

# Mitteilung

## Projektgruppe / Fachkreis: Aerodynamik und Aeroakustik

### Aerodynamische Schallerzeugung durch Strömungen kleiner Machzahlen in achsensymmetrischen Rohren mit Querschnittsänderungen (Blenden)

Frank Obermeier, Institut f. Mechanik u. Fluidodynamik, TU Bergakademie Freiberg  
[frank.obermeier@imfd.tu-freiberg.de](mailto:frank.obermeier@imfd.tu-freiberg.de)

Mikhail Konstantinov, Andrei Shishkin, Claus Wagner  
DLR Göttingen, Institut f. Aerodynamik u. Strömungstechnik

### Einleitung

Ausgehend von der "Wirbelschalltheorie" von W. Möhring [1] und F. Obermeier [2] wird eine numerische Berechnung der aerodynamischen Schallerzeugung durch Wirbelablösungen in zylindrischen, von Luft durchströmten Rohren mit zwei unterschiedlich dicken Blenden vorgestellt, Abb. 1. Solche Strömungen können als vereinfachtes Modell für die Schallerzeugung in Zuleitungsrohren zur Klimatisierung von Räumen, z. B. von Flugzeugkabinen, angesehen werden. In der Literatur basieren diese Berechnungen aerodynamischer Schallerzeugung im Allgemeinen auf der Ffowcs Williams-Hawkings-Gleichung, eine Integraldarstellung der bekannten Lighthill-Gleichung für beliebige Wandgeometrien in der Strömung. Hierzu werden für das vorliegende Problem das Strömungsfeld im Rohr numerisch berechnet, dann die resultierenden Wanddruckschwankungen in die Oberflächenintegrale der Ffowcs Williams-Hawkings-Gleichung eingesetzt und diese Integrale ausgewertet. Volumenintegrale bleiben unberücksichtigt, eine fragwürdige Vereinfachung in Rohrströmungen, da wegen der "Eindimensionalität" der Strömung Dipolquellen (Oberflächenintegrale) und Quadrupolquellen (Volumenintegrale) gleich effektiv sein sollten.

### Theorie

In der vorliegenden Arbeit wird ein alternatives Verfahren verwendet. Dazu wird in einem ersten Schritt die in der Literatur üblicherweise verwendete Greensche Freifeldfunktion durch eine der Geometrie angepasste Greensche Funktion ersetzt, M.S. Howe [3], F. Obermeier [4]. Damit entfallen Oberflächenintegrale in der Integraldarstellung der Lighthill-Gleichung. Für kleine Strömungsmachzahlen ist diese Greensche Funktion identisch mit dem Potential  $\Phi$  einer fiktiven, reibungsfreien, inkompressiblen Strömung durch die gegebene Rohrgeometrie. In einem zweiten Schritt wird dann diese gewöhnliche, der Geometrie angepasste Greensche Funktion  $G$  durch eine sogenannte Greensche Vektorfunktion  $\underline{G}$  ersetzt. Diese genügt der Bedingung

$$\text{grad } G = \text{rot } \underline{G} \text{ mit } \underline{G} = \{G_x, G_r, G_\varphi\}, \quad (1)$$

$x, r, \varphi$  beschreiben Zylinderkoordinaten. Für Beobachtungspunkte außerhalb der Schallquellenverteilung ist diese Gleichung lösbar und besitzt die Lösung

$$\underline{G} = \left\{ 0, 0, \frac{1}{4\pi r} \Psi_{pot}(r, x) \right\}. \quad (2)$$

Hierbei ist  $\Psi$  die zum Potential  $\Phi$  zugehörige Stromfunktion. Unter Beachtung der Forderung Gl. (2) lässt sich dann die übliche Quellverteilung  $\underline{u} \times \text{rot } \underline{u}$  in der Integraldarstellung der Lighthill-Gleichung vermöge partieller Integration durch die Zeitableitung der Wirbelverteilung  $\frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \underline{u}$  ersetzen,  $\underline{u}$  beschreibt das Geschwindigkeitsfeld. Damit erhält man für die Ruheenthalpie am Rohrende die Darstellung

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( h + \frac{|\underline{u}|^2}{2} \right) = -\frac{1}{2} \iiint_{0,0,0}^{x,R(x),2\pi} \frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \underline{u})_\varphi \Psi_{pot}(r, x') dr dx' d\varphi,$$

d. h. die Enthalpieschwankungen am Rohrende hängen nur von der Azimutalkomponente der zeitlichen Änderung der Wirbelverteilung im Rohr ab. Diese Schwankungen können dann als Randbedingung für die Berechnung der Schallabstrahlung in den freien Raum dienen; hierauf wird in dieser Arbeit aber nicht explizit eingegangen.

Im nächsten Schritt wird die Integration über den Azimutalwinkel ausgeführt. Damit vereinfacht sich die Schallquellendarstellung dahingehend, dass sie allein durch die über den Azimutalwinkel gemittelte zeitliche Änderung der azimuthalen Wirbelverteilung gegeben ist:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( h + \frac{|u|^2}{2} \right) = -\pi \iint_{0,0}^{x,R(x')} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\text{rot } u})_{\varphi} \Psi_{pot}(r, x') dr dx' \quad (3)$$

## Numerik

Die zeitabhängige Wirbelverteilung in Gl. (3) wird numerisch bestimmt und das Integral ausgewertet. Abb. 1 zeigt eine Momentaufnahme der über  $\varphi$  gemittelten Azimutalkomponente der Wirbelverteilung  $(\overline{\text{rot } u})_{\varphi}$  und Abb. 2 den zeitliche Verlauf der Enthalpie am Rohrende, aus dem das vom Rohrende abgestrahlte Schallfeld bestimmbar ist.

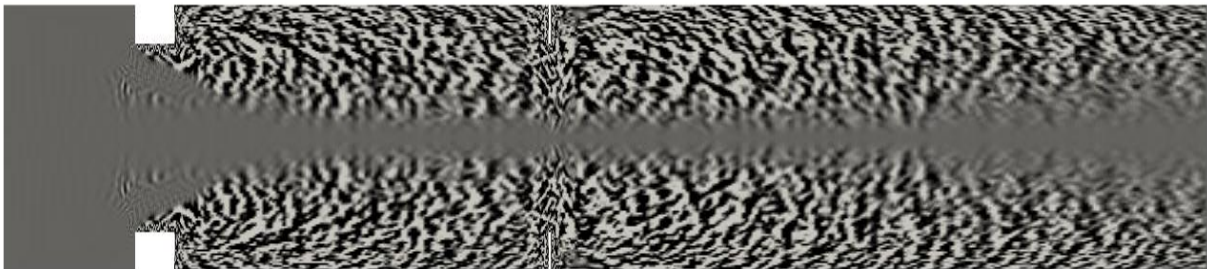


Abb. 1: Rohrgeometrie (verzerrt) und Zeitableitung der azimuthalen, über den Azimutalwinkel gemittelten Wirbelverteilung; Strömungsgeschwindigkeit 10 m/s, Rohrlänge 907 mm, Rohrdurchmesser 100 mm.

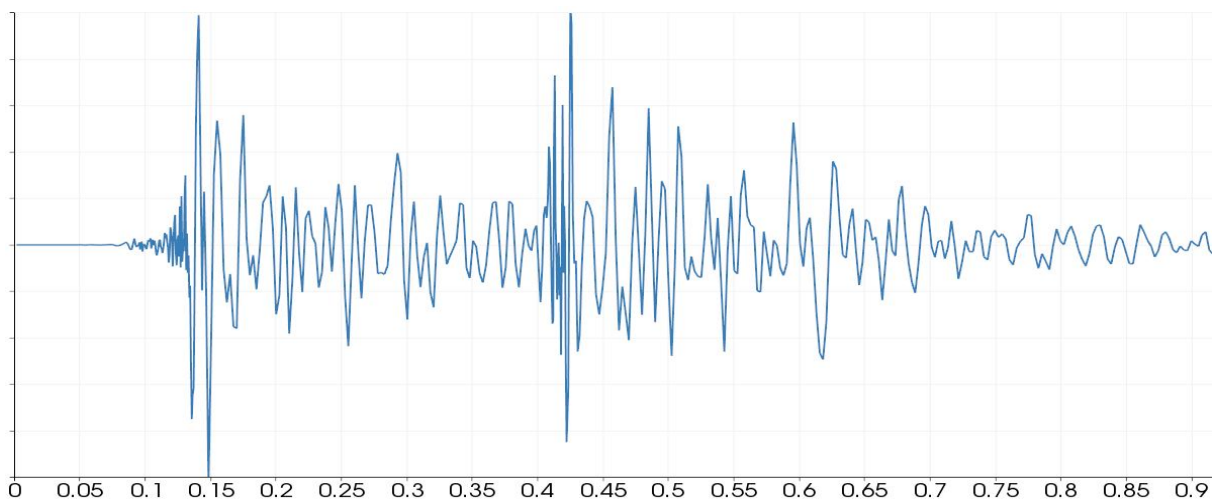


Abb. 2: Momentaufnahme der über den Querschnitt integrierten Schallquellenverteilung entlang der Rohrachse.

## Literatur

- [1] W. Möhring: On vortex sound at low Mach number. *J. Fluid Mech.* **85** (1978), 685-691.
- [2] F. Obermeier: On a new representation of aerodynamic source distribution I. General theory. *Acustica* **42** (1979), 56-61.
- [3] M.S. Howe: Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute. *J. Fluid Mech.* **71** (1975), 625-673.
- [4] F. Obermeier: Low Mach-number noise generated by an unsteady flow through a duct with variable cross section. MPI für Strömungsforschung, Bericht **111/1982**.