

Diplomarbeit

**Simulation eines
Parabolrinnen-
kollektors mit direkter
Dampferzeugung**

Marc Röger

Simulation eines Parabolrinnenkollektors mit direkter Dampferzeugung

Diplomarbeit

angefertigt von
cand. utech. Marc Röger
Theodor-Storm-Str. 15
70197 Stuttgart
Matr. Nr.: 1746619

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. A. Voß, Dr.-Ing. G. Weinrebe, IER
Dipl.-Ing. M. Eck, Dipl.-Ing. W.-D. Steinmann, DLR
Dr.-Ing. E. Lüpfer, PSA Almería

Studienrichtung: Umweltschutztechnik
1. Vertiefungsfach: Energie und Umwelt II
2. Vertiefungsfach: Biologische und Chemische Verfahrenstechnik II
3. Vertiefungsfach: Grundwasserwirtschaft, Boden- und Grundwasserschutz II

Beginn der Arbeit: 01. Februar 2000
Ende der Arbeit: 31. Juli 2000

Institut für Energiewirtschaft und Rationelle Energieanwendung, Stuttgart
Prof. Dr.-Ing. A. Voß
Abteilung Neue Energietechnologien und Technikanalyse (NET)
PD Dr.-Ing. M. Kaltschmitt

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis.....	III
Tabellenverzeichnis	V
Formelzeichen	VI
Kurzfassung.....	XI
Abstract.....	XII
1 Einleitung.....	1
2 Solarthermische Stromerzeugung durch Parabolrinnenkraftwerke	3
2.1 Aufbau eines Parabolrinnenkollektors	3
2.2 Bestehende Parabolrinnen-Kraftwerke	4
2.3 Solare Hochdruck-Direktverdampfung in Parabolrinnenkraftwerken	4
3 Mathematisch-Physikalisches Modell der Komponenten	7
3.1 Die Zweiphasenströmung in horizontalen Verdampferrohren.....	7
3.1.1 Strömungsformen der horizontalen Zweiphasenströmung.....	7
3.1.2 Strömungsformenkarten	10
3.1.3 Grundlegende Beziehungen und Definitionen	11
3.2 Modell des instationären Absorberrohres	13
3.2.1 Modell der Fluidströmung.....	13
3.2.1.1 Erhaltungsgleichungen	13
3.2.1.2 Reibungsdruckverlust.....	26
3.2.2 Modell der Rohrwand.....	33
3.2.3 Modelle für die Wärmeübergänge.....	34
3.2.3.1 Phasenverteilungsmodell.....	35
3.2.3.2 Wärmeübergang an der inneren Rohrwand.....	41
3.2.3.3 Wärmeübertragung an der äußeren Rohrwand.....	48
3.3 Modelle weiterer Komponenten.....	51
3.3.1 Kollektoroptik.....	51
3.3.2 Regler.....	54
3.3.3 Ventile	54
3.3.4 Düse.....	57
3.3.5 Pumpe.....	57
3.3.6 Abscheidebehälter	58

4 Umsetzung des Modells in Modelica	60
4.1 Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen	60
4.1.1 Finite-Differenzen	60
4.1.2 Verwendete Diskretisierungsschemata	60
4.1.3 Genauigkeit diskretisierter Gleichungen – numerische Diffusion	63
4.2 Objektorientierte Modellierung physikalischer Systeme mit Modelica	66
5 Modellvalidierung und dynamische Simulation eines Kollektors	69
5.1 Validierung des instationären Kollektormodells	69
5.2 Kollektor im Verdampferabschnitt	71
5.3 Kollektor im Überhitzerabschnitt	74
5.4 Kollektoren mit wanderndem Verdampfungsanfangspunkt	77
6 Dynamische Simulation der DISS-Testanlage	83
7 Zusammenfassung und Ausblick	86
8 Literaturverzeichnis	88

Anhang

A Gleichungen für das heterogene Modell	93
B Umformungen zu den Erhaltungsgleichungen	94
C Finite-Differenzen-Schemata	97
D Erläuterungen zu den Eigenschaften diskretisierter Gleichungen	99
D.1 Konsistenz	100
D.2 Stabilität	100
D.3 Konvergenz	102
E Erläuterungen zur numerischen Dissipation und Dispersion	103
E.1 Modifizierte Gleichungen	103
E.2 Genauigkeitsuntersuchung durch erweiterte Stabilitätsanalyse	103
F Klassendiagramme	108

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1-1:	SEGS-Kraftwerke III-VII bei Kramer Junction, Kalifornien	2
Abb. 2-2:	LS-3-Kollektor.....	3
Abb. 2-3:	Darstellung eines Absorberrohres	3
Abb. 2-4:	Schematische Darstellung der drei Grundkonzepte der Direktverdampfung	5
Abb. 2-5:	Kollektorstrang der DISS-Testanlage auf der PSA	6
Abb. 3-1:	Zweiphasen-Strömungsformen in einem horizontalen Rohr.....	8
Abb. 3-2:	Wassertransport durch Entrainment	9
Abb. 3-3:	Taitel-Dukler-Diagramm.....	10
Abb. 3-4:	Bezeichnungen zur Beschreibung von Schicht- Wellen- und (offenen/ge- schlossenen) Ringströmungen	13
Abb. 3-5:	Bilanzraum für die Erhaltungsgleichungen der Fluidströmung	14
Abb. 3-6:	Verlauf der Charakteristiken für die Eulergleichungen.....	21
Abb. 3-7:	Verlauf der Charakteristiken für die vereinfachten Eulergleichungen.. ..	24
Abb. 3-8:	Reibungsdruckverluste der Ein- und Zweiphasenströmung für verschiedene Massenströme	30
Abb. 3-9:	Reibungsdruckverluste der Ein- und Zweiphasenströmung für verschiedene Drücke	30
Abb. 3-10:	Vergleich des Zweiphasen-Druckverlustmodells von Lockart-Martinelli mit dem vom ZSW entwickelten Modell.....	31
Abb. 3-11:	Relative Abweichung der gemittelten Werte des Lockart-Martinelli-Modells vom Zweiphasen-Druckverlustmodell des ZSW.....	32
Abb. 3-12:	Rohrsegment mit den beschreibenden Größen, Randbedingungen und Glei- chungen der geometrischen Zusammenhänge.....	33
Abb. 3-13:	Vergleich verschiedener Modellansätze für den volumetrischen Dampf- gehalt	37
Abb. 3-14:	Dimensionslose statische Flüssigkeitshöhe h_f/d_i	38
Abb. 3-15:	Benetzungshöhe h_{ben} , obere Wellenhöhe h_{f+} und korrigierte, statische Flüs- sigkeitshöhe $h_{f,korr}$ der unbeheizten Zweiphasenströmung.....	40
Abb. 3-16:	Benetzungshöhe h_{ben} , obere Wellenhöhe h_{f+} und korrigierte, statische Flüs- sigkeitshöhe $h_{f,korr}$ der beheizten Zweiphasenströmung.....	40
Abb. 3-17:	Vergleich der Wärmeübergänge von Goebel und Gungor & Winterton für die benetzte Rohrwand bei einem Massenstrom von 0,3 kg/s.....	45
Abb. 3-18:	Vergleich der Wärmeübergänge von Goebel und Gungor & Winterton für die benetzte Rohrwand bei einem Massenstrom von 0,6 kg/s.....	45
Abb. 3-19:	Vergleich der Wärmeübergänge von Gnielinsky und Gungor & Winterton für die benetzte Rohrwand bei schwach und nicht bestrahlten Rohren.....	46
Abb. 3-20:	Gemittelter Wärmeübergangskoeffizient	48
Abb. 3-21:	Vergleich der exakten und genäherten Berechnung der Abstrahlung; Energieströme der äußeren Rohrwand	50
Abb. 3-22:	Wirkungsplan eines Reglers und dazugehörige Größen.....	54
Abb. 3-23:	Simulierte Ventilkennlinien.....	56

Abb. 4-1:	Ausbreitung eines Rechteckimpulses der Temperatur in adiabater Strömung (ohne Rohrwand).....	64
Abb. 4-2:	Ausbreitung eines Rechteckimpulses der Temperatur in adiabater Strömung (ohne Rohrwand) für verschiedene Diskretisierungsschemata.....	65
Abb. 4-3:	Übertragungsverhalten eines Rechteckimpulses der Temperatur in adiabater Strömung (ohne Rohrwand) für verschieden feine Diskretisierungen.....	66
Abb. 4-4:	Klassendiagramm für die Druckverlustmodelle	67
Abb. 5-1:	Bezeichnungen der Randbedingungen für den simulierten Kollektor.....	69
Abb. 5-2:	Vergleich des instationären Kollektormodells mit dem Referenzmodell von /Steinmann 1998/ im Verdampferabschnitt	70
Abb. 5-3:	Vergleich des instationären Kollektormodells mit dem Referenzmodell von /Steinmann 1998/ im Überhitzerabschnitt	71
Abb. 5-4:	Spezifische Enthalpieänderung am Austritt eines Verdampferkollektors nach einer sprungförmigen Erhöhung der spezifischen Eintrittsenthalpie.....	72
Abb. 5-5:	Spezifische Enthalpieänderung am Austritt eines Verdampferkollektors nach einer sprungförmigen Erhöhung des Eintrittsmassenstromes.....	73
Abb. 5-6:	Spezifische Enthalpieänderung am Austritt eines Verdampferkollektors nach einer sprungförmigen Erniedrigung des Einspritzmassenstromes.....	74
Abb. 5-7:	Temperaturänderung innerhalb eines Überhitzerkollektors nach einer sprungförmigen Erhöhung der Eintrittstemperatur.....	75
Abb. 5-8:	Temperaturänderung am Austritt eines Überhitzerkollektors nach einer sprungförmigen Erhöhung des Eintrittsmassenstromes.....	76
Abb. 5-9:	Temperaturänderung innerhalb eines Überhitzerkollektors nach einer sprungförmigen Erniedrigung des Einspritzmassenstromes.....	77
Abb. 5-10:	Randbedingungen und stationäre Fluidzustände für die Untersuchung eines Kollektors, in dem sich der Verdampfungsanfangspunkt befindet.....	78
Abb. 5-11:	Massenströme bei einer sprungartigen Zunahme der Einstrahlung an einem Kollektor, in dem sich der Verdampfungsanfangspunkt befindet.....	79
Abb. 5-12:	Massenströme bei einem sprungartigen Rückgang der Einstrahlung an einem Kollektor, in dem sich der Verdampfungsanfangspunkt befindet.....	80
Abb. 5-13:	Randbedingungen und stationäre Fluidzustände für die Untersuchung eines Absorberstrangabschnittes bei teilweiser Abschattung.....	81
Abb. 5-14:	Änderung der spezifischen Enthalpie innerhalb eines Absorberrohrabschnittes bei teilweiser Abschattung.....	82
Abb. 6-1:	Verschaltung der DISS-Testanlage für die Tests vom 30.06.2000 und 03.07.2000.....	83
Abb. 6-2:	Temperaturverläufe vom 30.06.2000 bei Variation des Massenstromes.....	83
Abb. 6-3:	Verlauf des Druckverlustes vom 30.06.2000 über die Überhitzerkollektoren 10 und 11.....	84
Abb. 6-4:	Temperaturverläufe vom 03.07.2000 beim Defokussieren von Kollektoren.....	85
Abb. D-1:	Veranschaulichung des Courant-Friedrichs-Lewy-Kriterium	101
Abb. E-1:	Betrag des Verstärkungsfaktors für verschiedene Courant-Zahlen	106
Abb. E-2:	Relativer Phasenfehler für verschiedene Courant-Zahlen	106

Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1:	Kenndaten der kalifornischen Parabolrinnenkraftwerke SEGS I-IX.....	4
Tabelle 3-1:	Möglichkeiten für die Aufbringung der Randbedingungen des vereinfachten Gleichungssystems der Strömung.....	24
Tabelle 3-2:	Vergleich des vom ZSW entwickelten Zweiphasen-Druckverlustmodells mit den gemittelten Werten des Modells von Lockart-Martinelli	32
Tabelle 3-3:	Überblick über den Einsatz der verschiedenen Wärmeübergangsmodelle.....	47
Tabelle 3-4:	Geometriedaten des auf der PSA vermessenen, modifizierten LS-3-Kollektors und für die Simulation angenommene Kollektordaten.	53
Tabelle 4-1:	Überblick über gebräuchliche Finite-Differenzen-Schemata.	60
Tabelle C-1:	Explizite Finite-Differenzen-Schemata	97
Tabelle C-2:	Implizite Finite-Differenzen-Schemata.	98
Tabelle C-3:	Mehrschrittverfahren	98

Formelzeichen

Große lateinische Buchstaben

Symbol	Bezeichnung	Einheit
A	Fläche	m^2
\mathbf{A}	Matrix des Differenzialgleichungssystems der Fluidströmung	
B	Breite	m
Bo	Boiling-Number	-
\mathbf{C}	Transformationsmatrix	
C	Courant-Zahl	-
C	Faktor zur Berechnung des Rohrreibungsbeiwertes	-
C, C^{**}	Verlustbeiwerte für Düsen	-
D_e	Dämpfungsglied	
E	Abbruch-Fehler	
E	Enhancement-Faktor	-
\mathbf{E}	Einheitsmatrix	-
F	implizite Funktion	-
Fr	Froude-Zahl	-
G	Parameter im Taitel-Dukler-Diagramm	-
G	Verstärkungsfaktor	-
H	Ventilstellung	-
I_{dir}	Direkte Solarstrahlung	W/m^2
K	Parameter im Taitel-Dukler-Diagramm	-
K	Regelparameter	-
K_{IAM}	Incident Angle Modifier	-
L	Länge	m
M	Masse	kg
\dot{M}	Massenstrom	kg/s
M_w	Molgewicht	kg/kmol
Nu	Nusselt-Zahl	-
P	Leistung	W
P	Wellenzahl	1/m
Pr	Prandtl-Zahl	-
Re	Reynolds-Zahl	-
S	Schlupf	-
S	Suppression-Faktor	-
T	Thermodynamische Temperatur	K
T_{sky}	Himmelstemperatur	K
T_{amb}	Umgebungstemperatur	K
U	Umfangslänge	m
V	Volumen	m^3
\dot{V}	Volumenstrom	m^3/s
X	Martinelli-Parameter	-

Kleine lateinische Buchstaben

Symbol	Bezeichnung	Einheit
a	Schallgeschwindigkeit	m/s
a	Parameter in hyperbolischer Differenzialgleichung für Diskretisierungs-Schemata	
c_p	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck	J/kg K
c_s	spezifische Wärmekapazität der Rohrwand	J/kg K
\vec{c}	Spaltenvektoren der Transformationsmatrix C	
d	Durchmesser	m
\vec{d}	Vektor für rechte Seite des Gleichungssystems der Fluidströmung	
d_h	hydraulischer Durchmesser	m
f_1, f_2	Hilfsfunktionen zur Bestimmung des Wärmeübergangs	-
g	Erdbeschleunigung	kg/m ² s
h	Höhe	m
h	spezifische Enthalpie	kJ/kg
h_f	statische Flüssigkeitshöhe	m
h_{f+}	dynamische Flüssigkeitshöhe (obere Wellenhöhe)	m
h_{film}	Filmhöhe	m
i	komplexe Zahl $\sqrt{-1}$	-
k	Rohrrauhigkeit	m
k_{V0}	Ventilkennwert	[m ³ /h]
k_{VS}	Ventilkennwert	[m ³ /h]
k_{Vdist}	numerischer Ventilkennwert	[m ³ /h]
l	Längenbezeichnung für Rohrsegmente	m
l	Füllhöhe eines Behälters	m
\dot{m}	Massenstromdichte	kg/m ² s
$\dot{m}_{g,Umschlag}$	Mindestdampfmassenstromdichte für Ringströmung	kg/m ² s
n	Exponent zur Berechnung des Rohrreibungsbeiwertes	-
n	Ventilkennwert	-
p	Druck	bar
\dot{q}	Wärmestromdichte	[W/m ²]
t	Zeit	s
u	spezifische innere Energie	kJ/kg
v	spezifisches Volumen	m ³ /kg
v	Variable für Diskretisierungs-Schemata	
w	Führungsgröße (Sollwert)	
w	Geschwindigkeit	m/s
x	Regelgröße	
x	Massendampfgehalt	-
\dot{x}	Strömungsmassendampfgehalt	-
y	Stellgröße	
z	Längenkoordinate	m

Griechische Buchstaben

Symbol	Bezeichnung	Einheit
α	Absorptionsgrad	-
α	Wärmeübergangskoeffizient	W/m ² K
β	Winkel für Wandsegment	-
γ	Intercept-Faktor	-
Δ	Differenz	-
δ	Dicke	m
ε	Emissivität	-
ε	Dämpfungskoeffizient	-
ε	volumetrischer Dampfgehalt	-
$\dot{\varepsilon}$	volumetrischer Strömungsdampfgehalt	-
ζ	Rohrreibungsbeiwert	-
ζ_{0g}	Summand für Rohrreibungsbeiwert der Dampfphase	-
η	Wirkungsgrad	-
η	dynamische Viskosität	kg/m s
Θ	Phasenwinkel	-
θ	Einfallswinkel der Solarstrahlung zur Kollektornormalen	-
ϑ	Temperatur	°C
λ	Eigenwert der Matrix A	-
λ	Wärmeleitfähigkeit	W/m K
λ	Wellenlänge	m
ν	kinematische Viskosität	m ² /s
ξ	komplexer Fourierkoeffizient	-
ρ	Dichte	kg/m ³
ρ	Reflektivität	-
σ	Oberflächenspannung	N/m
σ	Stefan-Boltzmann-Konstante	W/m ² K ⁴
τ	Schubspannungskräfte	N
τ	Transmissionsgrad	-
Φ	Phasenwinkel des Verstärkungsfaktors	-
Φ	Zweiphasenmultiplikator	-
φ	Neigungswinkel des Rohres	-
φ	Umfangswinkel	-

Indizes

Symbol	Bezeichnung
<i>a</i>	außen
<i>a</i>	Austritt
<i>abs</i>	absorbiert
<i>amb</i>	Umgebung
<i>ben</i>	benetzt
<i>bestr</i>	bestrahlt
<i>BS</i>	Blasensieden
<i>dir</i>	direkt
<i>e</i>	Eintritt
<i>e</i>	exakt
<i>eff</i>	effektiv
<i>f</i>	flüssig
<i>g</i>	gasförmig
<i>gain</i>	gewonnen
<i>ges</i>	gesamt
<i>gl</i>	gleichprozentig
<i>HCE</i>	Heat Collecting Element
<i>hf</i>	statische Flüssigkeitshöhe
<i>i</i>	innen
<i>i</i>	Zählindex
<i>inj</i>	Einspritzung (injection)
<i>ins</i>	Isolierung (insulation)
<i>IR</i>	Integral-Regler
<i>is</i>	isentrop
<i>k</i>	Stützstelle der Ortsdiskretisierung
<i>k</i>	Zählindex
<i>Koll</i>	Kollektor
<i>Konv</i>	Konvektion
<i>konz</i>	konzentriert
<i>korr</i>	korrigiert
<i>lin</i>	linear
<i>loss</i>	Verlust
<i>m</i>	gemittelt
<i>mot</i>	Motor und Getriebe
<i>opt</i>	optisch
<i>P</i>	Pumpe
<i>PR</i>	Proportional-Regler
<i>quer</i>	Querschnitt
<i>q̇</i>	beheizt
<i>R</i>	Reibung
<i>rev</i>	reversibel
<i>s</i>	isentrop

<i>s</i>	Rohrwand (solid)
<i>s</i>	solar
<i>S</i>	Strahlung
<i>tech</i>	technisch
<i>teilben</i>	teilbenetzt
<i>tt</i>	beide Phasen turbulent
<i>unbeh</i>	unbeheizt
<i>V</i>	Ventil
<i>W</i>	Wand
<i>zu</i>	zugeführt
*	Verwendung im Zweiphasengebiet mit veränderter Reynolds-Zahl und hydraulischem Durchmesser
<i>0</i>	bei Einheitsbedingungen für Ventile
<i>0</i>	bei senkrechtem Einfall der Strahlung
<i>0f</i>	Leerrohrgröße der Flüssigphase
<i>0g</i>	Leerrohrgröße der Gas-/Dampfphase
<i>2ph</i>	zweiphasig

Hochgestellt

Symbol	Bezeichnung
<i>n</i>	Stützstelle der Zeitdiskretisierung
*	modifiziert
'	gesättigt (flüssig)
''	gesättigt (gasförmig)
→	Vektor
-1	inverse Matrix

Abkürzungen

Symbol	Bezeichnung
CIEMAT	Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
DISS	Direct Solar Steam
DYMOLA	Dynamic Modeling Laboratory (Simulationsumgebung)
GUDE	Grundlegende Untersuchungen zur Direktverdampfung nach dem Einspritzkonzept
HCE	Heat Collecting Element
HIPRESS	High Pressure Experiments on Solar Steam
LS	LUZ-System (Bezeichnung der Parabolrinnen-Kollektoren der Firma LUZ)
PSA	Plataforma Solar de Almería
SEGS	Solar Electric Generating System
ZSW	Zentrum für Sonnenenergie- und Wasserstoff-Forschung

Kurzfassung

Simulation eines Parabolrinnenkollektors mit direkter Dampferzeugung

In dieser Arbeit wird eine Modellbibliothek für die Simulation eines Parabolrinnenkollektors mit direkter Dampferzeugung in den Absorberrohren erstellt. Die Bibliothek ist in der vereinfachten, objektorientierten Simulationssprache für die Modellierung physikalischer Systeme „Modelica“ verfasst. Die Übersetzung von Modelica in C-Quellcode wird durch die Simulationsumgebung „Dymola“ bewerkstelligt.

Die Simulation der Wasser-Dampf-Zweiphasenströmung erfolgt unter Verwendung eines homogenen Gleichgewichtsmodelles. Mit Hilfe der Theorie der Charakteristiken werden die die Fluidströmung beschreibenden, partiellen Differenzialgleichungen vereinfacht und das Verhalten der neuen Gleichungen untersucht. Die eingesetzten Modelle für die Phasenverteilung, der Wärmeübergänge und des Druckverlustes werden vorgestellt. Verschiedene Diskretisierungsverfahren der Finite-Differenzen für die Erhaltungsgleichungen der Fluidströmung werden untersucht und deren Eigenschaften theoretisch erläutert. Die Validation des erstellten Modelles erfolgt durch ein bereits bestehendes Modell und durch Messungen an einer Testanlage.

Es wird das dynamische Verhalten einzelner Verdampfer- und Überhitzerkollektoren nach sprunghaften Änderungen in der Einstrahlung, dem Eintrittsmassenstrom, der spezifischen Eintrittsenthalpie und dem Einspritzmassenstrom simuliert. In einer weiteren Simulation erfolgt die Untersuchung eines Kollektorstücks, in dem sich der Verdampfungsanfangspunkt befindet. Im letzten Kapitel wird der Überhitzerbereich einer Testanlage für solare Direktverdampfung im Rezirkulationskonzept mit realen Randbedingungen simuliert. Die durchgeführten Simulationen haben eher exemplarischen Charakter als den einer detaillierten Untersuchung der Dynamik eines solaren Dampferzeugersystems. Im Vordergrund der Arbeit steht die Erstellung der Modellbibliothek.

Abstract

Simulation of a Parabolic Trough Collector with Direct Steam Generation

In this diploma thesis, a model library for the simulation of a parabolic trough collector with direct steam generation in the absorber tubes is created. The model library is written in Modelica, a unified object-oriented language for physical systems modelling. The translation of the Modelica-code into C-code is performed by the simulation programme Dymola.

The modelling of the two-phase flow is done under the assumption of a homogenous equilibrium model. By means of the theory of characteristics the underlying partial differential equations of flow are simplified and the changed properties of the resulting, simplified equations are examined. The used models for the phase distribution, the heat transfer and the pressure drop are presented. Different finite difference schemes for the discretization of the conservation equations of fluid flow are investigated and their properties are explained theoretically. The validation of the collector model is done by means of an already existing, validated model and by comparison with measurements of a test facility.

Some simulations are performed for examining the dynamic behaviour of a single collector of the evaporator and superheater section after a step change in irradiation, inlet mass flow, inlet specific enthalpy and injection mass flow. One simulation study investigates the part of the collector which contains the preheater and evaporating section. In the last chapter, a simulation of the superheater section of a test-facility for direct steam generation with real boundary conditions is presented. The performed simulations should be considered as exemplary and not as a detailed study of the dynamics of a solar steam generating system. The focus of this thesis is on the creation of the model library.

1 Einleitung

Der Brundtland Report (1987) definiert den Begriff der nachhaltigen Entwicklung im Spannungsfeld von gesellschaftlichen Bedürfnissen, wirtschaftlicher Entwicklung und dem Schutz der Umwelt. Der ganzheitliche Ansatz umfasst die Entwicklung aller Nationen der Erde und schließt auch zukünftige Generationen in das Handeln ein.

Angesichts einer ansteigenden Weltbevölkerung, einer verstärkten Industrialisierung in den Schwellenländern, des berechtigten Anspruches aller Menschen auf einen angemessenen Lebensstandard, der begrenzten Ressourcen und der begrenzten Aufnahmefähigkeit unserer Erde für Schadstoffe ist es für eine Orientierung am Leitbild der „nachhaltigen Entwicklung“ höchste Zeit. Wirtschaft, Gesellschaft und Umwelt stehen in enger Beziehung und gegenseitiger Abhängigkeit zu einander. Die zukünftigen Probleme werden u. a. durch die Tendenz der Globalisierung, die mittlerweile nicht nur die Umwelt (z. B. Treibhauseffekt), sondern auch Wirtschaft und Gesellschaft umfasst, alle Nationen der Welt zusammen treffen. Die Industrieländer haben die moralische Pflicht und die technologischen und finanziellen Möglichkeiten, endlich dem Leitbild der „nachhaltigen Entwicklung“ näher zu kommen.

Eine umweltfreundliche und kostengünstige Energieversorgung ist eine der Voraussetzungen für nachhaltige Entwicklung. Nach dem Beschluss des Ausstiegs aus der Atomenergie der Bundesregierung und der Notwendigkeit der Reduzierung von Treibhausgasemissionen¹ ist neben der effizienteren Nutzung und Einsparung von Energie die verstärkte Nutzung regenerativer Energien unabdingbar. /Winter 1997/ spricht von der Ära der Nutzung fossiler Energieträger als einem „Wimpernschlag in der anthropogenen Energiegeschichte“ zwischen der „ersten und zweiten solaren Zivilisation“.

Solarthermische Kraftwerke weisen ein hohes Potenzial auf, einen beträchtlichen Teil des regenerativ erzeugten Stromes zu liefern. In der kalifornischen Mojave-Wüste haben die dort installierten SEGS-Parabolrinnenkraftwerke (Solar Electric Generating System) seit ihrer Inbetriebnahme ca. die Hälfte des weltweit produzierten Solarstromes in das Stromnetz eingespeist (über 9 TWh) /Geyer 2000/. Bei den SEGS-Kraftwerken wird in der Brennlinie der parabolförmigen Spiegel Thermoöl erhitzt, welches die aufgenommene Energie an einen konventionellen Dampfkraftprozess abgibt.

Eine mögliche Verbesserung dieses Konzept ist die direkte Dampferzeugung in den Absorberrohren. Durch die dann mögliche Anhebung der oberen Prozesstemperatur und den Wegfall von Pumpen und Wärmetauscher wird eine Effizienzsteigerung gegenüber der bisherigen Technologie erwartet. Es ist eine Kostenreduktion gegenüber der bestehenden Technologie um 25 % berechnet worden /May 1983/.

Die thermohydraulischen Grundlagen zur Beherrschung der Wasser-Dampf-Strömung in den Absorberrohren wurden in den letzten Jahren geschaffen. Simulationsprogramme zur Be-

¹ Für verschiedene Emissionsszenarien berechnet das IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change) bis 2100 eine mittlere globale Temperaturerhöhung zwischen 1,0 und 3,5°C. Eine unmittelbare Stabilisierung der Kohlendioxid-Konzentration auf dem gegenwärtigen Wert könnte nur durch eine sofortige Reduktion der Emissionen auf 50 bis 70 % und weiteren Reduktionen danach erreicht werden /IPCC 1995/.

trachtung des dynamischen Verhaltens der Anlage, z. B. bei Wolkendurchgängen, wurden erstellt. Auf der PSA (Plataforma Solar de Almería) ist eine Großversuchsanlage (DISS-Projekt, Direct Solar Steam) zur Untersuchung der Direktverdampfung in Parabolrinnenkollektoren errichtet worden.

Die Mehrzahl der vorhandenen Simulationsprogramme für die dynamische Beschreibung der Direktverdampfung liegt in einer prozeduralen Programmiersprache vor (z. B. in Fortran oder Pascal). Die Pflege und Anpassung der Software an die jeweilige Simulationsrechnung ist ein zeitaufwendiger, und insbesondere für andere Personen als den ursprünglichen Programmierer ein schwieriger Prozess. Mit der Simulationsumgebung Dymola und seiner objektorientierten Sprache Modelica kann das Modellwissen effizient und flexibel für die erforderlichen Simulation bereitgestellt werden. Aus einer Modellbibliothek wird das zu simulierende Anlagenkonzept flexibel und übersichtlich zusammengestellt.



Abb. 1-1: SEGS-Kraftwerke III-VII bei Kramer Junction, Kalifornien

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird in der Simulationssprache Modelica eine Modellbibliothek für die dynamische Simulation eines Parabolrinnenkollektors mit Direktverdampfung erstellt. Sie umfasst die benötigten Komponenten für die Absorberrohrströmung, sowie weitere Peripheriekomponenten für die unterschiedlichen Anlagenkonzepte der Direktverdampfung. Die Modellbibliothek wird in der Simulationsumgebung Dymola getestet und anhand von einem Modellvergleich und anhand von Messdaten der Versuchsanlage auf der PSA validiert. Im Vordergrund der Arbeit steht die Erstellung der Bibliothek in Modelica, die im DLR weiterentwickelt wird. Die durchgeführten Simulationen haben den Test und die Validierung der Modellbibliothek zum Ziel und haben eher exemplarischen Charakter als den einer detaillierten Untersuchung der Dynamik eines solaren Dampferzeugersystems.

2 Solarthermische Stromerzeugung durch Parabolrinnenkraftwerke

2.1 Aufbau eines Parabolrinnenkollektors



Ein Parabolrinnenkollektor setzt sich aus den Grundelementen Spiegel und Heat Collecting Element (HCE) zusammen. In Abb. 2-2 ist der LS-3-Kollektor² abgebildet, der zurzeit den Stand der Technik darstellt. Er besitzt eine Aperturweite von 5,76 m und eine Länge von 99 m. Dieser Kollektortyp wird in den neueren SEGS-Kraftwerken in Kalifornien und leicht modifiziert in der DISS-Testanlage in Spanien verwendet. Er ist an beiden Standorten in Nord-Süd-Richtung ausgerichtet und wird einachsigt der Sonne von Ost nach West nachgeführt. In den SEGS-Anlagen regelt ein individueller Sonnensensor das hydraulische Antriebssystem des Kollektors. An der DISS-Testanlage werden die Kollektoren durch einen Sonnenstandsalgorithmus gesteuert.

Abb. 2-2: LS-3-Kollektor

In der Brennpunktlinie der parabolisch gekrümmten Spiegel sitzt das Heat Collecting Element (siehe Abb. 2-3). Das vom Wärmeträgerfluid durchflossene Absorberrohr ist mit einer selektiven Beschichtung hoher Absorptivität im Wellenlängenbereich des Sonnenlichtes und geringer Emissivität im Bereich der Wärmestrahlung beschichtet. Zur weiteren Verminderung der Wärmeverluste ist das Absorberrohr von einem Glashüllrohr umgeben. Der Raum zwischen Glashüllrohr und Absorberrohr ist evakuiert. Die Faltenbälge gleichen die unterschiedliche thermische Ausdehnung zwischen Glas- und Absorberrohr aus. Die Absorberrohre der DISS-Testanlage besitzen einen Innendurchmesser von 50 mm und einen Außendurchmesser von 70 mm.

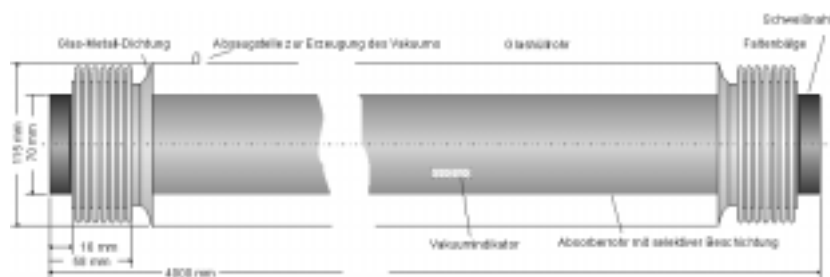


Abb. 2-3: Darstellung eines Absorberrohres /Hay 2000/

² LS steht für LUZ System

2.2 Bestehende Parabolrinnen-Kraftwerke

Zwischen 1984 und 1991 wurden in der kalifornischen Mojave-Wüste sukzessive neun Kraftwerkblöcke des SEGS-Typs gebaut. Die solarthermischen Parabolrinnenkraftwerke arbeiten nach dem Zweikreisprinzip. Im Kollektorfeld wird in einem Primärkreislauf Thermoöl erhitzt, welches in einem Wärmetauscher seine Energie an den Wasser-Dampf-Sekundärkreislauf abgibt. Bei Bedarf kann mit fossilem Brennstoff nachgefeuert werden. Der Dampf wird in einer konventionellen Dampfturbine entspannt.

Von Generation zu Generation sind die SEGS-Blöcke optimiert worden. Durch die Vergrößerung der Kollektoren, die Verbesserung der Absorberrohrbeschichtung, die Optimierung der Dampfkraftprozesse, die Anhebung der oberen Prozesstemperatur und Verbesserung von Betrieb und Wartung sind erhebliche Kosteneinsparungen erreicht worden. Die rein solaren Stromgestehungskosten konnten von 0,27 US\$/kWh bei SEGS-I auf 0,12 bis 0,14 US\$/kWh bei SEGS-VIII-IX gesenkt werden /Geyer 1998/. Die Entwicklung der Anlagen ist in Tabelle 2-1 dargestellt.

Tabelle 2-1: Kenndaten der kalifornischen Parabolrinnenkraftwerke SEGS I-IX /Cohen 1996/.

SEGS	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Leistung [MW _{el}]	14	30	30	30	30	30	30	80	80
LS-1 (Anzahl)	560	536							
LS-2 (Anzahl)	48	518	980	980	992	800	400		
LS-3 (Anzahl)					32		184	852	888
Spiegelsegm. (in 1000)	41,6	96,5	117,6	117,6	126,2	96,0	89,2	190,8	198,9
Apertur in [1000 m ²]	83,0	190,3	230,3	230,3	250,6	188,0	194,3	464,3	484,0
Feldeintrittstemp. [°C]	240	231	248	248	293	293	293	293	293
Feldaustrittstemp. [°C]	307	321	349	349	349	390	390	390	390
Ausleg.wirkungsgrad thermisch (Jahr) [%]	35	43	43	43	43	42	43	53	50
optisch (Spitze) [%]	71	71	73	73	73	76	76	80	80

Aperturflächen: LS-1: 128 m²; LS-2: 235 m²; LS-3: 545 m²

Eine wesentliche Verbesserung dieses Konzeptes kann nicht mehr erreicht werden, da mit ca. 400 °C die Stabilitätsgrenze des Wärmeträgeröls erreicht ist und daher die obere Prozesstemperatur nicht weiter erhöht werden kann. Die Investitionskosten können nur noch durch eine Serienproduktion gesenkt werden. Dagegen ermöglicht die Technologie der solaren Direktverdampfung des Speisewassers in den Absorberrohren eine weitere Reduzierung der Stromgestehungskosten.

2.3 Solare Hochdruck-Direktverdampfung in Parabolrinnenkraftwerken

Vorteile der Direktverdampfung. Durch die Technologie der Direktverdampfung kann der Ölkreislauf eingespart werden, was eine Reihe von Vorteilen mit sich bringt:

- Die Begrenzung der Fluidtemperatur durch die Stabilitätsgrenze des Thermoöls entfällt. Durch eine Steigerung der mittleren Fluidtemperatur wird der exergetische Wirkungsgrad des Kraft-Wärme-Prozesses verbessert.
- Durch den eingesparten Wärmetauscher werden Exergieverluste vermieden.

- Der Eigenbedarf an elektrischer Energie für die Umwälzpumpen ist durch den Wegfall des Ölkreislaufes reduziert.
- Die Kosten für den Austausch des Thermoöls entfallen.
- Die Boden- und Grundwassergefährdung durch das Öl wird vermieden. Die Brandgefahr kann erheblich vermindert werden.
- Die Investitionskosten können durch den Wegfall der Wärmetauscher und anderer Komponenten des Thermoölkreislaufes reduziert werden.

Auf die Besonderheiten und möglichen Probleme der Direktverdampfung wird in Kapitel 3.1 bei der Beschreibung der Zweiphasenströmung eingegangen.

Konzepte der Direktverdampfung. Für die Direktverdampfung sind drei grundlegende Konzepte entwickelt worden (siehe Abb. 2-4), die jedoch auch miteinander kombiniert werden können.

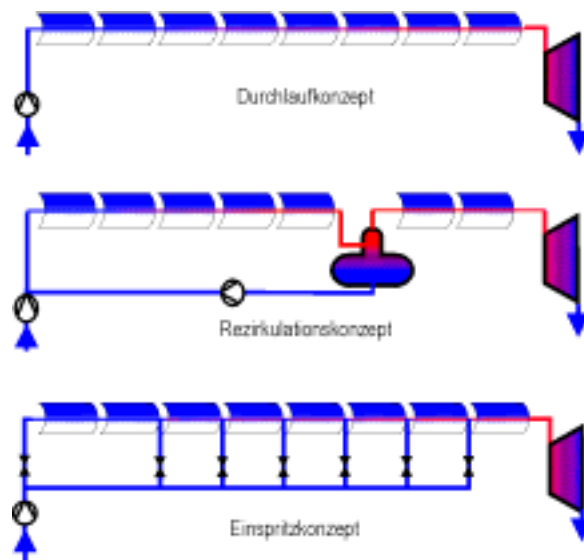


Abb. 2-4: Schematische Darstellung der drei Grundkonzepte der Direktverdampfung

Durchlaufkonzept. Beim Durchlaufkonzept wird der gesamte Wassermassenstrom am Eintritt des Absorberrohres zugeführt. Der einfache Aufbau bei diesem Konzept führt zu geringeren Investitionskosten als bei den anderen Konzepten. Problematisch kann bei diesem Konzept die Regelung sein, da sich bei Absorberrohrängen von über 500 m die Regeleingriffe am Absorberrohreintritt erst nach einer erheblichen Verzögerung am Austritt der Strecke bemerkbar machen.

Rezirkulationskonzept. Beim Rezirkulationskonzept ist der Verdampferbereich eindeutig vom Überhitzerbereich durch den Abscheidebehälter getrennt. Am Absorberrohreintritt wird mehr Wasser eingespeist als verdampft werden kann. Am Ende des Verdampfers wird nichtverdampftes Wasser durch die Rezirkulationspumpe unter Beimischung von Speisewasser in den Verdampfer zurückgeführt. Der im Abscheidebehälter abgetrennte Dampf wird in den Überhitzerbereich geleitet. Da der Verdampferabschnitt immer mit Wasserüberschuss betrieben werden kann, werden unerwünschte Strömungsformen vermieden. Eine gute Kühlung der Absorberrohre ist daher sicher gestellt. Nachteile des Rezirkulationskonzeptes sind der er-

höhte Investitionsaufwand für Abscheidebehälter und Rezirkulationspumpe, sowie einen erhöhten Eigenleistungsbedarf durch die Rezirkulationspumpe und den erhöhten Druckverlust in der Verdampfeinheit.

Einspritzkonzept. Beim Einspritzkonzept wird das Wasser dem Absorberrohr abschnittsweise zugeführt. Der Massenstrom nimmt dadurch sukzessive zu. Der eingespritzte Massenstrom wird dabei so bemessen, dass am Austritt jeder Kollektoreinheit der gewünschte thermodynamische Zustand vorliegt. Der Vorteil des Einspritzkonzeptes liegt in seiner guten Regelbarkeit. Auf eventuell örtliche verschiedene Strahlungsschwankungen entlang des Absorberrohres kann gezielt durch die entsprechenden Einspritzstellen reagiert werden. Ein Nachteil stellt der erhöhte Investitionsaufwand für die Einspritzstellen und die Messtechnik dar.

Das DISS-Projekt. Die Firma LUZ, die die SEGS-Kraftwerke errichtet hat, zeigte erste Aktivitäten in der Erforschung der Direktverdampfung. Eine Gruppe von Forschungseinrichtungen aus Spanien und Deutschland setzt die Forschung in einer Reihe von Projekten fort. Mit dem Wissen aus den Voruntersuchungen der Projekte GUDE³ und PRODISS⁴ ist auf der PSA (Plataforma Solar de Almería) innerhalb des DISS-Projektes (Direct Solar Steam) ein Großversuch zur Direktverdampfung errichtet worden. An einem ersten, 500 m langen Kollektorstrang (siehe Abb. 2-5) werden die oben beschriebenen Betriebskonzepte unter realen Bedingungen getestet und bewertet. Projektpartner sind CIEMAT (Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas), das DLR, Siemens/KWU, Pilkington Solar und das ZSW (Zentrum für Sonnenergie- und Wasserstoff-Forschung). Darüber hinaus beteiligen sich noch einige spanische Unternehmen und Energieversorgungsunternehmen. Das von BMBF und EU geförderte Projekt begann am 1.1.1996 und hat eine Laufzeit von sechs Jahren.



Abb. 2-5: Kollektorstrang der DISS-Testanlage auf der PSA

³ Grundlegende Untersuchungen zur solaren Direktverdampfung nach dem Einspritzkonzept (stationäre Thermohydraulik)

⁴ Voruntersuchung zum DISS Projekt im Hinblick auf die Dynamik der Direktverdampfung; Entwicklung von Meßtechnik und Regelkonzepten.

3 Mathematisch-Physikalisches Modell der Komponenten

3.1 Die Zweiphasenströmung in horizontalen Verdampferrohren

Im Vergleich zu den in der konventionellen Kraftwerkstechnik auftretenden Strömungsparametern liegen bei der direkten Dampferzeugung in Parabolrinnen folgende Unterschiede vor /Goebel 1998/:

- horizontale Lage der Verdampferrohre
- größere Innendurchmesser
- geringere Massenstromdichten
- geringere und azimuthal am Rohrumfang stark unterschiedliche Wärmestromdichten

Der Grund für den größeren Innendurchmesser und die geringeren Massenstromdichten ist, dass sich die Geometrie des Verdampferrohres an den optischen Eigenschaften des Kollektors orientiert und nicht an thermohydraulisch optimalen Gesichtspunkten. Kenntnisse über derartige Dampferzeugergeometrien und Randbedingungen sind erst durch Forschungen in den letzten Jahren vertieft worden. Mit den Strömungsformen und Wärmeübergängen in einem horizontalen Absorberrohr beschäftigen sich die Arbeiten von /Goebel 1998/ und /Laufs 1997/. Goebel hat als Arbeitsmedium ein Wasser-Dampf-Gemisch benutzt, während Laufs mit einem Kältemittel und Ähnlichkeitsgesetzen gearbeitet hat. /Müller 1995/ hat die Strömungsphänomene in geneigten Verdampferrohren erforscht. Untersuchungen zur Verbesserung des Wärmeübergangs durch Einbau eines Verdrängungskörpers wurden von /Geskes 1998/ durchgeführt. Im Folgenden soll kurz auf die Strömungsformen der Zweiphasenströmung eingegangen werden.

3.1.1 Strömungsformen der horizontalen Zweiphasenströmung.

Die in einer horizontalen Zweiphasenströmung auftretenden möglichen Strömungsformen sind in Abb. 3-1 dargestellt. Bei kleinem Dampfgehalt tritt *Blasenströmung* auf. Unter dem Einfluss der Schwerkraft sammeln sich die Blasen bevorzugt im oberen Teil des Rohres. Bei Erhöhung des Dampfgehaltes schließen sich einzelne Blasen zu *Kolbenblasen* zusammen. Bei weiterer Zunahme des Dampfgehaltes reichen die Oberflächenspannungskräfte nicht mehr aus, die Flüssigkeitslamellen zwischen den Kolben aufrechtzuerhalten und es liegt eine *Schichtenströmung* vor. Die höhere Geschwindigkeit der Gasphase kann durch Schubspannung an der Phasengrenze diese zu Wellen anregen. Man spricht dann von einer *Wellenströmung*. Wenn sich die Wellen aufsteilen und die obere Rohrwand berühren, liegt die stark instationäre *Pfropfenströmung* vor. Bei noch höherer Geschwindigkeit ist der dynamische Druck der Dampfphase so hoch, dass die Welle kurz vor Erreichen der Rohroberseite verformt und zerrissen wird, was als *Schwallströmung* bezeichnet wird. Bei noch höherem Dampfgeschwindigkeiten wird die Flüssigkeit an die Rohrwand gedrängt. Es liegt eine offene bzw. geschlossene *Ringströmung* vor. Bei sehr hohen Geschwindigkeiten können die Schubspannungskräfte des Gases die Haftkräfte der Flüssigkeit an der Wand überwinden, und es entsteht eine Sprüh- oder Nebelströmung /Mayinger 1982/.

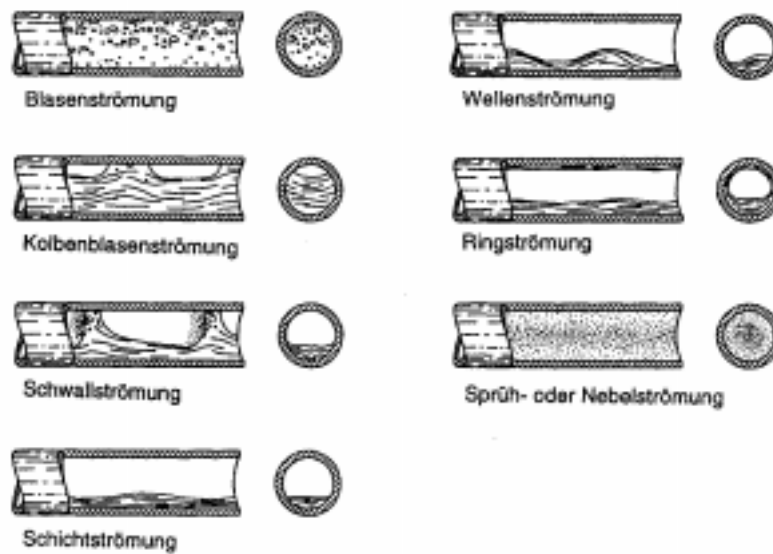


Abb. 3-1: Zweiphasen-Strömungsformen in einem horizontalen Rohr

In dem für Parabolrinnenkraftwerke mit Direktverdampfung interessierenden Parameterbereich liegen vor allem Schwallströmung, Schichtenströmung/Wellenströmung, offene und geschlossene Ringströmung vor /Goebel 1998/. Kurz vor dem Verdampfungsendpunkt könnte auch Nebelströmung auftauchen. Als kritisch einzuschätzen sind die intermittierenden Strömungsformen der Schwall- bzw. Pfropfenströmung auf Grund der Gefahr so genannter Wasserschläge, in denen sich Flüssigkeitsschwälle mit hoher Geschwindigkeit durch das Rohr bewegen und die Struktur gefährden. Es hat sich jedoch in den GUDE-Versuchen herausgestellt, dass im Bereich, wo diese Strömungsformen auftauchen, die Dampfgeschwindigkeiten noch gering sind (<2 m/s) und somit die Wasserschwälle nur eine geringe kinetische Energie besitzen. Bei der Schichtenströmung liegen stark unterschiedliche Wärmeübergangseigenschaften der benetzten und unbenetzten Rohrwand vor. Im Rohr können kritische Thermospannungen auftreten, jedoch kann eine ausreichende Dauerfestigkeit je nach Druck und Wandstärke noch bei azimuthalen Temperaturdifferenzen von 50 bis 70 K erzielt werden. /Goebel 1998/.

Wünschenswert ist eine geschlossene Ringströmung, da hier eine Rundumbenetzung der Rohrwand mit gutem Wärmeübergang vorliegt und die Strömung nicht intermittierend ist. Neben stationären Beanspruchungen ist das Absorberrohr auch stark instationären thermischen Belastungen ausgesetzt. Eine instationäre Beanspruchung für das Rohr ist zum Beispiel ein wandernder Verdampfungsendpunkt oder sich stark ändernde Wärmeübergangskoeffizienten /Steinmann 2000/.

Da die Ringströmung eine erwünschte Strömungsform ist, soll kurz auf die Mechanismen des Umschlages von einer geschichteten Strömung zur Ringströmung eingegangen werden. Charakteristisch für eine Zweiphasenströmung mit Phasen unterschiedlicher Dichte ist, dass die Phase mit geringerer Dichte eine höhere Strömungsgeschwindigkeit aufweist⁵. Die an der Phasengrenze auftretenden Schubspannungen führen dazu, dass Tropfen aus den Wellen der flüssigen Phase heraus gerissen werden (*Entrainment*). Diese Tropfen lagern sich an einer anderen Stelle der Rohrwand wieder an (*Deposition*), was zu einer Benetzung der Rohrwand mit einem Flüssigkeitsfilm führt (siehe Abb. 3-2). Entrainment kann auch durch zerplatzende Dampfblasen gebildet werden. Ein anderer Benetzungsmechanismus geht von einer *Sekundärströmung* innerhalb der Dampfphase aus, die das Wasser an der Rohrwand hochtreibt. Die Tatsache, dass eine Welle durch die größere Gasgeschwindigkeit in der Rohrmitte stärker verformt wird als am Rand, führt zu einer Kraftkomponente in Umfangsrichtung, die einen Wassertransport an die Rohroberseite verursacht. Dieser Mechanismus ist unter dem Begriff *Wave-spreading* beschrieben. Andere Autoren führen die Benetzung auf die Pumpwirkung von *Störwellen* zurück. Für Einzelheiten sei auf die Literatur verwiesen (z. B. /Mayingner 1982/, /Goebel 1998/). Einen großen Einfluss auf den Flüssigkeitsfilm an der Rohrwand wird dem Vorgang des Entrainment und Deposition zugesprochen /Goebel 1998/.

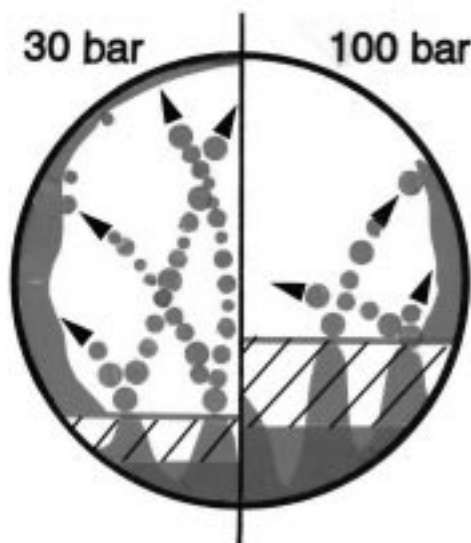


Abb. 3-2: Wassertransport durch Entrainment, dargestellt bei verschiedenen Drücken im Querschnitt (entnommen aus /Goebel 1998/). In der linken Hälfte (30 bar) liegt eine geschlossene Ringströmung, in der rechten Hälfte (100 bar) eine offene Ringströmung vor.

⁵ Dies ist einfach mit der Bernoulli-Gleichung nachzuweisen: Bei gleichem Druckgradient besitzt die Phase mit geringerer Dichte die höhere Geschwindigkeit.

3.1.2 Strömungsformenarten

Zur Vorhersage der verschiedenen Strömungsformen werden Strömungsformenarten aufgestellt. In Abhängigkeit dimensionsloser Kennzahlen sind die einzelnen Gebiete der Strömungsformen durch Kurven voneinander abgegrenzt. Strömungsformenarten gelten in der Regel nur für einen bestimmten Parameterbereich.

In der Arbeit von /Müller 1995/ ist eine Strömungsformenkarte für ein geneigtes, beheiztes Absorberrohr entwickelt worden. Für das aufzustellende Modell sollen die Beziehungen für den Übergang der verschiedenen Strömungsformen in einem horizontalen Absorberrohr von /Goebel 1998/ verwendet werden. In seiner Arbeit bewertet er die Vorhersagequalität des Taitel-Dukler-Diagramms unter Berücksichtigung der Grenzkurvenverschiebung durch die Beheizung als gut. Das Diagramm ist in Abb. 3-3 dargestellt. Bei seitlicher Bestrahlung des Absorberrohres liegt die Grenzkurve zwischen geschichteter Strömung und Ringströmung ca. um den Faktor 2 höher.

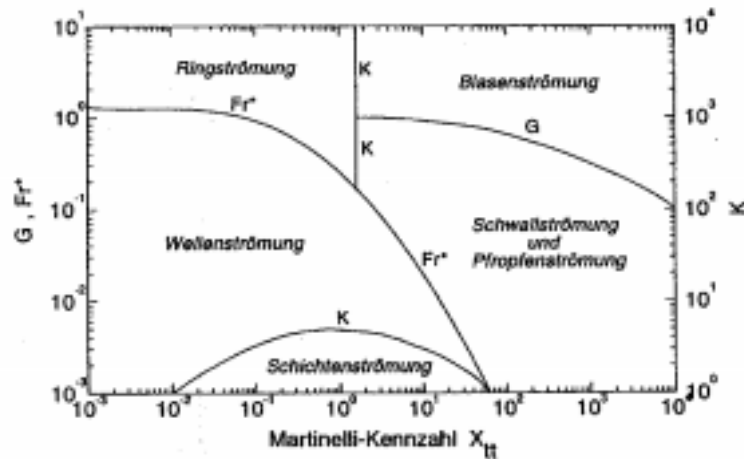


Abb. 3-3: Taitel-Dukler-Diagramm als Beispiel einer Strömungsformenkarte einer Zweiphasenströmung (entnommen aus /Geskes 1998/). Bei seitlicher Bestrahlung des Absorberrohres liegt die Grenzkurve zwischen Wellenströmung und Ringströmung (Kurve mit Fr^* beschriftet) ca. um den Faktor 2 höher /Goebel 1998/.

Die einzelnen Kennzahlen sind folgendermaßen definiert:

$$X_{tt} = \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0,5} \left(\frac{\eta_f}{\eta_g} \right)^{0,1} \left(\frac{1-\dot{x}}{\dot{x}} \right)^{0,9} \quad (3-1)$$

$$Fr^* = \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_f - \rho_g}} \cdot \frac{w_{0g}}{\sqrt{gd_i}} \quad (3-2)$$

$$G = \left[\frac{|dp/dz|_{0f}}{(\rho_f - \rho_g)g} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-3)$$

$$K = Fr^* Re_{0f}^{0,5} = \left[\frac{\rho_g w_{0g}^2 w_{0f}}{(\rho_f - \rho_g)g\nu_f} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-4)$$

X_{tt} ist der Lockart-Martinelli-Parameter, der das Verhältnis der Druckverluste beider Phasen angibt (siehe Seite 29). Fr^* ist eine mit den Dichten modifizierte Froude-Zahl. Der Parameter G setzt den Reibungsdruckverlust der Flüssigphase (mit der scheinbaren Geschwindigkeit w_{of} berechnet) zum Auftrieb des Gases ins Verhältnis. Die dimensionslose Zahl K ist das Produkt der modifizierten Froude-Zahl und der Wurzel der Reynolds-Zahl für die Flüssigphase. Eine Grenzlinie ist durch X_{tt} und einen zusätzlichen Parameter bestimmt, der an der Kurve angegeben ist. So ist z. B. die Schicht- und die Wellenströmung durch die Parameter X_{tt} und K bestimmt.

3.1.3 Grundlegende Beziehungen und Definitionen

Zur Beschreibung der Zweiphasenströmung werden an dieser Stelle grundlegende Definitionen und Beziehungen vorgestellt. Die Größen der Flüssigphase werden mit dem Index w , die der Gasphase⁶ bzw. Dampfphase mit dem Index g versehen. In einem betrachteten Element der Länge dz setzt sich das Gesamtvolumen des Fluids aus dem Volumen des Dampfes und der Flüssigkeit zusammen. Entsprechendes gilt für die Gesamtmasse:

$$V_{ges} = V_f + V_g \quad \text{und} \quad M_{ges} = M_f + M_g \quad (3-5)$$

Der *volumetrische Dampfgehalt* ε ist das Verhältnis des Dampfolumens zum Gesamtvolumen. Er ist gleich dem Quotienten aus der dampfdurchströmten Querschnittsfläche zur gesamten Querschnittsfläche:

$$\varepsilon = \frac{V_g}{V_{ges}} = \frac{A_g}{A} \quad (3-6)$$

Der *Massendampfgehalt* x ist als Verhältnis der Dampfmasse zur Gesamtmasse definiert:

$$x = \frac{M_g}{M_{ges}} \quad (3-7)$$

Da Flüssig- und Gasphase meist eine unterschiedliche Geschwindigkeit besitzen, müssen noch die Strömungsgrößen definiert werden. Es gilt wieder für die Volumen- bzw. Massenströme:

$$\dot{V}_{ges} = \dot{V}_f + \dot{V}_g \quad \text{und} \quad \dot{M}_{ges} = \dot{M}_f + \dot{M}_g \quad (3-8)$$

Der auf die Querschnittsfläche A bezogene Massenstrom ist die *Massenstromdichte* \dot{m}_{ges} :

$$\dot{m}_{ges} = \frac{\dot{M}_{ges}}{A} = \frac{\dot{M}_f}{A} + \frac{\dot{M}_g}{A} = \dot{m}_f + \dot{m}_g \quad (3-9)$$

Als *volumetrischer Strömungsdampfgehalt* wird definiert:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{V}_g}{\dot{V}_{ges}} \quad (3-10)$$

⁶ Die Beziehungen gelten auch für ein Zweistoffsystem (z. B. ein Luft-Wasser-Gemisch)

Das Verhältnis von Dampf- zu Gesamtmassenstrom wird als *Strömungsmassendampfgehalt* bezeichnet:

$$\dot{x} = \frac{\dot{M}_g}{\dot{M}_{ges}} \quad (3-11)$$

Das Verhältnis der jeweiligen Volumenströme zur Gesamtquerschnittsfläche wird als *Leerrohrgeschwindigkeit* bezeichnet. Das ist die scheinbare Geschwindigkeit, die sich ergeben würde, wenn der Dampf- bzw. Flüssigvolumenstrom den gesamten Rohrquerschnitt für sich allein hätte:

$$w_{0g} = \frac{\dot{V}_g}{A} = \frac{\dot{M}_g}{\rho_g A} = \frac{\dot{x} \dot{M}_{ges}}{\rho_g A} \quad (3-12)$$

$$w_{0f} = \frac{\dot{V}_f}{A} = \frac{\dot{M}_f}{\rho_f A} = \frac{(1-\dot{x}) \dot{M}_{ges}}{\rho_f A} \quad (3-13)$$

Die *mittlere Geschwindigkeit* einer Phase berechnet sich aus dem Verhältnis des Volumenstromes der Phase zur durchströmten Querschnittsfläche A_i :

$$w_g = \frac{\dot{V}_g}{A_g} = \frac{\dot{V}_g}{\varepsilon A} = \frac{\dot{M}_g}{\rho_g \varepsilon A} = \frac{\dot{x} \dot{M}_{ges}}{\rho_g \varepsilon A} \quad (3-14)$$

$$w_f = \frac{\dot{V}_f}{A_f} = \frac{\dot{V}_f}{(1-\varepsilon)A} = \frac{\dot{M}_f}{\rho_f (1-\varepsilon)A} = \frac{(1-\dot{x}) \dot{M}_{ges}}{\rho_f (1-\varepsilon)A} \quad (3-15)$$

Das Geschwindigkeitsverhältnis beider Phasen wird als *Schlupf* S bezeichnet. Wenn man die Beziehung für die beiden mittleren Geschwindigkeiten einsetzt, erhält man eine wichtige Gleichung:

$$S = \frac{w_g}{w_f} = \frac{\dot{x}}{1-\dot{x}} \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_g} \quad (3-16)$$

Sie bringt die Verbindung zwischen dem Strömungsmassendampfgehalt \dot{x} und dem Dampfgehalt ε .

Die von /Goebel 1998/ verwendeten Beziehungen benutzen die in Abb. 3-4 dargestellten Größen. Mit h_f wird die statische Flüssigkeitshöhe bezeichnet, die bei Schichtströmung ohne Wellen vorliegt. Die Bezeichnung der oberen Höhe der Wellen bei Wellenströmung lautet h_{f+} . Zusätzlich kann die Benetzung bei einer Ringströmung noch durch die Filmhöhe h_{film} gesteigert werden. Die Filmhöhe wird ab der oberen Wellenhöhe h_{f+} gemessen. Obere Wellenhöhe und Filmhöhe zusammen ergeben die Benetzungshöhe h_{ben} . Die Benetzungshöhe kann auch über den so genannten Benetzungswinkel φ_{ben} ausgedrückt werden.

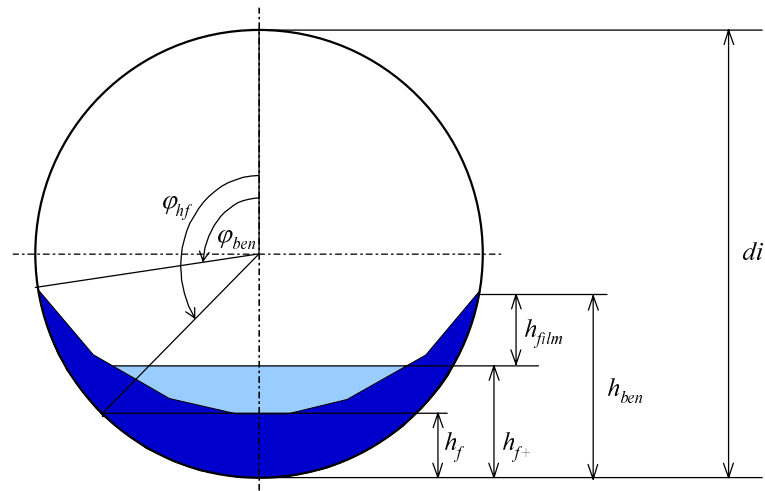


Abb. 3-4: Bezeichnungen nach /Goebel 1998/ zur Beschreibung von Schicht- Wellen- und (offenen/geschlossenen) Ringströmungen.

Aus geometrischen Beziehungen erhält man aus den Höhen h_i den Winkel φ_i :

$$\varphi_i = \arccos\left(\frac{2h_i}{d_i} - 1\right) \quad (3-17)$$

3.2 Modell des instationären Absorberrohres

In diesem Kapitel erfolgt die Modellbildung für das Absorberrohr. Um die instationären Phänomene richtig darstellen zu können, ist der Absorberstrang als ein örtlich verteiltes System abgebildet. Es werden die Modelle für die Fluidströmung, die Rohrwand und die Wärmeübergänge beschrieben. Weitere modellierte Komponenten des Absorberstranges befinden sich in Abschnitt 3.3.

3.2.1 Modell der Fluidströmung

In diesem Abschnitt werden die Gleichungen für eine Fluidströmung hergeleitet und vereinfacht. Es erfolgt eine mathematisch-physikalische Charakterisierung der Ursprungsgleichungen wie auch der vereinfachten Gleichungen. Im Anschluss daran werden die benutzten empirischen Beziehungen des Druckverlustes vorgestellt, die zusammen mit den Stoffwerttroutinen das System lösbar machen.

Erhaltungsgleichungen

Um die einzelnen Annahmen bei der Herleitung der benutzten Erhaltungsgleichungen zu verdeutlichen, sind die Herleitungen hier kurz skizziert (z. B. /Hirsch 1988/, /Kolev 1986/, /Mayer 1982/).

Herleitung für die Einphasenströmung. Zuerst wird die Herleitung der Kontinuitätsgleichung, der Impulsbilanz und der Energiebilanz für die Einphasenströmungen des Vorwärm- und Überhitzerbereichs beschrieben. Die instationären Bilanzen werden an einem ortsfesten und volumenkonstanten, durchströmten Fluidelement der Länge dz aufgestellt (Eulersche Betrachtungsweise, siehe Abb. 3-5). Dabei wird von einer eindimensionalen Durchströmung ausgegangen; die beschreibenden Größen sollen über den Querschnitt als konstant angesehen werden. Um die Herleitung zu vereinfachen, wird schon zu Beginn von einem Rohr mit konstanter Querschnittsfläche A ausgegangen. Für die aus dem Fluidelement austretenden Größen wird jeweils eine Taylor-Reihe angesetzt, die nach dem ersten Glied abgebrochen wird.

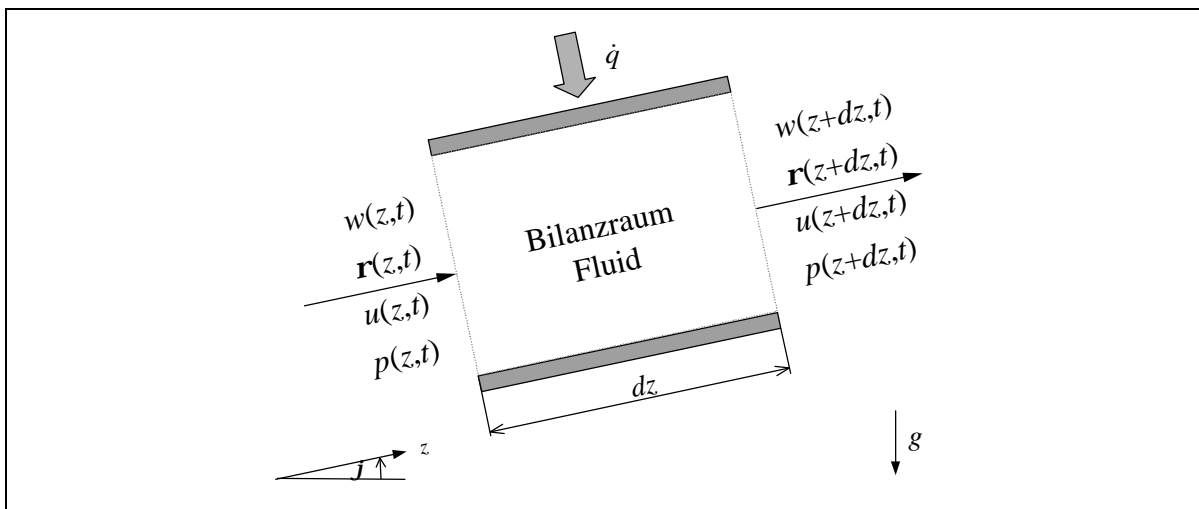


Abb. 3-5: Bilanzraum für die Erhaltungsgleichungen der eindimensionalen Fluidströmung

Kontinuitätsgleichung. Für die Kontinuitätsgleichung gilt, dass die zeitliche Änderung der Masse im Bilanzraum gleich der Differenz der ein- und austretenden Massenströme ist. Weitere Massenzu- oder -abströme, wie sie z. B. an Einspritzstellen vorliegen, werden in einem separaten Element betrachtet und treten daher hier nicht auf. Als Gleichung geschrieben und mit A und dz gekürzt, lautet die Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = - \frac{\partial (\mathbf{r} w)}{\partial z} \quad (3-18)$$

Impulsbilanz. Nach dem Gesetz von Newton ist die zeitliche Änderung des Impulses $\partial(\mathbf{r} A w dz)/\partial t$ gleich der Summe der äußeren Kräfte. Die Spannungen innerhalb des Fluidelements heben sich gegenseitig auf und treten nicht als äußere Kräfte in Erscheinung. Nicht so an den Rändern des freigeschnittenen Elements. An der Rohrwand treten Schubspannungen entgegen der Strömungsrichtung auf. An den Schnittflächen treten Druckkräfte und die Impulskräfte auf. Als Volumenkraft tritt die Gewichtskraft auf, die bei geneigten Rohren mit dem Sinus des Neigungswinkel \mathbf{j} des Rohres zur Horizontalen eingeht. Als Gleichung geschrieben und mit A und dz gekürzt, lautet die Impulsbilanz:

$$\frac{\partial (\mathbf{r} w)}{\partial t} = - \frac{\partial (\mathbf{r} w^2)}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} - \mathbf{r} g \sin \mathbf{j} - \mathbf{t} \frac{U}{A} \quad (3-19)$$

Energiebilanz. Die in einem Fluidelement gespeicherte (Gesamt-)Energie setzt sich aus der inneren Energie sowie der kinetischen Energie des darin enthaltenen Fluids zusammen. Der Energieinhalt des Fluidelements ändert sich auf Grund des konvektiven Zu- und Abflusses von Strömen unterschiedlicher innerer Energien ($\rho A w u$) und unterschiedlicher kinetischer Energien ($\rho A w (0,5 w^2)$). Zudem muss Verschiebearbeit ($p A w$) gegen den anliegenden Druck p beim Ein- und Ausschleiben in und aus dem Bilanzelement geleistet werden. Gegen die angreifende Gewichtskraft muss ebenfalls Arbeit geleistet werden ($\rho g w A dz \sin \varphi$). Außerdem ändert sich der Energieinhalt durch Wärmezufuhr- bzw. -abfuhr. Die durch Reibungsvorgänge dissipierte Arbeit taucht in der Energiebilanz nicht auf, da angenommen wird, dass durch Reibung entstandene Wärme im Fluid verbleibt und nicht aus dem System (z. B. an die Rohrwand) abgegeben wird. Die Wärmeleitung in axiale Richtung wird vernachlässigt, da der durch sie transportierte Energiestrom im Verhältnis zum konvektiven Energiestrom sehr klein ist. Der konvektive Teil der spezifischen inneren Energie und der Verschiebearbeit kann vereinfacht mit der spezifischen Enthalpie geschrieben werden:

$$\rho A w u + p A w = \rho A w \left(u + \frac{p}{\rho} \right) = \rho A w h \quad (3-20)$$

Nachdem mit A und dz gekürzt ist, ergibt sich die Energiebilanz:

$$\frac{\partial \left(\rho \left(u + \frac{1}{2} w^2 \right) \right)}{\partial t} = - \frac{\partial \left(\rho w \left(h + \frac{1}{2} w^2 \right) \right)}{\partial z} - \rho g w \sin \varphi + \dot{q} \frac{U}{A} \quad (3-21)$$

Zweiphasenströmung. Im Folgenden werden der Detaillierungsgrad und die Bilanzräume für die Beschreibung der Zweiphasenströmung festgelegt. In einem *Zweifluid-Strömungsmodell* werden beide Phasen getrennt durch jeweils einen Satz von Erhaltungsgleichungen beschrieben. Das hat zur Folge, dass in den bisher hergeleiteten Gleichungen der Einphasenströmung zusätzlich Wechselwirkungsterme zwischen den Phasen berücksichtigt werden müssen. In der Massenbilanz ist dies der über die Phasengrenzfläche ausgetauschte Massenstrom. In der Impulsbilanz treten zusätzlich die an der Phasengrenze wirkenden Schubspannungskräfte auf. Daneben erfolgt eine Impulsübertragung durch den verdampfenden bzw. kondensierenden Massenstrom. In der Energiebilanz treten zusätzlich Wärmeströme zwischen den Phasen auf, sowie der bei Verdampfung/Kondensation übertragene Strom der inneren und der kinetischen Energien. Daneben müssen die Reibungskräfte zwischen den Fluiden nun in den Gleichungen auftauchen, da durch die Schubspannungsübertragung von einer Phase zur anderen Energie weitergegeben wird. Neben dem größeren Aufwand der Lösung der doppelten Anzahl von Differenzialgleichungen bereitet vor allem die Modellierung der Transportansätze zwischen den Phasen große Schwierigkeiten. Die Modellierung dieser Terme sollte für alle Strömungsformen vorliegen und auch für stark instationäre Vorgänge Gültigkeit besitzen. Die Darstellung ist mit großer Unsicherheit und Unkenntnis und einem sehr großen rechnerischem Aufwand verbunden. Aus diesem Grund wird hier dieser Ansatz nicht weiter verfolgt.

Addiert man die Gleichungen des Zweifluid-Modells, so fallen die Wechselwirkungsterme zwischen den Phasen weg. Die Geschwindigkeit beider Phasen soll immer noch unterschiedlich sein, es werden jedoch nur Gleichungen für die Gesamtmasse, den Gesamtimpuls und die Gesamtenergie beider Phasen aufgestellt. Man spricht dann von einem *heterogenen Modell*.

Die Gleichungen sind in Anhang A aufgeführt. In diesem Modell taucht eine Beziehung für den Schlupf bzw. volumetrischen Dampfgehalt auf. Diese halbempirische Gleichung soll für alle Strömungsformen und instationären Vorgänge Gültigkeit besitzen. Da dieser Zusammenhang bei der hohen Anzahl von Einflussgrößen der Zweiphasenströmung mit großen Unsicherheiten belegt ist, und weil die Differenzialgleichungen des heterogenen Modells komplexer sind, wird in dieser Arbeit für die Modellierung der Zweiphasenströmung ein homogenes Modell verwendet.

Im *homogenen Modell* werden beide Phasen modelliert, als ob sie die selbe Geschwindigkeit hätten (d. h. Schlupf $S=1$). Für die Zustandsgrößen werden gemittelte Stoffwerte angenommen. Dadurch lässt sich eine Zweiphasenströmung wie eine Einphasenströmung eines homogenen Gemisches darstellen. Streng genommen gilt diese Vereinfachung nur für hohe (Nebelströmung) oder niedrige Strömungsmassendampfgehalte (Blasenströmung) und für geringe Dichteunterschiede. Je mehr sich die Strömungsgeschwindigkeiten der beiden Phasen unterscheiden, um so ungenauer wird das Modell. Neben der Tatsache, dass der Berechnungsaufwand für ein heterogenes bzw. ein Zweifluid-Modell sehr viel größer ist, ist es fraglich, ob diese auf Grund der zurzeit vorliegenden Unsicherheiten bei den dann notwendigen, meist empirischen oder halbempirischen Beziehungen, die Realität besser abbilden. Das homogene Modell wurde in der Vergangenheit schon in zahlreichen Arbeiten der dynamischen Modellierung von Dampferzeugern erfolgreich eingesetzt (z. B. in /Steinmann 1998/, /Lippke 1994/, /Alexopoulos 1999/, /Thomann 1991/, /Edelmann 1992/) und wird auch in dieser Arbeit angewendet.

Zudem wird hier von einem thermodynamischen Gleichgewicht zwischen den beiden Phasen ausgegangen. Dies führt zum Modell der *homogenen Gleichgewichts-Zweiphasenströmung*. Die Erhaltungsgleichungen sind dieselben wie für die Einphasenströmung, nur dass die Stoffwerte gemittelt sind. Der Wandreibungsterm wird durch den Term des Reibungsdruckverlustes ersetzt. Für ein waagrechtes Rohr ($\sin\varphi=0$) lauten die Beziehungen (3-18), (3-19) und (3-21) dann:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \\ \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} &= - \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} - \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \\ \frac{\partial(\rho(u + \frac{1}{2} w^2))}{\partial t} &= - \frac{\partial(\rho w(h + \frac{1}{2} w^2))}{\partial z} + \dot{q} \frac{U}{A} \end{aligned} \quad (3-22)$$

Diese Gleichungen gelten also für eine Einphasenströmung wie für eine Zweiphasenströmung unter der Annahme eines homogenen Modells. Sie sind in der Literatur als Eulergleichungen bekannt. Mit den konstitutiven Gleichungen zur Bestimmung des Reibungsdruckverlustes und der eingekoppelten Wärme sind sie mit einer Stoffwertbeziehung der Form

$$F(u, \rho, p) = 0, \quad (3-23)$$

und der Definition der spezifischen Enthalpie

$$h = u + \frac{p}{\rho} \quad (3-24)$$

lösbar.

Physikalisches Verständnis und Vereinfachung der Erhaltungsgleichungen.

Das verwendete Gleichungssystem (3-22) ist ein steifes, nichtlineares, hyperbolisches Differenzialgleichungssystem. Damit es in der verwendeten Simulationsumgebung Dymola effizient gelöst werden kann, muss es vereinfacht werden. Mit Hilfe der Theorie der Charakteristiken lässt sich mathematisch begründen, welche Terme vernachlässigbar sind, und wie sich das System vor und nach der Umformung verhält. Die Vereinfachung orientiert sich u. a. an /Thomann 1991/. Das Vorgehen gliedert sich in 3 Schritte:

- Charakterisierung der Euler-Gleichungen und Koordinatentransformation mit Hilfe der Theorie der Charakteristiken
- Vereinfachung der transformierten Euler-Gleichungen
- Korrektur der vereinfachten Euler-Gleichungen

Aus der Theorie der Charakteristiken kann bei jedem Schritt auch einfach die Anzahl der physikalisch notwendigen Randbedingungen abgelesen werden. Das korrigierte, vereinfachte Gleichungssystem des 3. Schrittes wird in Dymola eingesetzt.

1. Schritt: Charakterisierung der Euler-Gleichungen.

Innerhalb des drei Gleichungen umfassenden Systems der Euler-Gleichungen treten vier⁷ Unbekannte Größen auf: Die Dichte ρ , die Geschwindigkeit w , der Druck p und die spezifische innere Energie u . Das Gleichungssystem wird durch die Stoffwertbeziehung der Form (3-23) ergänzt. Wenn der Reibungsterm in der Impulsbilanz und die Energiequelle oder -senke in der Energiebilanz bekannt sind, ist das Differenzial-Algebra-System mit vier Unbekannten und vier Gleichungen lösbar. Um das drei Gleichungen umfassende Differenzialgleichungssystem (3-22) zu charakterisieren, wird die vierte Unbekannte eliminiert. Dies wird durch die Einführung der stoff- und zustandsspezifischen Schallgeschwindigkeit a erreicht⁸:

$$a^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s \quad (3-25)$$

Damit lässt sich die Kontinuitätsgleichung anstatt mit der Dichte ρ mit dem Druck p formulieren. Dichteänderungen werden also jetzt mittels Druckänderungen dargestellt. Im Anhang B sind die Umformungen der Erhaltungsgleichungen dargelegt. Als Kontinuitätsgleichung soll Beziehung (B-4), als Impulsbilanz die Beziehung (B-5) (für ein waagrechtes Rohr, d. h. $\varphi=0$) und als Energiebilanz die thermische Energiebilanz (B-9) verwendet werden. Als neues Differenzialgleichungssystem erhält man:

⁷ Die spezifische Enthalpie h ist über u , p und ρ bestimmt: $h=u+p/\rho$.

⁸ Der Index s steht für die Näherung der isentropen Ausbreitung der Druckstörung.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial w}{\partial z} + w \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \\ \frac{\partial u}{\partial t} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{p}{\rho} \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{w}{\rho} \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| + \frac{1}{\rho} \dot{q} \frac{U}{A} \end{aligned} \quad (3-26)$$

Dieses System enthält nur noch die drei Unbekannten Druck p , Geschwindigkeit w und spezifische innere Energie u . Es lässt sich als Matrixgleichung schreiben:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = \vec{d} \quad (3-27)$$

mit

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} p \\ w \\ u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} w & \rho a^2 & 0 \\ \frac{1}{\rho} & w & 0 \\ 0 & \frac{p}{\rho} & w \end{pmatrix}, \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{\rho} \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \\ \frac{w}{\rho} \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| + \frac{1}{\rho} \frac{\dot{q}U}{A} \end{pmatrix} \quad (3-28)$$

Die Matrixgleichung (3-27) ist im Koordinatensystem (p, w, u) gültig. Durch eine Koordinatentransformation wird nun versucht, die Matrix \mathbf{A} zu diagonalisieren. Die Eigenwerte der Matrix \mathbf{A} werden durch das charakteristische Polynom bestimmt:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}) = 0 \quad (3-29)$$

Es ergibt sich:

$$\lambda_1 = w, \quad \lambda_2 = w + a \quad \text{und} \quad \lambda_3 = w - a \quad (3-30)$$

Das System (3-27) hat also drei reelle, verschiedene Eigenwerte. Daraus kann geschlossen werden, dass die dazugehörigen Eigenvektoren linear unabhängig sind, was Voraussetzung für die Diagonalisierbarkeit der Matrix \mathbf{A} ist /Meyberg 1993/. Da alle drei Eigenwerte verschieden sind, spricht /Thomas 1995/ von einem strikt hyperbolischen System. Die zu den Eigenwerten gehörenden Eigenvektoren lauten:

$$\vec{c}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{c}_2 = \begin{pmatrix} \rho a \\ 1 \\ \frac{p}{\rho a} \end{pmatrix}, \quad \vec{c}_3 = \begin{pmatrix} -\rho a \\ 1 \\ -\frac{p}{\rho a} \end{pmatrix} \quad (3-31)$$

Werden die Eigenvektoren als Spaltenvektoren in die Transformationsmatrix \mathbf{C} geschrieben, so kann eine Diagonalisierung von \mathbf{A} erfolgen. Gleichung (3-27) kann von links mit \mathbf{C}^{-1} und von rechts mit der Einheitsmatrix $\mathbf{E} = \mathbf{C}\mathbf{C}^{-1}$ multipliziert werden:

$$\mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = \mathbf{C}^{-1} \vec{d} \quad (3-32)$$

Es gilt $\mathbf{C}^{-1} \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{D}$, wobei \mathbf{D} die Diagonalmatrix mit den Eigenwerten von \mathbf{A} ist. Gleichung (3-27) lässt sich also im neuen Koordinatensystem vereinfacht schreiben als:

$$\mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = \mathbf{C}^{-1} \vec{d} \quad (3-33)$$

wobei

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & \rho a & -\rho a \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{p}{\rho a} & -\frac{p}{\rho a} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{p}{\rho^2 a^2} & 0 & 1 \\ \frac{1}{2\rho a} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2\rho a} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} w & 0 & 0 \\ 0 & w+a & 0 \\ 0 & 0 & w-a \end{pmatrix}. \quad (3-34)$$

Die Inverse der Transformationsmatrix \mathbf{C}^{-1} in Gleichung (3-33) kann nicht in die Differentiale der zeitlichen und örtlichen Ableitungen der Gleichung hineingezogen werden, da deren Koeffizienten keine Konstanten sind. Um die Zeitkonstanten des Differenzialgleichungssystems dennoch ablesen zu können, kann das nichtlineare Gleichungssystem linearisiert werden. Für einen kleinen Bereich um die Lösung können die Koeffizienten der Matrix \mathbf{C}^{-1} als konstant angenähert werden und in die Ableitungen hineingezogen werden:

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} + \mathbf{D} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial z} = \mathbf{C}^{-1} \vec{d} \quad \text{mit} \quad \vec{r} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \vec{v} \quad (3-35)$$

An dieser Form des Gleichungssystems ist zu erkennen, dass die Koeffizienten auf der Spur der Diagonalmatrix \mathbf{D} , d. h. die Eigenwerte Gl. (3-30), die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Störungen angeben. Die durch das Differenzialgleichungssystem beschriebenen Phänomene breiten sich mit der Absolutgeschwindigkeit $w+a$ in Strömungsrichtung (rechtslaufende Machlinie), mit der Absolutgeschwindigkeit $w-a$ entgegen der Strömungsrichtung (linkslaufende Machlinie) und mit der Konvektionsgeschwindigkeit w (Teilchenbahn) aus, wobei a die Schallgeschwindigkeit ist. Für eine bestimmte Länge dz ergeben sich große Unterschiede in der Zeitkonstanten. Es liegt ein steifes Differenzialgleichungssystem vor /Hall 1976/.

Die Unterschiede in der Zeitkonstante erschweren die Integration der Gleichungen. Sollen auch die Vorgänge mit sehr kleinen Zeitkonstanten dargestellt werden, so muss sich der Zeitschritt des Lösungsalgorithmus an der kleinsten Zeitkonstante orientieren, was, um auf einen stationären Wert auch für die Vorgänge mit größeren Zeitkonstanten zu kommen, sehr große Rechenzeiten erforderlich macht. Wird die Zeitschrittweite größer gewählt, als dies für die schnell stattfindenden Prozesse notwendig wäre, führt dies in der Regel bei expliziten Verfahren zur Instabilität, bei impliziten Verfahren wird die Dynamik der Vorgänge mit kleiner Zeitkonstante nicht richtig dargestellt. Da in dieser Arbeit der Zeitintegrator von Dymola mit automatischer Schrittweitensteuerung verwendet werden soll und auf die Darstellung von mit Schallgeschwindigkeit ablaufenden Vorgänge (Druckstöße) verzichtet werden kann, wird im 2. Schritt eine Vereinfachung der Eulergleichungen angestrebt.

Das Charakteristiken-Verfahren zur Lösung partieller Differenzialgleichungen wandelt die drei partiellen Differenzialgleichungen (3-26) in sechs gewöhnliche Differenzialgleichungen um: Drei der sechs gewöhnlichen Differenzialgleichungen bestimmen die Richtung der Charakteristiken und drei auf den Charakteristiken gültige gewöhnliche Differenzialgleichungen beschreiben die Strömung. Das Problem der Lösung partieller Differenzialgleichungen kann auf die Lösung gewöhnlicher Differenzialgleichungen zurückgeführt werden. Das Charakteristiken-Verfahren zur Lösung von Differenzialgleichungen soll hier nicht weiter vertieft

werden. Jedoch geben die drei Charakteristiken wichtige Auskünfte über die Anzahl physikalisch notwendiger Randbedingungen. Die Gleichungen der Charakteristiken lauten⁹:

$$\frac{dz}{dt} = w \quad (3-36)$$

$$\frac{dz}{dt} = w + a \quad (3-37)$$

$$\frac{dz}{dt} = w - a \quad (3-38)$$

In Abb. 3-6 sind die Verläufe der Charakteristiken schematisch in der Ort-Zeit-Ebene dargestellt. Die Charakteristiken sind im hier vorliegenden Fall Kurven und keine Geraden, da Geschwindigkeit und Schallgeschwindigkeit Funktionen von Ort und Zeit sind. In der Mitte der Abbildung ist ein Punkt P und sein Abhängigkeits- und Einflussgebiet dargestellt. Der Punkt P beeinflusst z. B. über die linkslaufende Machlinie auch Punkte, die stromaufwärts von ihm liegen. Dies sind gegen die Konvektionsgeschwindigkeit anlaufende Druckstörungen. Vom Punkt P laufen zusätzlich Informationen mit zwei Geschwindigkeiten stromabwärts: Druckstörungen, die sich auf der rechtslaufenden Machlinie ausbreiten, sowie Störungen, die sich mit der normalen Konvektionsgeschwindigkeit w auf der so genannten Teilchenbahn fortsetzen.

Bezüglich der notwendigen Randbedingungen für das Anfangs-Randwertproblem (3-26) gibt Abb. 3-6 eine Vorstellung. Für die drei partiellen Differenzialgleichungen (3-26) müssen am Ein- und Austritt jeweils drei Größen bekannt sein: Zwei Größen, die den Fluidzustand beschreiben (z. B. u, p oder h, p) und eine Größe, die den Strömungszustand des Fluides bestimmt (z. B. w oder \dot{M}). Am Eintritt ist durch die linkslaufende Machlinie jedoch schon eine Größe über die Anfangsbedingungen festgelegt. Es sind dort also nur noch zwei Randbedingungen notwendig. Am Austritt werden zwei Größen durch die rechtslaufende Machlinie und die Teilchenbahn über die Anfangsbedingungen festgelegt. Es ist dort also nur noch eine Randbedingung notwendig. Weitere physikalische Randbedingungen würden das System unlösbar machen¹⁰.

⁹ Die Gleichungen können hergeleitet werden, indem in Gleichung (3-27) das totale Differenzial eingeführt wird und die Lösbarkeit des entstehenden Gleichungssystem nach $\partial v / \partial z$ untersucht wird. Das System ist auf den Charakteristiken nicht lösbar, da dort auf Grund von Diskontinuitäten die erste Ableitung nicht existiert. Es muß also gelten, dass die Determinante der Matrix des Gleichungssystem auf den Charakteristiken gleich Null ist. Aus dieser Bedingung folgen Gleichungen (3-36) bis (3-38).

¹⁰ Durch verschiedene Diskretisierungsschemata können weitere Randbedingungen nötig werden. Dies sind jedoch numerische und keine physikalischen Randbedingungen (siehe Kapitel 4.1.2).

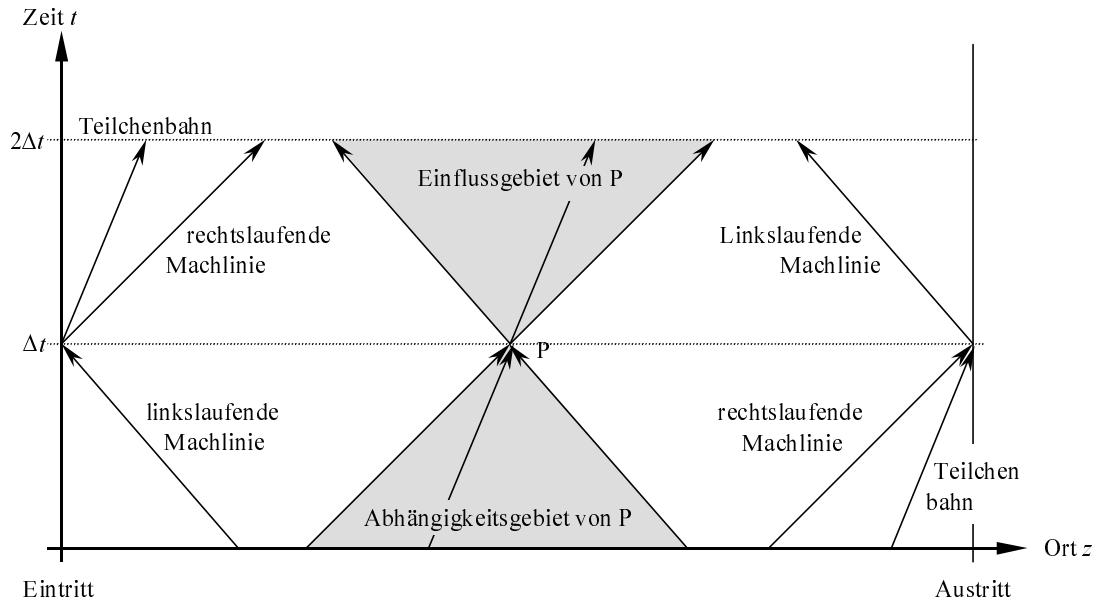


Abb. 3-6: Verlauf der Charakteristiken am Eintritt in das Berechnungsgebiet (linker Teil), innerhalb des Gebietes (mittlerer Teil) und am Austritt (rechter Teil). Am Ein- und Austritt sind die Anzahl der notwendigen Randbedingungen abzulesen. Im mittleren Teil ist das durch die Charakteristiken begrenzte Abhängigkeits- und Einflussgebietes eines Punktes P dargestellt. In Wirklichkeit sind die Charakteristiken gekrümmt.

2. Schritt: Vereinfachung der Euler-Gleichungen

Die Natur der Euler-Gleichungen, die Werkzeuge für deren Untersuchung und die Schwierigkeiten bei der numerischen Lösung (steifes System) sind in den letzten Abschnitten dargestellt worden. Um das Gleichungssystem im Simulationsprogramm Dymola mit vertretbarem Aufwand lösen zu können, werden die Gleichungen der transformierten Form vereinfacht. Dies wird im Folgenden dargestellt. Das System (3-33) ausmultipliziert ergibt:

$$-\frac{p}{\rho^2 a^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial t} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{w}{\rho} \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| + \frac{1}{\rho} \frac{\dot{q}U}{A} \quad (3-39)$$

$$\frac{1}{2\rho a} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + (w+a) \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + (w+a) \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{1}{2\rho} \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \quad (3-40)$$

$$-\frac{1}{2\rho a} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + (w-a) \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + (w-a) \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{1}{2\rho} \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \quad (3-41)$$

Die Schallgeschwindigkeit ist um Größenordnungen höher als die Konvektionsgeschwindigkeit ($w \ll a$). Es gilt also die Näherung

$$w + a \approx a \quad (3-42)$$

$$w - a \approx -a$$

Für Gleichungen (3-40) und (3-41) sind die zeitlichen Änderungen an einem Ort viel kleiner als die Änderungen, die ein mit Schallgeschwindigkeit mitbewegter Beobachter wahrnehmen würde:

$$\frac{\partial p}{\partial t} \ll (w+a) \frac{\partial p}{\partial z} \quad \text{und} \quad \frac{\partial w}{\partial t} \ll (w+a) \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3-43)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} \ll (w-a) \frac{\partial p}{\partial z} \quad \text{und} \quad \frac{\partial w}{\partial t} \ll (w-a) \frac{\partial w}{\partial z}$$

Die zeitlichen Ableitungen können also vernachlässigt werden. Die Gleichung (3-39) bleibt erhalten. Es ergibt sich folgendes System:

$$-\frac{p}{\rho^2 a^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial t} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{w}{\rho} \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| + \frac{1}{\rho} \frac{\dot{q}U}{A} \quad (3-44)$$

$$\frac{1}{2\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{2} a \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{2\rho} \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \quad (3-45)$$

$$\frac{1}{2\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{2} a \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{2\rho} \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \quad (3-46)$$

Anschaulich wurde die Steigung der Charakteristik (3-37) auf unendlich und die Steigung der Charakteristik (3-38) auf minus unendlich gesetzt. Addiert man Gleichungen (3-45) und (3-46) so erhält man eine vereinfachte Form der Impulsbilanz:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \quad (3-47)$$

Sie entspricht der einfachen Druckverlustbeziehung. Um zu einer vereinfachten Energiebilanz zu kommen, wird Gleichung (3-47) mit w/ρ multipliziert und zu Beziehung (3-44) addiert. Unter Nutzung von (x soll für die Zeit t oder den Ort z stehen)

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial \left(u + \frac{p}{\rho} \right)}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial x} \quad (3-48)$$

folgt

$$-\frac{p}{\rho^2 a^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} - p \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial t} + w \left(\frac{\partial h}{\partial z} - p \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial z} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\dot{q}U}{A}. \quad (3-49)$$

Wird

$$\frac{1}{a^2} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \quad \text{und} \quad -\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial z} \quad (3-50)$$

in (3-49) eingesetzt, so folgt:

$$p \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial t} + wp \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial z} + \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} - p \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial t} + w \left(\frac{\partial h}{\partial z} - p \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial z} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\dot{q}U}{A} \quad (3-51)$$

Vereinfacht und mit ρ multipliziert folgt die Energiebilanz:

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \rho w \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\dot{q}U}{A} \quad (3-52)$$

Diese Energiebilanz entspricht der Form (B-12) von Anhang B:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho w h)}{\partial z} + \dot{q} \frac{U}{A} \quad (3-53)$$

Wenn Gleichung (3-46) von Gleichung (3-45) abgezogen wird, erhält man eine vereinfachte Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3-54)$$

Das Ausgangsgleichungssystem (3-22) hat sich also mit Hilfe der Theorie der Charakteristiken physikalisch und mathematisch nachvollziehbar folgendermaßen vereinfachen lassen:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3-55)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \quad (3-56)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho w h)}{\partial z} + \dot{q} \frac{U}{A} \quad (3-57)$$

Am vereinfachten System der Gleichungen (3-55) bis (3-57) soll die Anzahl der notwendigen Randbedingungen an Ein- und Austritt geklärt werden. Die gewonnenen Erkenntnisse lassen sich auch auf das im 3. Schritt angegebene, korrigierte Gleichungssystem übertragen. Die rechts- und linkslaufende Machlinie wurden durch die Vereinfachungen verändert. Sie erhielten die Steigung plus bzw. minus unendlich. Für das System der Gleichungen (3-55) bis (3-57) liegen also folgende Charakteristiken vor:

$$\frac{dz}{dt} = w \quad (3-58)$$

$$\frac{dz}{dt} = +\infty \quad (3-59)$$

$$\frac{dz}{dt} = -\infty \quad (3-60)$$

Druckstörungen laufen jetzt nicht mehr mit Schallgeschwindigkeit, sondern mit unendlicher Geschwindigkeit durch das Rohr. In Abb. 3-7 ist der Verlauf der Charakteristiken für zwei Punkte schematisch skizziert. Der Punkt P zum Zeitpunkt $2\Delta t$ wird durch die Teilchenbahn bestimmt, sowie durch zwei Charakteristiken mit unendlicher Steigung (bzw. der Steigung $dt/dz=0$). Er wird also durch eine Anfangsbedingung und zwei Randbedingungen zum Zeitpunkt $2\Delta t$ festgelegt. Der Punkt A am Austritt wird durch eine Anfangsbedingung durch die Teilchenbahn und zwei Randbedingungen bestimmt. Die Randbedingungen können entweder am Austritt (Punkt A) direkt vorgegeben sein, oder am Eintritt. Wenn sie am Eintritt aufgebracht werden, erfolgt die Informationsvermittlung zum Punkt A über die Charakteristiken mit unendlicher Steigung.

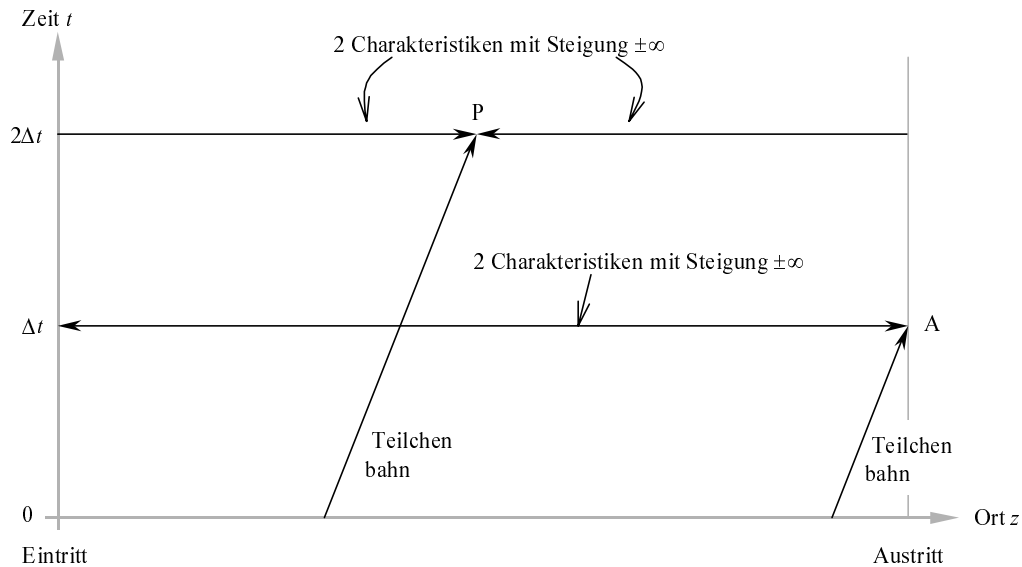


Abb. 3-7: Verlauf der Charakteristiken für die vereinfachten Gleichungssysteme (3-55) bis (3-57) und (3-61) bis (3-63). Dargestellt sind die Charakteristiken innerhalb des Berechnungsgebietes für den Punkt P (mittlerer Teil) und am Austritt Punkt A (rechter Teil). In Wirklichkeit sind die Charakteristiken gekrümmt.

Für die Charakteristiken mit den unendlichen Steigungen ist es unerheblich, ob die Randbedingungen am Ein- oder Austritt angegeben werden. Die Information wird unendlich schnell in beide Richtungen ausgebreitet. Da am Austritt die Charakteristik der Teilchenbahn Informationen liefert, dürfen dort maximal zwei Randbedingungen angegeben werden. Einigt man sich auf die thermodynamische Größen spezifische Enthalpie h , Druck p und die kinematische Größe Massenstrom \dot{M} , so sind mit dem Gleichungssystem (3-55) bis (3-57) folgende Randbedingungen physikalisch denkbar:

Tabelle 3-1: Physikalisch begründete Möglichkeiten für die Aufbringung der Randbedingungen des vereinfachten Gleichungssystems (3-55) bis (3-57) bzw. (3-61) bis (3-63).

Eintritt		Austritt	
Anzahl	Art der Randbedingungen	Anzahl	Art der Randbedingungen
1	h	2	p, \dot{M}
2	h, \dot{M}	1	p
2	h, p	1	\dot{M}
3	h, p, \dot{M}	0	-

3. Schritt: Korrektur des vereinfachten Systems und Charakterisierung

Das Gleichungssystem (3-55) bis (3-57) hat den Nachteil, dass es nicht mehr massenkonservativ ist /Thomann 1991/. Deshalb wird im Folgenden die nicht vereinfachte Kontinuitätsgleichung aus System (3-22) weiterverwendet.

Das korrigierte Gleichungssystem (mit ursprünglicher Kontinuitätsgleichung) lautet also:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \quad (3-61)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \quad (3-62)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho w h)}{\partial z} + \dot{q} \frac{U}{A} \quad (3-63)$$

Um die Frage zu beantworten, inwiefern sich die Charakteristiken durch den Austausch der Kontinuitätsgleichung verändert haben, wird das Gleichungssystem in ähnlicher Weise wie das ursprüngliche System umgeschrieben. In der Impulsbilanz ist die Zeitableitung der Geschwindigkeit herausgefallen. Um sie wieder aufzunehmen, wird die Impulsbilanz (3-62) mit einem Parameter b geschrieben, der später auf unendlich gesetzt wird:

$$\frac{1}{b} \cdot \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = -\left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \quad (3-64)$$

Durch die Grenzwertbetrachtung $b \rightarrow \infty$ geht die Impulsbilanz (3-64) in die Impulsbilanz (3-62) über. Die Energiebilanz (3-63) kann mit der Kontinuitätsgleichung und der Definition der spezifischen Enthalpie $h=u+p/\rho$ umgeschrieben werden. Die Kontinuitätsgleichung wird analog wie in (3-26) umgeformt. Man erhält:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial w}{\partial z} + w \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial w}{\partial t} + b \cdot \frac{\partial p}{\partial z} &= -b \cdot \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \end{aligned} \quad (3-65)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{w}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{p}{\rho} \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \dot{q} \frac{U}{A}$$

Dieses System kann wieder als Matrixgleichung geschrieben werden:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = \vec{d} \quad (3-66)$$

Die Eigenwerte der Matrix A sind:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= w \\ \lambda_2 &= \frac{1}{2} w + \frac{\sqrt{w^2 + 4\rho a^2 b}}{2} \xrightarrow{b \rightarrow \infty} \infty \\ \lambda_3 &= \frac{1}{2} w - \frac{\sqrt{w^2 + 4\rho a^2 b}}{2} \xrightarrow{b \rightarrow \infty} -\infty \end{aligned} \quad (3-67)$$

Der zweite und dritte Eigenwert strebt für die notwendige Grenzwertbetrachtung für $b \rightarrow \infty$ gegen plus bzw. minus unendlich. Die Eigenwerte stellen dieselben Charakteristiken wie die Gleichungen (3-58) bis (3-60) des vereinfachten Systems des zweiten Schrittes dar. Aus diesem Grund gelten die für dieses System gemachten Aussagen bzgl. der Charakteristiken und Randbedingungen auch für das jetzt vorliegende, korrigierte System des 3.Schrittes (Glei-

chungen (3-61) bis (3-63)). Aus den möglichen Kombinationen der Randbedingungen der Tabelle 3-1 wird für das Rechenprogramm folgende ausgewählt: Am Eintritt des Absorberrohrstranges wird der Massenstrom und die spezifische Enthalpie, am Austritt der Druck vorgegeben (siehe auch Seite 61).

Zusammenfassung

Es wurde das die Strömung beschreibende System (3-22) zu den Gleichungen (3-61) bis (3-63) vereinfacht und mit Hilfe der Theorie der Charakteristiken näher untersucht. Die kinetische Energie $\frac{1}{2}w^2$ ist in der Energiebilanz (3-63) vernachlässigt worden. Dies hätte man ohne weiteres auch an einer direkten Abschätzung rechtfertigen können. Die auftretenden Änderungen der kinetischen Energie liegen mehrere Größenordnungen unter den Änderungen der spezifischen inneren Energie des hier betrachteten Fluids. Schwieriger wäre die Argumentation der Vernachlässigung der Terme in der Impulsbilanz (3-62) geworden: Der Speicherterm und die Impulskräfte sind vernachlässigbar. Es bleibt nur der Druckverlust auf Grund der Rohrreibung. Durch die Vereinfachung lässt sich das System durch eine Finite-Differenzen-Approximation in Dymola lösen.

Ein weiterer Erkenntnisgewinn obiger Ableitung ist, dass abgeschätzt werden kann, wie sich das vereinfachte Gleichungssystem verhalten wird. Da die Schallgeschwindigkeit auf unendlich gesetzt wurde, laufen alle Druckstörungen mit unendlicher Geschwindigkeit durch das Rohr. Die Simulation von Druckstößen wird also mit diesem Modell nicht möglich sein¹¹. Langsamer ablaufende Vorgänge wie die Ausbreitung von Temperaturstörungen können weiterhin dargestellt werden.

Nicht zuletzt wurde durch obiges Vorgehen die Anzahl physikalisch notwendiger Randbedingungen am Rande des Integrationsgebietes ermittelt.

Reibungsdruckverlust

Reibungsdruckverlust der Einphasenströmung. Allgemein berechnet sich der Reibungsdruckverlust innerhalb eines Rohres durch:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_R = -\zeta \frac{L}{d_i} \frac{1}{2} \rho w |w| \quad (3-68)$$

Der Widerstandsbeiwert ζ berechnet sich aus der Reynolds-Zahl Re und der relativen Rohrrauigkeit k/d_i :

$$\zeta = \zeta\left(Re, \frac{k}{d_i}\right) \quad (3-69)$$

Für sehr große Reynolds-Zahlen (voll ausgebildete turbulente Strömung) ist der Widerstandsbeiwert nur noch von der Rohrrauigkeit abhängig; es ergibt sich dann ein quadratisches Druckverlustgesetz ($\Delta p \sim w^2$). Für niedrige Reynolds-Zahlen (laminare Strömung, $Re < 2300$) ist der Beiwert ζ nur von der Reynolds-Zahl abhängig. Bei laminarer Strömung

¹¹ Auch ohne vereinfachte Impulsbilanz wäre dies auf Grund der vereinfachten Stoffwerttroutinen nicht möglich.

liegt ein lineares Druckverlustverhalten ($\Delta p \sim w$) vor. Im Übergangsbereich der mittelgroßen Reynolds-Zahlen ist der Beiwert von beiden Parametern abhängig. Ein häufig angewendetes Gesetz für technisch glatte Rohre ist das Gesetz von *Blasius* /VDI 1994a/. Es wird hier für die Wasser-Einphasenströmung angewendet:

$$\zeta_f = C_f \cdot Re^{-n_f} \quad \text{für } 3 \cdot 10^3 < Re < 1 \cdot 10^5 \quad (3-70)$$

Messungen an der HIPRESS-Testanlage des ZSW ergaben als Koeffizienten für das Gesetz von Blasius $C_f=0,0588$ und $n_f=0,0856$. Damit berechnen sich mit dem Gesetz nach Blasius ähnlich gute Werte wie nach der Gleichung von Colebrook und White, die die relative Rohrrauigkeit berücksichtigt /Diss-I-Report 1999/.

Für höhere Bereiche der Reynolds-Zahlen, wie sie in der Dampfströmung vorkommen, besitzt das Gesetz von *Herrmann* /VDI 1994a/ Gültigkeit. Es wird in der vorliegenden Arbeit für die Simulation der einphasigen Dampfströmung im Überhitzerbereich verwendet:

$$\zeta_g = \zeta_{0g} + C_g \cdot Re^{-n_g} \quad \text{für } 2 \cdot 10^4 < Re < 2 \cdot 10^6 \quad (3-71)$$

Für die Parameter C_g und n_g werden hier die in /VDI 1994a/ angegebenen Werte übernommen, also $C_g=0,3964$ und $n_g=0,3$. Der additive Parameter ζ_{0g} wird durch die Bedingung innerhalb des Zweiphasengebietes bestimmt, dass keine Unstetigkeitsstelle des Druckverlustes als Funktion des Strömungsmassendampfgehaltes vorliegen darf.

Reibungsdruckverlust der Zweiphasenströmung. Der Reibungsdruckverlust einer Zweiphasenströmung ist in der Regel höher als der Druckverlust einer Einphasenströmung. Zusätzlich zum Druckverlust durch die Wandreibung kommt noch der Druckverlust durch irreversiblen Impulsaustausch zwischen den Phasen hinzu. So wird z. B. die Gasphase beim Passieren der Wellenberge der Flüssigphase auf Kosten des Druckes beschleunigt, der Druck wird aber auf Grund der Geometrie nicht wie bei einem idealen Diffusor zurückgewonnen, sondern durch Verwirbelung in thermische Energie umgewandelt. Auch durch Flüssigkeitsmitreißen und Wiedereintauchen der Tropfen in die Flüssigphase wird mechanische Energie dissipiert. Schließlich spielt neben anderen Effekten noch die Arbeit gegen Oberflächenspannungskräfte eine Rolle /Mayinger 1982/. Diese Vorgänge in einem theoretischen Modell zu beschreiben ist eine komplexe Aufgabe. Häufig werden deshalb empirische oder halbempirische Druckverlustmodelle angewendet.

In dieser Arbeit wird für die Simulation das Modell von Lockhart-Martinelli verwendet. Es ist einfach anzuwenden und es sind keine „krassen Ausreißer“ zu befürchten /Mayinger 1982/. Laut /Baehr 1996/ liefert es unabhängig vom Anwendungsfall befriedigende Ergebnisse mit einem Unsicherheitsbereich von $\pm 50\%$. Allerdings wurden die Beziehungen von Lockhart und Martinelli bei niedrigen Drücken entwickelt, was deren Anwendung für hohe Drücke eventuell etwas ungenauer macht.

Das Modell nach Lockhart-Martinelli geht wie die meisten Ansätze davon aus, dass der Zweiphasendruckverlust sich mittels eines Korrekturfaktors aus dem Reibungsdruckabfall der Einzelphasen ermitteln lässt:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{R,2ph} = \Phi_f^2 \cdot \left(\frac{dp}{dz}\right)_{R,0f} \quad (3-72)$$

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{R,2ph} = \Phi_g^2 \cdot \left(\frac{dp}{dz}\right)_{R,0g} \quad (3-73)$$

Hierin ist $(dp/dz)_{0f}$ der Reibungsdruckabfall der Flüssigkeit, $(dp/dz)_{0g}$ der des Dampfes, unter der Voraussetzung, dass jede der beiden Phasen das Rohr allein durchströmt. Als Strömungsgeschwindigkeit wird also jeweils die Leerrohrgeschwindigkeit w_{0f} bzw. w_{0g} genommen. Ist Φ_f^2 bzw. Φ_g^2 bekannt, so ist der Druckverlust der Zweiphasenströmung über den Druckverlust der Einphasenströmung der Flüssigkeit oder den des Dampfes berechenbar. Ziel ist es, die Zweiphasenmultiplikatoren Φ_f bzw. Φ_g in Abhängigkeit eines Parameters darzustellen. Es wird der so genannte Lockart-Martinelli-Parameter X eingeführt, dessen Quadrat das Verhältnis des Druckabfalls der Flüssigphase zur Gasphase darstellt:

$$X = \sqrt{\frac{(dp/dz)_{R,0f}}{(dp/dz)_{R,0g}}} \quad (3-74)$$

Werden nach Gleichung (3-68) die Druckverluste der einzelnen Phasen mit den Leerrohrgeschwindigkeiten der Beziehungen (3-12) und (3-13) eingeführt

$$(dp/dz)_{R,0f} = -\zeta_f \frac{1}{2} \frac{(1-\dot{x})^2 \dot{M}^2}{\rho_f A^2} \frac{1}{d_i} \quad (3-75)$$

$$(dp/dz)_{R,0g} = -\zeta_g \frac{1}{2} \frac{\dot{x}^2 \dot{M}^2}{\rho_g A^2} \frac{1}{d_i}, \quad (3-76)$$

so erhält man für den Lockart-Martinelli-Parameter X :

$$X = \left(\frac{\zeta_f}{\zeta_g}\right)^{0,5} \cdot \frac{1-\dot{x}}{\dot{x}} \cdot \left(\frac{\rho_g}{\rho_f}\right)^{0,5} \quad (3-77)$$

Für die Berechnung der Widerstandsbeiwerte setzen Lockart und Martinelli für turbulente Strömungen die Gültigkeit des Blasius-Gesetzes voraus. Die Reynolds-Zahlen sind mit der Leerrohrgeschwindigkeit der Phasen gebildet:

$$\zeta_f = \frac{C}{Re_f^n} = \frac{C}{\left(\frac{\dot{M}(1-\dot{x})d_i}{A\eta_f}\right)^n} \quad (3-78)$$

$$\zeta_g = \frac{C}{Re_g^n} = \frac{C}{\left(\frac{\dot{M}\dot{x}d_i}{A\eta_g}\right)^n} \quad (3-79)$$

Eingesetzt in Gleichung (3-77) ergibt sich mit $n=0,2$ (turbulent, technisch glattes Rohr) der Lockart-Martinelli-Parameter für eine turbulente Strömung X_{tt} ¹²:

$$X_{tt} = \left(\frac{1-\dot{x}}{\dot{x}} \right)^{0,9} \left(\frac{\eta_f}{\eta_g} \right)^{0,1} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0,5} \quad (3-80)$$

Mit diesem Parameter lassen sich die Zweiphasenmultiplikatoren darstellen. Für eine turbulente Strömung gilt:

$$\Phi_f^2 = 1 + \frac{20}{X_{tt}} + \frac{1}{X_{tt}^2} \quad (3-81)$$

$$\Phi_g^2 = 1 + 20X_{tt} + X_{tt}^2 \quad (3-82)$$

Damit lässt sich der Druckverlust der Zweiphasenströmung mit Hilfe des Druckverlustes der Einphasenströmung berechnen.

In Abb. 3-8 ist der Reibungsdruckverlust der Ein- bzw. Zweiphasenströmung in Abhängigkeit der spezifischen Enthalpie dargestellt. Die Berechnung ist für drei Massenströme $\dot{M} = 0,25 \text{ kg/s}$, $0,50 \text{ kg/s}$ und $0,75 \text{ kg/s}$ bei einem Druck von jeweils $p=60 \text{ bar}$ und einem Rohrrinnendurchmesser von $d_i=50 \text{ mm}$ erfolgt. Der Druckverlust im Einphasengebiet des unterkühlten Wassers ist gering. Im Bereich der Einphasenströmung des überhitzten Dampfes ist er auf Grund der höheren Strömungsgeschwindigkeiten größer. Er nimmt dort mit steigender spezifischer Enthalpie zu, da die Dichte abnimmt und die Strömungsgeschwindigkeit zunimmt¹³. Im Zweiphasengebiet ist ein Maximum des Druckverlustes zu erkennen. Dies liegt am oben beschriebenen irreversiblen Impulsaustausch zwischen der Wasser- und Dampfphase. Diese Irreversibilitäten nehmen für Strömungsmassendampfgehalte $\dot{x} \rightarrow 0$ und $\dot{x} \rightarrow 1$, also bei Näherung an die Einphasenströmung wieder ab, was das Maximum im Druckverlust erklärt. An Abb. 3-8 ist auch deutlich zu erkennen, dass mit zunehmenden Massenstrom, d. h. zunehmenden Strömungsgeschwindigkeiten der Reibungsdruckverlust stark ansteigt.

¹² Der Index tt deutet an, dass dieser Zweiphasenmultiplikator Gültigkeit besitzt, wenn beide Phasen turbulent strömen.

¹³ Die Geschwindigkeit geht in das Einphasendruckverlustmodell von Hermann für turbulente Strömung mit einer Potenz $n>1$ ein, d.h trotz niedrigerer Dichte steigt der Druckverlust bei höherer Enthalpie.

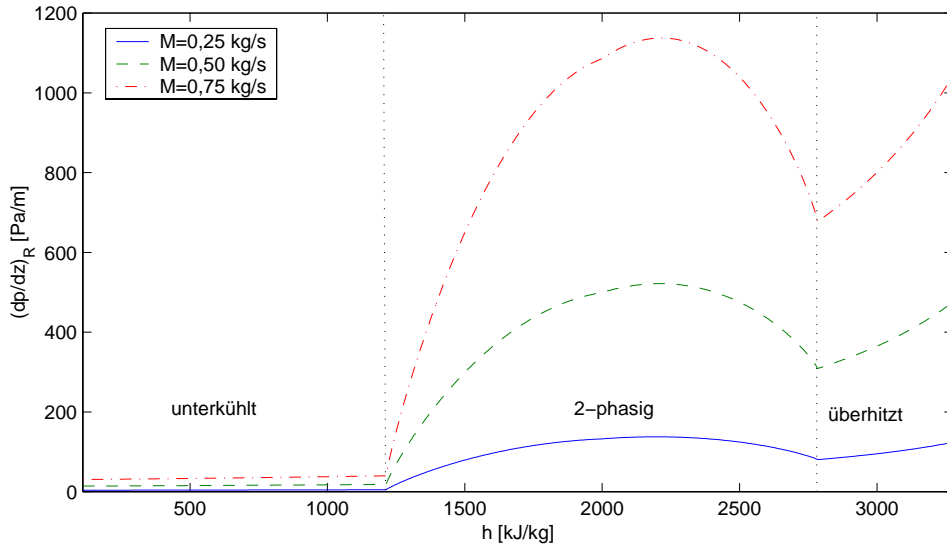


Abb. 3-8: Reibungsdruckverluste der Ein- und Zweiphasenströmung für die Massenströme 0,25 kg/s, 0,50 kg/s und 0,75 kg/s (bei $p=60$ bar, $d_i=50$ mm). Der Zweiphasendruckverlust ist mit dem Modell von Lockhart-Martinelli berechnet.

In Abb. 3-9 ist der Einfluss des Druckes auf den Reibungsdruckverlust verdeutlicht. Für die Drücke $p=30$ bar, 60 bar und 100 bar ist für einen Massenstrom $\dot{M}=0,5$ kg/s der Druckverlust bei verschiedenen Strömungsmassendampfgehalten¹⁴ eingezeichnet. Die Ursache der niedrigeren Druckverluste bei hohen Drücken liegt an den kleineren Dampfgeschwindigkeiten: Bei hohen Drücken ist die Dichte des Dampfes größer als bei kleinen Drücken, was bei gleichem Massenstrom eine geringe Geschwindigkeit der Dampfphase bedeutet.

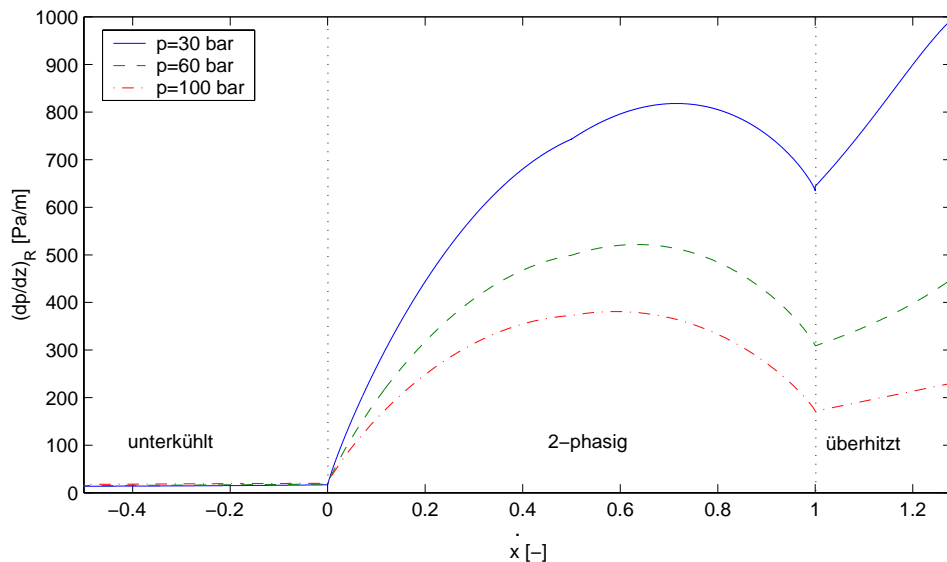


Abb. 3-9: Reibungsdruckverluste der Ein- und Zweiphasenströmung für die Drücke $p=30$ bar, $p=60$ bar und $p=100$ bar bei einem Massenstrom von 0,5 kg/s ($d_i=50$ mm). Der Zweiphasendruckverlust ist mit dem Modell von Lockhart-Martinelli berechnet.

¹⁴ Die Strömungsmassendampfgehalte $\dot{x} < 0$ und $\dot{x} > 1$ sind rechnerische Größen. Sie geben den Grad der Unterkühlung bzw. Überhitzung an.

Um abschätzen zu können, ob das Modell von Lockhart-Martinelli auch für die Anwendung in solaren Verdampferrohren mit ihren zum Teil hohen Drücken anwendbar ist, erfolgt ein Vergleich mit einem vom ZSW entwickelten Modell /Diss-I-Report 1999/. Dieses Modell ist aus Messungen entwickelt worden, die dem Parameterbereich eines Parabolrinnenabsorbers mit Direktverdampfung entsprechen. Es liefert einen über alle Strömungsmassendampfgehalte \dot{x} gemittelten Zweiphasenmultiplikator R für einen Absorberstrang im Durchlaufkonzept:

$$R = 2051,3 \cdot p^{-1,177} \quad p \text{ in [bar]} \quad (3-83)$$

In diesem Modell ist der Zweiphasenmultiplikator R definiert als das Verhältnis des Zweiphasendruckverlustes zum Einphasendruckverlust, wenn die gesamte Masse als Flüssigkeit strömen würde:

$$R = \frac{\left(\frac{dp}{dz}\right)_{R,2ph}}{\left(\frac{dp}{dz}\right)_{R,l}} \quad (3-84)$$

Beispielhaft sind die Ergebnisse beider Modelle in Abb. 3-10 für die Drücke $p=30$ bar und $p=100$ bar und für einen Massenstrom $\dot{M}=0,5$ kg/s eingetragen.

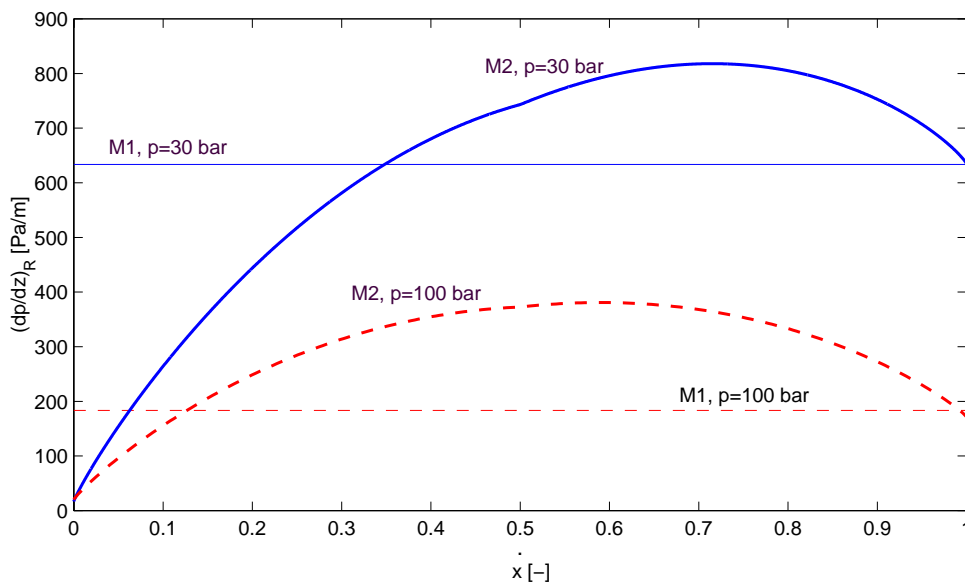


Abb. 3-10: Vergleich des Zweiphasen-Druckverlustmodells von Lockart-Martinelli (M2) mit dem vom ZSW für das Durchlaufkonzept entwickelten Modell (M1) bei einem Massenstrom von $0,5$ kg/s ($d_i=50$ mm) und verschiedenen Drücken. Der über den Zweiphasenbereich gemittelte Druckverlust des Modells M2 müsste bei Übereinstimmung der beiden Modelle dem Wert des Modelles M1 entsprechen.

Das Modell des ZSW ist mit M1, das Modell von Lockhart Martinelli mit M2 gekennzeichnet. Da das beim ZSW entwickelte Modell nur einen integralen Wert über den gesamten Strömungsmassendampfgehalt darstellt, muss zum Vergleich auch ein Mittelwert für das Modell von Lockhart-Martinelli berechnet werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3-2 dargestellt. Die Abweichungen der Modelle sind in Abb. 3-11 graphisch dargestellt.

Tabelle 3-2: Vergleich des vom ZSW entwickelten Zweiphasen-Druckverlustmodells (M1) mit den gemittelten Werten des Modells von Lockhart-Martinelli (M2) bei verschiedenen Drücken und Massenströmen ($d_i=50$ mm).

Massenstrom [kg/s]	Druck [bar]	Modell ZSW (M1) [Pa/m]	Lockh.-Martinelli (M2) [Pa/m]	Relative Abweichung [%]
$\dot{M} = 0.25$ kg/s	30	168	165	+2
	60	81	106	-24
	100	49	77	-36
$\dot{M} = 0.50$ kg/s	30	634	626	+1
	60	304	402	-24
	100	183	292	-37
$\dot{M} = 0.75$ kg/s	30	1377	1363	+1
	60	660	877	-25
	100	398	636	-37

Die Werte sind Mittelwerte für alle \dot{x} zwischen 0 und 1.

Die relative Abweichung wurde mit folgender Formel berechnet: rel. Abweichung=(M1-M2)/M2.

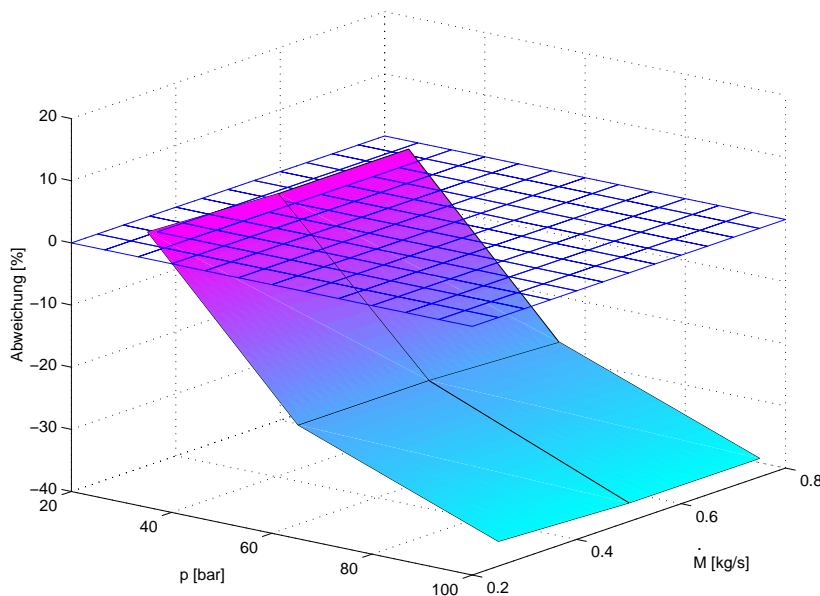
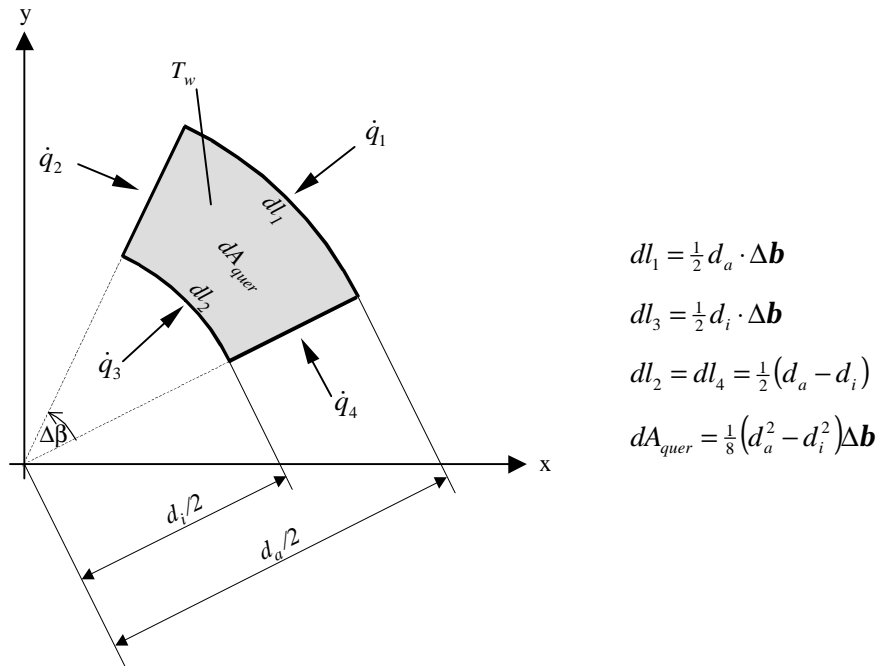


Abb. 3-11: Relative Abweichung der gemittelten Werte des Lockhart-Martinelli-Modells vom Zweiphasen-Druckverlustmodell des ZSW in Abhängigkeit von Druck und Massenstrom ($d_i=50$ mm).

Für den vorliegenden Fall sind die Abweichungen zwischen den beiden Modellen für niedrige Drücke gering. Der Massenstrom hat kaum einen Einfluss auf die Abweichung der zwei Modelle, da dieser in beiden Modellen nicht in den Zweiphasenmultiplikator eingeht. Bei einem Druck von $p=30$ bar ist die Abweichung kleiner als 2 %. Bei höheren Drücken zeigt das Modell von Lockhart-Martinelli etwas höhere Werte als das Modell vom ZSW. Die Abweichung beträgt bei $p=100$ bar maximal minus 37 %. Dies für die Ungewissheiten in der Zweiphasentechnik noch ein befriedigendes Ergebnis. Das Modell von Lockhart-Martinelli kann also durchaus bei der Simulation der Direktverdampfung auch bei hohen Drücken angewendet werden, wenn Einbußen in der Genauigkeit in Kauf genommen werden. Gegenüber dem Modell des ZSW hat es den Vorteil, dass es keinen integralen Wert für alle Strömungsmassendampfgehalte berechnet, sondern einen separaten Wert für jeden Dampfgehalt liefert.

3.2.2 Modell der Rohrwand

Die Energiebilanz wird für ein Rohrsegment aufgestellt. Das in Abb. 3-12 dargestellte Segment wird in einer Geometrieklasse¹⁵ durch den Rohraußen- und -innendurchmesser d_i und d_a , den Winkel $\Delta \mathbf{b}$ und die Länge dz beschrieben.



$$dl_1 = \frac{1}{2} d_a \cdot \Delta \mathbf{b}$$

$$dl_3 = \frac{1}{2} d_i \cdot \Delta \mathbf{b}$$

$$dl_2 = dl_4 = \frac{1}{2} (d_a - d_i)$$

$$dA_{quer} = \frac{1}{8} (d_a^2 - d_i^2) \Delta \mathbf{b}$$

Abb. 3-12: Rohrsegment mit den beschreibenden Größen, Randbedingungen und Gleichungen der geometrischen Zusammenhänge.

Innerhalb des Segments wird eine einheitliche Temperatur T_w angenommen. Das Rohr soll aus einem Material konstanter Dichte und spezifischer Wärmekapazität gefertigt sein. Die axiale Wärmeleitung innerhalb des Rohres wird nicht berücksichtigt. Ein Temperaturgradient in radialer Richtung soll vernachlässigt werden. Die Energiebilanz für das dargestellte Segment i lautet dann:

$$\mathbf{r}_s c_s dA_{quer,i} \frac{dT_{w,i}}{dt} = \sum_{k=1}^4 \dot{q}_{k,i} dl_{k,i} - \mathbf{r}_s c_s (dT_{w,i} - dT_{w,j}) \frac{dA_{quer,i}}{dt} \quad (3-85)$$

Durch die Definition einer Geometrieklasse in Dymola, die die Größe des Rohrsegments beschreibt, kann die Objektklasse Rohrwand flexibel an die jeweilige Fragestellung angepasst werden¹⁶. Die zeitliche Ableitung der Fläche (letzte Term der rechten Seite) in Gleichung (3-85) stellt einen Quell- bzw. Senkenterm dar, wenn sich die Grenzen des Rohrsegmentes

¹⁵ Die verwendete, objektorientierte Simulationssprache Modelica verwendet Klassen, um daraus Objekte zu erzeugen. Ein Gesamtmodell setzt sich aus verschiedenen Objekten zusammen (siehe auch Kapitel 4.2, Seite 66)

¹⁶ Die Rohrwand kann z. B. in mehrere Segmente unterschiedlicher Temperaturen unterteilt werden. Die Wärmestromdichten in azimuthaler Richtung (\dot{q}_2 und \dot{q}_4) können näherungsweise über eine stationäre, analytische Lösung abgeschätzt werden (siehe /Steinmann 1998/).

auf Grund einer sich verschiebenden Benetzungshöhe ändert. Weitet sich das Rohrsegment i auf Kosten des Segmentes j aus ($dA_{quer,i}/dt > 0$), und ist die Temperatur T_{wj} des Segmentes j kleiner als die Temperatur T_{wi} des Segmentes i , dann muss sich aus Gründen der Energieerhaltung die Temperatur des Segmentes i erniedrigen. Geht man von festen Grenzen zwischen den Rohrsegmenten aus, so entfällt der Term.

Da die Simulationen in dieser Arbeit zur Begrenzung des Rechenaufwandes mit nur einem, nicht veränderlichen Rohrsegment ($\Delta\beta=2\pi=\text{konstant}$) durchgeführt werden, entfällt der Quell- und Senkenterm. Als Randbedingungen müssen nur \dot{q}_1 (über Gleichung 3-124) und \dot{q}_3 (über den konvektiven Wärmetransport an die Strömung) bestimmt werden. Dadurch vereinfacht sich Gleichung (3-85) zu:

$$\rho_s c_s dA_{quer} \frac{dT_w}{dt} = \dot{q}_1 dl_1 + \dot{q}_3 dl_3 \quad (3-86)$$

Durch die vereinfachende Annahme einer einheitlichen Temperatur für den gesamten Rohrquerschnitt ($\Delta\beta=2\pi$) werden folgende Fehler in Kauf genommen: Die Wärmestromdichte der Abstrahlung wird als zu gering berechnet, da die Temperatur dort in vierter Potenz eingeht. Bei Temperaturdifferenzen von maximal ca. 50 K liegt der Fehler jedoch bei wenigen Prozent der Abstrahlungsverluste. Zweitens ist für die Berechnung des Wärmeübergangs die treibende Kraft nicht die Differenz zwischen der berechneten, gemittelten Rohrwandtemperatur zur Fluidtemperatur, sondern die Differenz zwischen der tatsächlich vorliegenden Temperatur zur Fluidtemperatur. Dies müsste in Gleichung (3-120) bei der Berechnung des gemittelten Wärmeübergangs berücksichtigt werden, was aber auf Grund der Unkenntnis der verschiedenen Rohrwandtemperaturen nicht möglich ist (siehe auch Fußnote 21 auf Seite 46).

3.2.3 Modelle für die Wärmeübergänge

Wärmeübergänge machen Aussagen, inwiefern die übertragene Wärme vom treibenden Temperaturgefälle abhängt und wie schnell der Prozess der Wärmeübertragung abläuft /Baehr 1996/. Zusammen mit dem Energiespeichervermögen der Rohrwand haben Wärmeübergänge einen bedeutenden Einfluss auf das dynamische Verhalten der Anlage. Außerdem sind sie wichtig im Hinblick auf die Rohrwandtemperaturen: Maximaltemperaturen dürfen genauso wenig überschritten werden wie Spannungen, die durch örtliche Gradienten oder Transienten der Rohrwand ausgelöst werden. Hohe Rohrwandtemperaturen wirken sich auch negativ auf die gewonnene Leistung des Kollektors aus.

Eine Modellvereinfachung ist in der Regel mit einem Informationsverlust verbunden. Die Verwendung eines homogenen Modells im Zweiphasengebiet geht mit der Einschränkung einher, dass es keine Aussagen bezüglich der Phasenverteilung oder des Geschwindigkeitsverhältnisses aus Flüssig- und Gasphase machen kann. Auch sind durch die Mittelung des homogenen Modells alle Informationen bzgl. der Strömungsform verloren gegangen. Dieses Wissen wird jedoch für die Modellierung des Wärmeübergangs benötigt. Daher wird, bevor die benutzten Wärmeübergangsbeziehungen für die innere Rohrwand beschrieben werden, zuerst auf das Phasenverteilungsmodell eingegangen.

Phasenverteilungsmodell

Um den unbekanntem volumetrischen Dampfgehalt ε zu bestimmen, mit dem auch die Geschwindigkeiten der beiden Phasen über die Gleichungen (3-14) und (3-15) berechnet werden, gibt es folgende Möglichkeiten. Der Dampfgehalt ε kann bei bekanntem Schlupf über Gleichung (3-16) berechnet werden. Dafür ist aber eine separate Beziehung für das Geschwindigkeitsverhältnis (Schlupf) notwendig, die meist empirischer oder halbempirischer Art ist. Die zweite Möglichkeit besteht darin, sofort eine Beziehung für den Dampfgehalt zu nutzen. Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse verschiedener Ansätze verglichen, um sich dann für die Verwendung einer Beziehung in der Simulation zu entscheiden.

Schlupfmodelle

Ansatz nach Levy. Einer der ersten und einfachsten theoretischen Ansätze für den Schlupf stammt von Levy. Er setzte für beide, getrennt strömenden Phasen die Impuls- und Bernoulli-Gleichung an und kam zu folgender Beziehung /Mayer 1982/:

$$S = \sqrt{\frac{\rho_f}{\rho_g} \varepsilon} \quad (3-87)$$

Levy stellte jedoch fest, dass zwischen Rechnung und Messung Abweichungen bis 50 % auftraten. Gleichung (3-87) in (3-16) eingesetzt ergibt eine implizite Beziehung für den volumetrischen Dampfgehalt ε :

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{1-\dot{x}}{\dot{x}} \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_f} \varepsilon}} \quad (3-88)$$

Ansatz nach Goebel. Für den Parameterbereich eines Parabolrinnenkraftwerkes stellte /Goebel 1998/ für den Schlupf folgende, nur vom Druck abhängige Korrelation fest:

$$S = 2,5 + (100 - p) \cdot \frac{2,5}{70} \quad \text{für } 0,2 < \dot{x} < 0,9 \quad (3-89)$$

p in [bar]

Für Dampfgehalte kleiner als 0,2 strebt der Schlupf gegen $S=1$, da die Wellenspitzen den Rohrquerschnitt für die Dampfströmung verkleinern (Schwallströmung). Für Dampfgehalte größer als 0,9 wird in der Vergleichsrechnung angenommen, dass sie die obige Beziehung ihre Gültigkeit behält. Mit dem bekannten Schlupf erhält man mit der umgeformten Gleichung (3-16) den Dampfgehalt ε :

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + S \cdot \frac{1-\dot{x}}{\dot{x}} \cdot \frac{\rho_g}{\rho_f}} \quad (3-90)$$

Modelle zur direkten Bestimmung des Dampfgehaltes ε

Ansatz nach Rouhani. In /VDI 1997/ wird die Beziehung nach Rouhani empfohlen, die den Dampfgehalt ohne den Umweg über den Schlupf bestimmt:

$$\varepsilon = \frac{\dot{x}}{\rho_g} \left[(1 + 0,12(1 - \dot{x})) \cdot \left(\frac{\dot{x}}{\rho_g} + \frac{1 - \dot{x}}{\rho_f} \right) + \frac{1,18(1 - \dot{x})(g\sigma(\rho_f - \rho_g))^{0,25}}{\dot{m}\rho_f^{0,5}} \right]^{-1} \quad (3-91)$$

mit Strömungsmassendampfgehalt \dot{x} in [-]
 Dichten der Flüssig- und Dampfphase ρ_f, ρ_g in $[\text{kg}/\text{m}^3]$
 Erdbeschleunigung g in $[\text{m}/\text{s}^2]$
 Oberflächenspannung σ in $[\text{N}/\text{m}]$
 Massenstromdichte \dot{m} in $[\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})]$

Ansatz nach Laufs. In /Laufs 1997/ wird eine Korrelation für den Flüssigkeits-Holdup¹⁷ ε_f nur in Abhängigkeit des Lockart-Martinelli-Parameters X_{II} (siehe Gleichung (3-80)) aufgestellt. Für den Dampfgehalt ε ergibt sich dann:

$$\varepsilon = 1 - \varepsilon_f = 1 - \left[1 + \frac{4,3}{X_{II}} + \frac{3,7}{X_{II}^2} \right]^{-0,48} \quad (3-92)$$

Ein Vergleich der hier vorgestellten Ansätze zur Bestimmung des volumetrischen Dampfgehaltes ist in Abb. 3-13 für ein Wasser-Dampf-Gemisch bei $p=60$ bar und einer Massenstromdichte $\dot{m}=250$ $\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$ dargestellt. Die Ergebnisse zeigen nicht unerhebliche Unterschiede zwischen den Modellen¹⁸. Die Beziehung nach Rouhani ist in der Literatur empfohlen. Sie liegt zwischen den Kurven von Goebel und Laufs und zeigt einen stetigen Verlauf. Aus diesen Gründen wird für den weiteren Modellaufbau die Gleichung von Rouhani verwendet.

Der Schlupf, der nach Gleichung (3-89) berechnet ist, liegt für den Bereich von $p=30$ bar und $p=100$ bar zwischen $S=5$ und $S=2,5$. Nach der Bernoulli-Gleichung ist auf Grund des geringeren Dichteunterschiedes der beiden Phasen bei steigendem Druck auch der Geschwindigkeitsunterschied geringer.

Am Verlauf der Kurven ist zu erkennen, dass schon eine geringe Menge verdampften Wassers einen großen Querschnitt des Rohres belegt. Dies ist auf den großen Dichteunterschied des Dampfes gegenüber Wasser zurückzuführen.

¹⁷ Der Flüssigkeits-Holdup ε_f ist der volumengemittelte, relative Anteil der flüssigen Phase am Querschnitt. Es gilt die Beziehung: $\varepsilon_f + \varepsilon = 1$.

¹⁸ Die Kurve nach /Goebel 1998/ weist eine Knickstelle bei $\dot{x}=0,2$ auf, da die Schlupffunktion in ihrem Definitionsbereich konstant ist und mit Hilfe einer linearen Interpolation auf den gesamten Zweiphasenbereich $\dot{x} \in [0,1]$ mit einer Unstetigkeit bei $\dot{x}=0,2$ erweitert wurde.

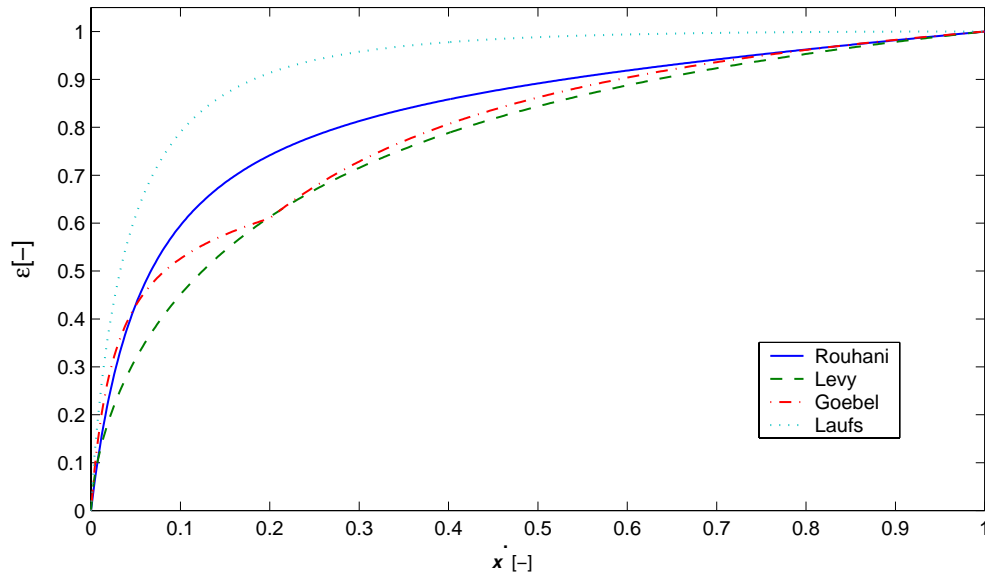


Abb. 3-13: Vergleich verschiedener Modellansätze für den volumetrischen Dampfgehalt ε , berechnet für ein Wasser-Dampf-Gemisch bei $p=60$ bar und einer Massenstromdichte von $\dot{m}=250$ kg/(m²s).

Mit Hilfe des volumetrischen Dampfgehaltes ε ist aus geometrischen Betrachtungen der zugehörige Winkel φ_{hf} der statischen Flüssigkeitshöhe (siehe Abb. 3-4 auf Seite 13) darstellbar:

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi} \left\{ \varphi_{hf} - \frac{1}{2} \sin(2\varphi_{hf}) \right\} \quad (3-93)$$

Wird Beziehung (3-17) der Seite 13 eingesetzt, folgt aus dem Dampfgehalt eine iterativ zu lösende Gleichung für die statische Wellenhöhe h_f :

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi} \left\{ \arccos\left(\frac{2h_f}{d_i} - 1\right) - \frac{1}{2} \sin\left(2 \arccos\left(\frac{2h_f}{d_i} - 1\right)\right) \right\} \quad (3-94)$$

Um eine aufwendige, iterative Lösung der Gleichung zu vermeiden, wurde Gleichung (3-94) durch eine einfache, lineare Beziehung ersetzt:

$$h_f = d_i \cdot (1,0 - \varepsilon) \quad (3-95)$$

In Abb. 3-14 sieht man im linken Diagramm die dimensionslose statische Flüssigkeitshöhe h_f/d_i als Funktion vom Dampfgehalt ε , berechnet durch die exakte Beziehung (3-94) und die Näherung (3-95). Im rechten Diagramm der Abb. 3-14 ist die dimensionslose statische Flüssigkeitshöhe h_f/d_i über dem Strömungsmassendampfgehalt \dot{x} aufgetragen, wieder mit der exakten Beziehung und der Näherung berechnet. Man erkennt, dass die Vereinfachung durchaus zulässig ist. Die Fehler in der statischen Flüssigkeitshöhe liegen unter 5 % des Rohrendurchmessers.

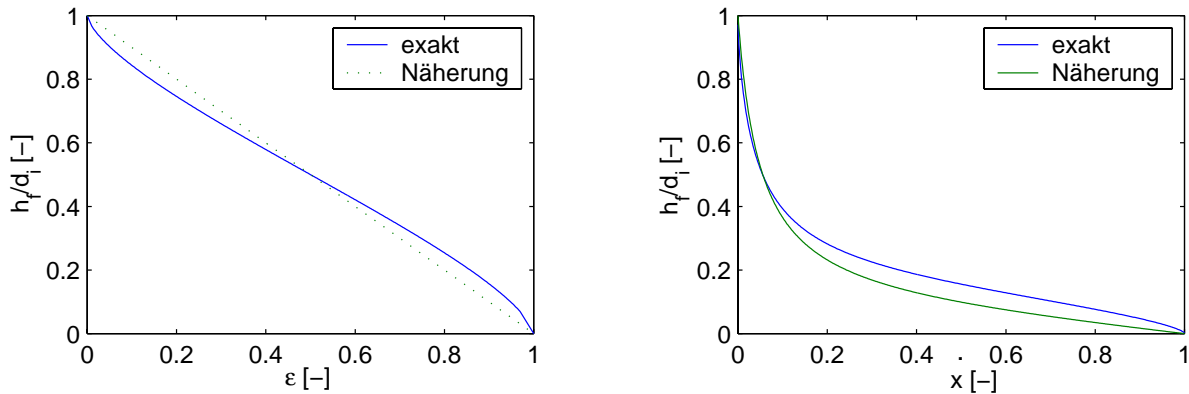


Abb. 3-14: Dimensionslose statische Flüssigkeitshöhe h_f/d_i aufgetragen über dem volumetrischen Dampfgehalt ε (linkes Diagramm) und dem Strömungsmassendampfgehalt \dot{x} (rechtes Diagramm), berechnet mit der exakten Beziehung (3-94) und der Näherungsbeziehung (3-95).

Die folgenden empirischen Korrelationen für die Phasenverteilung sind Ergebnisse des GUDE-Projektes /Goebel 1998/, in dem die Zweiphasenströmung unter den Randbedingungen eines Absorberrohres mit Direktverdampfung untersucht wurde. Es wurde festgestellt, dass auch bei Strömungsmassendampfgehalten nahe $\dot{x}=1$ die statische Flüssigkeitshöhe h_f nicht unter 2,5 mm absinkt. Es wird daher eine korrigierte statische Flüssigkeitshöhe $h_{f,korr}$ eingeführt:

$$h_{f,korr} = h_f + \frac{2,5 \text{ mm}}{d_i} \quad \text{mit } d_i \text{ in [mm]} \quad (3-96)$$

Die obere Wellenhöhe¹⁹ h_{f+} wurde innerhalb des GUDE-Versuchsprogrammes als doppelt so groß wie die statische Wellenhöhe ermittelt. Es gilt also:

$$h_{f+} = 2 \cdot h_{f,korr} \quad (3-97)$$

Die Benetzung der Rohrwand durch Entrainment und Deposition nimmt mit zunehmender kinetischer Energie der Dampfphase zu. Die Filmhöhe h_{film} steigt also quadratisch mit der Dampfmassenstromdichte \dot{m}_g :

$$h_{film} = 45 \text{ mm} \left(\frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_{g,Umschlag,i}} \right)^2 \quad (3-98)$$

Dabei soll mit $\dot{m}_{g,Umschlag,i}$ diejenige Dampfmassenstromdichte bezeichnet werden, die für eine geschlossene Ringströmung mindestens erforderlich ist. Diese Umschlagsmassenstromdichte ist abhängig vom Druck und von der Beheizung. Für eine unbeheizte Strömung gilt:

$$\dot{m}_{g,Umschlag,unbeh} = 46,6 + 0,595 p + 0,0119 p^2 \quad \text{mit } p \text{ in [bar]} \quad (3-99)$$

Für eine beheizte Strömung tritt die geschlossene Ringströmung erst bei höheren Dampfmassenstromdichten ein. Es gilt:

$$\dot{m}_{g,Umschlag,\dot{q}} = \dot{m}_{g,Umschlag,unbeh} \left(1 + 1,3 \frac{\dot{q}}{56} \right) \quad \text{mit } \dot{q} \text{ in } \left[\frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \right] \quad (3-100)$$

¹⁹ Die entsprechenden Größen wurden in Abb. 3-4 auf Seite 13 eingeführt.

Die gesamte benetzte Höhe berechnet sich schließlich aus der Summe der oberen Wellenhöhe h_{f+} und der Filmhöhe h_{film} . Es wird zwischen zwei Benetzungshöhen unterschieden:

- Teilbenetzungshöhe: Die Höhe, unterhalb welcher Deposition stattfindet, aber nicht genügend, um einen dauerhaften Flüssigkeitsfilm aufrecht zu erhalten. Aus den GUDE-Versuchen hat sich gezeigt, dass eine weitere Unterteilung innerhalb der Teilbenetzung notwendig ist:

$$h_{teilben} = h_{f+} + 45 \text{ mm} \left(\frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_{g,Umschlag,unbeh}} \right)^2 \quad \text{für } \dot{m}_g < \dot{m}_{g,Umschlag,unbeh} \quad (3-101)$$

$$h_{teilben} = h_{f+} + 45 \text{ mm} \left(\frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_{g,Umschlag,unbeh}} \right)^{0,4} \quad \text{für } \dot{m}_g > \dot{m}_{g,Umschlag,unbeh} \quad (3-102)$$

- Benetzungshöhe: Die Höhe unterhalb welcher ein Flüssigkeitsfilm an der Rohrwand anliegt:

$$h_{ben} = h_{f+} + 45 \text{ mm} \left(\frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_{g,Umschlag,\dot{q}}} \right)^2 \quad (3-103)$$

Mit Gleichung (3-17) können dann die Winkel für die entsprechenden Höhen berechnet werden:

$$\varphi_{teilben} = \arccos \left(\frac{2h_{teilben}}{d_i} - 1 \right) \quad \text{und} \quad \varphi_{ben} = \arccos \left(\frac{2h_{ben}}{d_i} - 1 \right) \quad (3-104)$$

In Abb. 3-15 sind die mit dem Rohrdurchmesser normierten Höhen für eine *unbeheizte* Zweiphasenströmung bei $p=30$ bar und $p=100$ bar aufgetragen. In allen Bereichen, in denen die gepunktete Linie der Benetzungshöhe h_{ben} oberhalb der Linie der Rohrwand liegt, herrscht eine geschlossene Ringströmung. Eine Schwallströmung liegt dann vor, wenn die obere Wellenhöhe h_{f+} die Rohroberseite übersteigt. In Abb. 3-15 liegt bei $p=30$ bar Schwallströmung nur für Strömungsmassendampfgehalte $\dot{x} < 0,05$ vor, während für $p=100$ bar diese Strömungsform bis $\dot{x} = 0,15$ auftaucht. Dies kann dadurch erklärt werden, dass bei niedrigen Drücken die Dampfphase eine geringe Dichte besitzt und daher eine geringe Dampfmasse ein großes Volumen einnimmt, die die Flüssigphase von der Rohroberseite verdrängt. Bei höheren Drücken besitzt der Dampf eine größere Dichte und die Verdrängung erfolgt erst bei höheren Strömungsmassendampfgehalten.

Die Tatsache, dass die Filmhöhe (Abstand zwischen h_{f+} und h_{ben}) bei niedrigeren Drücken schneller mit dem Strömungsmassendampfgehalt zunimmt als bei höheren Drücken, lässt sich auch auf die Dichte zurückführen. Durch die geringere Dichte bei niedrigen Drücken weist bei einem bestimmten Strömungsmassendampfgehalt die Gasphase eine höhere Geschwindigkeit auf als dies bei höheren Drücken der Fall ist. Wie oben beschrieben worden ist, wird die Benetzung durch Entrainment und Deposition durch eine hohe Dampfphasengeschwindigkeit begünstigt.

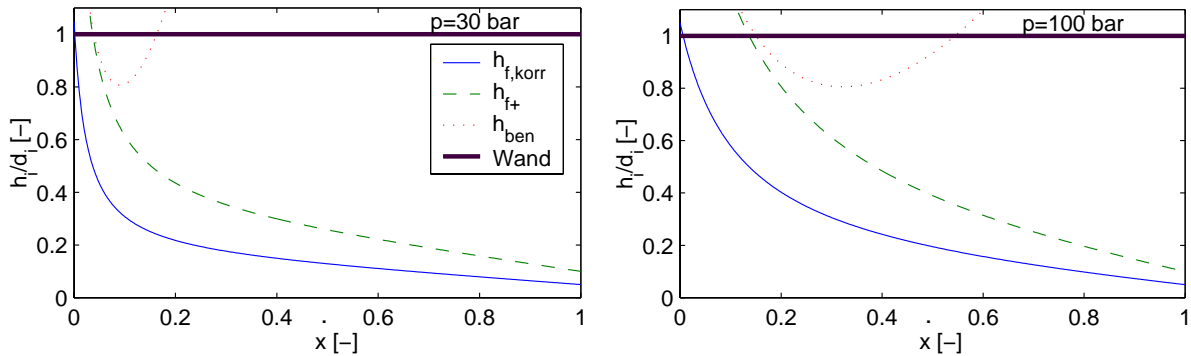


Abb. 3-15: Mit den Korrelationen von /Goebel 1998/ berechnete Benetzungshöhe h_{ben} , obere Wellenhöhe h_{f+} und korrigierte, statische Flüssigkeitshöhe $h_{f,korr}$ der unbeheizten Zweiphasenströmung bei $p=30$ bar (links) und $p=100$ bar (rechts), jeweils bei einer Massenstromdichte $\dot{m}_{ges}=350$ kg/(m²s). Aufgetragen sind die mit dem Rohrdurchmesser normierten Größen.

In Abb. 3-16 sind die normierten Höhen für eine *beheizte* Zweiphasenströmung ($\dot{q}=38$ kW/m²) bei $p=30$ bar und $p=100$ bar zu sehen. In Vergleich mit Abb. 3-15 ist zu erkennen, dass mit Beheizung geringere Filmhöhen vorliegen als ohne Beheizung. Oberhalb der Benetzungshöhe findet zwar zum Teil noch Tröpfchenablagerung statt, aber nicht genug, um eine vollständige Benetzung zu gewährleisten.

Für höhere Massenstromdichten verbessert sich die Benetzung vor allem auf Grund von erhöhtem Entrainment und Deposition. Deshalb ist eine zu geringe Massenstromdichte vor allem bei seitlicher Einstrahlung kritisch einzuschätzen. Aus den vorgestellten Abbildungen ist auch zu erkennen, dass der Bereich, in dem keine Rundumbenetzung der Rohrwand vorliegen kann, vor allem bei mittleren Strömungsdampfgehalten auftritt. In diesem Parameterbereich wird die Rohrwand nicht mehr durch Schwälle befeuchtet wird, und die Dampfgeschwindigkeit ist zum Teil noch nicht so hoch ist, dass der Mechanismus des Entrainment und Deposition ausreichend wäre.

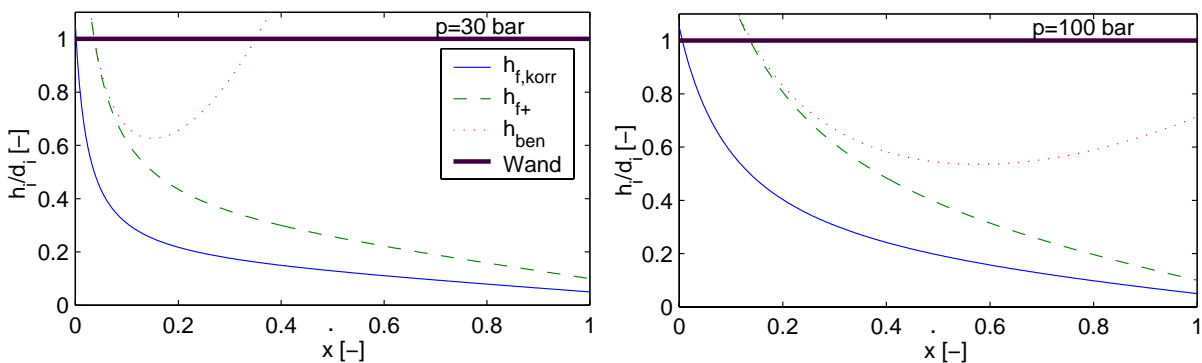


Abb. 3-16: Mit den Korrelationen von /Goebel 1998/ berechnete Benetzungshöhe h_{ben} , obere Wellenhöhe h_{f+} und korrigierte, statische Flüssigkeitshöhe $h_{f,korr}$ der beheizten Zweiphasenströmung bei $p=30$ bar (links) und $p=100$ bar (rechts), jeweils bei einer Massenstromdichte $\dot{m}_{ges}=350$ kg/(m²s) und einer Wärmestromdichte $\dot{q}=38$ kW/m². Aufgetragen sind die mit dem Rohrdurchmesser normierten Größen.

Nachdem die Verteilung von Flüssig- und Gasphase, sowie deren mittlere Geschwindigkeiten berechnet werden können, werden im nächsten Abschnitt die verwendeten Beziehungen für den Wärmeübergang an der inneren Rohrwand vorgestellt.

Wärmeübergang an der inneren Rohrwand

An der inneren Rohrwand wird die Wärme zwischen Fluid und Wand durch Konvektion übertragen. Der unbekannte Wärmeübergangskoeffizient α der folgenden Gleichung muss bestimmt werden:

$$\dot{q} = \alpha \cdot (T_w - T) \quad (3-105)$$

Dabei ist T_w die Rohrwandtemperatur und T die Fluidtemperatur.

Wärmeübergang der Einphasenströmung. Für die Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten im Einphasengebiet der Vorwärmung wie der Überhitzung wird die Beziehung von Gnielinsky verwendet /VDI 1994b/:

$$Nu = \frac{\zeta / 8 (Re - 1000) Pr}{1 + 12,7 \sqrt{\zeta / 8} (Pr^{2/3} - 1)} \left(1 + \left(\frac{d_i}{L} \right)^{2/3} \right) \quad (3-106)$$

mit dem Druckverlustbeiwert ζ :

$$\zeta = (1,82_{10} \log Re - 1,64)^{-2} \quad (3-107)$$

Für die in Parabolrinnenkollektoren auftretenden Längen kann der Klammerausdruck $(1 + (d_i/L)^{2/3})$ durch eins angenähert werden. Die Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte müsste noch mit einem zusätzlichen Faktor berücksichtigt werden: Bei Flüssigkeiten durch $(Pr/Pr_w)^{0,11}$ und bei Gasen durch $(T/T_w)^n$. Der Einfluss liegt aber im vorliegenden Bereich bei wenigen Prozent und wird vernachlässigt. Der Wärmeübergangskoeffizient α kann aus der Nusselt-Zahl bestimmt werden:

$$Nu = \frac{\alpha d_i}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\lambda Nu}{d_i} \quad (3-108)$$

Wärmeübergang der Zweiphasenströmung – unbenetzter Bereich. Im Gebiet der Zweiphasenströmung muss die benetzte Rohrwand von der unbenetzten unterschieden werden. Im unbenetzten Bereich soll die Gleichung von Gnielinsky (3-106) benutzt werden. Allerdings müssen jetzt Reynolds- und Nusselt-Zahl mit einem veränderten Durchmesser gebildet werden, da der Dampf nicht mehr den gesamten Strömungsquerschnitt zur Verfügung hat. Daher ist auch die Dampfströmungsgeschwindigkeit verändert. Für den hydraulischen Durchmesser wurden unterschiedliche Annahmen für den benetzten Umfang getestet. Es hat sich gezeigt, dass die Annahme einer waagrecht Phasengrenzfläche ohne Berücksichtigung der Filmhöhe über den gesamten Zweiphasenbereich bei geringem Aufwand gute Ergebnisse liefert. Zur Berechnung der Größen wird daher angenommen, dass eine Schichtenströmung vorliegt. Nusselt-Zahl Nu_g und Reynolds-Zahl Re_g der Dampfphase werden nun folgendermaßen berechnet:

$$Re_g = \frac{w_g d_h}{\nu} \quad \text{und} \quad Nu_g = \frac{\alpha d_h}{\lambda} \quad (3-109)$$

mit der erhöhten Dampfgeschwindigkeit

$$w_g = \frac{\dot{M} \dot{x}}{\rho \varepsilon A} \quad (3-110)$$

und dem hydraulischen Durchmesser

$$d_h = 4 \frac{A}{U} = \frac{4 \varepsilon A}{d_i (\varphi_{h_f} + \sin \varphi_{h_f})}. \quad (3-111)$$

Der Winkel, φ_{h_f} gibt die Lage der Phasengrenzfläche an und kann aus Beziehung (3-17) berechnet werden.

Wärmeübergang der Zweiphasenströmung – benetzter Bereich. Im benetzten Bereich müssen verschiedene Verdampfungsphänomene berücksichtigt werden. Es wird deswegen an dieser Stelle kurz auf die verschiedenen Phasen der Verdampfung eingegangen. Im Vorwärmereich eines Verdampferrohres gelten die Gesetzmäßigkeiten des Wärmeübergangs einer Einphasenströmung. Nach einem bestimmten Strömungsweg bilden sich die ersten Dampfblasen an der beheizten Rohrwand, obwohl die Flüssigkeit im Mittel noch keine Sättigungstemperatur erreicht hat. Die Blasen entstehen an lokal überhitzten Stellen an der Rohrwand und kondensieren dann wieder. Diesen Vorgang nennt man *unterkühltes Sieden*. Wenn die Flüssigkeit schließlich Sättigungstemperatur erreicht hat, liegt *Blasensieden* vor. Blasensieden liegt solange vor, bis der Flüssigkeitsfilm an der Wand dünn genug ist, um die Wärme ohne Blasenbildung an die im Kern strömende Dampfphase durch Konvektion und Leitung zu transportieren. Dies wird dann der Fall sein, wenn die Filmdicke kleiner als der durchschnittliche Blasendurchmesser ist. Man spricht von *stillem Sieden* oder *konvektivem Strömungssieden*. Das Verschwinden des Flüssigkeitsfilmes nennt man *Dryout* bzw. den Bereich stromabwärts *Post-Dryout*-Gebiet. Die Kühlung der Wand übernimmt nun *Sprühkühlung*. Schließlich folgt der Bereich der Einphasen-Dampfströmung. Bei sehr hohen Wärmestromdichten tritt das so genannte *Filmsieden* auf, bei dem sich ein wärmeisolierender Dampffilm zwischen Rohrwand und Flüssigphase bildet. Man spricht auch von *Siedekrise* oder „departure from nucleate boiling“ /Mayer 1982/.

Das Problem des Filmsiedens, bei dem sich der Wärmeübergang schlagartig verschlechtert, gibt es bei den eher geringen Wärmestromdichten eines Parabolrinnenkraftwerkes nicht. Im Rohrgrund tritt bis $\dot{x} < 0,99$ Blasensieden auf /Goebel 1998/, an den Rohrwänden auch konvektives Strömungssieden. Mit Sprühkühlung ist bei der Direktverdampfung bei hohen Dampfgehalten zu rechnen. Es ist auch unterkühltes Sieden im Vorwärmereich zu erwarten.

Beim Blasensieden wird durch das Ablösen der Blasen und die dadurch entstehende Turbulenz der Wärmeübergang gegenüber Konvektion ohne Sieden verbessert. Während beim konvektivem Strömungssieden der Wärmeübergang hauptsächlich von der Massenstromdichte abhängt, wird er beim Blasensieden vor allem durch die Wärmestromdichte beeinflusst /Baehr 1996/.

In großen Teilen der Zweiphasenströmung liegt im benetzten Teil also Wärmeübergang durch Blasensieden und Strömungssieden vor. Es wurden verschiedene Wärmeübergangskorrelationen für den benetzten Bereich der Zweiphasenströmung in Dymola implementiert und getestet. So wurde eine mittels den GUDE-Versuchen entwickelte Beziehung nach /Goebel 1998/ mit einer Korrelation nach Gungor und Winterton /Gungor et al. 1986/ verglichen. Für schwach beheizte Rohre sind obige Beziehungen unter Umständen nicht mehr gül-

fig. Um trotzdem eine Modellklasse erstellen zu können, die richtige Wärmeübergangskoeffizienten im benetzten Teil des Rohres auch bei Abschattung liefert, wird als unteres Limit für den Wärmeübergang die Beziehung nach Gnielinsky verwendet.

Wärmeübergang nach Goebel. Diese empirische Korrelation ist nur im Parameterbereich der GUDE-Versuche verifiziert:

$$\alpha_{ben} = (5,85 - 0,0278p + 0,00064286p^2) f_1 f_2 \quad (3-112)$$

mit den Faktoren:

$$f_1 = 0,56247 + 0,0241265 \dot{q} - 5,7786 \cdot 10^{-5} \dot{q}^2 \quad (3-113)$$

$$f_2 = \left\{ \left(0,72 - \left(\frac{144}{\dot{m}_g + 150} \right) \right) \frac{25}{\dot{q}} \right\} + 1 \quad (3-114)$$

mit α_{ben} in [kW/m² K], p in [bar], \dot{m}_g in [kg/m²s] und \dot{q} in [kW/m²].

Die Grundgleichung (3-112) berücksichtigt die Druckabhängigkeit der für den Wärmeübergang relevanten Stoffgrößen. Durch den Faktor f_1 wird die Verbesserung des Wärmeübergangs durch Blasensieden beschrieben. Der Faktor f_2 berücksichtigt den verbesserten Wärmeübergang bei erhöhten Dampfgeschwindigkeiten. Dieser Einfluss hat bei großer Wärmestromdichte eine geringere Bedeutung, was durch den Faktor $25/\dot{q}$ zum Ausdruck kommt.

Wärmeübergang nach Gungor und Winterton. In dieser Korrelation wird der Wärmeübergang in zwei Anteile aufgespalten: Den makrokonvektiven Beitrag der erzwungenen Konvektion und den mikrokonvektiven Beitrag des Blasensiedens. Die beiden Wärmeübergangskoeffizienten fließen mit Gewichtungsfaktoren ein (E=Enhancement-Faktor, S=Suppression-Faktor):

$$\alpha_{ben} = E\alpha_{Konv} + S\alpha_{BS} \quad (3-115)$$

Als Wärmeübergangskoeffizient α_{Konv} einer erzwungenen Flüssigströmung wird von Gungor und Winterton die Beziehung von Dittus-Boelter vorgeschlagen. Im Rechenprogramm wurde die Beziehung nach Gnielinsky (3-106) verwendet, die einen ähnlichen Einsatzbereich wie die Beziehung von Dittus-Boelter besitzt. Hierbei wird zur Berechnung der Reynolds-Zahl die Leerrohrgeschwindigkeit w_{0f} nach Gleichung (3-13) verwendet. Zur Berechnung des Wärmeübergangs bei Blasensieden wird die Zahlenwertgleichung nach Cooper vorgeschlagen:

$$\alpha_{BS} = 55Pr^{0,12} (-_{10}\log Pr)^{-0,55} Mw^{-0,5} \dot{q}^{0,67} \quad (3-116)$$

mit α_{BS} in [W/m² K], dem Molgewicht von Wasser $Mw=18$ [kg/kmol] und der Wärmestromdichte \dot{q} in [W/m²].

Der Enhancement-Faktor E wird nötig, da die Reynolds-Zahl mit der Leerrohrgeschwindigkeit berechnet wird. In Wirklichkeit liegt jedoch eine viel höhere Geschwindigkeit vor, die den Wärmeübergang begünstigt. Der Suppression-Faktor S ist damit erklärt, dass mit steigender erzwungener Konvektion die thermische Grenzschicht dünner wird und damit die zum Blasenwachstum notwendige Überhitzung geringer ist.

Der Enhancement-Faktor E wird mit der Boiling-Number Bo und dem Lockhart-Martinelli-Parameter X_{tt} (siehe Gleichung (3-80)) ausgedrückt:

$$E = 1 + 24000 \cdot Bo^{1,16} + 1,37 \cdot \frac{1}{X_{tt}^{0,86}} \quad (3-117)$$

mit der Boiling-Number:

$$Bo = \frac{\dot{q}}{\dot{m}(h'' - h')} \quad (3-118)$$

Die Boiling-Number ist der Quotient des auf der Rohrwand senkrecht stehenden, durch Sieden verursachten Massenstromes und des totalen (axialen) Massenstromes.

Der Suppression-Faktor S wird durch folgende Gleichung bestimmt:

$$S = \frac{1}{1 + 1,5 \cdot 10^{-6} E^2 Re_{0f}^{1,17}} \quad (3-119)$$

Dabei wird die Reynolds-Zahl Re_{0f} mit der Leerrohrgeschwindigkeit nach Gleichung (3-13) gebildet. Bei sehr geringen Massenstromdichten, wenn die Froude-Zahl $Fr < 0,05$ ist, müssten der Enhancement-Faktor und der Suppression-Faktor noch korrigiert werden. Dieser Fall tritt jedoch nur bei sehr geringen Massenströmen auf, wie sie höchstens evtl. beim Einspritzkonzept im vorderen Teil des Absorberstranges vorliegen könnten, und wird daher nicht weiter vertieft. Es sei auf /Gungor et al. 1986/ verwiesen.

Wärmeübergang nach Gnielinsky. Die Beziehung nach Gnielinsky (3-106) wird für abgeschattete Rohre bzw. für sehr schwach beheizte Rohre zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten der benetzten Wand benutzt. Hierzu wird zur Berechnung der Reynolds-Zahl die tatsächliche Geschwindigkeit der Flüssigphase nach Gleichung (3-15) verwendet. Als hydraulischer Radius wird der Radius d_i benutzt²⁰. Der Einsatz der Gleichung nach Gnielinsky ist zu rechtfertigen, da bei schwacher Bestrahlung entweder stilles Sieden vorliegt bzw. die wenigen entstehenden Blasen nur eine sehr geringe Turbulenz erzeugen. Ein Enhancement-Faktor ist nicht notwendig, da die Reynolds-Zahl sofort mit der wahren Geschwindigkeit berechnet wird.

In Abb. 3-17 und Abb. 3-18 sind für verschiedene Wärmestromdichten jeweils im linken Diagramm die Wärmeübergangskoeffizienten der benetzten Rohrwand nach Goebel, im rechten Diagramm der Wärmeübergang nach Gungor und Winterton dargestellt. Abb. 3-17 gilt für einen Massenstrom $\dot{M} = 0,3$ kg/s, Abb. 3-18 für einen Massenstrom $\dot{M} = 0,6$ kg/s. In beiden Abbildungen liegt ein Druck von $p = 60$ bar zu Grunde. Mit steigender eingekoppelter Leistung steigt auch der Wärmeübergangskoeffizient. Die Korrelation von Gungor und Winterton liefert in großen Bereichen größere Werte als die Beziehung nach Goebel. Diese Diskrepanz spiegelt die Unsicherheit der empirischen Beschreibungen wieder. Die Korrelation nach Goebel ist im Parameterbereich der GUDE-Versuche für Berechnungen in einem Para-

²⁰ Eine Berechnung des hydraulischen Radius mit $d_h = 4A/U = (4(1-\varepsilon)A)/(d_i(\pi-\varphi_{hf}+\sin\varphi_{hf}))$ bringt unphysikalische Lösungen für $\varepsilon \rightarrow 1$ und wird daher nicht verwendet.

bolrinnenkraftwerk verifiziert. Sie wird daher in dieser Arbeit der Beziehung von Gungor und Winterton bevorzugt.

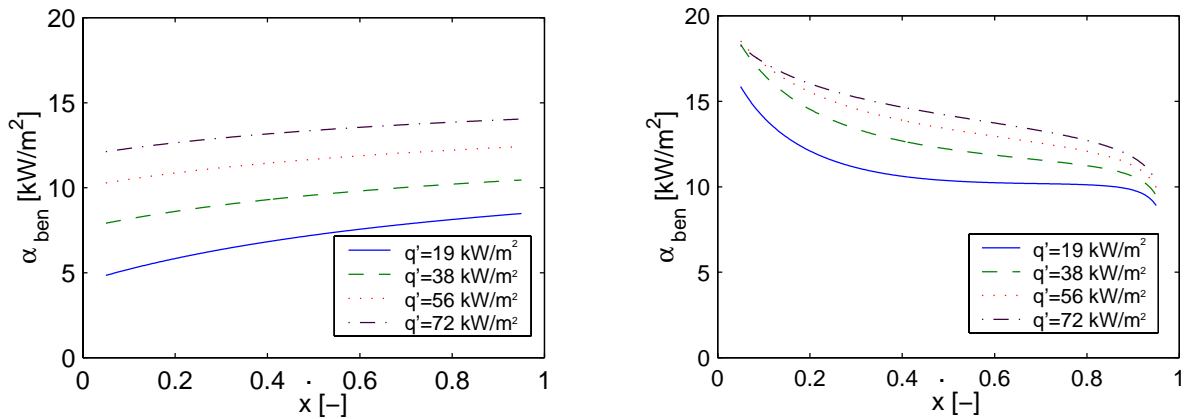


Abb. 3-17: Vergleich der Korrelationen von Goebel (linkes Diagramm) und Gungor & Winterton (rechtes Diagramm) im Zweiphasenbereich für den Wärmeübergang der benetzten Rohrwand bei verschiedenen Wärmestromdichten. Der Massenstrom beträgt 0,3 kg/s ($p=60$ bar, $d_i=50$ mm).

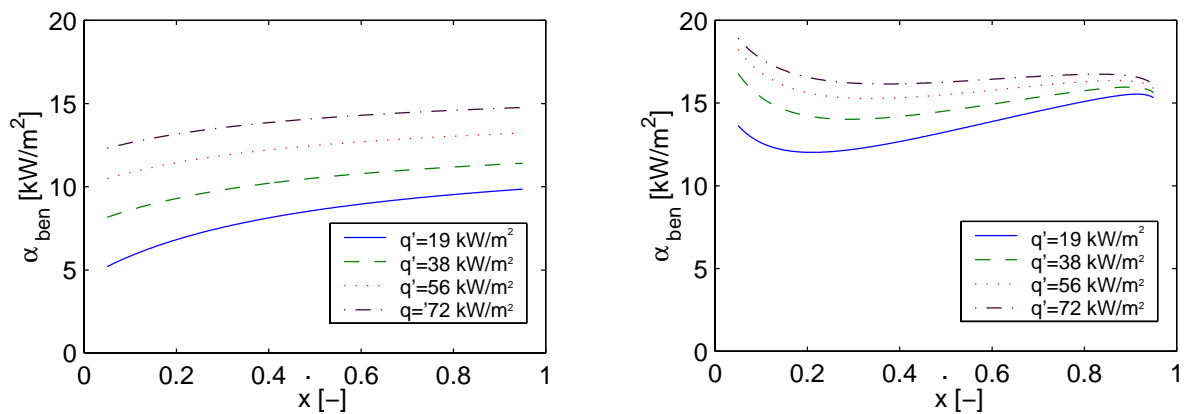


Abb. 3-18: Vergleich der Korrelationen von Goebel (linkes Diagramm) und Gungor & Winterton (rechtes Diagramm) im Zweiphasenbereich für den Wärmeübergang der benetzten Rohrwand bei verschiedenen Wärmestromdichten. Der Massenstrom beträgt 0,6 kg/s ($p=60$ bar, $d_i=50$ mm).

Die Beziehung nach Goebel liefert für geringe Wärmestromdichten, wie sie bei Abschattungen vorkommen können, physikalisch nicht korrekte Werte. Die Wärmeübergangskoeffizienten werden zum Teil negativ. Sie findet daher nur für den Wärmeübergang im benetzten Bereich bei bestrahlten Rohren Verwendung. Liefert sie bei sehr kleinen Strahlungsdichten zu geringe Werte, wird die Beziehung nach Gnielinsky benutzt.

Der Wärmeübergangskoeffizient nach Gnielinsky ist mit der Korrelation von Gungor und Winterton in Abb. 3-19 für einen Druck von $p=60$ bar und einen Massenstrom $\dot{M}=0,5$ kg/s dargestellt. Im linken Diagramm ist der Wärmeübergang für unbestrahlte Rohre berechnet, im rechten Diagramm für eine geringe Wärmestromdichte von 4 kW/m². Es ist zu erkennen, dass beide Wärmeübergangskoeffizienten ungefähr die selbe Größenordnung haben. Es kann

also für nicht bestrahlte und schwach bestrahlte Absorberrohre die angegebene Gleichung nach Gnielinsky auch im Zweiphasengebiet benutzt werden.

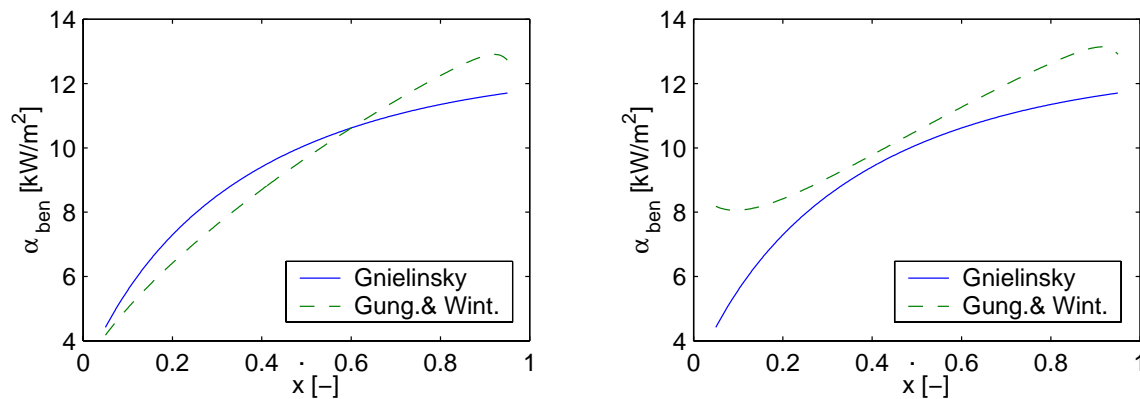


Abb. 3-19: Vergleich der Korrelationen von Gnielinsky und Gungor & Winterton im Zweiphasenbereich für den Wärmeübergang der benetzten Rohrwand. Das linke Diagramm zeigt den Wärmeübergang bei unbestrahlten Rohren, das rechte Diagramm bei einer kleinen Wärmestromdichte von $\dot{q} = 4 \text{ kW/m}^2$ (jeweils für $p=60 \text{ bar}$, $\dot{M}=0,5 \text{ kg/s}$, $d_i=50 \text{ mm}$).

Gemittelter Wärmeübergangskoeffizient der Zweiphasenströmung. Da die Rohrwandtemperatur azimuthal in Umfangsrichtung nur mit einem Knoten diskretisiert ist, (siehe Abschnitt 3.2.2) wird im Zweiphasengebiet ein gemittelter Wärmeübergangskoeffizient verwendet. Der Wärmeübergangskoeffizient der benetzten Rohrwand $\alpha_{ben,f*}$ und der Koeffizient der unbenetzten Wand α_{g*} gehen mit den jeweiligen Bogenlängenanteilen des benetzten und unbenetzten Rohrsegments in den gemittelten Wärmeübergangskoeffizienten ein²¹:

$$\alpha_m = \frac{\varphi_{ben}}{\pi} \alpha_{g*} + \left(1 - \frac{\varphi_{ben}}{\pi}\right) \alpha_{ben,f*} \quad (3-120)$$

Zusammenfassend sind die benutzten Wärmeübergänge für das gesamte Gebiet der Vorwärmung, Verdampfung und Überhitzung in einem direktverdampfenden Kollektor in Tabelle 3-3 dargestellt:

²¹ Um exakt zu sein, dürften nicht die Wärmeübergangskoeffizienten gemittelt werden, sondern die Mittelung müßte mit den Wärmestromdichten der einzelnen Rohrsegmente stattfinden. Daraus ließe sich dann ein gemittelter Wärmeübergangskoeffizient ableiten, der aber von den unbekanntem Temperaturen der jeweiligen Rohrsegmente abhänge. Da dies aber bei einer azimuthalen Diskretisierung mit nur einem Rohrsegment nicht möglich ist, wird mit Gleichung (3-120) gearbeitet.

Tabelle 3-3: Überblick über den Einsatz der verschiedenen Wärmeübergangsmodelle.

	Dampfgehalt [-]	Koeffizienten	Modelle	Bemerkung
Einphasenströmung Wasser	$\dot{x} < -0,05$	α_f	Gnielinsky (Wasser)	Wasserströmung
	$-0,05 \leq \dot{x} < 0,00$	α_f oder $\alpha_f \rightarrow \alpha_{ben}$	Gnielinsky (Wasser) / Goebel	Unterkühltes Sieden
Zweiphasenströmung	$0,00 \leq \dot{x} < 0,05$	α_{f^*} oder $\alpha_{f^*} \rightarrow \alpha_{ben}$	Gnielinsky (Wasser) / Goebel	Schwallströmung, dadurch Vollbenetzung
	$0,05 \leq \dot{x} < 0,10$	$\alpha_{f^*/ben} \rightarrow \alpha_m$		
	$0,10 \leq \dot{x} < 0,90$	$\alpha_m =$ $f(\alpha_{f^*}, \alpha_{ben}, \alpha_{g^*})$	Gnielinsky (Wasser) / Goebel Gnielinsky (Dampf)	Mittlerer Wärmeübergangskoeffizient nach Phasenverteilungsmodell
	$0,90 \leq \dot{x} < 0,98$	$\alpha_m \rightarrow \alpha_{g^*}$		Einsetzende Sprühkühlung
	$0,98 \leq \dot{x} < 1,00$	α_{g^*}	Gnielinsky (Dampf)	Sprühkühlung sehr klein
Einphasenströmung Dampf	$\dot{x} \geq > 1,00$	α_g	Gnielinsky (Dampf)	Dampfströmung

Mit den Indizes f und g sind die Wärmeübergänge der Einphasenströmung bezeichnet. Ist zusätzlich ein (*) vermerkt, so zeigt dies deren Verwendung im Zweiphasenbereich mit veränderter Reynolds-Zahl und hydraulischem Radius an. Der Index ben steht für den Wärmeübergang nach Goebel. Der Index m steht für den gemittelten Wärmeübergangskoeffizient nach Gleichung (3-120). Der Pfeil „ \rightarrow “ deutet einen linearen Übergang beim Wechsel des Modelles an (siehe Text).

Probleme bei der Simulation bereiteten Unstetigkeitsstellen des Wärmeübergangskoeffizienten beim Wechsel zwischen den Wärmeübergangsmodellen. In der aktuellen Modellbibliothek sind die Unstetigkeitsstellen beim Modellwechsel deshalb vermieden worden. In schmalen Intervallen um die Unstetigkeitsstelle ist ein linearer Übergang des Wärmeübergangskoeffizienten zwischen den Modellen eingeführt worden. Ein Pfeil in Tabelle 3-3 deutet den linearen Übergang an.

Im Folgenden werden die in Tabelle 3-3 aufgeführten Grenzen für den Wechsel zwischen den einzelnen Wärmeübergangsmodellen erklärt. Die Erläuterung erfolgt für ein bestrahltes Rohr. Für die Berechnung des Wärmeübergangs wird im Bereich des unterkühlten Wassers bis $\dot{x} < -0,05$ angenommen, dass erzwungene Konvektion ohne Blasenbildung vorliegt (Gnielinsky). Ab $\dot{x} = -0,05$ wird von unterkühltem Sieden ausgegangen, was den Wärmeübergang verbessert (linearer Übergang). Im Anschluss daran folgt Blasensieden mit seinem guten Wärmeübergang (Goebel). Bei Strömungsmassendampfgehalten $\dot{x} < 0,05$ wurden in den GUDE-Versuchen Schwallströmung gemessen, was eine gute Benetzung und daher einen guten Wärmeübergang mit sich bringt. Zur Vermeidung von Unstetigkeiten folgt ein linearer Übergang des Wärmeübergangskoeffizienten, bis bei $\dot{x} = 0,10$ der mit dem Benetzungswinkel gemittelte Wärmeübergangskoeffizient erreicht ist (Goebel, Gnielinsky). Ab einem Strömungsmassendampfgehalt von $\dot{x} = 0,90$ wird davon ausgegangen, dass die Rohrwand langsam austrocknet und sich der Einfluss der Sprühkühlung bemerkbar macht. Der Wärmeübergang sinkt also langsam (linearer Übergang). Ab $\dot{x} = 0,98$ ist die Kühlwirkung der noch vorhandenen Tröpfchen so klein, dass der Wärmeübergang der Gasströmung (Gnielinsky) verwendet wird.

Der auf diese Weise berechnete Wärmeübergangskoeffizient ist für zwei verschiedene Wärmestromdichten und Massenströme beim Druck von $p=60$ bar in Abb. 3-20 dargestellt. Beim linken Diagramm, das für eine Beheizung von $\dot{q}=30$ kW/m² und $\dot{M}=0,5$ kg/s gilt, wird eine geschlossene Ringströmung erreicht. Im rechten Bild, das für $\dot{q}=56$ kW/m² und $\dot{M}=0,3$ kg/s erstellt ist, liegt im Zweiphasenbereich neben Schwall- und Nebelströmung nur eine offene Ringströmung vor. Die geschlossene Ringströmung wird auf Grund der geringeren Dampfgeschwindigkeit (geringerer Massenstrom) nicht erreicht.

In den Einphasengebieten ist zu erkennen, dass der größere Massenstrom des linken Diagramms einen verbesserten Wärmeübergang hervorruft. Im Zweiphasenbereich sind in den Diagrammen die Wärmeübergangskoeffizienten der benetzten (obere Linie) und der unbenetzten Rohrwand (untere Linie) gepunktet eingezeichnet. Im benetzten Teil der Rohrwand ist im rechten Diagramm, wo die stärkere Beheizung auftritt, auch wie zu erwarten der höhere Wärmeübergang vorhanden. Der gemittelte Wärmeübergang ist aber auf Grund der schlechten Benetzung kleiner als im linken Diagramm.

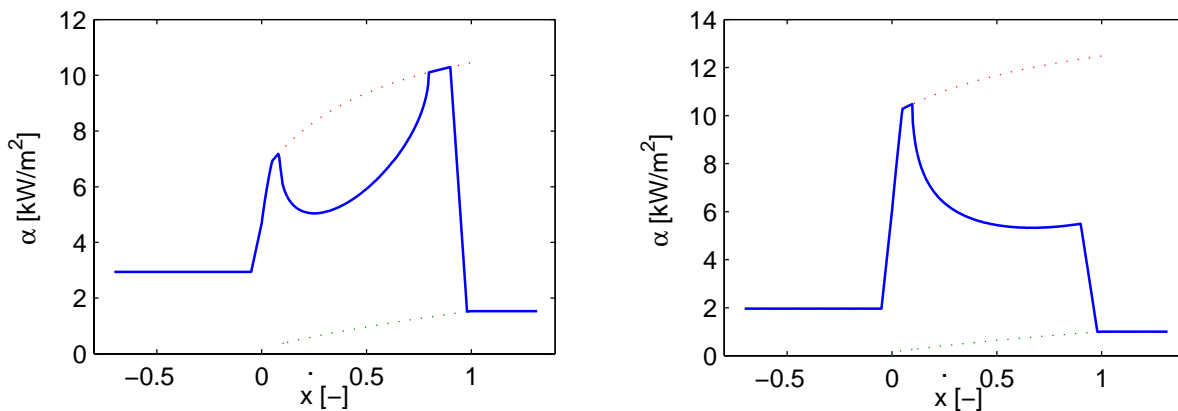


Abb. 3-20: Gemittelter Wärmeübergangskoeffizient (durchgezogene Linie) für die Einphasenwasserströmung, die Zweiphasenströmung und die Einphasendampfströmung. Das linke Diagramm gilt für $\dot{q}=30$ kW/m² und $\dot{M}=0,5$ kg/s, das rechte für $\dot{q}=56$ kW/m² und $\dot{M}=0,3$ kg/s (jeweils bei $p=60$ bar). Die gepunkteten Linien deuten den Wärmeübergang der benetzten (obere Linie) bzw. unbenetzten Rohrwand (untere Linie) an.

Wärmeübertragung an der äußeren Rohrwand

Beim Parabolrinnenkraftwerk steht die äußere Rohrwand mit dem Glashüllrohr, der Himmelsstrahlung und der konzentrierten Solarstrahlung im Strahlungsaustausch. Wärmeleitung und Konvektion wird unterdrückt weil der Raum zwischen Absorberrohr und Hüllrohr evakuiert ist. Das Glashüllrohr steht wiederum im Strahlungsaustausch mit dem Absorberrohr, der Himmelsstrahlung und der konzentrierten Solarstrahlung. Das Glashüllrohr wird zusätzlich konvektiv durch die Umgebungsluft gekühlt. Da in dieser Arbeit die Dynamik der Direktverdampfung im Vordergrund steht, wird auf eine aufwendige Energiebilanz des Hüllrohres verzichtet. Das Hüllrohr wird in der Strahlungsbilanz des Absorberrohres nicht berücksichtigt. Glas ist im Infrarotbereich der Absorberrohrabstrahlung schlecht durchlässig, dadurch werden die Verluste des Absorbers etwas zu hoch berechnet. Dieser Fehler wird jedoch aus oben genannten Gründen in Kauf genommen.

Die Emissivität ist für eine diffus strahlende Oberfläche von der Wellenlänge und der Temperatur abhängig. Für die abgestrahlte Energie der Wellenlänge λ eines realen Strahlers gilt mit der Stefan-Boltzmann-Konstante $\sigma = 5,67051 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ /Baehr 1996/:

$$\dot{q}_{\lambda,s} = \varepsilon(\lambda, T) \sigma T^4 \quad (3-121)$$

Mit der Vereinfachung der Vernachlässigung des Hüllrohres steht die äußere Rohrwand mit der Himmelsstrahlung und der Solarstrahlung im Strahlungsaustausch. Für eine diffus strahlende Oberfläche ist der hemisphärische spektrale Emissionsgrad gleich dem hemisphärischen spektralen Absorptionsgrad $\varepsilon(\lambda, T) = \alpha(\lambda, T)$. Wird angenommen, dass die Himmelsstrahlung und die abgestrahlte Wärmestrahlung ähnliche Wellenlängenbereiche haben, bzw. dass sich die Rohrwand dort wie ein grauer Strahler verhält, so gilt $\varepsilon(T) \approx \alpha(T)$. Damit gilt für die Abstrahlungsverluste der Rohrwand bei der Temperatur T_w :

$$\dot{q}_{loss} = \sigma (\varepsilon T_w^4 - \alpha T_{sky}^4) = \sigma \varepsilon (T_w^4 - T_{sky}^4) \quad (3-122)$$

wobei für die Emissivität $\varepsilon = \varepsilon(T_w)$ gilt.

Die Vereinfachung des grauen Strahlers gilt nicht für die unterschiedlichen Wellenlängenbereiche der Solarstrahlung und der Wärmestrahlung. Es gilt hier auf Grund der selektiven Beschichtung: $\varepsilon(T) \neq \alpha_s(T)$. Die Temperaturabhängigkeit des Absorptionsgrades α_s der Cermet-Beschichtung des Absorberrohres ist nur sehr schwach ausgeprägt. Die Wärmestromdichte der absorbierten konzentrierten Solarstrahlung berechnet sich mit dem Absorptionsgrad der Solarstrahlung α_s :

$$\dot{q}_{abs} = \alpha_s \dot{q}_{konz} \quad (3-123)$$

Somit berechnet sich die für die Rohrwand gewonnene Energieflussdichte zu:

$$\dot{q}_{gain} = \frac{\dot{Q}}{\pi d_i \cdot l} = \frac{1}{2} \dot{q}_{abs} - \dot{q}_{loss} = \frac{1}{2} \alpha_s \dot{q}_{konz} - \sigma \varepsilon (T_w^4 - T_{sky}^4) \quad (3-124)$$

Der gewonnene Wärmestrom \dot{Q} ist also die absorbierte konzentrierte Solarstrahlung²² abzüglich der Abstrahlungsverluste gegenüber der Umgebung. Die Himmelstemperatur T_{sky} berechnet sich z. B. nach /Swinbank 1963/ aus der Umgebungstemperatur T_{amb} :

$$T_{sky} = 0,0552 \cdot (T_{amb})^{1,5} \quad (3-125)$$

Als selektive Absorberschicht wird eine SOLEL Cermet-Beschichtung zu Grunde gelegt. Von Sandia National Laboratories und KJC Operating Company wurde die Cermet-Schicht optisch vermessen und getestet /Cohen 1999/. Der gemessene Absorptionsgrad der Solarstrahlung wurde zu:

$$\alpha_s = 0,966 \quad (3-126)$$

bestimmt. Die Messwerte für die Emissivität können in Abhängigkeit der Rohrwandtemperatur T_w in [K] folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\varepsilon(T_w) = 0,02303 + 9,28571 \cdot 10^{-5} T_w \quad (3-127)$$

²² Die Strahlungsflussdichte der konzentrierten Strahlung muß mit 0,5 multipliziert werden, da \dot{q}_{konz} auf die halbe Rohraußenfläche bezogen ist (nur ca. die Hälfte des Rohrumfanges wird bestrahlt), die Wärmestromdichte \dot{q} jedoch auf die gesamte Rohraußenfläche bezogen ist.

Damit ergeben sich im Temperaturintervall zwischen 250°C und 400°C Emissivitäten zwischen 0,072 und 0,086.

In der Gleichung (3-122) für die Berechnung der Abstrahlverluste geht die Rohrwandtemperatur, wenn man die Temperaturabhängigkeit der Emissivität mitberücksichtigt, in fünfter Potenz ein. Dies brachte Schwierigkeiten bei der numerischen Lösung mit sich. Es wurde eine einfache Annäherung für die Gleichungen (3-122), (3-125) und (3-127) ausgearbeitet. Diese Zahlenwertgleichung setzt eine Umgebungstemperatur von 25 °C ($T_{amb}=298,15$ K) voraus. Sie enthält bereits die Temperaturabhängigkeit der Emissivität nach (3-127):

$$\dot{q}_{loss} = \sigma \cdot 4,8232777185 \cdot 10^8 \cdot e^{(T_w - 209,68)/131,94} ; \quad \dot{q}_{loss} \text{ in } [\text{W}/\text{m}^2], T_w \text{ in } [\text{K}] \quad (3-128)$$

Im linken Diagramm der Abb. 3-21 ist die Verlustwärmestromdichte als Funktion der Rohrwandtemperatur aufgetragen. Die Berechnung ist mit den exakten Formeln und mit der Näherungsgleichung (3-128) durchgeführt worden. Die Näherungskorrelation zeigt eine gute Übereinstimmung mit der exakten Berechnung. Im rechten Diagramm der Abb. 3-21 sind auf die Rohrlänge bezogene Energieströme eingezeichnet. Die Kurven gelten für eine Strahlungsflussdichte der konzentrierten Solarstrahlung von 56 kW/m² auf die äußere Rohrwand (Rohraußendurchmesser $d_a=70$ mm). Dies entspricht dem mit einer durchgezogenen Linie dargestellten Energiestrom. Die gestrichelt gezeichnete Kurve stellt die absorbierte Strahlungsleistung dar. Der von der Absorberrohrwand gewonnene Wärmestrom ist als punktiert-gestrichelte Linie dargestellt. Die Verlustleistung durch Abstrahlung entspricht der Differenz zwischen absorbierter Strahlungsleistung und gewonnenem Wärmestrom. Sie liegt bei wenigen Prozent der eingekoppelten Leistung.

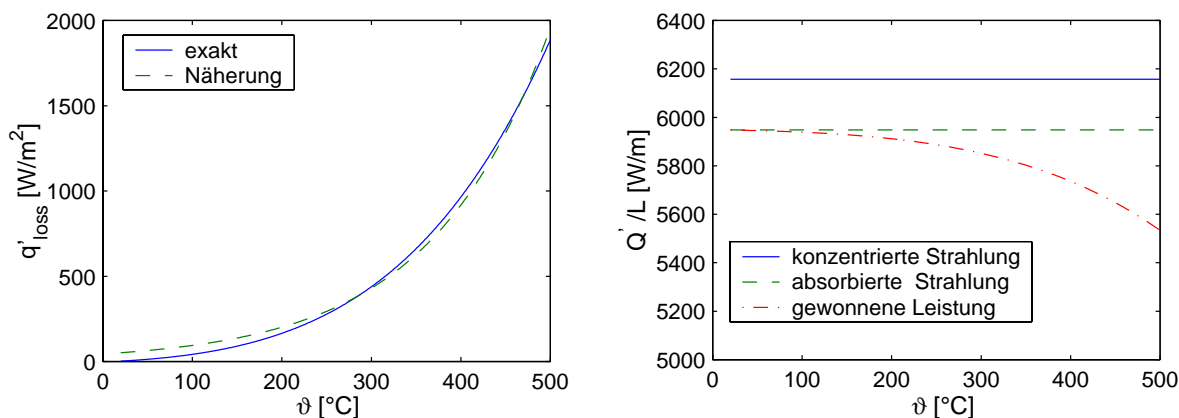


Abb. 3-21: Linkes Diagramm: Vergleich der exakten und genäherten Berechnung der Verlustwärmestromdichte durch Abstrahlung ($\vartheta_{amb}=25$ °C). Rechtes Diagramm: Auf die Länge bezogene Energieströme der äußeren Rohrwand ($q'_{konz}=56$ kW/m², $d_a=70$ mm, $\vartheta_{amb}=25$ °C).

3.3 Modelle weiterer Komponenten

Für eine vollständige Modellierung des Kollektors fehlen noch die Modellklassen für die Bestimmung der Flussdichte der konzentrierten Solarstrahlung auf dem Absorberrohr. In Kapitel 3.3.1 wird ein einfaches Modell für die Kollektoroptik vorgestellt. Zudem sind für die verschiedenen Konzepte der Direktverdampfung weitere Komponenten wie Regler, Ventile, Düsen, Abscheidebehälter und Pumpen notwendig. Die Modellierung dieser Bestandteile erfolgt in den folgenden Kapiteln.

3.3.1 Kollektoroptik

Die in diesem Abschnitt beschriebene Modellklasse führt die Berechnung der auf die Außenseite des Absorberrohres fallenden, konzentrierten Solarstrahlung aus. Dabei müssen eine Reihe von Verlusten beachtet werden.

Geometrische Verluste eines Kollektors entstehen durch die einachsige Nachführung. Auf Grund eines schrägen Einfallswinkel, wie es bei einem Nord-Süd ausgerichteten Kollektor vor allem im Winterhalbjahr der Fall ist, verkleinert sich die effektive Aperturfläche des Kollektors mit dem Kosinus des Einfallswinkels. Dies sind die so genannten „Kosinusverluste“. Zu den geometrischen Verlusten gehören auch End- und Mittelverluste, die dadurch auftreten, dass ein reflektiertes Sonnenbündel bei schrägem Einfall am Ende bzw. in der Mitte eines Kollektors das Absorberrohr nicht trifft. Die geometrischen Verluste hängen von der Orientierung des Kollektors, dem Ort sowie der Tages- und Jahreszeit ab.

Optische Verluste charakterisieren die Qualität eines Kollektors. Sie werden durch die Reflektivität des Spiegels, die Transmissivität des Glashüllrohres, den Absorptionsgrad der selektiven Beschichtung und den Intercept-Faktor bestimmt. Zusätzlich geht noch eine Korrektur für die tatsächliche Spiegelfläche²³ und für nicht absorbierende Teilstücke des bestrahlten HCE²⁴ ein. Der Intercept-Faktor gibt den Anteil der konzentrierten Strahlung an, der vom Absorberrohr eingefangen wird.

Thermische Verluste des Kollektors sind bereits in der Wärmeübertragung an der äußeren Rohrwand in Kapitel 3.2.3 ab Seite 48 berücksichtigt worden und gehen nicht in die Modellklasse der Kollektoroptik ein.

²³ Die effektive Aperturfläche der Spiegel A_{eff} ist auf Grund von Lücken zwischen den Spiegelfacetten kleiner als die aus Aperturöffnung B_{Koll} und Kollektorlänge L_{Koll} berechnete Fläche.

²⁴ HCE=Heat Collecting Element. Nicht alle bestrahlten Flächen des Absorberrohres können die Strahlungsenergie absorbieren und an das Fluid weitergeben. So verhindern z. B. die Faltenbälge der HCE den Strahlengang zum Absorberrohr.

Einfaches Modell für die Kollektoroptik. Der Bilanzraum für das einfache Kollektoroptik-Modell umfasst Spiegel und Hüllrohr, aber nicht die Rohrwand. Die Absorptivität der selektiven Beschichtung, sowie die Abstrahlung ist bereits in der Modellklasse für die Rohrwand berücksichtigt worden. Das Hüllrohr geht nur mit seinem Transmissionsgrad ein. Die verwendeten Wirkungsgrade müssen als integrale Werte über einen gesamten Kollektor betrachtet werden. Der optische Wirkungsgrad wird hier folgendermaßen definiert:

$$\eta_{opt} = \frac{\text{Leistung der konzentrierten Solarstrahlung auf Absorberrohroberfläche}}{\text{Leistung der Direktstrahlung auf Aperturfläche des Kollektors}} \quad (3-129)$$

Der in Gleichung (3-129) definierte, optische Wirkungsgrad berechnet sich für den Spezialfall des *senkrechten Einfallswinkels* (Index 0) folgendermaßen:

$$\eta_{opt,0} = \left(\frac{A_{eff,0}}{L_{Koll} B_{Koll}} \right) \cdot \left(\frac{L_{HCE,eff,bestr,0}}{L_{HCE,bestr,0}} \right) \cdot \rho_0 \tau_0 \gamma_0 \quad (3-130)$$

mit:	$A_{eff,0}$:	Effektive Aperturfläche der Spiegelfacetten im Einbauzustand [m ²]
	L_{Koll} :	Länge des Kollektors [m]
	B_{Koll} :	Aperturweite des Kollektors [m]
	$L_{HCE,eff,bestr,0}$:	Effektive (absorbierende) bestrahlte Länge des Absorberrohres [m]
	$L_{HCE,bestr,0}$:	bestrahlte Länge des Absorberrohres [m]
	ρ_0 :	Reflexionsgrad der Spiegel [-]
	τ_0 :	Transmissionsgrad des Hüllrohres [-]
	γ_0 :	Intercept-Faktor [-]
	Index 0:	bei senkrechtem Einfall der Strahlung.

Bei nicht senkrechtem Einfall der Solarstrahlung auf den Kollektor geht der Wirkungsgrad mit dem Kosinus des Einfallswinkels zur Kollektornormalen zurück. Hinzu kommen noch End- und Mittelverluste, Änderungen in den bestrahlten Längen der HCE, sowie die Winkelabhängigkeit der Materialgrößen (ρ_0 , τ_0 , α_0) und des Intercept-Faktors. Dieses Verhalten kann durch den Incident Angle Modifier (IAM) beschrieben werden. Er wird hier wie folgt definiert:

$$K_{IAM} = \frac{\eta_{opt}}{\eta_{opt,0}} \quad (3-131)$$

Der IAM wird in der Praxis häufig experimentell ermittelt. Für den LS-2-Kollektor wurde von den Sandia National Laboratories (SNL) der IAM in einer Testreihe bestimmt. Er soll hier als Anhaltspunkt angegeben werden²⁵ /Dudley 1984/:

$$K_{IAM} = \cos \theta - 0,0003512 \cdot \theta - 0,00003137 \cdot \theta^2 \quad (3-132)$$

Dabei ist θ der Einfallswinkels der Solarstrahlung zur Kollektornormalen in Grad.

²⁵ Der IAM ist in der Testreihe von SNL etwas anders als in der vorliegenden Arbeit definiert worden: Die Endverluste sind eliminiert worden, d. h. Beziehung (3-132) gilt für einen unendlich langen Kollektor, während die in dieser Arbeit benutzte Definition (3-131) des IAM Endverluste enthält.

Die Wärmestromdichte der konzentrierten Solarstrahlung auf der Absorberrohraußenseite kann über den optischen Wirkungsgrad, das geometrische Konzentrationsverhältnis und die Direktstrahlung berechnet werden. Dabei ist zu beachten, dass die Wärmestromdichte der konzentrierten Solarstrahlung \dot{q}_{konz} im Rechenprogramm auf die halbe äußere Rohrumfangsfläche bezogen ist:

$$\dot{q}_{konz} = \eta_{opt} \cdot \left(\frac{B_{Koll}}{\frac{\pi}{2} d_a} \right) \cdot I_{dir} \quad (3-133)$$

In Tabelle 3-4 sind die für die Simulation zu Grunde gelegten Kollektordaten abgedruckt. Mit diesen Werten errechnet sich ein optischer Kollektorwirkungsgrad bei senkrechtem Einfallswinkel der Strahlung²⁶:

$$\eta_{opt}(\theta = 0^\circ) = \eta_{opt,0} = 76\% \quad (3-134)$$

In /Pharabod 1991/ ist für den LS-3-Kollektor ein optischer Wirkungsgrad angegeben, der umgerechnet auf die Definition (3-129) einen Wert von 79,6 % ergibt.²⁷.

Tabelle 3-4: Geometriedaten des auf der PSA vermessenen, modifizierten LS-3-Kollektors und für die Simulation angenommene Kollektordaten.

Bezeichnung	Größe	Bemerkung
A_{eff}	271,8 m ²	Effektive Aperturfläche der Spiegelfacetten im Einbauzustand + Aperturfläche des Absorberrohres
L_{Koll}	49,36 m	Länge eines Kollektors
B_{Koll}	5,76 m	Aperturweite eines Kollektors
$L_{HCE,bestr}$	3,987 m	Ein HCE ist 4,074 m lang ^{a)} . Davon werden aber nur 3,987 m von den Spiegeln bestrahlt.
$L_{HCE,eff,bestr}$	3,844 m	Von 3,987 m bestrahlten HCE sind nur 3,844 m absorbierend.
ρ_0	0,90	Mittelwert des Reflexionsgrades der Spiegel mit Verschmutzungs- und Wasch-Zyklus wie in Kramer Junction ^{a)}
τ_0	0,95	Mittelwert des Transmissionsgrades des Hüllrohres mit Verschmutzungs- und Wasch-Zyklus wie in Kramer Junction ^{a)}
γ_0	0,96	Annahme für den Intercept-Faktor ^{b)}

^{a)} /Cohen 1999/ ^{b)} /Kempe 1998/

²⁶ Die Simulationsrechnungen in Kapitel 5 wurden alle mit einem Einfallswinkel von 0° berechnet.

²⁷ In /Pharabod 1991/ ist der optische Wirkungsgrad mit 77,2 % angegeben (inklusive Absorptionsgrad von 97 %). Da in dieser Arbeit der optische Wirkungsgrad den Absorptionsgrad des Rohres nicht enthält, mußte der Wirkungsgrad von 77,2 % noch durch den Absorptionsgrad von 0,97 geteilt werden.

3.3.2 Regler

Um konstante Eintrittsbedingungen (Druck und Temperatur) für die Turbine und einen sicheren Betrieb eines Parabolrinnenkraftwerkes sicherzustellen, ist eine automatische Regelung der Anlage notwendig. So muss z. B. der Massenstrom der Einspritzkühler oder die Speisepumpe des Absorberstranges geregelt werden. Mit der Regelung der solaren Direktverdampfung in Parabolrinnenkollektoren befassen sich z. B. die Arbeiten von /Eck 1999/ und /Lippke 1994/. Ein häufig eingesetzter Regler in der Kraftwerkstechnik ist der PI-Regler.

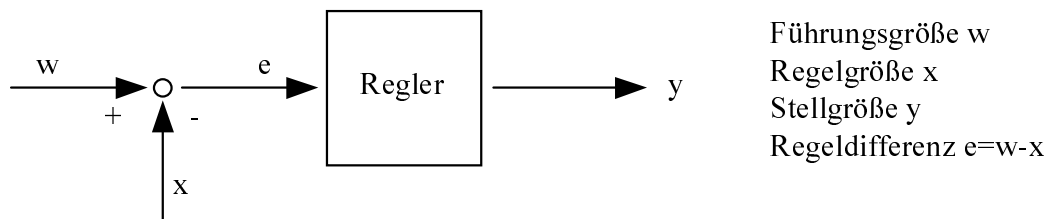


Abb. 3-22: Wirkungsplan eines Reglers und dazugehörige Größen.

Der PI-Regler verbindet die Vorteile von P- und I-Regler. Er ist robust, relativ schnell und hat keine bleibende Regelabweichung. Die verwendeten Variablen sind in Abb. 3-22 beschrieben:

$$y = K_{PR} \cdot (w - x) + K_{IR} \cdot \int (w - x) dt \quad (3-135)$$

K_{PR} und K_{IR} sind Parameter, die bei der Reglersynthese bestimmt werden.

3.3.3 Ventile

Unter Vernachlässigung der Speicherfähigkeit des Ventils lautet die Kontinuitätsgleichung:

$$\dot{M}_1 + \dot{M}_2 = 0 \quad (3-136)$$

In der Energiebilanz wird die Gewichtskraft und die kinetische Energie vernachlässigt. Das Ventil sei gegenüber der Umgebung gut isoliert (Betrachtung als adiabates Ventil):

$$\dot{M}_1 h_1 + \dot{M}_2 h_2 = 0 \quad (3-137)$$

Die Impulsbilanz, in der auch der Reibungsdruckverlust eingeht, wird durch die Ventilkennlinie beschrieben. Sie hängt von der Bauart des Ventils ab und beschreibt den Zusammenhang zwischen Ventilstellung H , Massenstrom \dot{M} und Druckdifferenz Δp_V :

$$F(H, \dot{M}, \Delta p_V) = 0 \quad (3-138)$$

Die Form der Ventilkennlinie wird durch die Geometrie des Ventilkegels bestimmt. Zwei charakteristische Formen haben sich als besonders wichtig herausgestellt: die lineare Kennlinie und die gleichprozentige Kennlinie /Schneider 1984/. Beide Kennlinien sind durch zwei Parameter eindeutig beschreibbar.

Gleichprozentige Ventilkennlinie. Die gleichprozentige Kennlinie kann durch eine Exponentialfunktion dargestellt werden:

$$k_V = k_{V0} \cdot e^{n_{gl}H} \quad (3-139)$$

Die Ventilkennlinie ist durch die zwei Parameter k_{V0} und n_{gl} bestimmt. Der Parameter n_{gl} kann aus dem k_{VS} -Wert und dem k_{V0} -Wert folgendermaßen berechnet werden:

$$n_{gl} = \ln\left(\frac{k_{VS}}{k_{V0}}\right) \quad (3-140)$$

Aus Gleichung (3-139) erhält man für die gleichprozentige Ventilkennlinie:

$$H = \frac{1}{n_{gl}} \cdot \ln\left(\frac{3600 \cdot \dot{M} \cdot \sqrt{\Delta p_{V0}}}{k_{V0} \cdot \sqrt{\rho_0} \cdot \sqrt{\rho} \cdot \Delta p_V}\right) \quad \text{für } H \geq 0,10 \quad (3-141)$$

mit ρ und ρ_0 in [kg/m³], k_{V0} in [m³/h] und \dot{M} in [kg/s]. Der Faktor 3600 wird notwendig, da der k_{V0} -Wert nicht in SI-Einheiten gemessen wird.

Lineare Ventilkennlinie. Die lineare Kennlinie kann durch 2 Parameter folgendermaßen beschrieben werden /Schneider 1984/:

$$k_V = k_{V0} + (k_{VS} - k_{V0}) \cdot H \quad (3-142)$$

In /Dubbel 1981/ wird die Schreibweise mit einem zusätzlichen Parameter n_{lin} angegeben, der aber durch den k_{V0} -Wert und k_{VS} -Wert ausgedrückt werden kann:

$$k_V = k_{V0} + n_{lin} k_{VS} \cdot H \quad \text{mit} \quad n_{lin} = 1 - \frac{k_{V0}}{k_{VS}} \quad (3-143)$$

Aus Gleichung (3-142) erhält man für die lineare Ventilkennlinie:

$$H = \frac{1}{(k_{VS} - k_{V0})} \cdot \left(\frac{3600 \cdot \dot{M} \cdot \sqrt{\Delta p_{V0}}}{\sqrt{\rho_0} \cdot \sqrt{\rho} \cdot \Delta p_V} - k_{V0} \right) \quad \text{für } H \geq 0,10 \quad (3-144)$$

mit ρ und ρ_0 in [kg/m³], k_{V0} und k_{VS} in [m³/h] und \dot{M} in [kg/s].

Korrektur für Ventilöffnungen kleiner 10 %. Die obigen Ventilkennlinien sind theoretische Grundformen. Für kleine Ventilöffnungen wird das reale Ventil häufig nicht mehr korrekt durch die Grundform beschrieben. Aus diesem Grund wurde für die Simulation des Ventils ein weiterer Parameter k_{Vdist} eingeführt, der den k_V -Wert für ein vollständig geschlossenes Ventil ($H=0$) darstellt. Für Hubstellungen unterhalb 10 % der Öffnung ($H < H_{10}$) ist vereinfacht ein linearer Verlauf des Volumenstromes gegen den Wert k_{Vdist} ²⁸ für ein vollständig geschlossenes Ventil vorgesehen. Für beide beschriebenen Ventiltypen soll für Öffnungen kleiner 10 % gelten:

$$H = \frac{1}{(10 \cdot k_{V10} - k_{Vdist})} \cdot \left(\frac{3600 \cdot \dot{M} \cdot \sqrt{\Delta p_{V0}}}{\sqrt{\rho_0} \cdot \sqrt{\rho} \cdot \Delta p_V} - k_{Vdist} \right) \quad \text{für } H < 0,10 \quad (3-145)$$

²⁸ Der k_{Vdist} -Wert kann für die Modellierung aus numerischen Gründen nicht vollständig auf Null gesetzt werden. Er kann auf einen Wert von ca. minimal 10^{-6} verkleinert werden, bis eine Division durch Null auftritt.

wobei k_{V10} der k_V -Wert bei 10 % Ventilöffnung ($H=10$) und k_{Vdist} der k_V -Wert bei geschlossenem Ventil ($H=0$) ist

In Abb. 3-23 ist der Massenstrom in Abhängigkeit des Ventilhubes H bei verschiedenen Druckdifferenzen über das Ventil dargestellt. Als Fluid wird leicht unterkühltes Wasser genommen, wie es in den Ventilen der Einspritzkühler vorkommt. Das linke Diagramm zeigt ein Ventil mit gleichprozentiger Kennlinie, das rechte ein Ventil mit linearer Kennlinie. Bei Ventilhuben unter 10 % der Öffnung erkennt man in beiden Fällen den linearen Verlauf.

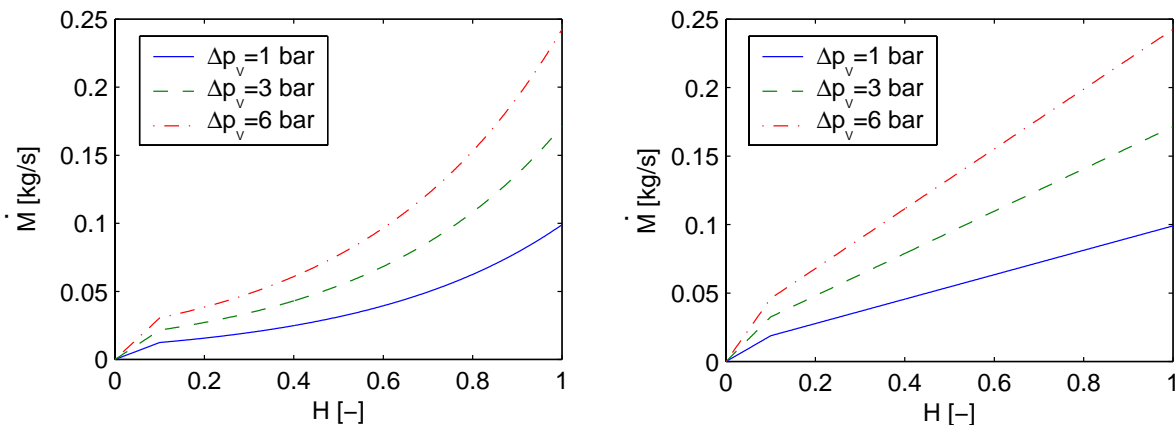


Abb. 3-23: Massenstrom \dot{M} in Abhängigkeit des Ventilhubes H bei Druckdifferenzen über das Ventil von $\Delta p_V=1$ bar, 3 bar und 6 bar. Das linke Diagramm stellt ein Ventil mit gleichprozentiger Kennlinie, das rechte ein Ventil mit linearer Kennlinie dar ($k_{VS}=0,4$; $k_{V0}=0,04$; $k_{Vdist}=10^{-6} \approx 0$. Unterkühltes Wasser: $\vartheta=255$ °C, $p=60$ bar).

Die Stelldynamik des Ventils (Zeit für Öffnen und Schließen) ist bisher nicht beachtet worden. Sie spielt in der Regel bei richtig eingestellten Regelparametern auch keine Rolle, da die Zeitkonstante des Reglers dann größer als die des Ventils ist²⁹.

²⁹ In die Modellbibliothek ist ein lineares und ein gleichprozentiges Ventil, welches die Stelldynamik berücksichtigt, aufgenommen worden. Mit diesen Ventilen könnten die untergelagerten Regelkreise der Ventile im Hinblick auf das Zusammenspiel von Regel- und Stelldynamik untersucht werden. Die Berechnung erfolgt aus numerischen Gründen (Events) in der aktuellen Bibliothek sehr langsam.

3.3.4 Düse

Bei allen Konzepten der Direktverdampfung ist im Überhitzerbereich ein Einspritzkühler vorhanden, der die Temperaturregelung für den Eintritt des Dampfes in die Turbine gewährleistet. Im Injektionskonzept sind Einspritzkühler auch im Verdampferabschnitt angeordnet.

Mit denselben Vereinfachungen wie beim Ventil (Seite 54) sind die Kontinuitätsgleichung (3-136) und die Energiebilanz (3-137) auch für die Düse gültig³⁰. Die stationäre Impulsbilanz führt zu folgender Druckverlustcharakteristik der Düse:

$$\Delta p = C \cdot \frac{\dot{M}^2}{\rho} \quad (3-146)$$

Der Druckverlust über die Düse wird mittels eines Druckdifferenzmessers aufgenommen. Daraus kann mit der Düsenkennlinie der Massenstrom bestimmt werden /Zarza 1998/. Der so ermittelte Massenstrom stellt die Regelgröße für den PI-Regler des Einspritzventils dar. Die Düsenkennlinie muss zur Gewährleistung des richtigen Einspritzmassenstromes genau bekannt sein. Aus diesem Grund wurden die Verlustbeiwerte C^{**} experimentell für jede Düse der DISS-Anlage ermittelt. Für die bei der Messung ermittelten Werte C^{**} -Werte muss Gleichung (3-146) modifiziert werden:

$$\Delta p = 10^{10} C^{**} \cdot \frac{\dot{M}^2}{\rho} \quad (3-147)$$

mit Δp in $[\text{N/m}^2]$, \dot{M} in $[\text{kg/s}]$ und ρ in $[\text{kg/m}^3]$.

3.3.5 Pumpe

Für die Simulation eines Parabolrinnenkraftwerkes wird das Modell einer Speisewasserpumpe, sowie im Rezirkulationskonzept das einer Rezirkulationspumpe benötigt. Für die Rezirkulationspumpe (Kolbenpumpe) der DISS-Anlage war kein Kennfeld vorhanden. Daher erfolgt die Modellierung zunächst als ideale Pumpe. Die Verluste der realen Pumpe werden durch Wirkungsgrade beschrieben. Da die Charakteristik des Motors der Pumpe häufig separat gegeben ist, besteht die Modellklasse Pumpe aus den zwei Unterklassen „SimplePump“ und „MotorAndDrive“.

SimplePump. Diese Klasse umfasst die Pumpe, jedoch ohne Antrieb und Getriebe. Die Pumpe wird ohne Speichervermögen und als örtlich nicht verteiltes System modelliert. Die Kontinuitätsgleichung lautet wie bei Düse und Ventil:

$$\dot{M}_1 + \dot{M}_2 = 0 \quad (3-148)$$

Unter Vernachlässigung von kinetischer und geodätischer Energie und unter der Voraussetzung, dass das gepumpte Fluid keine Wärme abgibt (adiabat), lautet die Energiebilanz:

$$\dot{M}_1 h_1 + \dot{M}_2 h_2 + P_{tech} = 0 \quad (3-149)$$

³⁰ Die kinetische Energie zwischen Ein- und Austritt der Düse ändert sich zwar stark. Sie ist aber in der Energiebilanz im Vergleich zu der im Absorberrohr zugeführten Energie vernachlässigbar.

mit der zugeführten technischen Arbeit P_{tech} . Die reversibel zuzuführende Arbeit einer idealen Pumpe für ein inkompressibles Medium ist:

$$P_{rev} = \frac{\dot{M}}{\rho} (p_2 - p_1) \quad (3-150)$$

Nach dem Hauptsatz $dh=vd p+Tds$ geht bei einer realen Pumpe ein Teil der technischen Arbeit durch Irreversibilitäten nicht als Druckgewinn ein (Tds). Dies wird durch den isentropen Wirkungsgrad η_{is} ausgedrückt:

$$P_{tech} = \frac{1}{\eta_{is}} \cdot P_{rev} \quad (3-151)$$

Auf Grund von Reibungsvorgängen innerhalb der Pumpe und der Welle zum Motor, sowie Liefergraden <1 sind weitere Exergieverluste zu verzeichnen. Dies soll mit dem Wirkungsgrad η_p berücksichtigt werden. Insgesamt lautet dann die der Pumpenwelle (nicht dem Motor) zuzuführende Leistung³¹:

$$P_{welle} = \frac{1}{\eta_p} \cdot \frac{1}{\eta_{is}} \cdot \frac{\dot{M}}{\rho} (p_2 - p_1) \quad (3-152)$$

MotorAndDrive. In dieser Klasse wird das Verhalten von Motor und Getriebe dargestellt. Zum jetzigen Zeitpunkt ist dies durch die Angabe eines weiteren Wirkungsgrades η_{mot} berücksichtigt:

$$P_{zu} = \frac{1}{\eta_{mot}} \cdot P_{welle} \quad (3-153)$$

3.3.6 Abscheidebehälter

Beim Rezirkulationskonzept wird Dampf von noch flüssigem Wasser abgetrennt und zu den Überhitzungskollektoren geleitet. Die flüssige Phase wird wieder zu den Verdampferkollektoren zurückgeführt. Für die Abscheidung muss ein gut isolierter Behälter vorhanden sein. Da der Abscheidebehälter sich im Hochdruckteil der Anlage befindet, sind die Rohrwände dick. Die große thermische Trägheit macht sich bei Druckänderungen und damit Siedetemperaturänderungen, wie sie beim An- und Abfahren vorkommen, bemerkbar.

In dieser Arbeit wird der Abscheidebehälter als Spezialfall der Basisklasse eines Behälters mit n Anschlüssen dargestellt. Um Informationen über die Füllhöhe des Behälters zu bekommen ist noch eine Klasse implementiert, die als Füllstandsanzeige dient. Über die Füllhöhe wird beim Rezirkulationskonzept der Massenstrom der Speisewasserpumpe geregelt.

Basisklasse Behältermodell. Für das Wasser-Dampf-Gemisch wird von einem homogenen Gleichgewichtsmodell ausgegangen. Die Durchmischung innerhalb des Behälters sei so gut, dass überall von einer konstanten Fluidtemperatur T ausgegangen werden kann. Im Behälter liegt der konstante Siededruck p vor. Der Wärmedurchgangswiderstand der Wand ist die

³¹ In der Energiebilanz tritt P_{tech} und nicht P_{welle} auf, da angenommen wird, dass die durch Reibung der Maschinenteile produzierte Wärme an die Umgebung und nicht an das Fluid abgegen wird.

Summe aus den einzelnen Widerständen, wobei der Gesamtwiderstand durch den Wärmeleitwiderstand der Isolierung angenähert werden kann:

$$R = \frac{1}{\alpha_i A_i} + \frac{\delta_{ins}}{\lambda_{m,ins} A_{m,ins}} + \frac{\delta_{iW}}{\lambda_{m,W} A_{m,W}} + \frac{1}{\alpha_a A_a} \cong \frac{\delta_{ins}}{\lambda_{m,ins} A_{m,ins}} \quad (3-154)$$

Damit berechnet sich der Verlustwärmestrom des Behälters vereinfacht durch:

$$\dot{Q}_{loss} = \frac{\lambda_{m,ins} A_{m,ins}}{\delta_{ins}} (T - T_{amb}) \quad (3-155)$$

Durch obige Vereinfachung ist die Wandtemperatur T_W gleich der Fluidtemperatur T . Zusätzlich wird angenommen, dass die Wärmekapazität der Isolierung im Vergleich zur Wärmekapazität von Behälterwand und Fluid vernachlässigbar ist. Die Wärmekapazität der Rohrwand sei unabhängig von der Temperatur. Kinetische Energien und der Einfluss der Gewichtskraft werden vernachlässigt. Unter diesen Annahmen gelten für den gesamten Behälter mit n Anschlüssen folgende Gleichungen:

$$\frac{dM_{ges}}{dt} = \sum_{i=1}^n \dot{M}_i \quad (3-156)$$

$$(M_W c_W) \frac{dT}{dt} + \frac{d(M_{ges} u)}{dt} = \sum_{i=1}^n \dot{M}_i h_i - \frac{\lambda_{m,ins} A_{m,ins}}{\delta_{ins}} (T - T_{amb}) \quad (3-157)$$

$$\text{für alle } i,j=1..n: \quad p_i = p_j \quad (3-158)$$

Weitere benutzte Zusammenhänge sind die Stoffwerttroutinen und der Zusammenhang zwischen der Dichte ρ des homogenen Gemisches, der sich im Behälter befindlichen Masse M_{ges} und dem Behältervolumen V_{ges} :

$$F(T, \rho, u) = 0 \quad \text{und} \quad \rho = \frac{M_{ges}}{V_{ges}} \quad (3-159)$$

Abscheidebehälter. Für den Spezialfall des Abscheidebehälters im Rezirkulationskonzept ist die Anzahl der Anschlüsse $n=3$, wobei zwei Bedingungen für die spezifische Enthalpie vorgegeben sind: Am Ausgang der flüssigen Phase muss in Gleichung (3-157) $h=h'$ (Siedelinie) gelten, am Ausgang des Dampfes ist $h=h''$ (Taulinie).

Füllstandsanzeige. Für eine Füllstandsregelung muss der Füllstand in der Abscheidetrommel bekannt sein. Für die Simulation der Füllstandshöhe wird der reale Abscheidetank durch einen zylindrischen Tank (ohne Deckel- und Bodenwölbung) gleichen Volumens V_{ges} und Innendurchmessers d_i angenähert. Der Massendampfgehalt x ist über eine Zustandsgröße (z. B. h) berechenbar. Über den Dampfgehalt ε

$$\varepsilon = \frac{x}{x + (1-x) \cdot \frac{\rho_g}{\rho_f}} \quad (3-160)$$

lässt sich die Füllhöhe l des Tankes berechnen:

$$l = (1 - \varepsilon) \cdot \frac{4 \cdot V_{ges}}{\pi d_i^2} \quad (3-161)$$

4 Umsetzung des Modells in Modelica

4.1 Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen

Um partielle Differenzialgleichungen numerisch lösen zu können, müssen die kontinuierlichen Gleichungen diskretisiert werden. In dieser Arbeit erfolgt die Diskretisierung mit Hilfe finiter Differenzen.

4.1.1 Finite-Differenzen

Bei den finiten Differenzen werden die Differenziale durch einfache finite Differenzen ersetzt /Hoffmann 1993/. Tabelle 4-1 gibt einen Überblick³² über gebräuchliche Finite-Differenzen-Diskretisierungen mit Angabe ihrer Fehlerordnung. Die Anhänge C und D enthalten weitergehende Informationen zur Diskretisierung. In Anhang C sind verschiedene Diskretisierungsschemata der finiten Differenzen zusammengestellt. In Anhang D wird auf die Eigenschaften diskretisierter Gleichungen eingegangen.

Tabelle 4-1: Überblick über gebräuchliche Finite-Differenzen-Schemata.

	Rückwärtsdifferenzen	Vorwärtsdifferenzen	Zentraldifferenzen
1. Ableitung $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right _k$	$\frac{f_k - f_{k-1}}{\Delta x}$	$\frac{f_{k+1} - f_k}{\Delta x}$	$\frac{f_{k+1} - f_{k-1}}{2\Delta x}$
2. Ableitung $\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right _k$	$\frac{f_{k-2} - 2f_{k-1} + f_k}{(\Delta x)^2}$	$\frac{f_{k+2} - 2f_{k+1} + f_k}{(\Delta x)^2}$	$\frac{f_{k+1} - 2f_k + f_{k-1}}{(\Delta x)^2}$
Fehlerordnung	$O(\Delta x)$	$O(\Delta x)$	$O(\Delta x^2)$

4.1.2 Verwendete Diskretisierungsschemata

Das verwendete Simulationsprogramm Dymola kann gewöhnliche Differenzialgleichungen erster Ordnung lösen. In dieser Arbeit wurde der Ansatz verfolgt, diese Fähigkeit des Simulationswerkzeuges zu nutzen und daher die Zeitintegration dem Programm zu überlassen. Als Gleichungslöser und Integrator wird der mit Dymola mitgelieferte *DASSL/DASSLRT* ausgewählt. Die Methode kann steife Differenzial-Algebra-Systeme lösen und Ereignisse mit Hilfe von Indikator-Funktionen auslösen /Elmqvist et al. 1999a/.

Die die Fluidströmung beschreibenden, vereinfachten Differenzialgleichungen (3-61) bis (3-63) müssen daher nur bezüglich der Ortskoordinaten diskretisiert werden. Die Nutzung der automatischen Zeitintegration hat neben vielen Vorteilen aber auch den Nachteil, dass die Auswahl der Diskretisierungsmethoden sehr eingeschränkt ist. Da der Zeitintegrator die Zeitschrittweite automatisch wählt, hat der Anwender auch keinen Einfluss auf die Courant-Zahl,

³² Die Tabelle hat keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Es gibt weitere Differenzenschemata mit noch höheren Fehlerordnungen.

welche mitentscheidend für die Genauigkeit eines Verfahrens ist (siehe Anhang E). Auch die vielversprechenden Mehrschritt-Methoden sind dann nicht anwendbar. Die mit *DASSL/DASSLRT* und einfacher Ortsdiskretisierung erreichten Ergebnisse liefern jedoch für den Anwendungsbereich des Modells ausreichend genaue Ergebnisse (siehe Kapitel 5.1 Validierung des instationären Kollektormodells). Will man die nichtvereinfachten Euler-Gleichungen (3-22) auch im Hinblick auf Druckstörungen ausreichend genau lösen, so ist die eigene Programmierung der Zeitdiskretisierung nicht vermeidbar.

Verfahren erster Ordnung. Die spezifische Enthalpie des Wassers am Absorberrohereintritt kann über die bekannte spezifische Enthalpie im Vorratsbehälter und der eingekoppelten Pumpleistung berechnet werden. Daher soll der Massenstrom und die spezifische Enthalpie des einströmenden Mediums am Eintritt in das Absorberrohr vorgegeben werden. In einem Kraftwerk wird der Druck am Absorberrohraustritt über den Kondensationsdruck und die Art der Fahrweise der Turbine festgelegt. Diese Aufbringung der Randbedingungen ist eine der Möglichkeiten, die seitens der Theorie der Charakteristiken physikalisch möglich ist (siehe Tabelle 3-1 auf Seite 24). Es bietet sich daher an, die örtlichen Gradienten der Kontinuitätsgleichung und Energiebilanz durch Rückwärtsdifferenzen zu diskretisieren und die Druckverlustgleichung durch Vorwärtsdifferenzen. Dadurch ergibt sich aus den Gleichungen (3-61) bis (3-63) das diskretisierte System erster Ordnung³³:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_k}{\partial t} &= - \frac{\rho_k w_k - \rho_{k-1} w_{k-1}}{\Delta z} \\ 0 &= - \frac{p_{k+1} - p_k}{\Delta z} - \left. \left(\frac{dp}{dz} \right) \right|_{R|_k} \\ \frac{\partial \left(\rho_k \left(u_k + \frac{w_k^2}{2} \right) \right)}{\partial t} &= - \frac{\rho_k w_k \left(h_k + \frac{w_k^2}{2} \right) - \rho_{k-1} w_{k-1} \left(h_{k-1} + \frac{w_{k-1}^2}{2} \right)}{\Delta z} + q_k \frac{U_k}{A} \end{aligned} \quad (4-1)$$

Das Ergebnis dieses Diskretisierungsschemas ist im oberen Diagramm der Abb. 4-2 auf Seite 65 zu sehen. Wenn nicht anders erwähnt, werden die Simulationen in dieser Arbeit mit dem Diskretisierungsschema (4-1) durchgeführt.

³³ Der Ausdruck $\rho_i w_i$ kann wie folgt durch den Massenstrom ausgedrückt werden: $\rho_i w_i = \dot{M}_i / A$. In der Energiebilanz wird die kinetische Energie hier berücksichtigt. Wird die kinetische Energie vernachlässigt, formt Dymola die Gleichungen anders um und das Problem konvergiert nicht. Eine genaue Begründung für dieses Verhalten kann im Rahmen dieser Arbeit nicht gegeben werden.

Verfahren zweiter Ordnung. Um die numerische Dissipation (siehe Kapitel 4.1.3) zu vermindern, wird in einer weiteren Version für Kontinuitätsgleichung und Energiebilanz das Zentralfdifferenzschema eingesetzt. Die Druckverlustgleichung bleibt unverändert mit Vorwärtsdifferenzen diskretisiert. Die Gleichungen lauten dann:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_k}{\partial t} &= -\frac{\rho_{k+1} w_{k+1} - \rho_{k-1} w_{k-1}}{2\Delta z} \\ 0 &= -\frac{p_{k+1} - p_k}{\Delta z} - \left. \left(\frac{dp}{dz} \right) \right|_{R,k} \\ \frac{\partial \left(\rho_k \left(u_k + \frac{w_k^2}{2} \right) \right)}{\partial t} &= -\frac{\rho_{k+1} w_{k+1} \left(h_{k+1} + \frac{w_{k+1}^2}{2} \right) - \rho_{k-1} w_{k-1} \left(h_{k-1} + \frac{w_{k-1}^2}{2} \right)}{2\Delta z} + q_k \frac{U_k}{A} \end{aligned} \quad (4-2)$$

Wie zu erkennen ist, sind jetzt auch noch zusätzliche Randbedingungen für den Massenstrom \dot{M} und die spezifische Enthalpie h am Rohraustritt vorzusehen. Diese Randbedingungen sind keine physikalischen, sondern numerische Randbedingungen. Das Problem dieser unbekannt Randbedingungen kann gelöst werden, indem das letzte Element des Absorberstranges mit dem Verfahren erster Ordnung von Gleichung (4-1) gebildet wird. Dann ist wie beim Verfahren erster Ordnung am Austritt nur der physikalisch vorgegebene Druck anzugeben. Das Ergebnis dieses Diskretisierungsschemas ist im mittleren Diagramm der Abb. 4-2 auf Seite 65 zu sehen.

Verfahren zweiter Ordnung mit Dämpfungsglied. Als Dämpfung oder künstliche Dissipation wird das Vorgehen bezeichnet, in eine diskretisierte Gleichung, deren Lösungen numerische Dispersion aufweisen, zusätzlich dämpfende Terme hinzu zu fügen. Dämpfungsglieder vermindern nicht nur Oszillationen, sondern sie helfen auch, Lösungen zu stabilisieren. Die Hinzunahme eines Dämpfungsgliedes vierter Ordnung zu einem Verfahren zweiter Ordnung beeinflusst in der Regel die formale Ordnung des Schemas nicht. Ein typisches Dämpfungsglied vierter Ordnung eines eindimensionalen Problems ist (/Hoffmann 1993/)

$$D_e = -\varepsilon (\Delta z)^4 \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} \quad (4-3)$$

bzw. mit einem Zentralfdifferenzschema diskretisiert:

$$D_e = -\varepsilon (v_{k-2} - 4v_{k-1} + 6v_k - 4v_{k+1} + v_{k+2}) \quad (4-4)$$

Dieses Dämpfungsglied wurde in einer dritten Version der Diskretisierung auf die rechte Seite der mit Zentralfdifferenzen diskretisierten Kontinuitätsgleichung und Energiebilanz (Gleichungen (4-2)) hinzuaddiert. Der Dämpfungskoeffizient ε darf nicht zu groß gewählt werden (/Hoffmann 1993/). Im mittleren Diagramm der Abb. 4-2 auf Seite 65 ist die Wirkung des Dämpfungsgliedes zu erkennen. Es vermindert die Oszillationen, ohne dass die Dissipation merklich verstärkt wird.

4.1.3 Genauigkeit diskretisierter Gleichungen – numerische Diffusion

Wenn für ein vorliegendes Problem ein konvergentes Lösungsschema gefunden ist, stellt sich noch die Frage nach der Genauigkeit der Lösung der Finite-Differenzen-Gleichung gegenüber der Lösung der ursprünglichen, partiellen Differenzialgleichung.

Die Fehler eines Verfahrens erster Ordnung werden als *numerische Dissipation* bezeichnet. Sie vermindern Gradienten innerhalb einer Lösung. Eine Welle wird durch numerische Dissipation verbreitert und abgeflacht. Die Fehler eines Verfahrens zweiter Ordnung werden als *numerische Dispersion* bezeichnet und führen zum Oszillieren der Lösung /Hoffmann 1993/. Eine Oszillation wird durch eine verschieden schnelle Ausbreitung von Störungen verursacht. Die Kombination der Fehler aus numerischer Dissipation und Dispersion wird als *numerische Diffusion* bezeichnet /Anderson 1984/. In Abb. 4-1 (Seite 64) ist links deutlich numerische Dissipation zu erkennen, während rechts numerische Dispersion sichtbar ist. In Abb. 4-2 (Seite 65) wird deutlich, dass bei dem verwendeten Verfahren zweiter Ordnung neben numerischer Dispersion auch numerische Dissipation vorliegt. Häufig ist es aber der Fall, dass wenn Dissipation in der Differenzialgleichung bzw. numerische Dissipation im Diskretisierungsschema vorliegt, der dissipative Einfluss die Ausdämpfung der numerischen Dispersion bewirkt /Thomas 1995/.

Anhang E enthält weitergehende Informationen zur Untersuchung der Genauigkeit eines Diskretisierungsschemas. Es wird dort ein Ansatz über modifizierte Gleichungen und der Einsatz einer erweiterten Von-Neumann-Stabilitätsanalyse vorgestellt.

Im folgenden Teil des Kapitels wird dargestellt, wie sich verschiedene Ortsdiskretisierungen auf die Qualität der Lösung der partiellen Differenzialgleichungen auswirken. Dazu wird ausschließlich das Modell der adiabaten Fluidströmung im überhitzten Bereich ohne Rohrwand betrachtet. Es erfolgt also kein Wärmeein- oder -austrag und die Rohrwand besitzt keine thermische Trägheit. Zum Zeitpunkt $t=5$ s wird ein ein Sekunde dauernder Rechteckimpuls in der spezifischen Eintrittsenthalpie aufgegeben. Durch Beobachtung dieses Rechteckimpulses beim Durchlaufen des Rohres können Aussagen über die Eigenschaften des numerischen Lösungsverfahrens getroffen werden. Bei einem idealen Lösungsalgorithmus müsste der Rechteckimpuls nach seiner Laufzeit unverformt aus dem System austreten.

Einfluss des Diskretisierungsschemas. In Abb. 4-1 ist für zwei Diskretisierungsverfahren die Temperatur in der Ort-Zeit-Ebene für das oben beschriebene, numerische Experiment aufgetragen. In der linken Hälfte ist ein Verfahren erster Ordnung zu sehen, in der rechten Hälfte ein Verfahren zweiter Ordnung mit Dämpfungsglied. Man erkennt deutlich eine Verbreiterung und Abflachung der Störung in der linken Abbildung. Dies ist auf die numerische Dissipation des Verfahrens erster Ordnung zurückzuführen. Beim Verfahren zweiter Ordnung in der rechten Abbildung ist die numerische Dissipation deutlich vermindert. Dafür treten bei diesem Schema aber numerische Oszillationen auf.

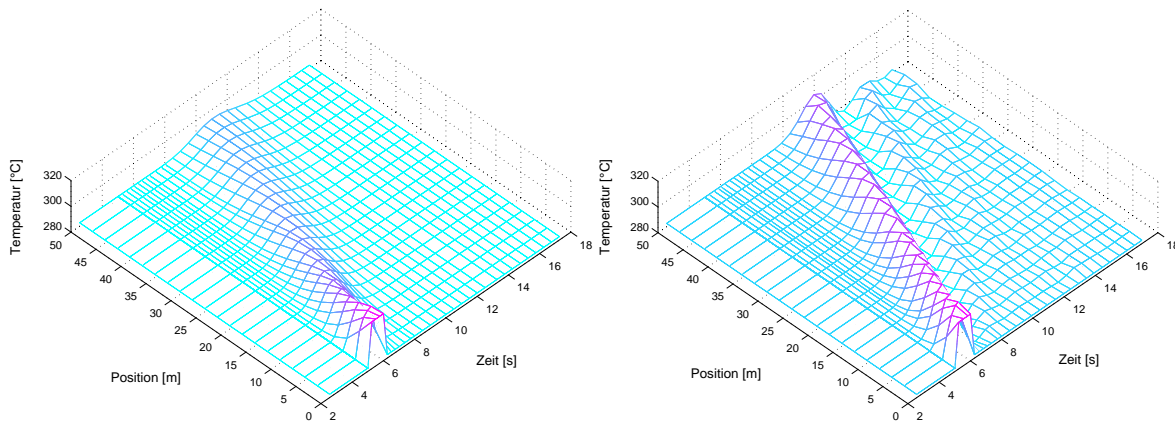


Abb. 4-1: Ausbreitung eines Rechteckimpulses der Temperatur in adiabater Strömung (ohne Rohrwand). Dargestellt ist links ein Verfahren erster Ordnung (Rückwärtsdifferenzen), rechts ein Verfahren zweiter Ordnung (Zentraldifferenzen mit Dämpfungsglied).

Insgesamt sind drei verschiedene Diskretisierungsschemata implementiert worden. Als ein Verfahren erster Ordnung sind Rückwärtsdifferenzen³⁴, als Verfahren zweiter Ordnung sind Zentraldifferenzen und zur Verringerung der numerischen Dispersion Zentraldifferenzen mit einem Dämpfungsglied vierter Ordnung gewählt worden. Die Ergebnisse des oben beschriebenen, numerischen Experiments der drei Verfahren sind in Abb. 4-2 in Zeitdiagrammen dargestellt. Im oberen Diagramm der Rückwärtsdifferenzen ist deutlich die Verschmierung und Abflachung des aufgebrachtten Rechteckimpulses durch numerische Dissipation zu erkennen. Im mittleren Diagramm der Zentraldifferenzen ohne Dämpfungsglied ist die numerische Dissipation geringer, dafür ist aber deutlich eine numerische Dispersion zu erkennen. Im unteren Diagramm der Zentraldifferenzen mit Dämpfungsglied ist anschaulich die Wirkung des Dämpfungsgliedes auf die durch ein Verfahren zweiter Ordnung verursachten Oszillationen aufgezeigt.

Trotz der stärkeren numerischen Dissipation wird in dieser Arbeit für die Simulation des instationären Verhaltens einer Absorberrohrströmung ein Rückwärtsdifferenzen-Schema angewendet. Die Diskretisierung mit Zentraldifferenzen ohne Dämpfungsglied ist auf Grund ihrer Oszillationen nicht geeignet. Selbst mit Dämpfungsglied ist die Amplitude der ersten Schwingung ca. ein Drittel so groß wie die Amplitude des aufgebrachtten Impulses. Diese in Wirklichkeit nicht vorhandenen Störungen des Kollektormodells könnten negative Auswirkungen auf das zu simulierende Gesamtsystem, z. B. bezüglich der Regelbarkeit haben. Es wird daher vorgezogen, das stabilere Diskretisierungsschema der Rückwärtsdifferenzen für das Kollektormodell zu verwenden. Der Effekt der numerischen Dissipation wird im Vorwärm- und Überhitzerbereich um ein Vielfaches durch Wärmeein- und -ausspeichervorgänge der thermisch trägen Rohrwand übertroffen, so dass in diesen Abschnitten die Auswirkung auf die Lösung nur gering ist (siehe auch Abb. 5-3). Nicht zuletzt ist der numerische Aufwand für ein Zentraldifferenzenverfahren mit Dämpfungsglied vierter Ordnung in Dymola wesentlich höher als für eine Diskretisierung mit Rückwärtsdifferenzen. Wenn man Einfluss

³⁴ Die verschiedenen Diskretisierungsverfahren beziehen sich hier nur auf die Kontinuitätsgleichung und die Energiebilanz. Die Druckverlustgleichung wird immer mit Vorwärtsdifferenzen diskretisiert.

auf die Zeitdiskretisierung hat, existieren sicherlich besser geeignete Diskretisierungsschemata für die zu Grunde liegenden partiellen Differenzialgleichungen.

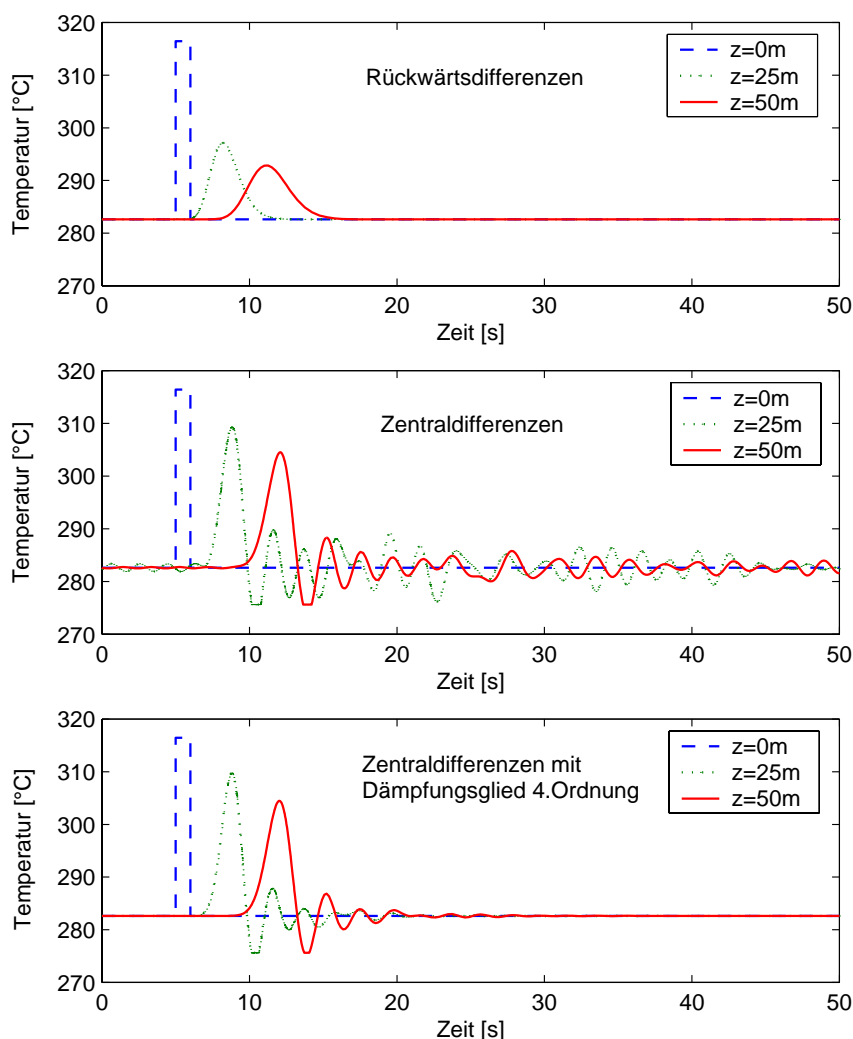


Abb. 4-2: Ausbreitung eines Rechteckimpulses der Temperatur in adiabater Strömung (ohne Rohrwand) für verschiedene Diskretisierungsschemata. In jedem Diagramm ist der zeitliche Verlauf des aufgegebenen Rechteckimpulses am Eintritt ($z=0$ m), in der Rohrmitte ($z=25$ m) und am Rohrende ($z=50$ m) aufgezeichnet. Als Dämpfungsfaktoren des Verfahrens mit Dämpfung wurden $\varepsilon_{\text{Kontigl.}}=0,01$ und $\varepsilon_{\text{Energiebilanz}}=0,58$ benutzt.

Einfluss der Diskretisierungslänge. Wie in Anhang E auf Seite 105 beschrieben, ist die numerische Dissipation abhängig von der Courant-Zahl und dem Winkel θ . (Der Winkel θ ist abhängig von Diskretisierungsschrittweite bzgl. des Ortes und der Wellenlänge der Störung). Im Folgenden wird angenommen, dass sich die Gleichungen in Dymola mit der automatischen Zeitdiskretisierung verhalten wie das in Anhang E betrachtete System. Wird die Diskretisierungslänge verkleinert, so wird, gleiche Zeitschrittweite vorausgesetzt, die Courant-Zahl größer. Auch der Winkel θ wird vergrößert. Nach den Erklärungen in Anhang E müsste sich dann die numerische Dissipation durch eine feinere Diskretisierung vermindern. Aus diesem Grund wurde für die oben beschriebene 50 m lange, adiabate Rohrströmung das Übertragungsverhalten des Rechteckimpulses am Rohraustritt mit 10 und 20 Elementen berechnet und mit der exakten Lösung verglichen. Im linken Teil von Abb. 4-3 ist das Ergebnis

der Diskretisierung mit Rückwärtsdifferenzen, im rechten Teil das Ergebnis der Diskretisierung mit Zentraldifferenzen mit Dämpfungsglied dargestellt. Wie zu erwarten war, verkleinert sich die numerische Dissipation mit feinerer Diskretisierung. Einem beliebig kleinen Knotenabstand der finiten Differenzen stehen aber häufig, wie auch im vorliegenden Fall, Restriktionen bzgl. der Rechnerkapazität entgegen.

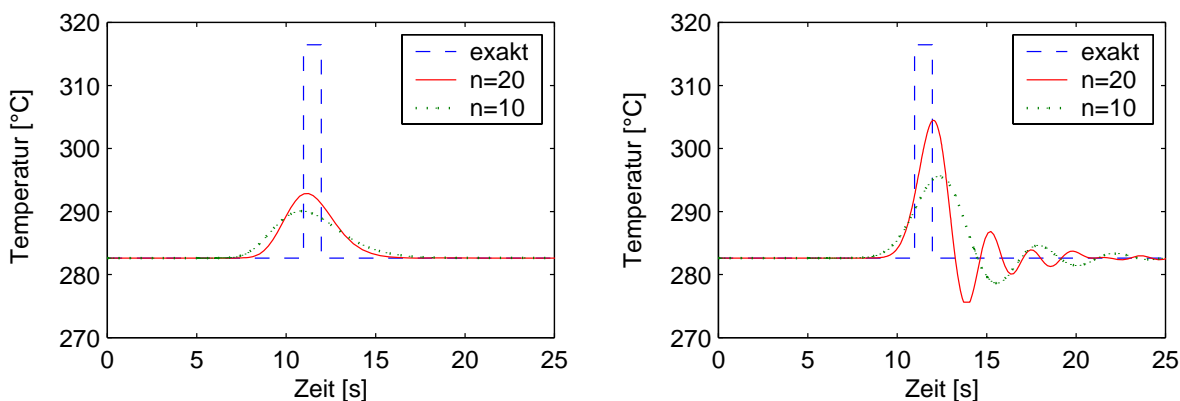


Abb. 4-3: Übertragungsverhalten eines Rechteckimpulses der Temperatur in adiabater Strömung (ohne Rohrwand) für verschiedene Anzahlen an Diskretisierungselementen. Links Diskretisierung mit Rückwärtsdifferenzen, rechts Diskretisierung mit Zentraldifferenzen mit Dämpfungsglied vierter Ordnung. ($L=50$ m).

4.2 Objektorientierte Modellierung physikalischer Systeme mit Modelica

Dymola ist eine kommerziell erhältliche Simulationsumgebung für die multidisziplinäre Modellierung physikalischer Systeme. Zur Erstellung einer Modellbibliothek in Dymola kann die Simulationssprache Modelica verwendet werden. Mit Modelica wird eine einheitliche Simulationssprache geschaffen, die von allen Simulationsumgebungen genutzt werden soll. Im Gegensatz zu einer Programmiersprache (z. B. C++) ermöglicht es Modelica in Verbindung mit der Simulationsumgebung Dymola dem Benutzer, auf einer höheren Abstraktionsebene zu arbeiten. Der Nutzer gibt die Gleichungen des physikalischen Systems in der Simulationssprache Modelica ein. Dymola generiert daraus einen C-Quellcode, der von einem C-Compiler in eine ausführbare Datei umgewandelt wird.

Durch den modularen, flexiblen Einsatz der Modelle in Dymola wird die Wiederverwendbarkeit des erstellten Modellwissens erhöht. Die Simulationsumgebung vermindert den Programmieraufwand erheblich und der von Dymola erstellte Quellcode ist sehr effizient.

Objektorientierte Simulationssprache. In Modelica ist das Konzept einer objektorientierten Simulationssprache verwirklicht. Im Gegensatz zur prozeduralen Programmierung werden Daten (Attribute) und auf sie angewendete Operationen (Methoden) in abgeschlossenen Einheiten, den Objekten, zusammengeführt. Struktur und Verhalten eines Objektes wird in einer zu Grunde liegenden Klasse definiert. Die verschiedenen Objekte einer Klasse besitzen die gleichen Methoden, aber einen eigenen Datenraum. Grundlegende Beziehungen zwischen den Klassen lassen sich durch die zwei Grundmuster der Vererbung und Aggregation be-

schreiben /Mühlthaler et al. 1998/. In Anlehnung an die Notation von /Booch 1994/ ist in Abb. 4-4 ein Klassendiagramm für die erstellten Druckverlustmodelle abgebildet.

Vererbung oder „is-a“-Relation. Eine Unterklasse erbt von einer (Einfachvererbung) oder mehreren Oberklassen (Mehrfachvererbung). Die Unterklasse stellt in der Regel eine Spezialisierung einer Oberklasse dar. In Abb. 4-4 erben z. B. die Einphasendruckverluste für Flüssigkeiten und Gase (*OnePhaseGasdp*, *OnePhaseLiqdp*) und die Basisklasse für den Zweiphasendruckverlust (*BaseTwoPhasedp*) von der Basisklasse des Einphasendruckverlustes (*BaseOnePhasedp*).

Aggregation oder „part-of“-Relation. Verschiedene Klassen werden zu einer neuen Klasse zusammengeführt. In Abb. 4-4 ist z. B. zu erkennen, dass sich die Basisklasse für den Einphasendruckverlust (*BaseOnePhasedp*) aus einem auswechselbaren Stoffwertmodell (*mediumModel* für die Größen v, p, T, u, h, \dot{x}), aus einem auswechselbaren Stoffwertmodell für weitere Stoffwerte (*mediumextModel*, für die Größen η, λ, Pr) sowie den Schnittstellen für die Informationen der Fluidströmung (*infwshpMdot* für die Größen h, p und \dot{M}) und des Druckverlustes (*infdp* für die Größe dp) zusammensetzt.

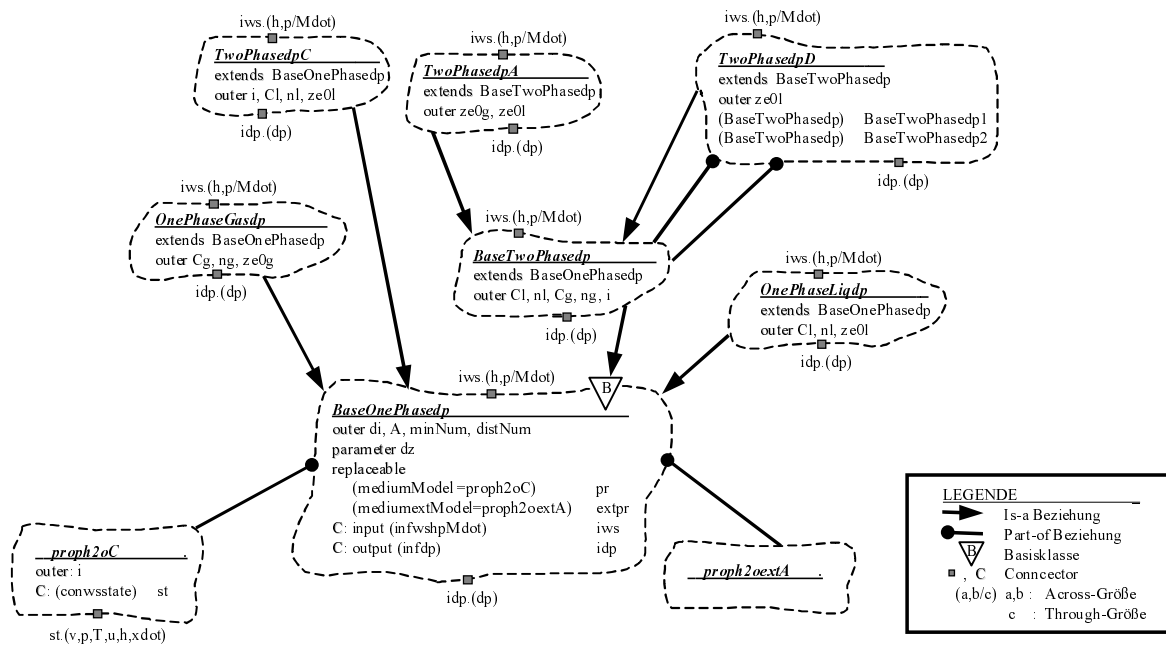


Abb. 4-4: Klassendiagramm für die Druckverlustmodelle (Ausschnitt aus dem Klassendiagramm für das Absorberrohrmodell in Anhang F).

Hierarchische Modellierung. Durch die oben beschriebenen Werkzeuge ist eine hierarchische Modellierung möglich. In ähnlicher Weise wie in Abb. 4-4 für Druckverlustmodelle dargestellt, lassen sich Modelle für die Wärmeübergänge, die Rohrwand und Modelle für die Fluidströmung erstellen, die mit einem Modell für die Kollektoroptik zu einem Diskretisierungselement des Kollektors aggregiert werden. In Anhang F ist das gesamte Klassendia-

gramm für das Absorberrohrmodell für Direktverdampfung in Parabolrinnen sowie der Peripheriekomponenten abgebildet.

Schnittstellen. Nachdem Schnittstellen, so genannte „Connectoren“ für die Interaktion der verschiedenen Modelle definiert sind, lassen sich Modelle miteinander verbinden oder einfach gegen andere austauschen. Dies ermöglicht z. B. einen raschen Wechsel zwischen Modellkomponenten verschiedener Modellierungstiefen. Außerdem können Programmieraufgaben bei der Verwendung der vorher definierten Schnittstellen einfach auf mehrere Personen aufgeteilt werden. Durch Schnittstellen ist eine Kapselung des Modellwissens möglich. Der Benutzer der jeweiligen Klassen sieht nur die Schnittstellen, nicht ihre Implementation.

Dymola besitzt eine graphische Oberfläche, in denen die Schnittstellen der einzelnen Objekte miteinander verschaltet werden können. Nur gleiche Schnittstellen dürfen miteinander verbunden werden. Man unterscheidet zwei Typen von zu übergebenden Größen: Potenzialgrößen (across-Variable) und Flussgrößen (through-Variable). Bei der Verschaltung zweier Schnittstellen werden die Potenzialgrößen (z. B. h und p) auf den selben Wert gesetzt, während die Summe aller Flussgrößen (z. B. \dot{M} oder \dot{q}) einer Verbindung Null ergeben muss.

Nichtkausale Modellierung mit mathematischen Gleichungen. Die Wiederverwendung der einzelnen Klassen wird erst durch die Möglichkeit der akausalen Modellierung mit mathematischen Gleichungen möglich. Die Modellierung eines Widerstandes z. B. muss bei einer blockorientierten Sprache je nach Einsatzbereich über die Gleichung $U = R \cdot I$ oder $I = U/R$ erfolgen. Es müssen also zwei verschiedene Widerstände in der Modellbibliothek vorhanden sein. In Modelica dagegen kann die Gleichung akausal formuliert werden, die Kausalitätszuweisung erfolgt dann durch Dymola je nach Einsatzbereich des Widerstandes. In Modelica muss daher nur ein Widerstand in der Modellbibliothek vorhanden sein, der universell eingesetzt werden kann. In einer Klasse, in der keine akausale Formulierung erwünscht ist, lässt sich in Modelica die Kausalität durch Zuweisungen z. B. innerhalb eines „Input-Output Blocks“ vom Programmierer festlegen /Elmqvist et al. 1999b/.

Der Dymola-Übersetzer, der den C-Quellcode erstellt, benutzt die Graphentheorie für Kausalitätszuweisungen, um die Differenzial-Algebra-Gleichungen (DAE) zu sortieren und um minimale, simultan zu lösende Gleichungssysteme zu erhalten (Tearing). Durch Verschaltung der Modellklassen kann es zu Singularitäten kommen, die von Dymola durch eine Index-Reduktion aufgelöst werden³⁵ (siehe auch /Otter et al. 1999/). Mit Ereignissen (so genannte Events) kann die Integration der Differenzialgleichungen unterbrochen und nach Auswertung der Ereignisgleichungen wieder gestartet werden³⁶.

³⁵ Das Fluidelement (mit den instationären Erhaltungsgleichungen) und die Stoffwertroutine ergeben zusammen ein System mit einer so genannten Zwangsgleichung (ρ und u sind über die Stoffwertroutine verbunden und nicht unabhängig voneinander integrierbar). Dymola differenziert die Stoffwert-Routine um das Problem einer singulären Jacobi-Matrix zu lösen.

³⁶ Events werden u. a. beim Übergang von den Einphasengebieten zum Zweiphasengebiet oder umgekehrt eingesetzt.

5 Modellvalidierung und dynamische Simulation eines Kollektors

Im folgenden Kapitel wird die Gültigkeit des erstellten Kollektormodells aufgezeigt und der Einfluss verschiedener Diskretisierungsverfahren auf das Ergebnis diskutiert. Im Anschluss daran wird das Verhalten einzelner 50 m langer Kollektoren mit verschiedenen Randbedingungen simuliert und die Ergebnisse diskutiert. In Abb. 5-1 ist schematisch ein Kollektor mit den aufgeprägten Randbedingungen und Bezeichnungen dargestellt. Wenn nicht anders vermerkt, ist der Injektionsmassenstrom gleich Null.

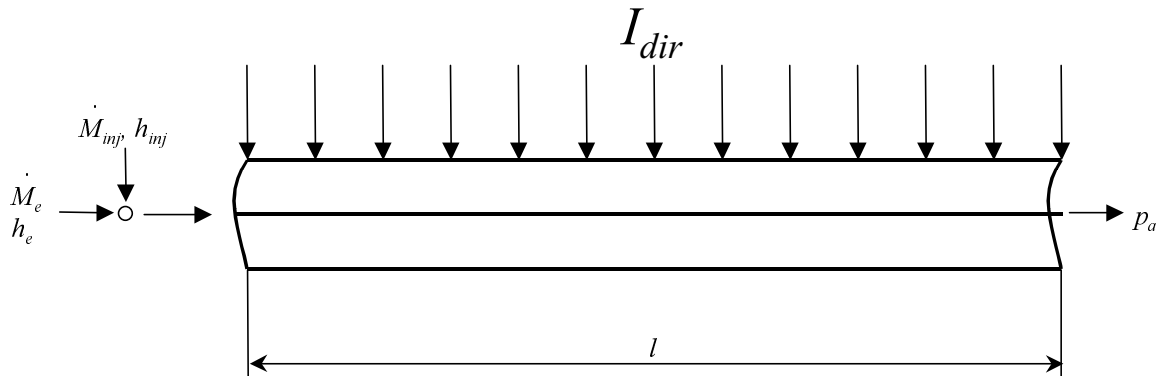


Abb. 5-1: Bezeichnungen der Randbedingungen für den simulierten Kollektor.

5.1 Validierung des instationären Kollektormodells

Eine Modellvalidierung kann durch mehrere Arten erfolgen: durch analytische Berechnungen, durch andere, bereits validierte numerische Modelle oder durch Experimente. Zu den einfacheren, analytischen Berechnungen gehören z. B. im vorliegenden Fall die Bilanzierung der Erhaltungsgrößen Masse und Energie im stationären Zustand über den Kollektor³⁷. Während bei der Validierung mit Experimenten häufig die Einstellung der entsprechenden Randbedingungen im Experiment, sowie der Zugang zu den Messgrößen mit größerem Aufwand verbunden ist, spielt beim Vergleich mit anderen, numerischen Modellen die Frage nach deren Korrektheit eine entscheidende Rolle. Um Fehler durch die Modellbildung von Fehlern, die ihre Ursache in der Numerik besitzen, zu unterscheiden, ist der Vergleich von Modellen mit verschiedenen numerischen Lösungsverfahren anzustreben.

Das instationäre Kollektormodell wurde analytisch mit einfachen Energie- und Massebilanzen erfolgreich validiert. Außerdem wurde das Modell mit einem von /Steinmann 1998/ aufgestellten, validierten, numerischen Modell für die instationäre Absorberrohrströmung verglichen und eine gute Übereinstimmung festgestellt. In Abb. 5-2 ist die relative Änderung der spezifischen Enthalpie eines 50 m langen Kollektors abgebildet, der sich innerhalb des Kollektorstranges im Verdampferbereich befindet und dessen Solarstrahlung um 80 W/m^2 sprungartig zurückgeht. Aufgetragen sind die Ergebnisse des erstellten Modells mit varia-

³⁷ Die Erhaltungsgröße Impuls wurde in dem vorliegenden Modell nicht analytisch betrachtet, da in der zur Druckverlustgleichung vereinfachten Impulsbilanz, die Impulskräfte vernachlässigt worden sind.

blem Wärmeübergang, mit einem festen Wärmeübergangskoeffizienten von $10000 \text{ W/m}^2\text{K}$ und das validierte Referenzmodell von Steinmann. Das erstellte Modell zeigt eine um einige Sekunden trägere Reaktion auf den Einstrahlungssprung als das Referenzmodell. Die Größenordnung der zeitlichen Reaktion des Systems ist jedoch mit ca. 30 s in beiden Modellen ähnlich. Das System mit dem hohen Wärmeübergangskoeffizienten von $10000 \text{ W/m}^2\text{K}$ reagiert etwas schneller als das Modell mit variablem Wärmeübergang. Grund dafür ist, dass im Verdampferabschnitt ein Zweiphasengemisch mit konstanter Temperatur vorliegt (Siedetemperatur). Bei gutem Wärmeübergang mit einem Wärmeübergangskoeffizienten von $10000 \text{ W/m}^2\text{K}$ entspricht die Rohrwandtemperatur fast der konstanten Siedetemperatur des Fluids. Eine Wärmeauspeicherung der Rohrwand, wie sie in geringem Maße bei Temperaturrückgang der Rohrwandtemperatur bei schlechterem Wärmeübergang beim Einbruch der Einstrahlung auftritt, findet kaum statt. Das System reagiert also bei gutem Wärmeübergang im Verdampferabschnitt schneller als bei schlechtem Wärmeübergang. Die Abweichung in der Zeitkonstanten zwischen dem erstelltem Modell und dem Referenzmodell lässt sich auf Grund einer geringeren numerische Dissipation des Modells von Steinmann begründen, welches den FCT-Algorithmus³⁸ anwendet. Der FCT-Algorithmus vermindert im Gegensatz zu finiten Differenzen erster Ordnung numerische Dissipation durch Hinzunahme Verfahren höherer Ordnung.

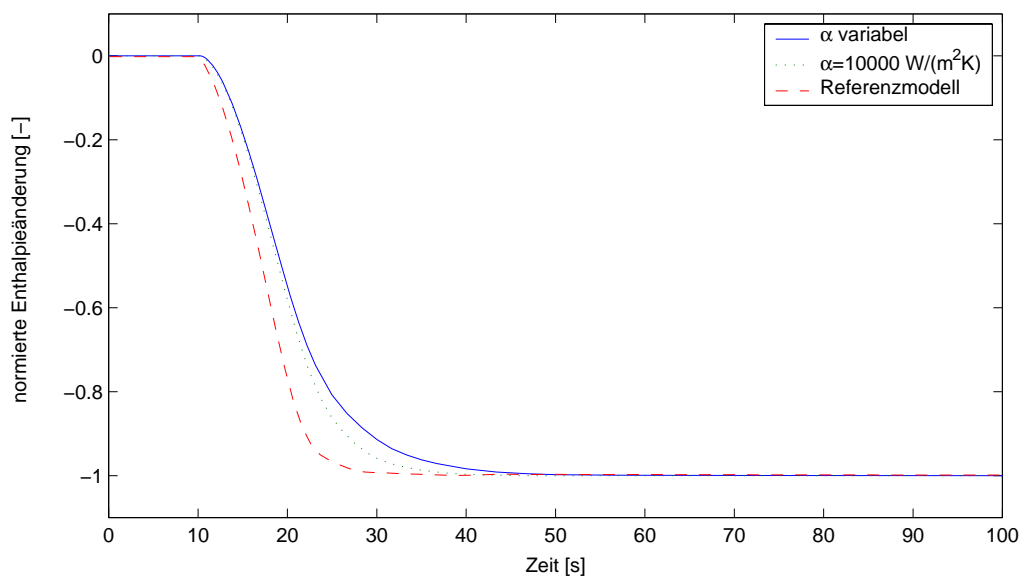


Abb. 5-2: Vergleich des instationären Kollektormodells mit dem Referenzmodell von /Steinmann 1998/ im Verdampferabschnitt. Normierte spezifische Enthalpieänderung am Austritt des Kollektors beim Rückgang der Einstrahlung um 80 W/m^2 bei $t=10 \text{ s}$ ($p_a=60 \text{ bar}$, $\dot{M}_e=0,5 \text{ kg/s}$, $h_e=2000 \text{ kJ/kg}$, $I_{dir}=800 \text{ W/m}^2 \rightarrow 720 \text{ W/m}^2$, $L=50 \text{ m}$)

Das numerische Experiment des Rückgangs der Einstrahlung wurde mit sonst gleichen Randbedingungen auch für einen Kollektorstrang im Überhitzerbereich mit beiden Modellen durchgeführt und in Abb. 5-3 dargestellt. Die zeitliche, relative spezifische Enthalpieände-

³⁸ FCT bedeutet Flux-Corrected-Transport. Die FCT-Verfahren eignen sich für die Darstellung scharfer Gradienten (siehe /Fletcher 1991/).

ung stimmt für beide Modelle sehr gut überein. Die Zeitkonstanten liegen auf Grund der thermischen Trägheit der Rohrwand im Bereich von mehreren hundert Sekunden und damit über eine Größenordnung höher als im Verdampferbereich. Dies ist auch der Grund, wieso hier beide Modelle sehr gut übereinstimmen. Die im hier verwendeten numerischen Modell auftretende Verschmierung der Ausbreitungsfront durch numerische Dissipation wird im Verdampferbereich durch die Wirkung der Rohrwand bei weitem übertroffen. Daher hat die vorliegende numerische Dissipation in diesem Bereich kaum einen Einfluss.

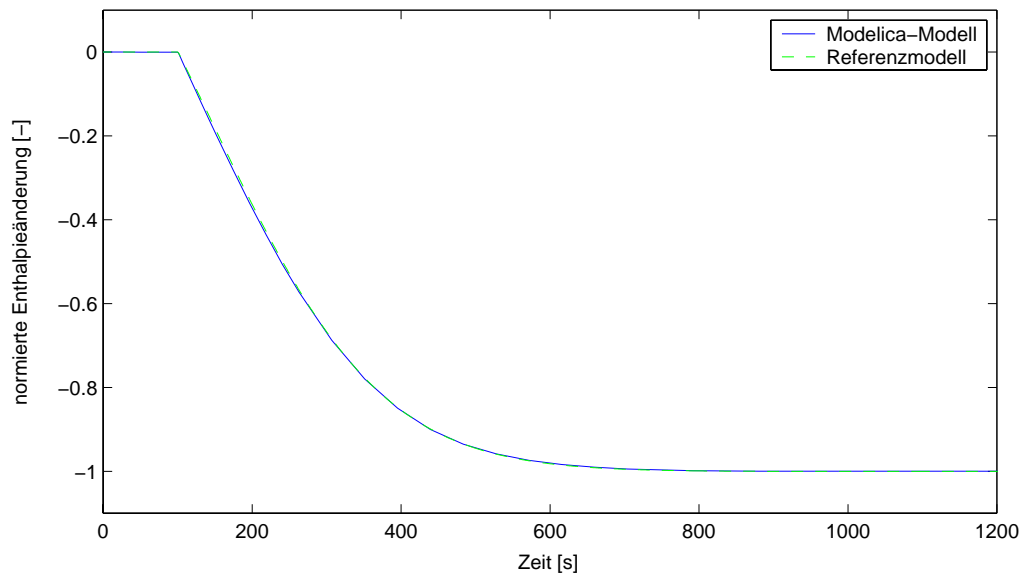


Abb. 5-3: Vergleich des instationären Kollektormodells mit dem Referenzmodell von /Steinmann 1998/ im Überhitzerabschnitt. Normierte spezifische Enthalpieänderung am Austritt des Kollektors beim Rückgang der Einstrahlung um 80 W/m^2 bei $t=100 \text{ s}$ ($p_a=60 \text{ bar}$, $\dot{M}_e=0,5 \text{ kg/s}$, $h_e=2804 \text{ kJ/kg}$, $I_{dir}=800 \text{ W/m}^2 \rightarrow 720 \text{ W/m}^2$, $L=50 \text{ m}$)

5.2 Kollektor im Verdampferabschnitt

Im folgenden Abschnitt wird mit dem erstellten Modell das dynamische Verhalten eines 50 m langen Kollektors unter verschiedenen Randbedingungen untersucht. Der Kollektor befindet sich im Verdampferabschnitt innerhalb des Kollektorstranges.

Sprungförmige Erhöhung der spezifischen Eintrittsenthalpie. Abb. 5-4 zeigt das typische Verhalten eines Verdampferrohres bei einer Erhöhung der spezifischen Eintrittsenthalpie bei konstant gehaltenem Eintrittsmassenstrom. Bevor die spezifische Austrittsenthalpie auf den neuen stationären Endwert ansteigt, sinkt sie kurzzeitig ab. Dieses Übertragungsverhalten des Systems liegt darin begründet, dass die mittlere Dichte des Fluids mit steigender spezifischer Enthalpie abnimmt. Da der Massenstrom am Eintritt konstant gehalten wird, folgt aus der Kontinuitätsgleichung, dass die Geschwindigkeit ansteigen muss. Die noch im Rohr vorhandene Flüssigkeitsmasse mit ursprünglicher Eintrittsenthalpie und höherer Dichte wird also schneller ausgeschoben als vor dem Sprung. Der Austrittsmassenstrom steigt bei gleicher eingekoppelter Wärme vorübergehend an und damit sinkt die spezifische Austrittsenthalpie kurzzeitig. Dieses Verhalten ist auch in /Profos 1962/ dargestellt.

Um den Einfluss des Wärmeübergangs besser beurteilen zu können, wurde das Kollektorverhalten neben dem vollständigen Modell mit variablem Wärmeübergang auch mit einem vereinfachten Modell mit konstantem Wärmeübergangskoeffizienten von $10000 \text{ W/m}^2\text{K}$ untersucht. Wie man aus Abb. 5-4 erkennt, besitzt die Änderung des Wärmeübergangs einen großen Einfluss auf die Dynamik des Kollektors. Die oben erläuterten Effekte werden durch einen während der Massenstromsteigerung stattfindende Verbesserung des Wärmeübergangs überlagert (siehe durchgezogene Linie). Durch den verbesserten Wärmeübergang wird Energie aus der Rohrwand in das Fluid ausgespeichert, was den kurzzeitigen Anstieg vor dem Rückgang der spezifischen Enthalpie beim Modell mit variablem Wärmeübergangskoeffizienten erklärt.

Die aufgestellten Modellgleichungen begründen den verbesserten Wärmeübergang folgendermaßen: Im gesamten betrachteten Zeitintervall liegt eine offene Ringströmung vor. Auf Grund der durch den kurzzeitig höheren Massenstrom bedingten größeren Geschwindigkeit liegt ein verbesserter Wärmeübergang sowohl im benetzten wie im unbenetzten Teil der Rohrwand vor. Außerdem nimmt, obwohl die obere Wellenhöhe sinkt, der Anteil der benetzten Rohrwand durch eine größere Filmhöhe an der Rohrwand zu.

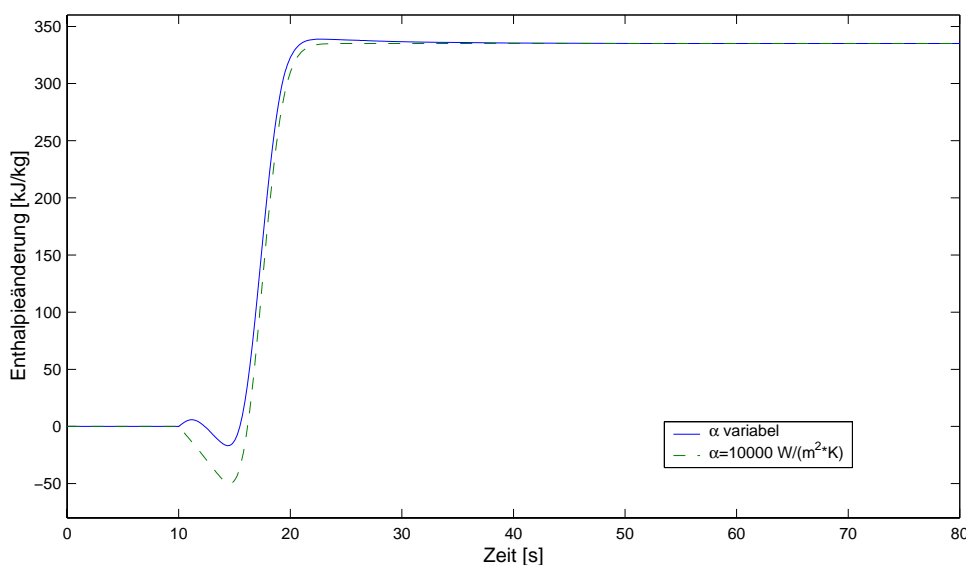


Abb. 5-4: Spezifische Enthalpieänderung am Austritt eines Verdampferkollektors nach einer sprungförmigen Erhöhung ($t=10 \text{ s}$) der spezifischen Eintrittsenthalpie h_e um 335 kJ/kg . Berechnet mit dem vollständigen Modell mit variablem Wärmeübergangskoeffizient (durchgezogene Linie) und einem vereinfachten Modell mit konstantem Wärmeübergangskoeffizienten (gestrichelte Linie). ($p_a=60 \text{ bar}$, $\dot{M}_e=0,5 \text{ kg/s}$, $h_e=1999 \text{ kJ/kg} \rightarrow 2334 \text{ kJ/kg}$, $I_{dir}=800 \text{ W/m}^2$, $L=50 \text{ m}$).

Sprungförmige Erhöhung des Eintrittsmassenstromes. In Abb. 5-5 ist die Übertragungsfunktion eines Verdampferkollektors bei einer Erhöhung des Eintrittsmassenstromes zum Zeitpunkt $t=10$ s dargestellt. Wie zu erwarten, sinkt die spezifische Enthalpie auf den neuen stationären Endzustand. Innerhalb des Rohres liegt eine offene Ringströmung vor. Da durch die Massenstromerhöhung der Wärmeübergang sowohl an den benetzten, wie auch an den unbenetzten Rohrabschnitten um wenige Prozent verbessert wird, erfolgt eine Wärmespeicherung aus der Rohrwand, was den Rückgang der spezifischen Enthalpie geringfügig verzögert.

Der Massenstrom am Austritt des Kollektors nimmt erst nach einer gewissen Verzögerung den Wert des Eintrittsmassenstromes an. Die Begründung dafür ist, dass sich im neuen stationären Zustand ein größeres Wasserinventar im Kollektor befindet, das erst vom Eintrittsmassenstrom aufgefüllt werden muss.

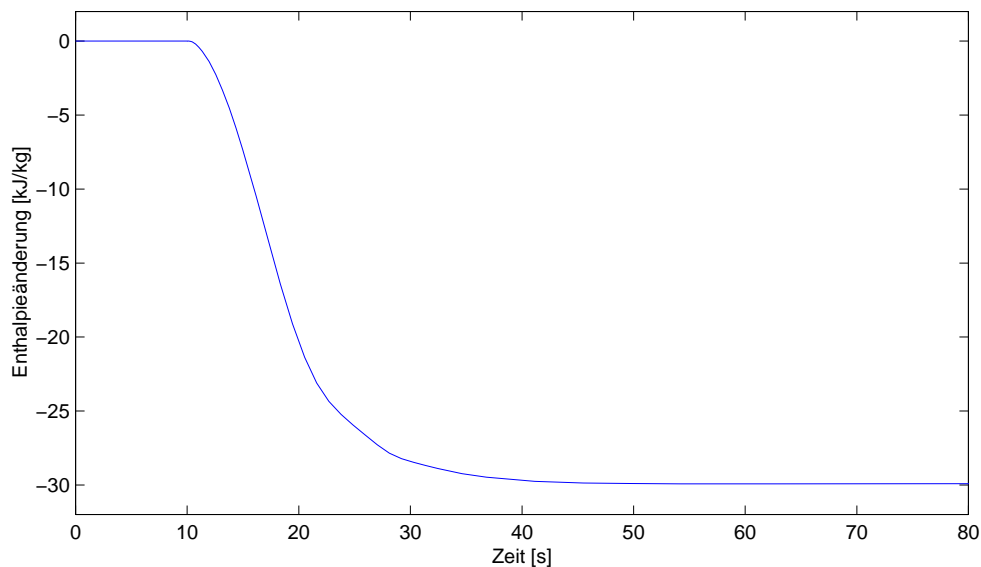


Abb. 5-5: Spezifische Enthalpieänderung am Austritt eines Verdampferkollektors nach einer sprunghörmigen Erhöhung ($t=10$ s) des Eintrittsmassenstromes \dot{M}_e um $0,05$ kg/s. ($p_d=60$ bar, $\dot{M}_e=0,5$ kg/s \rightarrow $0,55$ kg/s, $h_e=1999$ kJ/kg, $I_{dir}=800$ W/m², $L=50$ m).

Sprungförmige Erniedrigung des Einspritzmassenstromes am Kollektoreintritt. In der folgenden Simulation ist ein Verdampferkollektor mit Einspritzstelle am Kollektoreintritt berechnet. Ändert sich der Einspritzmassenstrom, so ändert sich für den Kollektor gleichzeitig der Eintrittsmassenstrom und die spezifische Eintrittsenthalpie. Zum Zeitpunkt $t=10$ s wird der Einspritzmassenstrom um $0,005$ kg/s erniedrigt. Dies kommt einem gleichzeitigen Rückgang des Eintrittsmassenstromes und einer Erhöhung der spezifischen Eintrittsenthalpie gleich. Der neue stationäre Endzustand wird also bei einer höheren spezifischen Enthalpie liegen.

Wie in Abb. 5-6 zu erkennen ist, erfolgt eine merkliche Änderung der spezifischen Enthalpie erst ca. 5 s nach dem aufgebrachten Sprung im Einspritzmassenstrom. Dieses verzögerte Verhalten ist Folge der Überlagerung des Effekts des kurzzeitigen Rückgangs der spezifischen Enthalpie bei Zunahme der spezifischen Eintrittsenthalpie von Abb. 5-4 und der Zunahme der spezifischen Enthalpie bei Rückgang des Eintrittsmassenstromes: die beiden Effekte kompensieren sich in dem betrachteten Spezialfall in den ersten fünf Sekunden. Im Rohr liegt eine offene Ringströmung vor.

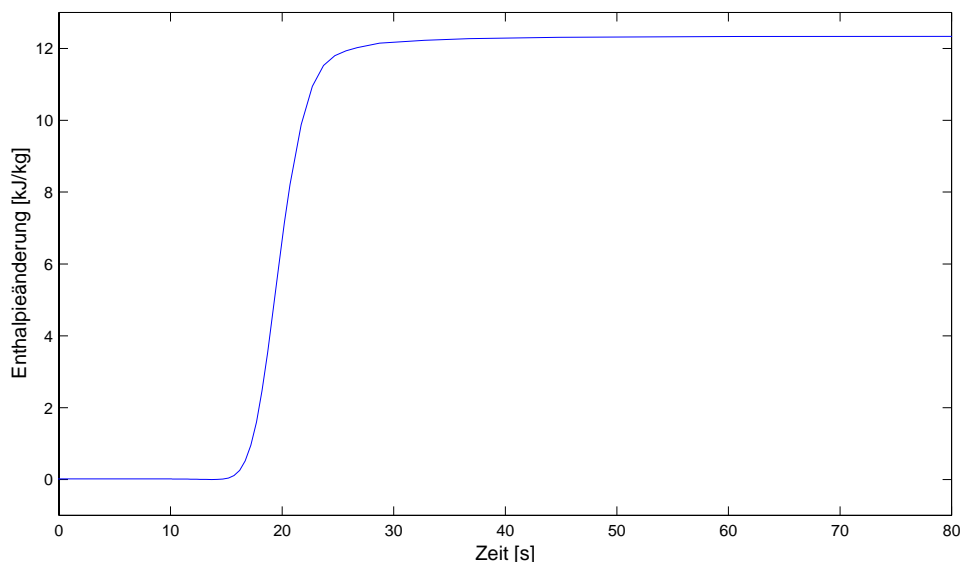


Abb. 5-6: Spezifische Enthalpieänderung am Austritt eines Verdampferkollektors nach einer sprungförmigen Erniedrigung ($t=10$ s) des Einspritzmassenstromes um $0,005$ kg/s. ($p_a=60$ bar, $\dot{M}_e=0,450$ kg/s, $h_e=2098$ kJ/kg, $\dot{M}_{mj}=0,050$ kg/s \rightarrow $0,045$ kg/s, $h_{mj}=1110$ kJ/kg, $I_{dir}=800$ W/m², $L=50$ m).

Sprungförmiger Rückgang der Einstrahlung. Auf das Simulationsergebnis eines Sprunges der Einstrahlung an einem Verdampferkollektor und dessen Diskussion wird auf Kapitel 5.1 verwiesen. Bei den aufgebrachten Randbedingungen liegt im Rohr eine offene Ringströmung vor.

5.3 Kollektor im Überhitzerabschnitt

In diesem Kapitel wird ein 50 m langer Kollektor im Überhitzerabschnitt simuliert. Die Dynamik der Absorberrohrströmung wird stark durch Energieein- und -ausspeichervorgänge der Rohrwand bestimmt, was die Zeitkonstante des Systems um etwa eine Größenordnung gegenüber der eines Verdampferkollektors³⁹ erhöht.

³⁹ Im Verdampferkollektor spielt die Dynamik der Rohrwand auf Grund der nur vom Druck abhängigen und daher fast konstanten Siedetemperatur nur eine untergeordnete Rolle.

Sprungförmige Erhöhung der spezifischen Eintrittsenthalpie. In Abb. 5-7 sind die Temperaturänderungen an verschiedenen Stellen eines Überhitzerkollektors bei einer sprunghaften Erhöhung der spezifischen Eintrittsenthalpie dargestellt. Der Temperatursprung kommt an der Stelle 4 m nach Kollektoreintritt seiner Laufzeit entsprechend nach ca. 0,5 s an, abgeschwächt durch die an die Rohrwand abgegebene Energie. Die Zeitkonstante der Aufwärmung der ersten 4 m der Rohrwand beträgt ca. 60 s. Bei längeren Überhitzerrohren (siehe Kurve 50 m) ist am Austritt nach der Laufzeit des Eingangsimpulses kein Temperatursprung mehr festzustellen. Stattdessen erfolgt ein langsamer Temperaturanstieg, der erst einsetzt, wenn sich die Rohrwand etwas erwärmt hat.

Für Vorwärm- und Überhitzersysteme ist in der Literatur häufig das κ_D -Modell erwähnt. In /Profos 1962/ entsprechen die damit erzielten dimensionslosen Formfunktionen den in Abb. 5-7 dargestellten Kurven.

Die Änderung der spezifischen Enthalpie im neuen, stationären Zustand am Austritt des Überhitzerkollektors fällt geringer aus als am Rohreintritt. Dies ist auf Grund der erhöhten thermischen Verluste des Kollektors bei höheren Temperaturen bedingt. Da die Simulationen mit vereinfachten, linearisierten StoffwertROUTINEN durchgeführt wurden, verhalten sich in Abb. 5-7 die Temperaturänderungen wie die beschriebenen Änderung der spezifischen Enthalpie. In der Realität überwiegen jedoch die Nichtlinearitäten der StoffwertROUTINEN gegenüber dem Effekt der erhöhten thermischen Verluste, und die Temperaturänderung im neuen, stationären Zustand am Austritt des Überhitzerkollektors ist größer als die am Rohreintritt. In diesem Punkt liefert das Modell also noch falsche Aussagen. Die StoffwertROUTINEN sind linearisiert worden, nachdem beim Einsatz nichtlinearer ROUTINEN Konvergenzprobleme aufgetreten sind. Die Erstellung nichtlinearer StoffwertROUTINEN könnte ein Punkt für die zukünftige Weiterentwicklung der Bibliothek sein.

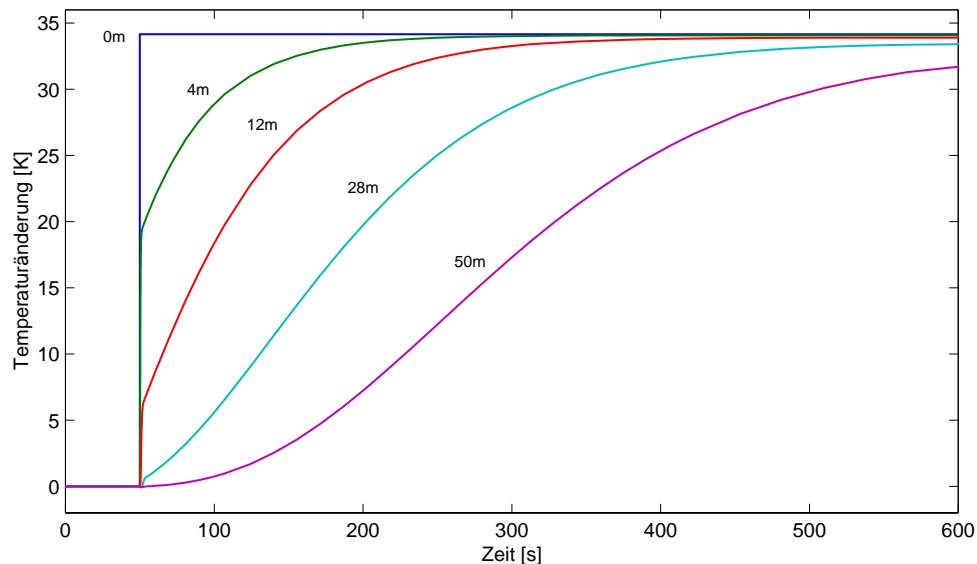


Abb. 5-7: Temperaturänderung innerhalb eines Überhitzerkollektors nach einer sprunghaften Erhöhung ($t=50$ s) der Eintrittstemperatur T_e um 34 K. Dargestellt ist der Verlauf am Eintritt (0 m), nach 4 m, 12 m, 28 m und am Austritt (50 m). ($p_d=60$ bar, $\dot{M}_e=0,5$ kg/s, $h_e=2804$ kJ/kg \rightarrow 2901 kJ/kg, $I_{dir}=800$ W/m², $L=50$ m).

Sprungförmige Erhöhung des Eintrittsmassenstromes. In Abb. 5-8 ist das Übertragungsverhalten eines Überhitzerkollektors bei einer Erhöhung des Eintrittsmassenstromes zum Zeitpunkt $t=0$ s dargestellt. Die Temperatur des ausströmenden Mediums nimmt auf Grund der Wärmeauspeicherung der Rohrwand an das Fluid nur langsam ab. Die Zeitkonstante ist im Vergleich mit einem Kollektor im Verdampferabschnitt (Abb. 5-5) um eine Größenordnung höher. Abb. 5-8 zeigt in den ersten 200 s den charakteristischen, linearen Rückgang der Temperatur bei einer Erhöhung des Eintrittsmassenstromes eines Überhitzerkollektors.

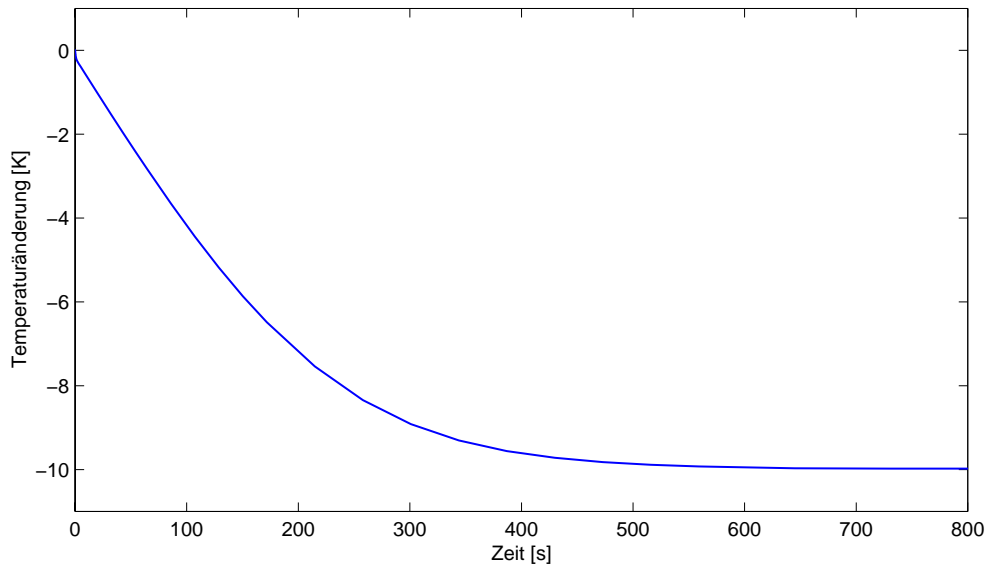


Abb. 5-8: Temperaturänderung am Austritt eines Überhitzerkollektors nach einer sprunghörmigen Erhöhung ($t=0$ s) des Eintrittsmassenstromes M_e um $0,05$ kg/s. ($p_a=60$ bar, $M_e=0,5$ kg/s \rightarrow $0,55$ kg/s, $h_e=2804$ kJ/kg, $I_{dir}=800$ W/m², $L=50$ m).

Sprungförmige Erniedrigung des Einspritzmassenstromes am Kollektoreintritt. Die Temperaturänderung des Überhitzersystems an verschiedenen Positionen des Kollektors bei einer Erniedrigung des Einspritzmassenstromes ist in Abb. 5-9 zu erkennen. Es ist eine Überlagerung des Verhaltens einer sprunghörmigen Erhöhung der spezifischen Enthalpie (siehe Abb. 5-7) mit einer Eintrittsmassenstromerniedrigung, wobei der Einfluss der Enthalpieerhöhung dominiert.

Am Austritt kommt im stationären Endzustand zur Temperaturerhöhung durch Erhöhung der spezifischen Eintrittsenthalpie des Gemisches noch die Temperaturerhöhung auf Grund des geringeren Gesamtmassenstromes hinzu.

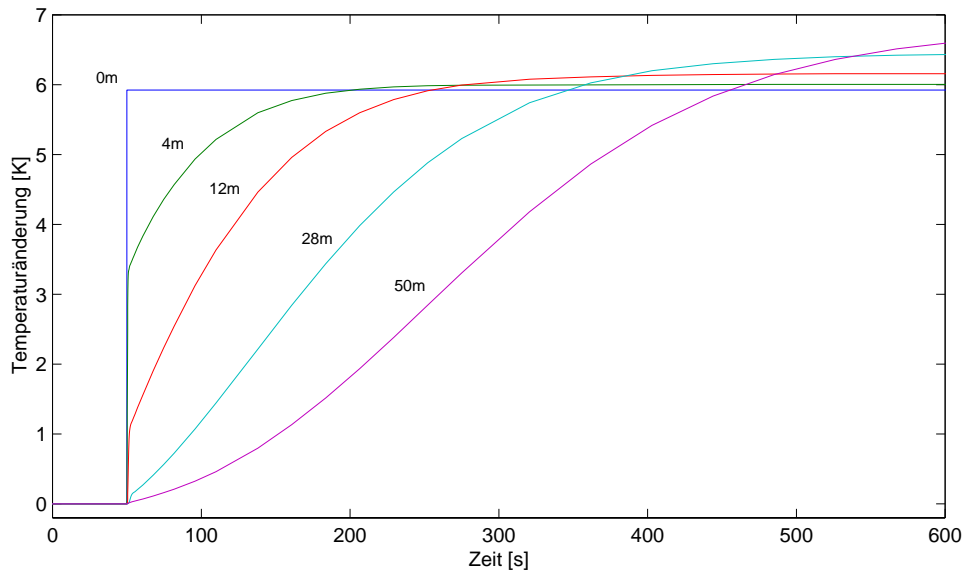


Abb. 5-9: Temperaturänderung innerhalb eines Überhitzerkollektors nach einer sprungförmigen Erniedrigung ($t=50$ s) des Einspritzmassenstromes um $0,005$ kg/s. Dargestellt ist der Verlauf am Eintritt (0 m), nach 4 m, 12 m, 28 m und am Austritt (50 m). ($p_a=60$ bar, $\dot{M}_e=0,450$ kg/s, $h_e=2992$ kJ/kg, $\dot{M}_{inj}=0,050$ kg/s \rightarrow $0,045$ kg/s, $h_{inj}=1110$ kJ/kg, $I_{dir}=800$ W/m², $L=50$ m).

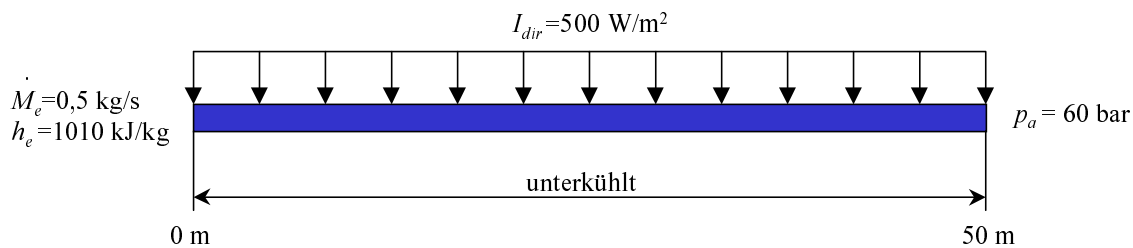
Der **sprungförmige Rückgang der Einstrahlung** an einem Überhitzerkollektor ist in Kapitel 5.1 dargestellt worden.

5.4 Kollektoren mit wanderndem Verdampfungsanfangspunkt

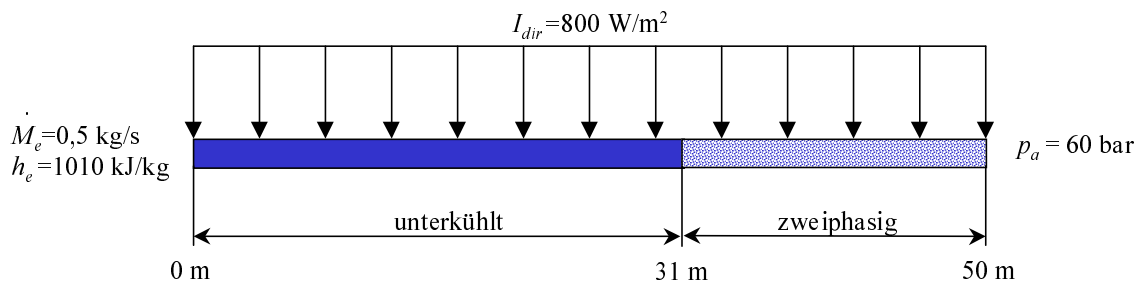
Bei einem solaren Dampferzeuger ist die Energiezufuhr durch die fluktuierende Solarstrahlung stärkeren Schwankungen unterworfen als bei einem konventionell mit Brennstoff befeuerten Dampferzeuger. Dadurch gibt es innerhalb eines Kollektorstranges stärker wandernde Verdampfungsanfangspunkte und beim Durchlauf- und Einspritzkonzept auch stärker wandernde Verdampfungsendpunkte als in den Rohren herkömmlicher Dampferzeuger. Im ersten Teil dieses Unterkapitels wird deswegen das Verhalten eines Kollektors untersucht, der sich im Zustand des Verdampfens bzw. des Wiederbefüllens mit flüssigem Wasser befindet.

Ein weiteres Charakteristikum eines solaren Dampferzeugers ist die Tatsache, dass sich die Schwankung der eingekoppelten Energieströme teilweise nur auf begrenzte Abschnitte des Dampferzeugers auswirken. Man denke z. B. an eine Abschattung der ersten Kollektoren durch eine kleine Wolke während der restliche Absorberstrang bestrahlt bleibt. Im zweiten Teil des Kapitels wird beispielhaft für einen 100 m langen Abschnitt des Kollektorstranges eine teilweise Abschattung simuliert.

Kollektor beim Übergang von der Flüssig- in die Zweiphasenströmung. In der folgenden Rechnung wird simuliert, wie ein mit Wasser befüllter Kollektor beim Anstieg der Solarstrahlung in das Gebiet der Zweiphasenströmung übergeht. In den Kollektor tritt ein Massenstrom unterkühltes Wasser von $0,5 \text{ kg/s}$. Im stationären Anfangszustand mit einer geringeren Einstrahlung von 500 W/m^2 tritt das Wasser leicht unterkühlt aus dem Kollektor wieder aus. Zum Zeitpunkt $t=100 \text{ s}$ steigt die Einstrahlung sprunghaft auf 800 W/m^2 an und ein Teil der Strömung geht in das Zweiphasengebiet über. Eine derartige Kombination der Randbedingungen hat man in einem Absorberstrang im Vorwärmabschnitt, wenn die Einstrahlung ansteigt. Das geschilderte, numerische Experiment mit seinen Randbedingungen und Fluidzuständen ist in Abb. 5-10 dargestellt.



Stationärer Zustand A mit Einstrahlung $I_{dir}=500 \text{ W/m}^2$



Stationärer Zustand B mit Einstrahlung $I_{dir}=800 \text{ W/m}^2$

Abb. 5-10: Randbedingungen und zugehörige, stationäre Fluidzustände für die Untersuchung eines Kollektors beim Übergang von der Flüssig- in die Zweiphasenströmung (Zustand A→B) bzw. beim Wiederauffüllen mit Wasser (Zustand B→A).

Nach einer Erhöhung der Einstrahlung erwärmt sich das Fluid und fängt am Ende des Kollektors an zu siedeln. Da mit einer nur geringen Erhöhung des Strömungsmassendampfgehaltes über Null der volumetrische Dampfgehalt auf Grund der stark unterschiedlichen Dichten von Wasser und Dampf enorm ansteigt, erhöht sich plötzlich der Massenstrom stromabwärts des verdampfenden Flüssigkeitsgebietes. Im neuen, stationären Endzustand hat sich das Wassermasseninventar des Kollektors gegenüber seinem Anfangszustand verringert. Zusätzlich zum eintretenden Massenstrom muss also Masse aus dem System herausfließen.

In Abb. 5-11 sind die Massenstromverläufe an verschiedenen Stellen im Kollektor aufgezeichnet. Am Austritt des Kollektors (Kurve mit Bezeichnung 50 m) ist eine Zunahme des Massenstromes während ca. 300 s zu sehen. Die Verläufe an den verschiedenen Stellen im Kollektor können folgendermaßen erklärt werden: Der Massenstrom an der Stelle 30 m erhöht sich nur kurzzeitig und nur wenig. Dies liegt daran, dass stromaufwärts von 30 m ausschließlich flüssiges Wasser vorliegt, dessen Dichte bei Temperaturerhöhung nur geringfügig zunimmt. Die Position 32 m ist die am weitesten stromaufwärts liegende Stelle im Absorberrohr und zeitlich die letzte Stelle, an der Verdampfung einsetzt. An der Position 34 m findet die Verdampfung auf Grund der Vorwärmung im Absorberrohr stromaufwärts schon früher statt. Außer der Massenstromerhöhung durch die Verdampfung an der jeweiligen Stelle erhöht sich der Massenstrom zusätzlich durch sämtliche Verdampfungs Vorgänge, die stromaufwärts stattfinden. Diese Tatsache erklärt die stromabwärts immer größer werdenden Änderungen im Massenstrom.

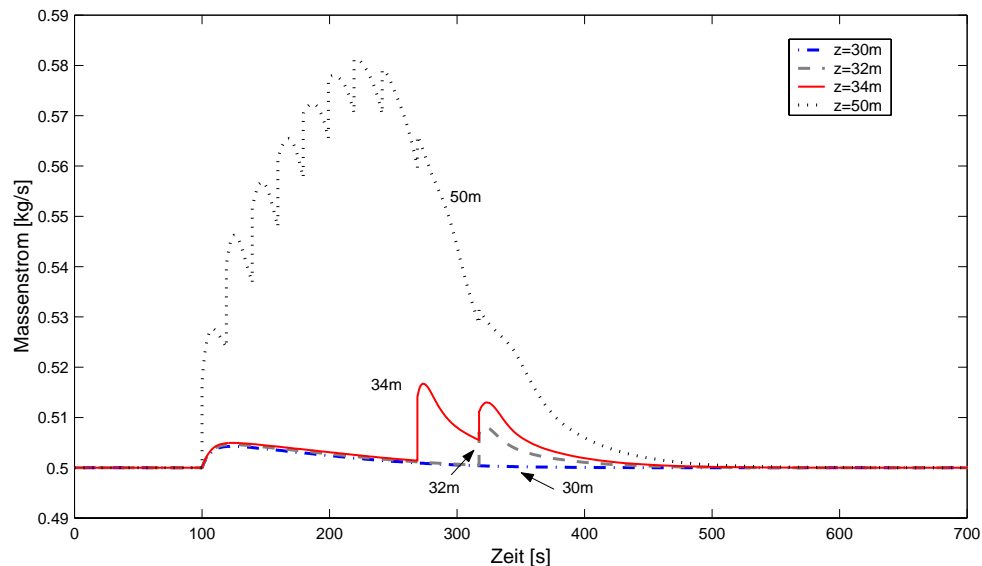


Abb. 5-11: Massenströme bei einer sprunghaftigen Zunahme der Einstrahlung um 300 W/m^2 . Innerhalb des Kollektors findet nach dem Sprung der Übergang von der Flüssigströmung in die Zweiphasenströmung statt. Dargestellt ist der Verlauf bei 30 m, 32 m, 34 m und am Austritt (50 m). ($p_a=60 \text{ bar}$, $\dot{M}_e=0,5 \text{ kg/s}$, $h_e=1010 \text{ kJ/kg}$, $I_{dir}=500 \text{ W/m}^2 \rightarrow 800 \text{ W/m}^2$, $L=50 \text{ m}$).

In der Simulation wurde der Eintrittsmassenstrom fest vorgegeben. Anstatt des Massenstromes kann am Eintritt auch der Druck vorgegeben werden. Dann wäre es vorstellbar, dass bei einer Verdampfung im Absorberrohr, wenn nicht der Eintrittsdruck schnell erhöht würde, eine zeitlich begrenzte Rückströmung stattfindet. Selbst wenn eine Rückströmung durch Einbauten verhindert wäre, würde das Fluid nicht mehr strömen können und es würde zu einer gefährlichen Überhitzung des Rohres kommen. Eine derartige Betrachtung ist jedoch mit den zurzeit benutzten Stoffwert Routinen noch nicht möglich. Simulationen bzgl. der Rückströmung innerhalb eines Absorberrohres bei einer Erhöhung der eingestrahelten Leistung wurden von /Steinmann 1998/ durchgeführt.

Die Knickstellen im Verlauf der Massenströme in Abb. 5-11 haben folgende simulationstechnische Ursachen. Erstens ist die Diskretisierung mit 25 Elementen für dieses numerische Experiment noch zu grob. Anstatt wie in der Realität eine kontinuierlich wandernde Verdampfungszone zu haben, verdampft zu bestimmten Zeitpunkten schlagartig immer ein gesamtes Element von 2 m Länge. Zweitens sind in der Impulsbilanz die Trägheitskräfte vernachlässigt worden. Ohne diese Vereinfachungen wären sprunghafte Änderungen des Massenstromes, wie sie hier zu beobachten sind, nicht möglich und der Verlauf der Massenströme wäre ohne Knickstellen. Die Ergebnisse sind unter diesen Gesichtspunkten zu bewerten.

In der Zweiphasenströmung liegt auf Grund eines geringen Strömungsmassendampfgehalts ($\dot{x} < 0,1$) noch Schwallströmung vor. Die Rohrwand kann also als völlig benetzt betrachtet werden /Goebel 1998/.

Kollektor beim Wiederauffüllen mit Wasser. In diesem Abschnitt wird der umgekehrte Vorgang wie im vorhergehenden Abschnitt betrachtet. Der Kollektor wird am Eintritt mit flüssigem Wasser beschickt und mit einer Einstrahlung von 800 W/m^2 beaufschlagt. Dann befindet sich im Kollektor im stationären Anfangszustand im letzten Stück eine Zweiphasenströmung. Durch einen Rückgang in der solaren Einstrahlung zum Zeitpunkt $t=100 \text{ s}$ um 300 W/m^2 reicht die eingekoppelte Leistung nicht mehr aus, das einströmende Wasser zu verdampfen und der Kollektor wird langsam wieder mit flüssigem Wasser befüllt. Das numerische Experiment wird verdeutlicht, wenn Abb. 5-10 von unten nach oben gelesen wird (Anfangszustand B und Endzustand A).

In Abb. 5-12 sind die zeitlichen Verläufe der Massenströme an verschiedenen Stellen im Absorberrohr dargestellt.

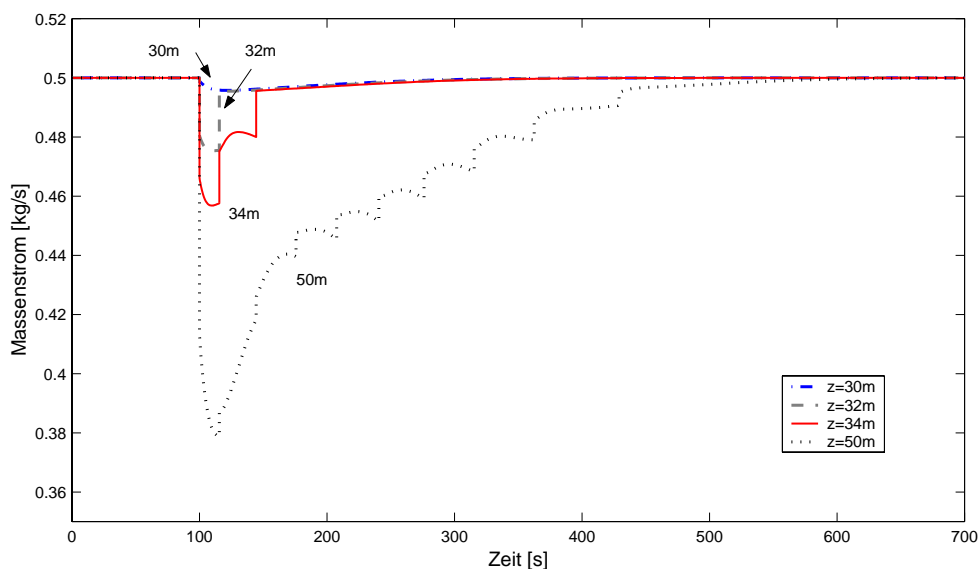


Abb. 5-12: Massenströme bei einem sprunghaftigen Rückgang der Einstrahlung um 300 W/m^2 . Innerhalb des Kollektors findet nach dem Sprung der Übergang von der Zweiphasenströmung zur Flüssigströmung statt. Dargestellt ist der Verlauf bei 30 m, 32 m, 34 m und am Austritt (50 m). ($p_a=60 \text{ bar}$, $\dot{M}_e=0,5 \text{ kg/s}$, $h_e=1010 \text{ kJ/kg}$, $I_{dir}=800 \text{ W/m}^2 \rightarrow 500 \text{ W/m}^2$, $L=50 \text{ m}$).

Stromaufwärts von 31 m liegt während des gesamten, dynamischen Vorganges flüssiges Wasser vor, dessen Temperatur leicht abnimmt und dessen Dichte geringfügig zunimmt. Zum Zeitpunkt des Strahlungsrückganges ($t=100$ s) nimmt der Strömungsmassendampfgehalt im gesamten Gebiet der Zweiphasenströmung, also ab der Position 31 m und stromabwärts, ab. Während der Massenstrom an der Stelle 32 m nur auf Grund des Wiederbefüllens des Abschnitts zwischen 31 m und 32 m abnimmt, reduziert sich der Massenstrom an der Stelle 50 m auf Grund der Erniedrigung des Strömungsmassendampfgehaltes im gesamten Abschnittes der Zweiphasenströmung. Dies erklärt den nach Eintritt des Strahlungssprunges auftretenden starken, sprungartigen Rückgang des Austrittsmassenstromes (siehe Kurve mit Parameter „50 m“), der etwa ein Viertel des Massenstromes im stationären Zustand beträgt. Die Knickstellen im Verlauf der Kurven sind den im vorherigen Abschnitt erläuterten simulationstechnischen Ursachen zuzuschreiben.

Die Simulationsergebnisse des Kollektorverhaltens beim Wiederbefüllen legen nahe, die Auswirkungen des Massenstromrückganges auf die nachfolgenden Kollektoren näher zu betrachten:

Teilweise Abschattung von Kollektoren. Der im Folgenden betrachtete Vorgang simuliert einen Strahlungsrückgang um 300 W/m^2 auf den ersten 50 m eines 100 m langen Absorberstrangabschnittes. Die Abschattung findet zum Teil im Vorwärmabschnitt des Absorberrohrstranges statt. Die in Abb. 5-13 dargestellte Skizze verdeutlicht die Randbedingungen und die zugehörigen, stationären Zustände.

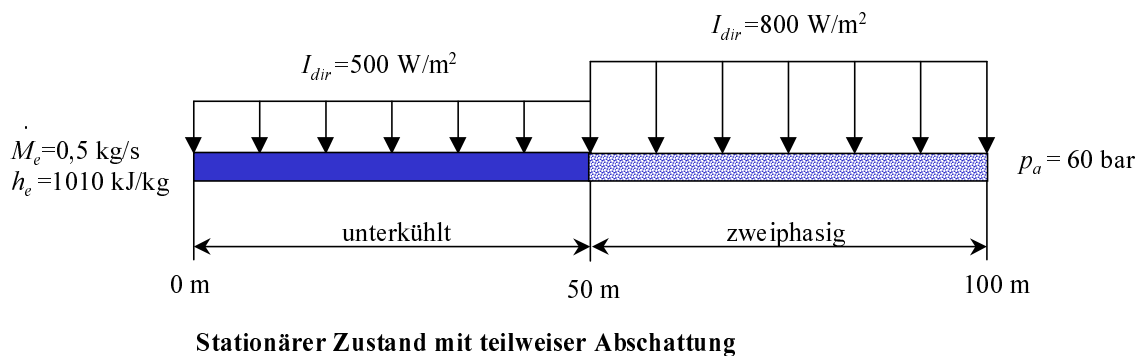
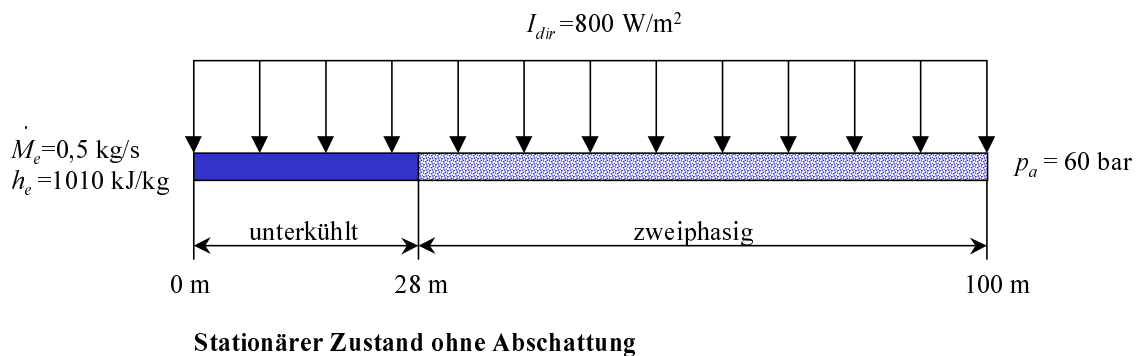


Abb. 5-13: Randbedingungen und zugehörige, stationäre Fluidzustände für die Untersuchung eines 100 m langen Absorberstrangabschnittes bei teilweiser Abschattung. Der betrachtete Abschnitt liegt im Bereich des Übergangs von der Flüssig- zur Zweiphasenströmung.

Das Simulationsergebnis des numerischen Experiments ist in Abb. 5-14 zu sehen. Eine teilweise Abschattung bewirkt am Austritt (Kurve mit Parameter 100 m) eine kurzzeitige Erhöhung der spezifischen Enthalpie, bevor ein neuer, stationärer Zustand mit niedrigerer spezifischer Enthalpie erreicht wird.

Das Verhalten wird sehr schnell klar, wenn man in Betracht zieht, dass die Randbedingungen der ersten 50 m des Absorberrohrstranges denen des vorherigen Abschnittes der Abb. 5-10 entsprechen. Daher entspricht der beobachtete Massenstrom in der Mitte des 100 m langen Absorberrohrabschnittes etwa der Kurve mit dem Parameter „50 m“ in Abb. 5-12. Der zweite Teil des betrachteten 100 m langen Abschnitts erlebt also temporär einen Einbruch des Massenstromes, was bei gleichbleibender, eingekoppelter Leistung eine kurzzeitig höhere spezifische Austrittsenthalpie hervorruft.

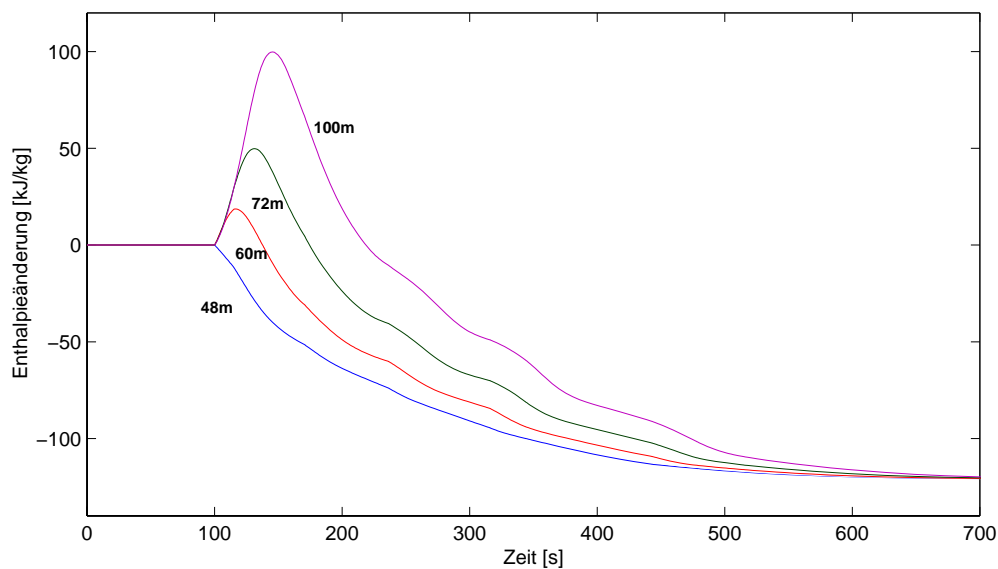


Abb. 5-14: Änderung der spezifischen Enthalpie innerhalb eines 100 m langen Absorberrohrabschnittes bei einer teilweisen Abschattung ($t=100$ s) der ersten 50 m. Dargestellt ist der Verlauf bei 48 m, 60 m, 72 m und am Austritt (100 m). Innerhalb des Kollektors findet der Übergang von der Flüssig- zur Zweiphasenströmung statt. ($p_a=60$ bar, $\dot{M}_e=0,5$ kg/s, $h_e=1010$ kJ/kg, $I_{dir}=800/800$ W/m² \rightarrow 500/800 W/m², $L=100$ m).

6 Dynamische Simulation der DISS-Testanlage

In diesem Kapitel werden Simulationsergebnisse mit Messwerten an der DISS-Testanlage verglichen. An beiden betrachteten Testtagen wurde die DISS-Parabolrinne im Rezirkulationskonzept bei $p=60$ bar betrieben. Zur Untersuchung des dynamischen Verhaltens im Überhitzerbereich wurden zeitweise Kollektoren defokussiert, oder der Massenstrom wurde verändert. Abb. 6-1 zeigt die Verschaltung der Anlage an den betrachteten Testtagen. In den Simulationen wurden die Überhitzerkollektoren 10 und 11 betrachtet. Der Kollektor 10 ist 25 m lang, Kollektor 11 besitzt eine Länge von 50 m.

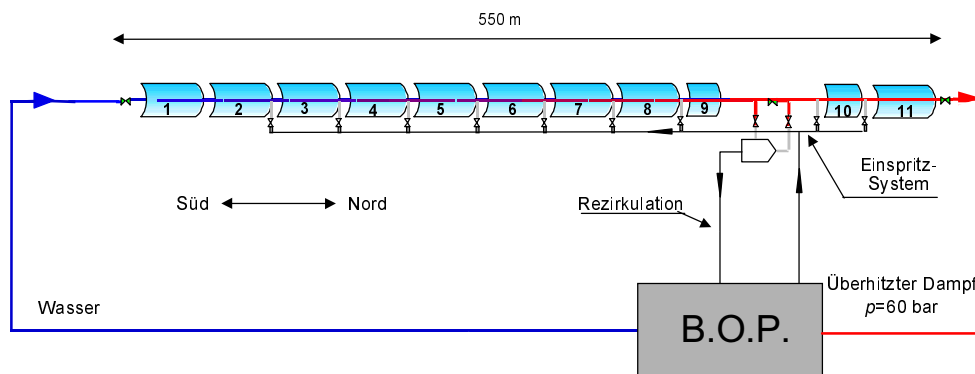


Abb. 6-1: Vereinfachte Darstellung der DISS-Testanlage auf der PSA. Abgebildet ist die Verschaltung für die Tests vom 30.06.2000 und 03.07.2000.

Massenstromänderung. Im Test vom 30.06.2000 wurde der Eintrittsmassenstrom beim Betrieb der Anlage im Rezirkulationskonzept variiert. Die zeitlichen Temperaturverläufe an verschiedenen Stellen des Überhitzerbereiches sind in Abb. 6-2 dargestellt. Die durchgezogenen Linien stellen Simulationsergebnisse, die gepunkteten Linien Messergebnisse dar.

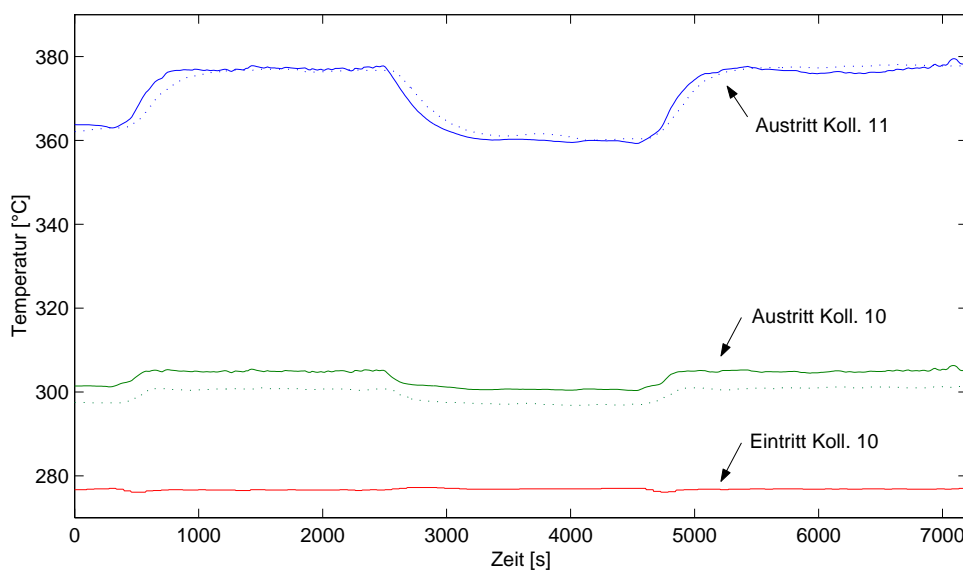


Abb. 6-2: Zeitliche Temperaturverläufe vom 30.06.2000 am Eintritt in den Überhitzerbereich (Eintritt Koll. 10), nach 25 m (Austritt Koll. 10) und am Austritt des Absorberstranges (Austritt Koll. 11) bei Variation des Massenstromes. Die Simulationsergebnisse sind als durchgezogene Linien, die Messergebnisse als gepunktete Linien dargestellt.

Der unbekannte optische Wirkungsgrad⁴⁰ der Kollektoren 10 und 11 ist für die Simulation so gewählt, dass im stationären Zustand die simulierte Austrittstemperatur des Kollektors 11 gleich der gemessenen Austrittstemperatur ist. Bei der Simulation wird davon ausgegangen, dass beide Kollektoren denselben optischen Wirkungsgrad besitzen. Die Austrittstemperatur des Kollektors 10 ist in der Simulation geringfügig höher als in der Messung. Dies deutet darauf hin, dass der tatsächliche optische Wirkungsgrad des Kollektors 10 geringer als der des Kollektors 11 ist.

In Abb. 6-3 ist für den Test vom 30.06.2000 der simulierte und gemessene, zeitliche Verlauf des Druckverlustes über die Überhitzerkollektoren 10 und 11 dargestellt. Die Simulation ist mit den auf Seite 27 genannten Parametern des Druckverlustes mit dem Gesetz von Herrmann durchgeführt. Die Messwerte sind etwas höher als die simulierte Werte. Durch eine gezielte Analyse des Druckverlustverhaltens der Anlage kann eine Kalibration der Parameter des Druckverlustmodells durchgeführt und eine bessere Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung erreicht werden.

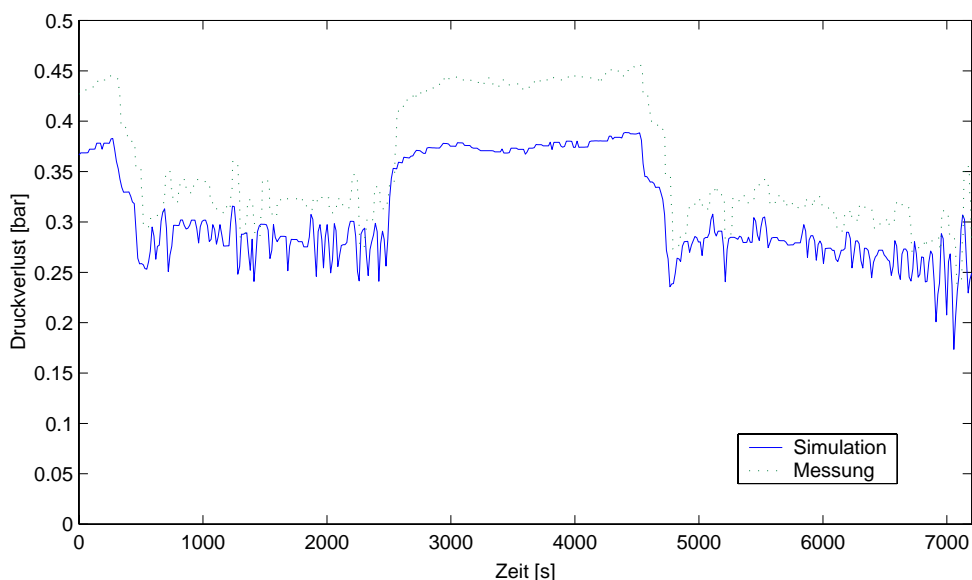


Abb. 6-3: Zeitlicher Verlauf des Druckverlustes vom 30.06.2000 über die Überhitzerkollektoren 10 und 11. Die Simulationsergebnisse sind als durchgezogene Linie, die Messergebnisse als gepunktete Linie dargestellt.

⁴⁰ Z. B. ist der Reflexionsgrad der Spiegel am Versuchstag und der Incident Angle Modifier der Kollektoren unbekannt.

Defokussierung von Kollektoren. Im Verlauf des Versuchs vom 03.07.2000 wurde zuerst der Kollektor 10 für ca. eine halbe Stunde defokussiert. Nach Erreichung eines erneuten, stationären Zustandes wurde Kollektor 11 eine Zeit lang defokussiert. Die zeitlichen Temperaturverläufe an verschiedenen Stellen des Überhitzerbereiches sind in Abb. 6-4 dargestellt. Die Simulationsergebnisse sind als durchgezogene Kurven, die Messergebnisse als gepunktete Kurven eingetragen.

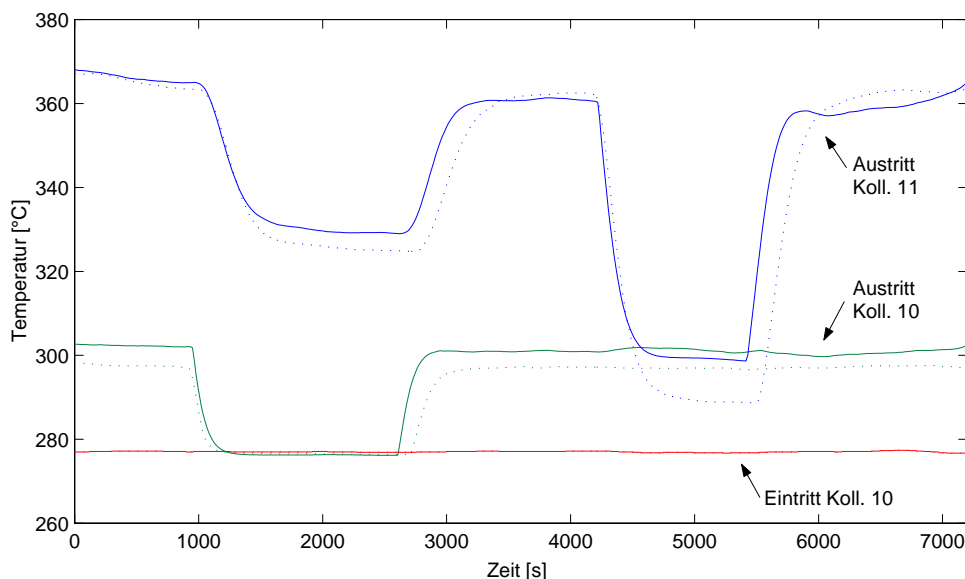


Abb. 6-4: Zeitliche Temperaturverläufe vom 03.07.2000 am Eintritt in den Überhitzerbereich (Eintritt Koll. 10), nach 25 m (Austritt Koll. 10) und am Austritt des Absorberstranges (Austritt Koll. 11). Zuerst ist Kollektor 10, danach Kollektor 11 defokussiert worden. Die Simulationsergebnisse sind als durchgezogene Linien, die Messergebnisse als gepunktete Linien dargestellt.

Der Rückgang der Austrittstemperatur des Absorberstranges beim Defokussieren des Kollektors 10 ist geringer als beim Defokussieren des Kollektors 11, da Kollektor 10 nur halb so lang wie Kollektor 11 ist. Der Temperaturrückgang am Absorberrohraustritt beim Defokussieren ist in der Simulation geringer als beim Versuch mit der Anlage. Diese Diskrepanz zwischen Modell und Realität deutet darauf hin, dass die Wärmeverluste der Anlage in der Simulation zurzeit noch als zu gering berechnet werden: In der Simulation sind nur die Abstrahlungsverluste des Absorberrohres berücksichtigt, in der Realität treten daneben u. a. Verluste durch Wärmeleitung an der Haltestruktur der Absorberrohre oder Wärmeverluste an den Verbindungsstücken zwischen den Kollektoren auf.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird in der Simulationssprache Modelica eine Modellbibliothek für die dynamische Simulation eines Parabolrinnenkollektors mit direkter Dampferzeugung in den Absorberrohren erstellt. Modelica soll zu einem neuen Standard für die Simulationsumgebungen der verschiedenen Hersteller werden. In dieser Arbeit wird die Simulationsumgebung „Dymola“ verwendet.

In einem ersten Schritt werden die Modellierungstiefe und die Bilanzräume für die instationären Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie festgelegt. Die Beschreibung der Strömung erfolgt eindimensional und im Zweiphasengebiet wird ein homogenes Gleichgewichtsmodell gewählt. Damit das gekoppelte System partieller Differenzialgleichungen in der Simulationsumgebung Dymola mit vertretbarem Aufwand gelöst werden kann, erfolgt eine Vereinfachung der Gleichungen. Um zu begründen, welche Terme vernachlässigbar sind und wie sich deren Vernachlässigung physikalisch auf die Simulation der Strömung auswirkt, wird eine Vereinfachung mit Hilfe der Theorie der Charakteristiken vorgenommen. Dieses Vorgehen gibt auch darüber Auskunft, wie viele physikalisch notwendige Randbedingungen für die vereinfachten Gleichungen am Absorberrohreintritt und –austritt vorgegeben werden müssen.

Zur Diskretisierung der partiellen Erhaltungsgleichungen bzgl. der Ortskoordinate werden finite Differenzen angewendet. Die Ergebnisse eines Diskretisierungsverfahren erster Ordnung, eines Verfahren zweiter Ordnung und eines Verfahrens zweiter Ordnung mit Dämpfung werden im Hinblick auf numerische Dissipation und Dispersion miteinander verglichen. Eine theoretische Betrachtung der Ursachen der numerischen Diffusionsfehler ist in den Anhängen gegeben. Aus Stabilitätsgründen und aus Gründen des Rechenaufwandes wird das Diskretisierungsverfahren erster Ordnung verwendet.

Die Beschreibung des konvektiven Wärmeübergangs im Zweiphasengebiet erfolgt zum großen Teil mit Korrelationen aus dem GUDE-Projekt (/Goebel 1998/), soweit dies der Definitionsbereich der Beziehungen zulässt. In den Einphasengebieten und außerhalb des Definitionsbereiches der GUDE-Korrelationen wird auf andere Beziehungen der Literatur zurückgegriffen, wobei Unstetigkeiten beim Wechsel zwischen den einzelnen Modellen weitgehend verhindert werden.

In den vorliegenden Simulationen ist die Wand des Absorberrohres in azimuthaler Richtung durch einen einzelnen Knoten diskretisiert. Das Modell für die Rohrwand ist jedoch so vorbereitet, dass eine Erweiterung der Simulation mit mehreren Rohrsegmenten auch in azimuthaler Richtung möglich ist.

Derzeit wird in den Simulationen der Absorberrohrströmung noch eine vereinfachte Stoffwertroutine für Wasser und Wasserdampf verwendet. Die Erstellung einer nichtlinearen Stoffwertroutine, die in Dymola keine Konvergenzprobleme in der dynamischen Simulation hervorruft, könnte ein Punkt für die zukünftige Weiterentwicklung der Stoffwert-Bibliothek sein.

Das Absorberrohrmodell wird mit einem validierten Referenzmodell (/Steinmann 1998/) verglichen und es wird eine gute Übereinstimmung festgestellt. Das Verhalten einzelner Kollektoren sowohl im Verdampfer- als auch im Überhitzerbereich nach sprunghaften Änderun-

gen in der Einstrahlung, dem Eintrittsmassenstrom, der spezifischen Eintrittsenthalpie und dem Einspritzmassenstrom wird simuliert. Insbesondere wird ein Kollektorstück, in welchem sich der Verdampfungsanfangspunkt befindet, bei Änderung der Einstrahlung untersucht.

Im letzten Kapitel wird schließlich der Überhitzerbereich der DISS-Testanlage auf der PSA im Rezirkulationskonzept mit realen Randbedingungen simuliert. Die Simulationsergebnisse zeigen mit den Messwerten eine gute Übereinstimmung. Die Wärmeverluste der Kollektoren werden noch als etwas zu gering berechnet.

Die Erstellung der Modellbibliothek hat sich an den Grundsätzen der objektorientierten Analyse und des objektorientierten Designs orientiert. Dadurch und durch die Möglichkeit des flexiblen Einsatz der Modellkomponenten in Dymola kann das Modellwissen einfach wiederverwendet und erweitert werden.

Neben dem Kollektormodell sind weitere Modelle der Peripheriekomponenten wie Abscheidebehälter für das Rezirkulationskonzept, Pumpen, Regler, Ventile, Düsen, T-Stücke und wärmeisolierte Rohre in Modelica implementiert und getestet worden. Der Test des Zusammenspiels dieser Komponenten mit dem oben beschriebenen Kollektormodell steht jedoch noch aus. Mit dem Kollektormodell und den Peripheriekomponenten als Grundlage sollen im DLR in Zukunft die einzelnen Betriebskonzepte der Direktverdampfung mit ihren Regelungskonzepten parallel zu den Tests an der DISS-Anlage mit hoher Flexibilität simuliert werden können.

8 Literaturverzeichnis

/Alexopoulos 1999/

Alexopoulos, S.O.: Dynamische Simulation von direktverdampfenden konzentrierenden Solar-kollektoren. Diplomarbeit, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1999

/Anderson 1984/

Anderson, D.A.; Tannehill, J.C.; Pletcher, R.H.: Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1984

/Baehr 1996/

Baehr, H.D.; Stephan, K.: Wärme- und Stoffübertragung. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1996

/Booch 1994/

Booch, G.: Objektorientierte Analyse und Design. Addison-Wesley Publishing Company, Bonn, Paris, Reading (Mass.) u. a., 1994

/Chester 1971/

Chester, C.R.: Techniques in Partial Differential Equations. Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1971

/Cohen 1996/

Cohen, G. u. a.: Recent Improvements and Performance Experience at the Kramer Junction SEGS Plants, International Solar Energy Conference San Antonio, Texas, American Society of Mechanical Engineers, New York, pp. 479-485, 1996

/Cohen 1999/

Cohen, G.E.; Kearney, D.W.; Kolb, G.J.: Final Report on Operation and Maintenance Improvement Program for Concentrating Solar Power Plants. SAND99-1290, Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico, 1999

/Diss-I-Report 1999/

DISS-Phase I Project: Final Project Report. Colección Documentos Ciemat, Ciemat, Madrid, 1999

/Dubbel 1981/

Beitz, W.; Küttner, K.H.: Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau. 14. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1981

/Dudley 1984/

Dudley, V.E.; Kolb, G.J. et al.; Sloan, M.; Kearney, D.: Test Results: SEGS LS-2 Solar Collector. SAND94-1884, Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico, 1984

/Eck 1999/

Eck, M.: Das dynamische Systemverhalten der solaren Direktverdampfung und Überhitzung in Parabolrinnenkollektoren. Dissertation, Institut für Technische Thermodynamik, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (in Vorbereitung)

/Edelmann 1992/

Edelmann, H.: Modellierung der Dynamik und des Regelverhaltens für einen Dampferzeuger mit zirkulierender Wirbelschichtfeuerung. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 6, Nr. 275, 1992

/Elmqvist et al. 1999a/

Elmqvist, H.; Brück, D.; Otter, M.: Dymola Users' Manual, Version 4.0. Dynasim AB, Lund, Schweden, 1999

/Elmqvist et al. 1999b/

Elmqvist, H.; Bachmann, B.; Boudaud, F.; Broenink, J.; Brück, D.; Ernst, T.; Franke, R.; Fritzson, P.; Jeandel, A.; Grozman, P.; Juslin, K.; Kågedahl, D.; Klose, M.; Loubere, N.; Mattsson, S.E.; Mostermann, P.; Nilsson, H.; Otter, M.; Sahlin, P.; Schneider, A.; Tummescheit, H.; Vangheluwe, H.: Modelica – A Unified Object-Oriented Language for Physical Systems Modeling (Tutorial and Rationale), Version 1.3, 1999

/Fletcher 1991/

Fletcher, C.A.J.: Computational Techniques for Fluid Dynamics. Volume II, Second Edition, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 1991

/Geskes 1998/

Geskes, P.: Zweiphasenströmung in Ringkanälen solarer Dampferzeugerrohre. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 7, Nr. 347, 1998

/Geyer 1998/

Geyer, M.; Holländer, A.; Aringhoff, R.; Nava, P.: Hälfte des weltweit produzierten Solarstromes. Sonnenergie, H. 3, S. 33-37, 1998

/Geyer 2000/

Geyer, M.; Quaschnig, V.: Solar Thermal Power. Renewable Energy World Review Issue 2000-2001, Volume 3, No. 4, James & James, London, July-August 2000

/Goebel 1998/

Goebel, O.: Wärmeübergang in Absorberrohren von Parabolrinnen-Solarkraftwerken. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 6, Nr. 402, 1998

/Gungor et al. 1986/

Gungor, K.E.; Winterton, R.H.S.: A general correlation for flow boiling in tubes and annuli. Int. Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 29, No. 3, pp. 351-358, 1986

/Hall 1976/

Hall, G.; Watt, J.M.: Modern Numerical Methods for Ordinary Differential Equations. Clarendon Press, Oxford, 1976

/Hay 2000/

Hay, S.: Absorberrohrtypen von Parabolrinnenkraftwerken: Eine technisch-ökonomische Analyse. Diplomarbeit, Institut für Energiewirtschaft und Rationelle Energieanwendung, Universität Stuttgart, 2000

/Hirsch 1988/

Hirsch, C.: Numerical Computation of Internal and External Flows, Volume 1. John Wiley & Sons, Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore, 1988

/Hoffmann 1993/

Hoffmann, K.A.; Chiang, S.T.: Computational Fluid Dynamics for Engineers, Volume I. Engineering Education System, Wichita, Kansas, 1993

/IPCC 1995/

Intergovernmental Panel on Climate Change: Climate Change 1995, IPCC Second Assessment, 1995, <http://www.ipcc.ch/pub/reports.htm>

/Kemme 1998/

Kemme, R.: Thermodynamische Untersuchungen zum Parabolrinnenstand LS3 auf der Plataforma Solar de Almería, Diplomarbeit, Institut für Thermodynamik, Universität Hannover, 1998

/Kolev 1986/

Kolev, N.I.: Transiente Zweiphasen-Strömung. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1986

/Laufs 1997/

Laufs, K.F.: Thermo- und Fluidodynamik in einem solaren Verdampferrohr mit Einspritzung. Dissertation, Lehrstuhl A für Thermodynamik, Technische Universität München, 1997

/Lippke 1994/

Lippke, F.: Numerische Simulation der Absorberdynamik von Parabolrinnen-Solkraftwerken mit direkter Dampferzeugung. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 6, Nr. 307, 1994

/Pharabod 1991/

Pharabod, F.; Philibert, C.: LUZ solar power plants: Success in California and worldwide prospects, DLR for IEA SSPS/Solar/Paces, 1991

/Profos 1962/

Profos, P.: Die Regelung von Dampfkraftanlagen. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, 1962

/May 1983/

May, E.K.; Murphy L.M.: Performance Benefits of the Direct Generation of Steam in Line-Focus Solar Collectors, Journal of Solar Energy Engineering, Vol. 105, pp. 101-106, 1983

/Mayeringer 1982/

Mayeringer, F.: Strömung und Wärmeübergang in Gas-Flüssigkeits-Gemischen, Springer-Verlag, Wien, New York, 1982

/Meyberg 1993/

Meyberg, K.; Vachenaer, P.: Höhere Mathematik 1, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1993

/Mühlthaler et al. 1998/

Mühlthaler, G.; Schmitz, G.: Nutzung objektorientierter Werkzeuge zur Modellierung und Simulation von Kraftwerksprozessen. VDI-Bericht Nr. 1390: Modellierung und Simulation von Dampferzeugern und Feuerungen, Düsseldorf, 1998

/Müller 1995/

Müller, M.J.: Strömungsphänomene bei der Direktverdampfung in Parabolrinnen-Solkraftwerken. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 6, Nr. 335, 1995

/Otter et al. 1999/

Otter, M.; Bachmann, B.: Objektorientierte Modellierung Physikalischer Systeme, Teil 5. at-Automatisierungstechnik 47, Seiten A17-A19, 5/1999

/Schneider 1984/

Schneider, W.: Regelungstechnik für Maschinenbauer. Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden, 1984

/Steinmann 1998/

Steinmann, W.D.: Dynamik solarer Dampferzeuger. Dissertation, Universität Stuttgart (in Vorbereitung)

/Steinmann 2000/

Steinmann, W.D.; Eck, M.: Direct Solar Steam Generation in Parabolic Troughs: Thermal Stress due to Variations in Irradiation. In Proceedings of the 10th SolarPACES International Symposium on Solar Thermal Concentrating Technologies „Solar Thermal 2000“, Sydney, 2000

/Swinbank 1963/

Swinbank: Long-wave radiation from clear skies. Quarterly Journal of Royal Meteorol. Society, Vol. 89, 1963, zitiert nach: Hahne, E.; Drück, H.; Fischer, S.: Solartechnik, Teil 1. Vorlesungsskript, Institut für Thermodynamik und Wärmetechnik, 1999

/Thomann 1991/

Thomann, W.: Ein nichtlineares, mathematisches Modell hoher Genauigkeit für Dampferzeuger. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 6, Nr. 248, 1991

/Thomas 1995/

Thomas, J.W.: Numerical Partial Differential Equations: Finite Difference Methods. Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 1995

/VDI 1997/

VDI-Wärmeatlas, 8. Auflage, Abschnitt Hbb: Strömungssieden gesättigter Flüssigkeiten. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 1997

/VDI 1994a/

VDI-Wärmeatlas, 7. Auflage, Abschnitt Lb: Druckverlust bei der Strömung durch Rohre. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1994

/VDI 1994b/

VDI-Wärmeatlas, 7. Auflage, Abschnitt Gb: Wärmeübergang bei der Strömung durch Rohre. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1994

/Winter 1997/

Winter, C.J.: Sonnenenergie nutzen. Technik, Wirtschaft, Umwelt, Klima. VDE-Verlag, Berlin, Offenbach, 1997

/Zarza 1998/

Zarza, E.: Description of the Balance of Plant of the PSA Diss Test Facility. Document N°: DISS-EN-BP-05, Plataforma Solar de Almería, 1998

Anhang

A Gleichungen für das heterogene Modell

Im heterogenen Modell werden unterschiedliche Geschwindigkeiten der flüssigen und gasförmigen Phase berücksichtigt. Innerhalb einer Phase wird das bestehende Geschwindigkeitsprofil durch eine gemittelte Geschwindigkeit angenähert. Es wird eine Gleichung für die Gesamtmasse, den Gesamtimpuls und die Gesamtenergie beider Phasen aufgestellt. Dadurch entfallen die schwer zu modellierenden Transportterme zwischen den Phasen. Mit Vernachlässigung der Terme der kinetischen Energie in der Energiebilanz lauten die Gleichungen für das heterogene Modell (siehe auch /Mayer 1982/):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon\rho_g + (1-\varepsilon)\rho_f) &= -\frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon\rho_g w_g + (1-\varepsilon)\rho_f w_f) \\ \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon\rho_g w_g + (1-\varepsilon)\rho_f w_f) &= -\frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon\rho_g w_g^2 + (1-\varepsilon)\rho_f w_f^2) - \frac{\partial p}{\partial z} - ((1-\varepsilon)\rho_f + \varepsilon\rho_g)g \sin \varphi - \left(\frac{dp}{dz}\right)_R \quad (\text{A-1}) \\ \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon\rho_g u_g + (1-\varepsilon)\rho_f u_f) &= -\frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon\rho_g w_g h_g + (1-\varepsilon)\rho_f w_f h_f) - ((1-\varepsilon)\rho_f + \varepsilon\rho_g)gw \sin \varphi + \dot{q} \frac{U}{A} \end{aligned}$$

Dabei muss man beachten, dass der Reibungsdruckverlust zwar durch die Wandschubspannung verursacht wird, diese aber nicht der Wandschubspannung einer Einphasenströmung entspricht. Die Wandschubspannung ist durch den Impulstransport an der Phasengrenzfläche und Impulstransport durch z. B. Flüssigkeitsmitreißen in der Regel erhöht. Dies macht eine Berechnungsmethode für den Druckverlust in Zweiphasenströmungen notwendig.

Zur vollständigen Lösung des Systems sind neben den konstitutiven Gleichungen für den Reibungsdruckverlust und zur Bestimmung der eingekoppelten Energie noch weitere Beziehungen notwendig: Eine Stoffwert-Beziehung der Form:

$$F(u_i, \rho_i, p) = 0, \quad (\text{A-2})$$

die Definitionsgleichung für die spezifische Enthalpie

$$h = u + \frac{p}{\rho} \quad (\text{A-3})$$

und eine Beziehung, die den Schlupf S (Geschwindigkeitsverhältnis w_g/w_f) mit dem Dampfgehalt ε und dem Strömungsmassendampfgehalt \dot{x} in Beziehung bringt:

$$S = \frac{w_g}{w_f} = \frac{\dot{x}}{1-\dot{x}} \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_g} \quad (\text{A-4})$$

Wird angenommen, dass beide Phasen miteinander im thermodynamischen Gleichgewicht sind, dann fehlt für die Lösung des obigen Gleichungssystems mit den 7 Unbekannten u_i , ρ_i , p , h_i , w_g , w_f und ε noch die siebte Beziehung. Dies ist eine mit einer großen Unsicherheit belastete, empirische bzw. halbempirische Gleichung der Form:

$$S = S(\text{Strömungsparameter}) \quad \text{oder} \quad \varepsilon = \varepsilon(\text{Strömungsparameter}) \quad (\text{A-5})$$

B Umformungen zu den Erhaltungsgleichungen

Die Erhaltungsgleichungen können in einer Vielzahl von verschiedenen Schreibweisen ausgedrückt werden. In diesem Abschnitt sollen die in dieser Arbeit verwendeten Darstellungen aus den Ursprungsgleichungen hergeleitet und erklärt werden.

Als Ausgangsgleichungen werden die Euler-Gleichungen mit konstantem Rohrquerschnitt A ohne Zufuhr oder Abfuhr technischer Arbeit verwendet:

$$\begin{aligned}
 \text{Masse} \quad & \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \\
 \text{Impuls} \quad & \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \sin \varphi - \left. \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \\
 \text{Energie} \quad & \frac{\partial(\rho(u + \frac{1}{2} w^2))}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho w(h + \frac{1}{2} w^2))}{\partial z} - \rho g w \sin \varphi + \dot{q} \frac{U}{A}
 \end{aligned} \tag{B-1}$$

Die Kontinuitätsgleichung kann anstatt mit der Dichte mit dem Druck geschrieben werden. Druck- und Dichteänderungen sind über die Schallgeschwindigkeit a gekoppelt:

$$a^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s \tag{B-2}$$

Damit kann ein allgemeines Differenzial der Dichte ρ folgendermaßen umgeschrieben werden, wobei x für die Zeit t oder den Ort z stehen soll:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \tag{B-3}$$

Wird auf die Kontinuitätsgleichung des Gleichungssystems (B-1) die Produktregel angewandt, die Umformungen nach (B-3) vollzogen und mit a^2 multipliziert, erhält man als Massenbilanz:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho a^2 \frac{\partial w}{\partial z} - w \frac{\partial p}{\partial z} \tag{B-4}$$

Die Impulsbilanz kann mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung umgeschrieben werden. Mit

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} = \rho \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \frac{\partial w}{\partial t} - w \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \quad \text{und} \quad - \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z} = -w \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} - \rho w \frac{\partial w}{\partial z}$$

folgt für die Impulsbilanz:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -w \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \sin \varphi - \frac{1}{\rho} \left. \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \tag{B-5}$$

Für die Herleitung der thermischen Energiebilanz wird später die mechanische Energiebilanz benötigt. Die mechanische Energiebilanz kann aus der Impulsbilanz der Gleichung (B-5) durch Multiplikation mit der Geschwindigkeit w und Division durch ρ abgeleitet werden:

$$\rho \frac{\partial(\frac{1}{2} w^2)}{\partial t} = -\rho w \frac{\partial(\frac{1}{2} w^2)}{\partial z} - w \frac{\partial p}{\partial z} - \rho g w \sin \varphi - w \left. \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \tag{B-6}$$

Die kinetische Energie innerhalb eines Fluidelements ändert sich also durch die verschiedenen kinetischen Energien im Zu- und Abstrom, auf Grund der Arbeit gegenüber Druck- und Gewichtskräften und auf Grund von Reibungsvorgängen.

Die thermische Energiebilanz kann aus der (Gesamt-)Energiebilanz aus dem Gleichungssystem (B-1) und der mechanischen Energiebilanz (B-6) hergeleitet werden. Die Terme der kinetischen Energie der (Gesamt-)Energiebilanz (B-1) werden in getrennte Differenziale geschrieben und dann die mechanische Energiebilanz (B-6) abgezogen. Es ergibt sich:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{1}{2} w^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho w h)}{\partial z} + w \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{2} w^2 \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + w \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| + \dot{q} \frac{U}{A} \quad (\text{B-7})$$

$$\text{mit} \quad -\frac{\partial(\rho w h)}{\partial z} = -\frac{\partial(\rho w u)}{\partial z} - p \frac{\partial w}{\partial z} - w \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$\text{und der Kontinuitätsgl.} \quad \frac{1}{2} w^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{1}{2} w^2 \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}$$

erhält man für die thermische Energiebilanz:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho w u)}{\partial z} - p \frac{\partial w}{\partial z} + w \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| + \dot{q} \frac{U}{A} \quad (\text{B-8})$$

In der thermischen Energiebilanz tritt jetzt der Reibungsterm als Quelle auf. In der Gesamtenergiebilanz (B-1) tritt dieser Term nicht auf, da die dissipierte kinetische Energie nur in die andere Energieform der thermischen Energie umgewandelt wird. Die Gesamtenergie ist eine Erhaltungsgröße, die thermische Energie und die kinetische Energie nicht. Dafür fehlt in der thermischen Energiebilanz der Term der Arbeit gegen die Gewichtskräfte. Die innere Energie ändert sich folglich nicht mit angreifenden Gewichtskräften. Diese haben keinen Einfluss auf die thermische Energie.

Mit der Kontinuitätsgleichung kann man die thermische Energiebilanz (B-8) auch schreiben:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\rho w \frac{\partial u}{\partial z} - p \frac{\partial w}{\partial z} + w \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| + \dot{q} \frac{U}{A} \quad (\text{B-9})$$

Lässt man in Gleichung (B-7) die spezifische Enthalpie im konvektiven Anteil stehen und setzt nur die Kontinuitätsgleichung ein, so ergibt sich eine weitere Form der thermischen Energiebilanz:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho w h)}{\partial z} + w \frac{\partial p}{\partial z} + w \left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| + \dot{q} \frac{U}{A} \quad (\text{B-10})$$

An Gleichung (B-10) kann man schon vorab für einen Spezialfall folgendes ablesen: Vernachlässigt man in der Energiebilanz von Gleichungssystem (B-1) die kinetischen Energien und beschreibt man ein waagrechtes Rohr ($\sin \varphi=0$), dann geht Gleichung (B-10) in die Energiebilanz von Gleichung (B-1) über, wenn gilt:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\left| \left(\frac{dp}{dz} \right)_R \right| \quad (\text{B-11})$$

Dies ist der auf Seite 25 mit der Theorie der Charakteristiken hergeleitete Spezialfall der vereinfachten Impulsbilanz.

Im Folgenden wird eine vereinfachte Form der Energiebilanz in mehreren Schreibweisen geschrieben. Vernachlässigt man in der Energiebilanz in (B-1) die kinetische Energie und schreibt die Bilanz für waagrechte Rohre ($\sin \varphi=0$), so erhält man:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho w h)}{\partial z} + \dot{q} \frac{U}{A} \quad (\text{B-12})$$

Mit $u=h-p/\rho$ und unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung kann man die vereinfachte Energiebilanz nur mit der spezifischen Enthalpie h auch wie folgt schreiben:

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \rho w \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\dot{q} U}{A} \quad (\text{B-13})$$

C Finite-Differenzen-Schemata

Explizite, implizite und Mehrschritt-Verfahren. Eine partielle Differentialgleichung lässt sich durch vielerlei Kombinationen durch finite Differenzen diskretisieren. Man unterscheidet explizite Methoden von den impliziten Methoden. Bei expliziten Methoden ist der Wert an einer Stelle k zum Zeitschritt $n+1$ aus schon bekannten Werten vorheriger Zeitschritte explizit berechenbar. Eine Auswahl expliziter Differenzen-Schemata ist in Tabelle C-1 zu sehen. Bei impliziten Verfahren hängt dagegen der Wert an der Stelle k zum Zeitpunkt $n+1$ von anderen unbekanntem Werten des Zeitpunktes $n+1$ ab, was die simultane Lösung eines Gleichungssystems notwendig macht. Implizite Verfahren sind in der Regel stabiler, bei expliziten Verfahren ist die Zeitschrittweite begrenzt, um ein stabiles Ergebnis zu erhalten. Jedoch darf bei impliziten Methoden zur Erreichung einer gewünschten Genauigkeit eine bestimmte Diskretisierungslänge auch nicht überschritten werden (siehe Anhang E). In Tabelle C-2 ist eine Auswahl impliziter Diskretisierungsschemata aufgeführt. Daneben gibt es so genannte Mehrschrittverfahren, bei denen ein Wert des Zeitschrittes n von mehreren Zeitschrittebenen abhängt. Häufig sind dies so genannte Prädiktor-Korrektor-Verfahren, bei denen im ersten Schritt ein temporärer Wert für die unbekannte Variable ermittelt wird, mit dessen Hilfe dann im zweiten Schritt der korrekte Wert ermittelt wird. Diese Methoden sind auch gut für nicht-lineare Probleme geeignet /Hoffmann 1993/. Eine Auswahl an Mehrschrittverfahren sind in Tabelle C-3 des Anhangs C zusammengestellt.

Die in den folgenden Tabellen mit verschiedenen Finite-Differenzen-Schemata diskretisierte, partielle Differentialgleichung lautet:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + a \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (\text{C-1})$$

Tabelle C-1: Explizite Finite-Differenzen-Schemata /Thomas 1995/, /Hoffmann 1993/.

Name	Schema	Stabilität	Ordnung
FTBS	$v_k^{n+1} = v_k^n - C(v_k^n - v_{k-1}^n)$	$0 \leq C \leq 1$	$O(\Delta t),$ $O(\Delta z)$
FTFS	$v_k^{n+1} = v_k^n - C(v_{k+1}^n - v_k^n)$	$-1 \leq C \leq 0$	$O(\Delta t),$ $O(\Delta z)$
FTCS	$v_k^{n+1} = v_k^n - \frac{1}{2}C(v_{k+1}^n - v_{k-1}^n)$	Nicht stabil	$O(\Delta t),$ $O(\Delta z^2)$
Lax-Wendroff (explizit)	$v_k^{n+1} = v_k^n - \frac{1}{2}C(v_{k+1}^n - v_{k-1}^n) + \frac{1}{2}C^2(v_{k+1}^n - 2v_k^n + v_{k-1}^n)$	$ C \leq 1$	$O(\Delta t^2),$ $O(\Delta z^2)$
Lax-Friedrichs	$v_k^{n+1} = \frac{1}{2}(v_{k+1}^n + v_{k-1}^n) - \frac{1}{2}C(v_{k+1}^n - v_{k-1}^n)$	$ C \leq 1$	$O(\Delta t),$ $O(\Delta z^2 / \Delta t)$
Midpoint- Leapfrog	$v_k^{n+1} = v_k^{n-1} - C(v_{k+1}^n - v_{k-1}^n)$	$ C \leq 1$	$O(\Delta t^2),$ $O(\Delta z^2)$

Mit der Courant-Zahl $C = \frac{a\Delta t}{\Delta z}$, Midpoint-Leapfrog auch als Mehrschrittverfahren klassifizierbar.

FTBS=Forward Time Backward Space; FTFS=Forward Time Forward Space; FTCS=Forward Time Central Space

Tabelle C-2: Implizite Finite-Differenzen-Schemata /Thomas 1995/, /Hoffmann 1993/.

Name	Schema	Stabilität	Ordnung
BTBS	$-Cv_{k-1}^{n+1} + (1+C)v_k^{n+1} = v_k^n$	$C \geq 0$	$O(\Delta t)$, $O(\Delta z)$
BTFS	$(1-C)v_k^{n+1} + Cv_{k+1}^{n+1} = v_k^n$	$C \leq 0$	$O(\Delta t)$, $O(\Delta z)$
BTCS	$-\frac{C}{2}v_{k-1}^{n+1} + v_k^{n+1} + \frac{C}{2}v_{k+1}^{n+1} = v_k^n$	A-stabil	$O(\Delta t)$, $O(\Delta z^2)$
Lax-Wendroff (implizit)	$\left(-\frac{C^2}{2} - \frac{C}{2}\right)v_{k-1}^{n+1} + (1+C^2)v_k^{n+1} + \left(-\frac{C^2}{2} + \frac{C}{2}\right)v_{k+1}^{n+1} = v_k^n$	A-stabil	$O(\Delta t^2)$, $O(\Delta z^2)$
Crank- Nicolson	$-\frac{C}{4}v_{k-1}^{n+1} + v_k^{n+1} + \frac{C}{4}v_{k+1}^{n+1} = \frac{C}{4}v_{k-1}^n + v_k^n - \frac{C}{4}v_{k+1}^n$	A-stabil, stör anfällig	$O(\Delta t^2)$, $O(\Delta z^2)$

Mit der Courant-Zahl $C = \frac{a\Delta t}{\Delta z}$

BTBS=Backward Time Backward Space; BTFS= Backward Time Forward Space; BTCS= Backward Time Central Space

Tabelle C-3: Mehrschrittverfahren /Thomas 1995/, /Hoffmann 1993/.

Name	Schema	Stabilität	Ordnung
Lax-Wendroff- multi-step	$v_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(v_{k+1}^n + v_k^n) - \frac{C}{2}(v_{k+1}^n - v_k^n)$ und $v_k^{n+1} = v_k^n - C\left(v_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - v_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}\right)$	$ C \leq 1$	$O(\Delta t^2)$, $O(\Delta z^2)$
Beam- Warming	$v_k^* = v_k^n - C(v_k^n - v_{k-1}^n)$ und $v_k^{n+1} = \frac{1}{2}\left[v_k^n + v_k^* - C(v_k^* - v_{k-1}^*) - C(v_k^n - 2v_{k-1}^n + v_{k-2}^n)\right]$	$0 \leq C \leq 2$	$O(\Delta t^2)$, $O(\Delta t \Delta z)$, $O(\Delta z^2)$
MacCormack	$v_k^* = v_k^n - C(v_{k+1}^n - v_k^n)$ und $v_k^{n+1} = \frac{1}{2}\left[v_k^n + v_k^* - C(v_k^* - v_{k-1}^*)\right]$	$ C \leq 1$	$O(\Delta t^2)$, $O(\Delta z^2)$
FCT	Siehe Literatur		

Mit der Courant-Zahl $C = \frac{a\Delta t}{\Delta z}$

FCT=Flux Corrected Transport

D Erläuterungen zu den Eigenschaften diskretisierter Gleichungen

Bei der numerischen Lösung partieller Differentialgleichungen treten im Allgemeinen zwei Typen von Lösungsfehlern auf: Rundungsfehler und Fehler durch die Anwendung einer bestimmten numerischen Methode /Hoffmann 1993/. Während man auf Rundungsfehler wenig Einfluss hat, können Fehler durch die Auswahl einer geeigneten Diskretisierung minimiert werden. Daher werden im Folgenden einige Begriffe, die die Eigenschaften diskretisierter Gleichungen beschreiben, erläutert:

Konsistenz. Eine Finite-Differenzen-Gleichung einer partiellen Differentialgleichung wird als konsistent betrachtet, wenn der lokale Abbruchfehler mit kleiner werdenden Gitterabständen gegen Null geht.

Stabilität. Ein numerisches Schema wird als stabil betrachtet, wenn irgendein in die Finite-Differenzen-Gleichung eingeführter Fehler mit der Lösung der Gleichung begrenzt bleibt.

Konvergenz. Ein Finite-Differenzen-Schema ist konvergent, wenn die Lösung der Finite-Differenzen-Gleichung mit kleiner werdendem Gitterabstand gegen die Lösung der partiellen Differentialgleichung strebt.

Äquivalenztheorem von Lax. Für eine Finite-Differenzen-Gleichung, die ein lösbares, lineares Anfangswertproblem approximiert, ist die notwendige und hinreichende Bedingung für Konvergenz die Konsistenz und Stabilität der Finite-Differenzen-Gleichung.

Konservativität. Finite-Differenzen-Gleichungen, für die das Erhaltungsgesetz über ein beliebiges Gebiet von Gitterpunkten gilt, werden als konservativ bezeichnet. Für eine Finite-Differenzen-Approximation muss Konservativität gelten, wenn die zugehörigen partiellen Differentialgleichungen ein Erhaltungsgesetz beschreiben.

Jede nichtlineare Gleichung bzw. jedes nichtlineare Gleichungssystem kann zu einem quasilinearen System reduziert werden. Die Behandlung quasilinearer Differentialgleichungssysteme unterscheidet sich wenig von der Lösung linearer Systeme /Chester 1971/. Stellvertretend für das hyperbolische System quasilinearer Differentialgleichungen der Gleichungen der Fluidströmung wird deshalb an dieser Stelle eine mit einem FTBS-Schema⁴¹ diskretisierte, hyperbolische, lineare Differentialgleichung auf Konsistenz, Stabilität und Konvergenz untersucht. Die Kontinuitätsgleichung und die Energiebilanz werden in der Modellbibliothek auch mit einem Rückwärtsdifferenzen (BS-) Schema bezüglich der Ortskoordinate diskretisiert, die Zeitdiskretisierung erfolgt automatisch durch den Dymola-Integrator. Die Ergebnisse der Untersuchung lassen sich daher zum Teil auf das vorliegende Problem übertragen. Die partielle Differentialgleichung, deren diskretisierte Form untersucht wird, lautet:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + a \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (\text{D-1})$$

⁴¹ FTBS steht für „Forward Time and Backward Space“, es wird also ein explizites Rückwärtsdifferenzen-Schema untersucht.

Mit dem FTBS-Schema diskretisiert, lautet die Finite-Differenzen-Approximation:

$$\frac{v_k^{n+1} - v_k^n}{\Delta t} + a \frac{v_k^n - v_{k-1}^n}{\Delta z} = 0 \quad (\text{D-2})$$

bzw.

$$v_k^{n+1} = v_k^n - \frac{a\Delta t}{\Delta z} (v_k^n - v_{k-1}^n) \quad (\text{D-3})$$

D.1 Konsistenz

Der Rechner löst die approximierte Finite-Differenzen-Gleichung (D-2). Die exakte Finite-Differenzengleichung enthält aber noch die vernachlässigten Abbruchterme und lautet:

$$\frac{v_k^{n+1} - v_k^n}{\Delta t} + a \frac{v_k^n - v_{k-1}^n}{\Delta z} = \underbrace{-\frac{\Delta t}{2!} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - a \frac{\Delta z}{2!} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \dots}_{\text{Abbruchfehler } E_k^n} \quad (\text{D-4})$$

Die der partiellen Differenzialgleichung entsprechende, exakte Finite-Differenzengleichung (D-4) geht in die approximierte Gleichung (D-2) über, wenn der Abbruchfehler E_k^n gegen Null strebt. Da für alle k und n

$$\lim_{\Delta z, \Delta t \rightarrow 0} E_k^n = 0 \quad (\text{D-5})$$

gilt, ist das Differenzenschema mit der Differenzialgleichung konsistent.

D.2 Stabilität

Zum Nachweis der Stabilität eines numerischen Verfahrens wird hier das Courant-Friedrichs-Lewy-Kriterium (CFL-Kriterium) angewendet. Es argumentiert über das analytische und numerische Einflussgebiet der Gleichungen. Die Methode liefert, wie viele andere auch, nur eine notwendige und keine hinreichende Bedingung für Stabilität.

Courant-Friedrichs-Lewy-Kriterium. Die CFL-Bedingung und das zugehörige Theorem lautet /Thomas 1995/:

„Eine partielle Differenzialgleichung und ein abgeleitetes Differenzen-Schema erfüllt die Courant-Friedrichs-Lewy-Bedingung, wenn das analytische Abhängigkeitsgebiet innerhalb des numerischen Abhängigkeitsgebietes liegt.“ Das zugehörige Theorem besagt, dass eine erfüllte CFL-Bedingung eine notwendige Bedingung für Konvergenz ist.

Aus der Theorie der hyperbolischen Differenzialgleichungen folgt, dass sich Störungen mit einer endlichen Geschwindigkeit längs der so genannten Charakteristiken ausbreiten (siehe Kapitel 3.2.1). Ein Punkt der Lösungsebene kann nur die anderen Punkte beeinflussen, die in seinem Einflussgebiet liegen, bzw. umgekehrt, er wird nur von Punkten beeinflusst, die in seinem Abhängigkeitsgebiet liegen. Dieses analytische Einfluss- bzw. Abhängigkeitsgebiet ist physikalisch durch die hyperbolischen Differenzialgleichungen festgelegt. Gilt für die Ausgangsgleichung (D-1) die Anfangsbedingung $v(z,0)=f(z)$ und besteht die Lösungsebene aus $z \in \mathfrak{R}$ und $t > 0$, dann hängt die Lösung im Punkt (z,t) nur vom Funktionswert vom Punkt

(z_0, t) mit $z_0 = z - at$ bzw. von allen dazwischen liegenden Punkte ab. Diese Punkte sind das analytische Abhängigkeitsgebiet vom Punkt (z, t) .

Es gibt aber auch ein durch den gewählten numerischen Lösungsalgorithmus beeinflusstes numerisches Abhängigkeitsgebiet. So erkennt man an der Finite-Differenzgleichung (D-3), dass der Funktionswert an der Stelle k zum neuen Zeitpunkt $n+1$ aus Werten an der Stelle k und $k-1$ berechnet wird, nicht aber z. B. von den Stellen $k+1$ oder $k-2$. Die erläuterten Zusammenhänge werden in Abb. D-1 dargestellt.

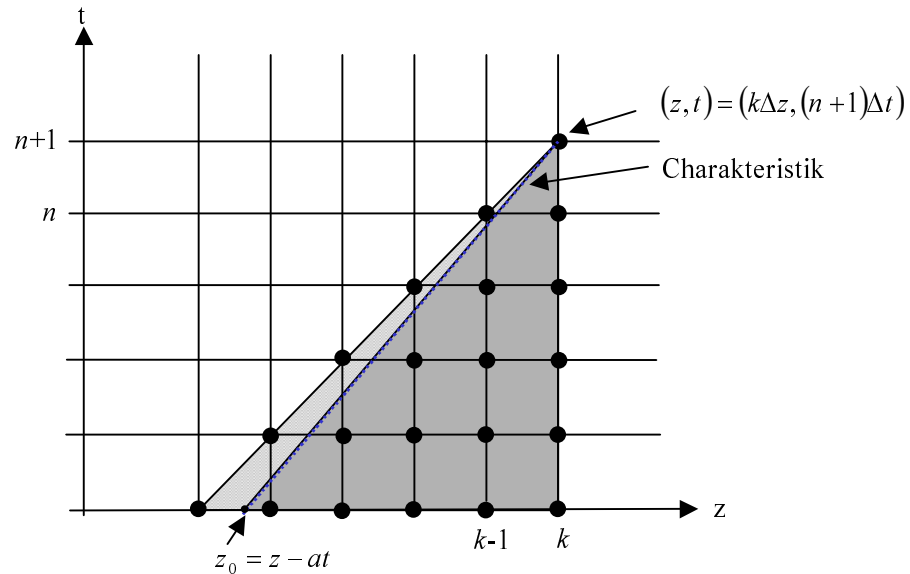


Abb. D-1: Veranschaulichung des Courant-Friedrichs-Lewy-Kriterium. Dunkel schattiert ist der analytische Abhängigkeitsbereich der parabolischen Differenzialgleichung, hell schattiert (inklusive dunkel schattierter Bereich) ist der numerische Abhängigkeitsbereich des Finiten-Rückwärtsdifferenzen-Schemas.

Ein Punkt (z, t) hat die das analytische Abhängigkeitsgebiet begrenzende Charakteristik:

$$z_0 = z - at \quad (\text{D-6})$$

In der diskretisierten Lösungsebene kann der Punkt (z, t) dargestellt werden als:

$$(z, t) = (k\Delta z, (n+1)\Delta t) \quad (\text{D-7})$$

Die diskretisierten Koordinaten (D-7) in (D-6) eingesetzt, ergibt die das analytische Abhängigkeitsgebiet begrenzende Charakteristik des Punktes (z, t) in der diskretisierten Lösungsebene:

$$z_0 = k\Delta z - a(n+1)\Delta t = \left(k - \frac{a\Delta t}{\Delta z}(n+1) \right) \Delta z \quad (\text{D-8})$$

Das analytische Abhängigkeitsgebiet ist in Abb. D-1 dunkel schraffiert. In derselben Abbildung erkennt man auch leicht das numerische Abhängigkeitsgebiet I_{abh} des Differenzenschemas (D-3). Es ist hell und dunkel schraffiert:

$$I_{abh} = [(k-n-1)\Delta z, k\Delta z] \quad (\text{D-9})$$

Das CLF-Kriterium verlangt nun, dass das analytische Abhängigkeitsgebiet innerhalb des numerischen Abhängigkeitsgebietes liegt, also $z_0 \in I_{\text{abh}}$:

$$k - n - 1 \leq k - \frac{a\Delta t}{\Delta z}(n+1) \leq k \quad (\text{D-10})$$

$$-(n+1) \leq -\frac{a\Delta t}{\Delta z}(n+1) \leq 0 \quad (\text{D-11})$$

$$0 \leq \frac{a\Delta t}{\Delta z} \leq 1 \quad (\text{D-12})$$

Die Diskretisierungsschritte Δt und Δz sind positiv. Die Ungleichung (D-12) kann nur für positive a erfüllt werden⁴². Bei vorgegebenem a darf also die Zeitschrittweite nicht zu groß gewählt werden, sonst wird das Verfahren instabil. Wird die Zeitschrittweite sehr klein gewählt, ergeben sich kleine Courant-Zahlen, und es kann verstärkt numerische Dissipation auftreten (siehe Anhang E). Dieselbe Stabilitätsbedingung (D-12) liefert auch die Von-Neumann-Stabilitätsanalyse, die das Verhalten der Amplitude einer Fourier-Komponente untersucht.

D.3 Konvergenz

Für ein richtig gestelltes, lineares Anfangswertproblem kann die Konvergenz der finiten Differenzen-Gleichung mit dem Äquivalenztheorem von Lax nachgewiesen werden (siehe Seite 99). Da für die Finite-Differenzgleichung Konsistenz und Stabilität⁴³ gezeigt wurde, ist hiermit auch deren Konvergenz nachgewiesen.

⁴² Ein stabiles Verfahren für negative a erhält man z. B., indem man Vorwärtsdifferenzen anstatt Rückwärtsdifferenzen in der Ortsdiskretisierung verwendet. Das Verhältnis $a\Delta t/\Delta z$ ist die Courant-Zahl.

⁴³ Die hinreichende Bedingung für Stabilität wurde hier nicht bewiesen. Es sei auf die Literatur verwiesen.

E Erläuterungen zur numerischen Dissipation und Dispersion

E.1 Modifizierte Gleichungen

Numerische Diffusion kann z. B. mit Hilfe so genannter modifizierter Gleichungen näher untersucht werden. Dazu wird die partielle Differenzialgleichung (D-1), ohne die Abbruchterme zu vernachlässigen, diskretisiert:

$$\frac{v_k^{n+1} - v_k^n}{\Delta t} + a \frac{v_k^n - v_{k-1}^n}{\Delta z} + \frac{\Delta t}{2!} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + a \frac{\Delta z}{2!} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \dots = 0 \quad (\text{E-1})$$

Anschließend werden in dieser Gleichung die Abbruchterme, die Differenzenquotienten nach der Zeit enthalten, durch Terme mit Differenzenquotienten nach dem Ort ersetzt. Dies wird durch geschicktes Ableiten der Differenzgleichung (E-1) und Einsetzen der Ableitung in dieselbe Gleichung (E-1) erreicht. Als Ergebnis erhält man die so genannte modifizierte Gleichung /Hoffmann 1993/:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + a \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{a\Delta z}{2} (C-1) \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + a \frac{(\Delta z)^2}{6} (2C^2 - 3C + 1) \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} + O[(\Delta t)^3, (\Delta z)(\Delta t)^2, (\Delta z)^2(\Delta t), (\Delta z)^3] = 0 \quad (\text{E-2})$$

mit der Courant-Zahl

$$C = \frac{a\Delta t}{\Delta z} \quad (\text{E-3})$$

Der Rechner löst also nicht die ursprüngliche Differenzialgleichung, sondern Gleichung (E-2). Diese enthält jedoch Ableitungen zweiter und dritter Ordnung⁴⁴. Die Ableitung zweiter Ordnung wirkt dabei dissipativ als numerisches Diffusionsglied mit dem numerischen Diffusionskoeffizienten $-\frac{a\Delta z}{2}(C-1)$. Die Ableitung dritter Ordnung wirkt sich dispersiv aus. Sowohl Dissipation wie auch Dispersion sind abhängig von der gewählten Diskretisierungslänge Δz und der Courant-Zahl, die bei vorgegebenem a und Δz von der Zeitschrittweite des Verfahrens abhängt. Man erkennt dass für Courant-Zahlen $C < 1$ die Lösung dissipativ ist, für Courant-Zahlen $C = 1$ aber keine Dämpfung vorliegt. Das Verfahren wird für $C > 1$ instabil, da dann ein negativer numerischer Diffusionskoeffizient auftreten würde. Diese letzte Aussage wird durch das Ergebnis der Stabilitätsanalyse Gleichung (D-12) bestätigt.

E.2 Genauigkeitsuntersuchung durch erweiterte Stabilitätsanalyse

Die Von-Neumann-Stabilitätsanalyse liefert neben der Bedingung für Stabilität auch Informationen über die Genauigkeit eines Verfahrens. Sie gibt dabei tiefere Einblicke in die Vorgänge der numerischen Dissipation und Dispersion /Anderson 1984/ und wird hier vorgestellt.

⁴⁴ Der Abbruchterm ist von Ordnung drei und hat in Relation zu den Termen erster und zweiter Ordnung in Δz (Ableitungen zweiter und dritter Ordnung) nur einen untergeordneten Einfluss.

Exakte Lösung der partiellen Differenzialgleichung. Zuerst sollen noch einmal kurz die Eigenschaften der partiellen Differenzialgleichung (D-1) und deren exakten Lösung dargelegt werden. Es ist eine hyperbolische, lineare, nicht dissipative Gleichung eines Konvektionsproblems. Eine eingebrachte Störung wandert, ihre Form beibehaltend, durch die Ort-Zeit-Ebene. Da die Gleichung linear ist, reicht es aus, eine Elementarlösung zu untersuchen. Eine analytische Elementarlösung kann durch einen Separationsansatz der Form⁴⁵

$$v_e = e^{\gamma t} e^{iPz} \quad (\text{E-4})$$

gefunden werden. In diesem Ansatz ist i die komplexe Zahl $\sqrt{-1}$ und P ist die Wellenzahl in z -Richtung, d. h. für die Wellenlänge λ_z gilt $\lambda_z = \frac{2\pi}{P}$. Der Parameter γ kann eine reelle oder komplexe Zahl sein. Den Ansatz (E-4) in die Differenzialgleichung (D-1) eingesetzt, ergibt für den Parameter $\gamma = -iPat$ und somit:

$$v_e = e^{-iPat} e^{iPz} = e^{iP(z-at)} \quad (\text{E-5})$$

Diese exakte Elementarlösung beschreibt eine Störung, die nicht dissipativ mit der Konvektionsgeschwindigkeit a durch die Ort-Zeit-Lösungsebene hindurchwandert. Nicht dissipativ, aber stabil bedeutet, dass die Amplitude der Fourier-Komponente zu allen Zeiten konstant bleibt und daher der Betrag des exakten Verstärkungsfaktors G_e eins betragen muss:

$$G_e = \frac{v_e(t + \Delta t)}{v_e(t)} = \frac{e^{iP(z-a(t+\Delta t))}}{e^{iP(z-at)}} \quad (\text{E-6})$$

gekürzt

$$G_e = e^{-iPa\Delta t} = e^{i\Phi_e} \quad (\text{E-7})$$

mit dem exakten Phasenwinkel

$$\Phi_e = -Pa\Delta t = -\Theta C \quad (\text{E-8})$$

und dem Betrag eins:

$$|G_e| = 1 \quad (\text{E-9})$$

Lösung der approximierenden Finite-Differenzen-Gleichung. Im folgenden Teil wird untersucht, wie sich die Lösung der approximierenden Finite-Differenzen-Gleichung verhält. Dazu wird die Lösung durch eine komplexe Fourier-Reihe angenähert. Da das Problem linear ist, genügt die Untersuchung einer Komponente der Reihe. Für den Funktionswert v_k^n an der Stelle k zum Zeitpunkt n lautet sie:

$$v_k^n = \xi^n e^{iP(\Delta z)k} \quad (\text{E-10})$$

Hierbei ist ξ^n der komplexe Fourierkoeffizient, der die Amplitude der Funktion zum Zeitpunkt n angibt, i ist die komplexe Zahl $\sqrt{-1}$ und P ist die Wellenzahl in z -Richtung, d. h. für die Wellenlänge λ_z gilt $\lambda_z = \frac{2\pi}{P}$. In gleicher Weise gilt für die Stelle k zum Zeitpunkt $n+1$:

$$v_k^{n+1} = \xi^{n+1} e^{iP(\Delta z)k}, \quad (\text{E-11})$$

und an der Stelle $k-1$ zur Zeit n :

$$v_{k-1}^n = \xi^n e^{iP(\Delta z)(k-1)} \quad (\text{E-12})$$

⁴⁵ Der Index e steht im Folgenden für „analytisch exakt“.

Werden Gleichungen (E-10), (E-11) und (E-12) in die Finite-Differenzgleichung (D-3) eingesetzt und ein Phasenwinkel $\Theta = P\Delta z$ definiert, so ergibt sich:

$$\xi^{n+1} e^{i\Theta k} = \xi^n e^{i\Theta k} - \frac{a\Delta t}{\Delta z} (\xi^n e^{i\Theta k} - \xi^n e^{i\Theta(k-1)}) \quad (\text{E-13})$$

Der Verstärkungsfaktor G , der Aussagen über die Amplitude der Fourier-Komponente von Zeitschritt n zu Zeitschritt $n+1$ macht, berechnet sich aus Gleichung (E-13):

$$G = \frac{\xi^{n+1}}{\xi^n} = 1 - C(1 - \cos \Theta + i \sin \Theta) \quad (\text{E-14})$$

mit der Courant-Zahl $C = a\Delta t/\Delta z$. In Polarkoordinaten geschrieben:

$$G = |G| \cdot e^{i\Phi} \quad (\text{E-15})$$

ergibt sich der Phasenwinkel:

$$\Phi = \arctan\left(\frac{\text{Im}(G)}{\text{Re}(G)}\right) = \arctan\left(\frac{-C \sin \Theta}{1 - C + C \cos \Theta}\right) \quad (\text{E-16})$$

und der Betrag:

$$|G| = \sqrt{(1 - C + C \cos \Theta)^2 + (-C \sin \Theta)^2} \quad (\text{E-17})$$

Der Winkel Θ , in den Informationen über die Ortsdiskretisierungslänge Δz und die Wellenlänge λ einer Störung eingehen, lautet:

$$\Theta = P\Delta z = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta z$$

Der Verstärkungsfaktor ist eine Funktion der Courant-Zahl C und des Winkels Θ . Die numerische Dissipation hängt folglich mit den Diskretisierungsschrittweiten in Ort und Zeit wie mit der Wellenlänge der abzubildenden Störung zusammen. In Abb. E-1 ist der Einfluss der verschiedenen Größen anschaulich in einem Polar-Diagramm dargestellt. In Abhängigkeit des Winkels Θ , der vereinfachend gesagt das Verhältnis der Diskretisierungslänge zur Wellenlänge einer Störung darstellt, ist der Betrag des Verstärkungsfaktors dargestellt. Diese Kurven sind für verschiedene Courant-Zahlen eingetragen. Aus dem Polar-Diagramm kann man einige Gegebenheiten anschaulich ablesen: Ein Verfahren wird instabil, wenn der Betrag des Verstärkungsfaktors größer eins ist. Dies ist in Abb. E-1 für alle Kurven, die außerhalb des Einheitskreises, also für Courant-Zahlen größer als eins gegeben. Ist die Courant-Zahl gleich eins, so ist für alle Wellenlängen und Diskretisierungslängen der Betrag des Verstärkungsfaktors gleich eins, die Dissipation also gleich Null. Für Courant-Zahlen, die kleiner als eins sind, liegt vor allem für große Winkel Θ numerische Dissipation vor. Das bedeutet, dass Störungen mit kleiner Wellenlänge gegenüber der Diskretisierungslänge Δz stark gedämpft werden, während langwellige Störungen (kleine Winkel Θ) weniger gedämpft werden. Oder umgekehrt, bei gleicher Wellenlänge der Störung ist die numerische Dissipation für größere Δz (Winkel Θ größer) stärker ausgeprägt. Diese Beobachtung ist in Abb. 4-3 auf Seite 66 zu machen.

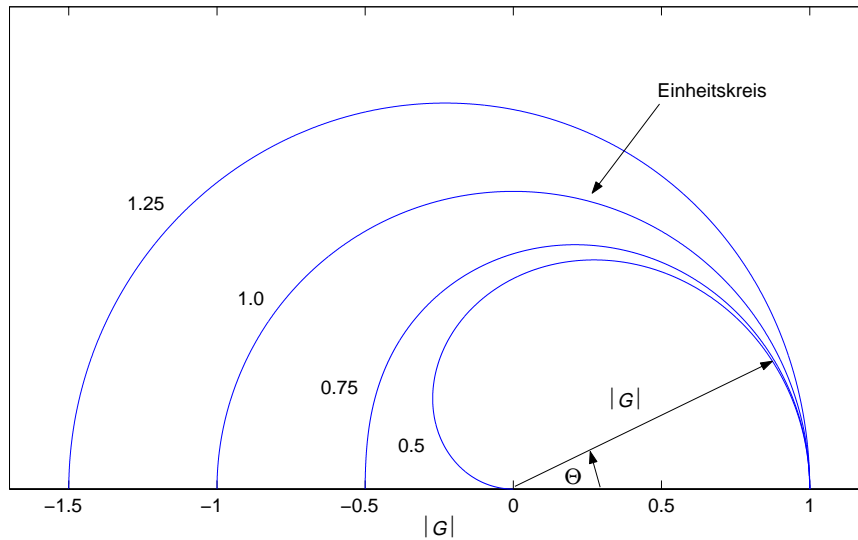


Abb. E-1: Betrag des Verstärkungsfaktors aufgetragen als Funktion des Winkels $\Theta=(2\pi/\lambda)\Delta z$ für die Courant-Zahlen 0,5; 0,75; 1,0 und 1,25. Die Abbildung gilt für das FTBS-Schema von Gleichung D-3.

Zur Minimierung der numerischen Dissipation wären also Courant-Zahlen nahe eins anzustreben. Wie sieht es nun mit dem Phasenfehler für die verschiedenen Diskretisierungen und Störungen aus? Ein Phasenfehler führt zu vorauseilenden bzw. nachfolgenden Störungen, die die numerische Dispersion verursacht. Der relative Phasenfehler nach einem Zeitschritt beträgt:

$$\frac{\Phi}{\Phi_e} = \frac{\arctan\left(\frac{-C \sin \Theta}{1 - C + C \cos \Theta}\right)}{-\Theta C} \quad (\text{E-18})$$

Dieser relative Phasenfehler ist im Polar-Diagramm der Abb. E-2 für verschiedene Courant-Zahlen über dem Winkel Θ aufgetragen.

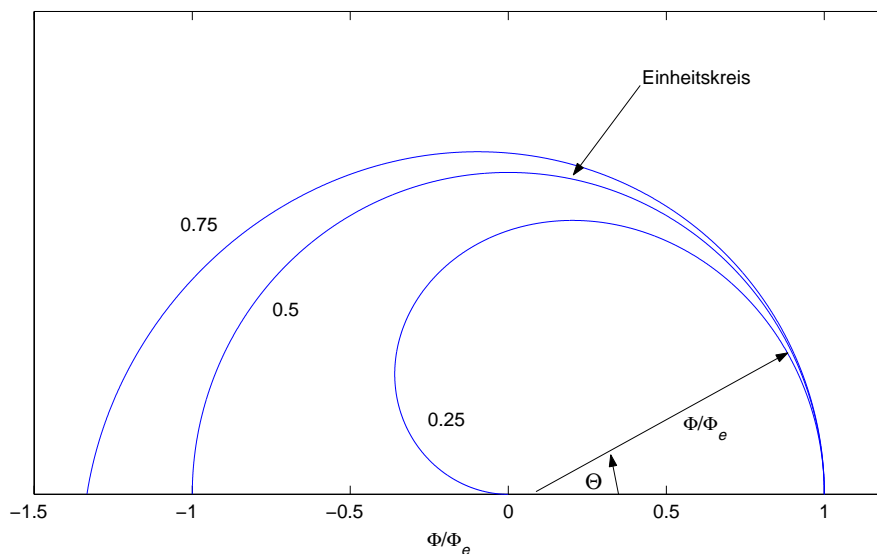


Abb. E-2: Relativer Phasenfehler aufgetragen als Funktion des Winkels $\Theta=(2\pi/\lambda)\Delta z$ für die Courant-Zahlen 0,25; 0,50 und 0,75. Die Abbildung gilt für das FTBS-Schema von Gleichung (D-3).

Aus dieser Darstellung kann man folgende Informationen ablesen: Das relative Phasenverhältnis ist gleich eins, d. h. der Phasenfehler ist gleich Null für eine Courant-Zahl gleich 0,5. Für Störungen mit großer Wellenlänge gegenüber der Diskretisierungslänge, also für kleine Winkel θ , ist der Phasenfehler auch für Courant-Zahlen ungleich 0,5 sehr klein. Dagegen wird er für größere Winkel, also für Störungen mit kleinerer Wellenlänge größer: Für Courant-Zahlen kleiner als 0,5 ist das relative Phasenverhältnis kleiner eins. Das bedeutet, der Phasenwinkel Φ ist kleiner als der exakte Phasenwinkel Φ_e , was mit der Aussage gleichbedeutend ist, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle kleiner als die exakte Ausbreitungsgeschwindigkeit ist. Für Courant-Zahlen größer als 0,5 ist der Phasenwinkel Φ größer als der exakte Phasenwinkel Φ_e , was bedeutet, dass Wellen der eigentlichen Welle vorauslaufen.

Für das vorgestellte explizite Rückwärtsdifferenzen-Schema (FTBS) ist für eine minimale numerische Dissipation also eine Courant-Zahl nahe eins anzustreben, während für minimale numerische Dispersion eine Courant-Zahl von 0,5 erforderlich ist.

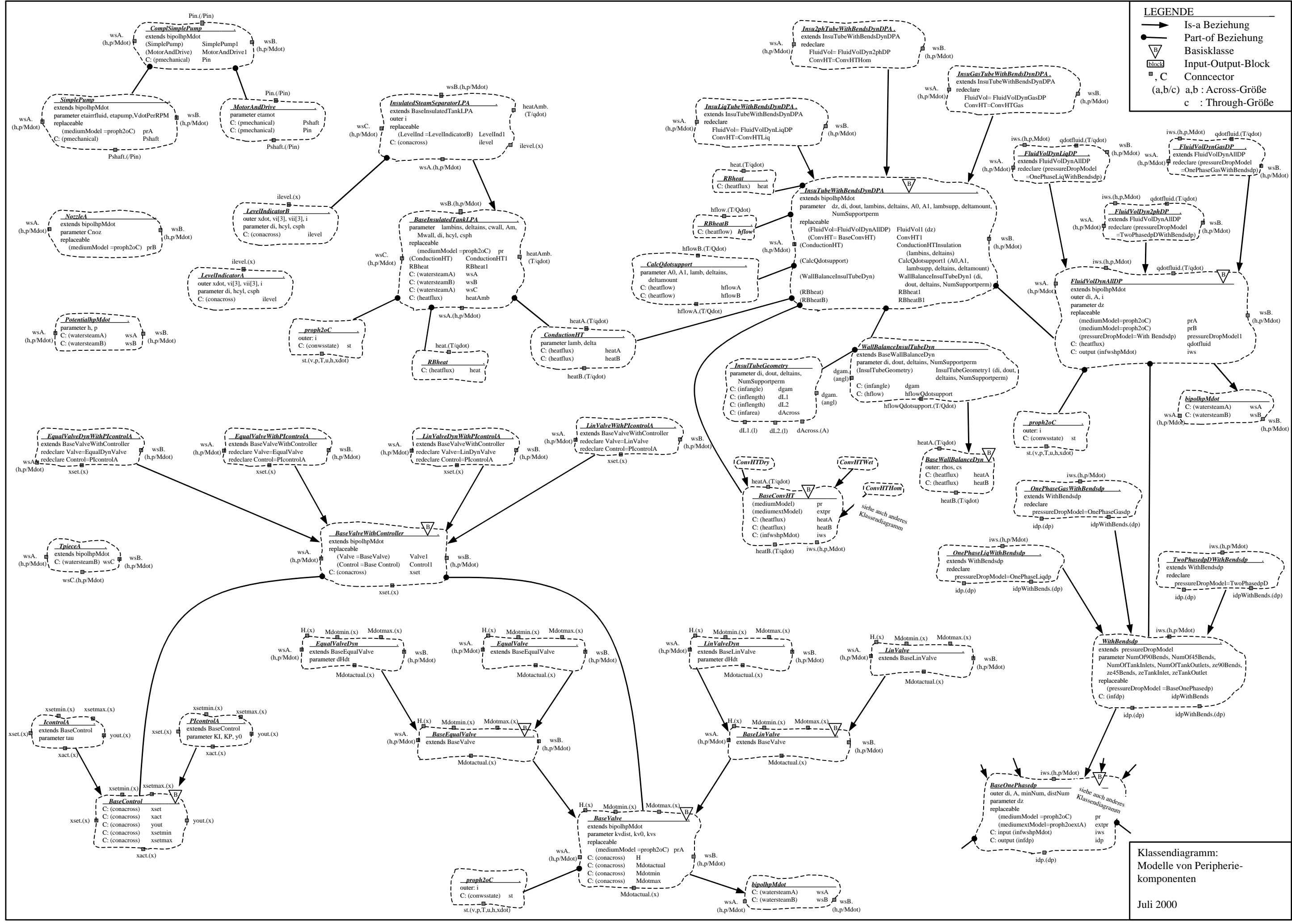
F Klassendiagramme

Für die in Modelica erstellte Bibliothek wurde in Anlehnung an die Notation von /Booch 1994/ Klassendiagramme gezeichnet. Sie sind auf den folgenden Seiten abgebildet. In den Diagrammen sind die Beziehungen zwischen den Klassen dargestellt. Außerdem sind die Namen der Schnittstellen (Connectoren) und die zu übergebenden Schnittstellengrößen eingetragen. Klassen, in denen eine Kausalität vorgegeben ist (Input-Output-Block), sind mit dem Hinweis „block“ versehen. Basisklassen, die nur als Elternklassen dienen, aber selbst nicht Objekte bilden können, sind mit einem „B“ versehen, das von einem Dreieck umgeben ist. Es sind zwei Diagramme angehängt:

- Das erste Diagramm zeigt die Klassen des Absorberrohrmodells für die Direktverdampfung in Parabolrinnen.
- Das zweite Diagramm zeigt die Klassen der Modelle der Peripheriekomponenten.

LEGENDE

- Is-a Beziehung
- Part-of Beziehung
- ▾ Basisklasse
- ▭ Input-Output-Block
- , C Connector
- (a,b/c) a,b : Across-Größe
- c : Through-Größe



Klassendiagramm:
Modelle von Peripherie-
komponenten
Juli 2000