen zu können. Durch Anwendung von Lemma 1 auf die Matrix  $M_2$  erhält man die Bedingungen  $a(t) - a_m(1-\delta) > 0$  und  $\epsilon(b(t) - b_m(1-\delta)) > \frac{1}{4}a(t)^2/(a(t) - a_m(1-\delta))$ . Die erste Bedingung ist offensichtlich erfüllt, da  $a(t) > a_m$  strikt positiv ist. Die zweite Bedingung kann in der Form  $\epsilon > \frac{1}{4} \frac{a(t)^2}{(a(t) - a_m(1-\delta))(b(t) - b_m(1-\delta))}$  geschrieben werden und ist durch die Wahl  $\epsilon > \frac{1}{4} \frac{a_M^2}{\delta^2 a_m b_m}$  erfüllt.  $\square$

### Danksagung

Die Autoren möchten Jerry Pratt und Peter Neuhaus<sup>3</sup> für deren Hinweise zu den Eigenschaften der „Capture Point“-Dynamik danken.

Diese Arbeit wurde durch den Impuls- und Vernetzungsfonds der Helmholtz-Gemeinschaft gefördert (VH-NG-808).

### Literatur

- [1] M. Vukobratovic and Y. Stepanenko, „On the stability of anthropomorphic systems“, *Mathematical Biosciences*, vol. 15, pp. 1–37, 1972.
- [2] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, and H. Hirukawa, „Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point“, in *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1620–1626, 2003.
- [3] S. Kajita, M. Morisawa, K. Miura, S. Nakaoka, K. Harada, K. Kaneko, F. Kanehiro, and K. Yokoi, „Biped walking stabilization based on linear inverted pendulum tracking“, in *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 4489–4496, 2010.
- [4] T. Sugihara and Y. Nakamura, „Boundary condition relaxation method for stepwise pedipulation planning of biped robots“, *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 25, no. 3, pp. 658–669, 2009.
- [5] Y. Choi, D. Kim, Y. Oh, and B.-J. You, „Posture/walking control for humanoid robot based on kinematic resolution of com jacobian with embedded motion“, *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 23, no. 6, pp. 1285–1293, 2007.
- [6] P.-B. Wieber, „Trajectory free linear model predictive control for stable walking in the presence of strong perturbations“, in *IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots*, 2006.
- [7] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Yokoi, and H. Hirukawa, „The 3d linear inverted pendulum mode: A simple modeling for a biped walking pattern generation“, in *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 239–246, 2001.
- [8] S. Kajita, *HUMANOIDE ROBOTER - Theorie und Technik des künstlichen Menschen*, Akademische Verlagsgesellschaft Aka GmbH, 1st edition, 2007.
- [9] S. Kajita, K. Kaneko, M. Morisawa, S. Nakaoka, and H. Hirukawa, „Zmp-based biped running enhanced by toe springs“, in *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 3963–3969, 2007.
- [10] T. Takenaka, T. Matsumoto, T. Yoshiike, and S. Shirokura, „Real time motion generation and control for biped robot – 2nd report: Running gait pattern generation –“, in *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1092–1099, 2009.
- [11] R. Tajima, D. Honda, and K. Suga, „Fast running experiments involving a humanoid robot“, in *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1571–1576, 2009.
- [12] M. A. Townsend, „Biped gait stabilization via foot placement“, *Journal of Biomechanics*, vol. 18, pp. 21–38, 1985.

<sup>3</sup> Institute for Human and Machine Cognition (IHMC), USA



- [13] M. S. Redfern and T. Schumann, „A model of foot placement during gait“, *Journal of Biomechanics*, vol. 27, pp. 1339–1346, 1994.
- [14] J. Hofschulte, „Closed loop controlled foot placing for bipedal walking robots“, in *CISM-IFTOMM Symposium on Robot Design, Dynamics, and Control (ROMANSY)*, pp. 417–424, 2008.
- [15] T. Koolen, T. De Boer, J. Rebula, A. Goswami, and J.E. Pratt, „Capturability-based analysis and control of legged locomotion. part 1: Theory and application to three simple gait models“, *accepted f. publication in IJRR*, 2012.
- [16] J.E. Pratt, T. Koolen, T. De Boer, J. Rebula, S. Cotton, J. Carff, M. Johnson, and P. Neuhaus, „Capturability-based analysis and control of legged locomotion, part 2: Application to m2v2, a lower-body humanoid“, *accepted f. publication in IJRR*, 2012.
- [17] A. L. Hof, „The ‚extrapolated center of mass‘ concept suggests a simple control of balance in walking“, *Human Movement Science*, vol. 27, pp. 112–125, 2008.
- [18] S. Drakunov, J. Pratt, J. Carff and A. Goswami, „Capture point: A step toward humanoid push recovery“, in *IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots*, pp. 200–207, 2006.
- [19] T. Takenaka, T. Matsumoto, and T. Yoshiike, „Real time motion generation and control for biped robot -1st report: Walking gait pattern generation“, in *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1084–1091, 2009.
- [20] J. Engelsberger, Ch. Ott, M. A. Roa, A. Albu-Schäffer, and G. Hirzinger, „Bipedal walking control based on capture point dynamics“, in *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, 2011.
- [21] T. Sugihara, Y. Nakamura, and H. Inoue, „Realtime humanoid motion generation through zmp manipulation based on inverted pendulum control“, in *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1404–1409, 2002.
- [22] B. Ugurlu and A. Kawamura, „Bipedal walking trajectory generation based on zmp and euler’s equation of motion“, in *IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots*, pp. 468–473, 2010.
- [23] Ch. Ott, Ch. Baumgärtner, J. Mayr, M. Fuchs, R. Burger, D. Lee, O. Eiberger, A. Albu-Schäffer, M. Grebenstein, and G. Hirzinger, „Development of a biped robot with torque controlled joints“, in *IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots*, pp. 167–173, 2010.
- [24] F. Kanehiro, K. Fujiwara, S. Kajita, K. Yokoi, K. Kaneko, H. Hirukawa, Y. Nakamura, and K. Yamane, „Open architecture humanoid robotics platform“, in *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 24–30, 2002.
- [25] Ch. Ott, M. A. Roa, and G. Hirzinger, „Posture and balance control for biped robots based on contact force optimization“, in *IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots*, pp. 26–33, 2011.
- [26] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, 1990.

Manuskripteingang: 3 Juli 2012



**Dipl. Ing. Johannes Engelsberger** ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Robotik und Mechatronik (RM) des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR). Hauptarbeitsgebiete: Regelung zweibeiniger Roboter, mechanisches Design von Humanoiden.

Adresse: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR e. V.), Institut für Robotik und Mechatronik, E-Mail: [johannes.engelsberger@dlr.de](mailto:johannes.engelsberger@dlr.de)



**Dr.-Ing. Christian Ott** ist Gruppenleiter einer Helmholtz Nachwuchsgruppe am Institut für RM des DLR. Hauptarbeitsgebiete: Regelung zweibeiniger Roboter, Impedanzregelung.

Adresse: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR e. V.), Institut für Robotik und Mechatronik, Postfach 1116, D-82234 Wessling, Fax: +49-(0)8153-28-1134, E-Mail: [christian.ott@dlr.de](mailto:christian.ott@dlr.de)





Oldenbourg  
Verlag

Ein Wissenschaftsverlag der  
Oldenbourg Gruppe

Bernd Klein

## Toleranzmanagement im Maschinen- und Fahrzeugbau

*Dimensionelle und geometrische Toleranzen  
(F+L) – Geometrische Produktspezifizierung  
(GPS)-CAD-Tolerierung – Tolerierungsprinzipien –  
ASME-System - Maßketten – Oberflächen*

2. Auflage 2012 | XIV, 318 Seiten | broschiert  
ISBN 978-3-486-71282-7  
€ 39,80



Die globalisierte Fertigung beruht auf einer eindeutigen Produktbeschreibung. Fertigungsunterlagen müssen überall gelesen und gleich interpretiert werden. Das Normenwerk hat hierzu das Konzept der Geometrischen Produktspezifizierung (GPS) geschaffen. Die GPS-Regeln geben vor, wie Bauteile dimensionell, geometrisch und oberflächentechnologisch zu beschreiben sind. Hierzu wurden eine Vielzahl von Normen und Kurzzeichen geschaffen, die ein Konstrukteur als spezielles Wissen beherrschen und als Beschreibungssprache erlernen muss.

Dieses Buch stellt das Tolerierungssystem im Zusammenhang dar, leistet Hilfestellung bei der Interpretation wesentlicher Normen und der Nutzung von Tolerierungsprinzipien und zeigt die Anwendung anhand von konkreten Beispielen, so dass die gewünschte Bauteilfunktionalität letztlich auch gewährleistet ist. Durch die Darlegung des DIN-ISO- und des ASME-Konzeptes auch in der CAD-Konstruktion ist das Buch inhaltlich hoch aktuell.

Für Studierende des Maschinen- und Fahrzeugbaus sowie praktisch tätige Konstrukteure, Fertigungsplaner und Qualitätsmanager.

Bestellen Sie in Ihrer Fachbuchhandlung  
oder direkt bei uns: Tel: +49 89/45051-248  
Fax: +49 89/45051-333 | [verkauf@oldenbourg.de](mailto:verkauf@oldenbourg.de)

[www.oldenbourg-verlag.de](http://www.oldenbourg-verlag.de)