



Erweiterte Greifalgorithmen auf Grundlage eines gelenksynergetischen Impedanzregelungs- konzeptes

Bachelorarbeit

Benjamin Jahn



BACHELORARBEIT

ERWEITERTE GREIFALGORITHMEN AUF GRUNDLAGE EINES GELENKSYNERGETISCHEN IMPEDANZREGELUNGSKONZEPTES

Freigabe:

Bearbeiter:

Benjamin Jahn

Benjamin Jahn

Betreuer:

Dipl.-Ing. Thomas Wimböck

Thomas Wimböck

Institutsdirektor:

Prof. Dr. G. Hirzinger

Gerd Hirzinger

Dieser Bericht enthält 86 Seiten, 30 Abbildungen und 8 Tabellen



Fakultät für Informatik und Automatisierung
Fachgebiet für Regelungstechnik



DLR Institut für Robotik und Mechatronik
Abteilung für Robotersysteme

Bachelorarbeit

„Erweiterte Greifalgorithmen auf Grundlage eines gelenksynergetischen Impedanzregelungskonzeptes“

angefertigt am

Institut für Robotik und Mechatronik des
Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V.
Münchner Straße 20
82234 Oberpfaffenhofen-Wessling

Name : Benjamin Jahn
Geburtsdatum : 27. August 1988
Adresse : Max - Planck - Ring 6c, 98693 Ilmenau
Studiengang : Ingenieurinformatik
Matrikelnummer : 42171
Matrikel : 2007

Betreuer:

Prof. Dr.-Ing. Johann Reger (TU Ilmenau)
Dipl.-Ing. Thomas Wimböck (DLR)

Eingereicht am: 15. August 2011, Ilmenau

Abstract

This bachelor thesis discusses the synthesis of task orientated grasp coordinates, so-called synergies, and their realization with the help of an appropriate controller structure. The results of a comprehensive literature research focused on robotic hands and their control as well as grasp synergies and their analysis are presented. Motivated by the analysis of human grasping using data reduction methods, the concept of synergies is applied to the DLR Hand II. Therefore, experiments with human probands were made where they had to teleoperatively grasp a certain set of test objects. The resultant data were analyzed to find suitable robotic synergy coordinates. Eighty percent of the variance of all performed grasps can be represented by two coordinates that were originally defined by twelve joint variables. Furthermore a synergy impedance controller was derived and implemented extending the work on passivity based hand control at the DLR. This controller allows to imitate the behavior of a synergistic or underactuated hand. Therefore, different coupling schemes can be implemented in software without requiring additional hardware. In addition, such a controller provides a simplified interface for higher level grasping strategies and allows to manually teach new grasps easily. The controller was evaluated on the DLR Hand II by commanding steps to test the performance and to adjust the control parameter. Finally, two objects were successfully grasped validating the presented approach.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Bachelorarbeit wird die Synthese von aufgabenorientierten Greifkoordinaten, sogenannten Synergien, besprochen, sowie ein geeignetes Regelungskonzept zur Umsetzung dieser entwickelt. Zunächst werden die Ergebnisse einer umfangreichen Literaturrecherche über Roboterhände und deren Regelung sowie Greifsynergien und deren Analyse präsentiert. Motiviert durch die Analysen menschlicher Griffe unter Nutzung von Datenreduktionstechniken wurde dieses Konzept auf die DLR Hand II übertragen. Dafür wurden Experimente mit menschlichen Probanden durchgeführt, bei denen diese einen bestimmten Satz an Testobjekten teleoperativ mit der DLR Hand II greifen sollten. Die resultierenden Daten wurden analysiert um anschließend geeignete Synergiekoordinaten zu synthetisieren, welche für die DLR Hand II umsetzbar sein sollten. Hierbei ergab sich, dass achtzig Prozent der Varianz aller durchgeführten Griffe durch zwei Koordinaten repräsentiert werden konnte, wobei diese ursprünglich durch zwölf Gelenkvariablen definiert waren. Im Anschluss wurde ein synergetischer Impedanzregler entwickelt und implementiert, der die Arbeiten beim DLR zur passivitätsbasierten Regelung robotischer Hände erweitert. Dieser Regler ermöglicht es das Verhalten einer synergetisch aktuierten beziehungsweise unteraktuierten Roboterhand zu imitieren. Demnach können verschiedene gekoppelte Koordinaten in Software realisiert werden, ohne dass zusätzliche Hardware benötigt wird. Darüber hinaus stellt das vorgestellte Regelungskonzept eine vereinfachte Schnittstelle für darüber liegende Greifplanungsalgorithmen zur Verfügung und vereinfacht das Aufzeichnen neuer Griffe. Um die Performanz bewerten zu können, sowie zur Bestimmung der Parameter des Reglers wurde dieser durch Vorgabe von Sollwertsprüngen auf der DLR Hand II evaluiert. Zur Validierung des vorgestellten Konzeptes wurden abschließend zwei alltägliche Objekte erfolgreich gegriffen.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei Professor Reger für die Betreuung der Bachelorarbeit, sowie für die umfangreiche Unterstützung und zahlreichen Ratschläge während meines gesamten Studiums bedanken.

Des Weiteren danke ich Professor Hirzinger für die Möglichkeit meine Bachelorarbeit an seinem Institut angefertigt haben zu können. Ganz besonderer Dank geht hierbei an meinen Betreuer Thomas Wimböck, der mir dieses interessante und fordernde Thema anvertraut hat. Seiner geduldigen und engagierten Betreuung und Unterstützung habe ich es zu verdanken, dass mir die Bearbeitung der Aufgabenstellung und der Aufenthalt beim DLR sehr viel Freude bereitete und ich wertvolle Erfahrungen gewinnen konnte. Alexander Dietrich, Maxime Chalon und Florian Petit danke ich für ihre wertvollen Ratschläge und Hinweise, sowie den zahlreichen fachlichen als auch persönlichen Gesprächen, aufgrund derer mir eine inspirierende und motivierende Arbeitsatmosphäre geboten wurde. Außerdem danke ich Dr. Jörg Butterfass für die Bereitstellung einer stets funktionierenden DLR Hand II und seiner unendlichen Geduld im Falle eines von mir verursachten Schadenfalls. Mein Dank gilt ebenfalls allen ungenannten Mitarbeiter des Instituts, welche stets ein offenes Ohr für mich hatten und mir geduldig meine Fragen beantworteten.

Nicht zuletzt danke ich meiner Familie und meinen Freunden, für ihr Vertrauen in mich und ihre moralische Unterstützung.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	IX
1 Einleitung	1
1.1 Motivation der Arbeit	2
1.2 Ziele der Arbeit	3
2 Grundlagen und Theorie	5
2.1 DLR Hand II	5
2.2 Modellierung und Eigenschaften des Greifens	6
2.3 Synergien - das Zusammenspiel der Gelenke	12
2.4 Impedanzregelung	14
3 Experimente und Analyse zur Gewinnung der Synergiekoordinaten	17
3.1 Datengewinnung und Experiment	18
3.1.1 CyberGlove®	18
3.1.2 Versuchsbeschreibung und -durchführung	20
3.2 Analytische Verfahren	22
3.2.1 Hauptkomponentenanalyse	22
3.2.2 Lineare Diskriminanzanalyse	24
3.2.3 Shannon'sche Informationstheorie	25
3.3 Diskussion der Analyseergebnisse	27
4 Entwurf, Auslegung und Implementierung der Regelung	35
4.1 Systemmodellierung	35
4.2 Regelungskonzept	36
4.3 Stabilitätsnachweis	39
4.4 Reglerimplementierung	41
5 Evaluierung des Regelungskonzeptes mit der DLR Hand II	43
6 Zusammenfassung und Ausblick	48

A	Kinematik und Dynamik eines Roboters	50
A.1	Starrkörperbewegungen	50
A.2	Vorwärtskinematik	51
A.3	Kräfte und Momente	52
A.4	Modellierung und Dynamik eines Roboter - Robotergleichung	53
A.5	Strukturelle Eigenschaften robotischer Systeme	56
B	Stabilität dynamischer Systeme und weitere Anmerkungen	59
B.1	Stabilitätsbegriff nach Lyapunov	59
B.2	Weiterführende Stabilitätsuntersuchung	61
C	Analyseergebnisse	63
C.1	Proband <i>beja</i>	63
C.2	Proband <i>jere</i>	65
C.3	Proband <i>aledi</i>	67
C.4	Proband <i>gest</i>	69
	Literaturverzeichnis	71

Abbildungsverzeichnis

1.1	DLR Hand II mit schematisch angedeutetem synergetischen Regelungskonzept	3
2.1	DLR Hand II	6
2.2	Lineare Abbildungen zwischen den Geschwindigkeiten und Kräften eines greifenden Systems (angepasst aus [SK08])	11
2.3	Lineare Abbildungen zwischen den Geschwindigkeiten und Kräften in Synergiekoordinaten und auf Gelenkebene	13
2.4	Konzept der Impedanzregelung	16
3.1	DLR Hand II mit allen in den Experimenten verwendeten Testobjekten	21
3.2	Zweidimensionale Veranschaulichung der Hauptkomponentenanalyse	23
3.3	Zweidimensionale Veranschaulichung Fishers Linearer Diskriminanzanalyse	25
3.4	Entropie eines Münzwurfs in Abhängigkeit der Auftrittswahrscheinlichkeiten	26
3.5	Entropieanteile eines Übertragungskanales	27
3.6	Anzahl an fehlerhaft zugeordneten Griffen und SME in Abhängigkeit zur Anzahl der verwendeten Hauptkomponenten	30
3.7	Ebene der ersten beiden Hauptkomponenten des Probanden <i>jere</i>	31
3.8	Greifsynergien entlang der ersten beiden Synergiekoordinaten	32
3.9	DLR Hand II entlang der dritten Hauptkomponente, welche als dritte Synergiekoordinate verwendet wurde	33
3.10	Projektion ausgewählter Griffe auf den synergetischen Unterraum	34
4.1	Struktur des synergetischen Impedanzreglers	39
5.1	Sprungantwort für Sollwertsprung von $z_{d,1}$	44
5.2	Sprungantwort für Sollwertsprung von $z_{d,2}$	44
5.3	Dämpfungsuntersuchung, Sprungantworten für Sollwertsprünge von $z_{d,1}$	45
5.4	Abbildungen der beiden verwendeten Evaluierungsobjekte	46
5.5	Szenario 1: Griff des Balls	47
5.6	Szenario 2: Griff der Flasche	47
C.1	Ergebnisse der Hauptkomponentenanalyse, Proband <i>beja</i>	63

C.2	Ergebnisse der Informationsanalyse, Proband <i>beja</i>	64
C.3	Ergebnisse der Hauptkomponentenanalyse, Proband <i>jere</i>	65
C.4	Ergebnisse der Informationsanalyse, Proband <i>jere</i>	66
C.5	Ergebnisse der Hauptkomponentenanalyse, Proband <i>aledi</i>	67
C.6	Ergebnisse der Informationsanalyse, Proband <i>aledi</i>	68
C.7	Ergebnisse der Hauptkomponentenanalyse, Proband <i>gest</i>	69
C.8	Ergebnisse der Informationsanalyse, Proband <i>gest</i>	70

Tabellenverzeichnis

2.1	Technische Beschreibung eines Fingers der DLR Hand II	7
2.2	Notation der Größen zur Modellierung eines Griiffs	8
2.3	Übersicht der Kontaktmodelle	9
2.4	Analogie zwischen elektrischen und mechanischen Systemen	15
3.1	Technische Beschreibung des CyberGlove®	19
3.2	Liste aller verwendeten Testobjekte	20
3.3	Nummerierung der Gelenkwinkel der DLR Hand II	29
5.1	Parametrierung des Reglers	43

Abkürzungsverzeichnis

DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
KS	Koordinatensystem
IS	Inertialsystem
HK	Hauptkomponente
LBR	Leichbauroboter
MCP	Metacarpophalangealgelenk
PIP	Proximales Interphalangealgelenk
DIP	Distales Interphalangealgelenk

1 Einleitung

Die menschliche Hand stellt aufgrund ihrer Komplexität und Leistungsfähigkeit ein Meilenstein in der Evolutionsgeschichte dar. Mit Hilfe dieses anatomischen Wunderwerks ist der Mensch in der Lage eine Vielzahl von, unter Umständen, lebensnotwendigen Aufgaben zu bewerkstelligen. Diese reichen vom Gebrauch von Werkzeugen und dem Greifen von beweglichen Objekten, über das Schreiben und Fühlen bis hin zur Kommunikation mittels Gesten und Zeichensprache. Trotz der zahlreichen Möglichkeiten, die ihm seine Hand bietet, versucht der Mensch seit jeher diese mit Werkzeugen zu erweitern. Es wird vermutet, dass die dafür notwendige Geschicklichkeit und die damit einhergehenden kognitiven Herausforderungen einen wesentlichen Beitrag zur Menschwerdung leisteten.

Demzufolge ist es nicht verwunderlich, dass die menschliche Hand frühzeitig als Vorbild für künstliche, anthropomorphe Hände in den Fokus verschiedenster Anwendungsgebiete rückte. So ist zum Beispiel die Umsetzung des Greifens eine herausfordernde Fragestellung in der Industrierobotik. Ein wesentlicher Nachteil klassischer Industrieroboter ist die Tatsache, dass für einen gegebenen Greifer nur ein recht kleine Menge an Objekten greifbar sind. Dieser Nachteil kann mit Hilfe von Werkzeugwechslern umgangen werden, wobei für das gewünschte Objekt abgestimmte Greifer eingesetzt werden können. Nichtsdestotrotz ist dieser Ausweg aufgrund der hohen Spezialisierung und der schlechten Adaptionfähigkeit an leicht abweichende Objekte nicht zufriedenstellend. Eine weitaus größere Rolle spielt der Einsatz von Roboterhänden in der Servicerobotik, da in einem Alltagsszenario eine Vielzahl von unterschiedlichen und teils unbekannten Objekten gegriffen und manipuliert werden müssen. Bereits einfache jedoch alltägliche Aufgaben, wie das Zubereiten von Kaffee oder das Öffnen von Getränkeflaschen, können beim Einsatz simpler Greifer unlösbar werden. Weitere Einsatzmöglichkeiten von Roboterhänden finden sich in der Telemanipulation, bei der die Steuerung robotischer Systeme aus der Distanz behandelt wird. Dabei besteht die Herausforderung in der Tatsache, dass die Roboterkinematik möglichst der Kinematik der menschlichen Hand ähnlich sein sollte. Ein ebenfalls sehr zukunftsträchtiges Anwendungsgebiet ist der Einsatz künstlicher, anthropomorpher Hände als Prothese für Menschen, die ihre Hand verloren haben. Die robotische Prothese könnte ein Teil der ursprünglich von der eigenen Hand verrichteten Aufgaben wieder ermöglichen und so die Lebensqualität des Benutzers steigern.

Die Manipulation von Objekten lässt sich in die zwei Teilaufgaben des Greifens und der Objektmanipulation unterteilen. Unter Objektmanipulation versteht man Bewegungen eines Objektes relativ zum Handgelenk. Hierbei gilt es einen geeigneten Kompromiss zwischen dem umschließenden Griff, welcher maximale Stabilität gewährleistet, und dem Fingerspitzengriff, welcher größtmögliche Beweglichkeit bietet, zu finden. In vielen robotischen Manipulationsaufgaben wird jedoch die Roboterhand lediglich zum Greifen verwendet um das Objekt zu fixieren, sodass die gewünschte Objektbewegung durch den Arm ausgeführt werden kann.

Eine mehrfingerige Roboterhand ist im Grunde genommen ein Satz kleinerer Roboter, welche am Ende eines größeren Roboters mit dem Zweck der Steigerung der Einsatzflexibilität befestigt sind. Die damit einhergehenden Vorteile sind eine größere Genauigkeit, sowie zusätzliche Freiheitsgrade, die es ermöglichen zahlreiche Objekte mit einem einzigen Endeffektor zu greifen und komplexe Aufgaben auszuführen, wie zum Beispiel Kavier zu spielen. Der Nachteil der Verwendung einer künstlichen, anthropomorphen Roboterhand besteht in der enormen Komplexität des Systems, welche zu aufwändigen Berechnungen und Schwierigkeiten sowohl in der statischen als auch dynamischen Analyse, sowie bei deren Regelung führt.

1.1 Motivation der Arbeit

Aufgrund der zuvor erwähnten Komplexitätsschwierigkeiten bei der Analyse und Regelung von künstlichen, anthropomorphen Roboterhänden ist man bestrebt Möglichkeiten zu finden diese zu reduzieren. Auch hier fällt der Blick auf das menschliche Vorbild. Dabei ist festzustellen, dass bei vielen Griffen, die der Mensch im Alltag ausführt, verschiedene Muskel- und Sehnengruppen gleichzeitig und in Kombinationen agieren. Dies führt zu der Überlegung, dass nicht alle durch die Hand verfügbaren Freiheitsgrade für das Greifen von Objekten notwendig sein könnten und damit zu der Frage nach der Anzahl der effektiven Freiheitsgrade der menschlichen Hand. Santello et al. [SFS98] führte zur Beantwortung dieser Fragen Experimente durch, bei denen Probanden angewiesen wurden ein sich vorgestelltes Objekt zu greifen. Mit Hilfe von statistischen Untersuchungen und Datenreduktionstechniken analysierte er darauf hin die aufgezeichneten Greifkonfigurationen. Dabei stellten sie fest, dass wenige Linearkombinationen der erfassten Gelenkwinkel, von ihnen als Eigengrasps oder auch Synergien bezeichnet, achtzig Prozent der Varianz der verschiedenen Handkonfigurationen für alle zu greifenden Objekte wiedergeben konnten. Diese Möglichkeit der Komplexitätsreduktion führte zu zahlreichen Anwendungen auf dem Gebiet der Robotik, da die Reduktion der Freiheitsgrade zusätzlich mit einer geringeren Anzahl an notwendigen Aktoren einhergeht. Greifsynergien wurden seitdem für den Entwurf und zur Optimierung von Roboterhänden angewendet [BA07], [CA10], sowie zur Behandlung der Greifplanungsproblematik [CA09], [SRS10]. Dies veranlasste die Abteilung für Robotersysteme des deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt zur Teilnahme

am europäischen Projekt THE Hand Embodied. Die thematisierten Konzepte sollen auf der DLR Hand II sowie dem neuartigen Hand-Arm-System übertragen, umgesetzt und erweitert werden. Im Rahmen des Projektes wird die *Hand als kognitives Organ* verstanden. Formuliertes Ziel ist es auf Grundlage von Analysen und Simulationen des menschlichen Vorbildes ein weitreichendes Verständnis des Greifens und der menschlichen Hand zu erlangen, um darauf aufbauend vereinfachte und komplexitätsreduzierende Regelungs- und Steuerungsstrategien oder sogar Entwurfskriterien für robotische Hände abzuleiten.

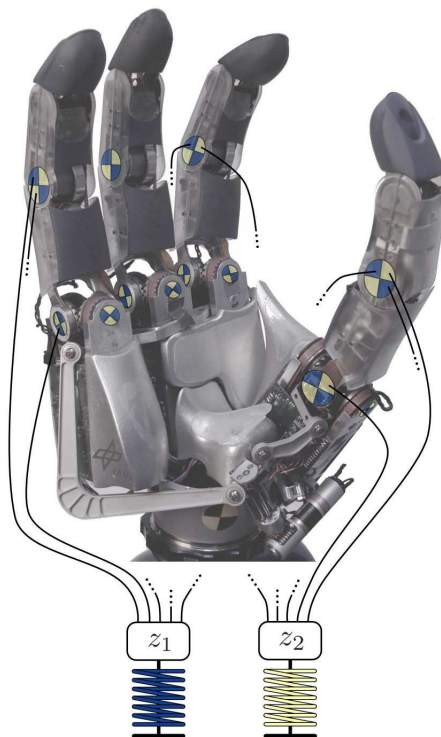


Abbildung 1.1: DLR Hand II gesteuert durch ein gelenksynergetischen Impedanzregelungskonzept angedeutet durch die zwei Federn, welche über sogenannte Synergiekoordinaten mit den Gelenken verknüpft sind.

1.2 Ziele der Arbeit

Ziel der Bachelorarbeit ist es, auf Grundlage einer umfassenden Literaturrecherche und unter Verwendung der vorhandenen DLR Hand II die zuvor angedeuteten Erkenntnisse zu nutzen um ein entsprechendes Regelungskonzept zu entwerfen, welches die Ansteuerung der Roboterhände vereinfacht und deren Komplexität für den Nutzer reduziert. Hierzu muss zunächst ein geeignetes Verfahren entworfen werden mit dessen Hilfe sinnvolle Greifkoordinaten syn-

thetisiert werden können. Die Herausforderung darin besteht vor allem in der Tatsache, dass diese Greifkoordinaten zum einen vom menschlichen Verhalten abgeleitet werden sollen und zum anderen auf die DLR Hand II zugeschnitten sein müssen, sodass sie sinnvoll und vergleichbar von dieser ausgeführt werden können. Das zweite Arbeitspaket besteht im Entwurf eines geeigneten Regelungskonzeptes zur Umsetzung der gewonnenen Synergiekoordinaten. Dieses soll im Anschluss implementiert und mit Hilfe der DLR Hand II evaluiert werden. Abbildung 1.1 zeigt die DLR Hand II, wobei schematisch ein Eindruck des Konzeptes der Synergiekoordinaten vermittelt werden soll.

2 Grundlagen und Theorie

In diesem Kapitel werden die zur Bearbeitung der Bachelorarbeit erforderlichen Grundlagen und theoretischen Hintergründe vorgestellt. Begonnen wird mit der Vorstellung der DLR Hand II, wobei der Schwerpunkt auf deren Aufbau und Funktionsweise liegt. Des Weiteren wird ein Einblick in die Modellierung des Greifens gegeben und wesentliche Eigenschaften eines Griffs besprochen sowie das Konzept der Synergien erklärt. Abschließend wird das Prinzip der Impedanzregelung und dessen Bedeutung in der Robotik thematisiert.

2.1 DLR Hand II

Als bereits zweite Generation [BGLH01] der 1997 vorgestellten DLR Hand konnte man bei der Weiterentwicklung und dem Entwurf eines anthropomorphem und geschicktem Greif- und Manipulationssystems auf umfassende Erfahrungen und Verbesserungsideen zurückgreifen. Die Kinematik der DLR Hand II (siehe Abbildung 2.1) orientiert sich an der menschlichen Vorlage und wurde in ihrer Greifperformanz hinsichtlich Präzisions- und Kraftgriffe optimiert. Aus Gründen der Wartbarkeit und Austauschbarkeit wurde ein modularer Aufbau mit vier baugleichen Fingern gewählt. Der Verzicht des fünften Fingers ist in der recht geringen Bedeutung bei den meisten Griffen begründet. Zur Gewichtsreduktion entschied man sich für die Verwendung einer offenen Skelettstruktur in Kombination mit Kunststoffhalbschalen zur Abdeckung und zum Schutz vor Beschädigungen und Schmutz. Des Weiteren ermöglichte dies verschiedene Formen zur Verbesserung der Greif- und Manipulierbarkeit zu testen ohne den Finger entsprechend neu entwerfen zu müssen. Ein besonderes Merkmal der DLR Hand II ist die komplette Integration der Aktorik, Sensorik und Elektronik in der Hand selbst, sodass sie auf unterschiedlichen Roboterplattformen als Endeffektor über eine standardisierte Schnittstelle einsetzbar ist. Dieser beeindruckende Vorteil ist leider gleichzeitig die Ursache eines Nachteils der DLR Hand II, denn er führte dazu, dass die Größe etwa dem anderthalbfachen der menschlichen Hand entspricht. Wie zuvor erwähnt sind die Finger und Daumen der DLR Hand II baugleich. Die vier Gelenke pro Finger, entsprechen aufgrund der Kopplung des medialen und distalen Gelenks drei Freiheitsgraden. Ein zusätzlicher Freiheitsgrad besteht in der Änderung der Position und Orientierung von Ringfinger und Daumen zur Handbasis. Dieser Freiheitsgrad ist in Form einer langsamen Bewegung, welche durch einen Gleichstrommotor angetrieben und durch ein Spindelgetriebe übersetzt wird, umgesetzt und ermöglicht der Hand

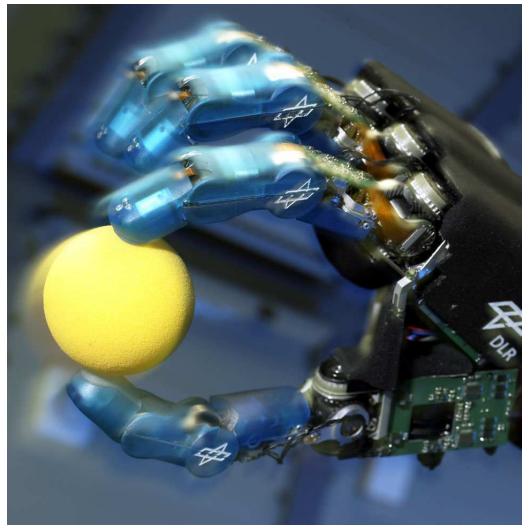


Abbildung 2.1: DLR Hand II

zwei Ausgangskonfigurationen. Daraus ergeben sich für die gesamte Hand 13 Freiheitsgrade, wobei sich bei den folgenden Untersuchungen für eine Ausgangskonfiguration entschieden wurde und entsprechend lediglich 12 Freiheitsgrade verwendet wurden. Bei diesen Freiheitsgraden handelt es sich nur um rotatorische Gelenke. Im Basisgelenk eines jeden Fingers sind die ersten beiden Freiheitsgrade durch ein differentielles Kegelgetriebe umgesetzt. Diese Art der Übersetzung ermöglicht es, die Kraft beider Aktoren zur Flexion oder Extension einzusetzen und reduziert so die Motorengröße. Die Kopplung des medialen und distalen Gelenkes ist durch zwei Metallseile eins zu eins umgesetzt. Zur Kraftübertragung kommen Zahnriemen und Harmonic Drive Getriebe, welche sich durch eine hohe Übersetzung bei gleichzeitig geringem Gewicht auszeichnen, zum Einsatz. Die Tatsache, dass in jedem Gelenk Positions- und Momentsensoren integriert sind, eröffnet weitreichende steuerungs- und regelungstechnische Möglichkeiten. Hierbei ist die Positionssensorik absolut über Potentiometer und relativ mittels Hall-Sensoren realisiert. Die Bestimmung der Momente erfolgt über Dehnmessstreifen. Tabelle 2.1 gibt einen Überblick der technischen Daten der DLR Hand II.

2.2 Modellierung und Eigenschaften des Greifens

Ziel dieses Abschnitts ist es ein grundlegendes Verständnis der wichtigsten Greifeigenschaften zu bekommen. Dies geschieht durch Andeutung der Herleitung eines Griffmodells und ist wesentlich für weitere Betrachtungen. Die notwendigen mathematischen Werkzeuge werden im Anhang A eingeführt. Die hier beschriebenen Ausführungen orientieren sich an [MLS94] und [SK08], auf welche für vertiefende Recherchen verwiesen wird.

Längen	
proximales Fingerglied	75 mm
mediales Fingerglied	40 mm
distales Fingerglied	40 mm
Arbeitsraum	
Abduktion/Adduktion MCP	$\pm 37^\circ$
Extension/Flexion MCP	$-55^\circ / 75^\circ$
Extension/Flexion PIP/DIP	$-20^\circ / 105^\circ$
Maximale Gelenkgeschwindigkeiten	
PIP/DIP	$> 450^\circ/s$
MCP	$> 500^\circ/s$
Gesamtmasse eines Fingers	375 g

Tabelle 2.1: Technische Beschreibung eines Fingers der DLR Hand II

Sei $\mathcal{S}$ ein geeignet gewähltes fixiertes IS. Das KS $\mathcal{O}$ ist im Masseschwerpunkt des zu greifenden Objektes befestigt. Demzufolge beschreibt $\mathbf{g}_{so} = (\mathbf{p}_{so}, \mathbf{R}_{so}) \in SE(3)$ die Konfiguration (Position und Orientierung) des Objektes bezüglich $\mathcal{S}$. Der *body twist* des Objektes ist demnach $\mathbf{V}_{so}^b = \mathbf{g}_{so}^{-1} \dot{\mathbf{g}}_{so} = [\mathbf{v}_{sb}^b \ \boldsymbol{\omega}_{sb}^b]^T \in se(3)$.

Zur Vereinfachung definiert man das Kontakt-KS $\mathcal{C}_i$ so, dass die z-Achse in Richtung der Normalen der Tangentialebene des Kontaktpunktes zeigt. Die n_q Gelenkwinkel sowie Gelenkkräfte sind beschrieben durch die Vektoren $\mathbf{q} = (q_1 \dots q_{n_q})^T \in \mathbb{R}^{n_q}$ und $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1 \dots \tau_{n_q})^T \in \mathbb{R}^{n_q}$. Die am Objekt angreifenden Kräfte und Momente werden gesammelt im Objekt-*wrench* $\mathbf{w} = (\mathbf{f}^T \ \mathbf{m}^T)^T \in \mathbb{R}^6$ beschrieben und sind repräsentiert in $\mathcal{S}$.

Alle geometrischen sowie nicht-geometrischen Größen sind, teilweise vorausblickend, in Tabelle 2.2 aufgeführt. Von zentraler Bedeutung bei der Beschreibung und Modellierung eines Griffes sind die Greifmatrix $\mathbf{G}$ sowie die Handjakobi $\mathbf{J}$. Zunächst einmal ist zu bemerken, dass im Kontaktpunkt zwei Koordinatensysteme befestigt sind. Eines bezieht sich auf das Objekt während das Andere auf die Hand verweist. Die Handjakobi bildet Gelenkgeschwindigkeiten auf die im Kontakt-KS der Hand ausgedrückten Kontakt-*twists* ab. Wohingegen die Transponierte der Greifmatrix die Beziehung zwischen Objekt-*twist* und den im Kontakt-KS des Objektes ausgedrückten Kontakt-*twists* beschreibt.

Notation	Beschreibung
$\mathcal{S}$	Referenz IS
$\mathcal{O}$	Objekt-KS
$\mathbf{g}_{so} = (\mathbf{p}_{so}, \mathbf{R}_{so}) \in SE(3)$	Position und Orientierung des Objekt-KS
$\mathbf{V}_{so}^b = [\mathbf{v}_{so}^b, \boldsymbol{\omega}_{so}^b]^T \in se(3)$	<i>body twist</i> des Objektes
$\mathbf{w} \in \mathbb{R}^6$	externer am zu greifenden Objekt angreifender <i>wrench</i>
n_q	Anzahl der Gelenke
$\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{n_q}$	Vektor der Gelenkvariablen
$\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^{n_q}$	Vektor der Gelenkkräfte und -momente
n_c	Anzahl der Kontaktpunkte
$\mathcal{C}_i^o$	i-tes Kontakt-KS am Objekt
$\mathcal{C}_i^h$	i-tes Kontakt-KS an der Hand
$\mathbf{g}_{sc_i}^o \in SE(3)$	Position und Orientierung des i-ten Kontakt-KS am Objekt
$\mathbf{g}_{sc_i}^h \in SE(3)$	Position und Orientierung des i-ten Kontakt-KS an der Hand
$\boldsymbol{\nu}_{c,i}^o \in \mathbb{R}^6$	<i>twist</i> des i-ten Kontaktes am Objekt
$\boldsymbol{\nu}_{c,i}^h \in \mathbb{R}^6$	<i>twist</i> des i-ten Kontaktes an der Hand
$\boldsymbol{\nu}_c^o \in \mathbb{R}^{6n_c}$	<i>twists</i> alle Kontakte am Objekt untereinander
$\boldsymbol{\nu}_c^h \in \mathbb{R}^{6n_c}$	<i>twists</i> alle Kontakte an der Hand untereinander
l_i	Anzahl der am i-ten Kontaktpunkt übertragenen <i>twist</i> -Komponenten
$l = \sum l_i$	Gesamtanzahl der übertragenen <i>twist</i> -Komponenten aller Kontaktpunkte
$\mathbf{H}_i \in \mathbb{R}^{l_i \times 6}$	Selektionsmatrix des i-ten Kontaktpunktes
$\mathbf{H} = \text{blockdiag}(\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_{n_c}) \in \mathbb{R}^{l \times 6n_c}$	Selektionsmatrix aller Kontaktpunkte
$\boldsymbol{\nu}_{cc} \in \mathbb{R}^l$	alle übertragenen Kontakt- <i>twists</i>
$\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^l$	aufretenden Kontaktkräfte

Tabelle 2.2: Notation der Größen zur Modellierung eines Griffs

Zur Herleitung der Greifmatrix sei, zur Umrechnung von *twists* in verschiedenen Koordinatensystemen, auf A.1 verwiesen. Die Beziehung zwischen Objekt-*twist* $\mathbf{V}_{so}^b$ und Kontakt-*twist* an der Hand $\boldsymbol{\nu}_{c,i}^o$ ergibt sich über die adjungierte Transformation wie folgt

$$\boldsymbol{\nu}_{c,i}^o = \text{Ad}_{\mathbf{g}_{oc_i}}^{-1} \mathbf{V}_{so}^b = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{oc_i}^T & -\mathbf{R}_{oc_i}^T \hat{\mathbf{p}}_{oc_i} \\ 0 & \mathbf{R}_{oc_i}^T \end{bmatrix} \mathbf{V}_{so}^b = \tilde{\mathbf{G}}_i^T \mathbf{V}_{so}^b. \quad (2.2.1)$$

Wobei $\mathbf{p}_{oc_i} \in \mathbb{R}^3$ der Abstandsvektor vom Ursprung von $\mathcal{O}$ zum Ursprung von $\mathcal{C}_i$ und $\mathbf{R}_{oc_i} \in SO(3)$ die Orientierung von $\mathcal{C}_i$ bezüglich $\mathcal{O}$.

Für die Herleitung der Handjakobi geht man wie in A.2 beschrieben vor, sodass sich für den i -ten Kontaktpunkt

$$\boldsymbol{\nu}_{c,i}^h = \tilde{\mathbf{J}}_i \mathbf{q} \quad (2.2.2)$$

ergibt. Zu beachten ist jedoch, dass die *twists* der Gelenke der geometrischen Jakobi nicht in Abhängigkeit von den Gelenkvariablen aufgestellt werden müssen, da nur eine Handkonfiguration betrachtet wird. Des Weiteren ist zu beachten, dass aufgrund der Fingerstruktur einer Hand nur die verantwortlichen Gelenke eines Fingers Kontaktpunkte an diesem beeinflussen, sodass sich entsprechend Nulleinträge in der Handjakobi ergeben.

Für eine kompaktere Beschreibung aller Kontakte

$$\boldsymbol{\nu}_c^o = \tilde{\mathbf{G}}^T \mathbf{V}_{so}^b \quad (2.2.3)$$

$$\boldsymbol{\nu}_c^h = \tilde{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}} \quad (2.2.4)$$

werden die zuvor hergeleiteten Abbildungen in der kompletten Greifmatrix $\tilde{\mathbf{G}} \in \mathbb{R}^{6 \times 6n_c}$ und in der kompletten Hand-Jakobi $\tilde{\mathbf{J}} \in \mathbb{R}^{6n_c \times n_q}$ zusammengefasst, wobei

$$\tilde{\mathbf{G}}^T = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_1^T \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{G}}_{n_c}^T \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{J}}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{J}}_{n_c} \end{bmatrix}. \quad (2.2.5)$$

Da nun alle $6n_c$ *twist* Komponenten der Kontakte jeweils bezüglich des Objektes und der Hand ermittelt wurden, kann im Folgenden die Kontaktbedingungen mittels dieser Komponenten modelliert werden.

Der Einfachheit halber werden lediglich drei relevante Kontaktmodelle vorgestellt (siehe Tabelle 2.3). Sie beschreiben welche Komponenten des Kontakt-*twists* von der Hand zum Objekt übertragen werden können. Das einfachste Modell, der Punktkontakt ohne Reibung, überträgt lediglich die zur Objektoberfläche normale Komponente der translatorischen Bewegung des Kontaktes und ist somit von geringer Bedeutung im Kontext der Greifmodellierung. Das Hartfingermodell bezieht einfache Reibungseffekte mit ein, sodass ebenfalls translatorische Geschwindigkeiten entlang der Oberflächentangentialebene übertragen werden. Beim Weichfingermodell wird davon ausgegangen, dass aufgrund der Reibung zusätzlich die rotatorische Bewegungskomponente um die Oberflächennormale übertragen werden kann.

Kontaktmodell	Punktkontakt ohne Reibung	Hartfingermodell	Weichfingermodell
Selektionsmatrix $\mathbf{H}_i$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
# übertragene <i>twist</i> -Komponenten	$l_i = 1$	$l_i = 3$	$l_i = 4$

Tabelle 2.3: Übersicht der Kontaktmodelle

Hierbei ist es wichtig zu erwähnen, dass sich die gleiche Komponentenselektierung ebenfalls für die übertragbaren Kräfte und Momente ergibt. Es ist des Weiteren zu beachten, dass die eigentliche Modellierung der Reibungseffekte unvollständig ist, da entsprechend des Reibmodells Abhängigkeiten der übertragbaren Komponenten bestehen. Beispielsweise ermöglicht

eine große Normalkraft mehr tangentiale Kräfte am Kontakt in das Objekt einzuprägen. Dies wird durch Reibungskegel nachgebildet, wobei auf [MLS94] verwiesen sei.

Die entsprechend der Kontaktmodellierung verwendete Selektionsmatrix $\mathbf{H}_i \in \mathbb{R}^{l_i \times 6}$ setzt im i -ten Kontaktpunkt den relativen Kontakt-*twist* zu null, sodass

$$\mathbf{H}_i(\boldsymbol{\nu}_{c,i}^h - \boldsymbol{\nu}_{c,i}^o) = 0 \quad (2.2.6)$$

gilt. Die kompaktere Schreibweise

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\nu}_c^h - \boldsymbol{\nu}_c^o) = [\mathbf{J} \quad -\mathbf{G}^T] \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{V}_{so}^b \end{pmatrix} = 0 \quad (2.2.7)$$

für die gesamte Hand ergibt sich durch blockdiagonales Zusammensetzen der einzelnen Selektionsmatrizen zu $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{l \times 6n_c}$. Wodurch die Greifmatrix $\mathbf{G}^T = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{G}}^T \in \mathbb{R}^{l \times 6}$ und die Handjakobi $\mathbf{J} = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{J}} \in \mathbb{R}^{l \times n_q}$ nun endgültig hergeleitet sind.

Zur quasistatischen Betrachtung der im Gleichgewichtszustand auftretenden Kräfte kann ähnlich wie in A.3 die Tatsache verwendet werden, dass sowohl gelenkseitig als auch objektseitig die verrichtete instantane Arbeit dieselbe ist. Die Beziehung zwischen den Kontaktkräften $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^l$ und den gelenkseitigen Momenten sowie den objektseitigen *wrenches* ist durch

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}^T \\ -\mathbf{G} \end{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ -\mathbf{w} \end{pmatrix} \quad (2.2.8)$$

gegeben. In Abbildung 2.2 sind die für die linearen Zusammenhänge relevanten Räume abgebildet. Dabei beschreibt $\mathcal{R}(\cdot)$ das Bild und $\mathcal{N}(\cdot)$ den Nullraum einer Abbildung. Demnach lässt sich zum Beispiel jeder Gelenkgeschwindigkeitsvektor in die Summe zweier orthogonaler Vektoren zerlegen, wovon nur einer durch die Handjakobi auf die entsprechenden Kontakt-*twists* abgebildet wird. Aus dieser Übersicht lassen sich recht intuitiv die in [SK08] definierten Eigenschaften eines Griffes ableiten.

Ein System aus Hand und Objekt ist **redundant**, wenn $\mathcal{N}(\mathbf{J})$ nichttrivial ist. Gelenkgeschwindigkeiten in $\mathcal{N}(\mathbf{J})$ korrespondieren zu internen Handgeschwindigkeiten, denn sie erzeugen keinen Kontakt-*twist* in die übertragbaren Richtungen.

Ein System aus Hand und Objekt ist **greifbar**, wenn $\mathcal{N}(\mathbf{G})$ nichttrivial ist. Kontaktkräfte in $\mathcal{N}(\mathbf{G})$ sind sogenannte interne Kräfte, denn sie führen zu keiner Beschleunigung des Objektes, da sie sich gegenseitig kompensieren. Interne Kräfte spielen eine entscheidende Rolle

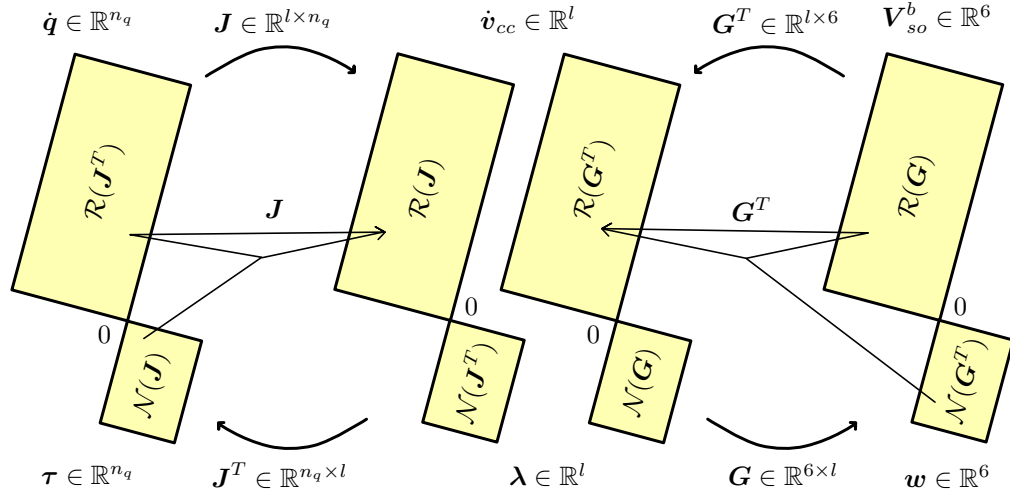


Abbildung 2.2: Lineare Abbildungen zwischen den Geschwindigkeiten und Kräften eines greifenden Systems (angepasst aus [SK08])

bei der Regelung einer greifenden Hand, denn über sie können Reibungsbedingungen an den Kontakten erfüllt werden, sodass kein Rutschen oder Gleiten auftritt.

Ein System aus Hand und Objekt ist **nicht determiniert**, wenn $\mathcal{N}(\mathbf{G})^T$ nichttrivial ist. Object-twists in $\mathcal{N}(\mathbf{G})^T$ beschreiben interne Objektbewegungen, welche zu keiner Kontaktbewegung in die übertragbaren Richtungen führt.

Ein System aus Hand und Objekt ist **defektiv**, wenn $\mathcal{N}(\mathbf{J})^T$ nichttrivial ist. Kontaktkräfte in $\mathcal{N}(\mathbf{J})^T$ stehen für interne Handkräfte, denn diese beeinflussen nicht die Dynamik der Hand. Laut [SK08] können diese Kräfte nicht durch die Gelenke generiert werden. Jedoch kompensiert die Struktur der Hand interne Handkräfte.

Die wohl wichtigste Forderung ist demnach, dass alle internen Kräfte, sofern welche existieren, durch die Hand in das Objekt einprägar und somit kontrollierbar sind. Laut [SK08] ist diese Forderung genau dann und nur dann erfüllt, wenn $\mathcal{N}(\mathbf{G}) \cap \mathcal{N}(\mathbf{J})^T = 0$.

Eine weitere Problematik ergibt sich durch die Unbestimmtheit der Kontaktkräfte im Falle der Nichttrivialität von $\mathcal{N}(\mathbf{G}) \cap \mathcal{N}(\mathbf{J})^T$. Zudem ist die Frage nach der Fähigkeit zur Feinmanipulation, das heißt Objektbewegungen relativ zum IS $\mathcal{S}$, zu klären. Die Behandlung dieser Eigenschaften würde den Umfang dieser Arbeit weit überschreiten und wird in [GB10] sowie [PMB10] ausführlich thematisiert. Abschließend ist zu erwähnen, dass der Fokus bei der Bearbeitung der Aufgabenstellung auf dem Greifen eines Objektes liegt und die Fähigkeit zur Feinmanipulation nicht gefordert ist.

2.3 Synergien - das Zusammenspiel der Gelenke

„Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile“

Ausspruch von Aristoteles

Dieser auf Aristoteles zurückgehende Ausspruch verdeutlicht recht eingehend den Grundgedanken des Begriffes Synergie, auch wenn mit Hilfe dieses Modewortes seit neuesten missbräuchlich Fusionen und Übernahmen mit den einhergehenden Synergieeffekten gerechtfertigt werden. Im Prinzip wird eine Situation oder ein System beschrieben, dessen einzelne, unterschiedliche Einheiten in Kooperation mehr erreichen als die Summe ihrer Einzelleistungen. Mit Blick auf die menschliche Hand erschließt sich der Gedanke, dass die Interaktion von zwei oder mehreren Muskeln einen kombinierten Effekt ergeben, der die Summe der individuellen Anteile übertrifft. Ebenso wären sensorseitige Verkopplungen und Interaktionen vorstellbar, sowie neuronale Überschneidungen und Redundanzen. Grundsätzlich stelle man sich demnach die Hand als kognitives Organ vor, das der nächst höheren Schicht, dem motorischen Kortex, vereinfachte Schnittstellen in Form dieses synergetischen Paradigmas zur Verfügung stellt. Durch die Analyse des menschlichen Vorbildes erhofft man sich ein umfassendes Verständnis dieser komplizierten Vorgänge, um darauf aufbauend, Ansätze zur vereinfachten und komplexitätsreduzierten Handhabung und Regelung eines solch hochentwickelten technischen Systems wie der DLR Hand II zu erarbeiten. Wie in der Einleitung bereits erwähnt, deuten die Ergebnisse von Untersuchungen mit menschlichen Probanden (unter anderem [SFS98]) daraufhin, dass die Steuerung der menschlichen Hand beim Greifen wenige koordinierte Gelenkbewegungen involviert oder sich auf diese reduzieren lassen könnte. Der Autor bezeichnet diese, im wesentlichen wirkenden Freiheitsgrade, als Greifsynergien.

Demnach ließe sich im Allgemeinen die Konfiguration einer Hand beim Greifen mittels einer Koordinatentransformation der Gelenkwinkel in Synergiekoordinaten $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n_z}$ beschreiben. An dieser Stelle wird die inverse Abbildung

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{z}) \tag{2.3.1}$$

eingeführt, wobei $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{n_q}$ eine vektorwertige Funktion in Abhängigkeit der Synergiekoordinaten ist. Den Ausführungen von [CGA07] folgend definieren wir Synergien als gekoppelte, linear kombinierte Gelenkverschiebungen, die sich entsprechend nach der dimensionsreduzierten Repräsentation der Handhaltungen ergeben. Diese starke Vereinfachung ist in der Tatsache begründet, dass die Forschungen der Neurowissenschaften diesbezüglich noch nicht fortge-

schritten genug sind, sodass viele Fragen bis jetzt nicht beantwortet werden konnten. Die zur Synthese der Synergien verwendeten analytischen Werkzeuge werden in Kapitel 3.2 vorgestellt. Die Beziehung zwischen den Gelenkwinkeln und den Synergiekoordinaten, sowie deren Ableitungen ergibt sich wie folgt

$$\mathbf{q} = \mathbf{S}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{q}}, \quad (2.3.2)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{S}\dot{\mathbf{z}}, \quad (2.3.3)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{S}\ddot{\mathbf{z}}, \quad (2.3.4)$$

wobei es sich um einen linearen und konstanten Zusammenhang handelt. Hierbei ist $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{n_q \times n_z}$ die Syngietransformationsmatrix und $\bar{\mathbf{q}}$ ein konstanter vektorwertiger Offset. Im Allgemeinen gilt $n_z < n_q$, sodass Handhaltungen in einem dimensionsreduzierten Raum, welcher durch die Synergien aufgespannt wird, beschrieben werden.

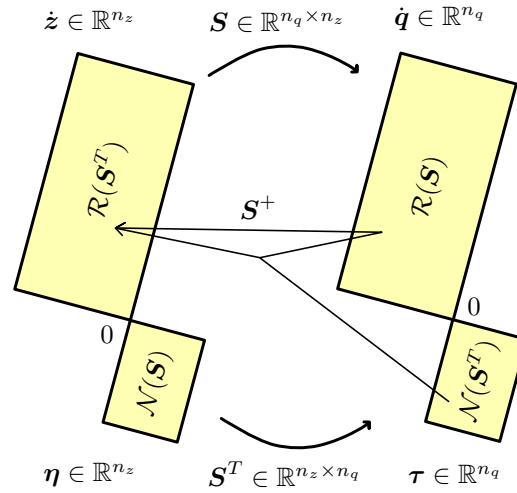


Abbildung 2.3: Lineare Abbildungen zwischen den Geschwindigkeiten und Kräften in Synergiekoordinaten und auf Gelenkebene

Darstellung 2.3 zeigt die beteiligten linearen Unterräume und Abbildungen. Aufgrund der Orthogonalität der Spalten der Transformationsmatrix $\mathbf{S}$ (siehe 3.2.1) ist $\mathcal{N}(\mathbf{S})$ trivial, sodass $\dim(\mathcal{R}(\mathbf{S})) = \dim(\mathcal{R}(\mathbf{S}^T)) = n_z$. Dies bedeutet wiederum, dass ein $(n_q - n_z)$ -dimensionaler Unterraum in $\mathbb{R}^{n_q}$ existiert, in den $\mathbf{S}$ nicht abbilden kann. In diesem befinden sich Gelenkbewegungen, die mittels Synergien nicht generiert werden können, sowie Gelenkmomente, die sich nicht eindeutig auf entsprechende Synergiekräfte abbilden lassen. Dieser Nullraum bedarf bei der greiforientierten Regelung besondere Aufmerksamkeit, wenn die DLR Hand II trotz Synergiekoordinaten in der Lage sein soll ein Objekt vollständig zu umschließen.

Die in Kapitel 2.2 formulierte Forderung nach der Kontrolle aller internen Kräfte ist unter Hinzunahme der Synergien nur genau dann erfüllt, wenn $\mathcal{N}(\mathbf{G}) \cap \mathcal{N}((\mathbf{J}\mathbf{S})^T)$ trivial ist.

2.4 Impedanzregelung

In diesem Abschnitt soll das Regelungskonzept der Impedanzregelung vorgestellt und beschrieben werden. Es wurde erstmals von Hogan in der dreiteiligen Abhandlung [Hog85] eingeführt und stellt heutzutage einen etablierten Regelungsansatz in der Robotik dar. Das Impedanzregelungskonzept ist ein Verfahren zur Realisierung von nachgiebigem Systemverhalten und behandelt damit ein klassisches Problem der Robotik. Aufgrund der Interaktion von Robotern mit ihrer Umgebung, welche zum Teil unbekannt ist, kann ein nachgiebiges Verhalten gewünscht oder sogar erforderlich sein, um Schäden am Roboter und der Umgebung zu verhindern. Der Unterschied zur klassischen Positionsregelung besteht in der Tatsache, dass zusätzlich zum Sollwert eine gewünschte Systemantwort auf externe Kräfte beziehungsweise Störungen realisiert wird. Es sei zu beachten, dass der Sollwert $\mathbf{x}_d$ aufgrund des nachgiebigen Verhaltens und der Interaktion mit der Umgebung nur im Falle der freien Bewegung erreicht wird. Bereits kleine Reibungseinflüsse führen zu einer bleibenden Regelabweichung. Aus diesem Grund wird der Sollwert auch als virtuelle Gleichgewichtslage bezeichnet.

Es sei darauf hingewiesen, dass die folgenden Ausführungen eine starke Vereinfachung darstellen und nur den eindimensionalen Fall betrachten. Eine recht intuitive Vorstellung des Impedanzregelungskonzeptes ergibt sich in der Analogie zur Beschreibung eines elektrischen Systems. Die Kontinuitätsbedingung eines mechanischen Systems, das bedeutet, dass die Summe der Differenzgeschwindigkeiten verschiedener Masseelemente zu einer Referenz gleich null ist, ist äquivalent zum 1. Kirchhoffschen Gesetz (Knotensatz) der elektrischen Ströme in einem elektrischen Netzwerk. Das 2. Kirchhoffsche Gesetz (Maschensatz) der elektrischen Spannungen ist äquivalent zu der Tatsache, dass die Summe aller an einem Masseelement angreifenden Kräfte (inklusive der d'Alembertsche Trägheitskraft beim Übergang zur Dynamik) null ist. Wie im elektrischen Stromkreis wählen wir ein Paar physikalischer Größen, bestehend aus einer Antriebsgröße und einer Flussgröße, dessen Produkt der Leistung entspricht. Wir wählen die Kraft analog zur elektrischen Spannung als die Antriebsgröße und die Geschwindigkeit oder Bewegung analog zum elektrischen Strom als Flussgröße.

Die sich ergebenden Analogien sind in Tabelle 2.4 zusammengetragen. Hierbei entspricht u der elektrischen Spannung, i dem elektrischen Strom, F der Kraft, v der Geschwindigkeit, a der Beschleunigung und x der Position. Laplacetransformierte Größen werden durch Großbuchstaben dargestellt, wobei s die Laplacevariable ist. Bei den Unbekannten R , C , L , sowie d , k

und m handelt es sich um die entsprechenden elektrischen und mechanischen Elementgrößen der betrachteten Systeme.

elektrisch		
Beschreibung	Zeitbereich	Bildbereich
Widerstand	$u(t) = Ri(t)$	$U(s) = RI(s)$
Kapazität	$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$	$U(s) = \frac{1}{Cs} I(s)$
Induktivität	$u(t) = L \frac{di}{dt}$	$U(s) = LsI(s)$

mechanisch		
Beschreibung	Zeitbereich	Bildbereich
Dämpfung	$F(t) = dv(t)$	$F(s) = dV(s)$
Elastizität	$F(t) = k \int_0^t v(\tau) d\tau = kx(t)$	$F(s) = \frac{k}{s} V(s)$
Trägheit	$F(t) = m \frac{dv}{dt} = ma(t)$	$F(s) = msV(s)$

Tabelle 2.4: Analogie zwischen elektrischen und mechanischen Systemen

Entsprechend lässt sich analog zur elektrischen Impedanz eine mechanische Impedanz aus dem Quotienten der Antriebsgröße und der Flussgröße wie folgt definieren

$$Z(s) = \frac{F(s)}{V(s)} = ms + b + \frac{k}{s} . \quad (2.4.1)$$

Anhand dieses Impedanzmodells, welches Bewegungs- beziehungsweise Positionsabweichungen auf resultierende gewünschte Kräfte abbildet, spezifiziert man nun den Regler. Im Rahmen des Impedanzregelungskonzepts wird davon ausgegangen, dass die gewünschten Kräfte direkt vorgegeben werden können und Eingang der Regelstrecke sind. Zur Realisierung dieser Kräfte ist jedoch im Allgemeinen aufgrund des Wirkungsgrades des Antriebsstrangs eine untergelagert Kraftregelung erforderlich, welche die ausgangsseitigen Kräfte des Impedanzmodell als Sollwert entgegen nimmt. Durch die Umsetzung dieser Interaktionskräfte reagiert der geschlossene Regelkreis wie spezifiziert auf extern einwirkende Kräfte oder Störungen. Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 2.4 das Prinzip der Impedanzregelung schematisch dargestellt. Ein wesentlicher Vorteil des Impedanzregelungskonzept ist dessen Robustheit, sowohl im Falle weicher als auch harter Umgebungen. Wie zuvor angesprochen ergeben sich jedoch zwangsläufig bleibende Regelabweichungen, welche durch Erhöhung der Steifigkeit verringert werden könnten. Dies resultiert jedoch im Falle der Interaktion mit der Umwelt in einer, möglicherweise ungewollten, Erhöhung der Kontaktkräfte, welche das Gefahrenpotential steigern.

Das Impedanzregelungskonzept ist für die Robotik aus mehreren Gründen von großer Bedeutung. Zum einen können sich Roboter und Mensch einen gemeinsamen Arbeitsraum teilen oder sogar physisch miteinander kooperieren, da der Roboter nachgiebig agiert. Somit kann der Menschen nicht verletzt werden und höhere Sicherheitsstandards sind realisierbar [ASEG⁺08]. Zum anderen lassen sich mit diesem Konzept Aufgaben bewerkstelligen, die zuvor

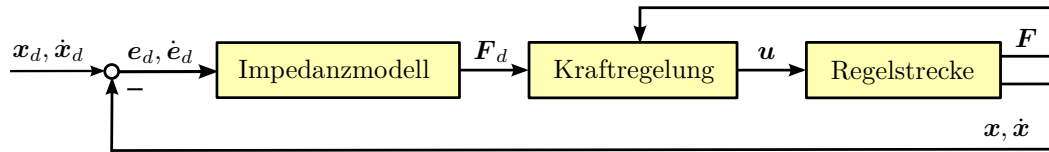


Abbildung 2.4: Konzept der Impedanzregelung

nicht von Robotern bewältigt werden konnten. Beispielsweise benutzt Mercedes seit kurzem einige Exemplare des LBR zum Fügen von Getriebeteilen, was zuvor aufgrund der ungenauen Sollpositionsvorgabe nicht möglich war. Des Weiteren ist aufgrund der aus der Nachgiebigkeit realisierbaren Feinfühligkeit das Greifen und Manipulieren von fragilen Objekten möglich.

3 Experimente und Analyse zur Gewinnung der Synergiekoordinaten

Im Folgenden geht es darum ein Vorgehen zu entwickeln, um einen plausiblen, umsetzbaren und reduzierten Satz an Greifkoordinaten zu synthetisieren. Hierbei ergeben sich verschiedene denkbare Möglichkeiten, welche im einzelnen besprochen werden sollen. Dabei gilt es darauf zu achten, dass die gesuchten Synergiekoordinaten auf die DLR Hand II bezogen sein müssen um von dieser sinnvoll ausgeführt werden zu können. Dennoch sollten sie auf Grundlage menschlicher Daten gewonnen werden.

Als erster Schritt wurde von der Arbeitsgruppe für Roboterhände am Institut bereits die Greifdatenbank der DLR Hand II analysiert und zur Synergiesynthese verwendet. Seit der Veröffentlichung der Roboterhand wurden für verschiedenste Anwendungen und Demonstrationen zahlreiche Greifkonfigurationen aufgenommen. Diese erste Annäherung stellt einen sinnvollen Ausgangspunkt für die Gewinnung von Synergiekoordinaten dar. Dennoch beruhen diese nicht auf menschliche personenspezifische Bewegungs- und Greifmuster.

Die Erfassung der Gelenkwinkel der menschlichen Hand in der statischen Endposition eines jeden Griffs für verschiedene Testobjekte stellt einen experimentellen Ansatz dar. Ähnlich wie in dem von Santello [SFS98] beschriebenen Experiment könnten menschliche Probanden angewiesen werden, eine Auswahl von Objekten mit einem Datenhandschuh (siehe 3.1.1) zu greifen. Der einzige Unterschied bestünde darin, dass reale Objekte verwendet werden würden, wohingegen Santello sich auf die Vorstellungen der Probanden von den Objekten verließ. Bei diesen Experimenten ergeben sich jedoch schwierig lösbare Probleme. Zum einen müsste eine exakte Abbildung von der menschlichen Kinematik zur Kinematik der DLR Hand II bestimmt werden. Dies stellt eine kaum überwindbare Herausforderung dar, da jede menschliche Hand Unterschiede in ihrer Kinematik aufweist. Zum anderen würde der Mensch aufgrund seiner Geschicklichkeit die verschiedenen Objekte in einer Art und Weise greifen können, die mit der DLR Hand II unter Umständen überhaupt nicht umsetzbar ist. Dieser Sachverhalt ist in der eineinhalbfachen Größe der Roboterhand im Vergleich zur menschlichen Hand und der leicht abweichenden Kinematik begründet.

Die Rücktreibbarkeit der DLR Hand II im *Zero-Torque-Mode* ermöglicht einen weiteren Weg der Synergiesynthese. Menschliche Probanden könnten angewiesen werden die Roboterhand und die entsprechenden Objekte so zu formen, wie sie sich vorstellen das Objekt an Stelle der DLR Hand II zu greifen. Dieses Vorgehen hat jedoch ebenfalls wesentliche Nachteile. Zum einen ist es für den Probanden schwierig, plausible interne Kräfte einzuprägen, da dieser nur zwei Hände zur Verfügung hat. Zum anderen steht kein Sollwert für die Handkonfiguration zur Verfügung aus dem sich indirekt auf die internen Kräfte schließen ließe.

Im Ergebnis wurden von menschlichen Probanden teleoperativ gesteuerte Greifszenarien mit der DLR Hand II durchgeführt. Eine genaue Beschreibung der Experimente folgt in Abschnitt 3.1.2. Dabei wird erwartet die personenspezifische Charakteristika des Greifens zu erfassen, jedoch dennoch im Ergebnis passende Synergiekoordinaten für die DLR Hand II zu erhalten. Des Weiteren lässt sich über die Regelabweichung des Istwerts vom Sollwert der Handkonfiguration indirekt auf die umgesetzten internen Kräfte schließen, wodurch diese implizit in den synthetisierten Synergiekoordinaten beinhaltet wären.

3.1 Datengewinnung und Experiment

3.1.1 CyberGlove®

Zur Erfassung der Bewegungen der menschlichen Hand wurde der drahtlose CyberGlove® II verwendet. Das handschuhgleiche Eingabegerät findet in vielen Bereichen der Mensch-Maschinen-Kommunikation Anwendung. Diese reichen von der Evaluierung von Prototypen über die Steuerung und Navigation in virtuellen Umgebungen und Realitäten bis hin zu modernen Animationstechniken. Der mit insgesamt 22 Sensoren bestückte Handschuh besitzt drei Flexionssensoren pro Finger, vier Abduktionssensoren, einen Sensor am Handflächenbogen sowie Sensoren zur Messung der Handgelenksflexion und -abduktion. Aufgrund der Tatsache, dass lediglich vier Abduktionssensoren integriert sind, können Abduktions- und Adduktionsbewegungen der einzelnen Finger nur relativ zueinander gemessen werden. Diese und weitere Schwierigkeiten werden am Ende des Abschnittes besprochen. Die Sensoren bestehen aus kaum spürbaren, sehr leichten und stark biegbaren Fasern. Dadurch beeinflussen sie kaum das normale Greifverhalten und reduzieren darüber hinaus das Gewicht des Handschuhs. Das Messprinzip der Sensoren basiert, wie beim Dehnmessstreifen, auf der Änderung des elektrischen Widerstandes bei Verformung des Materials.

Die Abbildung der erfassten Rohdaten auf die Gelenkwinkelsollwerte der DLR Hand II wurde in zwei Stufen umgesetzt. Zunächst werden die Rohdaten mittels eines kinematischen Modells der menschlichen Hand auf diese abgebildet. Aufgrund der zuvor erwähnten Relativ-

Anzahl der Sensoren	22
Sensorauflösung	$< 1^\circ$
Sensorwiederholgenauigkeit	3°
Sensorlinearität	0.6% maximale Nichtlinearität über den gesamten Gelenkwinkelbereich
Sensordatenrate	90Hz
Betriebstemperatur	10 – 45°

Tabelle 3.1: Technische Beschreibung des CyberGlove®

messung der Abduktionswinkel, sowie weiterer Gründe, gibt es jedoch bestimmte kombinierte Fingerbewegungen, die vom CyberGlove® nicht erfasst werden können. Zu diesen gehören beispielsweise gleichgerichtete Abduktionsbewegungen benachbarter Finger, welche aufgrund ihrer geringen Relevanz beim Greifen und der Tatsache, dass sie recht schwierig auszuführen sind, nicht weiter beachtet werden müssen. Im zweiten Schritt werden diese, auf eine menschliche Hand bezogenen Daten, auf die Kinematik der DLR Hand II abgebildet. Aufgrund der sehr unterschiedlichen Kinematiken ergeben sich vielfältige Schwierigkeiten, ein intuitives und gelungenes *Mapping* zu finden. Dies wird besonders beim Daumen deutlich, da dessen Grundstellung bei der DLR Hand II verdreht ist. Hinzu kommt, dass die Sensitivität der Messung des Basisglenks mit dem CyberGlove® eingeschränkt ist.

Abschließend ist es besonders wichtig zu betonen, dass es sich beim CyberGlove® lediglich um ein sehr intuitives Eingabegerät handelt und man keineswegs eine Eins-zu-eins-Abbildung erwarten kann. Die beschriebenen Umstände und Probleme machen es sehr schwierig eine Abbildung zu finden, bei der die DLR Hand II eine vergleichbare Handkonfiguration, wie sie vom Benutzer vorgegeben wurde, kommandiert bekommt. Mit entsprechendem Aufwand ist es möglich eine sehr präzise Abbildung zu erarbeiten. Zum einen könnten durch Bestimmung der kartesischen Fingerspitzenposition lediglich diese auf die Roboterhand abgebildet werden, wobei sich hierbei große Ungenauigkeiten im Fall von Kraftgriffen ergeben. Zum anderen kann mit Hilfe eines kameragestützten *Motion Tracking* Systems ein neuronales Netz trainiert werden, welches die benutzerspezifische Abbildung erlernt [FSH98]. Diese sind jedoch nicht sonderlich robust, da sie sehr spezialisiert sind. Dadurch müsste für jeden Benutzer eine eigene Abbildung erarbeitet werden, beziehungsweise müsste diese bei jeder Benutzung neu justiert werden, da der Handschuh die Hand bei jeder Benutzung leicht abweichend umschließt. Im Allgemeinen sind Präzision und Robustheit beziehungsweise Generalisierungsfähigkeit der Abbildung konkurrierende Anforderung, sodass es notwendig ist einen geeigneten Kompromiss zu finden. An dieser Stelle verlässt man sich auf die kognitiven Fertigkeiten und die Lernfähigkeit des Benutzers. Es hat sich gezeigt, dass bereits nach wenigen Minuten Übung ein sicheres teleoperatives Steuern der DLR Hand II mit dem CyberGlove® möglich wurde.

3.1.2 Versuchsbeschreibung und -durchführung

Wie zuvor mehrfach erwähnt, wurden menschliche Probanden angewiesen verschiedene Objekte mit Hilfe des CyberGlove® als Eingabegerät teleoperativ mit der DLR Hand II zu greifen. Der CyberGlove® wurde mit der rechten Hand getragen. Der genaue Ablauf sah wie folgt aus. Zunächst wurde jedes Objekt dem Probanden vorgestellt, sodass dieser es mit den eigenen Händen mehrfach greifen und manipulieren konnte. Danach sollte der Proband das Objekt in die linke Hand nehmen und so in die offene Roboterhand halten, dass er es mit dieser greifen konnte. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Roboterhand mit Hilfe der linken Hand und dem Objekt nach erfolgtem Griff nicht mehr geformt wird. Sollte der Proband unzufrieden mit dem erfolgtem Griff gewesen sein, so wurde dieser neu angesetzt und die aufgenommenen Daten verworfen. Wenn der Proband eine statische Greifkonfiguration erreicht hatte und zufrieden mit dem realisierten Griff war, wurden die Sollwerte der Gelenkwinkel der DLR Hand II aufgezeichnet. Hierbei ist zu bemerken, dass bei diesem Vorgang kein *Force-Feedback* realisiert wurde, sodass dem Proband gewährleistet werden musste mit Hilfe der linken Hand die Stärke des Griffs zu bestimmen um diese gegebenenfalls an seine Bedürfnisse anzupassen. Jedes Objekt wurde fünfmal gegriffen, wobei jeweils zunächst ein Testgriff durchgeführt wurde. Des Weiteren wurden die Probanden angewiesen sich für eine einzige Art und Weise zu entscheiden das vorgestellte Objekt zu greifen. Diese sollte dann möglichst für alle fünf Versuche beibehalten werden.

Vier männliche Probanden nahmen an dem Experiment teil. Darunter waren drei Rechtshänder und ein Linkshänder. Das Alter der Probanden rangierte von 22 bis 27 Jahre. Während der Experimente wurde ein Protokoll geführt mit Anmerkungen für die spätere Auswertung.

1	Apfel	13	Milchkarton
2	Flasche	14	Stift
3	Kreide	15	Spielkarte
4	Zigarette	16	Regenschirm
5	Kamm	17	Zahnstocher
6	CD	18	Zahnbürste
7	Wörterbuch	19	Becher
8	Ei	20	Flaschendeckel
9	Frisbee	21	Teetasse
10	Holzgriff	22	Kirsche
11	Küchenmesser	23	Cremedose
12	Glühbirne		

Tabelle 3.2: Liste aller verwendeten Testobjekte

Es wurden 23, häufig im Alltag anzutreffende, Testobjekte verwendet. Die einzelnen Objekte sind in Tabelle 3.2 aufgelistet. Darüber hinaus sind in Abbildung 3.2 Bilder jedes Gegen-



Wie sich später herausstellte, ist es notwendig zusätzlich zu den Handkonfigurationen im Momente des eigentlichen Griffs, wenige greifvorbereitende Handkonfigurationen (*Approches*) aufzuzeichnen um diese in der Analyse zu verwenden. Ohne diese ließe sich die DLR Hand II mit den extrahierten Freiheitsgraden nicht öffnen, da im wesentlichen nur geschlossene Handhaltungen betrachtet werden würden. Aus diesem Grund wurden bei jedem Probanden zusätzlich fünf greifvorbereitende Handkonfigurationen aufgenommen.

3.2 Analytische Verfahren

Dieser Abschnitt soll eine kurze Einführung in die verwendeten analytischen Werkzeuge geben und deren Eigenschaften und Anwendung aufzeigen.

3.2.1 Hauptkomponentenanalyse

Die Hauptkomponentenanalyse ist ein Verfahren der multivariaten Statistik, welches häufig zur Auswertung und Analyse hochdimensionaler Datensätze verwendet wird. Die folgenden Ausführung orientieren sich im Wesentlichen an der in [JW98] Kapitel 8 gegebenen Beschreibung, wobei für vertiefende Recherchen auf diese verwiesen sei. Gegeben seien k Punkte in einem p - dimensionalen Raum $\mathbb{R}^p$, wobei p der Anzahl der Merkmale und k der Anzahl der Realisierungen entspricht. Ziel der Hauptkomponentenanalyse ist die Projektion des p - dimensionalen Raumes auf einen l - dimensionalen Unterraum $\mathbb{R}^l$, wobei $l < p$, sodass Redundanzen in Form von Korrelationen des Datensatzes in den Merkmalen beseitigt werden. Im ersten Schritt wird der Datensatz mittelwertbefreit. Des Weiteren kann optional um alle Merkmale gleich zu gewichten, sowie zur Performanzsteigerung, die Varianz normiert werden. Im Wesentlichen wird bei Hauptkomponentenanalyse die Kovarianzmatrix des Datensatzes diagonalisiert, d.h. die Merkmale dekorreliert. Anschließend werden aus den dekorrelierten Merkmalen die varianzstärksten entsprechend der gewünschten Dimensionsreduktion ausgewählt. Im Ergebnis erhält man eine orthogonale Transformationsmatrix, welche aus den Eigenvektoren der Kovarianzmatrix des Datensatzes zusammengesetzt wird.

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass Gelenkkombinationen mit der größten Varianz die wesentlichen Anteile eines Griffes realisieren. Angewandt auf die betrachtete Problemstellung der Synergiesynthese sind k Handhaltungen in einem n_q - dimensionalen Raum $\mathbb{R}^{n_q}$ gegeben. Diese werden in der Datenmatrix $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n_q \times k}$ abgelegt. Nach der (zeilenweisen) Mittelwertbefreiung der Daten $\mathbf{Q} = \mathbf{Y} + \bar{\mathbf{Q}}$, wobei $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n_q \times k}$, wird die Kovarianzmatrix bestimmt

$$\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T = \mathbf{C} = \mathbf{C}^T \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q} . \quad (3.2.1)$$

Durch Anwendung der Eigenwertzerlegung erhält man die Kovarianzmatrix der dekorrelierten Gelenkkombinationen $\Lambda \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q}$ wie folgt

$$\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T = \mathbf{C} = \mathbf{C}^T = \mathbf{T}\mathbf{\Lambda}\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{T}\mathbf{\Lambda}\mathbf{T}^T = \mathbf{T}\mathbf{X}\mathbf{X}^T\mathbf{T}^T, \quad (3.2.2)$$

sodass sich als Transformation zwischen den Gelenkwinkeln und den dekorrelierten Gelenkkombinationen $\mathbf{Y} = \mathbf{T}\mathbf{X}$ ergibt, mit

$$\mathbf{T} = [\mathbf{t}_1 \ \dots \ \mathbf{t}_{n_q}] \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q} \quad (3.2.3)$$

$$\mathbf{S} = [\mathbf{t}_1 \ \dots \ \mathbf{t}_{n_z}] \in \mathbb{R}^{n_q \times n_z}. \quad (3.2.4)$$

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit seien die Eigenvektoren in der Transformationsmatrix absteigend entsprechend ihrer Eigenwerte sortiert. Anschließend wird die reduzierte Dimensionsanzahl n_z durch Auswertung der Varianzverteilung oder anderen Kriterien ermittelt und die dimensionsreduzierende Transformationsmatrix nach Gleichung 3.2.4 aufgestellt.

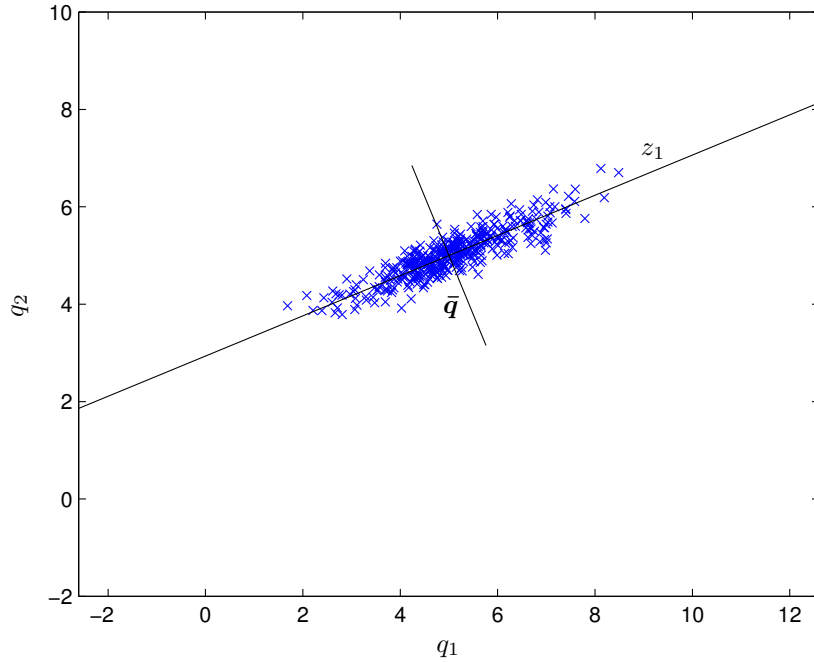


Abbildung 3.2: Zweidimensionale Veranschaulichung der Hauptkomponentenanalyse

Im Ergebnis erhält man die Beziehung

$$\mathbf{q} = \mathbf{S}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{q}} \quad (3.2.5)$$

zwischen Gelenkwinkeln $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{n_q}$ und reduzierten dekorelierten Gelenkkombinationen $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n_z}$. Der Vektor $\bar{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^{n_q}$ entspricht dabei einer Spalte der Mittelwertmatrix $\bar{\mathbf{Q}}$. In Abbildung 3.2 ist eine zweidimensionale Veranschaulichung der Hauptkomponentenanalyse dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Varianz der Datenpunkte im Wesentlichen um eine Achse ausgeprägt ist, welche dem ersten Eigenvektor der Kovarianzmatrix entspricht.

3.2.2 Lineare Diskriminanzanalyse

Die lineare Diskriminanzanalyse ist ein Verfahren der multivariaten Statistik zur Separation verschiedener Gruppen von Objekten. Dabei wird jedes Objekt einer Grundmenge oder Population der Größe k mittels seiner n_q Merkmale beschrieben und einer von c Klassen zugeordnet. Ziel ist die Berechnung eines sogenannten Diskriminanzkriteriums anhand der Merkmale zur Unterscheidung und Bestimmung der Gruppenzugehörigkeiten.

Jedes Objekt stellt dabei einen Datenpunkt im $\mathbb{R}^{n_q}$ dar. Im Falle einer in den Merkmalen linearen Diskriminanzfunktion spricht man von linearer Diskriminanzanalyse. Zur Berechnung der Trennfunktion gibt es verschiedene Ansätze, wobei der von Fisher [JW98] beschriebene der Bekannteste ist. Die Grundidee besteht darin eine Gerade $\mathbf{w}$ zu finden, sodass das Verhältnis aus Zwischenklassenvarianz $\mathbf{S}_B$ und der Summe der Innerklassenvarianzen $\mathbf{S}_W$ der auf diese Gerade projizierten Datenpunkte maximiert wird. Die entsprechende Gütefunktion lautet wie folgt

$$J(\mathbf{w}) = \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{S}_B \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{S}_W \mathbf{w}}, \quad (3.2.6)$$

wobei

$$\mathbf{S}_B = \sum_c (\boldsymbol{\mu} - \bar{\mathbf{x}})(\boldsymbol{\mu} - \bar{\mathbf{x}})^T \quad (3.2.7)$$

und

$$\mathbf{S}_W = \sum_c \sum_{i \in c} (x_i - \boldsymbol{\mu}_c)(x_i - \boldsymbol{\mu}_c)^T. \quad (3.2.8)$$

Die Lösung dieser Optimierung führt zum allgemeinen Eigenwertproblem und aufgrund der Tatsache, dass $\mathbf{S}_w$ invertierbar ist zu folgender Gleichung

$$\mathbf{S}_W^{-1} \mathbf{S}_B \mathbf{w} = \lambda \mathbf{w}, \quad (3.2.9)$$

wobei die Eigenvektoren der Matrix $\mathbf{S}_W^{-1} \mathbf{S}_B$ die gesuchten Projektionsgeraden darstellen und die jeweiligen Trenngeraden im entsprechenden Schwellwert orthogonal dazu stehen. In Ab-

bildung 3.3 ist eine zweidimensionale Veranschaulichung der linearen Diskriminanzanalyse mit zwei Klassen zu sehen. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Projektion der Datenpunkte auf die Gerade im zweiten Bild die Zwischenklassenvarianz im Verhältnis zur Summe der Innerklassenvarianzen maximiert. Dadurch kann entlang der Projektionsgeraden ein einfaches Diskriminanzkriterium formuliert werden.

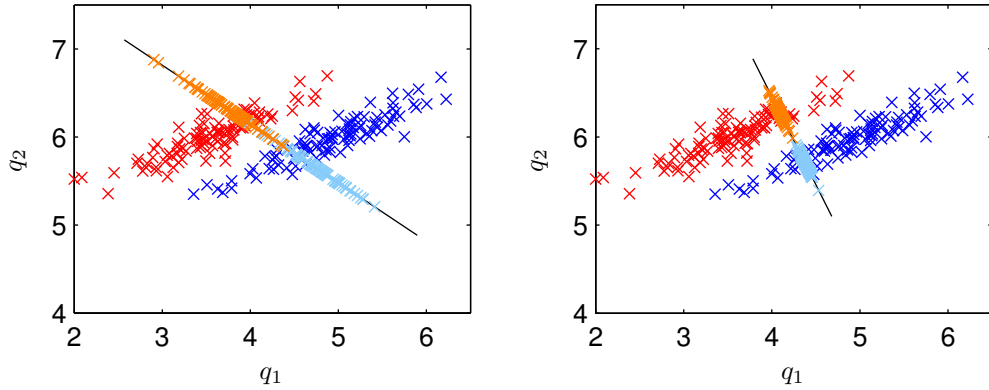


Abbildung 3.3: Zweidimensionale Veranschaulichung Fishers Linearer Diskriminanzanalyse

3.2.3 Shannon'sche Informationstheorie

Im Folgenden soll eine kurze Einführung der Shannon'sche Informationstheorie gegeben werden, wobei diese sich auf den diskreten Fall beschränkt. Die von Claude Shannon [Sha48] begründete Informationstheorie ist eine mathematische Theorie aus dem Bereich der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie, die vor allem in der Datenübertragung und Nachrichtentechnik Anwendung findet. Wesentlicher Bestandteil ist die Analyse und Beschreibung von Informationsquellen und Übertragungskanälen. Hierzu wird zunächst der Begriff der informationstheoretischen Entropie eingeführt, welche ein Maß für den mittleren Informationsgehalt einer Symbolansammlung oder Nachricht darstellt. Die Entropie einer diskreten Zufallsvariable wird mittels

$$H(X) = - \sum_{x \in X} p(x) \log_2 p(x) \quad (3.2.10)$$

berechnet, wobei $p(x)$ die Auftretswahrscheinlichkeit des Symbol oder des Ereignis x ist. Mathematisch gesprochen, quantifiziert die Entropie die Unsicherheit einer Zufallsvariable. Je gleichverteilter die verschiedenen Ereignisse auftreten, desto größer ist die Entropie, da kein Ereignis bevorzugt wird und somit alle in jedem Moment als nächstes auftreten könnten. Der

gegenteilige Fall ergibt sich, wenn immer dasselbe Ereignis eintritt also mit einer Wahrscheinlichkeit von eins. Dann hat diese Zufallsvariable keine Entropie, da man immer vorhersagen kann, welches Ereignis als nächstes eintritt und somit keine Information übermittelt wird. Zur Veranschaulichung betrachten wir das einfache Szenario des Münzwurfes. Abbildung 3.4 stellt die Entropie in Abhängigkeit zur Auftrittswahrscheinlichkeit, mit der eine bestimmte Seite geworfen wird, dar. Wie zuvor erwähnt, erreicht dieser Prozess die maximale Entropie im Falle eines fairen Münzwurfes mit gleichverteilten Auftrittswahrscheinlichkeiten für beide Seiten. Ausgehend von diesem Modell einer Informationsquelle wird durch Einführung einer

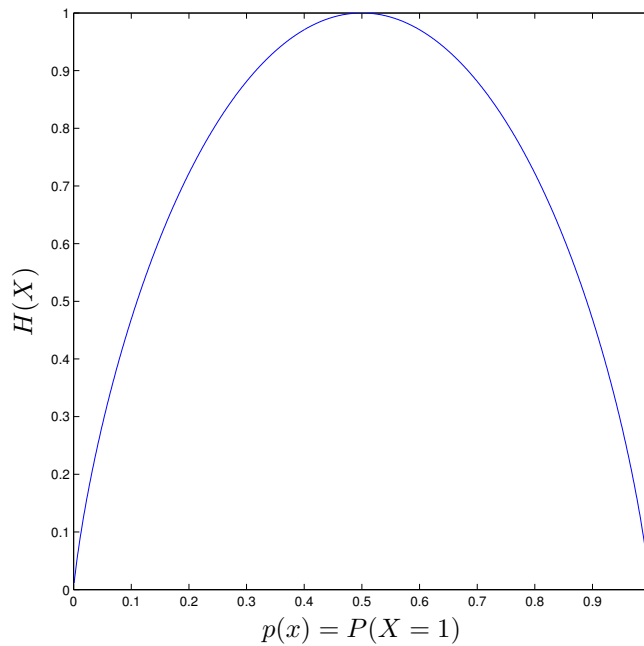


Abbildung 3.4: Entropie eines Münzwurfes in Abhängigkeit der Auftrittswahrscheinlichkeiten

empfangsseitigen Zufallsgröße Y das Konzept zur Beschreibung von Übertragungskanälen erweitert. Mathematisch wird zwischen Empfänger und Quelle nicht unterschieden, sodass sich die Empfangsentropie ebenfalls mit der Gleichung 3.2.10 bestimmen lässt. Um Aussagen über den Übertragungskanal ableiten zu können, werden folgende kanalbezogene Größen eingeführt:

- Fehlinformation $H(Y|X)$ - *bedingte Entropie: Unsicherheit von Y , wenn X bekannt ist*
- Äquivokation $H(X|Y)$ - *bedingte Entropie: Unsicherheit von X , wenn Y bekannt ist*
- Totalinformation, Verbundentropie $H(X, Y)$

- Transinformation $I(X; Y)$.

Die Transinformation stellt die Stärke der statistischen Abhängigkeit der beiden Zufallsgrößen X und Y dar und ist somit ein Maß für die Information die X über Y enthält. Sie lässt sich entweder aus der Differenz der eingangsseitigen Entropie und der Äquivokation berechnen

$$I(X; Y) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X) , \quad (3.2.11)$$

oder direkt aus den Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse

$$I(X; Y) = \sum_x \sum_y p(x, y) \log_2 \left(\frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \right) . \quad (3.2.12)$$

Abbildung 3.5 gibt eine schematische Darstellung eines Übertragungskanales mit den zuvor eingeführten informationstheoretischen Größen. Aufgrund der Abstraktheit der Shannon'schen

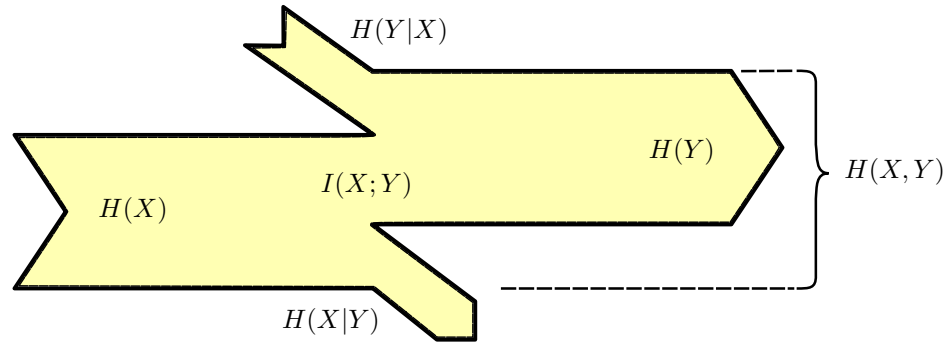


Abbildung 3.5: Entropieanteile eines Übertragungskanales

Informationstheorie lässt sie sich nicht nur im Bereich der Nachrichtentechnik und Kommunikation anwenden. Im Rahmen der Bachelorarbeit wird mit ihrer Hilfe an vielen Stellen die Frage quantitativ beantwortet, wie gut sich von der verwendete Handkonfiguration auf das zu greifende Objekt schließen lässt.

3.3 Diskussion der Analyseergebnisse

Im Folgenden soll mit Hilfe der Analyseergebnisse aller Probanden die Frage nach der Anzahl an effektiven Freiheitsgraden beim Greifen beantwortet werden. Da es, aus offensichtlichen Gründen, nicht sinnvoll ist die Daten aller Probanden zur Synergiesynthese zu fusionieren, werden im Anschluss auf Grundlage der Analyseergebnisse eines Probanden die Transformationsvorschriften bestimmt.

Im ersten Schritt wurde die in Abschnitt 3.2.1 vorgestellte Hauptkomponentenanalyse zur Untersuchung der aufgenommenen Daten angewandt. Mit ihrer Hilfe soll eine erste Einschätzung der Anzahl an effektiven Freiheitsgraden, die zum Greifen der 23 Objekte notwendig waren, gewonnen werden. Um des Weiteren die Frage zu klären, wie sehr sich die Handkonfiguration zum Greifen der unterschiedlichen Gegenstände voneinander unterscheiden und um darüber hinaus die Zugehörigkeit einer bestimmten Handkonfiguration zu dem zu greifenden Objekt in die Analyse einfließen zu lassen, wurde im nächsten Schritt die in Abschnitt 3.2.2 vorgestellte Diskriminanzanalyse angewendet. Mit Hilfe dieses linearen Klassifikationsverfahrens werden die aufgezeichneten Daten gruppiert und diese Zuordnung mit der Zugehörigkeit aller Handkonfigurationen zu einem der fünf Versuche pro Objekt verglichen. Zu diesem Zweck wird die Konfusionsmatrix konstruiert, welche einen Überblick bietet, in welcher Güte sich von der jeweiligen Handkonfiguration auf das zu greifende Objekt schließen lässt. Jeder Eintrag dieser Matrix steht für die Anzahl an aufgezeichneten Griffen (Zeile), die zu einem bestimmten Gegenstand zugeordnet wurden (Spalte). Dies bedeutet, dass die Matrix genau dann aus lediglich Diagonaleinträgen bestehen würde, wenn sich ohne Zweifel von einer gegebenen Handkonfiguration auf das gegriffene Objekt schließen lassen könnte. Anschließend wurde zur quantitativen Bewertung dieser Ergebnisse die in Abschnitt 3.2.3 vorgestellte Shannon'sche Informationstheorie angewandt. Mit ihrer Hilfe lässt sich die Performanz eines jeden Probanden beurteilen. Zu diesem Zweck werden die aufgezeichneten Handkonfigurationen als eingangsseitige Zufallsvariable abstrahiert und die Information, welches Objekt gegriffen wurde als ausgangsseitige Zufallsvariable. Des Weiteren wird, [SS98] und [SFS98] folgend, der sensomotorische Effizienzindex (SME) als Verhältnis aus der Information, welche von den aufgezeichneten Handkonfigurationen übertragen wird (Eingangsentropie), und der maximal übertragbaren Menge an Information (Transinformation) definiert. Aufgrund der Tatsache, dass für jedes Objekt fünf Versuche aufgezeichnet wurden, ist die eingangsseitige Zufallsvariable gleichverteilt, sodass sich die Eingangsentropie zu eins ergibt. Die Transinformation ist nach oben durch den gesamten Informationsgehalt, welcher sich zu 4.52 bit ($4.52 = \log_2 23$) bestimmt, beschränkt. Es ist wichtig anzumerken, dass diese Form der Analyse zwar in der Lage ist eine Aussage darüber zu treffen in welchen Ausmaß sich die verschiedenen Handkonfiguration für die verschiedenen Objekte voneinander unterscheiden, jedoch keine Schlüsse darüber liefert, wie die Hand für diese geformt wurde.

Die Abbildungen C.1, C.3, C.5 und C.7 geben eine übersichtliche Zusammenfassung der Ergebnisse der Hauptkomponentenanalyse der Daten der jeweiligen Probanden. Hierbei ist zu beachten, dass aufgrund der Tatsache, dass die Gelenkkoordinaten die Einheit Radiant haben, die Synergiekoordinaten als deren normierte Linearkombination diese ebenfalls besitzen. Die Resultate sind sich qualitativ sehr ähnlich, bis auf die Verteilung der projizierten Datenpunkte in der Ebene, welche durch die ersten beiden Hauptkomponenten aufgespannt wird

(unten rechts). Im oberen linken Bereich ist die Kovarianzmatrix farbskaliert dargestellt. Um eine Interpretation dieser zu ermöglichen, ist in Tabelle 3.3 die Nummerierung der einzelnen Gelenkwinkel der DLR Hand II aufgeführt.

Daumen	q_1	Abduktion / Adduktion MCP
	q_2	Extension / Flexion MCP
	q_3	Extension / Flexion PIP und DIP
Zeigefinger	q_4	Abduktion / Adduktion MCP
	q_5	Extension / Flexion MCP
	q_6	Extension / Flexion PIP und DIP
Mittelfinger	q_7	Abduktion / Adduktion MCP
	q_8	Extension / Flexion MCP
	q_9	Extension / Flexion PIP und DIP
Ringfinger	q_{10}	Abduktion / Adduktion MCP
	q_{11}	Extension / Flexion MCP
	q_{12}	Extension / Flexion PIP und DIP

Tabelle 3.3: Nummerierung der Gelenkwinkel der DLR Hand II

Dabei lässt sich eine signifikante Korrelation zwischen der Extension und Flexion von Zeige-, Mittel- und Ringfinger im MCP und PIP / DIP feststellen. Dies trifft nicht nur für jeden Finger einzeln zu, sondern auch untereinander. Darüber hinaus wird die Bedeutung des Daumens als Gegenspieler dieser Finger beim Greifen deutlich, da er zu allen Anderen eine recht geringe Korrelation aufweist. Ebenfalls ist deutlich zu erkennen, dass im Daumen vergleichsweise wenig Abhängigkeiten zwischen der Extension und Flexion im MCP und PIP / DIP bestehen. Die deutliche Gitterstruktur der Kovarianzmatrix bei allen Probanden ist in der geringen Varianz der Abduktion und Adduktion der Basisgelenke begründet. Die Eigenwertverteilung (oben rechts) und akkumulierte Varianzverteilung (unten links), bei der die horizontale Linie die 80 % Marke kennzeichnet, geben erste Anhaltspunkte bei der Beantwortung der Frage nach der Anzahl der effektiven Freiheitsgrade. Die Varianzverteilung zeigt ähnlich zu den Ergebnissen Santellos [SFS98] die übliche Eigenschaft, dass sich die Varianz pro Hauptkomponente exponentiell verringert. Bis auf geringe Schwankungen von 6 % können bei allen Probanden mittels der ersten beiden Hauptkomponenten über 80 % der Varianz abgedeckt werden. Unter Verwendung von drei Hauptkomponenten kann im Schnitt etwa 92 % der Varianz aller Handkonfigurationen nachgebildet werden. Dies suggeriert eine Reduktion der Anzahl an Freiheitsgraden von ursprünglich 12 auf lediglich 2 oder 3 Freiheitsgrade. Im Allgemeinen sind die Ergebnisse der Hauptkomponenten sehr ähnlich zu denen von Santellos Untersuchungen. Dies ist aufgrund der deutlichen Unterschiede im Entwurf der durchgeführten Experimente ein bemerkenswertes Resultat.

Im Weiteren soll die Abhängigkeit des sensormotorischen Effizienzindex (SME) von der Anzahl der verwendeten Hauptkomponenten untersucht werden. Hierfür sind in den Abbildungen C.2, C.4, C.6 und C.8 die Konfusionsmatrizen und der SME der jeweiligen Probanden für die

Fälle $n_z = 1, \dots, 12$ aufgeführt. Alle Probanden erreichten hierbei einen SME von über 94 %, bzw. 4.24 bit der möglichen 4.52 bit. Dies entspricht rund 19 ($2^{4.24} = 18.89$) deutlich unterscheidbaren Handkonfigurationen und spricht für die Auswahl der Objekte des Experiments. Wie zu erwarten sinkt der SME mit fallender Anzahl an verwendeten Hauptkomponenten, da weniger Dimensionen und damit Merkmale zur Unterscheidung der Griffe zu Verfügung stehen und die Anzahl der fehlerhaft zugeordneten Handkonfigurationen steigt. Dies wird durch Abbildung 3.6 bestätigt, in der der Fehler und der SME in Abhängigkeit von n_z für alle Probanden dargestellt ist. Es wird deutlich, dass sich für alle Probanden qualitativ die gleichen Verläufe ergeben. Die Ergebnisse suggerieren eine Dimensionsreduktion der ursprünglich 12 Freiheitsgrade auf 5 bis 7 Freiheitsgrade. Diese Vermutung ist zum einen in der nahezu vollständigen Diagonalität der Konfusionsmatrizen aller Probanden für $n_z \geq 5$ begründet und zum anderen in der geringfügigen Änderung des SME und des Fehlers für $n_z \geq 7$.

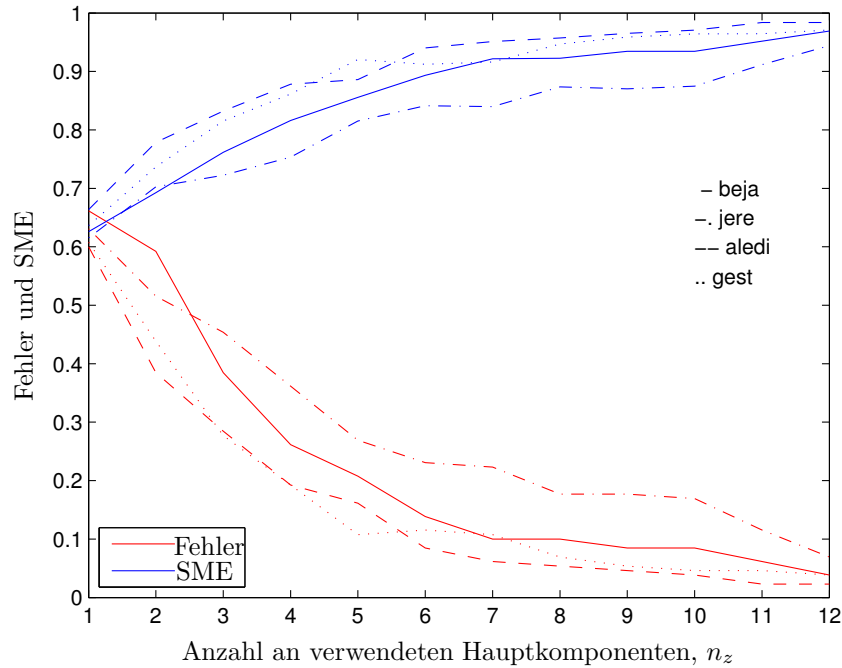


Abbildung 3.6: Anzahl an fehlerhaft zugeordneten Griffen und SME in Abhängigkeit zur Anzahl der verwendeten Hauptkomponenten

Die Ergebnisse der bisherigen Untersuchungen deuten auf folgende Sachverhalte:

- die Hauptkomponentenanalyse liefert eine untere Schranke für die Anzahl der effektiven Freiheitsgrade, welche mindestens notwendig ist um die Varianz der Handkonfigurationen zu erhalten

- die Diskriminanzanalyse in Kombination mit einer informationstheoretischen Auswertung liefert eine obere Schranke für die Anzahl der effektiven Freiheitsgrade, welche höchstens sinnvoll festzulegen ist um die Griffe deutlich voneinander unterscheiden zu können und um von ihnen auf das zu greifende Objekt schließen zu können.

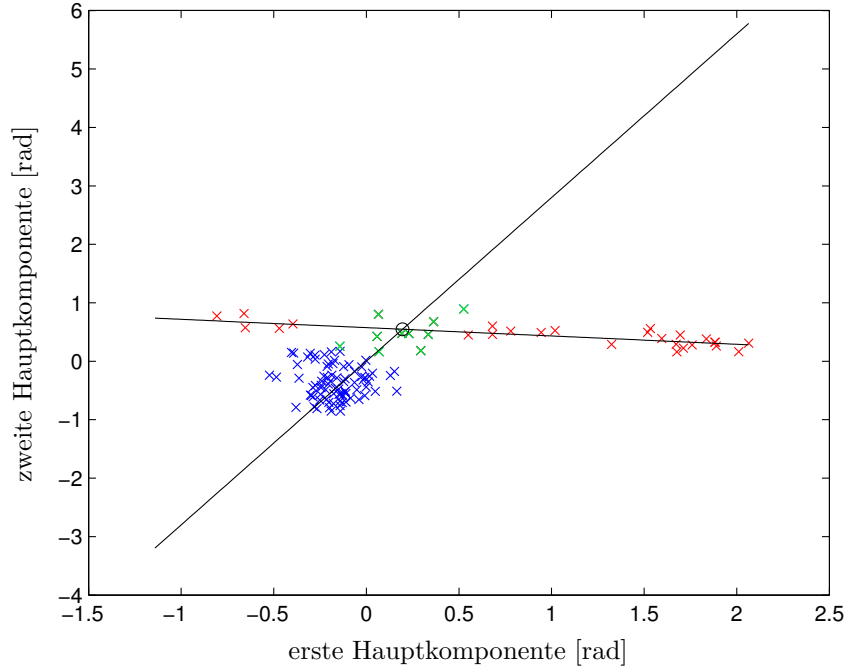


Abbildung 3.7: Ebene der ersten beiden Hauptkomponenten des Probanden *jere*

Abbildung 3.7 zeigt wie sich die Handkonfigurationen für die 23 Objekte eines Probanden (*jere*) in der Ebene der ersten beiden Hauptkomponenten verteilen. Es ist deutlich zu erkennen, wie sich die Datenpunkte scheinbar entlang zweier Achsen häufen. Zu ähnlichen Resultaten gelangten Santello et al. [SFS98] ebenfalls in ihren Untersuchungen für drei der fünf Probanden. Aufgrund der Tatsache, dass dieser Sachverhalt durch den Probanden *jere* reproduziert werden konnte, konzentriert sich die Synergiesynthese im Folgenden auf dessen Daten. Zur Bestimmung der beiden Achsen wurden die Griffe per Hand in drei Gruppen eingeteilt, wobei subjektiv entschieden wurde, welche zur ersten Achse bzw. zweiten Achse oder zu keiner gehören könnten. Dies führte zu den beiden in der Abbildung eingezeichneten Achsen. Der Schnittpunkt beider Achsen befindet sich in der Nähe des Mittelwerts aller aufgezeichneten Handkonfigurationen des Probanden. Dieser wird als Offset $\bar{q}$ der Transformationsvorschrift verwendet. Nach Normierung werden entlang beider Achsen die Synergiekoordinaten definiert und die entsprechende Syngrietransformationsmatrix bestimmt. Es ist wichtig zu bemerken, dass im Gegensatz zur einfachen Anwendung der Hauptkomponentenanalyse diese Achse

nicht orthogonal zueinander sind und sich für die Syngietransformationsmatrix keine orthogonalen Spalten ergeben. Jedoch stehen beide Achsen weiterhin orthogonal zu den restlichen Hauptkomponenten, sodass $\mathbf{S}^T \mathbf{S}_\perp = 0$ nach wie vor gilt.

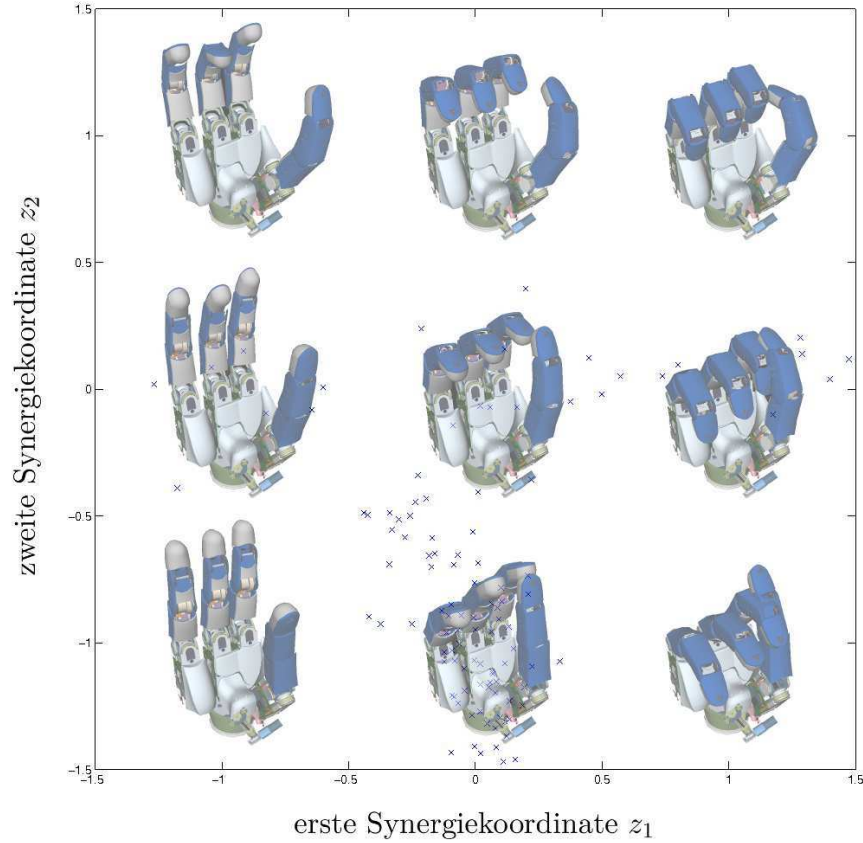


Abbildung 3.8: Greifsynergien entlang der ersten beiden Synergiekoordinaten

Abbildung 3.8 zeigt den Unterraum $\mathcal{R}(\mathbf{S})$, welche durch die ersten beiden verwendeten Synergiekoordinaten aufgespannt wird. Alle aufgezeichneten Handkonfigurationen wurden auf diesen Unterraum projiziert und sind durch ein Kreuz markiert. Um eine Vorstellung der verwendeten Synergiekoordinaten zu bekommen, wurden Beispieldarstellungen der DLR Hand II in der, den jeweiligen Koordinaten entsprechenden, Konfiguration eingefügt. Die Illustration im Koordinatenursprung zeigt die DLR Hand II in der Greifkonfiguration $\bar{\mathbf{q}}$, die dem Schnittpunkt der beiden Achsen in Abbildung 3.7 entspricht. Bei genauerer Untersuchungen der verbleibenden Hauptkomponenten stellte sich heraus, dass der dritte Eigenvektor der Transformationsmatrix $\mathbf{T}$ zusätzliche Bewegungen des Daumens beinhaltet. Aufgrund dieser Tatsache wurde die dritte Hauptkomponente ebenfalls als Synergiekoordinate definiert. Abbildung 3.9 zeigt die Bewegungen der DLR Hand II entlang dieses Freiheitsgrades. Es wird

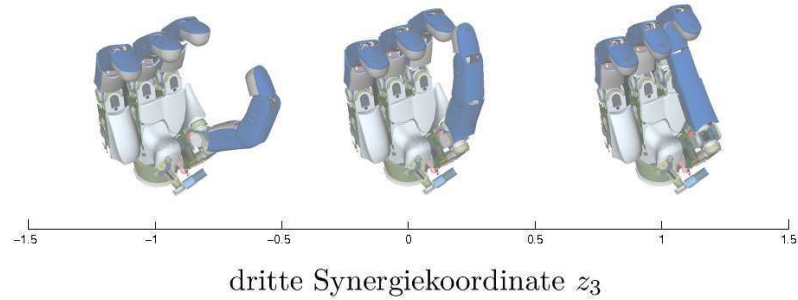


Abbildung 3.9: DLR Hand II entlang der dritten Hauptkomponente, welche als dritte Synergiekoordinate verwendet wurde

deutlich, dass kaum Bewegungen des Zeige-, Mittel- oder Ringfinger involviert sind. Stattdessen zeichnet sich dieser Freiheitsgrad durch eine kombinierte Adduktion und Flexion des Basisglenks des Daumes, sowie der Extension der gekoppelten PIP / DIP Gelenke aus.

Selbstverständlich sind die Synergiekoordinaten, als reduzierter Satz an Freiheitsgraden, nicht in der Lage alle aufgezeichneten Greifkonfigurationen vollständig zu reproduzieren. Um einen Eindruck des zuvor angesprochenen Varianzverlustes zu bekommen, wurden in Abbildung 3.10 die Greifkonfigurationen für drei ausgewählte Objekte (Glühbirne, Tasse, Ei) und deren Projektionen auf das Bild von $\mathbf{S}$ dargestellt.

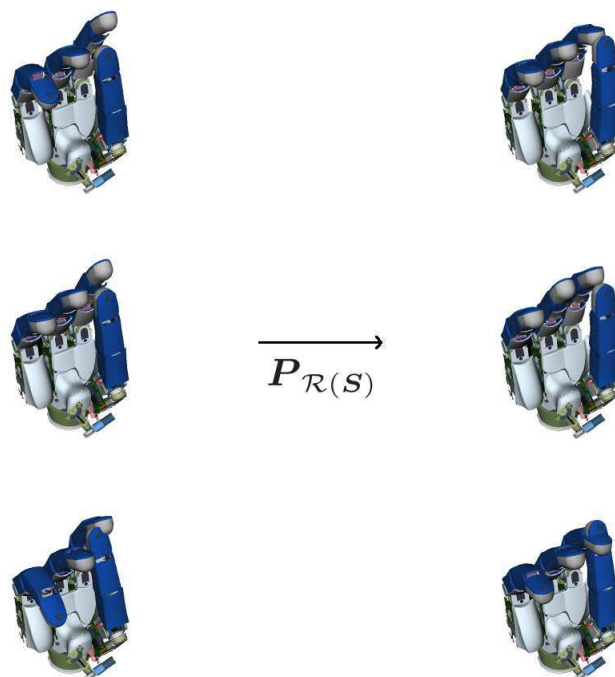


Abbildung 3.10: Projektion ausgewählter Griffe auf den synergetischen Unter-
raum

4 Entwurf, Auslegung und Implementierung der Regelung

4.1 Systemmodellierung

Das gesuchte dynamische Model einer Roboterhand ist gegeben durch die bekannte [MLS94] Bewegungsgleichung für robotische Systeme

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{ext}, \quad (4.1.1)$$

wobei $\mathbf{q}, \boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\tau}_{ext} \in \mathbb{R}^{n_q}$ die Gelenkwinkel, die Gelenkmomente und die externen Momente sind. $M(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q}$ ist die Trägheitsmatrix, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q}$ ist die Coriolis- und Zentrifugalmatrix, und $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n_q}$ ist der Vektor der Gravitationskräfte. Die Bewegungsgleichung für robotische Systeme kann über den Lagrange-Formalismus für starre Körper hergeleitet werden, wobei für vertiefende Erläuterungen auf den Anhang A.4 verwiesen sei.

Wie in Abschnitt 2.4 erläutert, ist das Ziel einer Impedanzregelung eine bestimmte Übertragungsfunktion zwischen den externen Kräften und den Bewegungen des Systems zu realisieren. Ein wesentlicher Beitrag dieser Arbeit ist es, diese Beziehung in Abhängigkeit der zuvor eingeführten und bestimmten Synergiekoordinaten, gegeben durch

$$\mathbf{z} = \mathbf{S}^+(\mathbf{q} - \bar{\mathbf{q}}), \quad \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{S}^+\dot{\mathbf{q}}, \quad \ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{S}^+\ddot{\mathbf{q}} \quad (4.1.2)$$

zu spezifizieren. Um dies zu erreichen, muss das Model der Roboterhand zunächst in die neuen Arbeitskoordinaten, gegeben durch die extrahierten Synergien, umgeschrieben werden. Dabei sei darauf hingewiesen, dass sich das Model auf n_z Bewegungsgleichungen reduziert und nicht mehr die vollständige Dynamik des Systems beschrieben wird. Aus Abschnitt 2.3 wissen wir, dass $\boldsymbol{\tau}_{ext}^T \dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\eta}_{ext}^T \dot{\mathbf{z}}$ die Leistung ist, welche zwischen dem Roboter und seiner Umgebung ausgetauscht wird, wobei $\boldsymbol{\eta}_{ext} \in \mathbb{R}^{n_z}$ die generalisierten, externen Kräfte entlang der Synergiekoordinaten sind. Durch Substitution von 2.3.2 und deren Ableitungen, sowie $\boldsymbol{\tau}_{ext} = (\mathbf{S}^+)^T \boldsymbol{\eta}_{ext}$ in Gleichung 4.1.1 erhält man

$$M(\mathbf{q})\mathbf{S}\ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{S}\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + (\mathbf{S}^+)^T \boldsymbol{\eta}_{ext}. \quad (4.1.3)$$

Durch linksseitige Multiplikation mit $\mathbf{S}^T$

$$\mathbf{\Lambda}(\mathbf{z})\ddot{\mathbf{z}} + \boldsymbol{\mu}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}})\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{F}_g(\mathbf{z}) = \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\eta}_{ext} , \quad (4.1.4)$$

erhält man die Trägheitsmatrix, die Coriolismatrix, die Gravitationskräfte und die eingangsseitigen Kräfte hinsichtlich der Synergiekoordinaten

$$\mathbf{\Lambda}(\mathbf{z}) = \mathbf{S}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{S} , \quad (4.1.5)$$

$$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) = \mathbf{S}^T \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{S} , \quad (4.1.6)$$

$$\mathbf{F}_g(\mathbf{z}) = \mathbf{S}^T \mathbf{g}(\mathbf{q}) , \quad (4.1.7)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{S}^T \boldsymbol{\tau} , \quad (4.1.8)$$

wobei deren Abhängigkeiten von den Gelenkwinkeln mittels Gleichung 2.3.2 in Synergiekoordinaten ausgedrückt werden können.

4.2 Regelungskonzept

Im folgenden Abschnitt wird ein konstruktiver und allgemeiner Weg zur Regelung einer Roboterhand mit Hilfe der zuvor bestimmten Synergiekoordinaten aufgezeigt. Dies geschieht durch Einführung eines auf diesen Greifkoordinaten basierenden Impedanzreglers. Des Weiteren wird die in Abschnitt 2.3 aufgekommene Frage zur Behandlung der Handkonfigurationen, die sich im Kern der Transformationsmatrix $\mathbf{S}$ befinden, geklärt.

Ziel der angesetzten Regelung ist es, dass sich das robotische System entsprechend dem geforderten Impedanzverhalten gegeben durch die Gleichung

$$\mathbf{\Lambda}_d \ddot{\mathbf{e}}_z + \mathbf{D}_d \dot{\mathbf{e}}_z + \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z = \boldsymbol{\eta}_{ext} \quad (4.2.1)$$

verhält, wobei $\mathbf{e}_z = (\mathbf{z} - \mathbf{z}_d)$ die Abweichung von $\mathbf{z}$ zur geforderten virtuellen Gleichgewichtskonfiguration der Hand $\mathbf{z}_d$ ist. Die gewünschte Trägheit $\mathbf{\Lambda}_d \in \mathbb{R}^{n_z \times n_z}$, geforderte Dämpfung $\mathbf{D}_d \in \mathbb{R}^{n_z \times n_z}$ und Steifigkeit $\mathbf{K}_d \in \mathbb{R}^{n_z \times n_z}$ sind symmetrisch und positiv definit. Im Folgenden werden die auftretenden Coriolis- und Zentrifugalterme des dynamischen Verhaltens der Roboterhand im Model vernachlässigt. Diese Annahme ist üblich bei der Untersuchung von Roboterhänden, da die Fingermassen recht gering sind und keine hohen Geschwindigkeiten aufgrund der maximal erlaubten Drehzahl der Getriebe gefahren werden können. Aufgrund der Tatsache, dass es nicht Ziel ist, die Trägheit des Systems zu formen und des Weiteren verhindert werden soll, die externen Kräfte messen zu müssen, wird die gewünschte Trägheit der Roboterhand $\mathbf{\Lambda}_d$ gleich der Gegebenen $\mathbf{\Lambda}(\mathbf{z})$ gewählt [Ott08]. Die Stellgröße $\boldsymbol{\eta}$, die zusammen

mit einer Gravitationskompensation in Gelenkkoordinaten für den geschlossenen Regelkreis das Verhalten nach Gleichung 4.2.1 garantiert, führt zu folgendem Regelgesetz

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{z}}_d - \mathbf{D}_d\dot{\mathbf{e}}_z - \mathbf{K}_d\mathbf{e}_z, \quad (4.2.2)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_c = \mathbf{g}(\mathbf{q}) + (\mathbf{S}^+)^T \boldsymbol{\eta}. \quad (4.2.3)$$

Hierbei ist die Gravitationskompensation im Gelenkraum umgesetzt, da ansonsten nur die Anteile der Schwerkraft kompensiert werden würden, die im Bild der Transformationsmatrix $\mathbf{S}$ liegen. Die gewünschte Steifigkeit $\mathbf{K}_d$ kann bis auf die notwendige Eigenschaft der positiven Definitheit und Symmetrie beliebig gewählt werden oder ist durch die beabsichtigte Anwendung des Systems gegeben. Aus Sicht der Passivität kann die gewünschte Dämpfungsmatrix $\mathbf{D}_d(\mathbf{q})$ konfigurationsabhängig und zeitvariant gewählt werden. Sie muss jedoch aus Stabilitätsgründen positiv definit sein. Auf diese Bedingungen wird in Abschnitt 4.3 näher eingegangen. Normalerweise ist ein kritisch gedämpftes resultierendes Verhalten für den geschlossenen Regelkreis gefordert. Dies kann durch eine Doppeldiagonalisierung, dass heißt durch Lösen des generalisierten Eigenwertproblems der transformierten Trägheitsmatrix $\boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{q}) = \mathbf{S}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{S}$ und der gewählten Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_d$, zu jedem Regelungsschritt erreicht werden. Für detaillierte Ausführungen zu diesem Dämpfungsdesign sei auf [ASOH04] verwiesen.

Im Folgenden gilt es zu klären, wie mit dem Nullraum, welcher aufgrund der Dimensionsreduktion zustande kam, umgegangen werden soll. Dieser Nullraum ist vergleichbar mit dem eines redundanten Roboters. Der wesentliche Unterschied besteht in der Tatsache, dass redundante Bewegungen im kartesischen Arbeitsraum leichter vorzustellen und zu verstehen sind, als solche im fiktiven synergetischen Arbeitsraum. Dies wird zudem durch den Umstand verstärkt, dass die Synergiekoordinaten aus einem datengetriebenen Verfahren gewonnen wurden, so dass Bewegungseffekte auftreten, welche nicht nachvollziehbar sein müssen. Betrachtet man Gleichung 4.2.2 so erkennt man, dass sich die Roboterhand bis jetzt frei in diesem Nullraum $\mathcal{N}(\mathbf{S}^T)$ bewegen kann, da der Regler diesen Unterraum nach der Abbildung auf das Bild von $\mathbf{S}$ nicht beeinflusst. Des Weiteren ist offensichtlich, dass wir nicht daran interessiert sind, zusätzliche Koordinaten zu finden um mit deren Hilfe die Roboterhand vollständig zu regeln, da diese durch die $(n_q - n_z)$ vernachlässigten Linearkombinationen gegeben wären.

Im Allgemeinen ist es machbar ein beliebiges Impedanzverhalten für den Nullraum vorzugeben. Eine Möglichkeit wäre es, das System im Nullraum wie ein Mechanismus mit variabler Steifigkeit verhalten zu lassen. Beispielsweise könnte die Steifigkeit so gewählt werden, dass diese ein progressives Federverhalten realisiert. Auf der anderen Seite kann durch Setzen der Steifigkeit auf das maximal Realisierbare erreicht werden, dass sich die Roboterhand fast kinematisch gekoppelt verhält. Demzufolge ließe sich eine robotische Hand mit weniger mecha-

nisch implementierten Freiheitsgraden emulieren. An dieser Stelle wird jedoch exemplarisch und analog zu Gleichung 4.2.1 ein einfaches gelenkseitiges Impedanzverhalten, gegeben durch

$$\boldsymbol{\tau}_p = -\mathbf{D}_n \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_n (\mathbf{q} - \bar{\mathbf{q}}) \quad (4.2.4)$$

vorgegeben. Die symmetrischen und positiv definiten Matrizen $\mathbf{K}_n \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q}$ und $\mathbf{D}_n \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q}$ sind die gewünschte Steifigkeit und Dämpfung in Gelenkkoordinaten. Hierbei sei zu beachten, dass die geforderte virtuelle Gleichgewichtskonfiguration so gewählt wird, dass sie dem Offset der Transformationsvorschrift $\bar{\mathbf{q}}$ entspricht. Aufgrund der Tatsache, dass sich diese Impedanz auf den gesamten $\mathbb{R}^{n_q}$ auswirkt, käme es zu einer Überlagerung mit dem synergetischen Impedanzverhalten, wodurch dieses verfälscht werden würde. Um dies zu vermeiden und um beide Impedanzen kinematisch zu entkoppeln, wird eine Projektion des Moments $\boldsymbol{\tau}_p$ auf den Unterraum $\mathcal{N}(\mathbf{S}^T)$ durchgeführt. Die bekannte Formel zur Konstruktion einer solchen Projektionsmatrix, welche die Eigenschaft der Idempotenz erfüllt, ist gegeben durch

$$\mathbf{P}_{\mathcal{R}(\mathbf{A})} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{G} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{G} = \mathbf{A} \mathbf{A}_G^+ \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad (4.2.5)$$

wobei $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ die Matrix ist, auf deren Bild $\mathbf{P}$ projiziert. Die symmetrische und positiv definite Matrix $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ definiert hierbei eine Metrik. Des Weiteren ist eine Projektionsmatrix, welche ein Element aus dem $\mathbb{R}^n$ auf den Unterraum $\mathcal{N}(\mathbf{A}^T)$ projiziert durch $\mathbf{P}_{\mathcal{N}(\mathbf{A}^T)} = \mathbf{I} - \mathbf{P}_{\mathcal{R}(\mathbf{A})} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gegeben. Folglich gibt es zahlreiche Möglichkeiten eine geeignete Projektion zu adaptieren.

Ein Regelgesetz auf Synergieebene kann nun mit Hilfe des Superpositionsprinzip für Impedanzen, vorgestellt von Hogan [Hog85], hergeleitet werden. Diesem folgend addieren wir die Ausgänge verschiedener Impedanzen

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_c + \boldsymbol{\tau}_n, \quad (4.2.6)$$

wobei $\boldsymbol{\tau}_c$ der Ausgang der synergetische Impedanz (4.2.2) und $\boldsymbol{\tau}_n$ der Ausgang des Nullraumimpedanzreglers ist. Demnach ergibt sich für die geforderten Momente folgendes Regelgesetz

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{g}(\mathbf{q}) + (\mathbf{S}^+)^T \boldsymbol{\eta} + (\mathbf{I} - \mathbf{S} \mathbf{S}^+) \boldsymbol{\tau}_p. \quad (4.2.7)$$

Ferner ist es auch machbar die Projektionsmatrix direkt aus den vernachlässigten Spalten der Transformationsmatrix $\mathbf{T}$ zu konstruieren. Abschließend sei angemerkt, dass der vorgestellte Nullraumimpedanzregler eine künstliche kinematische Kopplung der Roboterhand realisiert und diese auf Bewegung entlang des synergetischen Unterraums $\mathcal{R}(\mathbf{S})$ einschränkt. Dies bedeutet nicht, dass die DLR Hand II diesen Unterraum nicht verlassen kann, da das Impedanz-

verhalten im Nullraum nachgiebig mittels $\mathbf{K}_n$ gewählt werden kann. Abbildung 4.1 zeigt die allgemeine Struktur des Impedanzreglers auf Synergieebene. Zur Veranschaulichung wurden die Elemente, die die künstliche kinematische Kopplung realisieren, gekapselt dargestellt.

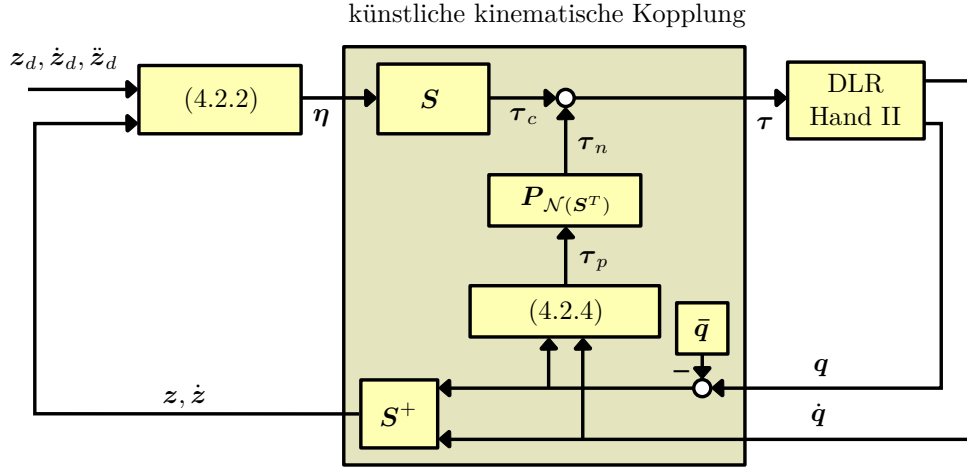


Abbildung 4.1: Struktur des synergetischen Impedanzreglers

4.3 Stabilitätsnachweis

Für den nachfolgenden Stabilitätsnachweis werden im Gegensatz zum Entwurf des Reglers die Coriolis- und Zentrifugalkräfte berücksichtigt. Entsprechend wird im Regelgesetz ein zusätzlicher Term angesetzt, welcher bei der Implementierung aufgrund der im Entwurf genannten Gründe vernachlässigt werden konnte. Das ergänzte Regelgesetz lautet demnach wie folgt

$$\tau_p = -D_n \dot{q} - K_n(q - \bar{q}) \quad (4.3.1)$$

$$\eta = \Lambda(q) \ddot{z}_d + \mu(z, \dot{z}) \dot{z}_d - D_d \dot{e}_z - K_d e_z \quad (4.3.2)$$

$$\tau = \tau_c = g(q) + (S^+)^T \eta + S_\perp S_\perp^+ \tau_p . \quad (4.3.3)$$

Außerdem wurde der Einfachheit halber die Projektionsmatrix direkt aus den vernachlässigten Spalten der Transformationsmatrix $\mathbf{T} = (\mathbf{S} \ \mathbf{S}_\perp)$ konstruiert. Durch Rückkopplung der Gelenkwinkel nach diesem Regelgesetz ergibt sich unter Berücksichtigung der Projektionseigenschaften $\mathbf{S}^T (\mathbf{S}^+)^T = (\mathbf{S}^+ \mathbf{S})^T = \mathbf{I}$, sowie $\mathbf{S}^T \mathbf{S}_\perp = \mathbf{0}$ für das Fehlersystem des geschlossenen Regelkreises folgendes zeitvariantes Differentialgleichungssystem

$$\Lambda_d(z) \ddot{e}_z + (\mu(z, \dot{z}) + D_d) \dot{e}_z + K_d e_z = \mathbf{0} \quad (4.3.4)$$

$$\Leftrightarrow \Lambda_d(e_z + z_d(t)) \ddot{e}_z + (\mu(e_z + z_d(t), \dot{e}_z + \dot{z}_d(t)) + D_d) \dot{e}_z + K_d e_z = \mathbf{0} . \quad (4.3.5)$$

Zum Nachweis der Stabilität findet die im Anhang B.1 vorgestellte direkte Methode nach Lyapunov unter Nutzung der beiden Theoreme Anwendung. Hierbei ist zu beachten, dass es sich um eine Folgeregelung handelt und die auf Stabilität zu untersuchende Fehlerdynamik ein zeitvariantes System darstellt. Kann für dieses nachgewiesen werden, dass die Ruhelage $\mathbf{x} = (\mathbf{e}_z^T \dot{\mathbf{e}}_z^T)^T = \mathbf{0}$ gleichförmig asymptotisch stabil ist, so folgt das robotische System der vorgegebenen Sollwerttrajektorie. Eine skalarwertige Funktion, die alle Anforderungen aus Theorem 1 erfüllt, könnte wie folgt eingeführt werden

$$V(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z, t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}_z^T \mathbf{\Lambda}(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{e}}_z + \frac{1}{2} \mathbf{e}_z^T \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z + \epsilon \mathbf{e}_z^T \mathbf{\Lambda}(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{e}}_z \quad (4.3.6)$$

$$= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}_z^T \mathbf{\Lambda}(\mathbf{e}_z + \mathbf{z}_d(t)) \dot{\mathbf{e}}_z + \frac{1}{2} \mathbf{e}_z^T \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z + \epsilon \mathbf{e}_z^T \mathbf{\Lambda}(\mathbf{e}_z + \mathbf{z}_d(t)) \dot{\mathbf{e}}_z, \quad (4.3.7)$$

wobei $\mathbf{\Lambda}(\mathbf{z}) \in \mathbb{R}^{n_z}$ die in Synergiekoordinaten transformierte Trägheitsmatrix ist, deren Abhängigkeiten von den Gelenkwinkel in $\mathbf{z}$ ausgedrückt werden können und $\mathbf{K}_d^T = \mathbf{K}_d > 0 \in \mathbb{R}^{n_z}$ die eingestellte Steifigkeit des synergetischen Unterraums ist. Mit Hilfe von Lemma 1 kann gezeigt werden, dass $V(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z, t)$ durch nicht näher bestimmte, zeitinvariante und positiv definite Funktionen $\underline{V}(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z)$ und $\overline{V}(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z)$ von oben und unten beschränkt wird

$$\underline{V}(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z) \leq V(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z, t) \leq \overline{V}(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z) \quad (4.3.8)$$

$$\underline{V}(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z) = \frac{1}{2} \lambda_1 \dot{\mathbf{e}}_z^T \dot{\mathbf{e}}_z + \frac{1}{2} \mathbf{e}_z^T \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z + \epsilon \lambda_1 \mathbf{e}_z^T \dot{\mathbf{e}}_z \quad (4.3.9)$$

$$\overline{V}(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z) = \frac{1}{2} \lambda_2 \dot{\mathbf{e}}_z^T \dot{\mathbf{e}}_z + \frac{1}{2} \mathbf{e}_z^T \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z + \epsilon \lambda_2 \mathbf{e}_z^T \dot{\mathbf{e}}_z, \quad (4.3.10)$$

wobei λ_1 (λ_2) für alle Zeiten den minimalen (maximalen) Eigenwert von $\mathbf{\Lambda}(\mathbf{e}_z + \mathbf{z}_d(t))$ von unten (oben) beschränkt. Sowohl $V(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z, t)$ als auch $\underline{V}(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z)$ und $\overline{V}(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z)$ sind für ein ausreichend kleines ϵ stetig und positiv definit, da $\mathbf{\Lambda}(\mathbf{z}) > 0$ und $\mathbf{K}_d > 0$. Die Auswertung von $\dot{V}(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z) = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}}$ entlang der Lösungstrajektorien von 4.3.4 ergibt

$$\dot{V} = \dot{\mathbf{e}}_z^T \mathbf{\Lambda} \ddot{\mathbf{e}}_z + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}_z^T \dot{\mathbf{\Lambda}} \dot{\mathbf{e}}_z + \dot{\mathbf{e}}_z^T \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z + \epsilon \dot{\mathbf{e}}_z^T \mathbf{\Lambda} \dot{\mathbf{e}}_z + \epsilon \mathbf{e}_z^T (\mathbf{\Lambda} \ddot{\mathbf{e}}_z + \dot{\mathbf{\Lambda}} \dot{\mathbf{e}}_z) \quad (4.3.11)$$

$$= \dot{\mathbf{e}}_z^T (-\boldsymbol{\mu} \dot{\mathbf{e}}_z - \mathbf{D}_d \dot{\mathbf{e}}_z - \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{\Lambda}} \dot{\mathbf{e}}_z^T + \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z) + \epsilon \dot{\mathbf{e}}_z^T \mathbf{\Lambda} \dot{\mathbf{e}}_z + \epsilon \mathbf{e}_z^T (\mathbf{\Lambda} \ddot{\mathbf{e}}_z + \dot{\mathbf{\Lambda}} \dot{\mathbf{e}}_z). \quad (4.3.12)$$

Aufgrund der Schiefsymmetrie von $\dot{\mathbf{\Lambda}} - 2\boldsymbol{\mu}$ (siehe Anhang A.5) und durch nochmaliges Einsetzen der Fehlerdynamik gelangt man zu folgendem Ausdruck

$$\dot{V}(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z, t) = -\dot{\mathbf{e}}_z^T (\mathbf{D}_d - \epsilon \mathbf{\Lambda}) \dot{\mathbf{e}}_z + \epsilon \mathbf{e}_z^T (-\boldsymbol{\mu} \dot{\mathbf{e}}_z - \mathbf{D}_d \dot{\mathbf{e}}_z - \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z + \dot{\mathbf{\Lambda}} \dot{\mathbf{e}}_z) \quad (4.3.13)$$

$$= -\dot{\mathbf{e}}_z^T (\mathbf{D}_d - \epsilon \mathbf{\Lambda}) \dot{\mathbf{e}}_z - \mathbf{e}_z^T \epsilon \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z + \epsilon \mathbf{e}_z^T (-\boldsymbol{\mu} \dot{\mathbf{e}}_z - \mathbf{D}_d \dot{\mathbf{e}}_z + \dot{\mathbf{\Lambda}} \dot{\mathbf{e}}_z). \quad (4.3.14)$$

Für $\epsilon = 0$ ist die Funktion $\dot{V}$ trotz der positiven Definitheit von $\mathbf{K}_d$ lediglich negativ semidefinit, da $\dot{V} = 0$ für $\dot{\mathbf{e}}_z = 0$ und $\mathbf{e}_z \neq 0$. Damit sind alle Forderungen aus Theorem 1 erfüllt, sodass gezeigt werden konnte, dass für das Fehlersystem die Ruhelage $(\mathbf{e}_z^T \dot{\mathbf{e}}_z^T)^T = \mathbf{0}$ gleichförmig stabil ist.

Darüber hinaus ist es wichtig zu bemerken, dass $\dot{\mathbf{A}}(\dot{\mathbf{e}}_z + \dot{\mathbf{z}}_d(t))$ zwar zeitabhängig ist, jedoch aufgrund der Tatsache, dass keine schlagartigen Trägheitsänderungen physikalisch möglich sind und unter der Voraussetzung, dass $\dot{\mathbf{z}}_d(t)$ durch irgendeine maximale Geschwindigkeit von oben beschränkt wird, die Eigenwerte von $\dot{\mathbf{A}}$ durch ein maximales λ_3 von oben beschränkt sind. Durch Substitution von $\overline{\mathbf{K}}_d = \epsilon \mathbf{K}_d$ kann gezeigt werden, dass für ein ausreichend kleines ϵ und eine ausreichend hohe Steifigkeit $\mathbf{K}_d$ die Funktion $\dot{V}$ negativ definit ist. Durch Wahl der zeitinvarianten Funktion

$$W(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z) = (\mathbf{e}_z^T \dot{\mathbf{e}}_z^T) \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{K}}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_d \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_z \\ \dot{\mathbf{e}}_z \end{pmatrix} - \epsilon \mathbf{e}_z^T (-\boldsymbol{\mu} \dot{\mathbf{e}}_z - \mathbf{D}_d \dot{\mathbf{e}}_z) - \epsilon \lambda_3 \mathbf{e}_z^T \dot{\mathbf{e}}_z - \epsilon \lambda_2 \dot{\mathbf{e}}_z^T \dot{\mathbf{e}}_z, \quad (4.3.15)$$

wobei λ_2 wie in Gleichung 4.3.10 die Eigenwerte der transformierten Trägheitsmatrix von oben beschränkt, sind alle Forderungen von Theorem 2 erfüllt, insbesondere die positive Definitheit von $W(\mathbf{e}_z, \dot{\mathbf{e}}_z)$, sodass nachgewiesen ist, dass die Ruhelage des Fehlersystems $(\mathbf{e}_z^T \dot{\mathbf{e}}_z^T)^T = \mathbf{0}$ gleichförmig asymptotisch stabil ist.

An dieser Stelle ist es wichtig zu bemerken, dass lediglich die Stabilität des n_z - dimensionalen synergetischen Unterraums nachgewiesen wurde. Weiterführende Bemerkungen, sowie die Bemühungen zum Stabilitätsnachweis für den gesamten Konfigurationsraums $\mathbb{R}^{n_q}$ finden sich im Anhang B.2.

4.4 Reglerimplementierung

Als Entwicklungsumgebung und zur Umsetzung der vorgestellten Algorithmen wurden die Programme Matlab, Simulink, Realtime-Workshop und RT-Lab verwendet. Matlab ist eine Umgebung zur numerischen Berechnung und stellt eine Hochsprache der vierten Generation mit entsprechendem Abstraktionsgrad dar. Die Verwendung von Matlab ist in der Tatsache begründet, dass es sehr effiziente Algorithmen zu Problemen der linearen Algebra zur Verfügung stellt und darüber hinaus umfangreiche Toolboxes mit zahlreichen bereits implementierten Funktionen anbietet. Diese reichen von der Bildverarbeitung, über die Signal- und Systemanalyse bis hin zu den verschiedensten ingenieur- und naturwissenschaftlichen Bereichen. Insbesondere von der *control system toolbox* wurde Gebrauch gemacht. Simulink ist eine mehrschichtige, blockorientierte Simulationsumgebung mit einer engen Anbindung zu

Matlab. Die Kombination aus Matlab und Simulink eignet sich zur Modellierung, Simulation und Analyse von dynamischen Systemen. Aufgrund der Erweiterung zur grafischen Programmieroberfläche eröffnet sich der Vorteil, dass mit einem geeigneten Modell der DLR Hand II ein entworfener Regler ohne größeren Aufwand simuliert und getestet werden kann. Des Weiteren lassen sich durch sogenannte *S-Functions* eigene Blöcke erstellen und C oder Fortran-Code zur Effizienzsteigerung integrieren. So wird zum Beispiel zur schnellen Berechnung der Doppeldiagonalisierung die Softwarebibliothek *LAPACK*, welche in Fortran geschrieben ist, eingebunden. Zur Codegenerierung kommt der Realtime-Workshop zum Einsatz. Dieser erzeugt aus den Simulinkmodellen echtzeitfähigen und optimierten C-Code, welcher auf Rechner mit dem unixbasierten Echtzeitbetriebssystem QNX übertragen und ausgeführt wird. Zur Realisierung einer verteilten Echtzeitplattform wird RT-Lab verwendet. Es knüpft an die zuvor beschriebenen Programme an, sodass sich mit dessen Hilfe Simulinkmodelle in Teilmodule zerlegen lassen. Dadurch wird die Aufteilung in Echtzeit- und Nichtechtzeitkomponenten, welche auf verschiedenen Endgeräten ausgeführt werden können, ermöglicht. Die dafür notwendige Kommunikation wird mit Hilfe entsprechender Funktionen ebenfalls von RT-Lab umgesetzt und ausgeführt. Zur Überwachung und Steuerung der Echtzeitkomponenten direkt aus dem Simulinkmodell wird eine Windowsrechner eingesetzt. Die Regelung läuft auf der Echtzeitkomponente auf einem Pentium IV mit 3 GHz und einer Abtastzeit von 1 ms. Das vorgestellte Regelgesetz wurde nicht diskretisiert, sodass ein quasikontinuierlicher Entwurf vorliegt. Dies führte allerdings aufgrund der allgemeinen Trägheit mechanischer Systeme im Vergleich zur hohen Taktrate zu keinen Problemen. Die geforderten Momente aus Gleichung 4.2.7 gelten als Sollwert für eine darunterliegende Momentenregelung. Diese basiert auf Gelenkwinkelmessungen und beinhaltet eine *offline*-Schätzung der statischen und viskosen Motorreibungsparameter [GWH09]. Auf diese Art und Weise kann die Aktuierung selbst für kleine externe Einwirkungen rücktreibbar gemacht werden.

5 Evaluierung des Regelungskonzeptes mit der DLR Hand II

Zur Evaluierung des Regelungskonzeptes wurden die Synergiekoordinaten, welche aus der Analyse der Greifdatenbank der DLR Hand II synthetisiert wurden, verwendet. Dies ist im zeitlichen Ablauf der Bearbeitung der Aufgabenstellung begründet, da die zuvor beschriebenen Experimente sehr aufwendig in ihrer Vorbereitung waren und entsprechend spät durchgeführt werden konnten.

Zur Evaluierung des Regelungsgesetztes mit zwei Synergiekoordinaten $n_z = 2$ wurden die Sprungantworten aufgezeichnet und untersucht, sowie Greifexperimente mit zwei alltäglichen Gegenständen durchgeführt. Die beiden Objekte sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Es handelt sich um einen Ball mit einem Durchmesser von 0.103 m und einem Gewicht von 0.120 kg, sowie eine Flasche mit einem Durchmesser von 0.078 m, einer Höhe von 0.296 m und einem Gewicht von 0.088 kg. Die eingestellten Regelparameter sind in Tabelle 5.1 aufgeführt.

$diag\{K_d\}[\frac{Nm}{rad}]$	$diag\{K_n\}[\frac{Nm}{rad}]$	ξ
[20, 20]	[2, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 1]	0.8

Tabelle 5.1: Parametrierung des Reglers

Es wurden Sprünge von 0.3 rad auf beiden Synergiekoordinaten vorgegeben. Um einen Eindruck der ausgeführten Bewegung und der Skalierung der Synergiekoordinate zu bekommen, sei auf Abbildung 3.8 verwiesen. Abbildung 5.1 zeigt im oberen Graph die Sprungantworten für einen Sollwertsprung der ersten Synergiekoordinate und im unteren Abschnitt die zugehörigen generalisierten Synergiekräfte, wobei aus Gründen der Anschaulichkeit lediglich deren Steifigkeitsanteil dargestellt ist. Die Synergiekoordinate z_1 zeigt ein wohlgedämpftes Verhalten und erreicht nach 60 ms einen stationären Endwert. Es ist eine bleibende Regelabweichung von 0.0016 rad zu beobachten, sowie eine dynamische Kopplung der zweiten Synergiekoordinate von 0.06 rad.

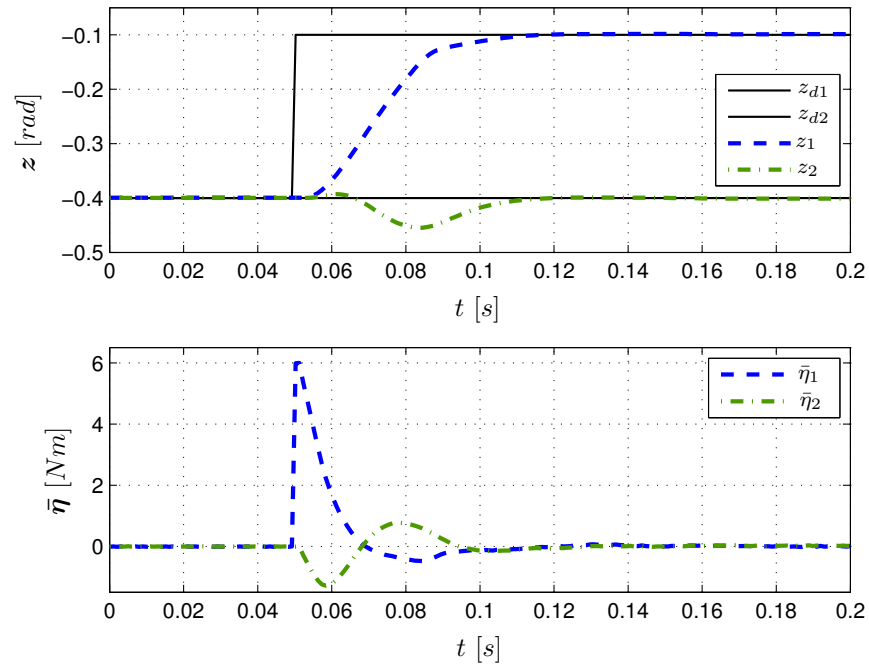


Abbildung 5.1: Sprungantwort für Sollwertsprung von $z_{d,1}$

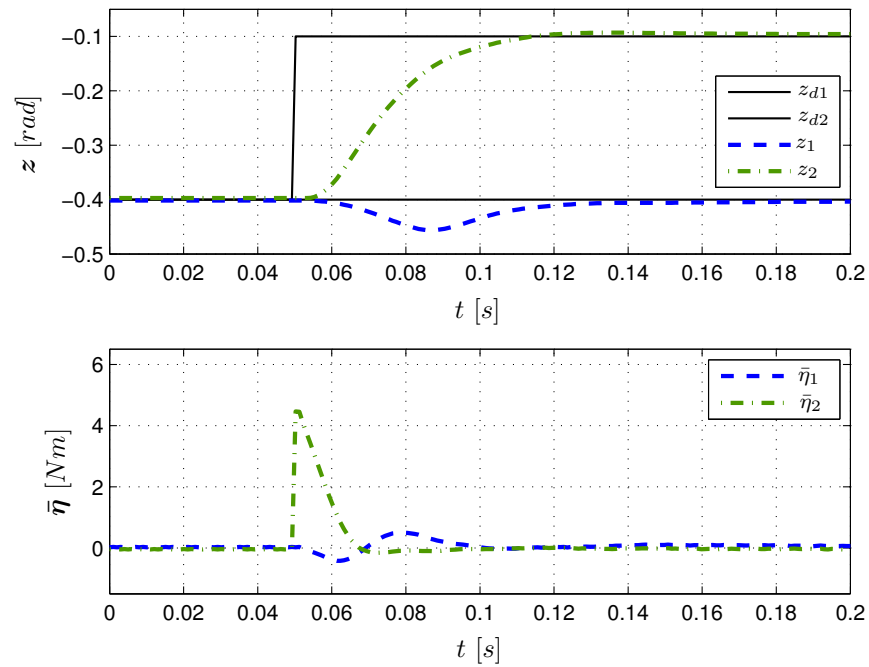


Abbildung 5.2: Sprungantwort für Sollwertsprung von $z_{d,2}$

Die Sprungantwort für einen Sollwertsprung der zweiten Synergiekoordinate z_2 ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Da die Synergiekoordinaten normiert sind, ergeben sich qualitativ ähnliche Resultate.

Zur Bestimmung der Dämpfungsparameter und zur Realisierung des gewünschten transienten Verhaltens des Systems wurden mehrere Sprünge in der ersten Synergiekoordinate vorgegeben. In Abbildung 5.3 sind die Sprungantworten beider Synergiekoordinaten in Abhängigkeit des eingestellten Dämpfungsparameters ξ abgebildet. Wie zu erwarten lässt sich mit einer geeigneten Einstellung der Dämpfung das Übersprechen der zweiten Synergiekoordinate aufgrund der dynamischen Kopplung minimieren. Bereits die Wahl von $\xi = 0.8$ führt zum schnellsten Verlauf ohne Überschwingen. Dies ist in der Tatsache begründet, dass Reibungseffekte das System zusätzlich dämpfen.

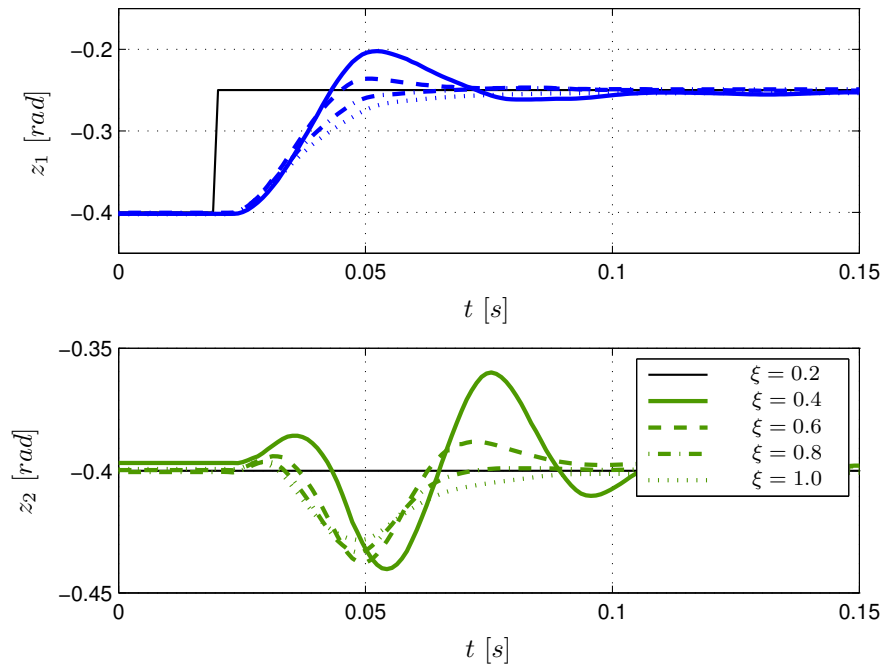


Abbildung 5.3: Dämpfungsuntersuchung, Sprungantworten für Sollwertsprünge von $z_{d,1}$

Die Ergebnisse der Greifexperimente sind in den Abbildungen 5.5 und 5.6 dargestellt. Ausgehend von einer vorbereitenden Handkonfiguration wird eine Zielhandkonfiguration, welche einen stabilen Griff des jeweiligen Objektes garantiert, durch eine ausreichend glatte Sollwerttrajektorie vorgegeben. Der Zeitpunkt des Kontaktes ist bei 0.3 s beziehungsweise 0.4 s. Wie in Abbildung 5.5 zu erkennen, vergrößert sich die Abweichung der vorgegebenen und

aktuellen Werte der Synergiekoordinaten mit der Zeit. Dies ist in den wirkenden externen Kräften, welche mit dem Kontakt der Hand und dem Objekt auftreten, begründet. Die resultierende bleibende Regelabweichung korrespondiert zu den eingprägten internen Kräften, die einen stabilen und robusten Griff garantieren. Die untere Darstellung in Abbildung 5.5 zeigt die Distanz der Handkonfiguration zum synergetischen Unterraum $\|\mathbf{S}_\perp \mathbf{q}\|$ mit der Zeit. Da die Nullraumsteifigkeit $\mathbf{K}_n$ recht klein gewählt wurde, ist es plausibel, dass sich die Hand zu Beginn des Experiments nicht auf dem synergetischen Unterraum befindet. Nach Berührung des Objektes werden die Finger aufgrund der Interaktion mit dem Objekt im Nullraum umkonfiguriert. Dies wird durch die steigende Distanz zum synergetischen Unterraum deutlich, welche sich einem stationären Wert annähert. Vom stationären Wert von $\|\mathbf{S}_\perp \mathbf{q}\|$ lässt sich auf die Stärke des Griffes und damit auf die internen Kräfte schließen. Das beobachtete Verhalten kann als unteraktuierte Hand interpretiert werden, deren Kopplungen durch Federn realisiert sind. Diese Federn geben genau dann nach, wenn die Form des Objektes nicht mit den unteraktuierten Bewegungen der Roboterhand übereinstimmen. So ist die DLR Hand II trotz Beschränkung auf Synergiekoordinaten dennoch in der Lage jedes Objekt vollständig zu umschließen, schlicht unter Nutzung der einstellbaren Nachgiebigkeit von Bewegungen im Kern der Transformationsmatrix $\mathbf{S}$. Die Ergebnisse für das zweite Greifexperiment sind qualitativ ähnlich. Jedoch tritt aufgrund des geringen Durchmessers des Objektes ein weiteres Phänomen auf. Aufgrund der Tatsache, dass Daumen und Zeigefinger kollidieren und beide in den Nullraum eintauchend aneinander vorbei rutschen, ist bei 0.67 s ein wellenartiger Verlauf von $\|\mathbf{S}_\perp \mathbf{q}\|$ zu beobachten. Dieser verschwindet bei abgeschlossener Neukonfiguration der Hand, sodass die Flasche im stationären Zustand vollständig umschlossen wird.

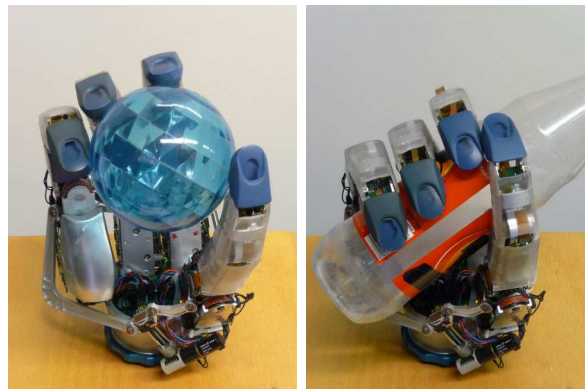


Abbildung 5.4: Abbildungen der beiden verwendeten Evaluierungsobjekte

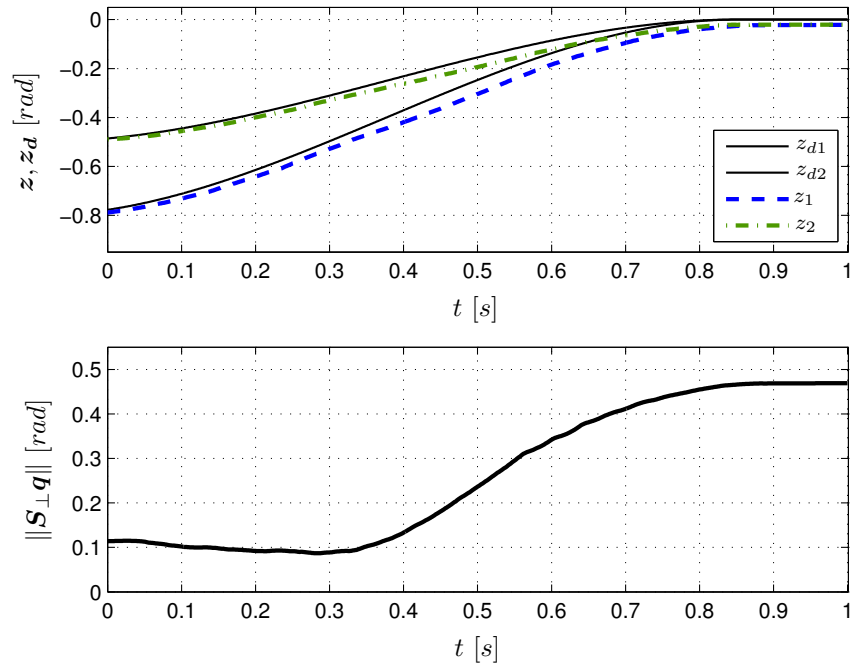


Abbildung 5.5: Szenario 1: Griff des Balls

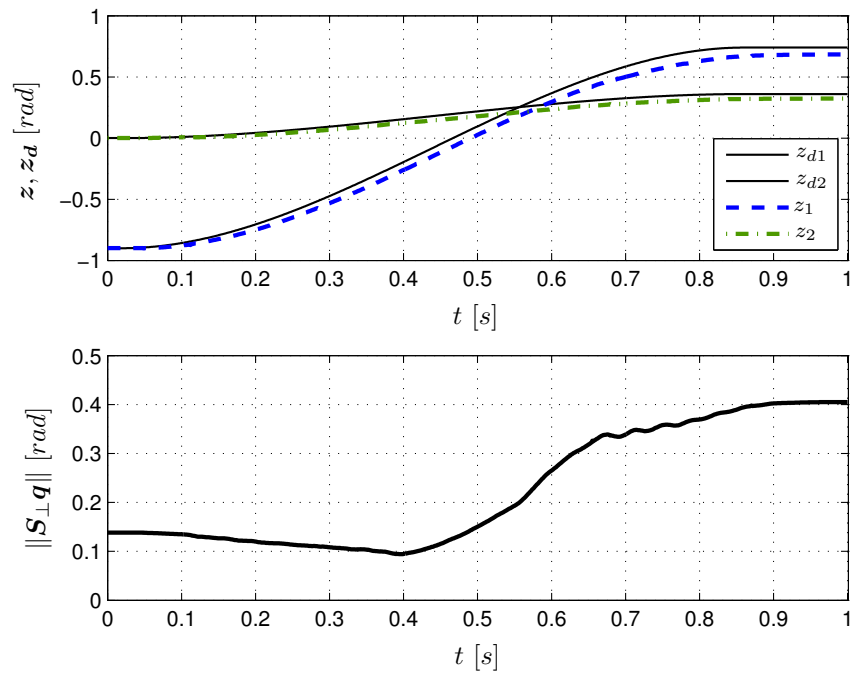


Abbildung 5.6: Szenario 2: Griff der Flasche

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der Bachelorarbeit wurde ein Regelungskonzept für die DLR Hand II auf Grundlage von aufgabenorientierten Greifkoordinaten entwickelt und umgesetzt. Zunächst wurden in Kapitel 2 die Erkenntnisse der vorangegangenen Literaturrecherche wiedergegeben. Diese war notwendig um ein grundlegendes Verständnis in den Thematiken der Roboterhände und deren Regelung, sowie der Synergiekoordinaten und deren Analyse zu erarbeiten. Hierbei wurde zunächst die DLR Hand II vorgestellt, die mathematische Modellierung und die Eigenschaften eines Griiffs besprochen und das Prinzip der Impedanzregelung erläutert. Die Vorstellung der Grundlagen wurde mit einer intuitiven Beschreibung und der Festlegung des Synergiebegriffs abgeschlossen. Kapitel 3 stellt die Experimente und analytischen Werkzeuge zur Synergiesynthese vor. Dafür wurde zunächst auf den Entwurf der Experimente, sowie deren Durchführung eingegangen. Danach wurden die Arbeitshypothesen, Eigenschaften und Ausführung der verwendeten analytischen Werkzeuge thematisiert, um abschließend deren Ergebnisse zu diskutieren und geeignete Synergiekoordinaten synthetisieren zu können. In Kapitel 4 wurde der Entwurf, die Auslegung und Implementierung des entwickelten synergetischen Impedanzreglers erarbeitet, dessen Evaluierung an der DLR Hand II in Kapitel 5 vorgestellt wird.

Das erarbeitete, synergetische Impedanzregelungskonzept für eine momentengeregelte Roboterhand ermöglicht dieser das Verhalten einer durch Synergiekoordinaten aktuierten, beziehungsweise unteraktuierten Hand zu imitieren. Diese kann als Testplattform zur Untersuchung und Evaluierung von Konzepten auf Basis von greiforientierten Koordinaten verwendet werden. Ein wesentlicher Vorteil der sich hierbei ergibt, besteht in der Tatsache, dass keine zusätzliche Hardware benötigt wird und somit sogar in der Praxis schwer realisierbare Synergiekoordinaten umgesetzt werden können. Die verwendeten Arbeitskoordinaten, sowie dessen Anzahl können zur Laufzeit, während des Betriebs adaptiert werden. Dies ermöglicht einen effektiven Vergleich verschiedener Sätze von Synergiekoordinaten. Des Weiteren kann dem Benutzer eine dimensions- und komplexitätsreduzierte Schnittstelle zur Verfügung gestellt werden um Griiffe vorzugeben beziehungsweise aufzunehmen. Darüber hinaus ergibt sich für einen aufsetzenden Greifplanungsalgorithmus ein drastisch dimensionsreduzierter Suchraum unter Beibehaltung der wesentlichen und notwendigen Freiheitsgrade. Dank des verwendeten nachgiebigen Impedanzregelungskonzeptes können virtuelle Gleichgewichtskonfigurationen vorge-

geben werden, die aufgrund der Interaktion der Roboterhand mit dem zu greifenden Objekt nicht realisierbar sind. Die hierbei resultierende Regelabweichung führt dazu, dass interne Kräfte in das Objekt eingeprägt werden, sodass ein stabiler Griff gegenüber externen Störungen oder dem Einfluss der Schwerkraft garantiert werden kann. Wesentlich beim Entwurf des Regelungskonzept war die Forderung, dass die DLR Hand II trotz der Restriktion durch die verwendeten Synergiekoordinaten in der Lage sein sollte, alle Objekte vollständig umschließen zu können. Dies wurde durch eine nachgiebig einstellbare künstliche kinematische Kopplung der Freiheitsgrade ermöglicht, sodass sich die Roboterhand in gewissem Maße außerhalb der Synergiekoordinaten umkonfigurieren kann. Hierbei ist wichtig zu bemerken, dass dies nicht aktiv geschieht, sondern lediglich aufgrund der Interaktion mit dem zu greifenden Objekt. Der zu greifende Gegenstand formt sozusagen in Abhängigkeit zur Zielkonfiguration die Roboterhand bis es vollständig umschlossen wird. Das resultierende Greifverhalten wirkte sehr flüssig und menschenähnlich (Einschätzungen subjektiv).

Die Analyseergebnisse der Experimente ergaben, dass sich mit nur zwei Synergiekoordinaten über achtzig Prozent der in den aufgezeichneten Handkonfigurationen enthaltenen Varianz wiedergeben lassen. Des Weiteren deuten sie darauf hin, dass die Verwendung von mehr als fünf bis sieben Synergiekoordinaten zu informationstheoretischer Redundanz führt. Dass heißt, dass sich die Nachbildungen der Handkonfigurationen unter Verwendung von mehr Freiheitsgraden kaum von diesen unterscheiden. Diese drastische Reduktion der Anzahl von Freiheitsgraden ermöglicht eine aufgabenorientierte und komplexitätsreduzierte Einschränkung einer Roboterhand unter Beibehaltung der wesentlichen Freiheitsgrade. An dieser Stelle ist es nochmals wichtig zu betonen, dass die Analyse lediglich Greifkonfigurationen beinhaltete. Demnach gelten die Ergebnisse nicht für Feinmanipulationsaufgaben, wie dem Spielen eines Pianos, dem Umkonfigurieren von Gegenständen in der Hand oder Ähnlichem.

Weiterführende Aufgabenstellungen ergeben sich in der Entwicklung eines Greifplanungsalgorithmus der an der beschriebenen Regelung aufsetzt und mit Hilfe von Kamerasystemen einen Griff in Synergiekoordinaten generiert, vorbereitet und ausführen lässt. Darüber hinaus wäre die Verwendung des synergetischen Impedanzregelungskonzepts durch die Roboterplattform Justin, an der zwei DLR Hände montiert sind, vorstellbar. Mit dieser werden alltägliche Aufgaben, wie das Zubereiten von Kaffee oder anderen in der Servicerobotik anzutreffende Herausforderungen, ausgeführt. Außerdem könnte das vorgestellte Regelungskonzept auf das neuartige Hand-Arm-System mit variablen mechanischen Gelenksteifigkeiten übertragen werden. Diese Neuentwicklung des DLR ist aufgrund ihres neuartigen, antagonistischen Antriebskonzeptes der menschlichen Hand deutlich ähnlicher als die DLR Hand II.

A Kinematik und Dynamik eines Roboters

Dieses Anhangskapitel gibt einen kurzen Überblick in die Kinematik und Dynamik eines Roboters. Die Ausführungen orientieren sich im Wesentlichen an der in [MLS94] gegebenen Beschreibung. Viele der eingeführten mechanischen Größen sind abhängig vom KS, auf welches man sich bezieht und in welchem diese repräsentiert werden. Um Klarheit diesbezüglich zu gewährleisten, wurde abweichend die Indizierung aus [Ott08] verwendet.

A.1 Starrkörperbewegungen

Die Bewegung eines einzelnen Starrkörpers kann durch die Bewegung eines körperfesten Koordinatensystem $\mathcal{B}$ bezüglich eines Inertialsystems $\mathcal{S}$ beschrieben werden. Dabei repräsentiert der Vektor $\mathbf{p}_{sb} \in \mathbb{R}^3$ vom Ursprung des KS $\mathcal{S}$ zum Ursprung des KS $\mathcal{B}$ den translatorischen Anteil der Bewegung. Der rotatorische Anteil wird beschrieben durch die Rotationsmatrix $\mathbf{R}_{sb} = [\mathbf{e}_x \ \mathbf{e}_y \ \mathbf{e}_z]$, wobei die orthogonalen Einheitsvektoren $\mathbf{e}_i$ repräsentiert im IS $\mathcal{S}$ das KS $\mathcal{B}$ aufspannen. Aufgrund der Tatsache, dass die Rotation im Einklang mit der Starrkörpervorstellung sein muss und die verwendeten Koordinatensysteme rechtshändig sind, gehört $\mathbf{R}_{sb}$ zur speziellen orthogonalen Gruppe $SO(3)$, mit der Eigenschaft

$$SO(3) = \{\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{n \times n} : \mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}, \det(\mathbf{R}) = +1\} \quad \rightarrow \quad \mathbf{R}_{sb}^{-1} = \mathbf{R}_{sb}^T = \mathbf{R}_{bs} . \quad (\text{A.1.1})$$

Die Kombinationen dieser beiden Anteile lässt sich durch die spezielle euklidische Gruppe $SE(3)$ beschreiben. Um bei dieser Gruppe ebenfalls als Gruppenoperation die Matrixmultiplikation zu erhalten, bedient man sich der homogenen Darstellungsweise. Das heißt ein Element der Gruppe $\mathbf{g}_{sb} \in SE(3)$, welches die Konfiguration eines Starrkörpers vollständig beschreibt, kann mit der homogenen Transformationsmatrix

$$\mathbf{g}_{sb} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{sb} & \mathbf{p}_{sb} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.2})$$

dargestellt werden. Diese sogenannte globale Parametrisierung hat im Vergleich zu lokalen Parametern, wie zum Beispiel den Eulerschen Winkeln, den Vorteil, dass sie nicht unter Singularitäten in bestimmten Konfigurationen leidet. Da es sich bei $SE(3)$ um eine sogenannte Lie Gruppe handelt, lässt sich eine erzeugende Lie Algebra $se(3)$ bestimmen. Eine Lie Algebra

kann man sich als Linearisierung an der Stelle der Identität der Lie Gruppe vorstellen. Eine endliche Starrkörperbewegungen lässt sich demnach durch Hintereinanderausführung dieser infinitesimalen Bewegungen erzeugen. Ein Generator aus $se(3)$ wird *twist* bezeichnet und mit ξ symbolisiert. Eine Möglichkeit, die Geschwindigkeit von Starrkörperbewegungen zu definieren, ist es diese mit Bezug zum Objektkoordinatensystem $\mathcal{B}$ durch den *body twist* $V_{sb}^b \in se(3)$ zu beschreiben, d.h.

$$V_{sb}^b = \begin{pmatrix} v_{sb}^b \\ \omega_{sb}^b \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1.3})$$

Dabei ist der Vektor $v_{sb}^b \in \mathbb{R}^3$ die Geschwindigkeit des Ursprungs von $\mathcal{B}$ bezüglich $\mathcal{S}$ repräsentiert in $\mathcal{B}$. Der Vektor $\omega_{sb}^b \in \mathbb{R}^3$ ist die Winkelgeschwindigkeit des KS $\mathcal{B}$ bezüglich $\mathcal{S}$ repräsentiert in $\mathcal{B}$. Angenommen $g_{sb}(t) \in SE(3)$ ist eine zeitparametrisierte Trajektorie des Starrkörpers. Dann ergibt sich der *body twist* zu $\hat{V}_{sb}^b = g_{sb}^{-1} \dot{g}_{sb}$, wobei die Anwendung des Operators $(\hat{\cdot})$ auf einen *body twist* durch die folgenden Gleichungen beschrieben ist

$$\hat{V}_{sb}^b := \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{sb}^b & v_{sb}^b \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \quad \dot{\omega}_{sb}^b := \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad \omega_{sb}^b = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.1.4})$$

Des Weiteren ist es möglich die Geschwindigkeit eines Starrkörpers mit Hilfe des *spatial twist* V_{sb}^s auszudrücken, sodass die translatorische und rotatorische Geschwindigkeit im KS $\mathcal{S}$ gemäß

$$V_{sb}^s = Ad_{g_{sb}} V_{sb}^b \quad (\text{A.1.5})$$

repräsentiert sind. Die Umrechnung beider Repräsentationen ergibt sich mit Hilfe der adjungierten Transformation, die abhängig von der Starrkörperkonfiguration g_{sb} durch den Ausdruck

$$Ad_{g_{sb}} := \begin{bmatrix} R_{sb} & \hat{p}_{sb} R_{sb} \\ 0 & R_{sb} \end{bmatrix}, \quad Ad_{g_{sb}}^{-1} = Ad_{g_{bs}} = \begin{bmatrix} R_{sb}^T & -R_{sb}^T \hat{p}_{sb} \\ 0 & R_{sb}^T \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.6})$$

bestimmt wird, wobei die Anwendung des Operator $(\hat{\cdot})$ auf einen einfachen Vektor ebenfalls in A.1.4 eingeführt wurde.

A.2 Vorwärtskinematik

Ausgehend von den n Gelenkvariablen $q_i \in \mathbb{R}$, die in dem Vektor $\mathbf{q} = (q_1 \dots q_n)^T \in \mathbb{R}^n$ zusammengefasst sind, wird im folgenden die Vorwärtskinematik eines Roboterarmmanipulators betrachtet. Gesucht ist der funktionale Zusammenhang $g_{st} : \mathbb{R}^n \rightarrow SE(3)$, der die Gelenkwinkel auf die Konfiguration des KS $\mathcal{T}$, welches am Endeffektor befestigt ist, abbildet.

Für jedes Gelenk konstruiere man einen *twist* ξ_i , der für die Bewegung des i -ten Gelenk mit bei null fixierten Restgelenken steht. Im Falle eines rotatorischen Gelenkes ergibt sich für den *twist* die Form

$$\xi_i = \begin{pmatrix} -\omega_i \times \mathbf{q}_i \\ \omega_i \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2.1})$$

wobei $\omega_i \in \mathbb{R}^3$ der Einheitsvektor in Richtung der Gelenkachse und $\mathbf{q}_i \in \mathbb{R}^3$ ein beliebiger Punkt auf der Gelenkachse ist. Für ein prismatisches Gelenk ergibt sich

$$\xi_i = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_i \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2.2})$$

wobei $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^3$ ein Einheitsvektor in Richtung der Translation zeigend ist.

Kombiniert man die individuellen Gelenkbewegungen ausgehend von der Referenzposition $\mathbf{g}_{st}(\mathbf{0})$ gelangt man zu der sogenannten *product of exponentials formula*

$$\mathbf{g}_{st} = e^{\hat{\xi}_1 q_1} e^{\hat{\xi}_2 q_2} \dots e^{\hat{\xi}_n q_n} \mathbf{g}_{st}(\mathbf{0}). \quad (\text{A.2.3})$$

Diese Gleichung beschreibt die Konfiguration des KS $\mathcal{T}$, also des Endeffektors, in Abhängigkeit der Gelenkwinkel. Ist man an der aktuellen Geschwindigkeit des Endeffektors interessiert, so lässt sich diese mit Hilfe des *body twist* $\mathbf{V}^b$ bestimmen. Ohne auf die Herleitung einzugehen ergibt sich dieser über die sogenannte geometrische Jacobi $\mathbf{J}^b(\mathbf{q})$, ohne Differentiation eines funktionalen Zusammenhangs zu

$$\mathbf{V}^b = \mathbf{J}^b(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}, \quad (\text{A.2.4})$$

wobei

$$\mathbf{J}^b(\mathbf{q}) = [\xi_1^\dagger(\mathbf{q}) \dots \xi_n^\dagger(\mathbf{q})] \quad (\text{A.2.5})$$

$$\xi_i^\dagger(\mathbf{q}) = Ad_{e^{\hat{\xi}_1 q_1} \dots e^{\hat{\xi}_{i-1} q_{i-1}}}^{-1} \xi_i. \quad (\text{A.2.6})$$

A.3 Kräfte und Momente

Eine an einem Starrkörper angreifende generalisierte Kraft besteht aus einer reinen Kraft und einem reinen Moment. Demzufolge lässt sich die generalisierte Kraft als Vektor in $\mathbb{R}^6$ beschreiben

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.3.1})$$

wobei $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^3$ für die lineare Komponente und $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^3$ für die rotatorische Komponente steht. Im Folgenden wird das Kraft / Moment Paar als *wrench* bezeichnet. Zu beachten ist, dass ein

$wrench$ abhängig vom repräsentierenden Koordinatensystem ist, wobei dieses mit einem Index gekennzeichnet wird. Aufgrund der Tatsache, dass die aus $body\ twist$ und $wrench$ generierte instantane Arbeit unabhängig vom repräsentierenden Koordinatensystem sein muss, erhält man

$$(\mathbf{V}_{sa}^b)^T \mathbf{F}_a = (\mathbf{V}_{sb}^b)^T \mathbf{F}_b = (Ad_{g_{ba}} \mathbf{V}_{sa}^b)^T \mathbf{F}_b = (\mathbf{V}_{sa}^b)^T Ad_{g_{ba}}^T \mathbf{F}_b, \quad (\text{A.3.2})$$

sodass sich folgender Zusammenhang zwischen verschiedenen Repräsentationen eines $wrench$ ergibt

$$\mathbf{F}_a = Ad_{g_{ba}}^T \mathbf{F}_b \quad (\text{A.3.3})$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{f}_a \\ \boldsymbol{\tau}_a \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{bc}^T & 0 \\ -\mathbf{R}_{bc}^T \hat{\mathbf{p}}_{bc} & \mathbf{R}_{bc}^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_b \\ \boldsymbol{\tau}_b \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3.4})$$

Hierbei ist zu bemerken, dass wie zu erwarten eine Kraft repräsentiert in $\mathcal{B}$ aufgrund des Hebelgesetzes ein zusätzliches Moment $\mathbf{p}_{ba} \times \mathbf{f}_b$ in der Repräsentation in $\mathcal{A}$ erzeugt.

A.4 Modellierung und Dynamik eines Roboter - Robotergleichung

Die folgende Herleitung der Dynamik einer n - segmentigen Starrkörperkette basiert auf dem Lagrangeformalismus [MLS94]. Hierbei wird die Dynamik des Systems durch eine skalare Funktion, der sogenannten Lagrangefunktion (A.4.1), beschrieben, wobei eine Invarianz gegenüber Koordinatentransformationen erreicht wird. Diese macht man sich zu Nutze um das System mit einem reduzierten Satz an Koordinaten, den sogenannten generalisierten Koordinaten, zu beschreiben. Die Einführung generalisierter Koordinaten ist dann sinnvoll, wenn das betrachtete System Zwangsbedingungen unterworfen ist und damit Zwangskräfte wirken, sodass die Bewegung des Systems in den ursprünglichen Koordinaten eingeschränkt ist. Dadurch ergeben sich weniger Freiheitsgrade in der Bewegung des Systems, welche mit einem geeigneten Satz an reduzierten Koordinaten vollständig beschrieben werden können. Die Zwangsbedingungen für eine n - segmentige Starrkörperkette sind durch die Starrkörperbedingungen gegeben. Die verwendeten generalisierten Koordinaten müssen jedoch in der Lage sein den vollständigen Energiezustand des Systems zu erfassen. Im Allgemeinen ist es schwierig geeignete Koordinaten zu finden, da es kein standardisiertes Verfahren gibt. Für eine n - segmentige Starrkörperkette sind sie jedoch durch die n Gelenkwinkel zwischen den einzelnen Segmenten $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ gegeben. Der Ausdruck

$$L = T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - V(\mathbf{q}) \quad (\text{A.4.1})$$

entspricht dem Lagrangefunktional, bestehend aus der Differenz der kinetischen Energie $T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ und der potentiellen Energie $V(\mathbf{q})$ des Systems in Abhängigkeit der generalisierten Koordi-

naten. Die Bewegungsgleichung eines konservativen Systems erhält man daraufhin durch die Lagrangegleichungen,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (\text{A.4.2})$$

für die n generalisierten Koordinaten. Im Falle eines nichtkonservativen Systems müssen darüber hinaus die von den nichtkonservativen Kräften am System verrichtete Arbeit beachtet werden. Dies führt zu folgender Form der Lagrangegleichungen

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{Q} , \quad (\text{A.4.3})$$

wobei der Vektor $\mathbf{Q}$ die wirkenden nicht-konservativen Kräfte entlang der generalisierten Koordinaten darstellt. Diese werden auch generalisierte Kräfte genannt und sind im Falle einer n - segmentigen Starrkörperkette durch die in den Gelenken angreifenden Momente gegeben. Es sei zu beachten, dass die Lagrangegleichungen lediglich eine andere Formulierung des zweiten Newtonschen Gesetzes

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{p}) = \mathbf{F} \quad (\text{A.4.4})$$

darstellen, wobei $\mathbf{p}$ der Impuls und $\mathbf{F}$ die Summe aller angreifenden Kräfte ist. Aufgrund der Koordinatentransformation auf die gekrümmten generalisierten Koordinaten ergeben sich die entsprechenden zusätzlichen Terme und Ableitungen. Zur Aufstellung der Lagrangefunktion werden die kinetische $T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ und potentielle $V(\mathbf{q})$ Energie des Systems benötigt, welche im Folgenden für ein robotisches System berechnet werden.

kinetische Energie

Die kinetische Energie eines einzelnen Starrkörper mit der Masse m und dem Trägheitstensor $\mathcal{I}$ setzt sich aus dem translatorischen und rotatorischen Anteil zusammen. Der Trägheitstensor des Starrkörpers wird in einem körperfesten KS $\mathcal{B}$, welches am Schwerpunkt befestigt ist, ausgedrückt. Unter Verwendung des in Gleichung A.1.3 eingeführten Geschwindigkeitsvektors $\mathbf{v}_{sb}^b$ und des Winkelgeschwindigkeitsvektors $\boldsymbol{\omega}_{sb}^b$ ergibt sich die kinetische Energie wie folgt

$$T = \frac{1}{2} m (\mathbf{v}_{sb}^b)^T (\mathbf{v}_{sb}^b) + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}_{sb}^b)^T \mathcal{I} (\boldsymbol{\omega}_{sb}^b) \quad (\text{A.4.5})$$

$$= \frac{1}{2} (\mathbf{V}^b)^T \begin{bmatrix} m\mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathcal{I} \end{bmatrix} \mathbf{V}^b \quad (\text{A.4.6})$$

$$= \frac{1}{2} (\mathbf{V}^b)^T \mathcal{M} \mathbf{V}^b , \quad (\text{A.4.7})$$

wobei $\mathcal{M}$ die generalisierte Trägheitsmatrix genannt wird und im KS $\mathcal{B}$ ausgedrückt wird. Unter Verwendung der in Abschnitt A.2 eingeführten Formalismen, sei im Weiteren zur Herleitung der gesamten kinetischen Energie aller Segmente im Schwerpunkt des i -ten Segments

das KS $\mathcal{L}_i$ definiert. Entsprechend Gleichung A.1.3 ergibt sich für den *body twist* der einzelnen Segmente folgender Ausdruck

$$\mathbf{V}_i^b = \mathbf{J}_i^b(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad i = 1\{1\}n . \quad (\text{A.4.8})$$

Demnach lässt sich die kinetische Energie der einzelnen Segmente wie folgt berechnen

$$T_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2}(\mathbf{V}_i^b)^T \mathbf{M}_i \mathbf{V}_i^b = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T (\mathbf{J}_i^b(\mathbf{q}))^T \mathbf{M}_i \mathbf{J}_i^b(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} , \quad (\text{A.4.9})$$

wobei $\mathbf{M}_i$ die generalisierte Trägheitsmatrix des i -ten Segments ist. Nun lässt sich die gesamte kinetische Energie als

$$T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \sum_{i=1}^n T_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{A.4.10})$$

bestimmen. Die sogenannte Manipulatorträgheitsmatrix oder Massenmatrix $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist dabei in Abhängigkeit der einzelnen Segmentjakobis $\mathbf{J}_i^b(\mathbf{q})$ wie folgt definiert

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n (\mathbf{J}_i^b(\mathbf{q}))^T \mathbf{M}_i \mathbf{J}_i^b(\mathbf{q}) . \quad (\text{A.4.11})$$

potentielle Energie

Um die Bestimmung des Lagrangefunktional zu vollenden wird die potentielle Energie $V(\mathbf{q})$ der Segmentkette benötigt. Dazu sei $h_i(\mathbf{q})$ die Höhe des Schwerpunkts des i -ten Segments, welche von der Konfiguration des Manipulators und damit den Winkelkoordinaten $\mathbf{q}$ abhängt. Dann ergibt sich für die potentielle Energie der einzelnen Segmente

$$V_i(\mathbf{q}) = m_i g h_i(\mathbf{q}), \quad (\text{A.4.12})$$

wobei m_i die Masse des i -ten Segments und g die Erdbeschleunigung ist. Durch Summation über alle Anteile erhält man die gesamte potentielle Energie des Manipulators

$$V(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n V_i(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n m_i g h_i(\mathbf{q}) . \quad (\text{A.4.13})$$

Robotergleichung

Als Resultat ergibt sich für das Langrangefunktional folgender Ausdruck

$$L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - V(\mathbf{q}) . \quad (\text{A.4.14})$$

Die Bewegungsgleichungen lassen sich nun durch Gleichung A.4.3 bestimmen. Die generalisierten Kräfte $\mathbf{Q}$ setzen sich hierbei aus den durch die Aktoren aufgebrachten Momente $\boldsymbol{\tau}$ und den externen, durch die Interaktion mit der Umgebung wirkenden, Momente $\boldsymbol{\tau}_{ext}$ zusammen. Weitere wirkende Kräfte, wie zum Beispiel Reibungskräfte, werden an dieser Stelle nicht modelliert. Durch Auswertung der Lagrangegleichungen erhält man die bekannte Bewegungsgleichung für robotische Systeme

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{ext} , \quad (\text{A.4.15})$$

wobei $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ die Manipulatorträgheitsmatrix ist und $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ der Vektor der Momente verursacht durch die Gravitation gegeben durch den Gradienten des Schwerkraftpotentials

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \left(\frac{\partial V(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right)^T . \quad (\text{A.4.16})$$

Der Vektor $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ beinhaltet hierbei die Zentrifugal- und Corioliskräfte, weshalb die Matrix $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ Coriolismatrix genannt wird. Sie wird mit Hilfe der sogenannten *Christoffel Symbole* Γ_{ijk} berechnet

$$\mathbf{C}_{ij}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \sum_{k=1}^n \Gamma_{ijk} \dot{\mathbf{q}}_k , \quad (\text{A.4.17})$$

wobei diese eng mit der Trägheitsmatrix $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ verknüpft sind, denn

$$\Gamma_{ijk} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{M}_{ij}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}_k} + \frac{\partial \mathbf{M}_{ik}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}_j} - \frac{\partial \mathbf{M}_{kj}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}_i} \right) . \quad (\text{A.4.18})$$

A.5 Strukturelle Eigenschaften robotischer Systeme

In diesem Abschnitt sollen wesentliche Eigenschaften des dynamischen Modells besprochen werden, welche sich aus den Trägheitseigenschaften des beschriebenen mechanischen Systems ergeben. Diese strukturellen Eigenschaften, sind essentiell bei der Beschreibung mechanischer Systeme, dem Entwurf eines geeigneten Regelungskonzeptes und dem Nachweis von Stabilität, sodass sie in jedem Standardwerk über robotische Systeme behandelt werden. Die folgenden Erläuterungen orientieren sich an den Ausführungen aus [MLS94] und [Ott08], auf welche darüber hinaus für die Beweise der Gültigkeit der strukturellen Eigenschaften verwiesen sei.

Lemma 1 *Sind alle Freiheitsgrade des mechanischen Systems durch Rotationsgelenke umgesetzt, so sind die Eigenwerte der Trägheitsmatrix beschränkt, d.h.*

$$0 < \lambda_m \leq \lambda_i(\mathbf{M}(\mathbf{q})) \leq \lambda_M < \infty \quad \forall i = 1 \dots n, \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n , \quad (\text{A.5.1})$$

wobei

$$\lambda_m := \inf_{\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n} \lambda_{\min}(\mathbf{M}(\mathbf{q})) \quad (\text{A.5.2})$$

und

$$\lambda_M := \sup_{\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n} \lambda_{\max}(\mathbf{M}(\mathbf{q})) \quad (\text{A.5.3})$$

die strikt positiven minimalen und maximalen Eigenwerte von $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ in $\mathbb{R}^n$ sind.

Lemma 2 Die Trägheitsmatrix $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist symmetrisch und positiv definit, d.h.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}(\mathbf{q})^T, \quad \mathbf{x}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{x} > 0 \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \setminus \{\mathbf{0}\}. \quad (\text{A.5.4})$$

Lemma 3 Die Matrix $\dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist schiefsymmetrisch, wenn die Coriolismatrix $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ über die Christoffel Symbole wie in Gleichung A.4.17 bestimmt wurde, d.h.

$$\mathbf{x}^T (\dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \mathbf{x} = 0 \quad \forall \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n. \quad (\text{A.5.5})$$

Diese strukturellen Eigenschaften bleiben im Falle einer Zustandstransformation, selbst wenn diese dimensionsreduzierend sein sollte, erhalten. Dafür sei $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ eine Transformationsmatrix mit vollem Spaltenrang, wobei $m \leq n$.

Lemma 4 Die transformierte Trägheitsmatrix $\mathbf{\Lambda}(\mathbf{q}) = \mathbf{T}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{T} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ist symmetrisch und positiv definit, d.h.

$$\mathbf{\Lambda}(\mathbf{q}) = \mathbf{\Lambda}(\mathbf{q})^T, \quad \mathbf{x}^T \mathbf{\Lambda}(\mathbf{q}) \mathbf{x} > 0 \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m \setminus \{\mathbf{0}\}. \quad (\text{A.5.6})$$

Beweis. Die Symmetrie und positive Definitheit der transformierten Trägheitsmatrix $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{T}^T \mathbf{M} \mathbf{T}$ folgt direkt aus ihrer Definition zusammen mit Lemma 2.

Lemma 5 Die Matrix $\dot{\mathbf{\Lambda}}(\mathbf{q}) - 2\boldsymbol{\mu}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{d}{dt}(\mathbf{T}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{T}) - 2\mathbf{T}^T \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{T} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ist schiefsymmetrisch, wenn die Coriolismatrix $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ über die Christoffel Symbole wie in Gleichung A.4.17 bestimmt wurde, d.h.

$$\mathbf{x}^T (\dot{\mathbf{\Lambda}}(\mathbf{q}) - 2\boldsymbol{\mu}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \mathbf{x} = 0 \quad \forall \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m. \quad (\text{A.5.7})$$

Beweis. Eine Matrix $\mathbf{A}$ ist genau dann schiefsymmetrisch, wenn $\mathbf{A}^T = -\mathbf{A}$ gilt. Um dies für $\dot{\mathbf{\Lambda}}(\mathbf{q}) - 2\boldsymbol{\mu}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ zu zeigen, wird die Definition der transformierten Trägheitsmatrix, der

transformierten Coriolismatrix, sowie Lemma 4 benötigt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden im Folgenden die Argumente der Matrizen vernachlässigt. Es ergibt sich

$$\begin{aligned}(\dot{\mathbf{A}} - 2\boldsymbol{\mu})^T &= (\mathbf{T}^T(\dot{\mathbf{M}} - 2\boldsymbol{\mu})\mathbf{T})^T \\ &= \mathbf{T}^T(\dot{\mathbf{M}} - 2\boldsymbol{\mu})^T\mathbf{T} \\ &= -\mathbf{T}^T(\dot{\mathbf{M}} - 2\boldsymbol{\mu})\mathbf{T} \\ &= -(\dot{\mathbf{A}} - 2\boldsymbol{\mu})\end{aligned}$$

wobei gezeigt werden konnte, dass die Bedingung für Schiefsymmetrie erfüllt ist, womit der Beweis abgeschlossen ist.

B Stabilität dynamischer Systeme und weitere Anmerkungen

Die folgenden Ausführungen sollen einen kurzen, aber notwendigen Überblick zur Stabilität dynamischer Systeme und deren Untersuchung bieten. Die Definitionen sind aus [Kha02] Kapitel 4 und [MLS94] Kapitel 4 entnommen, wobei gleichzeitig für vertiefende Erläuterungen auf beide Bücher verwiesen sei.

B.1 Stabilitätsbegriff nach Lyapunov

Betrachtet werde ein dynamisches System der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \quad (\text{B.1.1})$$

wobei $\mathbf{f} : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ die Standardbedingungen der Existenz und Eindeutigkeit erfüllt, d.h. eine lokal lipschitz-stetige Abbildung der Definitionsmenge $D \subset \mathbb{R}^n$ auf den $\mathbb{R}^n$ bezüglich $\mathbf{x}$ ist stückweise stetig in t . Ein Punkt $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n$ ist ein Gleichgewichtspunkt des dynamischen Systems B.1.1, wenn $\mathbf{f}(\mathbf{x}^*, t) = 0$ für alle $t \geq t_0$ gilt. Der Einfachheit halber werden alle folgenden Definitionen und Theoreme für den Fall $\mathbf{x}^* = 0$ vorgestellt. Dies stellt keine Einschränkung der Allgemeingültigkeit dar, denn durch Verschiebung des Ursprungs des Systems, d.h. durch einen geeigneten Wechsel der Zustandsvariable, kann immer $\mathbf{f}(\mathbf{0}, t) = 0$ erreicht werden, sofern ein Gleichgewichtspunkt existiert. Intuitiv gesprochen ist ein Gleichgewichtspunkt *lokal stabil*, wenn alle Lösungen, die nahe $\mathbf{x}^*$ starten auch in der Nähe von $\mathbf{x}^*$ für alle Zeiten verbleiben. Der Gleichgewichtspunkt $\mathbf{x}^*$ wird als *lokal asymptotisch stabil* bezeichnet, wenn er lokal stabil ist und darüber hinaus alle Lösung, die nahe $\mathbf{x}^*$ starten für $t \rightarrow \infty$ nach $\mathbf{x}^*$ streben.

Definition 1 (Stabilität im Sinne Lyapunovs)

Der Gleichgewichtspunkt $\mathbf{x}^* = 0$ des dynamischen Systems aus Gleichung B.1.1

- ist stabil (im Sinne von Lyapunov), wenn für beliebiges $\epsilon > 0$ ein $\delta = \delta(t_0, \epsilon) > 0$ existiert, sodass

$$\|\mathbf{x}(t_0)\| < \delta \implies \|\mathbf{x}(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq t_0 \geq 0. \quad (\text{B.1.2})$$

- *gleichförmig stabil*, wenn für beliebiges $\epsilon > 0$ ein $\delta(\epsilon)$ unabhängig von t_0 existiert, sodass B.1.2 erfüllt ist.
- *instabil*, wenn $\mathbf{x}^* = 0$ nicht stabil ist.
- *asymptotisch stabil*, wenn $\mathbf{x}^* = 0$ stabil und darüber hinaus ein $c = c(t_0) > 0$ existiert, sodass $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = 0$, für alle $\|\mathbf{x}(t_0)\| < c$.

Diese Forderungen sind sehr unhandlich, sodass sich die Auswertung für ein gegebenes dynamisches System als sehr schwierig erweist. Aus der Betrachtung einfacher dynamischer Systeme wird recht intuitiv ersichtlich, dass die Untersuchung der zeitlichen Änderung der Gesamtenergie eines Systems entlang dessen Lösungstrajektorien eine Bestimmung der Stabilitätseigenschaften eines Gleichgewichtspunktes ermöglicht. Im Jahr 1892 konnte Lyapunov zeigen, dass dies auch für gewisse andere skalarwertige Funktion anstatt der Energie des Systems zutrifft. Eine Erweiterung seines Konzepts führt auf:

Theorem 1 (Direkte Methode nach Lyapunov für zeitinvariante Systeme)

Sei $\mathbf{x}^* = \mathbf{0}$ ein Gleichgewichtspunkt des dynamischen Systems aus Gleichung B.1.1 und $D \subset \mathbb{R}^n$ der Definitionsbereich, welcher den Gleichgewichtspunkt beinhaltet. Des Weiteren sei $V : [0, \infty) \times D \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare skalarwertige Funktion, sodass

$$\underline{V}(\mathbf{x}) \leq V(\mathbf{x}, t) \leq \overline{V}(\mathbf{x}) \quad (\text{B.1.3})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \leq 0, \quad (\text{B.1.4})$$

für alle Zeiten $t \geq 0$ und $\forall \mathbf{x} \in D$, wobei $\underline{V}(\mathbf{x})$ und $\overline{V}(\mathbf{x})$ stetige positiv definite Funktionen auf D sind. Sind diese Bedingungen erfüllt, dann ist $\mathbf{x}^* = 0$ gleichförmig stabil.

Theorem 2 Die Annahmen von Theorem 1 seien erfüllt. Anstatt Ungleichung B.1.4 werde folgende stärkere Bedingung erfüllt

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \leq -W(\mathbf{x}), \quad (\text{B.1.5})$$

$\forall t \geq 0$ und $\forall \mathbf{x} \in D$, mit $W(\mathbf{x})$ als stetige positiv definite Funktion auf D . In diesem Fall ist $\mathbf{x}^* = 0$ gleichförmig asymptotisch stabil.

Es ist wichtig zu erwähnen, dass diese Methode des Stabilitätsnachweises kein standardisiertes Verfahren darstellt. Die Konstruktion einer geeigneten Funktion $V(\mathbf{x}, t)$ kann sich unter Umständen als sehr schwierig herausstellen. Sollte dies nicht gelingen, bedeutet das nicht, dass das untersuchte dynamische System instabil ist.

B.2 Weiterführende Stabilitätsuntersuchung

Bislang konnte in Abschnitt 4.3 lediglich die Stabilität des synergetischen Unterraums nachgewiesen werden. Im Folgenden sollen kurz die Bemühungen zum Nachweis der Stabilität des gesamten Zustandsraums angedeutet, sowie die aufgetretenen Probleme besprochen werden. Ausgangspunkt der Stabilitätsdiskussion ist das dynamische Modell des robotischen Systems, gegeben durch die Robotergleichung 4.1.1, sowie dessen zustandstransformierte Darstellung B.2.1 mit der Transformationsmatrix $\mathbf{T} = (\mathbf{S} \ \mathbf{S}_\perp) \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q}$.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}^T \\ \mathbf{S}_\perp^T \end{pmatrix} \mathbf{M}(\mathbf{q})(\mathbf{S} \ \mathbf{S}_\perp) \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{z}} \\ \ddot{\mathbf{z}}_\perp \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{S}^T \\ \mathbf{S}_\perp^T \end{pmatrix} \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})(\mathbf{S} \ \mathbf{S}_\perp) \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{z}} \\ \dot{\mathbf{z}}_\perp \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{S}^T \\ \mathbf{S}_\perp^T \end{pmatrix} \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \mathbf{S}^T \\ \mathbf{S}_\perp^T \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \quad (\text{B.2.1})$$

Wie bereits in Abschnitt 4.3 erläutert, wird bei der Stabilitätsuntersuchung ein zusätzlicher Term angesetzt, welcher zu folgendem Regelgesetz führt

$$\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{S}^+)^T \boldsymbol{\eta} + \mathbf{S}_\perp \mathbf{S}_\perp^+ \boldsymbol{\tau}_0 + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\tau}_{vor} \quad (\text{B.2.2})$$

$$\boldsymbol{\tau}_{vor} = \mathbf{M}(\mathbf{S} \ \mathbf{S}_\perp) \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{z}}_d \\ \ddot{\mathbf{z}}_{\perp,d} \end{pmatrix} + \mathbf{C}(\mathbf{S} \ \mathbf{S}_\perp) \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{z}}_d \\ \dot{\mathbf{z}}_{\perp,d} \end{pmatrix} \quad (\text{B.2.3})$$

$$\boldsymbol{\eta} = -\mathbf{D}_d \dot{\mathbf{e}}_z - \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z \quad (\text{B.2.4})$$

$$\boldsymbol{\tau}_0 = -\mathbf{D}_n \dot{\mathbf{e}}_q - \mathbf{K}_n \mathbf{e}_q, \quad (\text{B.2.5})$$

wobei $\mathbf{e}_z = \mathbf{z} - \mathbf{z}_d$ und $\mathbf{e}_q = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d$ die Regelabweichungen im Synergie- und Gelenkraum sind. Dies entspricht dem implementierten Regler unter Vernachlässigung der Coriolis- und Zentrifugalterme und mit der Wahl von $\mathbf{z}_{\perp,d} = \mathbf{0}$ und $\mathbf{q}_d = \bar{\mathbf{q}}$. Setzt man dieses Regelgesetz in Gleichung 4.1.1 ein, so folgt für den geschlossenen Regelkreis zunächst durch Kompensation der Gravitationskräfte und durch die Vorsteuerung folgendes Verhalten

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{S}^T \mathbf{M} \mathbf{S} & \mathbf{S}^T \mathbf{M} \mathbf{S}_\perp \\ \mathbf{S}_\perp^T \mathbf{M} \mathbf{S} & \mathbf{S}_\perp^T \mathbf{M} \mathbf{S}_\perp \end{bmatrix}}_{\overline{\mathbf{M}}} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{e}}_z \\ \ddot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{S}^T \mathbf{C} \mathbf{S} & \mathbf{S}^T \mathbf{C} \mathbf{S}_\perp \\ \mathbf{S}_\perp^T \mathbf{C} \mathbf{S} & \mathbf{S}_\perp^T \mathbf{C} \mathbf{S}_\perp \end{bmatrix}}_{\overline{\mathbf{C}}} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_z \\ \dot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{S}^T \\ \mathbf{S}_\perp^T \end{pmatrix} ((\mathbf{S}^+)^T \boldsymbol{\eta} + \mathbf{S}_\perp \mathbf{S}_\perp^+ \boldsymbol{\tau}_0) = \mathbf{0}. \quad (\text{B.2.6})$$

Die Anwendung der Projektionseigenschaften und Berücksichtigung der Orthogonalität $\mathbf{S}^T (\mathbf{S}^+)^T = (\mathbf{S}^+ \mathbf{S})^T = \mathbf{I}$, $\mathbf{S}_\perp^T \mathbf{S}_\perp = \mathbf{I}$, sowie $\mathbf{S}^T \mathbf{S}_\perp = \mathbf{S}_\perp^T \mathbf{S} = \mathbf{0}$ führt zu folgendem Ausdruck

$$\overline{\mathbf{M}} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{e}}_z \\ \ddot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} + \overline{\mathbf{C}} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_z \\ \dot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \boldsymbol{\eta} \\ \mathbf{S}_\perp^+ \boldsymbol{\tau}_0 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (\text{B.2.7})$$

$$\overline{\mathbf{M}} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{e}}_z \\ \ddot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} + \overline{\mathbf{C}} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_z \\ \dot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\mathbf{D}_d \dot{\mathbf{e}}_z - \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z \\ \mathbf{S}_\perp^+ \mathbf{D}_n \dot{\mathbf{e}}_q - \mathbf{S}_\perp^+ \mathbf{K}_n \mathbf{e}_q \end{pmatrix} = \mathbf{0}. \quad (\text{B.2.8})$$

Für die gelenkseitige Regelabweichung und deren Ableitungen gilt wiederum aufgrund der Transformationsvorschriften $\mathbf{e}_q = (\mathbf{S} \ \mathbf{S}_\perp)(\mathbf{e}_z \ \mathbf{e}_{z_\perp})^T$, sodass die nichttransformierten Zustandsvariablen eliminiert werden können und der geschlossene Regelkreis durch folgendes Differentialgleichungssystem beschrieben wird

$$\overline{\mathbf{M}} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{e}}_z \\ \ddot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} + \overline{\mathbf{C}} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_z \\ \dot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\mathbf{D}_d \dot{\mathbf{e}}_z - \mathbf{K}_d \mathbf{e}_z \\ \mathbf{S}_\perp^+ \mathbf{D}_n (\mathbf{S} \ \mathbf{S}_\perp) \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_z \\ \dot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} - \mathbf{S}_\perp^+ \mathbf{K}_n (\mathbf{S} \ \mathbf{S}_\perp) \begin{pmatrix} \mathbf{e}_z \\ \mathbf{e}_{z_\perp} \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (\text{B.2.9})$$

$$\overline{\mathbf{M}} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{e}}_z \\ \ddot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} + \overline{\mathbf{C}} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_z \\ \dot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_\perp^+ \mathbf{D}_n \mathbf{S} & \mathbf{S}_\perp^+ \mathbf{D}_n \mathbf{S}_\perp \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_z \\ \dot{\mathbf{e}}_{z_\perp} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_\perp^+ \mathbf{K}_n \mathbf{S} & \mathbf{S}_\perp^+ \mathbf{K}_n \mathbf{S}_\perp \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_z \\ \mathbf{e}_{z_\perp} \end{pmatrix} = \mathbf{0} . \quad (\text{B.2.10})$$

Wie sich herausstellt, führt der projektionsbasierte Ansatz zu einer nichtsymmetrischen Steifigkeit. Dass heißt, es konnte zwar durch Konstruktion einer geeigneten Projektionsmatrix dafür gesorgt werden, dass die Nullraumimpedanz keine Momente im synergetischen Unterraum erzeugt, jedoch führt eine Regelabweichung im synergetischen Unterraum zu einem Moment im orthogonal dazu liegendem Raum $\mathcal{R}(\mathbf{S}_\perp)$. Dies führte dazu, dass keine geeignete positiv definite Lyapunovfunktion konstruiert werden konnte, bei deren Ableitung entlang der Lösungstrajektorien von B.2.10 die Steifigkeitsterme eliminiert werden. Im Allgemeinen erschwert eine Projektion im Regelungsgesetz den Nachweis von Stabilität. Das Nichtfinden einer geeigneten Lyapunovfunktion bedeutet nicht, dass der implementierte Regler instabil ist. Es war lediglich nicht möglich die Stabilität des gesamten Zustandsraums mit den mir bekannten Mitteln nachzuweisen. Während des Betriebes und der Evaluierung zeigten sich keinerlei Schwierigkeiten hinsichtlich der Stabilität des Systems.

C Analyseergebnisse

C.1 Proband *beja*

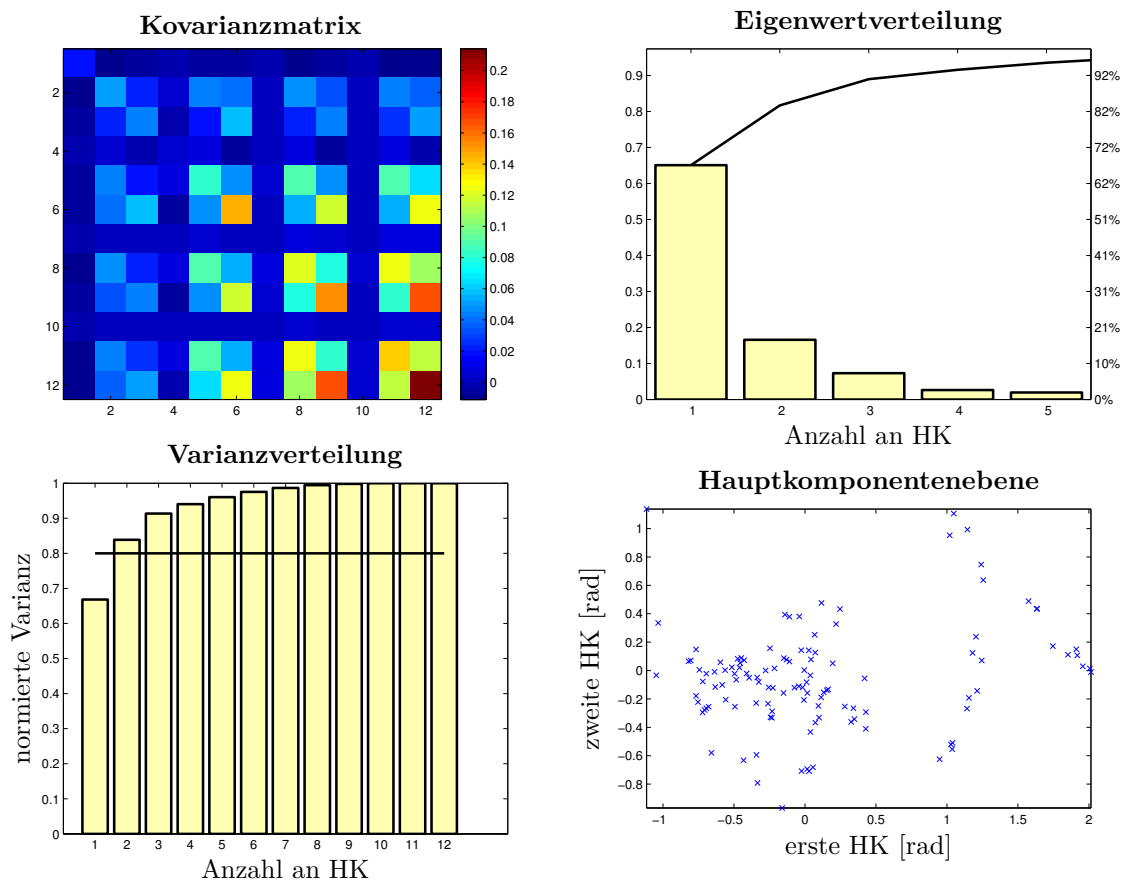


Abbildung C.1: Ergebnisse der Hauptkomponentenanalyse, Proband *beja*

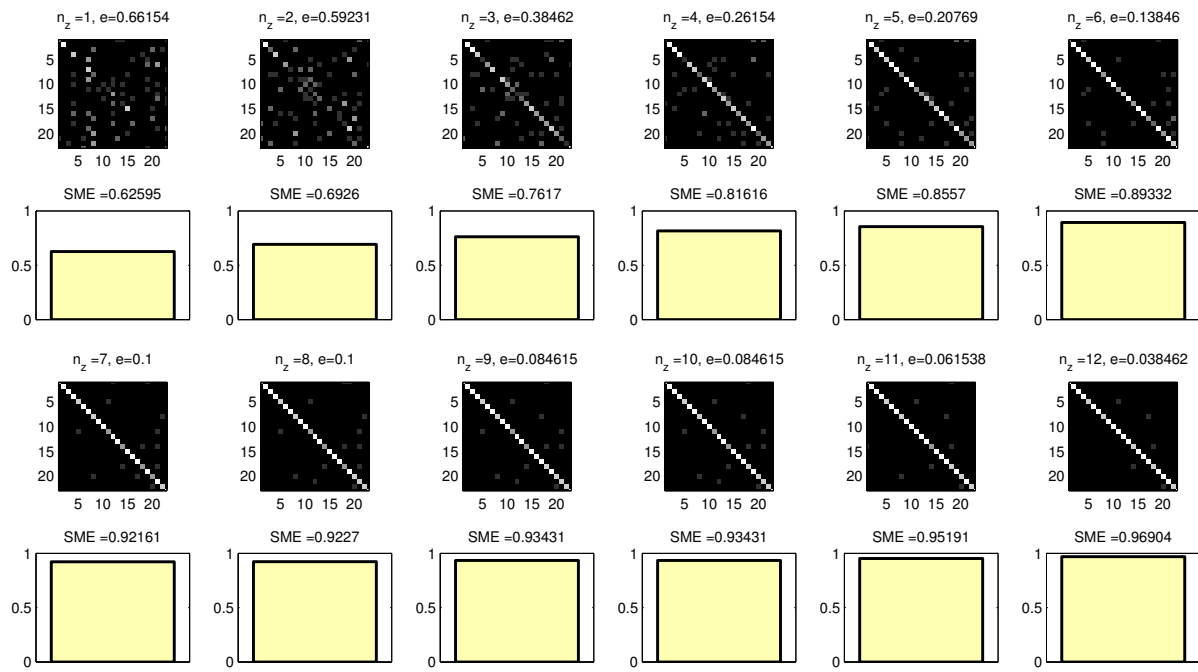


Abbildung C.2: Ergebnisse der Informationsanalyse, Proband *beja*

C.2 Proband *jere*

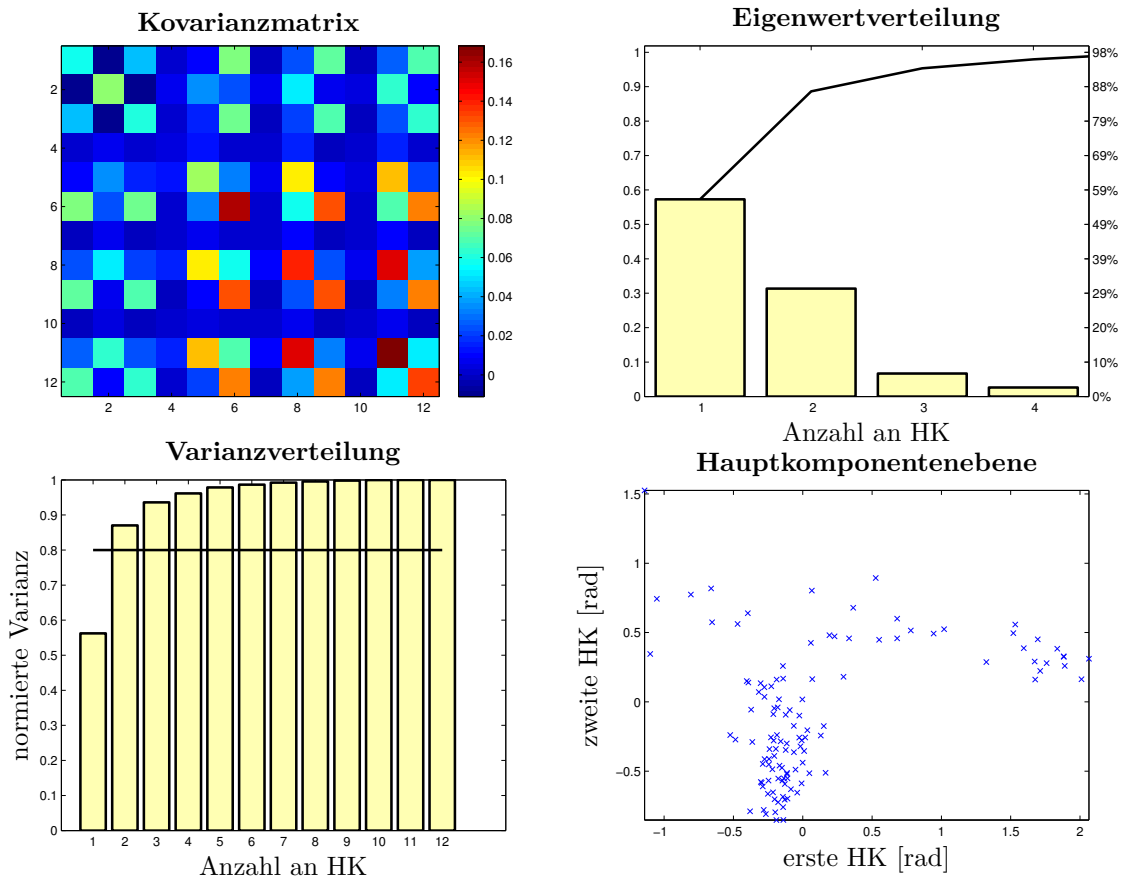


Abbildung C.3: Ergebnisse der Hauptkomponentenanalyse, Proband *jere*

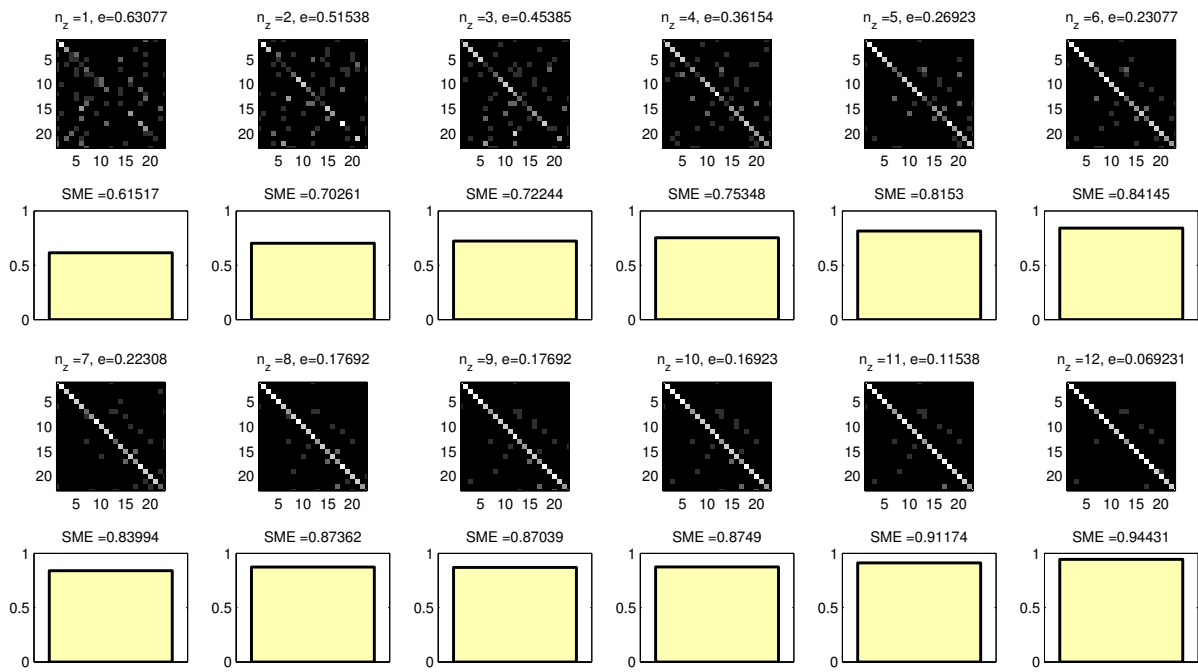


Abbildung C.4: Ergebnisse der Informationsanalyse, Proband *jere*

C.3 Proband *aledi*

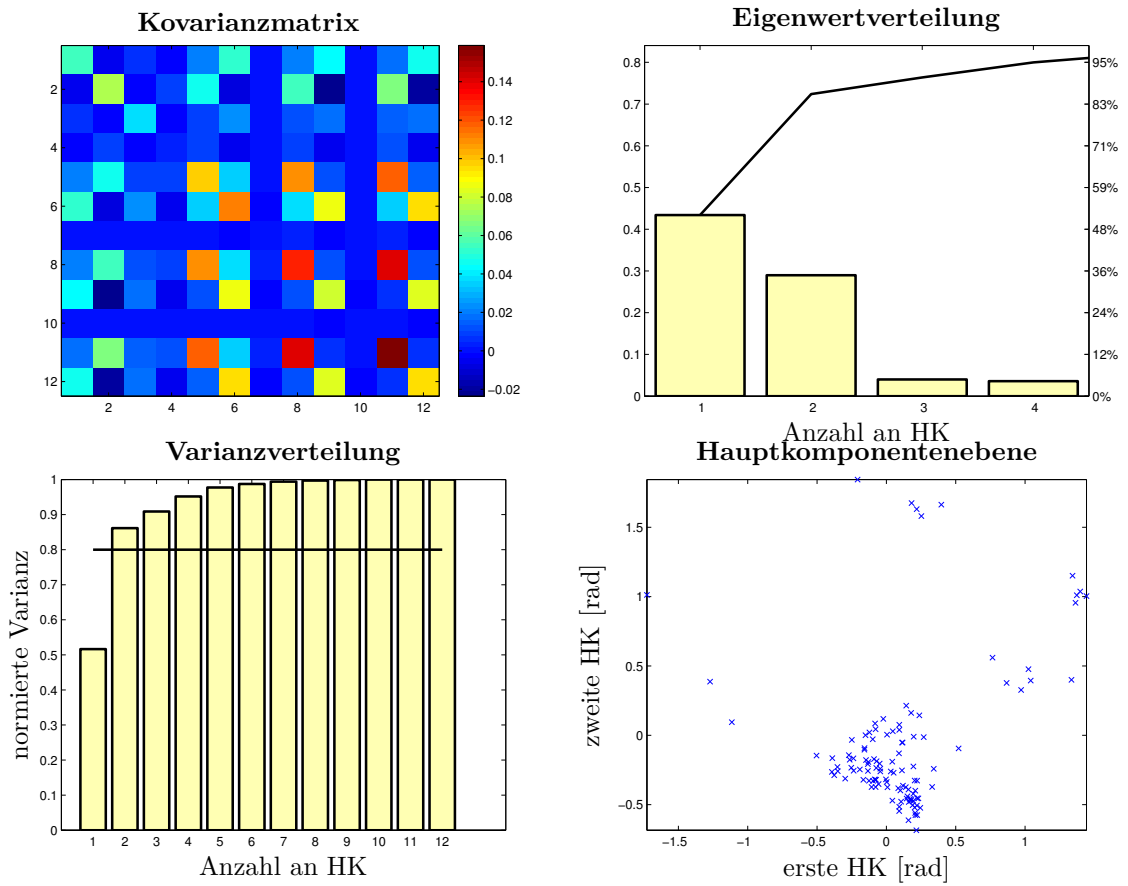


Abbildung C.5: Ergebnisse der Hauptkomponentenanalyse, Proband *aledi*

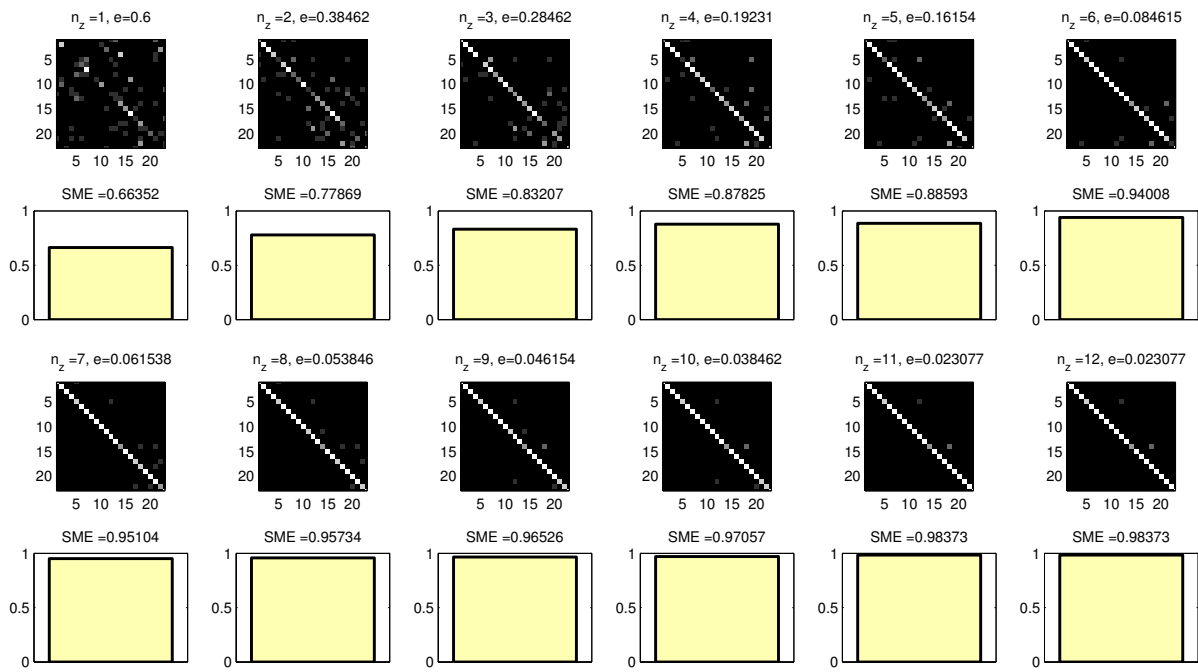


Abbildung C.6: Ergebnisse der Informationsanalyse, Proband *aledi*

C.4 Proband *gest*

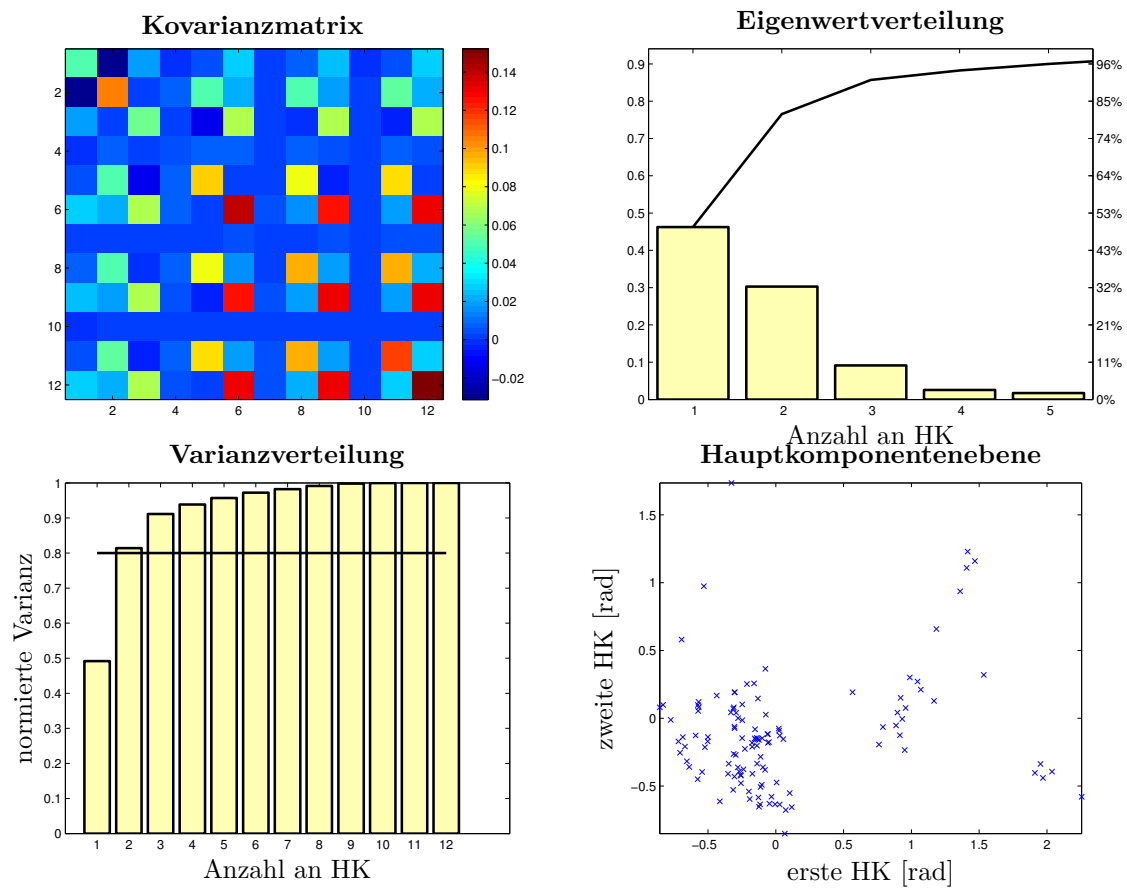


Abbildung C.7: Ergebnisse der Hauptkomponentenanalyse, Proband *gest*

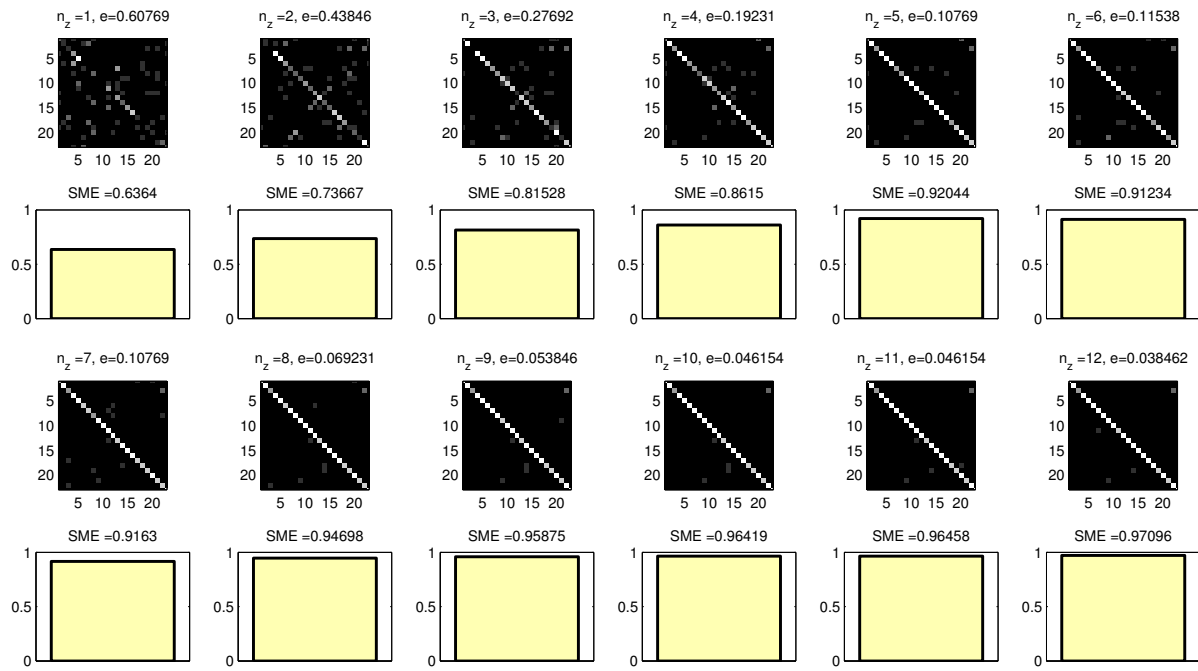


Abbildung C.8: Ergebnisse der Informationsanalyse, Proband *gest*

Literaturverzeichnis

Die Literaturangaben sind alphabetisch nach den Namen der Autoren sortiert. Bei mehreren Autoren wird nach dem ersten Autor sortiert.

- [ASEG⁺08] ALBU-SCHÄFFER, A. ; EIBERGER, O. ; GREBENSTEIN, M. ; HADDADIN, S. ; CH.OTT, T. W. ; WOLF, S. ; HIRZINGER, G.: Soft Robotics: From Torque Feedback Controlled Lightweight Robots to Intrinsically Compliant Systems. In: *Robotics and Automation Magazine: Special Issue on Adaptable Compliance / Variable Stiffness for Robotic Applications* 15 (2008), Nr. 3, S. 20–30
- [ASOH04] ALBU-SCHÄFFER, A. ; OTT, Ch. ; HIRZINGER, G.: A Passivity Based Cartesian Impedance Controller for Flexible Joint Robots - Part II: Full State Feedback, Impedance Design and Experiments. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2004), S. 2666–2672
- [BA07] BROWN, C.Y. ; ASADA, H.H.: Inter-Finger Coordination and Postural Synergies in Robot Hands via Mechanical Implementation of Principal Components Analysis. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2007, S. 2877–2882
- [BGLH01] BUTTERFASS, J. ; GREBENSTEIN, M. ; LIU, H. ; HIRZINGER, G.: DLR-Hand II: Next Generation of a Dexterous Robot Hand. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2001, S. 109–114
- [CA09] CIOCARLIE, M. ; ALLEN, P.: Hand Posture Subspaces for Dexterous Robotic Grasping. In: *The International Journal of Robotics Research* 28 (2009), Nr. 7, S. 851–867
- [CA10] CIOCARLIE, M. ; ALLEN, P.: Data-driven Optimization for Underactuated Robotic Hands. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2010, S. 1292–1299
- [CGA07] CIOCARLIE, M. ; GOLDFEDER, C. ; ALLEN, P.: Dimensionality reduction for hand-independent dexterous robotic grasping. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2007, S. 3270–3275

- [FSH98] FISCHER, M. ; SMAGT, P. Van D. ; HIRZINGER, G.: Learning Techniques in a Dataglove Based Telemanipulation System for the DLR Hand. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1998, S. 1603–1608
- [GB10] GABICCINI, M. ; BICCHI, A.: On the Role of Hand Synergies in the Optimal Choice of Grasping Forces. In: *Proceedings of Robotics: Science and Systems*, 2010
- [GWH09] GÖRNER, M. ; WIMBÖCK, T. ; HIRZINGER, G.: The DLR Crawler: evaluation of gaits and control of an actively compliant six-legged walking robot. In: *Industrial Robot: An International Journal* 36 (2009), Nr. 4, S. 344–351
- [Hog85] HOGAN, Neville: Impedance Control: An Approach to Manipulation. In: *ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 107 (1985), S. 1–24
- [JW98] Kapitel 8, 11. In: JOHNSON, R. A. ; WICHERN, D. W.: *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall, 1998
- [Kha02] Kapitel 4. In: KHALIL, Hassan K.: *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002
- [MLS94] Kapitel 2, 3, 4, 5. In: MURRAY, Richard M. ; LI, Zexiang ; SASTRY, S. S.: *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, 1994
- [Ott08] Kapitel 2, 3, 4. In: OTT, Christian: *Cartesian Impedance Control of Redundant and Flexible-Joint Robots*. Springer, 2008
- [PMB10] PRATICCHIZZO, D. ; MALVEZZI, M. ; BICCHI, A.: On Motion and Force Controllability of Grasping Hands with Postural Synergies. In: *Proceedings of Robotics: Science and Systems*, 2010, S. 26–36
- [SFS98] SANTELLO, Marco ; FLANDERS, Martha ; SOECHTING, John F.: Postural Hand Synergies for Tool Use. In: *The Journal of Neuroscience* 18 (1998), Nr. 23, S. 10105–10115
- [Sha48] SHANNON, Claude E.: A Mathematical Theory of Communication. In: *The Bell System Technical Journal* 27 (1948), S. 379–423
- [SK08] Kapitel 28. In: SICILIANO, Bruno ; KHATIB, Oussama: *Springer Handbook of Robotics*. Springer, 2008
- [SRS10] SUN, Shao-Chun ; ROSALES, C. ; SUÁREZ, R.: Study of Coordinated Motions of the Human Hand for Robotic Applications. In: *The 2010 IEEE International Conference on Information and Automation*, 2010, S. 776–781

- [SS98] SANTELLO, Marco ; SOECHTING, John F.: Gradual Molding of the Hand to Object Contours. In: *Journal of Neurophysiology* 79 (1998), Nr. 3, S. 1307–1320

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, Benjamin Jahn, dass die von mir am heutigen Tag an der Fakultät für Informatik und Automatisierung eingereichte Bachelorarbeit zum Thema

**„Erweiterte Greifalgorithmen auf Grundlage eines gelenksynergetischen
Impedanzregelungskonzeptes“**

selbstständig verfasst wurde und ich keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt, sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Ilmenau, den 15. August 2011

Benjamin Jahn