

Entkopplungsregelung und Reibungskompensation für einen Roboter mit elastischen verkoppelten Gelenken

Decoupling Control and Friction Compensation for Robot with Elastic Coupled Joints

Luc Le-Tien, Alin Albu-Schäffer, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V., Weßling,
Klaus Janschek, Technische Universität Dresden,
Gerd Hirzinger, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V., Weßling

Zusammenfassung Dieser Beitrag beschreibt die Regelung und Reibungskompensation von Robotern mit elastischen und differentiell getriebenen Gelenken (implementiert am Beispiel des DLR-Medizinroboters). Unter Berücksichtigung der Gelenkverkopplung wird ein MIMO-Zustandsregler (multi-input-multi-output) für die Doppelgelenkstruktur des Medizinroboters eingeführt, der auf der Rückführung der gemessenen Motorpositionen, abtriebsseitigen Drehmomente und deren Ableitungen basiert. Um die Positioniergenauigkeit des Roboters zu verbessern, wird zusätzlich ein Störgrößenbeobachter für die Reibungskompensation entwickelt. Es wird gezeigt, dass der Roboter mit dem MIMO-Zustandsregler und dem Störgrößenbeobachter global asymptotisch stabil ist. Abschließend werden

experimentelle Ergebnisse mit dem DLR-Medizinroboter zur Validierung des Ansatzes vorgestellt. ▶▶▶ **Summary** The paper describes the control and friction compensation of a robot with flexible joints (the DLR medical robot), which has strong mechanical couplings within pairs of joints realized with a differential gear-box. In consideration of this coupling, a MIMO state controller is designed for the strongly coupled joints. In addition a disturbance observer is developed to compensate the nonlinear effects of the friction and to improve the position accuracy of the robot. It is shown that the system is global asymptotically stable for the MIMO controller and the disturbance observer. Finally, experimental results with the DLR medical robot are presented validating the proposed concept.

Schlagwörter Robotik, Entkopplungsregelung, Reibungskompensation, Roboter mit elastischen Gelenken ▶▶▶
Keywords Robotics, decoupling control, friction compensation, flexible joint robots

1 Einleitung

In den letzten fünfzehn Jahren wurde am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) eine neue Generation von Robotern entwickelt, die verglichen mit heutigen Industrierobotern ein Last-/Eigengewichtverhältnis aufweisen, das um eine Größenordnung höher ist, und sich somit wesentlich mehr dem menschlichen Vor-

bild nähern. Neben einem einheitlichen mechatronischen Entwurf spielt in diesem Konzept die abtriebsseitige Drehmomentenmessung in jedem Gelenk (nach dem Getriebe) eine zentrale Rolle. Die Drehmomentsensoren ermöglichen eine deutlich effektivere Regelung als die reine Positionsmessung (z.B. die aktive Schwingungsdämpfung der sehr leichten und somit elastischen

Gelenke) und gleichzeitig eine sichere und feinfühlig Interaktion mit der Umgebung. Letzteres ist dadurch gewährleistet, dass Kontakte mit der Umgebung sicher detektiert werden und der Roboter darauf mittels einer einstellbaren, geregelten Nachgiebigkeit reagiert.

Als eine neue Generation von DLR-Leichtbaurobotern (LBR) [1] wurde der DLR-Medizinroboter (Bild 1) speziell für die medizinischen Applikationen entwickelt [7]. Der DLR-Medizinroboter ist ein redundanter Arm mit sieben Freiheitsgraden. Während das Gelenk 1 des Roboters analog zu den Gelenken des LBRs aufgebaut ist, wurde zur Realisierung der Gelenke 2–3, 4–5 und 6–7 auf verkoppelte Gelenkstrukturen zurückgegriffen, die als Doppelgelenke bezeichnet werden.

Die Regelungsproblematik von Robotern mit elastischen Gelenken wurde in der Literatur sehr ausführlich behandelt. So wurden einige Methoden wie die Zustandslinearisierung [5; 11], die Backstepping-Methode [4], die Singular-Perturbation-Methode [8] oder die Kaskadenregelung [12] bereits vorgestellt. Bei diesen Regelungsmethoden wird eine strikte asymptotische Stabilität für das vollständige nichtlineare Dynamiksystem gewährleistet. Sie erlauben auch eine mögliche Erweiterung hin zu adaptiven Reglern, die die Regelgüte des Systems für den Fall von ungenau identifizierten oder zeitvarianten Parametern theoretisch verbessern können. Aber aufgrund ihrer Komplexität wurden sie bisher nur auf kleinen Experimentalsystemen mit ein oder zwei Freiheitsgraden implementiert.

Als eine einfachere Methode zur Implementierung wurde in [13] gezeigt, dass ein antriebsseitiger PD-Regler mit Gravitationskompensation für Roboter mit elastischen Gelenken zu einem stabilen Gesamtsystem führt. Wegen des Mangels an abtriebsseitiger Information kann der PD-Regler allerdings nur unzufriedenstellende Ergebnisse bringen. Im Falle des DLR-Medizinroboters mit geringer Gelenksteifigkeit und hoher Reibung löst diese einfache Reglerstruktur in der Praxis schlecht gedämpfte Gelenkschwingungen aus.



Bild 1 DLR-Medizinroboter mit sieben Freiheitsgraden.

Als eine Erweiterung des PD-Reglers kann der SISO-Zustandsregler mit vollständiger Zustandsrückführung (antriebsseitige Position, abtriebsseitiges Drehmoment und jeweils deren erste Ableitung) sowie einer Gravitations- und Reibungskompensation bessere Ergebnisse erzielen. Dieser Regler wird bereits experimentell erfolgreich für den LBR eingesetzt [1]. Um diese Methode für den DLR-Medizinroboter einzusetzen, muss die Gelenkverkopplung vernachlässigt werden. Hierfür wären die Steifigkeit K und die Dämpfung D als reine Diagonalmatrizen anzusetzen. Außerdem ist die erreichbare Regelungssteifigkeit durch die hohe Nachgiebigkeit des DLR-Medizinroboters beschränkt.

Ein wesentliches Merkmal des DLR-Medizinroboters ist es, dass jede Achse eines Doppelgelenks gleichzeitig zwei Antriebseinheiten benötigt, wodurch es zu einer nicht vernachlässigbaren Verkopplung im Doppelgelenk kommt. Als eine Erweiterung des SISO-Zustandsreglers wird nunmehr ein MIMO-Zustandsregler mit vollständiger Zustandsrückführung, Reibungs- und Gravitationskompensation für den DLR-Medizinroboter mit Hilfe der modalen Entkopplung entwickelt, der die Verkopplung des Doppelgelenks berücksichtigt. Die Systemstabilität wird mittels eines Lyapunov-Ansatzes analysiert.

In den Anwendungen des DLR-Medizinroboters spielt die absolute Positioniergenauigkeit eine entscheidende Rolle für den erfolgreichen Robotereinsatz. Da die Reibung typischerweise zu Bahnfolgefehlern, Grenzyklen und Stick-Slip-Bewegungen führen kann, ist die Kompensation der nichtlinearen Reibungseffekte ein wichtiges Thema. Für Industrie-Roboter werden oft klassische lineare Methoden zur Reibungskompensation wie Integrator [2] oder linearer Störgrößenbeobachter [9; 14] verwendet. Sie liefern in der Praxis eine hohe Regelgüte. Allerdings kann die Stabilitätsanalyse dieser linearen Methoden nicht auf stark nichtlineare Robotersysteme angewendet werden. So wurde im Falle der Integrator-Methode auch nur die lokale Konvergenz der Ergebnisse [2] gezeigt.

In diesem Beitrag wird ein Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation entwickelt. Die zugrunde liegende Idee ist, den Unterschied zwischen kommandiertem und modellbasiertem Motordrehmoment zu kompensieren. Für eine Kombination aus Zustandsregler und Störgrößenbeobachter am DLR-Medizinroboter kann die Positioniergenauigkeit verbessert werden, ohne die Stabilität des Gesamtsystems zu gefährden. Zusätzlich kann der Störgrößenbeobachter zur Drehmomentregelung benutzt werden, da nur die Reibung kompensiert und nicht der Positionsfehler integriert wird.

Der Inhalt dieses Beitrags ist folgendermaßen aufgebaut: In Abschnitt 2 wird ein Modell des DLR-Medizinroboters mit Doppelgelenk beschrieben. Daran schließen sich in Abschnitt 3 der Entwurf eines MIMO-Zustandsreglers für das Doppelgelenk anhand der modalen Entkopplung und die Stabilitätsanalyse des Systems an. Danach wird in Abschnitt 4 ein Störgrößen-

ßenbeobachter zur Reibungskompensation vorgeschlagen und die Stabilität des gesamten Systems nachgewiesen. Abschließend werden in Abschnitt 5 die experimentellen Ergebnisse mit dem vorgeschlagenen Zustandsregler und dem Störgrößenbeobachter dargestellt.

2 Modellierung des Medizinroboters

Bei Gelenk 1 des DLR-Medizinroboters treibt ein Motor über ein Harmonic-Drive Getriebe dessen Abtrieb an. Im Gegensatz dazu sind die beiden Motoren der Doppelgelenke über jeweils Harmonic-Drive Getriebe und ein gemeinsames differentielles Getriebe abtriebsseitig verkoppelt, das aus drei oder vier Kegelnzahnradern mit gleichem Teilkreisdurchmesser besteht, wie z. B. im Bild 2. Die Kopplung der Antriebe führt dazu, dass Bewegung um die einzelnen Gelenkachsen immer nur im Zusammenspiel der beiden Antriebe realisiert werden kann. Für die mechanische Positionsübertragung von der Antriebs- auf die Abtriebsseite eines Doppelgelenks i mit $i = \{2_3, 4_5, 6_7\}$ ¹ durch das differentielle Getriebe lässt sich die Beziehung

$$\theta_i = T_i \theta_{m_i} \quad \text{bzw.} \quad q_{m_i} = T_i^{-1} q_i \quad (1)$$

aufstellen. Entsprechendes gilt für die Drehmomente

$$\tau_{m_i} = T_i^T \tau_i \quad (2)$$

$$\text{mit } T_i = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 \\ -0,5 & 0,5 \end{bmatrix}.$$

Beim Doppelgelenk bedeuten $\theta_{m_i} \in \mathbb{R}^2$ und $q_{m_i} \in \mathbb{R}^2$ die antriebsseitige und abtriebsseitige Position in Motorkoordinaten (z. B. für das Doppelgelenk 2–3 gilt $\theta_{m_{2,3}} = [\theta_{m_2}, \theta_{m_3}]^T \in \mathbb{R}^2$, wobei die Positionen θ_{m_2} und θ_{m_3} des entsprechenden Motors 2 und 3 skalar sind). $\theta_i \in \mathbb{R}^2$ und $q_i \in \mathbb{R}^2$ sind die entsprechende antriebsseitige und abtriebsseitige Position in Gelenkkoordinaten. $\tau_i \in \mathbb{R}^2$ bezeichnet das abtriebsseitige Drehmoment in Gelenkkoordinaten und $\tau_{m_i} \in \mathbb{R}^2$ das entsprechende abtriebsseitige Drehmoment in Motorkoordinaten. $T_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ist die Positionsübertragungsmatrix eines Doppelgelenks (bzw. T_i^T die Drehmomentübertragungsmatrix).

Für den Medizinroboter liegen die Getriebeübersetzungen zwischen $100 \div 160$. Deswegen wird in der Dynamikgleichung die kinetische Energie des Rotors, die von der Bewegung der Gelenke nur geringfügig beeinflusst wird, vernachlässigt. Somit wird folgendes Robotermodell mit elastischen Gelenken für die Auslegung der Regelung verwendet

$$u_m = J_m \ddot{\theta}_m + T^T (\tau + DK^{-1} \dot{\tau}) + \tau_{fm} \quad (3)$$

$$\tau + DK^{-1} \dot{\tau} = M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) \quad (4)$$

$$\tau = K(T\theta_m - q) \quad (5)$$

¹ Der Index $i = \{2_3, 4_5, 6_7\}$ entspricht dem Doppelgelenk 2–3, 4–5 und 6–7.

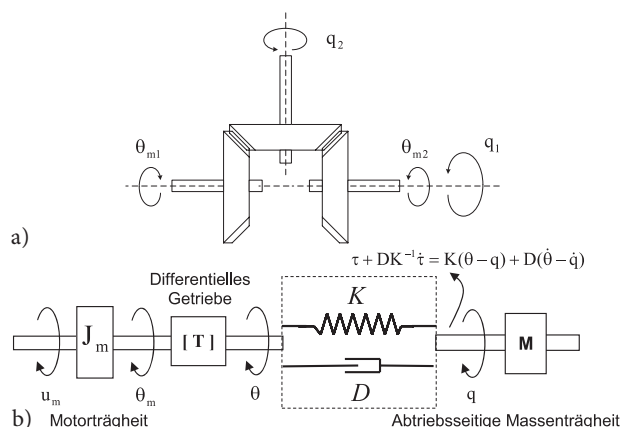


Bild 2 (a) Struktur eines differentiellen Getriebes; (b) Struktur eines Doppelgelenks.

mit der Positionsübertragungsmatrix

$$T = \text{diag}\{1, T_{2_3}, T_{4_5}, T_{6_7}\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

$$\{\forall T_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid i = \{2_3, 4_5, 6_7\}\}.$$

Hierin sind die Vektoren $\theta_m \in \mathbb{R}^n$ und $q \in \mathbb{R}^n$. Der Vektor der Gelenkdrehmomente $\tau \in \mathbb{R}^n$ wird durch einen linearen Zusammenhang gemäß Gleichung (5) bestimmt, wobei unter Berücksichtigung der Gelenkverkopplung $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ als symmetrische Matrizen darzustellen sind (siehe Gleichung (34')). Die Motorträgheitsmatrix $J_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist diagonal, $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $G(q) \in \mathbb{R}^n$ stellen die Massenmatrix, Zentrifugal-/Coriolis-Matrix und Gravitationsdrehmomente des abtriebsseitigen Starrkörpermodells dar. Als Eingangsgröße für die Regelung dient der Vektor der Motordrehmomente $u_m \in \mathbb{R}^n$, $\tau_{fm} \in \mathbb{R}^n$ repräsentiert den Vektor der Reibungsmomente.

Für die Stabilitätsanalyse werden folgende Eigenschaften des Robotermodells benutzt.

E2.1: Die Massenmatrix ist symmetrisch und positiv definit $M(q) = M^T(q)$ [10] und es gilt

$$x^T M(q) x \geq 0 \quad \forall x, q \in \mathbb{R}^n. \quad (6)$$

E2.2: Die Matrix $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ ist schiefsymmetrisch [10] und es gilt

$$x^T (\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})) x = 0 \quad \forall x, q, \dot{q} \in \mathbb{R}^n. \quad (7)$$

E2.3: U_g ist die potentielle Energie und $G(q) = \partial U_g(q) / \partial q$. Es existiert eine reelle Zahl $\alpha > 0$, sodass $\|G(q_1) - G(q_2)\| \leq \alpha \|q_1 - q_2\|$ gilt [13], oder

$$\left| U_g(q_d) - U_g(q) + (q - q_d)^T G(q_d) \right| \leq \frac{1}{2} \alpha \|q_d - q\|^2. \quad (8)$$

E2.4: Das Reibungsmoment $\tau_m(\dot{\theta}_m)$ ist eine Funktion in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit, sodass

$$\tau_m = \begin{cases} \min(|u_m|, f_c + f_l|\tau_m|)\text{sign}(u_m), & \text{wenn } |\dot{\theta}_m| \leq \epsilon \\ (f_c + f_l|\tau_m|)\text{sign}(\dot{\theta}_m) + f_v\dot{\theta}_m, & \text{wenn } |\dot{\theta}_m| > \epsilon \end{cases} \quad (9)$$

gilt [1; 3]. Hierbei bezeichnen f_c die Coulomb-Reibung, f_v die viskose Reibung und f_l die lastabhängige Reibung, $\tau_m = T^T \tau$ beschreibt das antriebsseitige Lastmoment.

3 MIMO-Zustandsregler mit Hilfe der modalen Entkopplung

3.1 Modale Entkopplung und Reglerauslegung

In diesem Abschnitt soll eine MIMO-Zustandsreglerstruktur anhand einer modalen Entkopplung des Doppelgelenks entworfen werden. Dazu wird das System durch eine Koordinatentransformation in Modalkoordinaten abgebildet, die das folgende Lemma benötigt.

Lemma 1. Matrix K ist symmetrisch, Matrix M ist symmetrisch und positiv definit. Somit existiert eine Matrix Q , sodass $K = QQ^T$ und $M = QM_QQ^T$ gilt, mit Matrix M_Q positiv definit und diagonal.

Basierend auf diesem Lemma kann ein System der Form $f = M\ddot{x} + Kx$

durch eine Koordinatentransformation in Modalkoordinaten entkoppelt werden, wobei die Parametermatrizen M und K positiv definit und symmetrisch sind. Der Vektor f bezeichnet eine allgemeine Kraft, die am Roboter angreift. Es folgt somit für das entkoppelte System in Modalkoordinaten

$$f_Q = M_Q\ddot{x}_Q + x_Q \quad \text{mit} \quad \begin{cases} x_Q = Q^T x \\ f_Q = Q^{-1} f, \end{cases}$$

wobei M_Q positiv definit und diagonal ist. Dadurch kann ein SISO-Design für jedes entkoppelte Teilsystem entworfen werden.

Um diese Modalform für den DLR-Medizinroboter zu verwenden, wird die Motordynamikgleichung (3) zunächst in Gelenkkoordinaten transformiert. So erhält man die neuen Dynamikgleichungen

$$u = J\ddot{\theta} + \tau + DK^{-1}\dot{\tau} \quad (10)$$

$$\tau + DK^{-1}\dot{\tau} = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (11)$$

$$\tau = K(\theta - q) \quad (12)$$

$$\text{mit} \quad \begin{cases} u = T^{-T}(u_m - \tau_m) \\ \theta = T\theta_m \\ J = T^{-T}J_m T^{-1}. \end{cases} \quad (13)$$

Die Transformation der Matrix J in (13) ist eine kongruente Transformation, die die positive Definitheit und

Symmetrie einer Matrix beibehält. Im Allgemeinen ist die Matrix J nicht mehr diagonal.

Für den Reglerentwurf wird die Linearisierung jedes Doppelgelenks mit dem Zustandsvektor $x = \{\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}\}$ um eine „Worst Case“ Konfiguration (z. B. für maximale Abtriebsträgheit)

$$\begin{cases} x = x_d + \bar{x} \\ u = u_d + \bar{u} \end{cases} \quad (14)$$

durchgeführt, wobei $x_d = \{\theta_d, 0, q_d, 0\}$ der Arbeitspunkt und $\bar{x} = \{\bar{\theta}, \bar{\dot{\theta}}, \bar{q}, \bar{\dot{q}}\}$ die kleine Abweichung um den Arbeitspunkt darstellen. Daraus folgt für ein Doppelgelenk i mit $i = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}^2$

$$\bar{u}_i = J_i\ddot{\bar{\theta}}_i + \bar{\tau}_i + D_iK_i^{-1}\dot{\bar{\tau}}_i \quad (15)$$

$$\bar{\tau}_i + D_iK_i^{-1}\dot{\bar{\tau}}_i = \bar{M}_i\ddot{q}_i. \quad (16)$$

Darüber hinaus gilt für den Arbeitspunkt

$$u_{d_i} = K_i(\theta_{d_i} - q_{d_i}) = G_i(q_{d_i}). \quad (17)$$

Für ein Doppelgelenk (15), (16) ist die Verkopplung durch die symmetrischen Matrizen K_i , D_i , J_i und $\bar{M}_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ gegeben. An dieser Stelle ist anzumerken, dass nur zwei Matrizen davon gleichzeitig diagonalisiert werden können (z. B. die Matrizen K_i und \bar{M}_i). Um die modale Entkopplung anwenden bzw. um das linearisierte Modell eines Doppelgelenks vollständig diagonalisieren zu können, wird zunächst eine weitere Approximation mit $D_i \simeq \lambda_D K_i$ eingeführt. Dabei ist λ_D ein positiver Skalar, der mit den Materialeigenschaften des Gelenks zusammenhängt³. Wie aus dem Stabilitätsbeweis im Abschnitt 3.2 klar hervorgeht, bleibt das System stabil, solange die Dämpfungsmatrix D_i positiv definit ist. Außerdem wird sich die durch diese Approximation verursachte Veränderung nur geringfügig auf die Regelgüte auswirken. Des Weiteren kann die Motorträgheit J_i in Gleichung (15) durch einen Drehmomentregler⁴ auf die Form $\lambda_J K_i$ gebracht werden

$$\bar{u}_i = J_i(\lambda_J K_i)^{-1}\bar{w}_i + (I - J_i(\lambda_J K_i)^{-1})(\bar{\tau}_i + D_iK_i^{-1}\dot{\bar{\tau}}_i), \quad (18)$$

wobei $\bar{w}_i \in \mathbb{R}^2$ einen neuen Eingangsvektor und $I \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ die Einheitsmatrix darstellt, λ_J eine positive Konstante

² Dabei werden die Auswirkungen des Gravitationsterms vernachlässigt. Im betrachteten Arbeitspunkt x_d gilt für die Linearisierung des Systems $C(q, \dot{q})\dot{q}|_{x=x_d} = 0$ und $G(q = q_d + \bar{q}) = G(q_d) + K_g\bar{q}$ mit $K_g = \frac{\partial G(q)}{\partial q}|_{q=q_d}$. So ergibt sich die Starrkörperdynamik

$$K(\bar{\theta} - \bar{q}) + D(\dot{\bar{\theta}} - \dot{\bar{q}}) = M(q_d)\ddot{\bar{q}} + K_g\bar{q}$$

und durch Umformung erhält man

$$K(\bar{\theta} - K^{-1}(K + K_g)\bar{q}) + D(\dot{\bar{\theta}} - \dot{\bar{q}}) = M(q_d)\ddot{\bar{q}}.$$

Da am Medizinroboter das Verhältnis $K_{ij}/|K_{gij}| > 50$ ist, gilt $K^{-1}(K + K_g) \approx I$ und damit folgt Gleichung (16).

³ Diese Approximation hat sich experimentell als hinreichend genau erwiesen.

⁴ Drehmomentrückführung kann generell als Skalierung der Motorträgheit betrachtet werden [1].

ist. Man erhält somit folgende neue Systemgleichungen aus (15) und (16)

$$\bar{w}_i = \lambda_J K_i \ddot{\theta}_i + \bar{\tau}_i + \lambda_D \dot{\bar{\tau}}_i \quad (19)$$

$$\bar{\tau}_i + \lambda_D \dot{\bar{\tau}}_i = \bar{M}_i \ddot{q}_i \quad (20)$$

$$\bar{\tau}_i = K_i (\bar{\theta}_i - \bar{q}_i). \quad (21)$$

Nun ist das linearisierte Dynamikmodell eines Doppelgelenks (19) und (20) durch eine Modal-Transformation vollständig entkoppelbar. Daraus resultieren konstante Reglerparameter, für die auch die Stabilität des kompletten nichtlinearen Robotermodells gezeigt werden kann und die gutes Einschwingverhalten und geringen Folgefehler im gesamten Arbeitsraum liefern.

Nach dem Lemma 1 existiert eine Matrix $Q_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, sodass

$$\begin{cases} K_i = Q_i Q_i^T \\ \bar{M}_i = Q_i M_{Q_i} Q_i^T \end{cases} \quad (22)$$

gilt, mit $M_{Q_i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ positiv definit und diagonal. Mit Gleichung (22) eingesetzt in die Gleichungen (19), (20) und (21) ergibt sich

$$\lambda_J \ddot{\theta}_{Q_i} + (\theta_{Q_i} - q_{Q_i}) + \lambda_D (\dot{\theta}_{Q_i} - \dot{q}_{Q_i}) = w_{Q_i} \quad (23)$$

$$(\theta_{Q_i} - q_{Q_i}) + \lambda_D (\dot{\theta}_{Q_i} - \dot{q}_{Q_i}) = M_{Q_i} \ddot{q}_{Q_i} \quad (24)$$

$$\tau_{Q_i} = \theta_{Q_i} - q_{Q_i} \quad (25)$$

$$\text{mit} \begin{cases} \theta_{Q_i} = Q_i^T \bar{\theta}_i \\ q_{Q_i} = Q_i^T \bar{q}_i \\ w_{Q_i} = Q_i^{-1} \bar{w}_i \\ \tau_{Q_i} = Q_i^{-1} \bar{\tau}_i. \end{cases} \quad (26)$$

Da die Matrix M_{Q_i} diagonal ist, ist das System beschrieben durch (23) und (24) entkoppelt. Somit ist es möglich, dieses Dynamiksystem (23), (24) in zwei Teilsysteme vierter Ordnung aufzuteilen. Für jedes Teilsystem j mit $j = \{1, 2\}$ wird ein SISO-Zustandsregler folgender Form

$$w_{Q_{i,j}} = -K_{P_{Q_{i,j}}} \theta_{Q_{i,j}} - K_{D_{Q_{i,j}}} \dot{\theta}_{Q_{i,j}} - K_{T_{Q_{i,j}}} \tau_{Q_{i,j}} - K_{S_{Q_{i,j}}} \dot{\tau}_{Q_{i,j}} \quad (27)$$

entworfen. Die Reglerverstärkungen $K_{P_{Q_{i,j}}}$, $K_{D_{Q_{i,j}}}$, $K_{T_{Q_{i,j}}}$ und $K_{S_{Q_{i,j}}} \in \mathbb{R}$ sind skalar und positiv.

Durch die Transformationsgleichungen (26) wird das Regelgesetz (27) in Gelenkkordinaten zurücktransformiert

$$\bar{w}_i = -K_{P_i} \bar{\theta}_i - K_{D_i} \dot{\bar{\theta}}_i - K_{T_i} K_i^{-1} \bar{\tau}_i - K_{S_i} K_i^{-1} \dot{\bar{\tau}}_i, \quad (28)$$

mit

$$\begin{cases} K_{P_i} = Q_i \text{diag}(K_{P_{Q_{i,j}}}) Q_i^T \equiv Q_i K_{P_{Q_i}} Q_i^T \\ K_{D_i} = Q_i \text{diag}(K_{D_{Q_{i,j}}}) Q_i^T \equiv Q_i K_{D_{Q_i}} Q_i^T \\ K_{T_i} = Q_i \text{diag}(K_{T_{Q_{i,j}}}) Q_i^T \equiv Q_i K_{T_{Q_i}} Q_i^T \\ K_{S_i} = Q_i \text{diag}(K_{S_{Q_{i,j}}}) Q_i^T \equiv Q_i K_{S_{Q_i}} Q_i^T. \end{cases} \quad (29)$$

Dabei sind alle Matrizen K_{P_i} , K_{D_i} , K_{T_i} und $K_{S_i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ positiv definit und symmetrisch, was für den Stabilitätsbeweis im nächsten Abschnitt benötigt wird.

Für den gesamten nichtlinearen DLR-Medizinroboter

$$w = \lambda_J K \ddot{\theta} + \tau + DK^{-1} \dot{\tau} \quad (30)$$

$$\tau + DK^{-1} \dot{\tau} = M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) \quad (31)$$

$$\tau = K(\theta - q) \quad (32)$$

gilt $w_d = G(q_d)$ im Arbeitspunkt $x_d = \{\theta_d, 0, q_d, 0\}$. Bezüglich der Linearisierungsgleichung (14) ergibt sich ein kompletter Zustandsregler für den DLR-Medizinroboter in Gelenkkordinaten zu

$$w = w_d + \bar{w}(\bar{x}), \quad (33)$$

mit dem Zustandsvektor der kleinen Abweichung $\bar{x} = x - x_d$ (oder $\{\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, \bar{q}, \dot{\bar{q}}\} = \{\theta - \theta_d, \dot{\theta}, q - q_d, \dot{q}\}$). Durch Einsetzen von $\bar{x} = x - x_d$ und $w_d = G(q_d)$ in die Gleichung (33) und unter Verwendung der Gleichungen (17), (28), (32) folgt

$$w = K_P e_\theta - K_D \dot{\theta} - K_T K^{-1} \tau - K_S K^{-1} \dot{\tau} + (K + K_T) K^{-1} G(q_d) \quad (34)$$

mit $e_\theta = (\theta_d - \theta)$. Die Reglerverstärkungen K_P , K_D , K_T , $K_S \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sind symmetrisch positiv definit und besitzen folgende Gestalt

$$K_\xi = \begin{bmatrix} K_{\xi_1} & \dots & 0 \\ & K_{\xi_{2,3}} & \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & K_{\xi_{4,5}} & \vdots \\ & & & K_{\xi_{6,7}} \end{bmatrix} \quad (34')$$

$$\{\forall K_{\xi_1} \in \mathbb{R} > 0, K_{\xi_i} = K_{\xi_i}^T \in \mathbb{R}^{2 \times 2} > 0 \mid$$

$$i \in \{2_3, 4_5, 6_7\}, \xi \in \{P, D, T, S\}\}.$$

3.2 Stabilitätsanalyse

Auswahl der Lyapunov-Funktion

Zum Beweis der Stabilität ist für eine gegebene antriebsseitige Sollposition q_d (desired) die antriebsseitige Sollposition θ_d in Gelenkkordinaten durch

$$\theta_d = q_d + K^{-1} G(q_d) \quad (35)$$

definiert [13]. Es sei $x = \{\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}\}$ der Zustandsvektor und $x_s = \{\theta_s, 0, q_s, 0\}$ der Zustandsvektor des Roboters in der Ruhelage (stationary). Durch Einsetzen von x_s in die Dynamikgleichungen (30), (31) und das Regelgesetz (34) muss der Zustandsvektor x_s die folgenden stationären Gleichungen erfüllen

$$K_P (\theta_d - \theta_s) - (K + K_T) [(\theta_s - q_s) - K^{-1} G(q_d)] = 0$$

$$K(\theta_s - q_s) = G(q_s).$$

Offensichtlich erfüllt $x_d = \{\theta_d, 0, q_d, 0\}$ diese Gleichungen. Im Folgenden soll bewiesen werden, dass das die einzige Lösung ist.

Zur Stabilitätsanalyse wird folgende Lyapunov-Funktion ausgewählt

$$V(x) = \frac{1}{2}\dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1} \lambda_J K \dot{\theta} + \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q) \dot{q} + \frac{1}{2}(e_\theta - e_q)^T K(e_\theta - e_q) + U_g(q) - U_g(q_d) + \frac{1}{2}e_\theta^T K(K + K_T)^{-1} K_P e_\theta + e_q^T G(q_d), \quad (36)$$

wobei $e_q = q_d - q$ und $e_\theta = \theta_d - \theta$ sind. K_P und $(K + K_T)$ sind positiv definite Matrizen. Diese Funktion ist eine Erweiterung der Lyapunov-Funktion in [1] und enthält sowohl die kinetische Energie als auch die potentielle Energie des Gesamtsystems.

Stabilitätsbedingungen des MIMO-Zustandsreglers

Laut Reglerentwurfsmethode existiert eine Matrix $Q_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ für das Doppelgelenk i mit $i = \{2_3, 4_5, 6_7\}$, sodass

$$\begin{cases} K_i = Q_i Q_i^T \\ D_i \simeq \lambda_D K_i = \lambda_D Q_i Q_i^T \end{cases} \quad (37)$$

gilt. Aus Gleichung (29) folgt

$$\begin{cases} K_i(K_i + K_{T_i})^{-1} \lambda_J K_i = \lambda_J Q_i (I + K_{TQ_i})^{-1} Q_i^T \\ K_i(K_i + K_{T_i})^{-1} K_{P_i} = Q_i (I + K_{TQ_i})^{-1} K_{PQ_i} Q_i^T. \end{cases} \quad (38)$$

Da K_{PQ_i} und K_{TQ_i} diagonal und positiv definit sind, folgt, dass die Matrizen (38) ebenfalls symmetrisch und positiv definit sind. Für das Einfachgelenk wird im kommenden Abschnitt gezeigt, dass $(K_1 + K_{T_1}) > 0$ und auch $K_{P_1} > 0$ gilt. Daraus folgt, dass die vollständigen Matrizen $K(K + K_T)^{-1} \lambda_J K$ und $K(K + K_T)^{-1} K_P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ebenfalls symmetrisch und positiv definit sind.

Aus der Eigenschaft E2.3 der Roboterdynamik ergibt sich

$$V(x) \geq \frac{1}{2}\dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1} \lambda_J K \dot{\theta} + \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q) \dot{q} + \frac{1}{2}(e_\theta - e_q)^T K(e_\theta - e_q) + \frac{1}{2}e_\theta^T K(K + K_T)^{-1} K_P e_\theta - \frac{1}{2}e_q^T \alpha e_q. \quad (39)$$

Um zu zeigen, dass die Lyapunov-Funktion V für $x \neq x_d$ positiv ist, muss also gezeigt werden, dass folgende Funktion positiv definit ist

$$V(x) \geq V^* = \frac{1}{2}(e_\theta - e_q)^T K(e_\theta - e_q) + \frac{1}{2}e_\theta^T K(K + K_T)^{-1} K_P e_\theta - \frac{1}{2}e_q^T \alpha e_q > 0. \quad (40)$$

Beim Medizinroboter kann V^* wegen der Block-Diagonalstruktur in unabhängige Teilfunktionen für

Einfach- und Doppelgelenke aufgeteilt werden. Es folgt

$$V^* = \sum_{i=\{1,2,3,4,5,6,7\}} V_i^* \equiv \sum [e_{q_i}^T \quad e_{\theta_i}^T] H(V_i^*) \begin{bmatrix} e_{q_i} \\ e_{\theta_i} \end{bmatrix}.$$

Für das Einfachgelenk 1 werden die Bedingungen für eine positiv definite Funktion V_1^* im kommenden Abschnitt gezeigt. Für das Doppelgelenk i mit $i = \{2_3, 4_5, 6_7\}$ ist V_i^* positiv definit, wenn die Hesse-Matrix von V_i^*

$$H(V_i^*) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} K_i - \alpha I & -K_i \\ -K_i & K_i + K_i(K_i + K_{T_i})^{-1} K_{P_i} \end{bmatrix} > 0 \quad (41)$$

positiv definit ist. Da die Matrix $K_i + K_i(K_i + K_{T_i})^{-1} K_{P_i}$ nach (38) positiv definit und symmetrisch ist, folgt, dass die Hesse-Matrix $H(V_i^*)$ ebenfalls positiv definit ist, wenn die Bedingungen

$$K_i > \alpha I \quad (42)$$

$$\alpha I < K_i(K_i + K_{T_i} + K_{P_i})^{-1} K_{P_i} = Q_i(I + K_{TQ_i} + K_{PQ_i})^{-1} K_{PQ_i} Q_i^T \quad (43)$$

erfüllt sind⁵.

Danach ergibt sich die Ableitung der Lyapunov-Funktion V in (36) entlang der Trajektorie des Systems zu

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1} \lambda_J K \ddot{\theta} + \dot{q}^T M(q) \ddot{q} \\ &+ \frac{1}{2}\dot{q}^T \dot{M}(q) \dot{q} + (e_\theta - e_q)^T K(-\dot{\theta} + \dot{q}) \\ &- e_\theta^T K(K + K_T)^{-1} K_P \dot{\theta} + \dot{q}^T G(q) - \dot{q}^T G(q_d). \end{aligned} \quad (44)$$

Mit den Gleichungen (30), (31), (34) und (35) eingesetzt in (44) und mit der Verwendung der Eigenschaft E2.2 führt zu

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1} (K_D + K_S + D) \dot{\theta} \\ &- \dot{q}^T D \dot{q} + \dot{q}^T D \dot{\theta} + \dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1} (K_S + D) \dot{q}. \end{aligned} \quad (45)$$

Des Weiteren kann die Funktion \dot{V} auch als Summe der jeweiligen Anteile der Einfach- bzw. Doppelgelenke dargestellt werden

$$\dot{V} = \sum_{i=\{1,2,3,4,5,6,7\}} \dot{V}_i \equiv \sum - [\dot{\theta}_i^T \quad \dot{q}_i^T] H(-\dot{V}_i) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_i \\ \dot{q}_i \end{bmatrix}.$$

Die Ableitung der Lyapunov-Funktion \dot{V} wird dann negativ definit, wenn alle Teilfunktionen \dot{V}_i mit $i = \{1, 2_3, 4_5, 6_7\}$ negativ definit sind (für das Einfachgelenk 1 wird im kommenden Abschnitt gezeigt, dass

⁵ Für die Matrizen bedeutet die Ungleichung $A > B$, dass $(A - B)$ eine positiv definite Matrix ist. Die Bedingung (43) entspricht allgemein ($H_{22} > H_{12} H_{11}^{-1} H_{21}$) und lässt sich durch Einsetzen der Komponenten aus Gleichung (41) wie folgt umformen

$$\begin{aligned} & [K_i + K_i(K_i + K_{T_i})^{-1} K_{P_i}] > K_i(K_i - \alpha I)^{-1} K_i \\ & \Rightarrow K_i - \alpha I > K_i [K_i + K_i(K_i + K_{T_i})^{-1} K_{P_i}]^{-1} K_i \\ & \Rightarrow K_i - \alpha I > K_i [K_i + K_{T_i} + K_{P_i}]^{-1} (K_i + K_{T_i} + K_{P_i} - K_{P_i}) \\ & \Rightarrow \alpha I < K_i [K_i + K_{T_i} + K_{P_i}]^{-1} K_{P_i}. \end{aligned}$$

$\dot{V}_1 < 0$ gilt). Für jedes Doppelgelenk muss gelten, dass die Hesse-Matrix

$$H(-\dot{V}_i) = \begin{bmatrix} dv_{11} & dv_{12} \\ dv_{12} & dv_{22} \end{bmatrix} > 0$$

positiv definit ist, wobei die Elemente der Hesse-Matrix symmetrisch sind und durch

$$\begin{cases} dv_{11} = K_i(K_i + K_{T_i})^{-1}(K_{D_i} + K_{S_i} + D_i) \\ dv_{12} = -\frac{1}{2}[K_i(K_i + K_{T_i})^{-1}(K_{S_i} + D_i) + D_i] \\ dv_{22} = D_i \end{cases}$$

berechnet werden. Da $dv_{11} > 0$ ist, ist die Hesse-Matrix $H(-\dot{V}_i)$ positiv definit, wenn

$$dv_{22} > dv_{12}(dv_{11})^{-1}dv_{12}$$

erfüllt ist. Unter Verwendung der Gleichungen (29) und (37) folgt

$$\begin{aligned} 4\lambda_D Q_i Q_i^T > Q_i [(I + K_{T_i})^{-1}(K_{S_i} + \lambda_D I) \\ + \lambda_D I] (K_{D_i} + K_{S_i} + \lambda_D I)^{-1} [K_{S_i} \\ + 2I\lambda_D + \lambda_D K_{T_i}] Q_i^T. \end{aligned} \quad (46)$$

Stabilitätsbedingungen des SISO-Zustandsreglers

Dieser Abschnitt erlaubt neben einer Betrachtung des Gelenks 1 des DLR-Medizinroboters auch die Betrachtung gesamter Roboter, die nur aus Einfachgelenken bestehen, wie z. B. der DLR-Leichtbauroboter. Wenn alle Matrizen J , M , K und D für den Reglerentwurf als diagonal vorausgesetzt werden, dann handelt es sich bei den Gelenkkoordinaten auch wirklich um Modalkoordinaten. Dies bewirkt, dass die Reglerverstärkungsmatrizen K_P , K_D , K_T und K_S ebenfalls eine diagonale Struktur aufweisen. Somit kann der Entwurf der SISO-Zustandsregler für die einzelnen Einfachgelenke in Gelenkkoordinaten durchgeführt werden. Neben den verbleibenden Stabilitätsbedingungen für K_P und $(K + K_T)$ reduzieren sich die Stabilitätsbedingungen (42), (43) und (46) [1] zu

$$K_{P_i} > 0 \quad (47)$$

$$K_i + K_{T_i} > 0 \quad (48)$$

$$K_i > \alpha \quad (49)$$

$$\frac{K_i K_{P_i}}{K_{P_i} + K_{T_i} + K_i} > \alpha \quad (50)$$

$$K_{D_i} > \frac{(K_{S_i} K_i - K_{T_i} D_i)^2}{4K_i D_i (K_{T_i} + K_i)} \quad \text{mit } i = \{1\}. \quad (51)$$

Dabei sind K_{P_i} , K_{D_i} , K_{T_i} , K_{S_i} , α , K_i und D_i skalar. Die Bedingungen (47) und (48) sind offensichtlich erfüllt. Bedingung (49) prüft, ob die Steifigkeit K_i groß genug ist, um den Roboter im Gravitationsfeld halten zu können, während die Motoren fixiert sind. Auch das ist für

reale Roboter in der Praxis offensichtlich erfüllt. Des Weiteren wird durch Bedingung (50) gefordert, dass die Steifigkeit des geregelten Systems unter Schwerkrafteinfluss ausreicht, um eine kommandierte Sollposition zu halten. Zum Schluss prüft Bedingung (51), ob eine geeignete Reglerdämpfung entsprechend den anderen Regler- und Streckenparametern vorliegt.

Global asymptotische Stabilität des Gesamtsystems

Die asymptotische Stabilität folgt aus dem Invarianzprinzip von Krassovskii-LaSalle. Demnach konvergiert das System in die größte invariante Menge, für die $\dot{V} = 0$ gilt, d. h. $x = \{\theta, \dot{\theta} = 0, q, \dot{q} = 0\}$. Durch Einsetzen von x in die Gleichungen (30), (31) und (34) soll diese Menge den folgenden Gleichungen

$$K_P e_\theta - (K_T + K)[(\theta - q) - K^{-1}G(q_d)] = 0 \quad (52)$$

$$K(\theta - q) = G(q) \quad (53)$$

genügen. Mit θ_d aus Gleichung (35) und θ aus Gleichung (53) eingesetzt in die Gleichung (52) erhält man die stationäre Gleichung

$$G(q_d) - G(q) = K[K_P + K_T + K]^{-1}K_P(q - q_d).$$

Unter Berücksichtigung der Eigenschaft E2.3 folgt die Ungleichung

$$\begin{aligned} \|G(q_d) - G(q)\| &= \|K[K_P + K_T + K]^{-1}K_P(q - q_d)\| \\ &\leq \alpha \|q_d - q\|. \end{aligned}$$

Unter Bezug auf Bedingung (43) ist diese Ungleichung genau dann erfüllt, wenn $q = q_d$ gilt. Es folgt somit, dass das System in die Ruhelage $x = x_d = \{\theta_d, 0, q_d, 0\}$ konvergiert und global asymptotisch stabil ist.

4 Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation

Ausgehend von dem in [6] entwickelten Algorithmus zur Fehlerdetektion wird in diesem Abschnitt ein Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation für das nichtlineare Robotersystem vorgeschlagen, der als Schätzung das tiefpass-gefilterte Reibungsmoment liefert. Von Vorteil ist, dass der betrachtete Ansatz eine Passivitätsanalyse ermöglicht, die den Nachweis der global asymptotischen Stabilität des Gesamtsystems im Rahmen der Lyapunov-Theorie erlaubt. Außerdem können die Parameter des Zustandsreglers und des Störgrößenbeobachters getrennt bestimmt werden. Für die Stabilitätsanalyse wird folgendes reduziertes Reibungsmodell basierend auf Coulomb-Reibung und viskoser Reibung benötigt

$$\tau_{fm} = \tau_{fm,c} + \tau_{fm,v} \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \tau_{fm,c} = f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m) \\ \tau_{fm,v} = f_v \dot{\theta}_m. \end{cases} \quad (54)$$

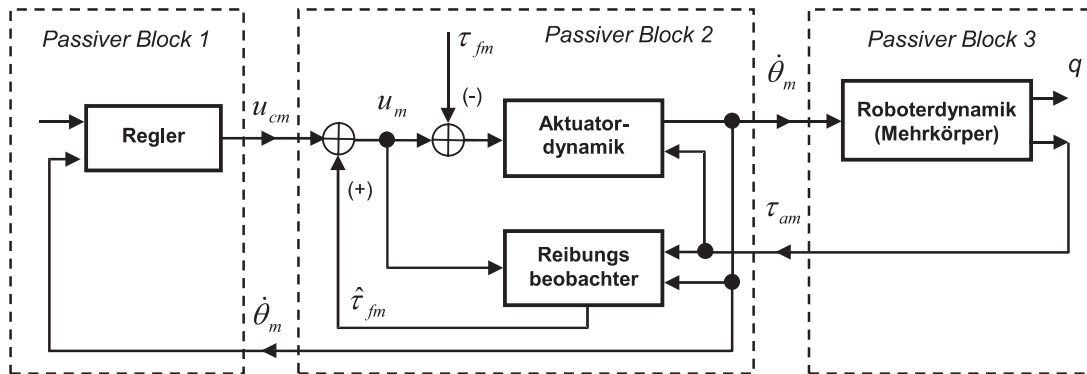


Bild 3 Übersicht über ein Robotersystem mit elastischen Gelenken mit passiven Verbindungen.

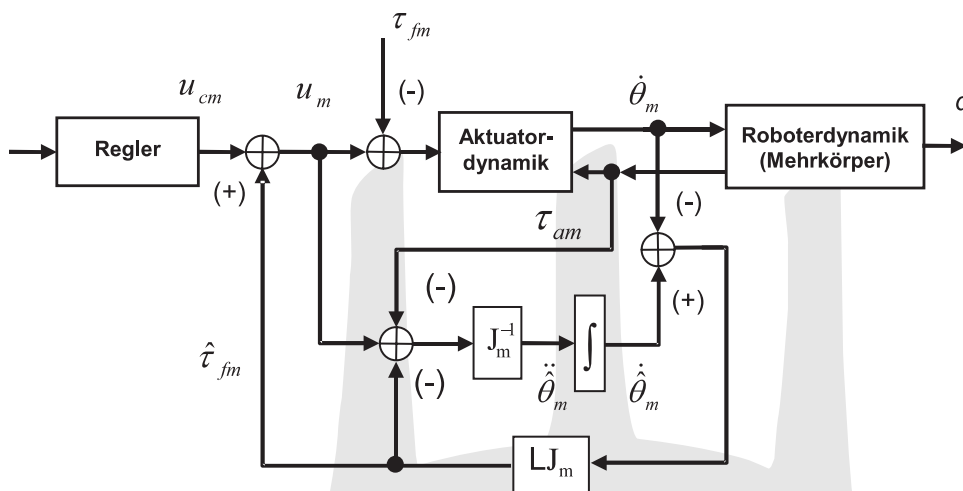


Bild 4 Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation für ein Robotersystem mit mehreren Freiheitsgraden.

4.1 Idee und Beobachterstruktur im Falle eines Einfachgelenks

In Bild 3 wird ein Roboter mit elastischen Gelenken und passiven Reglern betrachtet. Dieses Robotermodell kann in die nichtlineare Roboterdynamik⁶ und die passive Aktuatordynamik eingeteilt werden, die mit der Ausnahme der Reibungsstörung linear ist. Für den Beobachterentwurf beim DLR-Medizinroboter wird die Aktuatordynamik (3) nun umgeschrieben

$$u_m = J_m \ddot{\theta}_m + \tau_{am} + \tau_{fm} \tag{55}$$

mit $\tau_{am} = T^T(\tau + DK^{-1}\dot{\tau})$. (56)

Beim Einfachgelenk wird nur ein einzelner Aktuator mit der Übertragungsmatrix $T = 1$ betrachtet. Somit kann $\tau_{am} = \tau + DK^{-1}\dot{\tau}$ vereinfacht werden. Es folgt, dass das Teilsystem passiv ist, mit der Speicherfunktion

$$S_\theta = \frac{1}{2} J_m \dot{\theta}_m^2. \tag{57}$$

Durch Einsetzen der Gleichung (55) in die Ableitung der Speicherfunktion (57) ergibt sich

$$\dot{S}_\theta = \dot{\theta}_m u_m - \dot{\theta}_m \tau_{am} - \dot{\theta}_m \tau_{fm}. \tag{58}$$

⁶ Die Roboterdynamik enthält die Starrkörperdynamik und die elastischen Übertragungselemente wie Getriebe und Drehmomentsensoren.

Der erste Term von (58) stellt die vom Regler gelieferte Leistung und der zweite die zum Gelenk übertragene Leistung dar. Der dritte Term entspricht der durch die Reibung dissipierten Leistung und ist natürlich immer negativ definit.

Reibungsbeobachter

Basierend auf der Motordynamikgleichung (55) wird ein einfacher linearer Algorithmus zum Schätzen der Aktuatordynamik durch

$$u_m = J_m \ddot{\theta}_m + \tau_{am} + \hat{\tau}_{fm} \tag{59}$$

mit $\hat{\tau}_{fm} = -LJ_m(\dot{\theta}_m - \hat{\dot{\theta}}_m)$ (60)

realisiert (Bild 4), wobei das Reibungsmoment als Störung betrachtet wird. L ist eine positive Konstante. Der Schätzwert für die Reibung und der Beobachterzustand werden entsprechend als $\hat{\tau}_{fm}$ und $\hat{\dot{\theta}}_m$ bezeichnet. Durch Einsetzen der Gleichungen (55) und (59) in die Gleichung (60) erhält man

$$\hat{\tau}_{fm} = \frac{1}{L^{-1}s + 1} \tau_{fm} \tag{61}$$

für das Einfachgelenk, wobei „ s “ der Laplace-Operator ist. Für das Gesamtsystem ergibt sich mit Gleichung (61)

das diagonale Übertragungssystem

$$\hat{\tau}_{jm} = \text{diag} \left\{ \frac{1}{L_i^{-1}s + 1} \right\} \tau_{jm} \quad \text{mit } i = \{1..n\}, \quad (62)$$

wobei $\hat{\tau}_{jm}$ und $\tau_{jm} \in \mathbb{R}^n$ der Vektor sind.

Es ist hier anzumerken, dass die beobachtete Reibung der durch ein Filter erster Ordnung gefilterten realen Reibung entspricht. Das Regelgesetz zur Reibungskompensation mittels Störgrößenbeobachter wird durch

$$u_m = u_{cm} + \hat{\tau}_{jm} \quad (63)$$

definiert, wobei das Sollmotordrehmoment u_{cm} in Motorkoordinaten durch den Regler generiert wird. Durch die Transformation (13) kann dieses Regelgesetz auch in Gelenkkoordinaten

$$u = u_c + \hat{\tau}_f \quad \text{mit} \quad \begin{cases} u_c = T^{-T} u_{cm} \\ \hat{\tau}_f = T^{-T} \hat{\tau}_{jm} \end{cases} \quad (64)$$

umgeschrieben werden. Der Beobachter (59), (60) besitzt eine sehr einfache Struktur. Es werden nur das messbare Gelenkdrehmoment und die messbare Motorposition (bzw. deren erste Ableitungen) benötigt. Informationen über das nichtlineare Starrkörpermodell sind für den Beobachter weiter nicht erforderlich.

Passivitätsanalyse

Für den geregelten Roboter wird angenommen, dass ein Regler vorhanden ist, der asymptotische Stabilität entsprechend Abschnitt 3 garantiert. Es stellt sich hier nun die Frage, ob auch die vorgeschlagene beobachterbasierte Reibungskompensation die Stabilität und Konvergenz des geregelten Systems mit Reibung gewährleistet? Dies kann über eine Passivitätsanalyse der Reibungskompensation nachgewiesen werden. Gelingt der Nachweis der Passivität, kann der Störgrößenbeobachter leicht in einer Lyapunov-Stabilitätsanalyse des Gesamtroboters mit einem passiven Regler verbunden werden.

Durch Einsetzen des neuen Regelgesetzes (63) mit Reibungskompensation in die Gleichung (58) erhält man

$$\dot{S}_\theta = \dot{\theta}_m u_{cm} - \dot{\theta}_m \tau_{am} + \dot{\theta}_m (\hat{\tau}_{jm} - \tau_{jm}). \quad (65)$$

Hierbei soll nachgeprüft werden, ob der Term $\dot{\theta}_m (\hat{\tau}_{jm} - \tau_{jm})$ noch negativ definit ist, d. h. die Energie dissipiert wird, und gleichzeitig ein durch die Coulomb-Reibung verursachter stationärer Fehler verhindert werden kann.

Wegen der Linearität des Störgrößenbeobachters (61) kann die geschätzte Gesamtreibung durch Summation der Coulomb-Reibung und der viskosen Reibung (54) dargestellt werden

$$\hat{\tau}_{jm} = \hat{\tau}_{jm,c} + \hat{\tau}_{jm,v} \quad (66)$$

mit

$$\begin{cases} \hat{\tau}_{jm,c} = \frac{1}{L^{-1}s + 1} \tau_{jm,c} = \frac{1}{L^{-1}s + 1} \mathcal{L}\{f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m)\} \\ \hat{\tau}_{jm,v} = \frac{1}{L^{-1}s + 1} \tau_{jm,v} = \frac{1}{L^{-1}s + 1} \mathcal{L}\{f_v \dot{\theta}_m\}. \end{cases} \quad (67)$$

Im Folgenden wird die Bezeichnung

$$\hat{\tau}_{jm,v} \equiv f_v v_m \quad (68)$$

benutzt, wobei v_m

$$v_m = \frac{s}{L^{-1}s + 1} \theta_m \quad \text{oder} \quad L^{-1} \dot{v}_m = \dot{\theta}_m - v_m \quad (69)$$

für die gefilterte Motorgeschwindigkeit steht.

Darüber hinaus erhält man durch Einsetzen der Gleichungen (54) und (66) in die Ableitung der Energiefunktion (65)

$$\dot{S}_\theta = \dot{\theta}_m u_{cm} - \dot{\theta}_m \tau_{am} + \dot{\theta}_m (\hat{\tau}_{jm,c} - \tau_{jm,c}) + \dot{\theta}_m f_v (v_m - \dot{\theta}_m). \quad (70)$$

Die Filterung der Coulomb-Reibung führt zu einer Eigenschaft, die für den folgenden Beweis benötigt wird. Wie aus Bild 5 leicht abzuleiten ist, ist der absolute Wert von $\hat{\tau}_{jm,c}$ immer kleiner als der absolute Wert⁷ von $\tau_{jm,c}$ und deren Differenz besitzt somit immer ein zur Motorgeschwindigkeit $\dot{\theta}_m$ entgegengesetztes Vorzeichen. Daraus ergibt sich für die Kompensation der Coulomb-Reibung immer folgende Eigenschaft

$$\dot{\theta}_m (\hat{\tau}_{jm,c} - \tau_{jm,c}) \leq 0. \quad (71)$$

Für die Passivitätsanalyse der Kompensation der viskosen Reibung soll ein Energieterm entsprechend dem Zustand der gefilterten Motorgeschwindigkeit (69) in die Speicherfunktion (57) integriert werden. Dies führt zu einer neuen Speicherfunktion

$$S_{1\theta} = S_\theta + \frac{1}{2} f_v L^{-1} v_m^2. \quad (72)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (70) und (69) in die Ableitung dieser Speicherfunktion ergibt sich

$$\dot{S}_{1\theta} = \dot{\theta}_m u_{cm} - \dot{\theta}_m \tau_{am} + P_{\text{fric}}, \quad (73)$$

wobei P_{fric} durch

$$P_{\text{fric}} = \dot{\theta}_m (\hat{\tau}_{jm,c} - \tau_{jm,c}) - f_v (\dot{\theta}_m - v_m)^2 \leq 0 \quad (74)$$

beschrieben ist. Die Eigenschaft (71) zeigt, dass P_{fric} wie gewünscht negativ definit ist.

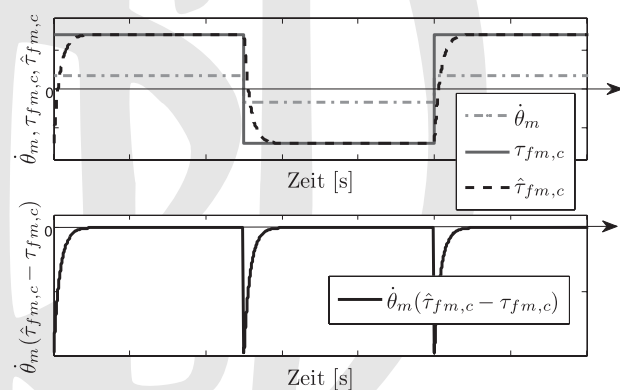


Bild 5 Gewährleistung der dissipierten Energie bei Kompensation der Coulomb-Reibung.

⁷ Die Coulomb-Reibung repräsentiert ein Sprungssignal in Abhängigkeit des Vorzeichens von $\dot{\theta}_m$.

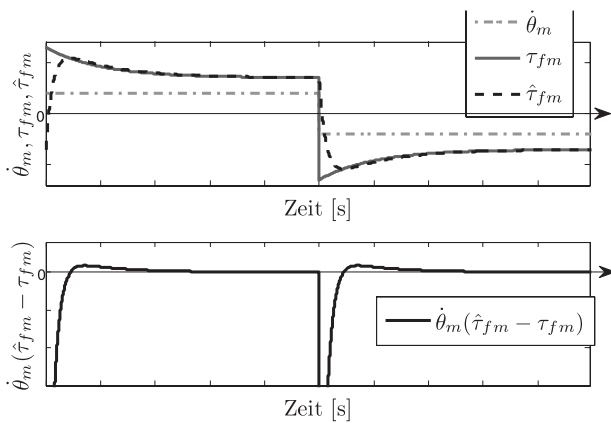


Bild 6 Unter Berücksichtigung der Stiction-Reibung kann die Dissipation der Energie nicht gewährleistet werden.

Einschränkung des Ansatzes

Da dieser Reibungsbeobachter immer ein gefiltertes Reibungssignal liefert, ist die Reibungskompensation für ein erweitertes Reibungsmodell nicht immer passiv. Das wird in Bild 6 an einem Beispiel gezeigt, in dem die Stiction-Reibung (Stribeck-Effekt) berücksichtigt wird. Man erhält für die gefilterte Reibung zeitweilig größere absolute Werte als die reale Reibung erzeugt. Dies führt zu einer zeitweiligen Überkompensation der realen Reibung und hat somit eine Energiegenerierung zur Folge. Diese Energiezufuhr kann im Prinzip Grenzyklen im System bewirken. Dies ist allerdings auch der Fall für die viskose Reibung, trotzdem konnte die Passivität hier nachgewiesen werden.

Als eine mögliche Abhilfe kann der Energiezuwachs durch die Überkompensation der Reibung für eine vorgegebene Zeitdauer $t - t_0$ überwacht werden

$$E_{\text{fric}}(t) = \int_{t_0}^t P_{\text{fric}}(t) dt = S_{1\theta}(t) - S_{1\theta}(t_0) - \int_{t_0}^t \dot{\theta}_m(u_{cm} - \tau_{am}) dt. \quad (75)$$

Im Falle der Überschreitung eines bestimmten positiven Grenzwertes wird die Reibungskompensation reduziert oder einfach ausgeschaltet.

4.2 Stabilität des geregelten Robotersystems mit Störgrößenbeobachter

Basierend auf der Passivität der Reibungskompensation ist es einfach, die asymptotische Stabilität für ein System zu zeigen, das eine passive Strecke und einen passiven Regler mit Reibungskompensation enthält. Ein interessanter Aspekt für den vorgestellten Zustandsregler ist, dass einerseits die Positions- und Geschwindigkeitsrückführung eine einfache passive Interpretation ähnlich einem „Feder-Dämpfer“-System aufweisen, andererseits

aber die Drehmomentrückführung keine passive Komponente für den Zustandsregler darstellt. Beispielsweise wurde in [1] gezeigt, dass die Drehmomentrückführung als Skalierung der Aktuatordynamik interpretiert werden kann. Dies ist leicht zu erkennen, wenn man die Gleichung (76) mit dem Faktor $K(K + K_T)^{-1}$ multipliziert oder die Lyapunov-Funktion (36) betrachtet, in der die Motorträgheit und die potentielle Energie des Reglers durch den gleichen Faktor skaliert werden.

Somit spricht man hier von keinem passiven, sondern einem passivitätsbasierten Regler, da der Regler zusammen mit der Motorträgheit ein passives Subsystem bildet.

Durch Einsetzen des Regelgesetzes (64) (Zustandsregler (34) und beobachterbasierte Reibungskompensation) in die Gleichungen (3) und (13)⁸ erhält man folgende geregelte Aktuatordynamik

$$J\ddot{\theta} = K_P e_\theta - K_D \dot{\theta} - (K + K_T)K^{-1}\tau - (K_S + D)K^{-1}\dot{\tau} + (K + K_T)K^{-1}G(q_d) + \hat{\tau}_f - \tau_f. \quad (76)$$

Es ist hier anzumerken, dass diese Aktuatordynamik im Vergleich zur in Abschnitt 3 eingeführten exakten modellbasierten Reibungskompensation den zusätzlichen Term $(\hat{\tau}_f - \tau_f)$ enthält. Für die Stabilitätsanalyse wird eine gleiche Lyapunov-Funktion $V_1 = V$ wie in Gleichung (36) ausgewählt. Leitet man die Lyapunov-Funktion V_1 ab und setzt die neue geregelte Aktuatordynamik (76) ein, dann erhält man neben dem Term \dot{V} in Gleichung (45) einen zusätzlichen Term \dot{V}_{11} im Zusammenhang mit dem neuen Term $(\hat{\tau}_f - \tau_f)$

$$\dot{V}_1 = \dot{V} + \dot{V}_{11} \quad (77)$$

$$\text{mit } \dot{V}_{11} = \dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1}(\hat{\tau}_f - \tau_f). \quad (78)$$

In Abschnitt 3 ist die Funktion \dot{V} als negativ definit nachgewiesen worden. Damit die Ableitung der Lyapunov-Funktion \dot{V}_1 negativ wird, muss die Funktion \dot{V}_{11} analysiert werden.

Da die Ungleichung (71) nur für Aktuatoren in Motorkoordinaten eingehalten wird, muss zunächst Gleichung (78) ebenfalls in Motorkoordinaten ausgedrückt werden. Durch den Wechsel auf Motorkoordinaten (13) und die Verwendung der Gleichungen (54), (66) ergibt sich

$$\dot{V}_{11} = \dot{\theta}_m^T A [(\hat{\tau}_{fm,c} - \tau_{fm,c}) + f_v v_m - f_v \dot{\theta}_m] \quad (79)$$

$$\text{mit } A = T^T K(K + K_T)^{-1} T^{-T}. \quad (80)$$

Unter Verwendung der Ungleichung (71) ist der erste Term in \dot{V}_{11} negativ, wenn die Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ diagonal und positiv definit ist. Offensichtlich sind diese Bedingungen dann erfüllt, wenn für die Reglerverstärkung K_T

$$K_T = \chi K \quad \text{mit } \chi > 0 \quad (81)$$

⁸ Beim Reglerentwurf in Abschnitt 3.1 wird λ_J so ausgewählt, dass eine Approximation $J = \lambda_J K$ gemacht wird. Es folgt, dass für das Motor Drehmoment in Gleichung (18) $u = w$ gilt.

gilt, wobei χ eine positive Konstante ist. Gleichung (81) ist somit eine notwendige Bedingung für die Passivität des Gesamtsystems. Daraus erhält man nun $A = (1 + \chi)^{-1}I$.

Zur Berücksichtigung der Kompensation der viskosen Reibung wird die Lyapunov-Funktion analog zum Abschnitt 4.1 um die Energie der gefilterten Motorgeschwindigkeit erweitert

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}v_m^T L^{-1} A f_v v_m, \quad (82)$$

wobei $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine positiv definite Diagonalmatrix ist. Deren Ableitung entlang der Trajektorie des Systems ist durch

$$\dot{V}_2 = \dot{V} + \sum_{i=\{1..n\}} a_i P_{\text{fric},i} \leq 0 \quad (83)$$

gegeben, wobei a_i die Diagonalelemente der Matrix A sind. Gemäß Abschnitt 4.1 ist $P_{\text{fric},i} \leq 0$. Daraus folgt, dass ebenfalls $\dot{V}_2 \leq 0$ gilt. Das System ist somit stabil.

Gemäß dem Invarianzprinzip von Krassovskii-LaSalle muss für die Ruhelage $\dot{V}_2 = 0$ gelten, d. h. $\{\dot{\theta} = 0, \dot{q} = 0, v_m = 0\}$. Durch Einsetzen dieser Bedingungen in die geschlossenen Dynamikgleichungen (76) und (11) erhält man die Gleichungen der Ruhelage

$$K_p e_\theta - (K + K_T)[(\theta - q) - K^{-1}G(q_d)] + T^{-T}(\hat{\tau}_{m,c} - \tau_{m,c}) = 0 \quad (84)$$

$$K(\theta - q) = G(q). \quad (85)$$

Wegen der Filtereigenschaft des Störgrößenbeobachters gilt im stationären Zustand immer $(\hat{\tau}_{m,c} - \tau_{m,c}) = 0$. Daraus folgt, dass das Gleichungssystem (84), (85) gleiche Lösungen wie das Gleichungssystem (52), (53) besitzt. Somit konvergiert das System in diesem Fall in die größte invariante Menge, die nur aus einem einzigen Punkt $\{\theta = \theta_d, \dot{\theta} = 0, q = q_d, \dot{q} = 0, v_m = 0, \tau_{m,c} = \hat{\tau}_{m,c}\}$ besteht. Es folgt, dass das System unter Berücksichtigung der zusätzlichen Stabilitätsbedingung (81) global asymptotisch stabil ist.

5 Experimente

In diesem Abschnitt werden zwei Experimente zur Validierung des vorgeschlagenen MIMO-Zustandsreglers und der Reibungskompensation durchgeführt.

5.1 Experiment 1:

Validierung des MIMO-Zustandsreglers

In Bild 7 sind die Ergebnisse für das Doppelgelenk 2–3 mit dem MIMO-Zustandsregler dargestellt. Dabei wird gezeigt, dass die gemessenen abtriebsseitigen Drehmomente im Umkehrpunkt durch den MIMO-Zustandsregler gut gedämpft sind. Einerseits schwingt jedes Drehmoment im Umkehrpunkt schnell ein. Andererseits ist die Auswirkung der Verkopplung durch dieses

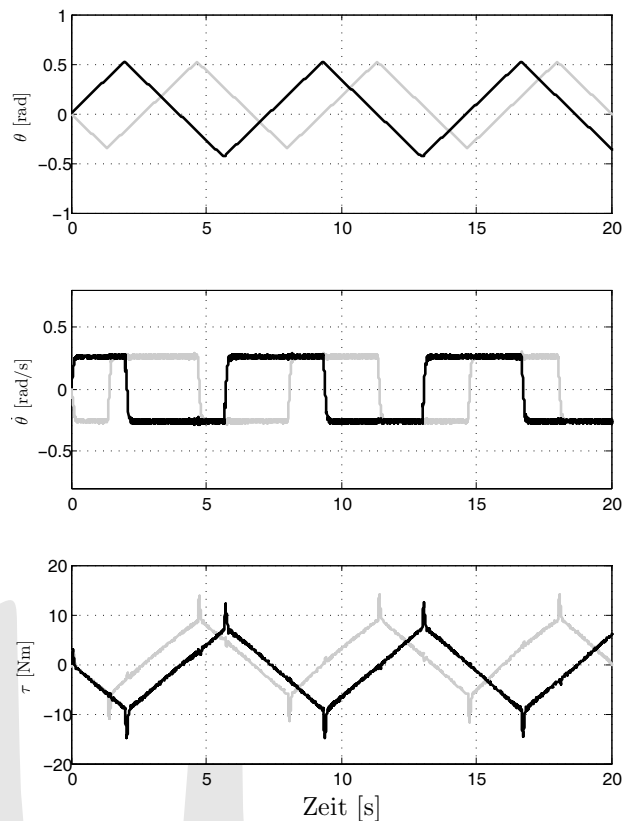


Bild 7 Ergebnisse mit dem MIMO-Zustandsregler für das Doppelgelenk 2–3 (Dunkel: Messgrößen des Gelenks 2; Hell: Messgrößen des Gelenks 3).

Einschwingen bei dem anderen Drehmoment kaum zu sehen.

5.2 Experiment 2:

Untersuchung der Positionsgenauigkeit

In den folgenden Experimenten wird der gleiche Zustandsregler mit der Sollgeschwindigkeit als Vorsteuerung verwendet. Im ersten Experiment mit periodisch wiederholter Trajektorie (Bild 8) werden die Positionsabweichungen (Bild 9) jeweils ohne Reibungskompensation, mit modellbasierter Reibungskompensation und mit beobachterbasierter Reibungskompensation verglichen. Im Falle des Positionsreglers mit Störgrößenbeobachter werden die besten Ergebnisse erreicht. Allerdings sind sie bei den einzelnen Motoren unterschiedlich. Während die Positionsabweichung für die Motoren 1 und 4 bis 7 unter 0,01 Grad liegt, ist sie für die Motoren 2 und 3 wegen des Einflusses des Gelenkspiels und der Modellungenauigkeiten etwas größer. Im zweiten Experiment mit Punkt-zu-Punkt-Trajektorie (Bild 10) ist der Regler mit modellbasierter Reibungskompensation nicht geeignet, weil hier der Anteil der Coulomb-Reibung wegen des unvermeidlichen Rauschens der Motorgeschwindigkeit im Stillstand zu häufigem Vorzeichenwechseln beim Sollmotorstrom führt. Es ist in Bild 11 leicht zu sehen, dass für alle Motoren die Positionsabweichungen mit

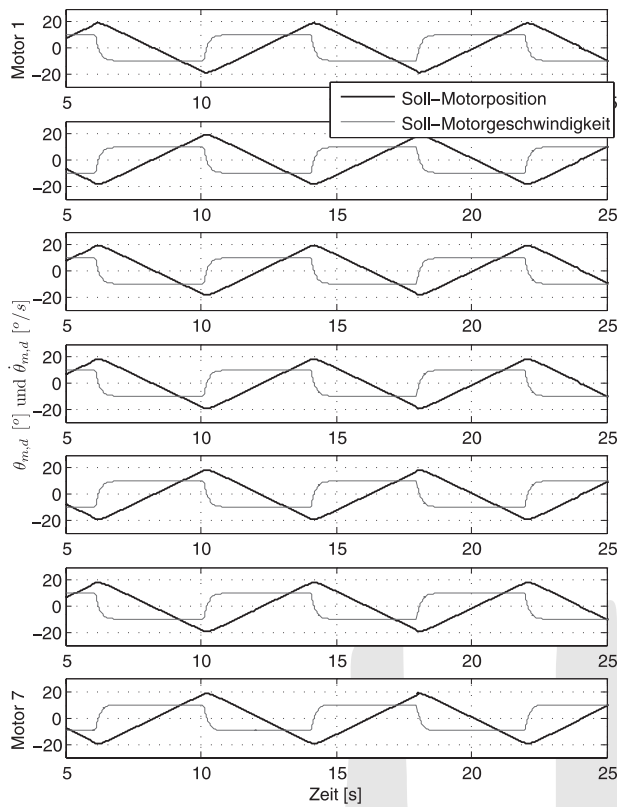


Bild 8 Periodische Trajektorie (Dunkel: Sollmotorposition; Hell: Sollmotorgeschwindigkeit).

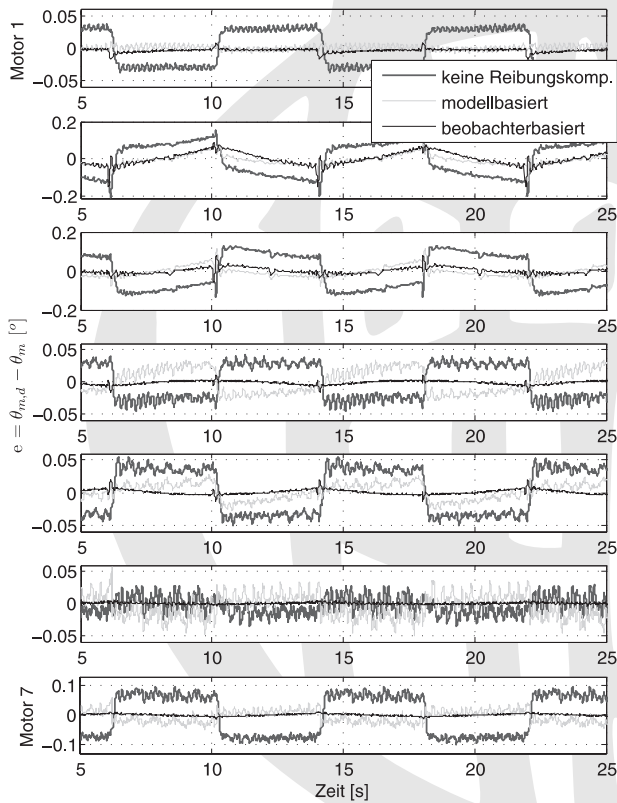


Bild 9 Positionsfehler bei der periodischen Trajektorie (Dick dunkel: Keine Reibungskompensation; Hell: Modellbasierte Reibungskompensation; Dünn dunkel: Beobachterbasierte Reibungskompensation).

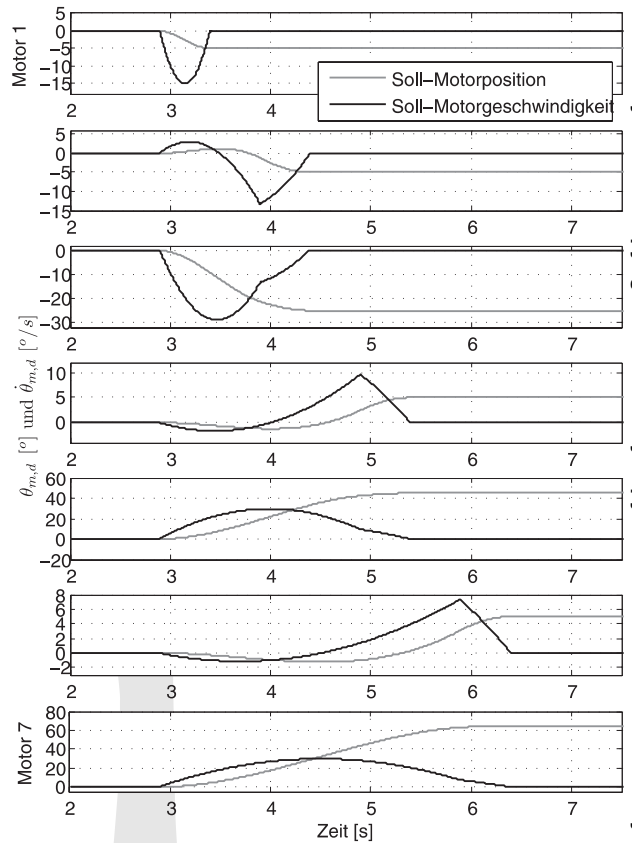


Bild 10 Punkt-zu-Punkt-Trajektorie (Hell: Sollmotorposition; Dunkel: Sollmotorgeschwindigkeit).

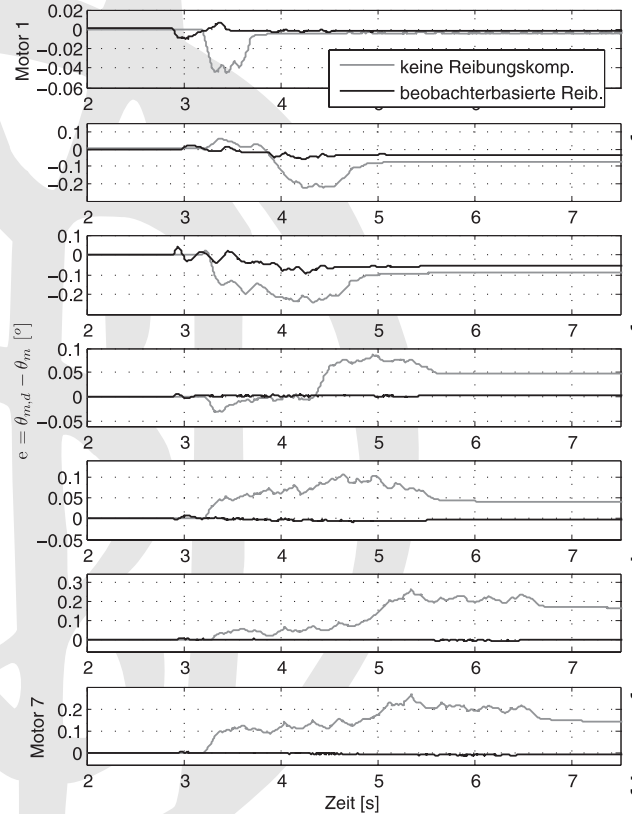


Bild 11 Positionsfehler bei der Punkt-zu-Punkt-Trajektorie (Hell: Keine Reibungskompensation; Dunkel: Beobachterbasierte Reibungskompensation).

article is protected by German copyright law. You may copy and distribute this article for your personal use only. Other use is only allowed with written permission by the copyright holder.

beobachterbasierter Reibungskompensation deutlich kleiner sind als ohne.

6 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurden ein MIMO-Zustandsregler und ein Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation für DLR-Medizinroboter beschrieben. Beide berücksichtigen die Verkopplung durch die Doppelgelenke. Die asymptotische Stabilität wurde mittels der Lyapunov-Ansätze nachgewiesen. Es wurde auch experimentell gezeigt, dass das gewünschte Folge- und Einschwingverhalten erreicht werden und die Genauigkeit des Roboters verbessert wird.

Literatur

- [1] A. Albu-Schäffer, C. Ott, and G. Hirzinger. A unified passivity-based control framework for position, torque and impedance control of flexible joint robots. *The Int. Journal of Robotics Research*, pages 23–39, 2007.
- [2] S. Arimoto. State-of-the-art and future research direction of robot control. *IFAC Symposium on Robot Control*, pages 3–14, 1994.
- [3] B. S. R. Armstrong. Dynamics for robot control: Friction modeling and ensuring excitation during parameter identification. *Dissertation, Stanford University*, 1988.
- [4] B. Brogliato, R. Ortega, and R. Lozano. Global tracking controllers for flexible-joint manipulators: a comparative study. *Automatica*, 31:941–956, 1995.
- [5] A. De Luca and P. Lucibello. A general algorithm for dynamic feedback linearization of robots with elastic joints. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 504–510, 1998.
- [6] A. De Luca and R. Mattone. Actuator failure detection and isolation using generalized momenta. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 634–639, 2003.
- [7] T. Ortmaier, H. Weiss, U. Hagn, M. Grebenstein, M. Nickl, A. Albu-Schäffer, C. Ott, S. Jörg, R. Konietzschke, L. Le-Tien, and G. Hirzinger. A hands-on-robot for accurate placement of pedicle screws. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 4179–4186, 2006.
- [8] C. Ott, A. Albu-Schäffer, and G. Hirzinger. Comparison of adaptive and nonadaptive tracking control laws for a flexible joint manipulator. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2018–2024, 2002.
- [9] J. R. Ryoo, T.-Y. Doh, and M. J. Chung. Disturbance observer design for track-following control in optical disk drive using structured singular value. *ICCAS*, pages 1407–1412, 2002.
- [10] L. Sciacivco and B. Siciliano. *Modeling and Control of Robot Manipulators*. The McGraw-Hill Companies Inc, 1996.
- [11] M. W. Spong. Modeling and control of elastic joint robots. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 109:310–319, 1987.
- [12] L. Tian and A. A. Goldenberg. Robust adaptive control of flexible joint robots with joint torque feedback. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1229–1234, 1995.
- [13] P. Tomei. A simple PD controller for robots with elastic joints. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, pages 1208–1213, 1991.
- [14] K. Yang, Y. Choi, W. K. Chung, I. H. Suh, and S. R. Oh. Robust tracking control of optical disk drive systems using error based disturbance observer and its performance measure. *Proceedings of the American Control Conference*, pages 1395–1400, 2002.

Manuskripteingang: 22. Dezember 2009

Dipl.-Ing. Luc Le-Tien arbeitet als Doktorand am Institut für Robotik und Mechatronik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e. V.. Hauptarbeitsgebiete: Robotermodellierung und -regelung, Entkopplungsregelung, Nichtlineare Regelung von Robotern mit elastischen verkoppelten Gelenken.

Adresse: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V., Institut für Robotik und Mechatronik, Münchnerstr. 20, D-82234 Weßling, E-Mail: Luc.Le-Tien@dlr.de

Dr.-Ing. Alin Albu-Schäffer arbeitet am Institut für Robotik und Mechatronik im DLR. Seine Forschungsschwerpunkte liegen auf den Gebieten der Robotermodellierung und -regelung, nichtlinearen und passivitätsbasierten Regelung, Roboter mit elastischen Gelenken, Impedanzregelung, Systeme mit Krafrückkopplung.

Adresse: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V., Institut für Robotik und Mechatronik, Münchnerstr. 20, D-82234 Weßling, E-Mail: Alin.Albu-Schaeffer@dlr.de

Univ.-Prof. Dr.techn. Klaus Janschek ist Leiter des Lehrstuhls für Automatisierungstechnik an der Technischen Universität Dresden. Hauptarbeitsgebiete: Systementwurf von Automatisierungssystemen, mobile Robotik, Navigation, optische Datenverarbeitung.

Adresse: Institut für Automatisierungstechnik, Technische Universität Dresden, D-01062 Dresden, E-Mail: Klaus.Janschek@tu-dresden.de

Prof. Dr.-Ing. Gerd Hirzinger ist Direktor des Instituts für Robotik und Mechatronik am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt.

Adresse: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V., Institut für Robotik und Mechatronik, Münchnerstr. 20, D-82234 Weßling, E-Mail: Gerd.Hirzinger@dlr.de