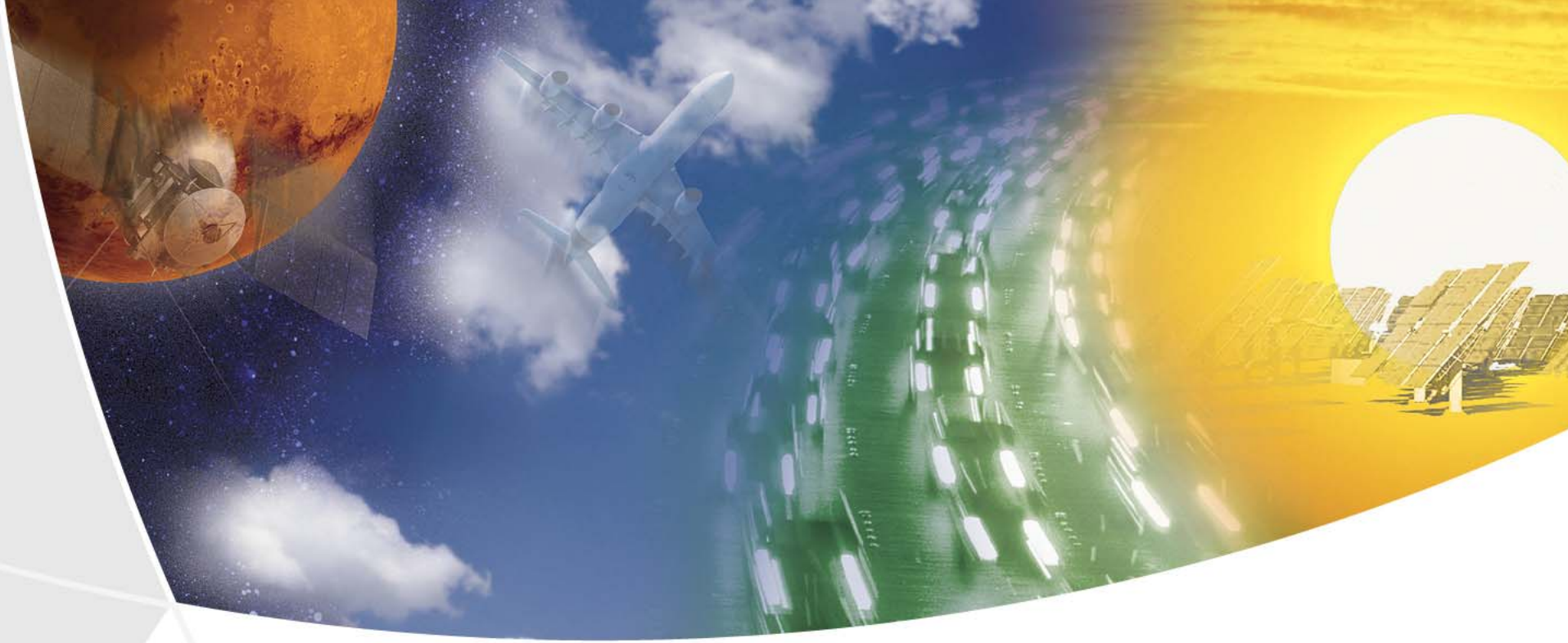


Homogenisierung der thermischen Wärmeleitfähigkeit in offenen Sandwichstrukturen

Tom Spröwitz

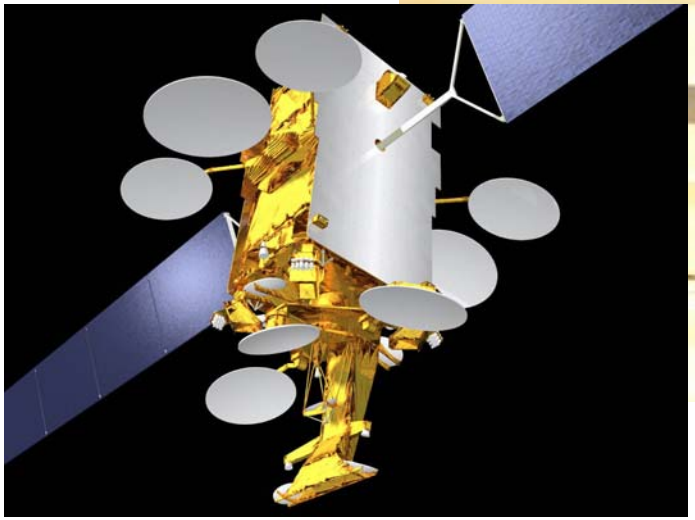
Wissenschaftstag 2006

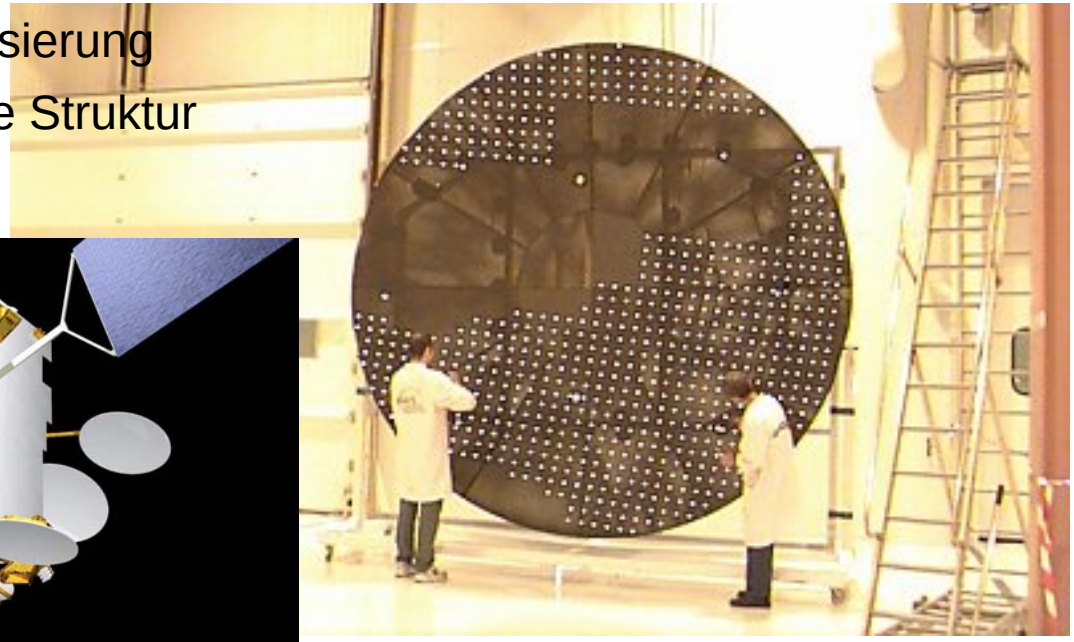
28.09.2006 Braunschweig

DLR Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
in der Helmholtz-Gemeinschaft

Überblick

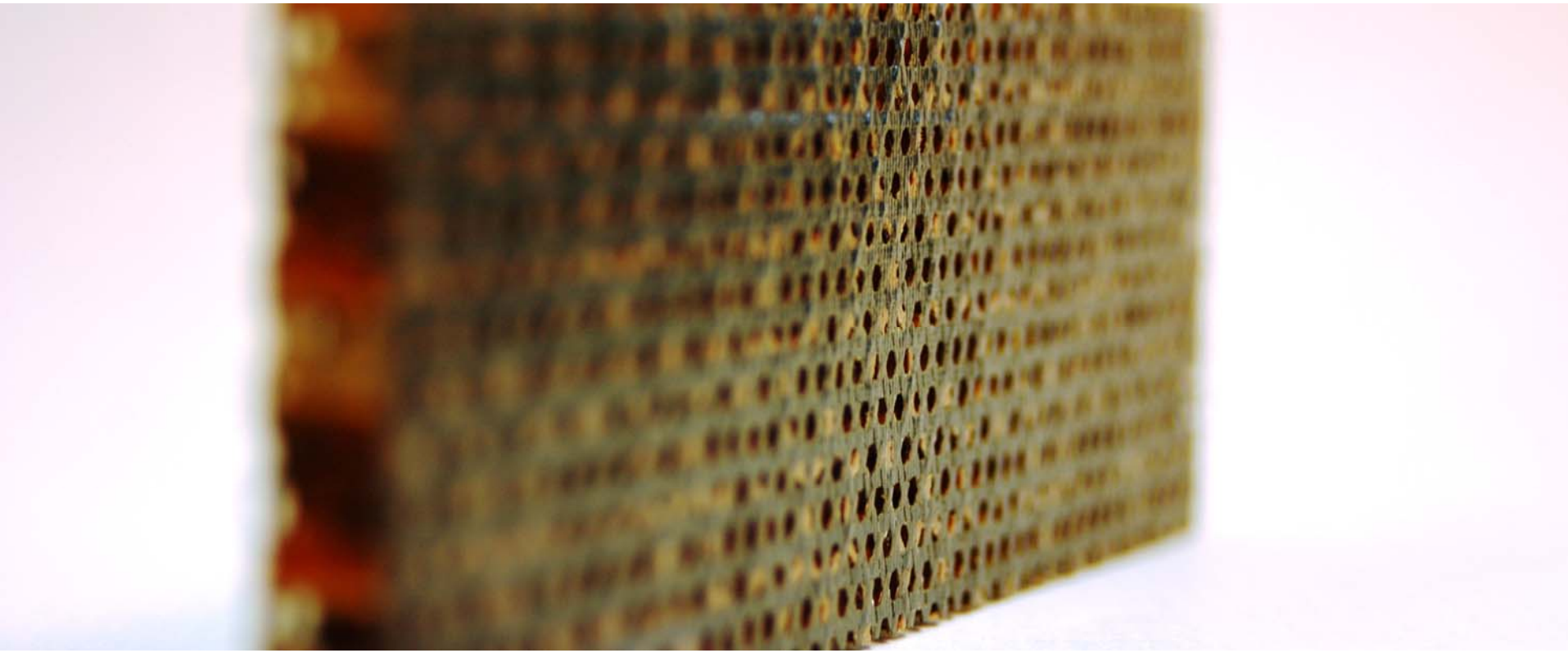
1. Homogenisierung periodischer Strukturen
2. Einheitszelle und Parameterstudien
3. Thermische Homogenisierung
4. Anwendung auf globale Struktur
5. Zusammenfassung





Courtesy of EADS-ST and ESA

Homogenisierung periodischer Strukturen
Motivation



Homogenisierung periodischer Strukturen
Mathematischer Hintergrund

- Randwertproblem derart:

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x)\frac{\partial u(x)}{\partial x_j}\right) = f(x) \quad \text{mit} \quad \Omega \subset R^n \quad \text{und} \quad u = 0 \quad \text{auf} \quad \partial\Omega$$

$$A(x)u(x) = f(x)$$

  - leicht lösbar für konstante oder leicht veränderliche Koeffizienten $a_{ij}(x)$
  - verhältnismäßig schwer lösbar für schnell oszillierende Koeffizienten, da eine sehr feine Unterteilung des zu untersuchenden Gebietes notwendig ist

- Suche nach einer näherungsweisen Lösung durch Ersetzen von $a_{ij}(x)$ mit einer effektiven Koeffizientenmatrix q_{ij}

Homogenisierung periodischer Strukturen
Mathematischer Hintergrund

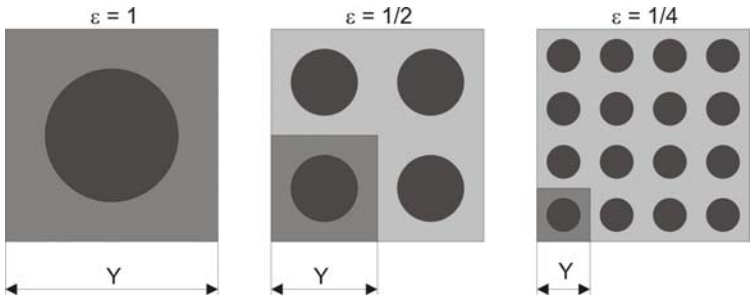
Ersetzen der Koeffizientenmatrix:

- Unterteilung des Gebietes Ω in identische Zellen der Größe Y

- Beschreibung mittels lokaler Variablen $y = x/\varepsilon$ derart, dass

  $$a_{ij}^{\varepsilon}(x) = a_{ij}(x/\varepsilon) = a_{ij}(y)$$

  und unter der Voraussetzung, dass $a_{ij}(x)$ in Y periodisch ist



- für eine bestimmte reelle Zahl $\varepsilon > 0$ soll A^{ε} ein linearer partieller Differentialoperator in Ω sein und es kann das Randwertproblem in Ω gelöst werden

$$A^{\varepsilon} u^{\varepsilon} = f^{\varepsilon}$$

Homogenisierung periodischer Strukturen
Lösung der Homogenisierungsaufgabe

- Asymptotische Mehrskalen-Reihenentwicklung

$$u^{\varepsilon}(x) = u_0(x,y) + \varepsilon u_1(x,y) + \varepsilon^2 u_2(x,y) + \cdots$$

$$f^{\varepsilon}(x) = f_0(x,y) + \varepsilon f_1(x,y) + \varepsilon^2 f_2(x,y) + \cdots$$

- führt auf die homogenisierte Gleichung, welche das Problem beschreibt

$$-q_{ik}\frac{\partial^2 u^{\text{hom}}}{\partial x_i \partial x_k} = \left\langle f^{\text{hom}} \right\rangle$$

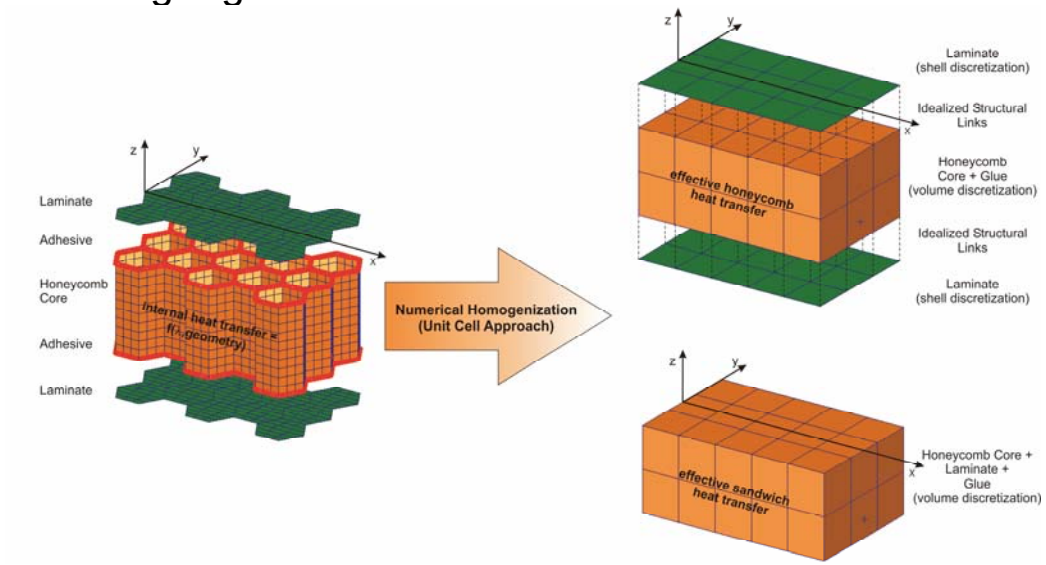
- mit den effektiven Koeffizienten

$$q_{ik} = \left\langle a_{ik} - a_{ij}\frac{\partial \chi^k}{\partial y_j} \right\rangle = \frac{1}{|Y|}\int_Y (a_{ik} - a_{ij}\frac{\partial \chi^k}{\partial y_j})dy$$

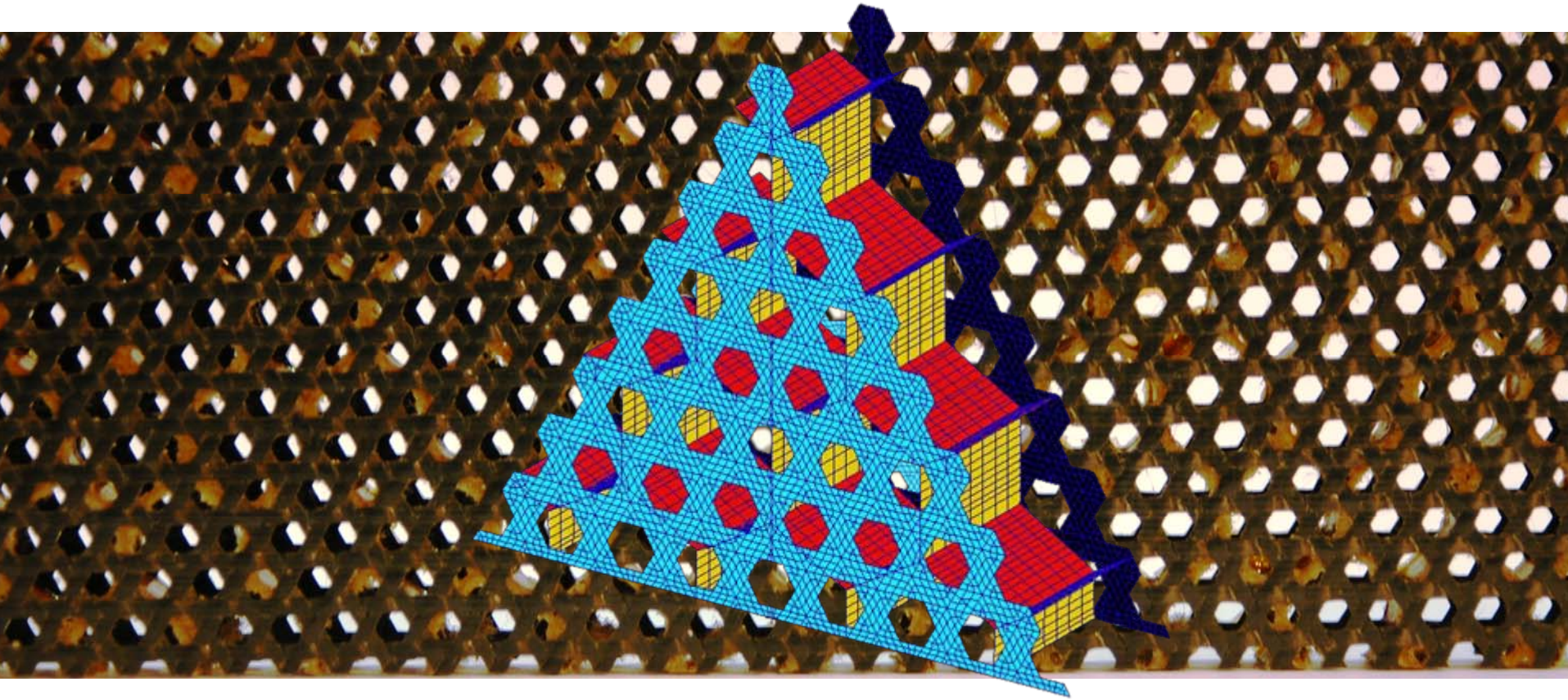
und $\chi^k(y)$ als Lösung auf Basis der Einheitszelle

Homogenisierung periodischer Strukturen
Generelle Vorgehensweise

1. Definition der Einheitszelle und Problemlösung auf Einheitszellenniveau
2. Einsetzen der Lösung des Einheitszellenproblems in Homogenisierungsgleichung
3. Lösung des Gesamtproblems mittels der homogenisierten Gleichung:
   - Einsetzen der equivalenten Parameter in die homogenisierten Gleichungen
   - Aufbringen geeigneter Randbedingungen, die von den realen Randbedingungen abweichen können

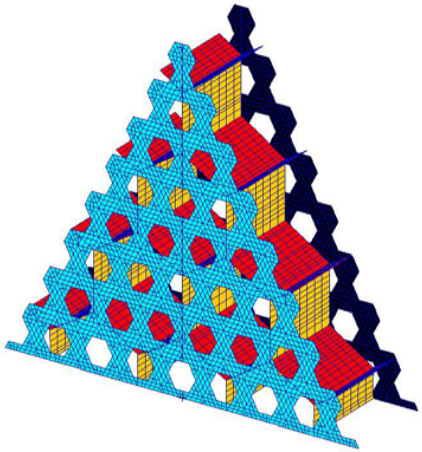


Schritt 1: Einheitszelle und Parameterstudien Einleitung

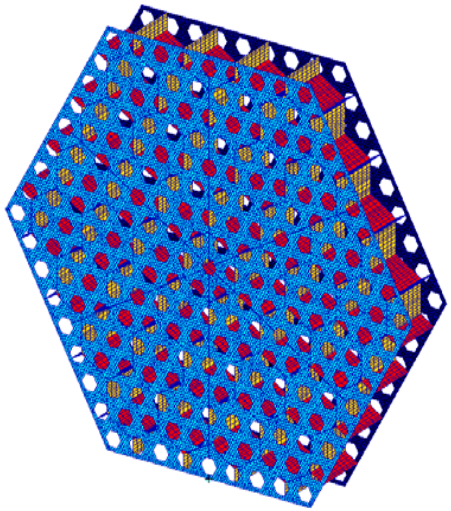


Schritt 1: Einheitszelle und Parameterstudien Annahmen

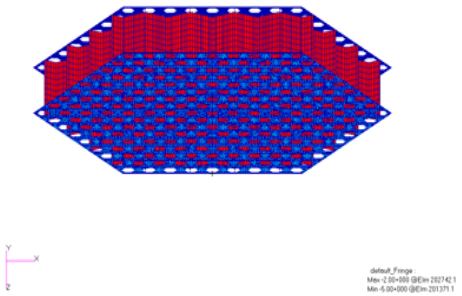
- **Einheitszellen FE-Modell:**
  - kongruente Deckschichtlage
  - ausschließliche Verwendung von Schalenelementen
  - temperaturabhängige Materialparameter
  - ausreichend feine Diskretisierung
  - Sichtfaktorberechung in den Wabenzellen

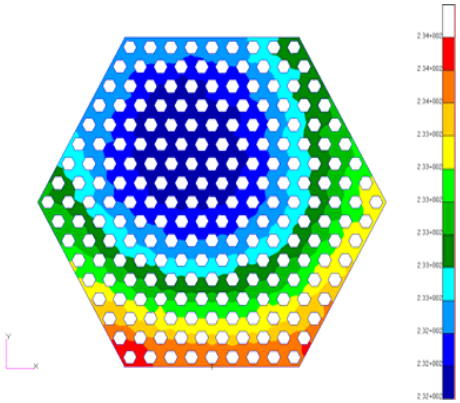


- **Konvergenzstudie:**
  - Minimierung von Randeffekten durch Erhöhung der Anzahl der Wabenzellen
  - homogene Temperaturverteilung in den Deckschichten
  - konstante Temperaturdifferenzen zwischen den Deckschichten

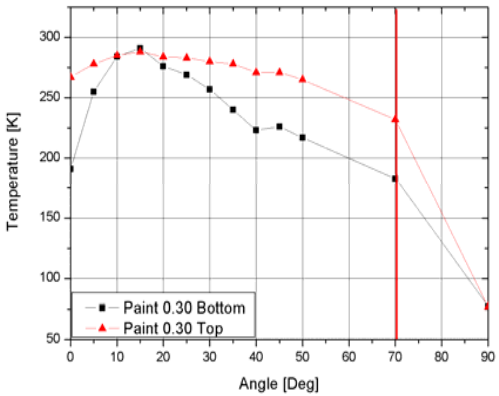


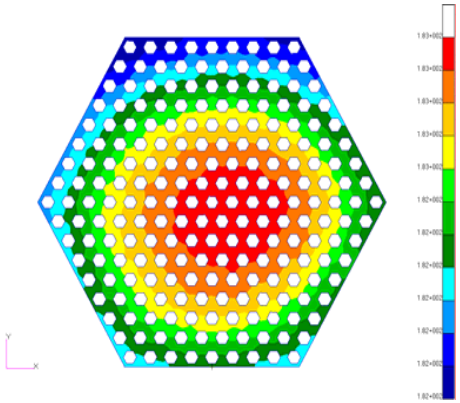
Schritt 1: Einheitszelle und Parameterstudien Temperatur-Einfallswinkel-Verlauf





obere Deckschicht

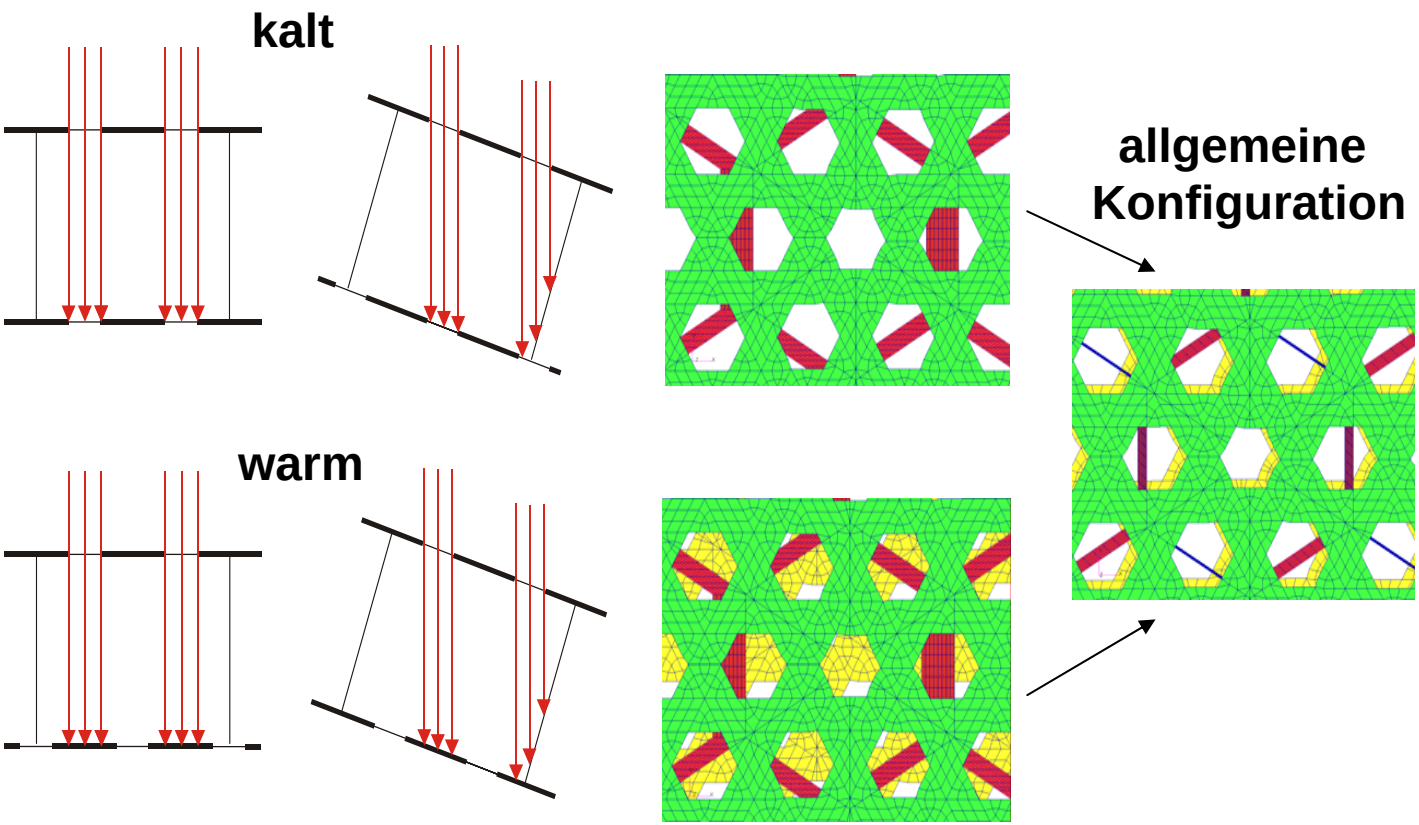




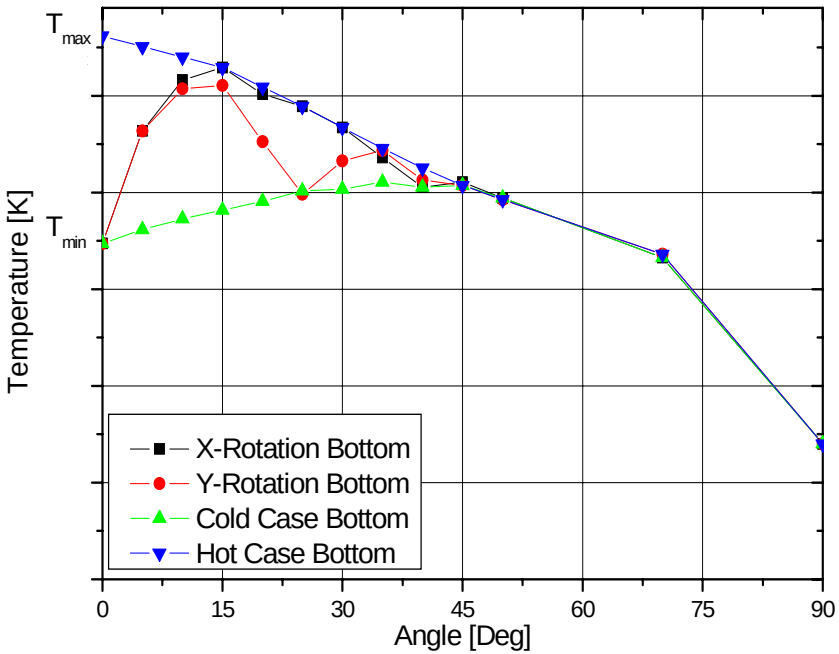
untere Deckschicht

Schritt 1: Einheitszelle und Parameterstudien

- **Kalte und warme Konfigurationen:**

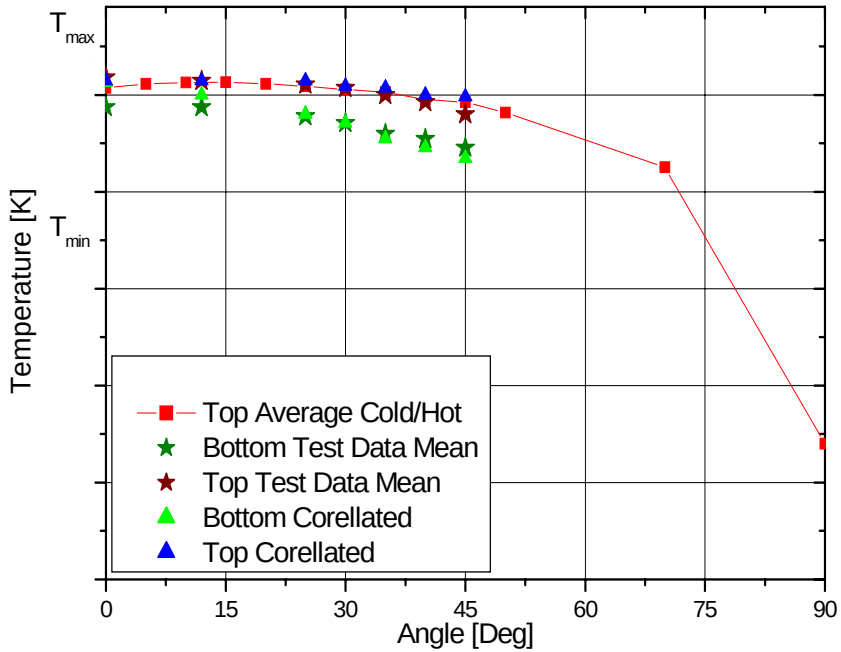


Schritt 1: Einheitszelle und Parameterstudien Testkorrelationsrechnungen



Face Sheet	Minimum ΔT [K]	Maximum ΔT [K]
Bottom	81	136
Top	15	31

Schritt 1: Einheitszelle und Parameterstudien Testkorrelationsrechnungen



Ziel:

Finden einer mittleren Konfiguration die alle möglichen Konfigurationen ausreichend genau abbilden kann

Korrelation:

Annahmen führen im Rahmen der Anforderungen und der zur Verfügung stehenden Testdaten zu guten Übereinstimmungen

Schritt 2: Thermische Homogenisierung Einleitung

- Unterteilung des Wärmetransports in Deckschicht und Wabenkern

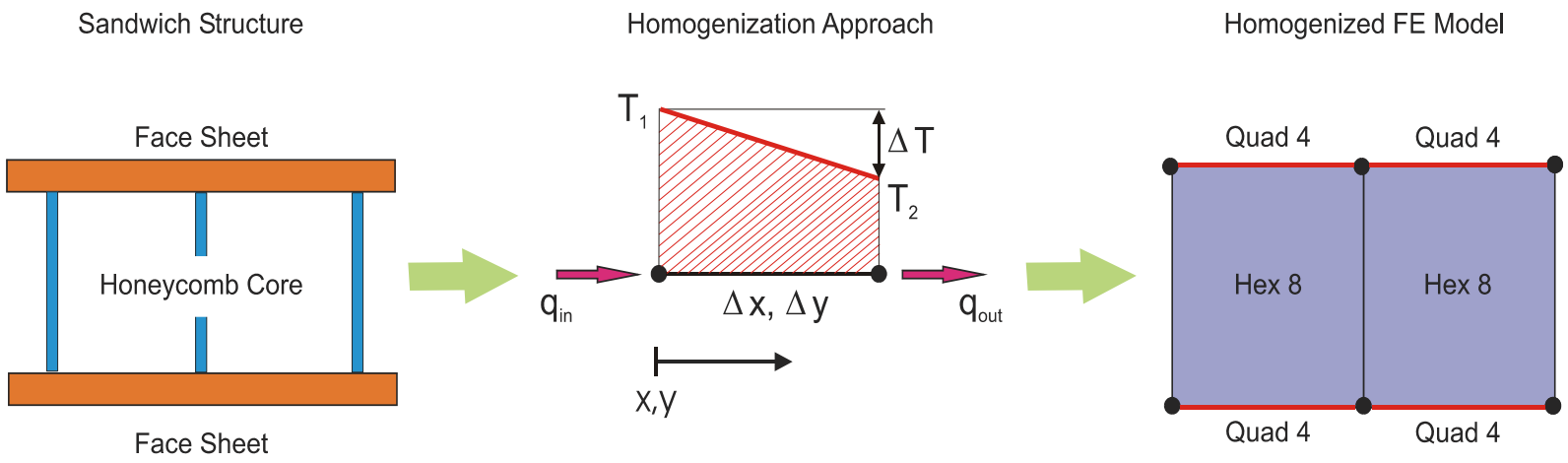
- Deckschichtleitfähigkeiten aus Experimenten vorhanden
- Rechnerische Ermittlung der Wärmeleitfähigkeiten des Wabenkerns als 3D-orthotropes Material

  $\lambda_{eff_x}, \lambda_{eff_y}, \lambda_{eff_z}$ als effektive Leitfähigkeiten

  $q_{Corrective}$ als equivalente Randbedingung

  - zur Ermittlung der Wärmeleitfähigkeiten in der Ebene, Annahme eines konservativen Wärmestroms im Sandwich
  - bei der Ermittlung der Wärmeleitfähigkeiten in Normalenrichtung werden sämtliche Wärmegewinne oder –verluste in betracht gezogen
    - ambiente Strahlung durch Deckschichtöffnungen
    - solare Wärmeströme ins Sandwichinnere (Wabenwände)

Schritt 2: Thermische Homogenisierung
Prinzip der Homogenisierung in der Ebene



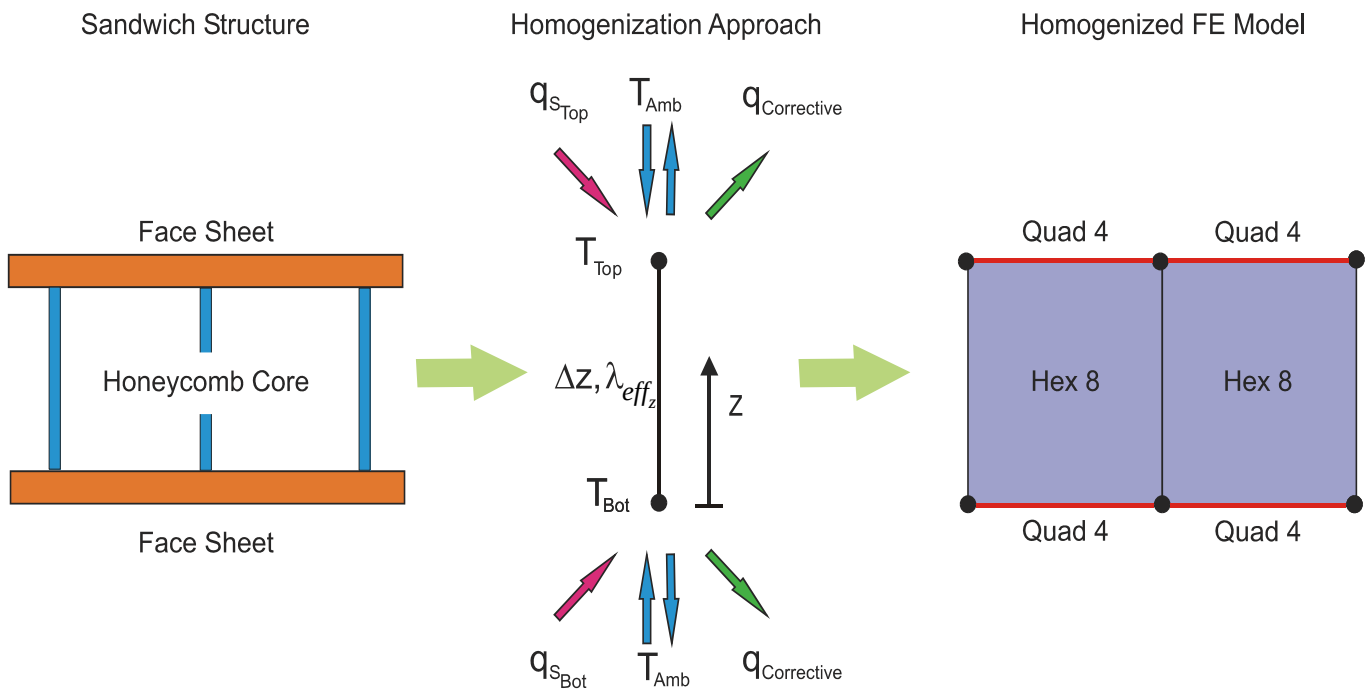
Bekannte Parameter: $q\,,\Delta x\,,\Delta y\,,\Delta T$

Unbekannte Parameter: $\lambda_{eff_x}\,,\lambda_{eff_y}$

Direkte Berechnung der effektiven Wärmeleitfähigkeit mittels des Wärmeleitgesetzes von FOURIER:

$$\lambda_{eff_x} = q_x \frac{dx}{dT_x} \qquad \text{und} \qquad \lambda_{eff_y} = q_y \frac{dy}{dT_y}$$

Schritt 2: Thermische Homogenisierung
Prinzip der Homogenisierung in Normalenrichtung



Bekannte Parameter: $q_{S_{Bot}}, q_{S_{Top}}, T_{Top}, T_{Bot}, \Delta z, \alpha, \varepsilon$

Unbekannte Parameter: $\lambda_{eff_z}, q_{Corrective}$

Schritt 2: Thermische Homogenisierung
Prinzip der Homogenisierung in Normalenrichtung

- Annahme: eindimensionales Wärmeleitelement
- Energiebilanz an den Knoten führt auf Lösung bzgl. der unbekannten Größen

Bilanz Knoten 1:

$$q_{S_{Top}} - q_{Corrective} + \alpha\sigma T_\infty^4 - \varepsilon\sigma T_{Top}^4 - \frac{\lambda_{eff_z}}{h}\left(T_{Top} - T_{Bot}\right) = 0$$

Bilanz Knoten 2:

$$q_{S_{Bot}} - q_{Corrective} + \alpha\sigma T_\infty^4 - \varepsilon\sigma T_{Bot}^4 + \frac{\lambda_{eff_z}}{h}\left(T_{Top} - T_{Bot}\right) = 0$$

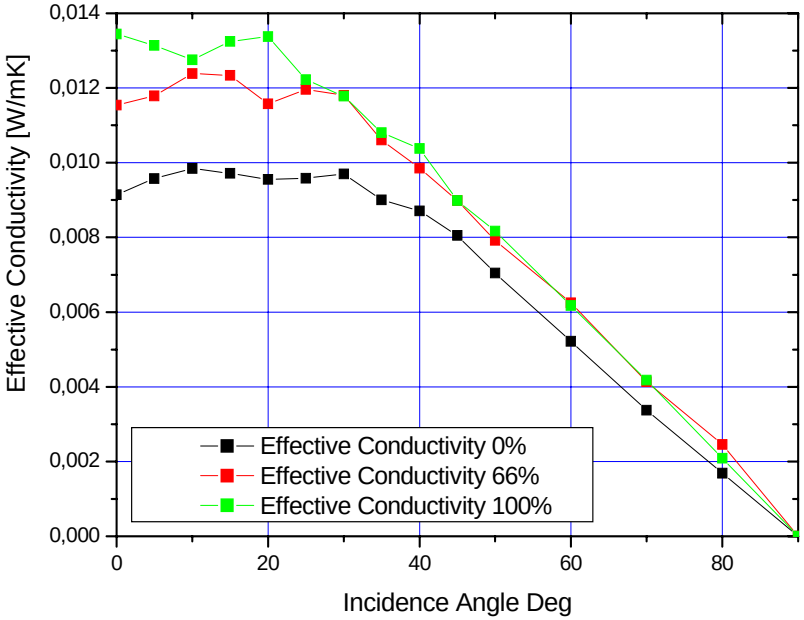
$$q_{Corrective}(\beta) = \frac{1}{2}\left[q_{S_{Top}} + q_{S_{Bot}} - \varepsilon\sigma\left(T_{Top}^4 + T_{Bot}^4\right)\right] + \varepsilon\sigma T_\infty^4$$

$$\lambda_{eff_z}(\beta) = \frac{h}{2\left(T_{Top} - T_{Bot}\right)}\left[q_{S_{Top}} - q_{S_{Bot}} + \varepsilon\sigma\left(T_{Bot}^4 - T_{Top}^4\right)\right]$$

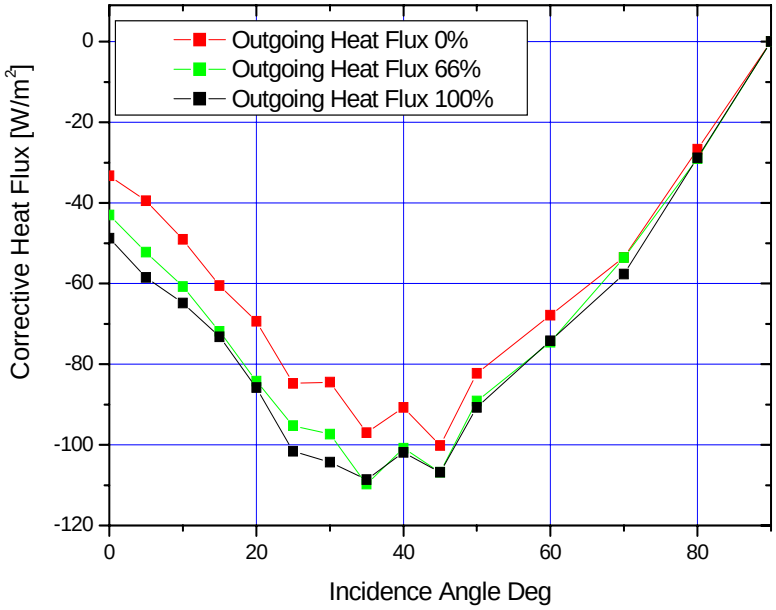
Schritt 2: Thermische Homogenisierung Effektive Parameter und Randbedingungen

- Homogenisierte Materialparameter in Abhängigkeit vom Bestrahlungswinkel

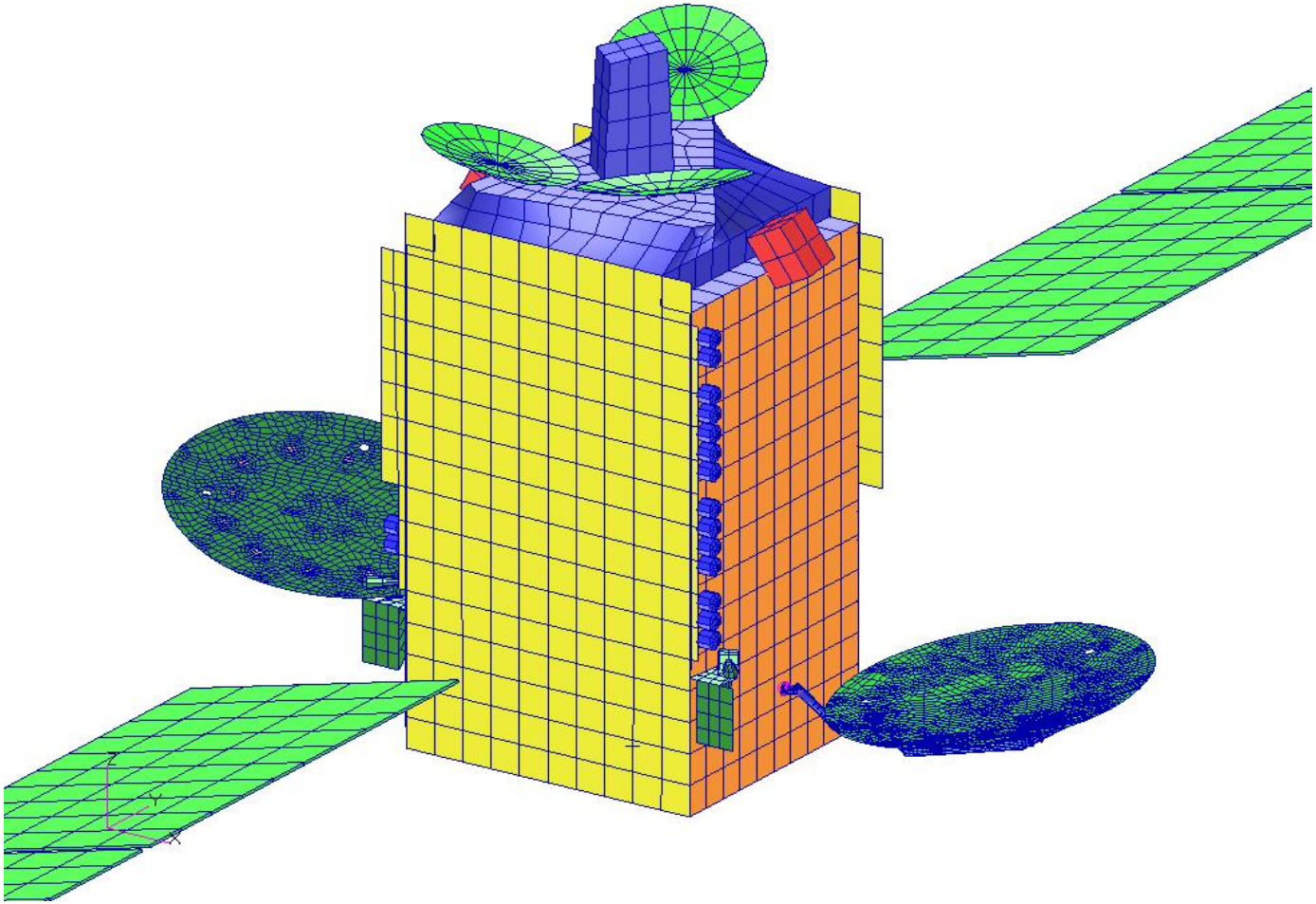
Homogenisierte Wärmeleitfähigkeit λ_{eff_z}



Korrigierender Wärmestrom $q_{Corrective}$

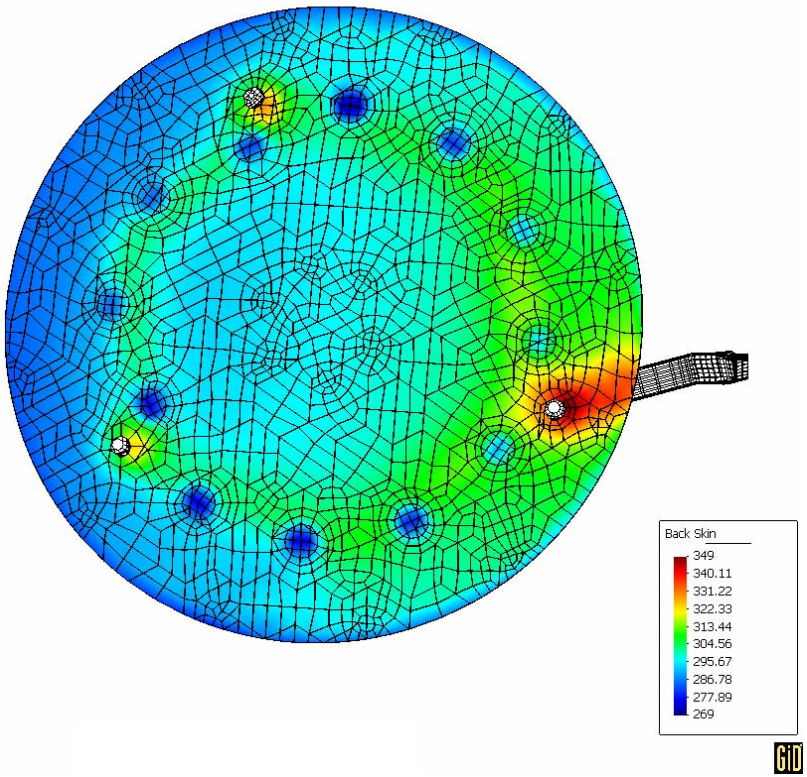


Schritt 3: Anwendung auf globale Struktur
Globales Satellitenmodell

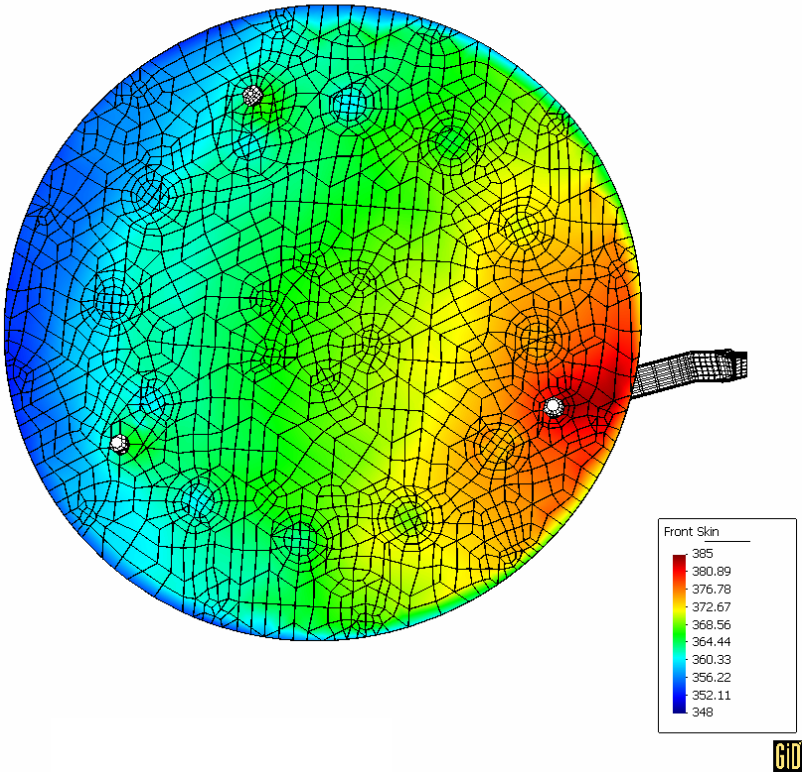


Schritt 3: Anwendung auf globale Struktur Temperaturfelder in Equinox 11.00Uhr

untere Deckschicht



obere Deckschicht



Zusammenfassung

- Ziel: Beschreibung der effektiven Wärmeleitfähigkeit von perforiertem Sandwichmaterial und die Anwendung auf eine Raumfahrtstruktur

- Mathematische Grundlagen für die Homogenisierung und Ableitung der Vorgehensweise zur Lösung des vorliegenden Problems
- Bestimmen der notwendigen Parameter zur Homogenisierung auf Basis einer Einheitszelle mittels der Methode der Finiten Elemente
- Ableitung einer Homogenisierungsvorschrift, welche unbekannte oder schwer beschreibbare Größen in einem Korrekturterm auffängt
- Anwendung der Resultate der Homogenisierung auf einen Satellitenreflektor für ausgewählte Maximallastfälle im GEO