Forschungsbericht 2026-18

Optimierungsbasierte Pfadfolge eines adaptiv geregelten unbemannten Hubschraubers

Johann C. Dauer

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
Institut für Flugsystemtechnik
Braunschweig

Deutsches Zentrum
DLR für Luft- und Raumfahrt

Forschungsbericht 2026-18

Optimierungsbasierte Pfadfolge eines adaptiv geregelten unbemannten Hubschraubers

Johann C. Dauer

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
Institut für Flugsystemtechnik
Braunschweig

237 Seiten
53 Bilder
5 Tabellen
136 Literaturstellen

Deutsches Zentrum
DLR für Luft- und Raumfahrt



Herausgeber:

Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt e. V.
Wissenschaftliche Information
Linder Höhe
D-51147 Köln

ISSN 1434-8454
ISRN DLR-FB--2026-18
Erscheinungsjahr 2026
DOI: 10.57676/jkqb-3f58

Erklärung des Herausgebers
Dieses Werk – ausgenommen anderweitig gekennzeichneter Teile – ist lizensiert unter den Bedingungen der Creative Commons Lizenz vom Typ Namensnennung 4.0 International (CC BY 4.0), abrufbar über https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/legalcode

Lizenz



Creative Commons Attribution 4.0 International

Modellprädiktive Regelung, adaptive Regelung, differentielle Flachheit, Trajektorienoptimierung, Flugexperimente, unbemannte Luftfahrzeugsysteme, UAS

Johann C. DAUER
DLR, Institut für Flugsystemtechnik, Braunschweig

Optimierungsbasierte Pfadfolge eines adaptiv geregelten unbemannten Hubschraubers
Technische Universität Braunschweig

Eine Grundlage für die Autonomie unbemannter Hubschrauber ist das bordseitige Planen und das Folgen von Flugrouten. Diese Aufgabe wird häufig in Pfadplanung und Flugregelung unterteilt. Wird die Schnittstelle zwischen diesen beiden Komponenten unzureichend berücksichtigt, können beträchtliche Abweichungen vom Sollpfad entstehen. Besonders in hindernisreichen Umgebungen und bei dynamisch anspruchsvollen Missionsanforderungen entsteht dadurch ein Risiko für Luftfahrzeug und Umgebung. Eine präzise Pfadfolge setzt eine möglichst genaue Modellkenntnis voraus, um die Geschwindigkeitsvorgaben entlang des Pfades zu optimieren. Werden allerdings Methoden mit geringem Modellierungsaufwand bevorzugt, wie beispielsweise die neuroadaptive Regelung, steht diese genauen Modelle nicht zur Verfügung. In diesem Kontext fokussiert sich die vorliegende Arbeit auf die Frage: Wie gelingt eine genaue Pfadfolge bei geringer Modellkenntnis?

Zur Beantwortung dieser Frage wird ein neuroadaptiver Flugregler um eine optimierungsbasierte Vorsteuerung für die nichtlineare Pfadfolge erweitert. Sowohl das zugrunde liegende Optimalsteuerungsproblem als auch der Regler berücksichtigen Messungen des stationären Winds. Eine Offline-Optimierung wägt die Folgegenauigkeit und die Fluggeschwindigkeit gegenüber den Leistungsgrenzen des Hubschraubers ab. Zusätzlich erlaubt eine iterative Ergänzung, nicht oder fehlerhaft gemessenen Wind als kompakte und pfadfesten Beschleunigungsstörung zu erfassen, was die Folgegenauigkeit bei erneuter Optimierung verbessert. Die Rechenzeit verkürzt sich hierbei durch differenzielle Flachheit innerer Systemanteile, automatisches Hyperparameter-Tuning und Codegenerierung auf einen Bruchteil der Flugzeit.

In Simulationen und Flugversuchen wurde die Leistungsfähigkeit der vorgestellten Lösung untersucht. Die iterative Methode konvergiert ohne Windinformationen zur Lösung der einmaligen Optimierung mit idealen Winddaten. Im Vergleich zu dem Fall einer dem Pfad tangentialen Geschwindigkeitsvorgabe reduziert sich die Ablage durch die Optimierung um 90%. Auch die Folgeverbesserung durch die iterative Störungsschätzung bestätigte sich im Flugexperiment. Nach drei Iterationen halbierte sich die maximale Ablage ein weiteres Mal. Somit wird eine recheneffiziente Lösung für die Folge nichtlinearer Pfade präsentiert, die optional über eine datengetriebene, lernfähige Komponente verfügt.

model predictive control, adaptive control, differential flatness, trajectory optimisation, flight experiments, unmanned aircraft systems, UAS, ARTIS

(Published in German)

Johann C. DAUER
German Aerospace Center (DLR), Institute of Flight Systems, Braunschweig, Germany

Optimisation-based Path Following of an Adaptively Controlled Unmanned Helicopter

Technical University Braunschweig

Autonomy of unmanned helicopters is enabled by the on-board planning and tracking of flight paths. This task is typically divided into two parts: path planning and flight control. However, if the interface between these two components is not considered sufficiently, considerable deviations can occur during flight. This poses a risk to the aircraft and its surroundings, particularly in urban or obstacle-rich environments, and during dynamically challenging flights. Precise path following requires accurate modelling to optimise trajectory commands. However, methods with reduced modelling requirements, such as neuroadaptive control, are often favoured to reduce modelling effort. The research question of this work arises in this context: How can accurate path following be achieved with reduced modelling accuracy?

To address this question, a neuroadaptive flight controller is extended to include optimisation-based feedforward control for nonlinear path following. Both, the optimal control problem and the underlying controller take measurements of stationary wind into account. An offline optimisation balances path accuracy, flight speed, and flight performance limits of the helicopter. An iterative extension also enables inaccurate or missing wind information to be represented by a compact acceleration disturbance, which is geometrically fixed to the path. This disturbance estimate improves tracking accuracy during re-optimisation. Due to differential flatness of internal system components, automatic tuning of hyperparameters and code generation of the optimal control problem, the computation time is limited to a fraction of the flight time.

The performance of the presented solution has been investigated through simulations and flight tests. Compared to a velocity command tangential to the path, the optimisation reduces path deviation by 90%. Without wind information, the iterative method converges on the solution of a one-shot optimisation using ideal wind data. This improvement of the iterative sequence was also confirmed in flight tests. After three iterations of the flight, the maximum deviation was halved once again. Therefore, this work presents a computationally efficient solution for accurately tracking of nonlinear paths, which can optionally feature a data-driven, adaptive component.

TU Braunschweig – Niedersächsisches Forschungszentrum für Luftfahrt

Berichte aus der Luft- und Raumfahrttechnik

Forschungsbericht 2026-13

Optimierungsbasierte Pfadfolge eines adaptiv geregelten unbemannten Hubschraubers

Johann Dauer

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
Institut für Flugsystemtechnik
Braunschweig

Diese Arbeit erscheint gleichzeitig als von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigte Dissertation.

Optimierungsbasierte Pfadfolge eines adaptiv geregelten unbemannten Hubschraubers

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Technischen Universität Braunschweig
zur Erlangung der Würde

eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von: Johann Christoph Dauer
geboren in: Hannover

eingereicht am: 04.12.2025
mündliche Prüfung am: 19.05.2026

Vorsitz: Prof. Dr.-Ing. Ingo Staack
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Stefan Levedag
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Peter Hecker

2026

Kurzzusammenfassung

Eine Grundlage für die Autonomie unbemannter Hubschrauber ist das bordseitige Planen und das Folgen von Flugrouten. Diese Aufgabe wird häufig in Pfadplanung und Flugregelung unterteilt. Wird die Schnittstelle zwischen diesen beiden Komponenten unzureichend berücksichtigt, können beträchtliche Abweichungen vom Sollpfad entstehen. Besonders in hindernisreichen Umgebungen und bei dynamisch anspruchsvollen Missionsanforderungen entsteht dadurch ein Risiko für Luftfahrzeug und Umgebung. Eine präzise Pfadfolge setzt eine möglichst genaue Modellkenntnis voraus, um die Geschwindigkeitsvorgaben entlang des Pfades zu optimieren. Werden allerdings Methoden mit geringem Modellierungsaufwand bevorzugt, wie beispielsweise die neuroadaptive Regelung, steht diese genauen Modelle nicht zur Verfügung. In diesem Kontext fokussiert sich die vorliegende Arbeit auf die Frage: Wie gelingt eine genaue Pfadfolge bei geringer Modellkenntnis?

Zur Beantwortung dieser Frage wird ein neuroadaptiver Flugregler um eine optimierungsbasierte Vorsteuerung für die nichtlineare Pfadfolge erweitert. Sowohl das zugrunde liegende Optimalsteuerungsproblem als auch der Regler berücksichtigen Messungen des stationären Winds. Eine Offline-Optimierung wägt die Folgegenauigkeit und die Fluggeschwindigkeit gegenüber den Leistungsgrenzen des Hubschraubers ab. Zusätzlich erlaubt eine iterative Ergänzung, nicht oder fehlerhaft gemessenen Wind als kompakte und pfadfesten Beschleunigungsstörung zu erfassen, was die Folgegenauigkeit bei erneuter Optimierung verbessert. Die Rechenzeit verkürzt sich hierbei durch differenzielle Flachheit innerer Systemanteile, automatisches Hyperparameter-Tuning und Codegenerierung auf einen Bruchteil der Flugzeit.

In Simulationen und Flugversuchen wurde die Leistungsfähigkeit der vorgestellten Lösung untersucht. Die iterative Methode konvergiert ohne Windinformationen zur Lösung der einmaligen Optimierung mit idealen Winddaten. Im Vergleich zu dem Fall einer dem Pfad tangentialen Geschwindigkeitsvorgabe reduziert sich die Ablage durch die Optimierung um 90 %. Auch die Folgeverbesserung durch die iterative Störungsschätzung bestätigte sich im Flugexperiment. Nach drei Iterationen halbierte sich die maximale Ablage ein weiteres Mal. Somit wird eine recheneffiziente Lösung für die Folge nichtlinearer Pfade präsentiert, die optional über eine datengetriebene, lernfähige Komponente verfügt.

Schlagwörter: modellprädiktive Regelung, adaptive Regelung, differentielle Flachheit, Trajektorienoptimierung, Flugexperimente, unbemannte Luftfahrzeugsysteme, UAS, DLR, ARTIS

Abstract

Autonomy of unmanned helicopters is enabled by the on-board planning and tracking of flight paths. This task is typically divided into two parts: path planning and flight control. However, if the interface between these two components is not considered sufficiently, considerable deviations can occur during flight. This poses a risk to the aircraft and its surroundings, particularly in urban or obstacle-rich environments, and during dynamically challenging flights. Precise path following requires accurate modelling to optimise trajectory commands. However, methods with reduced modelling requirements, such as neuroadaptive control, are often favoured to reduce modelling effort. The research question of this work arises in this context: How can accurate path following be achieved with reduced modelling accuracy?

To address this question, a neuroadaptive flight controller is extended to include optimisation-based feedforward control for nonlinear path following. Both, the optimal control problem and the underlying controller take measurements of stationary wind into account. An offline optimisation balances path accuracy, flight speed, and flight performance limits of the helicopter. An iterative extension also enables inaccurate or missing wind information to be represented by a compact acceleration disturbance, which is geometrically fixed to the path. This disturbance estimate improves tracking accuracy during re-optimisation. Due to differential flatness of internal system components, automatic tuning of hyperparameters and code generation of the optimal control problem, the computation time is limited to a fraction of the flight time.

The performance of the presented solution has been investigated through simulations and flight tests. Compared to a velocity command tangential to the path, the optimisation reduces path deviation by 90 %. Without wind information, the iterative method converges on the solution of a one-shot optimisation using ideal wind data. This improvement of the iterative sequence was also confirmed in flight tests. After three iterations of the flight, the maximum deviation was halved once again. Therefore, this work presents a computationally efficient solution for accurately tracking of nonlinear paths, which can optionally feature a data-driven, adaptive component.

Keywords: model predictive control, adaptive control, differential flatness, trajectory optimisation, flight experiments, unmanned aircraft systems, UAS, DLR, ARTIS

Danksagung

Wie bei der Folge eines nichtlineares Pfads verläuft auch das Verfassen einer Dissertation selten gleichförmig. Der Pfad an sich formt Schleifen, der Referenzpunkt verschiebt sich, beschleunigt oder hält, geprägt von Entscheidungen entlang des Weges. Dass ich diese Strecke nicht allein zurücklegen musste, erfüllt mich mit großer Dankbarkeit.

Für wertvolle Anregungen und ein Umfeld, in dem diese Arbeit entstehen konnte, danke ich meinem Promotionsbetreuer, Herrn Prof. Dr.-Ing. Stefan Levedag, sehr herzlich. Besonderer Dank gilt zudem Herrn Prof. Peter Hecker für das Zweitgutachten sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Ingo Staack für die Leitung der Promotionskommission.

Entstanden ist die Arbeit am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V., Institut für Flugsystemtechnik, in Braunschweig. Zwei grundlegende Arbeiten haben die hier behandelten Forschungsfragen erst ermöglicht. Dr.-Ing. Sven Lorenz hat mir die Faszination des Fliegens und den Zugang zur neuroadaptiven Regelung unbemannter Hubschrauber eröffnet — ihm danke ich besonders. Prof. Dr.-Ing. Timm Faulwasser bin ich ebenso dankbar für die Theorien der optimierungsbasierten Pfadfolge, die zur zweiten methodischen Säule dieser Dissertation wurden.

Die wissenschaftliche Fragestellung, der Ausgangspunkt, entstand in einem herausragenden Team der Abteilung Unbemannte Luftfahrzeuge und wurde über die Jahre von vielen freundlichen Menschen geprägt, die mich inspiriert und unterstützt haben. Ihnen allen gilt mein herzlicher Dank. Diese Arbeit ist stark von praktischer Anwendbarkeit geprägt. Ohne einen Flugversuchsträger, an dem zum Zeitpunkt der Forschung nahezu jede Komponente eine eigene Fragestellung darstellte, wäre sie nicht möglich gewesen. Jörg Dittrich danke ich für das Schaffen einer offenen Arbeitsumgebung und die Bereitschaft, neue Wege und Denkweisen zu ermöglichen. Entscheidende Randbedingungen für diese Arbeit würden ohne die Zusammenarbeit mit Dr.-Ing. Stefan Krause, Dr.-Ing. Gordon Strickert, Simon Schopferer, Dr.-Ing. Andreas Voigt, Lukas Goormann und Dr.-Ing. Florian Adolf fehlen. Sicher ist auch, ohne unseren Sicherheitspiloten Jörg Rößner hätten die Experimente nicht stattfinden können. Philipp Schitz danke ich für die Konsistenzprüfung und das wertvolle Feedback auf den letzten Metern dieser Arbeit. Euch allen ein großes Dankeschön!

Ganz besonders danke ich meiner Familie sowie meinen Freundinnen und Freunden, die viele gemeinsame Aktivitäten zurückgestellt haben, weil diese Arbeit doch immer wieder ein weiteres Wochenende beanspruchte. Von Herzen danke ich meiner Frau. Anke, Deine (Un-)Geduld und Unterstützung haben mich auf diesem Pfad gestärkt und ihn schließlich zu einem Abschluss begleitet.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis x

Nomenklatur xi

1 Problembeschreibung und Literaturübersicht 1
- 1.1 Wissenschaftliche Fragestellung und Beiträge . . . 1
- 1.2 Regelung unbemannter Hubschrauber mit adaptiver Modellfolge . . . 6
- 1.3 Pfadfolge dynamischer Systeme . . . 8
  - 1.3.1 Geometrische Pfadfolge . . . 10
  - 1.3.2 Pfadfolge mit dynamischen Anforderungen . . . 11
  - 1.3.3 Trajektorienbasierte Pfadfolge . . . 12

2 Ansatz: Pfadfolge adaptiver Modellfolgesysteme 17
- 2.1 Beiträge des Kapitels und bisherige Veröffentlichungen . . . 20
- 2.2 Annahmen des Ansatzes . . . 21
- 2.3 Mathematische Problemformulierung . . . 23
- 2.4 Neuroadaptive Modellfolgeregelung . . . 27
  - 2.4.1 Modellfolge für unteraktuierte Systeme . . . 28
  - 2.4.2 Unbeeinflussbare Eingänge, Modellunsicherheiten und Störungen 30
  - 2.4.3 Vorsteuerung durch flachheitsbasierte Linearisierung . . . 33
  - 2.4.4 Innere Kreise und Aktuatoren mit vorsteuerungsbasiertem PCH 41
  - 2.4.5 Fehlerrückführungen und Adaption . . . 44
- 2.5 Einhaltung von Beschränkungen, Leistungs- und Flugbereichsgrenzen . 48
- 2.6 Die Pfadfolge des Modellfolgesystems . . . 51
  - 2.6.1 Das Optimierungsproblem für die nominelle Pfadfolge . . . 52
  - 2.6.2 Differentielle Flachheit innerer Regelkreiskomponenten . . . 59
  - 2.6.3 Störungsschätzung zur Folgeverbesserung . . . 64

3 Umsetzung: Pfadfolge des unbemannten Hubschrauberdemonstrators ARTIS 71
3.1 Beiträge des Kapitels . . . 72
3.2 Annahmen der Umsetzung . . . 74
3.3 Auslegung des Referenzmodells . . . 75
3.3.1 Modellierung des Hubschraubers und Vorsteuerung . . . 76
3.4 Synthese des Referenzmodells . . . 79
3.4.1 Die Schubreferenzdynamik . . . 80
3.4.2 Das Referenzmodell der Drehraten und Zusammenhang zur Lage 81
3.4.3 Das Lagereferenzmodell . . . 83
3.4.4 Referenzmodell der Fluggeschwindigkeit . . . 91
3.5 Synthese der Rückführung und Einfluss auf das Referenzmodell . . . 93
3.6 Formulierung des Optimalsteuerungsproblems für die Pfadfolge . . . 100
3.6.1 Unmodifiziertes Optimalsteuerungsproblem . . . 100
3.6.2 Optimalsteuerung mit Strukturausnutzung . . . 105
3.6.3 Störungsschätzung und iterative Pfadfolgeoptimierung . . . 114
3.7 Implementierung und numerische Betrachtungen . . . 123
3.7.1 Wahl des Optimierungshorizonts . . . 127
3.7.2 Determinismus der Rechenzeit . . . 128
3.7.3 Wahl der Anfangsvermutung . . . 129
3.7.4 Übergänge und Enden von Pfaden . . . 130
3.7.5 Automatisierte Wahl der Hyperparameter und Rechenzeiten . . . 132

4 Experimenteller Nachweis in Simulation und Flugversuch 139
4.1 Pfadfolge in Simulationsexperimenten . . . 141
4.1.1 Aufbau der Simulation . . . 141
4.1.2 Simulation von Flugmechanik und Windeinflüssen . . . 142
4.2 Ergebnisse der Simulationsexperimente . . . 143
4.2.1 Einmalige Pfadfolge in Windstille . . . 143
4.2.2 Einmalige Pfadfolge in bekanntem Windfeld . . . 147
4.2.3 Iterative Pfadfolgeverbesserung in unbekanntem Windfeld . . . 151
4.2.4 Analyse von Fehlereinflüssen für die Flugversuchsauswertung . 155
4.3 Pfadfolge im Flugversuch . . . 160
4.3.1 Vorbetrachtungen und Flugversuchsumgebung . . . 161
4.3.2 Experimentauslegung und Datenwertung . . . 162
4.4 Ergebnisse der Flugexperimente . . . 165
4.4.1 Einmalige Pfadfolge in unbekanntem Windfeld . . . 165

4.4.2 Iterative Pfadfolge im Flugexperiment . . . 172
4.5 Vergleichende Diskussion der Simulations- und Flugexperimente 178
4.5.1 Einflussfaktoren auf die verbleibende Pfadablage 178
4.5.2 Abschließende Bewertung 182
4.5.3 Rückblick auf die Forschungsfragen 184

5 Zusammenfassung, Einordnung und Ausblick 190
5.1 Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit 190
5.2 Einordnung in den Diskurs zu unbemannten Luftfahrzeugen 193
5.3 Grenzen des Ansatzes und weiterführende Forschungsrichtungen 195
5.3.1 Funktionale Weiterentwicklung 195
5.3.2 Betriebssicherheit und Nachweisführung 196
5.3.3 Bordseitige Umsetzung und Schließen des Pfadregelkreises . . . 197

Literatur 199

Anhang 212

A Zustandsraummodell des Hubschraubers ARTIS 213
A.1 Hubschraubermodell im Schwebeflug 214
A.2 Modifikation und Erweiterung des Schwebeflugmodells 218
A.3 Modellbasierte Vorsteuerung im Schwebeflug 223
A.3.1 Vorsteuerung der Kopplungen im Schwebeflugmodell 223
A.3.2 Zusätzliche Kopplungen und Eingangsableitungen 224
A.3.3 Erweiterung um Wind- und Störungsberücksichtigung 226

B Anmerkungen zur räumlichen Lage des Hubschraubers 229
B.1 Quaternion zur Überführung zweier Vektoren 229
B.2 Quaternion für das Einstellen eines Gierwinkels 230
B.3 Gierfreiheitsgrad in der Pfadfolge 232

C Parameterwerte und Aspekte der Reproduzierbarkeit 234
C.1 Referenzmodell des Hubschraubers ARTIS 234
C.2 Verwendete Flugbereichsgrenzen 234
C.3 Hyperparameter der Optimierung 236

Abbildungsverzeichnis

1.1 Geometrischer Pfad als Flugbahn 2
1.2 Varianten der Pfadfolge: (a) rein geometrisch, (b) mit dynamischen Randbedingungen, (c) als Trajektorie 9

2.1 Vereinfachte Darstellung der optimierungsbasierten Pfadfolge mit unterlagerter, neuroadaptiver Modellfolge 18
2.2 Prinzip der Modellfolge mit Vorsteuerung und Rückführung 29
2.3 Zusammenhänge zwischen externen Eingängen $\underline{D}$, deren Schätzung $\underline{\hat{D}}$ und additiver Störung $\underline{\Delta}$ für bekanntes Modell $\underline{\hat{\alpha}}_p$ und Strecke $\underline{\alpha}_p$ 31
2.4 Normalform ohne Nulldynamik und Verkürzung der Eingangsableitungen 32
2.5 Blockdiagramm der näherungsweisen und flachheitsbasierten Vorsteuerung, die auf eine Zustandsrückführung zur exakten Linearisierung verzichtet. 39
2.6 Verschiedene Varianten des PCH 43
2.7 Rückführungsfreies PCH zur Berücksichtigung innerer Dynamiken in Kombination mit der flachheitsbasierten Vorsteuerung 44
2.8 Blockdiagramm eines SHL NN mit linearer Ausgangsschicht entsprechend der Verschaltung und Notation dieser Arbeit. Die Neuronen sind hintereinanderliegend visualisiert. 45
2.9 Architektur der Rückführungsanteile: linear, adaptiv und robustifizierend 48
2.10 Verschiedene Aspekte der Leistungsgrenzen bei referenzmodellbasierter Regelung und Pfadfolgeoptimierung 49
2.11 Vernachlässigung der Rückführung in der nominellen Pfadfolge und Ergänzung um die virtuelle Pfaddynamik 53
2.12 Blockdiagramm der für die nominelle Pfaddynamik verwendeten Näherung der Dynamik des geschlossenen Regelkreises, der hervorgehobenen Kopplung zu den Aktuatorzuständen sowie der virtuellen Pfaddynamik 60

2.13 Blockdiagramm der sich ergebenden Vereinfachung durch die Wahl neuer Entscheidungsvariablen 62
2.14 Veranschaulichung der Berücksichtigung der Störungsschätzung in der erwarteten Streckenantwort des Referenzmodells sowie der tatsächlichen Strecke mit Erweiterung um eine additive Störung 65
2.15 Veranschaulichung der iterativen Pfadfolgeverbesserung als Lösung von Problem 2 67

3.1 Zwei Ansichten des Hubschraubers ARTIS des DLR mit unterschiedlichen Forschungsnutzlasten 71
3.2 Konservative Abschätzung der Schubdynamik, um das Referenzmodell mittels PCH um die Triebwerksdynamik zu verlangsamen 81
3.3 Berechnung ($\oslash$) der realisierbaren Lagevorgabe $\underline{q}_{c,q}$ aus dem notwendigen Lageanteil für den Schub sowie der externen Lagevorgabe $\underline{u}_q$ 89
3.4 Das Lagereferenzmodell mit eingebetteter Dynamik der Drehraten . . . 90
3.5 Veranschaulichung des Gleichgewichts der auf den Hubschrauber wirkenden normierten Kräfte und Beschleunigungen 91
3.6 Äußeres Referenzmodell der Fluggeschwindigkeit mit Sättigungen zum Schutz der Flugbereichsgrenzen, PCH der inneren Regelkreise und Einfluss der externen Windschätzung 93
3.7 Regelungskaskade mit referenzgrößenbasiertem PCH der inneren Kreise und Detailansichten der Referenzmodelle in Kaskadierung. 95
3.8 Führungsverhalten von Geschwindigkeit und Gierwinkel sowie Aktivität des SHL NN mit Sprungvorgaben ohne Wind 98
3.9 Führungsverhalten von Geschwindigkeit und Gierwinkel sowie Aktivität des SHL NN mit Sprungvorgaben mit Wind 99
3.10 Aktivitätsdiagramm und Beispielsignale eines Flugversuchs zur Darstellung der Störungsschätzung und Parametrisierung entlang des Pfads . . 121
3.11 Das Aktivitätsdiagramm der Pfadfolgeoptimierung gliedert sich in die Autocode-Generierung eines pfadspezialisierten Lösungsalgorithmus, dessen Einbettung und die Lösungsstrategie der Pfadfolge 124
3.12 Vereinfachte Veranschaulichung des Mulitple-Shooting-Verfahrens . . . 126
3.13 Darstellung der Rechenzeiten an den Beispielen *Kreis* und *ebenes Kleeblatt* 137

4.1 Definition der Ablage $\underline{e}_{\mathcal{P}}$ und des Pfadfolgefehlers $\underline{e}_P$ 140

4.2 Die Darstellung ist als gemischtes Aktivitätsdiagramm und Blockschaltbild aufgebaut. Die jeweiligen Integrationsschrittweiten, die Momentanwertabtastung (Zero-Order-Hold ZOH) und die Lookup-Tabelle (LUT) werden gezeigt. 142
4.3 Simulation des Kreisflugs in Windstille mit Beschleunigungs- und Bremsvorgang ohne Positionsrückführung in der Regelung 144
4.4 Simulation des ebenen Kleeblatts in Windstille und ohne Positionsrückführung in der Regelung 145
4.5 Simulation des Kleeblatts mit Höhenprofil in Windstille ohne Positionsrückführung 146
4.6 Simulation eines Kreisflugs mit Beschleunigungs- und Bremsvorgang ohne Positionsrückführung mit ideal bekanntem mittlerem Wind 148
4.7 Simulation des ebenen Kleeblatts ohne Positionsrückführung mit ideal bekanntem mittlerem Wind 149
4.8 Simulation des Kleeblatts mit Höhenprofil ohne Positionsrückführung mit ideal bekanntem mittlerem Wind 150
4.9 Iterative Simulation des nicht stationären Kreisflugs ohne Positionsrückführung mit unbekanntem mittlerem Wind und $V_K \approx 8\,\mathrm{m/s}$ 152
4.10 Iterative Simulation des ebenen Kleeblatts ohne Positionsrückführung mit unbekanntem gleichförmigem und stationärem Windfeld und $V_K \approx 8\,\mathrm{m/s}$ 154
4.11 Iterative Simulation des Kleeblatts ohne Höhenprofil mit Positionsrückführung und unbekanntem gleichförmigem sowie stationärem Windfeld $V_K \approx 8\,\mathrm{m/s}$ 155
4.12 Vergleichende Simulation mit und ohne der hier vorgestellten Optimierung sowie mit und ohne Windberücksichtigung in der Vorsteuerung . 156
4.13 Iterative Simulation mit verschiedenen, im Flugversuch denkbaren Fehlereinflüssen, wie Modellfehler, Trimmfehler und zusätzlicher Servodynamik der Taumelscheibe und des Heckrotorkollektivs 158
4.14 Bodenperspektive des Flugversuchs zur Bahnfolge mit überlagerten Momentaufnahmen der Hubschrauberposition 164
4.15 Kreisbahnwiederholungen der ersten Iteration im Flugversuch und gemittelter Verlauf: Die Flüge wurden ohne Vorkenntnisse über Wind oder Störungsverlauf und ohne Positionsrückführung in den Regelkreis durchgeführt 166
4.16 Wiederholungen des ebenen Kleeblatts der ersten Iteration im Flugversuch und gemitteltem Verlauf: Die Flüge wurden ohne Vorkenntnis von Wind oder Störungsverlauf und ohne Positionsrückführung in den Regelkreis durchgeführt. 168

4.17 Wiederholungen des Kleeblatts mit Höhenprofil der ersten Iteration im Flugversuch und gemitteltem Verlauf: Die Flüge wurden ohne Vorkenntnis über Wind oder Störungsverlauf und ohne Positionsrückführung in den Regelkreis durchgeführt. 169
4.18 Wiederholung des Kleeblatts mit Höhenprofil an einem weiteren Flugversuchstag, geflogen ohne Positionsrückführung und mit $V_K \approx 6\,\mathrm{m/s}$ . . 170
4.19 Kreisbahn: Flugversuchsergebnisse der iterativen Pfadfolge, geflogen ohne Positionsrückführung und mit $V_K \approx 6\,\mathrm{m/s}$ 173
4.20 Ebenes Kleeblatt: Flugversuchsergebnisse der iterativen Pfadfolge, geflogen ohne Positionsrückführung und mit $V_K \approx 6\,\mathrm{m/s}$ 174
4.21 Kleeblatt mit Höhenprofil: Flugversuchsergebnisse der iterativen Pfadfolge, geflogen ohne Positionsrückführung und mit $V_K \approx 6\,\mathrm{m/s}$ 175
4.22 Kleeblatt mit Höhenprofil: Wiederholbarkeit der Ergebnisse der iterativen Pfadfolgeverbesserung an einem weiteren Flugversuchstag 176

B.1 Schubebene senkrecht zum Schubvektor; sowie ψ-Ebene, die um den Gierwinkel gedrehte xz-Ebene 230

Tabellenverzeichnis

3.1 Technische Daten des Hubschraubers ARTIS 72
3.2 Konfiguration des Lösungsalgorithmus 125
3.3 Parameter für den Rechenzeitvergleich der verschiedenen Varianten des OSP 133

4.1 Ungefähre Umgebungsbedingungen der Flugversuche vom 09.10.2014 . 162

C.1 Parameterwerte der vereinfachten Modellierung der Flugbereichsgrenzen 235

Abkürzungsverzeichnis

ACADO	Toolkit for Automatic Control and Dynamic Optimization
ARTIS	Autonomous Rotorcraft Testbed for Intelligent Systems
BDF	Backward Differentiation Formula
BIBO	Bounded-Input Bounded-Output
DIN	Deutsches Institut für Normung
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
DGPS	Differential Global Positioning System
EKF	Extended Kalman-Filter
EV	Entscheidungsvariable
GNSS	Global Navigation Satellite System
ILC	Iterative Learning Control
IMU	Inertial Measurement Unit
ISO	International Organization for Standardization
NDI	Nonlinear Dynamic Inversion
FFL	Feedforward Linearization
KF	Kalman-Filter
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
KS	Koordinatensystem
LTI	Linear Time Invariant
LUT	Lookup Table
MADS	Mesh Adaptive Direct Search
MEMS	Micro-Electro-Mechanical Systems
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MPC	Model Predictive Control
MRAC	Model Reference Adaptive Control
NLP	Nonlinear Program
NN	Neuronal Network
NOMAD	Nonlinear optimization with the MADS algorithm
GDL	Gewöhnliches Differentialgleichungssystem
ORP	Optimalregelungsproblem
OSP	Optimalsteuerungsproblem
PCH	Pseudo Control Hedging
PID	Proportional-Integral-Derivativ
PT	Lineare Strecke mit Proportional- und Zeitgied
QNX	Quantum Unix
QP	Quadratic Program
qpOASES	QP Online Active Set Strategy
RTI	Real-Time Iteration
SHL NN	Single Hidden Layer Neuronal Network
SIL	Software-in-the-Loop
SISO	Single Input Single Output
SORA 2.5	Specific Operations Risk Assessment Version 2.5
SQP	Sequencial Quadratic Program
SWAP-C	Size, Weight and Power – Cost
UAS	Unmanned Aircraft System
UML 2.5	Unified Modeling Language Version 2.5
UTM	Unmanned Airtraffic Management
ZOH	Zero Order Hold

Nomenklatur

In der vorliegenden Arbeit kommen verschiedene Methoden aus unterschiedlichen Disziplinen zum Einsatz. Dabei werden Überlegungen aus der Flugmechanik und Flugregelung mit Ansätzen aus der allgemeinen Regelungstechnik kombiniert. Einige der theoretischen Ansätze haben ihren Ursprung in der flachheitsbasierten Regelung. Weitere Methoden sind die modellprädiktive Regelung (MPC), die adaptive Regelung und die Trajektorienoptimierung. Obwohl möglichst viele der etablierten Konventionen Verwendung finden, entsteht durch die Kombination der Methoden dennoch eine eigene Nomenklatur. Aus diesem Grund nimmt ihre Einführung an dieser Stelle etwas mehr Raum ein, um den Einstieg in die formelintensiven Teile des Textes zu erleichtern. Es gelten folgende allgemeine Konzepte:

Vektoren und Matrizen In diesem Kontext ist es wichtig, mehrdimensionale Größen von Skalaren zu unterscheiden.

- Vektoren sind stets Spaltenvektoren und einfach unterstrichen $\underline{x}$, die dazugehörigen Richtungsvektoren sind durch einen Pfeil gekennzeichnet. $\vec{x} = \underline{x}/\|\underline{x}\|_2$. Häufig wird der Betrag mit $x = \|\underline{x}\|_2$ bezeichnet, sodass in den meisten Fällen $\underline{x} = x\vec{x}$ gilt. Von dieser Notation wird gelegentlich abgewichen, beispielsweise bei der Position $\underline{p}$. Hier steht p wie allgemein üblich für die Drehrate um die Längsachse des Luftfahrzeugs.
- Matrizen sind doppelt unterstrichen und zumeist Großbuchstaben $\underline{\underline{A}}$.
- Kalligrafierte Symbole $\mathcal{A}$ bezeichnen Mengen und Räume.
- Symbole in Fraktur $\mathfrak{A}$ kommen vereinzelt vor und stellen Operatoren dar.

Rotation und Lage eines Starrkörpers im Raum Zur Repräsentation von Drehungen dienen überwiegend Quaternionen. Eine Drehung lässt sich durch zwei Einheitsquaternionen mit identischen Elementen, aber wechselnden Vorzeichen darstellen.

- Quaternionen sind Vektoren und damit einfach unterstrichen und mit kleinen Buchstaben $\underline{q}$ angegeben.
- $\underline{q} = \underline{q}_1 \otimes \underline{q}_2$ bezeichnet das übliche Quaternionenprodukt.
- $\underline{\omega} = \underline{q}_1 \ominus \bar{\underline{q}}_2$ bezeichnet einen Differenzoperator zweier Quaternionen, das ein Tripel von Fehlerwinkeln $\underline{\omega} \in \mathbb{R}^3$ zurückgibt, siehe Kapitel 3.4.3.
- $\underline{q}_1 = \underline{\omega} \oplus \underline{q}_2$ ist die Umkehrung des Differenzoperators, der als Operanden ein Quaternion und einen Satz Fehlerwinkel verwendet, siehe Kapitel 3.4.3.
- $\underline{q}_1 \cdot \underline{q}_2$ symbolisiert das innere Produkt zweier Quaternionen.
- Angelehnt an die Notation komplexer Zahlen ermittelt $\mathfrak{I}(\underline{q})$ den Vektorteil des Quaternions $\underline{q}$.
- Alle Quaternionen in der vorliegenden Arbeitet weisen einen positiven Realteil $\mathfrak{R}(\underline{q}) \geq 0$ auf. Diese Annahme stellt in den theoretischen Betrachtungen keine Einschränkung der Allgemeinheit dar. Bei einer Umsetzung muss das Vorzeichen beispielsweise nach einer Multiplikation sichergestellt werden[1]

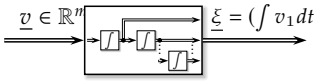
$$\underline{q} \equiv \operatorname{sign}\left(\mathfrak{R}(\underline{q})\right) \underline{q}, \quad \operatorname{sign}(\cdot) \coloneqq \begin{cases} -1, & (\cdot) < 0 \\ +1, & (\cdot) \geq 0. \end{cases} \tag{1}$$

- Für die Fälle, in denen die Art der Rotationsimplementierung (ob über Quaternionen, Drehmatrizen oder Rodrigues-Vektoren) keine Rolle spielt, repräsentiert der Operator $\mathfrak{D}$ bzw. dessen Umkehrung $\overline{\mathfrak{D}}$ die Drehung. Gelegentlich kennzeichnen verschiedene Indizes unterschiedliche Drehungen, beispielsweise gehört zu einem Einheitsquaternion $\underline{q}_1$ der Operator $\mathfrak{D}_1$.

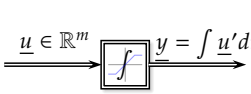
Besonderheiten in den Blockdiagrammen In den Signalflussplänen kommen die üblichen Standardsymbole zum Einsatz. Ein nicht genormtes Symbol stellt allerdings die Integratorkette zur Erzeugung der Brunovský-Zustände mit dem relativen Grad der m Koordinaten r_i, $i \in \{1, \ldots, m\}$ dar.

[1] Bei einer Implementierung ist die Definition von sign zu beachten, die sich von der einiger Standardbibliotheken im Nullpunkt unterscheidet.

Da es sich um mehrdimensionale Signale handelt, sind die Signalflusspfeile doppelt gezeichnet:



Ebenfalls verkürzt wird eine Integration mit ausgangsseitiger Sättigung und Anti-Windup mittels eines angedeuteten Sättigungssymbols im Integrationsblock notiert. Dabei existiert für jedes Element i eine Unter- $y_{i,min}$ und eine Obergrenze $y_{i,max}$. Da es sich hierbei um einen nichtlinearen Zusammenhang handelt, ist der Block doppelt umrandet:



Koordinatensysteme Sind für Beschleunigungen und Geschwindigkeiten keine Indizes angegeben so leben sie in geodätischen Koordinaten. Gelegentlich wird zusätzlich der Index $(\cdot)_g$ verwendet, um das Koordinatensystem hervorzuheben, wenn es dem Verständnis dient. Positionen und Raumkoordinaten ohne Index sind hingegen inertial-kartesisch zu interpretieren. Tiefgestellte Indizes gemäß der untenstehenden Tabelle kennzeichnen alle weiteren Koordinatensysteme (z. B. die auf den Starrkörper oder die Anströmung bezogenen Größen).

Zeitliche Ableitungen von Vektoren Zeitliche Ableitungen erster und zweiter Ordnung sind mittels Punkten über den Symbolen notiert, ($\dot{\underline{\xi}}$, $\ddot{\underline{\xi}}$); alle weiteren Ableitungen r sind in Klammern hochgestellt $\underline{\xi}^{(r)}$. Bei zeilenweiser Notation der Zusammenhänge von Systembeschreibungen, wird häufig deutlich, dass sich die Anzahl der auftretenden Ableitungen unterscheidet. Beispielsweise unterscheidet sich der relative Grad r_i der einzelnen Koordinaten der Systemgleichungen $i \in \{1, \ldots, n_y\}$. Um die Zusammenhänge übersichtlicher zu schreiben, werden Gleichungen in vektorieller Form immer unter der Annahme einheitlicher Ableitungen, also $r_i = r$ für $i \in \{1, \ldots, n_y\}$, notiert und somit $\xi^{(r)}$. Bei zeilenweiser Notation werden die unterschiedlichen Ableitungen hingegen berücksichtigt, z. B. $\xi_i^{(r_i)}$, $i \in \{1, \ldots, n_y\}$.

Formelzeichen und Symbole

Lateinische Symbole

Sym.	Dim.	ggf. Einheit	Bedeutung
$\underline{a}(\cdot)$	$\mathbb{R}^{n_u}$		Vorsteuerung durch Modellinversion
a_{max}	$\mathbb{R}$	m/s^2	Maximale Beschleunigung
$\underline{d}$	$\mathbb{R}^{n_d}$	verschieden	Externe unbeeinflussbare Eingänge
$\underline{D}$	$\mathbb{R}^{n_d \max(\underline{r})}$		Externen unbeein. Eingänge und Ableitungen
$\underline{e}_p$	$\mathbb{R}^{n_\mathcal{P}}$		Pfadfehler mit Timingberücksichtigung $\tau(t)$
$\underline{e}_\mathcal{P}$	$\mathbb{R}^{n_\mathcal{P}}$		Geometrische Pfadablage
e_r	$\mathbb{R}$	rad/s	Gierratefehler zwischen Referenz und Strecke
$\underline{e}_x$	$\mathbb{R}^{n_x}$		Fehler von Referenz- zu Streckenzuständen
$\underline{e}_y$	$\mathbb{R}^{n_y}$		Fehler von Referenz- zu Streckenausgängen
$\underline{E}_y$	$\mathbb{R}^{3n_y}$		Fehlervektor für einen PID-Regler
$\underline{e}_\xi$	$\mathbb{R}^{n_x}$		Fehler zwischen Referenz- und Streckenzuständen in Normalform
$\underline{e}_\Phi$	$\mathbb{R}^3$	$(\mathrm{rad}/\mathrm{s},\mathrm{rad}/\mathrm{s},\mathrm{rad}/\mathrm{s})^T$	Lagefehler zwischen Referenz und Strecke
$\underline{f}(\cdot)$	$\mathbb{R}^{n_x}$		Systemfunktion (Vektorfeld)
$\underline{F}_{(\cdot)}$	verschieden		Vorsteuerungsparameter, $(\cdot) \in \{v, \dot{v}, I, O, \Delta, W\}$
$\underline{g}$	$\mathbb{R}^3$	$(\mathrm{m}/\mathrm{s}^2,\mathrm{m}/\mathrm{s}^2,\mathrm{m}/\mathrm{s}^2)^T$	Schwerefeldvektor
$\underline{G}_a(\cdot)$	-		Verkürzte Notation des Aktuatormodells
$\underline{h}(\cdot)$	$\mathbb{R}^{n_y}$		Ausgangsabbildung des Systemmodells
$\underline{H}(\cdot)$	verschieden		Abbildungen unterschiedlicher Bedeutung
i, j, k, l	$\mathbb{N}$		Zähler, Laufparameter z. B. gleitender Horizont
$J_{(\cdot)}$	$\mathbb{R}$		Kostenfunktion für verschiedene OSP
$\underline{l}(\cdot)$	$\mathbb{R}^{n_\tau}$		Systemfunktion der virtuellen Pfaddynamik
L	$\mathbb{R}$	m	Bogenlänge einer Kurve im Raum
m, n	$\mathbb{N}$		Dimension für Vektoren und Matrizen
$\underline{p}_\mathcal{P}$	$\mathbb{R}^{n_p}$		Punkt auf einem Pfad
$\underline{p}$	$\mathbb{R}^3$	$(\mathrm{m},\mathrm{m},\mathrm{m})^T$	Position im initialen, kartesischen Ks
$\underline{q}$	$\mathbb{H}_1$		Lage eines Festkörpers im Raum als Quaternion
$\underline{q}_c$	$\mathbb{H}_1$		Vorgabe für das Lagereferenzmodell
$\underline{q}_{c,q}$	$\mathbb{H}_1$		Schuberhaltende Lagevorgabe
$\underline{q}_{c,\psi}$	$\mathbb{H}_1$		Schuberhaltende Gierwinkelvorgabe
$\underline{q}_T$	$\mathbb{H}_1$		Lagequaternion für den Erhalt der Schubrichtung
$\underline{q}_v$	$\mathbb{H}_1$		Quaternion im Zusammenhang der Lagevorgabe
$\underline{q}_x$	$\mathbb{H}_1$		Quaternion im Zusammenhang der Lagevorgabe
$\underline{q}_\omega$	$\mathbb{H}_1$		Drehung zwischen Vorgabe und Referenzlage

$\underline{q}_{\psi}$	$\mathbb{H}_1$		Lage ausschließlich mit Gieranteil ($\phi = \theta = 0$)
$\underline{r}$	$\mathbb{R}^{n_y}$		Vektorrelativgrad
R	$\mathbb{R}$	m	Hauptrotordurchmesser
s	$\mathbb{C}$		Frequenzparameter der Laplace-Transformation
$\underline{\underline{S}}$	$\mathbb{C}(s)^{(n_x+n_y)\times(n_x+n_u)}$		Erweiterte Übertragungsmatrix
t	$\mathbb{R}$	s	Zeit
t_h	$\mathbb{R}$	s	Optimierungshorizont des gleitenden Horizonts
t_p	$\mathbb{R}$	s	Zeitintervall des Polynoms der Störung
$t_{\mathcal{P}}$	$\mathbb{R}$	s	Zeitentwicklung entlang des Pfads (Timing)
t_s	$\mathbb{R}$	s	Zeitversatz des gleitenden Horizonts
$\underline{T}$	$\mathbb{R}^3$	$(\mathrm{m}/\mathrm{s}^2, \mathrm{m}/\mathrm{s}^2, \mathrm{m}/\mathrm{s}^2)^T$	Massenormierter Schub des Hauptrotors $\underline{T} = T\vec{T}$
$\underline{u}$	$\mathbb{R}^{n_u}$		Entscheidungsgröße (OSP) oder Führungsgröße
$\underline{u}_o$	$\mathbb{R}^3$		Streckeneingang des translatorischen Modells
$u_{\mathcal{P}}$	$\mathbb{R}$		Eingang der virtuellen Pfaddynamik
$\underline{u}_q$	$\mathbb{H}_1$		Führungsgröße der Lage als Quaternion
$\underline{u}_V$	$\mathbb{R}^3$	$(\mathrm{m}/\mathrm{s}, \mathrm{m}/\mathrm{s}, \mathrm{m}/\mathrm{s})^T$	Führungsgröße für die Geschwindigkeit
u_{ψ}	$\mathbb{R}$	rad	Führungsgröße für den Gierwinkel ψ
$\underline{v}$	$\mathbb{R}^{n_y}$		Pseudosteuergröße oder Entscheidungsgröße
$\underline{v}_{(\cdot)}$	$\mathbb{R}^{n_y}$		Größen bezogen auf die Pseudosteuergröße (PSG), mit $(\cdot) \in \{ad, fb, h, m, pid, rob\}$
$\underline{v}_i$	$\mathbb{R}^3$	$(\mathrm{rad}/\mathrm{s}^2, \mathrm{rad}/\mathrm{s}^3, \mathrm{rad}/\mathrm{s}^3)^T$	PSG des inneren Modells $(\dot{r}, \ddot{p}, \ddot{q})^T$
$\underline{v}_I$	$\mathbb{R}^4$	$(\mathrm{rad}/\mathrm{s}^2, \mathrm{m}/\mathrm{s}, \mathrm{rad}/\mathrm{s}^3, \mathrm{rad}/\mathrm{s}^3)^T$	PSG d. linearisierten inneren Modells $(\dot{r}, \dot{w}, \ddot{p}, \ddot{q})^T$
$\underline{v}_o$	$\mathbb{R}^3$	$(\mathrm{m}/\mathrm{s}^2, \mathrm{m}/\mathrm{s}^2, \mathrm{m}/\mathrm{s}^2)^T$	PSG des äußeren Modells $\dot{\underline{V}}$
v_T	$\mathbb{R}$		Entscheidungsgröße der Schubbeschl. ($v_T = \ddot{T}_m$)
$\underline{v}_{\omega}$	$\mathbb{R}^3$	$(\mathrm{rad}/\mathrm{s}^2, \mathrm{rad}/\mathrm{s}^2, \mathrm{rad}/\mathrm{s}^2)^T$	Entscheidungsgröße für die Drehraten ($\underline{v}_{\omega} = \ddot{\omega}_m$)
$\underline{V}$	$\mathbb{R}^3$	$(\mathrm{m}/\mathrm{s}, \mathrm{m}/\mathrm{s}, \mathrm{m}/\mathrm{s})^T$	Geschwindigkeit
$\dot{V}_{TR}$	$\mathbb{R}$	m/s^2	Mittlere Seitenbeschleunigung des Heckrotors
$\underline{\underline{V}}, \underline{\underline{V}}_0$	$\mathbb{R}^{n_{neur}\times(1+n_y+n_x)}$		Gewichte der verdeckten Schicht d. SHL NN
$\underline{\underline{W}}, \underline{\underline{W}}_0$	$\mathbb{R}^{n_y\times(1+n_{neur})}$		Gewichte der lin. Ausgangsschicht d. SHL NN
$\underline{x}$	$\mathbb{R}^{n_x}$		Zustandsvektor eines Modells
$\underline{y}$	$\mathbb{R}^{n_y}$		Ausgangsvektor eines Modells
$\underline{y}_f$	$\mathbb{R}^{n_y}$		Flacher Ausgang eines Modells
$\underline{y}_q$	$\mathbb{R}^4$		Kandidat für einen flachen Ausgang ($\underline{q}$)
$\underline{y}_{\omega}$	$\mathbb{R}^4$		Kandidat für einen flachen Ausgang($\underline{\omega}$)
$\underline{y}_{\mathcal{P}}$	$\mathbb{R}^{n_{\mathcal{P}}}$		Pfadkoordinaten als Ausgang der Strecke
$\underline{\underline{Z}}$	$\mathbb{R}^{(2+n_{neur}+n_x+n_y)\times(n_y+n_{neur})}$		Matrix der zeitabhängigen Netzgewichte aus $\underline{\underline{V}}, \underline{\underline{W}}$

Griechische Symbole

Sym.	Dim.	ggf. Einheit	Bedeutung
$\underline{\alpha}(\cdot)$	$\mathbb{R}^{n_y}$		Höchste Ableitungen der Systemfunktionen
β	$\mathbb{R}$	rad	Schiebewinkel
$\underline{\delta}$	$\mathbb{R}^{n_\delta}$		Streckeneingang, mit $n_\delta = 4 \rightarrow$ (lat, lon, ped, col)
$\underline{\Delta}$	$\mathbb{R}^{n_y}$		Modellunsicherheiten und externen Störungen
$\Delta(\cdot)$	-		Inkrementelle oder Differenzgröße von $(\cdot)$
ϵ	$\mathbb{R}$	rad	Verschiedene Winkel mit lokaler Bedeutung
ζ_e	$\mathbb{R}$		Dämpfung des Antriebsmodells
θ	$\mathbb{R}$	rad	Nickwinkelkomponente von $\underline{\Phi}$
τ	$\mathbb{R}$		Pfadparameter
τ_e	$\mathbb{R}$		Übergang zur Abbremsheuristik
τ_0	$\mathbb{R}$		Pfadparameter des Pfadanfangs
τ_{max}	$\mathbb{R}$		Pfadparameter des Pfadendes
$\underline{\tau}$	$\mathbb{R}^{n_z}$		Zustände der virtuellen Pfaddynamik
μ	$\mathbb{R}$		Fortschrittsgrad des Hauptrotors $^{V_K}/_{\Omega R}$
ν	$\mathbb{R}$	rad	Winkel für schuberhaltende Vorgabe
$\underline{\xi}$	$\mathbb{R}^{n_x}$		Brunovský-Zustände der Strecke
$\underline{\Xi}(\cdot)$	$\mathbb{R}^{n_x}$		Zustandstransformation in Normalform
ϕ	$\mathbb{R}$	rad	Rollwinkelkomponente von $\underline{\Phi}$
$\underline{\phi}(\cdot)$	$\mathbb{R}^{n_x}$		Abbildung des flachen Ausgangs auf die Zustände
$\underline{\Phi}$	$\mathbb{R}^3$	$(\mathrm{rad},\mathrm{rad},\mathrm{rad})^T$	Lage des Hubschraubers in Eulerwinkeln
ψ	$\mathbb{R}$	rad	Gierwinkelkomponente von $\underline{\Phi}$
$\underline{\psi}(\cdot)$	$\mathbb{R}^{n_u}$		Abbildung des flachen Ausgangs auf die Eingänge
$\underline{\omega}$	$\mathbb{R}^3$	$(^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}},^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}},^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}})^T$	Körperfeste Drehraten $\underline{\omega} = (p,q,r)^T$
ω_e	$\mathbb{R}$	$^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}$	Drehfrequenz des Antriebsmodells
$\underline{\varpi}$	$\mathbb{R}^3$	$(\mathrm{rad},\mathrm{rad},\mathrm{rad})^T$	Differenzwinkel aus Vorgabe und Referenzlage
Ω	$\mathbb{R}$	$^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}$	Drehfrequenz des Hauptrotors

Mengen und Räume

Sym.	Dimension	Bedeutung
$\bar{(\cdot)}$	$\mathbb{R}^n$	Beschränkung, z. B. beschränkter Eingangsraum $\bar{\mathcal{D}}$
$\mathcal{C}^c$	$\mathbb{R}^{n_\mathcal{P}}$	Differentiationsklasse der Ordnung c
$\mathcal{D}$	$\mathbb{R}^{n_\delta}$	Unbeschränkter Eingangsraum der Strecke
$\mathcal{P}$	$\mathbb{R}^{n_\mathcal{P}}$	Menge aller Punkte auf einem Pfad
$\mathcal{U}$	$\mathbb{R}^{n_u}$	Unbeschränkter Eingangsraum des Referenzmodells
$\mathcal{X}$	$\mathbb{R}^{n_x}$	Unbeschränkter Zustandsraum
$\mathcal{Y}$	$\mathbb{R}^{n_y}$	Unbeschränkter Ausgangsraum
$\mathcal{Y}_\mathcal{P}$	$\mathbb{R}^{n_\mathcal{P}}$	Ausgangsraum möglicher Pfade $\mathcal{Y}_\mathcal{P} \subseteq \mathcal{Y}$

Parametermatrizen

Sym.	Dimension	Bedeutung
$\underline{\underline{A}}_m$	$\mathbb{R}^{n_{x_m} \times n_{x_m}}$	Systemmatrix für das Design des Referenzmodells
$\underline{\underline{A}}_{m,i}$	$\mathbb{R}^{3\times 6}$	Systemmatrix für das Design des inneren Referenzmodells
$\underline{\underline{A}}_{m,o}$	$\mathbb{R}^{3\times 3}$	Systemmatrix für das Design des äußeren Referenzmodells
$\underline{\underline{A}}_p$	$\mathbb{R}^{n_{x_p} \times n_{x_p}}$	Systemmatrix der linearisierten Strecke
$\underline{\underline{B}}_{m,i}$	$\mathbb{R}^{3\times 3}$	Eingangsmatrix für das Design des Referenzmodells
$\underline{\underline{B}}_m$	$\mathbb{R}^{n_{u_m} \times n_{u_m}}$	Eingangsmatrix für das Design des Referenzmodells
$\underline{\underline{B}}_{m,i}$	$\mathbb{R}^{3\times 3}$	Eingangsmatrix für das Design des Referenzmodells
$\underline{\underline{B}}_{p,d}$	$\mathbb{R}^{n_{d_p} \times n_{d_p}}$	Eingangsmatrix der nicht beeinfluss. Eingänge der lin. Strecke
$\underline{\underline{B}}_{p,io}$	$\mathbb{R}^{n_{x_i} \times n_{x_o}}$	Kopplungsmatrix des inneren Hubschraubermodells
$\underline{\underline{B}}_{p,oi}$	$\mathbb{R}^{n_{x_o} \times n_{x_i}}$	Kopplungsmatrix des äußeren Hubschraubermodells
$\underline{\underline{B}}_{p,\delta}$	$\mathbb{R}^{n_{u_p} \times n_{u_p}}$	Eingangsmatrix des linearisierten Streckenmodells
$\underline{\underline{B}}_E$	$\mathbb{R}^{n_x \times n_y}$	Eingangsmatrix der linearisierten Fehlerdynamik
$\underline{\underline{C}}_p$	$\mathbb{R}^{n_y \times n_y}$	Ausgangsmatrix des Streckenmodells
$\underline{\underline{C}}_m$	$\mathbb{R}^{n_y \times n_y}$	Ausgangsmatrix des Referenzmodells
$\underline{\underline{\Gamma}}_V$	$\mathbb{R}^{n\times n}$	Matrix der Lernraten für $\underline{\underline{V}}$ des SHL NN mit $n = n_{neur}$
$\underline{\underline{\Gamma}}_W$	$\mathbb{R}^{n\times n}$	Matrix der Lernraten für $\underline{\underline{W}}$ des SHL NN mit $n = n_{neur} + 1$
$\underline{\underline{I}}^{n\times n}$	$\mathbb{R}^{n\times n}$	Einheitsmatrix der Dimension $n \times n$
$\underline{I}_i^n$	$\mathbb{R}^n$	Nullvektor der Dimension n mit 1 an Position i
$\underline{\underline{K}}_p$	$\mathbb{R}^{n_y \times n_y}$	Diagonalmatrix mit den Parametern eines P-Reglers
$\underline{\underline{K}}_{pid}$	$\mathbb{R}^{4\times 3}$	Parameter des Lage-PID-Reglers
K_r	$\mathbb{R}$	Verstärkung der Gierratenregelung
$\underline{\underline{K}}_V$	$\mathbb{R}^{6\times 3}$	Parameter der Geschwindigkeitsregelung
$\underline{\underline{P}}_E$	$\mathbb{R}^{n_x \times n_x}$	Matrix der Ljapunow-Funktion
$\underline{\underline{Q}}_e$	$\mathbb{R}^{n_y \times n_y}$	Hyperparametermatrix der Pfadabweichung
$\underline{\underline{Q}}_E$	$\mathbb{R}^{n_x \times n_x}$	Gewichtungsmatrix der Ljapunow-Funktion
$\underline{\underline{Q}}_\tau$	$\mathbb{R}^{n_\tau \times n_\tau}$	Hyperparametermatrix der dynamischen Anforderungen
$\underline{\underline{R}}$	$\mathbb{R}^{n\times n}$	Hyperparametermatrix zur Regulierung, mit $n = n_u + n_x + 1$
$\underline{\underline{V}}_{tc}$	$\mathbb{R}^{n_x \times n_x}$	Hyperparametermatrix am Pfadende (*Terminal Cost*)

Häufige Subskripte und		Superskripte	
$(\cdot)_0$	Anfangsbedingung	$\bar{(\cdot)}$	Globalisierte Zustandsgröße, beschränkte Mengen und Räume, konjugierter Operator / Quaternion
$(\cdot)_a$	Größen der Aktuatormodelle	$\hat{(\cdot)}$	Geschätzte Größen
$(\cdot)_A$	Größen mit Bezug zur Anströmung	$\vec{(\cdot)}$	Richtungsvektor ($\underline{T} = T\vec{T}$, $\|\vec{T}\| = 1$)
$(\cdot)_b$	$(\cdot)$ in körperfesten Koordinaten	$(\cdot)^*$	Ergebnis einer Optimierung
$(\cdot)_c$	Ext. Führungsgröße (Kommando)	$(\cdot)^i$	Iterationszähler der Pfadfolge
$(\cdot)_{fb}$	Größen der Rückführung	$(\cdot)^{(\underline{r})}$	Vektor höchster Ableitungen (vektor-relativer Grad $\underline{r}$)
$(\cdot)_{ff}$	Größen der Vorsteuerung	$(\cdot)^T$	Transponierte
$(\cdot)_g$	Variable in geodät. Koordinaten		
$(\cdot)_i$	Variable des inneren Modells		
$(\cdot)_I$	Variable des lin. Modells (vgl. $(\cdot)_O$)		
$(\cdot)_j$	Häufige gewählter Zähler		
$(\cdot)_K$	Größen gegenüber der Erde		
$(\cdot)_m$	Variable des Referenzmodells		
$(\cdot)_o$	Äußere Variablen (z. B. äußeres Teilsystem)		
$(\cdot)_O$	Variablen des äußeren Teils der linearen Strecke (u,v,ϕ,θ)		
$(\cdot)_p$	Variablen der Strecke		
$(\cdot)_\mathcal{P}$	Variablen mit Pfadbezug		
$(\cdot)_r$	Referenz / dynamische Vorgabe		
$(\cdot)_T$	Trimmwerte (Stützstelle der Arbeitspunktmodelle)		
$(\cdot)_W$	Variable mit Windbezug		
$\underline{(\cdot)}$	Spaltenvektor		
$\underline{\underline{(\cdot)}}$	Matrix		

1 Problembeschreibung und Literaturübersicht

Auf dem Weg zunehmender Autonomie ist die Navigation die grundlegendste Fähigkeit zur Automation von Schiffen, Bodenfahrzeugen oder Flugzeugen. Es hat sich etabliert, die Navigation in drei Elemente zu unterteilen: die aktuelle Ortsbestimmung, die Routenplanung und die Umsetzung geplanter Routen unter Unsicherheiten und Störungen. Diese Unterteilung ist auch die gebräuchlichste Form der Zerlegung in systemische Komponenten. Zur Realisierung der Selbstverortung auf bestehenden oder ad hoc generierten Karten wird ein Navigationsfilter genutzt. Eine Routen- oder Pfadplanung berechnet eine optimale Bahn zwischen der aktuellen Position und dem Ziel. Schlussendlich obliegt es der Regelung, der vorgegebenen Bahn zu folgen und somit die Aufgabe bzw. Mission umzusetzen.

Diese vereinfachte Beschreibung der Automatisierung eines unbemannten Hubschraubers ermöglicht die Verortung der vorliegenden Arbeit, die auf die Schnittstelle zwischen berechnetem Pfad und Flugregelung fokussiert. Es wird argumentiert, dass es einen Übergangsbereich zwischen sehr kleinräumigen Aufgaben gibt, die nur mit gleichzeitiger Geometrie- und Zustandsoptimierung lösbar sind, und großräumigen Routennetzwerken, denen ein Hubschrauber mit stationären und regelungstechnisch einfachen Flugzuständen folgt. Für diesen Übergangsbereich, in dem sich Pfade mit Schleifen und Kurven ergeben, die in ihrer Ausdehnung wenige Vielfache des Hauptrotordurchmessers annehmen, lohnt sich die genauere Betrachtung eines speziellen regelungstechnischen Problems: die Pfadfolge.

1.1 Wissenschaftliche Fragestellung und Beiträge

Kontext Bei ausreichend langsamem Flug wird deutlich, dass ein schwebefähiger Hubschrauber einem Pfad genau folgen kann. Unter einem Pfad wird eine geometrische Darstellung der zu fliegenden Bahn $\underline{p}_{\mathcal{P}}(\tau)$ in Abhängigkeit eines Pfadparameters τ verstanden (vgl. Abbildung 1.1).

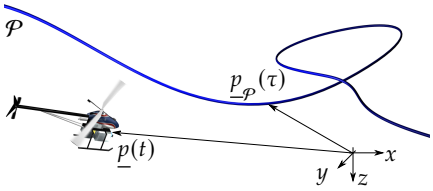


Abbildung 1.1: Geometrischer Pfad als Flugbahn

Der zeitliche Bezug der Position – das Geschwindigkeitsprofil entlang des Pfads und damit die zugehörige Trajektorie – ist zum Zeitpunkt der Missionsdefinition noch nicht festgelegt. Er hängt vielmehr von den Missionszielen und der Flugleistung des Hubschraubers ab. So lassen sich Pfade durch gewünschte Eigenschaften weiter spezifizieren, etwa durch eine vorgegebene Geschwindigkeit oder die Ausrichtung fest ausgerichteter Sensorik an Bord.

Je höher die dynamischen Anforderungen dabei sind, beispielsweise bei hohen Geschwindigkeiten entlang gekrümmter Pfade, desto schwieriger wird es, diesen Pfaden präzise zu folgen. In solchen Fällen ist ein optimaler Kompromiss zwischen den Leistungsgrenzen des Hubschraubers, den dynamischen Anforderungen und der Genauigkeit der Pfadfolge erforderlich.

Die Fähigkeit eines Hubschraubers einer präzisen Folge hängt stark von der zugrunde liegenden Flugregelung ab. Für deren Realisierung werden mathematische Modelle der Hubschrauberdynamik verwendet. Die Kosten für die Identifikation solcher Modelle übersteigen bei kleineren Hubschraubern jedoch häufig das verfügbare Budget in der Entwicklungsphase dieser Systeme. Zudem begrenzt die geringe Nutzlast die erzielbare Qualität der dafür notwendige Instrumentierung. Darüber hinaus beeinflusst das Nutzlastgewicht die Flugphysik bei kleinen Hubschraubern deutlich stärker als bei größeren oder bemannten Systemen. Daher besteht ein besonderer Bedarf an Regelungsverfahren und bordseitiger Algorithmik, die mit reduziertem Modellwissen zuverlässig arbeiten können.

In der Praxis wird angestrebt, mit einfachsten Modellen, wie einem linearen Schwebeflugmodell, möglichst große Bereiche der Flugenveloppe nutzbar zu machen. Verfahren wie die adaptive Modellfolgeregelung wurden hier erfolgreich für unbemannter Hubschrauber eingesetzt, siehe hierzu Johnson und Kannan (2005)[1] sowie Lorenz (2012)[2].

[1] Johnson und Kannan stellen einen neuroadaptiven Flugregler mit explizitem Referenzmodell vor und validieren anhand von Flugversuchen eines Yamaha RMAX dessen Leistungsfähigkeit. Der auch für die vorliegende Arbeit wesentliche Beitrag des Pseudo-Control-Hedgings (PCH) hat hier seinen Ursprung. Mithilfe von PCH ist es möglich, dynamische Anteile der Fehlerdynamik vor der Adaption zu verbergen, die nur zur Kompensation statische Zusammenhänge geeignet ist.

[2] Lorenz stellt einen neuroadaptiven Flugregler für einen kleineren Hubschrauber dar, der auch in der vorliegenden Arbeit zum Einsatz kommt. Eine besondere Neuerung ist das rückführungsfreie PCH, welches die Aktuatorik auch ohne deren gemessene Zustände vor der Adaption verbergen kann. Dadurch können die Effekte von Verzögerungen durch Rotorstabilisierungen, wie sie beispielsweise bei Bell-Hiller-Stabilisatoren auftreten, berücksichtigt werden, ohne dass die Rotorzustände gemessen werden müssen.

Bei diesen Regelungsansätzen kommen neben klassischen PID-Reglern auch künstliche neuronale Netze in der Rückführung zum Einsatz, um Modellunsicherheiten zu kompensieren. Diese neuroadaptiven Ansätze arbeiten mit einer expliziten Modellfolge, bei der die gewünschten Zustandsverläufe nicht direkt berechnet und kommandiert, sondern durch ein dynamisches Referenz- oder Kommandomodell erzeugt werden. Dieses Referenzmodell erfüllt zwei zentrale Aufgaben: Einerseits prägt es der Strecke ein gewünschtes Übergangsverhalten für Änderungen der Vorgabe auf, andererseits liefert es konsistente, fliegbare Zustandsverläufe für eine modellbasierte Vorsteuerung.

Bisherige Anwendungen setzten den Positionsregelkreis als äußersten Kreis einer Regelkaskade um. Soll die Wegpunktfolge jedoch nicht über lineare Bahnen, sondern über gekrümmte Pfade angeflogen werden, führt das Einschwingverhalten des Referenzmodells systematisch zu einer Abweichung, wie von Lorenz und Dauer (2012)[3] gezeigt wurde.

Bei dem Umgang mit dieser Pfadabweichung setzt die vorliegende Arbeit an. Ziel ist es, eine Schnittstelle zwischen neuroadaptiver Regelung und einer optimierungsbasierten Trajektorienberechnung zu schaffen, die auch unter Unsicherheiten und eingeschränkter Modellkenntnis eine genaue sowie anforderungsgerechte Pfadfolge zulässt. Bei der entsprechenden Erweiterung eines Regelungssystems stellen sich folgende Fragen:

Wissenschaftliche Fragestellung

Wie kann ein neuroadaptiver Regelungsansatz für unbemannte Hubschrauber um die Pfadfolge ergänzt werden, sodass sich eine möglichst präzise Folge nichtlinearer Pfade ergibt, dynamische Anforderungen und Leistungsgrenzen berücksichtigt und zugleich Missionsformen jenseits der Pfadfolge weiterhin ermöglicht werden?

Von dieser übergeordneten Fragestellung lassen sich mehrere Einzelfragen ableiten, deren Beantwortung das übergeordnete Problem löst. Zunächst wird ein Rahmenwerk gesucht, um das Problem der Pfadfolge für einen unbemannten Hubschrauber zu formulieren und die Aufgabe mathematisch zu beschreiben.

i. Welches mathematische Rahmenwerk eignet sich, um das Problem der Pfadfolge für einen unbemannten Hubschrauber mit bekannten Leistungsgrenzen zu formulieren und es mit den Werkzeugen der Regelungstechnik lösbar zu machen?

[3] Lorenz und Dauer zeigen, wie eine Annäherung des geschlossenen Regelkreises mit einer konstanten Totzeit bereits zu einer Pfadfolgeverbesserung führt.

Im Anschluss sind die Ursachen von Pfadabweichungen zu untersuchen, um diese zu minimieren.

ii. Welche Ursachen sorgen bei einem mit expliziter Modellfolge und neuroadaptiver Regelung stabilisierten unbemannten Hubschrauber für Abweichungen vom gewünschten Pfad?

Die Gründe, warum bei taktischen oder kleinen unbemannten Hubschraubern in der Regel mit Modellunsicherheiten zu rechnen ist, wurden bereits erwähnt und spielen eine wesentliche Rolle.

iii. Welchen Einfluss hat die Modellunsicherheit des flugmechanischen Modells auf die Qualität der Pfadfolge?

Die Pfadfolge erfordert eine Ergänzung des Flugregelungsansatzes. Wie sich erweisen wird, sind außerdem Anpassungen am Referenzmodell empfehlenswert. Dies darf jedoch nicht dazu führen, dass eine Pfadspezifikation eine unverzichtbare Komponente der Flugregelung wird, um auch weiterhin andersartige Missionstypen zu ermöglichen. Hieraus leitet sich die letzte Frage ab:

iv. Wie lässt sich ein neuroadaptiver Flugregler um eine systematische Lösung der Pfadfolge erweitern, ohne dabei die bisherigen Fähigkeiten der Flugregelung einzuschränken?

Arbeitsthese Der Kern der vorgestellten Lösung lässt sich in folgender Hypothese zusammenfassen:

Unter Verwendung des expliziten Referenzmodells als Näherung der Dynamik des geschlossenen Regelkreises lässt sich bei einem adaptiv geregelten Hubschrauber der Brückenschlag zwischen geringer Modellkenntnis und optimierungsbasierten Ansätzen realisieren und somit eine genaue Pfadfolge erreichen.

Beiträge Aus der Literatur sind drei verschiedene grundlegende Varianten der Pfadfolge für dynamische Systeme gebräuchlich: die rein geometrische Pfadfolge (Cabecinhas et al. 2009), die geometrische Pfadfolge mit dynamischen Randbedingungen (Skjetne 2005; Lorenz und Dauer 2012) sowie die optimierungsbasierte Berechnung eines Timings entlang des Pfads und Behandlung als nichtlineares, modellprädiktives Regelungsproblem (Faulwasser und Findeisen 2016)[4]. Dabei birgt der optimierungsbasierte Ansatz das

[4] Die Arbeit von Faulwasser und Findeisen bildet ein wesentliches Fundament für die vorliegende Arbeit. Darin werden optimierungsbasierte Ansätze für Pfadfolgeprobleme mit Methoden der modellprädiktiven Regelung (MPC) entwickelt und anhand von Roboterarmen validiert.

größte Potenzial in Bezug auf die Generalisierbarkeit der Lösung und die erzielbare Folgegenauigkeit. Allerdings benötigen diese Verfahren genau das, was in der beschriebenen Anwendung nicht vorliegt: ein möglichst genaues Modell der Regelstrecke.

Das Ergebnis dieser Arbeit ist eine kombinierte Lösung aus einem neuroadaptiven Flugregler und einer optimierungsbasierten Generierung von Kommandotrajektorien für diesen Regler. Ergänzend wird eine iterative Methode vorgestellt, welche die Ergebnisse der Adaption in der Kommandogenerierung bei erneutem Flug eines Pfads berücksichtigt und so eine schrittweise Verbesserung der Pfadfolge ermöglicht. Nichtlineare Beispielpfade dienen dem experimentellen Nachweis und der Diskussion der Eigenschaften der vorgeschlagenen Lösung. Die Beiträge dieser Arbeit lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die mit NDI (nonlinear dynamic inversion) durchgeführte Linearisierung wird durch eine flachheitsbasierte, rückführungsfreie Linearisierung nach Hagenmeyer und Delaleau (2010)[5] ersetzt. Dadurch können sowohl Systemkopplungen als auch Eingangsableitungen, die durch die Zustandstransformation in Normalform entstehen, systematisch berücksichtigt werden. Ein Vergleich der beiden Linearisierungen erlaubt eine Einflussanalyse der Modellkenntnis auf die erreichbare Pfadfolgegenauigkeit.
- Der optimierungsbasierte Pfadfolgensatz von Faulwasser und Findeisen (2016) wird auf unbemannte Hubschrauber mit neuroadaptiver Regelung übertragen. Das Referenzmodell dient dabei als Näherung der geschlossenen Regelkreisdynamik und ermöglicht die Erzeugung fliegbarer Kommandoverläufe entlang gegebener Pfade.
- Zur iterativen Verbesserung der Pfadfolge wird ein Ansatz mit Störungsschätzer entwickelt. Dieser erlaubt es, die Wirkung der adaptiven Rückführung als pfadfesten Beschleunigungsterm in die Trajektorienoptimierung einzubringen. Dadurch lässt sich bei wiederholtem Abfliegen eine Verbesserung der Pfadfolge erreichen.
- Das Referenzmodell wird so erweitert, dass sich durch eine Eingangstransformation eine numerisch vorteilhaftere Problemformulierung ergibt. Diese erlaubt die Verwendung eines Codegenerierungsansatzes zur Echtzeitoptimierung und führt zu einer Beschleunigung der Berechnung um den Faktor 50.

[5] Hagenmeyer und Delaleau schlagen eine exakte Linearisierung ohne Rückführungen in der Vorsteuerung vor, die auf differentieller Flachheit basiert. Diese Arbeit ermöglicht die Berücksichtigung externer, unbeeinflussbarer Größen in der Vorsteuerung. In der vorliegenden Arbeit wird dieser Ansatz verwendet, um das rückführungsfreie PCH auf differentiell flache Systeme zu erweitern und Windmessungen als externe Eingänge in der Flugregelung zu berücksichtigen.

- Das manuelle Einstellen von Hyperparametern der Optimierung ist ein zeitintensiver Vorgang. Da die erreichten Parametersätze auch die Rechenzeit beeinflussen, ist ein objektiver Vergleich verschiedener Problemformulierungen nicht direkt möglich. Um diesen Nachteil zu überwinden, wird ein automatisiertes Hyperparametertuning formuliert. Dadurch lassen sich einheitliche Tuningparameter für unterschiedliche Pfade ermitteln, die gleichzeitig rechenzeitoptimal sind. Dieser Schritt gestattet einen belastbaren Rechenzeitvergleich der verschiedenen Problemformulierungen.
- Es erfolgen die Beschreibung einer prototypischen Implementierung und die experimentelle Validierung des hergeleiteten Pfadfolgeansatzes.

Nach der Einführung gliedert sich die Arbeit in vier Hauptkapitel. Zunächst stellt Kapitel 2 den Ansatz der Pfadfolge adaptiv geregelter Systeme dar. Kapitel 3 ist der speziellen Umsetzung dieses Ansatzes für einen konkreten unbemannten Hubschrauber ARTIS (Autonomous Rotorcraft Testbed for Intelligent Systems) gewidmet, der vom DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V.) als Technologiedemonstrator betrieben wird. In Kapitel 4 finden eine experimentelle Untersuchung sowie ein Nachweis in Simulation und realem Flugexperiment statt, deren Ergebnisse diskutiert werden. Ein Rückblick auf die hier genannten Forschungsfragen rundet das Kapitel ab. Abschließend werden in Kapitel 5 die Ergebnisse resümiert, in den aktuellen Diskurs der unbemannten Luftfahrt eingeordnet und mögliche Anschlussfragestellungen vorgeschlagen. Die bereits erfolgten Veröffentlichungen werden in den Darstellungen der Beiträge der jeweiligen Kapitel eingeordnet.

Der folgende Abschnitt des Einführungskapitels ordnet das Thema in die bestehende Literatur ein. Dafür wird zuerst auf die adaptive Modellfolgeregelung unbemannter Hubschrauber unter Berücksichtigung von Leistungsgrenzen eingegangen. Anschließend erfolgt ein allgemeiner Überblick über die bestehende Literatur der Pfadfolge unbemannter Hubschrauber.

1.2 Regelung unbemannter Hubschrauber mit adaptiver Modellfolge

Ein Verfahren zur adaptiven Modellfolge findet in der vorliegenden Arbeit Anwendung, das für unbemannte Hubschrauber durch das Georgia Institute of Technology Verbreitung erfuhr (Prasad et al. 1999; Hovakimyan et al. 2001; Johnson und Kannan 2002; Johnson und Kannan 2005). Dabei handelt es sich um einen direkten adaptiven

Regelungsansatz, der dem System ein dynamisches Referenzmodell aufprägt. Ein approximiertes Streckenmodell wird für eine Inversion verwendet und mittels flacher neuronaler Netze erfolgt eine Kompensation von Modellfehlern. Ein großer Vorteil gegenüber anderen Verfahren besteht darin, dass nur geringe Modellkenntnis, etwa über ein lineares Schwebeflugmodell, notwendig ist, um dennoch eine ausreichende Regelgüte auch bei höherer Fluggeschwindigkeit zu erreichen (Lorenz 2010; Lorenz 2012).

Modellinversion Prasad und Lipp (1993) zeigen, dass ein bemannter Hubschrauber mittels einer näherungsweisen Inversion stabilisierbar ist und auch anspruchsvolle Manöver wie der Elliptic Turn möglich sind. Spätere Untersuchungen zur Linearisierbarkeit von Modellen unbemannter Hubschrauber zeigen jedoch, dass ein genaueres Festkörpermodell mit Rotor- und externen Kräften mittels statischer Rückführung nicht exakt linearisierbar ist, da sich indifferente Nulldynamiken einstellen. Unter der Annahme, dass der Schub senkrecht auf dem Hubschrauber steht und alle weiteren Kräfte als Störungen behandelt werden, ergibt sich ein differentiell flaches und damit exakt linearisierbares Modell (Koo und Sastry 1998). Wird diese Vereinfachung im äußeren Kreis einer Reglerkaskade eingesetzt, so ergibt sich die sogenannte *äußere Flachheit*. Ein innerer Regelkreis stabilisiert die Lage des Hubschraubers; die äußeren Größen der Position und des Gierwinkels werden als flache Ausgänge verwendet (van Nieuwstadt und Murray 1997; Koo und Sastry 1999). Flugversuche von Koo et al. (2001) bestätigen die Praxistauglichkeit dieses Ansatzes.

Ist dieses Modell zu ungenau und die Struktur der Unsicherheit unbekannt, so kommen adaptive Regelungsverfahren mit neuronalen Netzen zum Einsatz (Holzapfel 2004). Diese Verfahren arbeiten überwiegend mit instantanen Updates der Netzgewichte mittels Fehler-Rückpropagation. Der Nachteil liegt in der mangelnden Gewichtsbegrenzung bei externen Störungen. Es wurden verschiedene Modifikationen entwickelt, um einen solchen Parameterdrift zu vermeiden. Eine Übersicht hierzu liefert Kim (2003).

Pseudo-Control-Hedging Ein weiteres Problem tritt auf, wenn das Referenzmodell Stellgrößen erzeugt, die zur Aktuatorsättigung führen, ohne diese zu berücksichtigen. Es ist nicht wünschenswert, dass neuronale Netze in diesen Fällen versuchen, den aufkommenden Fehler auszugleichen. Als Lösung wurde das sogenannte Pseudo-Control-Hedging (Pch) eingeführt (Johnson 2000; Johnson und Calise 2001). Mithilfe dieser Erkenntnisse waren Flugversuche möglich, welche die hohe Qualität dieses Regelungsansatzes für unbemannte Hubschrauber belegen (Prasad et al. 1999; Johnson und Kannan 2002; Johnson und Kannan 2005). Bei leichteren Hubschraubern mit Rotorstabilisatoren erweist sich die Berücksichtigung der Rotordynamik als sinnvoll. Da Rotorzustände jedoch nicht

einfach mess- oder schätzbar sind, ist eine direkte Rückführung in das Referenzmodell erschwert. Lorenz (2012) zeigt deswegen, wie PCH so modifiziert werden kann, dass anstelle der Streckenzustände die Zustände des Referenzmodells verwendet werden können. Die Gleichungen der Aktuatormodelle werden auf diese Weise ein expliziter Teil des Referenzmodells.

Wesentliche Grundlagen Neuroadaptive Modellfolge ist ein ausführlich untersuchter Regelungsansatz. Eine umfassende Darstellung würde den Rahmen dieser Arbeit übersteigen. Eine wichtige Entwicklung stellt allerdings die adaptive Berücksichtigung von Flugbereichsgrenzen dar (Yavrucuk et al. 2003; Unnikrishnan 2006; Yavrucuk et al. 2009), deren Konzepte auch im bemannten Flug Anwendung finden (Yavrucuk und Prasad 2012).

Um den vom Referenzmodell erzeugten Trajektorien genau zu folgen, sind in der Regel hohe Lernraten notwendig, die jedoch zu Schwingungen im geschlossenen Regelkreis führen können. Durch Tiefpassfilterung der Eingangskanäle lassen sich die Aktuatoren mit begrenzter Dynamik beaufschlagen, was höhere Lernraten ermöglicht. Das resultierende Regelungssystem ist unter dem Begriff der $\mathcal{L}_1$-adaptiven Regelung bekannt (Hovakimyan und Cao 2010). Dieser Ansatz erfordert jedoch eine indirekte Model-Reference-Adaptive-Control(MRAC)-Struktur und sehr hohe Abtastraten. Bei Bevorzugung direkter Ansätze mit niedrigeren Abtastraten lassen sich Transienten auch durch zusätzliche dynamische Rückkopplungen im Referenzmodell verbessern (Yucelen und Johnson 2012; Magree et al. 2012).

Beispiele für die Forschung an verwandten Themen sind die Erweiterung der instantanen Rückpropagation um die längerfristige Regelhistorie (Johnson und Oh 2004; Chowdhary 2010; Chowdhary und Johnson 2011) und die Verwendung von Kalman-Filtern für das Training der neuronalen Netze (Yucelen und Calise 2010; Kim 2011).

1.3 Pfadfolge dynamischer Systeme

Vorbemerkungen Im Vergleich zur Sollwert- oder Trajektorienregelung ist die Betrachtung der Pfadfolge als eigenständiges Problem vergleichsweise wenig verbreitet. Die Pfadfolge bietet allerdings einige Vorteile gegenüber der Trajektorienregelung, da sie den zusätzlichen Freiheitsgrad der zeitlichen Zuordnung der Position auf der Geometrie sinnvoll nutzbar macht. In den 80er-Jahren beschäftigten sich frühe Arbeiten mit der optimierungsbasierten Pfadfolge mittels Vorsteuerung für Anwendungen der Robotik (Shin und McKay 1985). In der Nautik wurde bald systematisch zwischen zwei

möglichen Arten der Pfadfolge unterschieden. Dabei wird das rein geometrische Problem von dem Fall abgegrenzt, bei dem zusätzlich dynamische Anforderungen wie ein Geschwindigkeitsprofil vorgesehen sind. Als *Manöverproblem* bezeichnen Skjetne et al. (2004) und Skjetne 2005 die Variante mit dynamischen Anforderungen. Dabei wird eine Priorisierung vorgenommen, bei der die Genauigkeit der Pfadfolge gegenüber der Geschwindigkeitsfolge übergeordnet ist. Für Fluggeräte ist diese Priorisierung jedoch nicht immer sinnvoll. Wird das Manöverproblem – unabhängig davon, welcher Forderung der Vorzug gegeben wird – verallgemeinert, so lassen sich viele der bereits entwickelten Verfahren für Hubschrauber dieser Kategorie zuordnen.

Der Begriff *Manöver* ist in der Planung mit Bewegungsprimitiven unbemannter Fluggeräte jedoch bereits anderweitig belegt. Deshalb unterscheiden die Bezeichnungen *geometrischer Pfadfolge* und *Pfadfolge mit dynamischer Anforderung* in der vorliegenden Arbeit beide Varianten. Dabei ist der Bahnfortschritt nicht fest an die dynamischen Anforderungen gekoppelt, sondern wird separat als nebenstehende Vorgaben berücksichtigt. Je nach Regelungsgesetz wird entweder die Pfad- oder die Geschwindigkeitsgenauigkeit priorisiert. Eine dritte Variante ergibt sich, wenn alle Zustandsverläufe direkt aus dem Pfad berechnen werden können: In diesem Fall entsteht eine Trajektorienregelung (vgl. Abbildung 1.2 zur Veranschaulichung).

Im Gegensatz zur Trajektorienfolge kann der zusätzliche Freiheitsgrad des Pfadparameters für verschiedene Randbedingungen der Regelung verwendet werden. Es wurde gezeigt, dass der Bahnfortschritt bei linearen Systemen zur Stabilisierung von Nicht-Minimalphasigkeiten (Aguiar et al. 2004) und für nichtholonome Systeme (Aguiar und Hespanha 2007) verwendet werden kann. Ähnliches gilt für gewisse nichtlineare Systeme mit linearer, aber instabiler Nulldynamik. Für nichtminimalphasige Systeme konnte ebenfalls demonstriert werden, dass sich die Folgegenauigkeit, gemessen durch die Funktionsnorm $\mathcal{L}_2$, verbessert und dass Zustandsverläufe geglättet werden können (Aguiar et al. 2005; Aguiar et al. 2008).

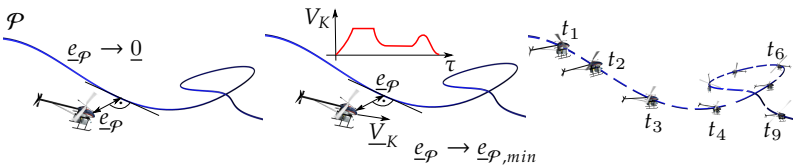


Abbildung 1.2: Varianten der Pfadfolge: (a) rein geometrisch, (b) mit dynamischen Randbedingungen, (c) als Trajektorie

Auch bei bemannten Hubschraubern treten Pfadfolgeprobleme auf. So beschreibt Strohmaier (2011) ein Verfahren zur Pfadberechnung für den Landeanflug, bei dem ein dreidimensionaler B-Spline mit einem geschwindigkeitsabhängigen Profil kombiniert wird. Dabei fließen Bahngeometrie, Komfortanforderungen und Windverhältnisse ein. Welche Art von Pfadfolge (geometrisch, dynamisch, Trajektorie) verwendet wird, bleibt jedoch offen. Petit et al. (2019) setzen kubische Splines ein, um großräumige Pfade mit Wegpunkten zu verbinden und auf diese Weise glatte Vorgabeverläufe zu generieren.

Im Folgenden werden die bekannten Verfahren zur Pfadfolge unbemannter Hubschrauber anhand der drei Kategorien eingeordnet. Es handelt sich hierbei um eine aus der Anwendung motivierte Kategorisierung. Eine alternative Klassifikation nach Regelungsmethoden sowie deren Anwendung auf vereinfachte Multicoptermodelle bieten Rubí et al. (2019).

1.3.1 Geometrische Pfadfolge

Bei der geometrischen Pfadfolge bildet sich der Pfad durch eine räumliche, vom Pfadparameter τ abhängige Kurve. Der Fortschritt des Bahnparameters ist bis auf einen positiven Gradienten frei wählbar. Erste Arbeiten behandeln das Problem der Pfadfolge für allgemeine Systeme (Isidori 1995) sowie für nichtholonome Systeme (Frezza et al. 1998).

Eine der ersten Arbeiten zur Pfadfolge unbemannter Hubschrauber identifizierte die Modellgenauigkeit der wirkenden Kräfte als begrenzenden Faktor für die Folgegenauigkeit (Mahony und Lozano 2000). Dazu zählen z. B. Luftwiderstand der Rotoren und der Zelle. Externe Einflüsse wie Wind werden hier noch nicht berücksichtigt. Als Lösung wird vorgeschlagen, diese Unsicherheiten mit robusten Reglern und hoher Verstärkung zu kompensieren. Praktisch ist diese Argumentation allerdings fragwürdig, da eine große Verstärkung die Aktuatoren mit heftigen Stellsignalen beaufschlagt und auch das Messrauschen in die Strecke zurückführt.

Wenn vom Hubschrauber gefordert wird, dass er sich relativ zur Bahn ausgerichtet bewegt, lassen sich die in Frezza (1999) vorgestellten Verfahren nutzen. Ausgangspunkt ist eine inertial repräsentierte Raumkurve. Vom aktuellen Zustand des Hubschraubers aus wird in körperfesten Koordinaten eine Splinebahn berechnet, die sich mit einem definierten Abstand an die Raumkurve anschmiegt. Diese stückweise körperfeste, zeitvariante Bahn wird zur Vorgabeberechnung verwendet. Die Simulation eines generischen Hubschraubermodells zeigt die grundsätzliche Funktionalität. Allerdings beschränkt

sich das Verfahren auf eine relative Blickausrichtung zur Bahn, und bei komplexeren 3D-Pfaden kann es zu Schwingungen des lokalen Pfads um die Referenz ohne Konvergenz zur Sollbahn kommen.

Eine explizite Betrachtung der geometrischen Pfadfolge für Hubschrauber findet sich in der Literatur selten. Für allgemeine Systeme wird das Problem oft gelöst, indem dem Bahnparameter τ eine lineare Dynamik aufgeprägt wird. Die gewählte höchste Ableitung dient dem Regelungssystem als zusätzlicher virtuellen Eingang. Der Pfad wird so als eindimensionale Mannigfaltigkeit betrachtet und mit der Strecke gekoppelt (Aguiar et al. 2005).

Für Multicopter konnte eine solche Variante mittels Backstepping gezeigt werden (Cabecinhas et al. 2009). Die Autoren setzen allerdings voraus, dass sich die auf den Copter wirkenden Kräfte ausschließlich aus der Gewichtskraft und dem Schub zusammensetzen, der vertikal auf dem Copter angenommen wird. Im Gegensatz zu adaptiven Ansätzen, bei denen diese Annahme häufig getroffen wird, lassen sich weitere externe Kräfte nicht ohne Weiteres berücksichtigen.

1.3.2 Pfadfolge mit dynamischen Anforderungen

Für die meisten Anwendungen unbemannter Systeme reicht eine rein geometrische Folge nicht aus. In vielen Fällen müssen neben der Bahn auch dynamische Anforderungen erfüllt werden, etwa Geschwindigkeits- oder Beschleunigungsprofile, die über den Pfadparameter mit der Bahn verknüpft sind. Conte et al. (2004) stellen ein konstantes Geschwindigkeitsprofil für Splinesegmente zweiter Ordnung vor, das lokal durch maximale Roll- und Gierwinkel beschränkt wird. Zudem wird eine Zustandsmaschine zur Behandlung der Segmentumschaltung eingeführt. Die Pfadfolge agiert als äußerer Kreis zu einem proprietären Regelkreis.

Takahashi et al. (2008) beschrieben Pfade, die lineare Abschnitte mit kubischen Kockanek-Bartels-Splines kombinieren. Unter Berücksichtigung der Reisegeschwindigkeit und des maximalen Rollwinkels wird ein einfaches Geschwindigkeitsprofil erzeugt. Die Pfadregelung bildet erneut den äußersten Kreis einer Reglerkaskade: Ein PI-Regler stabilisiert das System und das Geschwindigkeitsprofil wird zur Vorsteuerung genutzt.

Lorenz und Adolf (2011) stellen eine Verbesserung der Geschwindigkeitsprofilerzeugung für kubische Splines vor. Dabei wird die Beschleunigungsreserve des Hubschraubers explizit im Profil berücksichtigt. Um ein rechtzeitiges Verzögern zu gewährleisten, wird rückwärts in der Zeit geprüft, ab wann das Bremsmanöver einzuleiten ist. Lorenz und Dauer (2012) erweitern diesen Ansatz um eine pfadabhängige Zeitkonstante, sodass

zukünftige Bahnabschnitte berücksichtigt werden. Das Übertragungsverhalten des geschlossenen Regelkreises wird hierbei als Totzeit abgeschätzt und zukünftige Vorgaben werden kommandiert, was zu einer deutlich verbesserten Folgegüte führt. Allerdings ist diese Approximation aufgrund der Nichtlinearität des Problems pfad- und geschwindigkeitsabhängig, was eine Generalisierung erschwert.

Brandão et al. (2010) entwickeln zunächst einen Trajektorieregler auf Basis eines Lagrange-Modells, auf dessen Grundlage von Brandão et al. (2011) ein Pfadfolgeansatz erarbeitet wird. Hier wird ein Geschwindigkeitsprofil verwendet, das auf der maximal zulässigen Geschwindigkeit basiert und mit der aktuellen Ablage skaliert wird. Die Stabilisierung erfolgt durch eine nichtlineare, mittels einer Ljapunow-Funktion motivierte Reglersynthese. Die hiermit erreichbare Pfadfolgegüte entsteht ausschließlich durch die Rückführung und bleibt somit inhärent begrenzt, insbesondere in transienten Vorgängen krümmungs- oder beschleunigungsvariabler Bahnen.

1.3.3 Trajektorienbasierte Pfadfolge

Im Fall der trajektorienbasierten Pfadfolge ergeben sich zwei Teilaufgaben: die Berechnung der Trajektorie aus dem Pfad und die Trajektorienfolge. Verschiedene Beispiel für die zweite Teilaufgabe zur Trajektorienfolgeregelung unbemannter Hubschrauber sind:

- rückführungsbasierte Linearisierung mittels Modellinversion (NDI) mit adaptivem Anteil unter Verwendung eines Schwebeflugmodells (Johnson und Kannan 2005; Lorenz 2012),
- Inversion bei genauer Modellkenntnis (Brandão et al. 2010) und in hybriden Strukturen, einschließlich Robustheit gegenüber Parameterunsicherheit (Marconi und Naldi 2007; Marconi und Naldi 2008),
- Backstepping mit vollständigem Modell (Frazzoli et al. 2000; Mahony und Hamel 2004; Raptis et al. 2011a; Raptis et al. 2011b),
- modellprädiktive Regelung (MPC) mit hinreichender Modellkenntnis (Wan et al. 2003; Liu 2011; Liu et al. 2012).

Trimmpfade und Heuristiken Damit die Pfadfolge durch einen Trajektorienfolgeregler realisiert werden kann, muss zunächst eine Trajektorie berechnet werden. Dabei unterliegt die feste Verknüpfung eines Punktes auf dem Pfad mit einer gegebenen Geschwindigkeit der Herausforderung, alle Systemgrößen unter Berücksichtigung der auf den Hubschrauber einwirkenden Kräfte zu berechnen. Grund dafür ist einerseits die Lageabhängigkeit der angreifenden Kräfte. Andererseits definiert die Lage auch die

Richtung des erzeugbaren Schubs. Für Bahnen, die in Trimmtrajektorien resultieren, lässt sich diese zirkuläre Abhängigkeit auflösen. Trimmtrajektorien bezeichnen die Trajektorien, die sich einstellen, wenn alle Eingangssignale konstant gehalten werden und alle Beschleunigungen verschwinden. Mithilfe von Gain-Scheduling können helixförmige und lineare Bahnen stabilisiert und eine genaue Bahnfolge erreicht werden. Dazu wird die Systemdynamik in Fehlergrößen zu diesen Pfaden formuliert (Cunha et al. 2003; Cunha und Silvestre 2005). Eine Erweiterung dieses Reglers, um die Geometrie der Bahn zu einem zukünftigen Zeitpunkt zu berücksichtigen, verbessert auch die Übergänge verschiedener Trimmtrajektorien (Cunha et al. 2006). Ein vergleichbarer Ansatz wird von Wang et al. (2010) gezeigt. Der Pfadfolgeregler nutzt eine rückführungsbasierten Linearisierung der Fehlerdynamik und eine lineare Reglerauslegung. Die Anwendbarkeit dieser Verfahren ist im Entwurf auf näherungsweise Trimmpfade beschränkt. Zudem ist die Degradierung der Regelgüte für allgemeine Bahnen nicht berücksichtigt.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, das Geschwindigkeitsprofil fest mit der Geometrie zu verknüpfen und daraus eine Vorgabe für ein spezialisiertes Referenzmodell abzuleiten. Das Referenzmodell konvergiert dabei zu den kommandierten Geschwindigkeiten und gibt alle Systemgrößen vor, sodass diese an einen Trajektorienregler übergeben werden können. Eine Eingangsfilterung, wie sie beispielsweise von Liu (2011) verwendet wird, hat äquivalente Eigenschaften. Allerdings haben diese Verfahren den Nachteil, dass dem Pfad nicht direkt gefolgt wird, da das Referenzmodell (oder das Eingangsfilter) nur mit seiner definierten Dynamik auf die Vorgabe einschwingt. Auf natürliche Weise führen diese Transienten zu einer Pfadablage.

Optimierungsbasierte Ansätze Ein alternativer Optimierungsansatz, der bislang keine Anwendung bei Hubschraubern gefunden hat, wird in der vorliegenden Arbeit ausführlich untersucht. Bei diesem Verfahren ist der Pfad vorgegeben, während der zeitliche Verlauf des Bahnparameters (das Timing) durch eine virtuelle Dynamik mit einem separaten Systemeingang – analog zur geometrischen Pfadfolge – bestimmt wird.

Das Optimierungsproblem wird derart formuliert, dass die Pfadablage über Variation der System- und Pfadeingänge als diskretisierte Entscheidungsvariablen minimiert wird. Grenzen der Regelungsstrecke und Aktuatoren können als Nebenbedingungen eingebunden werden. Für dynamische Systeme mit wohldefiniertem relativem Grad untersuchen Faulwasser (2013), Faulwasser und Findeisen (2016) sowie Faulwasser et al. (2017) die Anwendung nichtlinearer modellprädiktiver Regelung.

Die differentielle Flachheit lässt sich weitergehend ausnutzen, indem die Gesamtdynamik auf die virtuelle Pfaddynamik projiziert wird (Faulwasser et al. 2011; van Loock et al. 2014). Der Vorteil liegt in der Reduktion der Dynamik auf eine lineare SISO-Struktur.

Nachteilig ist jedoch, dass auch alle Nebenbedingungen in Abhängigkeit des Pfadparameters formuliert werden müssen. Dieser Ansatz kann die Rechenzeit deutlich reduzieren, sofern die Nebenbedingungen einfach formulierbar bleiben. Die Dynamik eines Hubschraubers ist im Allgemeinen nicht differentiell flach. Durch gezielte Modellvereinfachung – insbesondere durch Vernachlässigung von Kopplungen zwischen Lage- und Geschwindigkeitsdynamik – lässt sich jedoch ein einfacher, aber flacher Modellansatz gewinnen (Koo und Sastry 1999). Bei Nutzung dieses Modells und Anwendung der Projektion auf den Pfad reduziert sich die Systemdynamik deutlich. Allerdings werden die Formulierung der Flugbereichsgrenzen und die Repräsentation der Festkörperlage mittels Quaternionen deutlich aufwändiger, was in Summe zu zusätzlichem Rechenaufwand führt (Sczecina 2016).

Optimierungsbasierte Pfadfolge oder freie Trajektorienoptimierung Die beschriebenen Verfahren unterscheiden sich von einer ganzheitlichen Trajektorienoptimierung, bei der die Fluggeometrie nicht vorgegeben, sondern als Teil der Optimierung bestimmt wird. Einen Überblick zu solchen Methoden liefern Huang et al. (2012).

Für einen ausgewogenen Vergleich dieser Ansätze genügt es nicht, die Pfadfolge isoliert zu betrachten. Vielmehr muss auch die vorgelagerte Pfadplanung einbezogen werden. Ein Vorteil der separaten Planung ist die effiziente Handhabung geometrischer Randbedingungen und Hindernisse. Die Umgebungstopologie ist häufig nicht konvex, dafür ist die Dimension des Suchraums klein, sodass sich Graphensuche oder Roadmap-basierte Ansätze lohnen (Adolf 2024). Die Trajektorienoptimierung mit freier Bahngeometrie hingegen erfordert eine simultane Optimierung aller Systemzustände in einem hochdimensionalen und prinzipiell nicht konvexen Suchraum, was einen großen Rechenaufwand bedeutet.

Durch die Aufteilung des Gesamtproblems der Trajektoriengenerierung in Pfadplanung und Pfadfolge werden jedoch in beiden Komponenten Annahmen getroffen. Die Planung geht im Grundsatz davon aus, dass die erzeugten Pfade fliegbar sind, oder sie ergänzt Mechanismen, die die Fliegbarkeit bis zu einem gewissen Grad sicherstellen (Benders 2022). Eine vollständige Berücksichtigung dynamischer Systemgrenzen ist dabei jedoch nur eingeschränkt möglich, da nicht alle Systemzustände Teil des Suchraums sind. In der Pfadfolge wird umgekehrt angenommen, dass auch bei kleineren Abweichungen entlang des Pfads die Hindernisfreiheit weiterhin gegeben ist. Diese funktionale Trennung führt in vielen Fällen zu recheneffizienten Lösungen. In Szenarien, in denen Flugbereichsbeschränkungen oder dynamische Systemgrenzen jedoch die Geometrie des Flugs maßgeblich beeinflussen oder die Hindernisfreiheit für die Regelungsrückführung

nicht garantiert werden kann, ist eine ganzheitliche Optimierung oder eine geeignete heuristische Methode vorzuziehen.

Lernbasierte Verfahren Lernbasierte Ansätze bieten einen alternativen Lösungsweg. Frühe Arbeiten wie die von Abbeel et al. (2006b) nutzen aufgezeichnete Pilotenflüge, um trajektorienspezifische Modelle zu erzeugen. Stellverläufe und Trajektorien werden gesammelt und über Markov-Modelle abgebildet. Damit können später automatische Flüge des Erlernten erfolgen, etwa in aerobatischen Manövern (Abbeel et al. 2006a) oder bei Autorotationen (Abbeel et al. 2009). Bei diesem Verfahren handelt es sich um ein reproduzierendes und überwachtes Lernen. Allerdings müssen alle Trajektorien mehrfach durch den Piloten abgeflogen werden. Eine Generalisierung auf neue, geometrisch vorgegebene Pfade ermöglichen diese Verfahren nicht.

Neuere Arbeiten zeigen, dass durch verstärkendes Lernen (Reinforcement Learning) Flugleistungen auf Wettbewerbsniveau erreichbar sind (Kaufmann et al. 2023). Erste Ergebnisse deuten darauf hin, dass solche Verfahren MPC sogar überlegen sein können (Song et al. 2023). Diese Ansätze unterscheiden sich grundlegend von der hier verfolgten Methodik. Stattdessen erzeugen sie einzelne Trajektorien und ermöglichen keine direkte Generalisierung. Wird eine neue Bahn benötigt, muss ein neues Modell trainiert werden. Zudem geht der Trainingsprozess in der Realität mit erheblichem Risiko einher. Selbst wenn das Training in der Simulation erfolgt, besteht beim ersten Übergang zum wirklichen Flug ein erhöhtes Risiko für das Flugsystem. Da bei solchen Verfahren der Verlust von Luftfahrzeugen einkalkuliert werden muss, beschränkt sich ihre Anwendung aktuell auf besonders kostengünstige Systeme.

Einordnung der vorliegenden Arbeit Ziel ist die Entwicklung eines Verfahrens, um allgemeine Pfade effizient und präzise abzufliegen, ohne dass ein großer Trainingsaufwand oder erhöhte Risiken in der Inbetriebnahmephase entstehen. Dazu werden Vorarbeiten aus dem Bereich der neuroadaptiven Flugregelung verwendet. Die aktuelle Weiterentwicklung der Adaptionsverfahren erreicht einen Kompromiss zwischen lern- und modellbasierten Verfahren. Es wird eine iterative Verbesserung der Pfadfolge realisiert. Die Kombination aus geregeltem Flugverhalten, neuroadaptiver Rückführung und optimierungsbasierter Erweiterung erlaubt die Einbindung von Modellunsicherheiten. Diese können beim wiederholten Abfliegen durch eine Störungsschätzung berücksichtigt werden.

Bei der Pfadfolgeoptimierung mittels Erweiterung wird der zeitliche Verlauf als zusätzlicher Freiheitsgrad zusammen mit den Regelungszuständen einbezogen. Dadurch

entsteht eine zeitlich parametrisierte Trajektorie mitsamt zugehörigen Zustandsverläufen – der Übergang vom Pfad zur Trajektorie. Das Optimierungsverfahren stellt sicher, dass die berechnete Trajektorie möglichst nah am Pfad verläuft, die Grenzen von Flugbereichen und Aktuatoren eingehalten und externe Einflüsse wie Wind berücksichtigt werden. Gleichzeitig sollen die Zustandsverläufe hinreichend glatt sein. Ist ein solcher Zeitverlauf bestimmt, wird er als Vorsteuerung realisiert und der Pfad somit abgeflogen.

Die Kombination von Optimal- und Modellfolgeregelung für die Pfadfolge verbindet zwei Varianten der Trajektorienregelung, um deren jeweilige Schwächen zu überwinden:

1. Bei Verfahren wie der modellprädiktiven Regelung (MPC) werden Trajektorien vollständig vorgegeben, einschließlich Stör- und Fehlerrückführung. In der Praxis spricht gegen diesen Ansatz die eingeschränkte Modellkenntnis des Hubschraubers sowie seine komplexe Dynamik, die es erschwert, Konvergenznachweise für die Optimierung zu führen. Der hier gewählte Ansatz trennt Stabilisierung und Störunterdrückung von der Optimierung: Letztere wird offline durchgeführt und die ermittelte Eingangstrajektorie kann im Flug beispielsweise aus Datenbanken abgerufen werden. Dadurch wird vermieden, dass das Verfahren in kritischen Flugphasen oder an den Rändern des Gültigkeitsbereichs nicht konvergiert.
2. In modellbasierten Ansätzen definieren Referenzmodelle das Führungsverhalten und legen somit fest, wie und mit welchen Ablagen einem Pfad gefolgt wird. Um eine genaue Pfadfolge zu gewährleisten, müsste der Geometrie jedoch explizit in das Referenzmodell integriert werden. Für jeden Pfadtyp müsste ein spezifisches Modell erstellt und parametrisiert werden. Bei Pfadwechseln führen diese Übergänge zu Sprüngen oder Umschaltvorgängen in der Referenzdynamik. Das erschwert den Nachweis und erhöht den Implementierungsaufwand. Der hier gewählte Weg vermeidet diese Problematik, indem ein allgemeingültiges Referenzmodell verwendet wird, dessen Eingangssignale durch die Optimierung angepasst werden. Die Einhaltung von Betriebsgrenzen kann entweder direkt durch eine automatische Prüfung der Optimierungsergebnisse oder indirekt durch Schutzmechanismen im Referenzmodell sichergestellt werden.

Das anschließende Kapitel stellt diesen Ansatz vor. Ausgangspunkt ist eine mathematische Problemformulierung zur Pfadfolge unbemannter Hubschrauber mit dem Fokus auf der Einbindung a priori bekannten Systemwissens und der Berücksichtigung unbeeinflussbarer Größen wie Wind.

2 Ansatz: Pfadfolge adaptiver Modellfolgesysteme

Übersicht Das Folgende erläutert den Ansatz der Pfadfolge für einen unbemannten Hubschrauber. Kleinräumige Pfade sind durch nicht stationäre Flugzustände geprägt. Deshalb werden nichtlineare Pfade betrachtet, deren Anfangs- und Endpunkte stationären Zuständen entsprechen, während der Flug entlang des Pfads nicht stationär verläuft. Die Ziele sind einerseits die Einhaltung von Flugbereichsgrenzen und andererseits die Erfüllung von Qualitätskriterien wie geringe Abweichung, hohe Geschwindigkeit und sanfte Flugverläufe. Diese Anforderungen sind teilweise widersprüchlich, können jedoch durch eine geeignete Optimierung gegeneinander abgewogen werden.

Eine zentrale Herausforderung bei kleinen Hubschraubern besteht in der begrenzten Modellkenntnis und der unvollständigen Messbarkeit der Regelungszustände.[1] Ein Modellfolgeregler stabilisiert die Regelstrecke. Neuroadaptive Elemente in der Rückführung kompensieren dabei die Modellunsicherheiten. Die daraus resultierende explizite Beschreibung der Regelkreisdynamik dient als Näherung für die Pfadfolgeoptimierung. Mithilfe dieser Kombination aus Regelungs- und Optimierungswerkzeugen ist es möglich, transientes Verhalten, externe Einflüsse und in zurückliegenden Flügen geschätzte Störungen bereits in der Vorausberechnung des nächsten Flugs zu berücksichtigen.

Veranschaulichung des Ansatzes Der vorgegebene Pfad ist zunächst rein geometrisch durch eine Raumkurve $\underline{p}(\tau)$ beschrieben, wobei τ ein skalarer Bahnparameter ist. Der zeitliche Verlauf dieses Parameters $\tau(t)$, das Timing, ist dabei nicht vorgegeben.

Die Unterkapitel erläutern die einzelnen Bausteine dieses Ansatzes im Detail. Abbildung 2.1 veranschaulicht das Gesamtkonzept vorab in einem vereinfachten Blockschaltbild. Der aus Sicht der Pfadfolge unterlagerte Flugregler, mit *online* gekennzeichnet,

[1] Beispielsweise sind die Schlag- und Schwenkbewegung der Hauptrotorblätter nur mit hohem Aufwand messbar und werden bei unbemannten Hubschraubern taktischer Größe jenseits einer Flugbereichserweiterung nicht verwendet.

basiert auf dem erwähnten neuroadaptiven Ansatz, um Unsicherheiten im Modell und Messfehler externer, unbeeinflussbarer Eingangssignale $\underline{d}$ zu kompensieren.[2] Ein Referenzmodell erzeugt die gewünschten Zustandsverläufe $\underline{x}_m$ für eine Führungsgröße $\underline{u}_c$ und gibt somit die gewünschte Dynamik des geschlossenen Regelkreises durch entworfene Differentialgleichungen und deren Parametrisierung vor. Um den Regelungsfehler infolge von Sättigungen oder äußeren Einflüssen entgegenzuwirken, wird das Rückführungssignal über PCH in das Referenzmodell eingespeist und damit bei Bedarf verzögert. Diese spezielle Form des PCH verwendet keine Rückführungen der Streckenzustände. Alternativen zu dieser expliziten Referenzmodellarchitektur werden in unterschiedlichen Zusammenhängen, beispielsweise von Narendra und Annaswamy (2005) sowie Brockhaus et al. (2011), dargestellt.

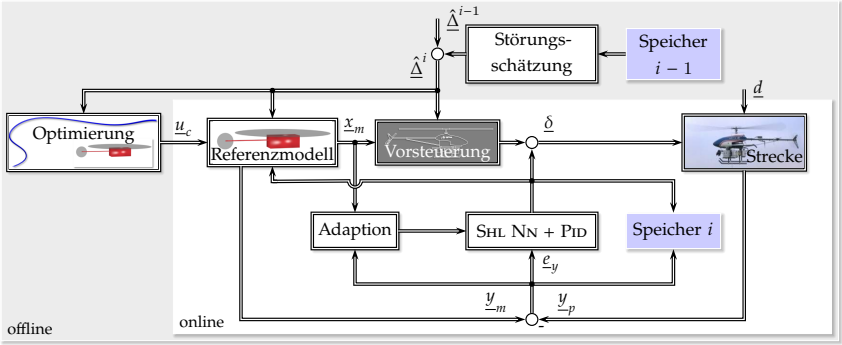


Abbildung 2.1: Vereinfachte Darstellung der optimierungsbasierten Pfadfolge mit unterlagerter, neuroadaptiver Modellfolge

Die Zustandsverläufe $\underline{x}_m$ werden in der Vorsteuerung genutzt, um die Modellkenntnis der Strecke zu nutzen. In der vorliegenden Arbeit wird hierzu eine exakte vorsteuerungsbasierte Linearisierung (FFL) nach Hagenmeyer und Delaleau (2010) verwendet. Das Referenzmodell erzeugt zusätzlich Vorgaben für die Ausgangsgrößen $\underline{y}_m$, die zur Bildung des Regelungsfehlers $\underline{e}_y$ herangezogen werden. Eine Adaption in der Rückführung sorgt dafür, dass der Fehler schneller abklingt als bei konventionellen PID-Ansätzen (Lorenz 2010). Während des Flugs kompensieren die neuroadaptiven Elemente verbleibende Modellunsicherheiten und Messfehler in den unbeeinflussbaren Streckeneingängen $\underline{d}$.

Die Pfadfolge wird als Optimalsteuerungsproblem formuliert und *offline* gelöst. Die zugrunde liegende dynamische Optimierung verwendet das Referenzmodell als an-

[2] Diese Eingänge werden auch als *Perturbation* (perturbations) bezeichnet (Rudolph und Delaleau 1998; Hagenmeyer und Delaleau 2010).

genommene Systemdynamik und berechnet geeignete Führungsgrößen $\underline{u}_c$, damit die Dynamik des geschlossenen Regelkreises dem vorgegebenen Pfad und den damit verbundenen Anforderungen folgt. Dabei wird angenommen, dass sich die geregelte Strecke näherungsweise wie das Referenzmodell verhält. Entweder werden externe, unbeeinflussbare Größen $\underline{d}$ als bekannt vorausgesetzt ($\hat{\underline{d}}$) oder Störungen und Modellfehler sind klein genug, sodass die Rückführung vernachlässigt werden kann. Unter diesen Voraussetzungen liefert das Verfahren bereits in diesem ersten Schritt eine hochwertige Pfadfolge.

Bei stärkeren Störungen oder Modellunsicherheiten sinkt die Qualität der Pfadfolge, da das Vorwissen in der Optimierung fehlt. Daher wird in einem iterativen Verfahren die Eingangstrajektorie erneut berechnet. Abbildung 2.1 enthält zu diesem Zweck Speicherelemente, die nach jeder Iteration i eine neue Störungsschätzung $\hat{\underline{\Delta}}^i$ ermöglichen. Ziel dieser Schätzung ist es, Abweichungen durch Modellfehler oder abweichende, nicht beeinflussbare Eingangsgrößen $\underline{d}$ abzubilden. Diese Information fließt sowohl in die Optimierung der Trajektorie als auch in das Referenzmodell und die Vorsteuerung ein.

Die Synthese und Inbetriebnahme des Reglers erfolgt in drei Schritten. Zunächst wird ein stabilisierender, rein rückführungsbasierter Regler entworfen, der die Fehlerdynamik vorgibt. Anschließend werden eine Vorsteuerung und ein Referenzmodell integriert, um das gewünschte Führungsverhalten zu definieren. Auf dieser Basis können in einem dritten Schritt Führungsvorgaben aus einem Optimalsteuerungsansatz generiert werden, die das Potenzial des geregelten Systems bestmöglich ausschöpfen. Diese Herangehensweise erlaubt eine inkrementelle Inbetriebnahme, bei der einige Maßnahmen experimentell durchgeführt werden können und der Aufwand einer vorausgehenden Systemidentifikation gering gehalten wird.

Gliederung Nachdem die Beiträge und Annahmen des Ansatzes gesammelt in Kapitel 2.1 und 2.2 dargestellt wurden, schließt in Kapitel 2.3 eine mathematische Problemformulierung an. Die Unterkapitel widmen sich jedem der benötigten Teilkomponenten aus Abbildung 2.1. Dabei wird von innen nach außen vorgegangen. Den ersten Teil bildet die Modellfolgeregelung mit adaptiven Elementen zur Kompensation von Unsicherheiten, um die notwendige Näherung der Dynamik des geschlossenen Regelkreises zu motivieren (Kapitel 2.4). Die Berücksichtigung der Leistungs- und Flugbereichsgrenzen bildet das darauffolgende Kapitel 2.5. Aufbauend auf diesen Grundlagen wird das Pfadfolgeproblem eingeführt und die Optimierung zur Lösung dieses Problems vorgestellt (Kapitel 2.6.1). Anschließend wird ein Konzept beschrieben, um die Rechenzeit der Optimierung deutlich zu reduzieren (Kapitel 2.6.2). Um von Flug zu Flug auftretende

Ungenauigkeiten in der Modellfolge und wiederholbare externe Einflüsse zu berücksichtigen, behandelt der letzte Abschnitt eine spezielle Form der Störungsschätzung und deren Berücksichtigung in der Pfadfolgeoptimierung (Kapitel 2.6.3).

2.1 Beiträge des Kapitels und bisherige Veröffentlichungen

Der von Johnson und Kannan (2002), Holzapfel (2004) sowie Johnson und Kannan (2005) vorgestellte Ansatz zur adaptiven Modellfolge bildet die Grundlage des Unterkapitels zur unterlagerten Flugregelung. Anstelle der dort eingesetzten exakten Linearisierung wird das theoretische Rahmenwerk der *exakten Linearisierung durch flachheitsbasierte Vorsteuerung* (flatness-based exact feedforward linearization, FFL) nach Hagenmeyer und Delaleau (2010) verwendet, siehe Kapitel 2.4.1. Durch Anwendung von FFL können folgende Beiträge erreicht werden:

- **Generalisierung der Vorsteuerung und des rückführungsfreien PCH:** Lorenz (2010) und Lorenz 2012 entwerfen ein spezielles PCH, das auf eine Rückführung von Aktuator- und Systemzuständen verzichtet. Die in der vorliegenden Arbeit betrachteten differentiell flachen Systemanteile sind allgemeiner als jene in Lorenz' Arbeiten. So ist es beispielsweise möglich, auf Näherungen zu verzichten, die bisher bei der Zustandstransformation des Schwebeflugmodells zur Eliminierung der Schlagbewegungszustände erforderlich waren.
- **Berücksichtigung von Wind und Störungen:** Externe, unbeeinflussbare Eingänge werden systematisch in das theoretische Modell integriert. Auf diese Weise wird das Einbeziehen von Wind und Störungen in der Regelung und somit auch in der Pfadfolge ermöglicht.
- **Begrenzung der theoretischen Komplexität:** Durch die flachheitsbasiert Formulierung ergibt sich ein konsistenter Theorieteil für die Vorbereitung der Pfadfolge.

Die zweite Grundlage dieser Arbeit bilden die Arbeiten von Faulwasser und Mitautoren zur optimierungsbasierten Pfadfolge (Faulwasser 2013; Faulwasser und Findeisen 2016; Faulwasser et al. 2017). Die entwickelten Methoden werden auf adaptiv geregelte Hubschrauber übertragen und zu einer Regelungsarchitektur kombiniert, welche die Brücke zwischen adaptiver Modellfolge und optimierungsbasierter Pfadfolge schlägt.

Eigene Veröffentlichungen Dauer et al. (2013) zeigen eine erste Version des Konzeptes, das in der vorliegenden Arbeit verallgemeinert und in ein einheitliches theoretisches Rahmenwerk überführt wird. Dauer et al. (2017) präsentieren ein Verfahren zur Rechenzeitreduktion, das in Kapitel 2.6.2 generalisiert und so erweitert wird, dass es auf alle

Systeme mit innerer Flachheit anwendbar ist. Die Ergebnisse zur iterativen Pfadfolge von Dauer et al. (2015) werden in die Notation dieser Arbeit übertragen und in Kapitel 2.6.3 um Effekte der inneren Systemdynamik ergänzt.

Ein wesentlicher Beitrag ist die Interpretation der Rückführung durch das PCH im Referenzmodell als Störung für die Pfadfolge. Gemeinsam mit weiteren Einflussfaktoren, wie etwa Modellunsicherheiten oder fehlerhaften Windmessungen, kann diese Störung durch geeignete Schätzverfahren erfasst und bei einem erneuten Abfliegen desselben Pfads in der Optimierung berücksichtigt werden.

2.2 Annahmen des Ansatzes

Den folgenden Kapiteln liegen verschiedene Annahmen zugrunde. Diese dienen dazu, die Darstellung kompakt zu halten und die Schwerpunkte auf Aspekte zu legen, die für die Beantwortung der wissenschaftlichen Frage dieser Arbeit notwendig sind. Einige Annahmen ergeben sich aus der konkreten Entwicklungsumgebung der nachfolgenden Kapitel.

1. Es wird angenommen, dass die Folgegenauigkeit der inneren Regelkreise (Aktuatoren, Drehraten und Lage) auch ohne adaptive Elemente ausreichend ist. Die Dynamik dieser inneren Kreise wird in der Pfadfolge berücksichtigt, adaptive Elemente werden ausschließlich im Geschwindigkeitsregelkreis benötigt.
2. Ein ausgewählter Flugregler wird weiterentwickelt, sodass sich dieser besonders für die vorsteuerungsbasierte Pfadfolge eignet. Da die Auslegung des Flugreglers an sich nicht Teil dieser Arbeit ist, werden einige Aspekte der Synthese ausgespart. Es wird davon ausgegangen, dass der Flugregler stabil ist.
3. Die Pfade sind kleinräumig und in der notwendigen Bewegungsrichtung variabel. Somit können eine flache Welt, eine konstante Schwerebeschleunigung sowie die Vernachlässigung der Erddrehung gegenüber den Drehraten des Hubschraubers angenommen werden.
4. Die Pfade erlauben eine sinnvolle Problemformulierung mittels Pfadfolge und erfordern keine aerobatischen Manöver. Wenn die Pfadgeometrie stark durch die Leistungsgrenzen des Hubschraubers beeinflusst wird, ergibt sich kein sinnvolles Pfadfolgeproblem.
5. Externe Störungen und unbeeinflussbare Eingänge, beispielsweise der Wind, sind in den Methoden zugelassen, jedoch begrenzt. Es wird angenommen, dass diese Einflüsse klein genug sind, um den Pfad trotz ihrer Wirkung fliegen zu können.

In der Praxis werden definierte Betriebsgrenzen verwendet, beispielsweise um Windbedingungen einzuhalten.

6. Die in Kapitel 2.6.2 betrachteten inneren Regelkreise bzw. Aktuatoren lassen sich durch differentiell flache Modelle beschreiben, was die dargestellten Rechenzeiteinsparungen ermöglicht.
7. Die in Kapitel 2.6.3 geschätzten Störungen erfüllen folgende Eigenschaften:
   - Die Störungen sind reproduzierbar; eine Mittelung über wenige Flüge reicht aus, um zufällige Anteile (z. B. Böen und Turbulenzen) zu eliminieren. Zwischen den Flügen bleibt der mittlere Wind damit konstant.
   - Die Ungenauigkeiten des Modells gegenüber der realen Strecke lassen sich sinnvoll als additive Störung $\underline{\Delta}$ modellieren.
8. Die Flugbereichsgrenzen werden als bekannt angenommen.
9. Alle verwendeten dynamischen Modelle sind Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen (GDL) und Lipschitz-stetig. Daraus folgt, dass für gegebene Anfangsbedingungen eindeutige Lösungen existieren.

2.3 Mathematische Problemformulierung

Dieser Abschnitt führt zwei mathematische Probleme ein, für die im Laufe dieser Arbeit Lösungen vorgestellt werden. Das erste Problem betrifft die Pfadfolge im Vorwärtszweig der Regelung (Vorsteuerung). Es werden also alle verfügbaren Informationen über die Dynamik des Hubschraubers genutzt, um die Zustandstrajektorie entlang des Pfads vorauszuberechnen. Das zweite Problem bildet die Frage, wie mit reproduzierbaren Störungen umgegangen werden kann, die a priori nicht bekannt sind, aber iterativ beim Flug der gleichen Bahn berücksichtigt werden können. Beispiele sind Modellunsicherheiten oder Messungenauigkeiten der mittleren Windgeschwindigkeit.

Die Ziele der Optimierung werden von der Missionsautomatisierung und deren Anforderungen vorgegeben. Im Folgenden werden Missionen behandelt, bei denen aufgrund einer hindernisreichen Umgebung eine genaue Pfadfolge erforderlich ist und gleichzeitig Beschränkungen eingehalten werden müssen. Diese Beschränkungen ergeben sich einerseits aus dem Bereich der Flugenveloppe, für den der Flugregler validiert wurde, und andererseits aus der Begrenzung der Nutzlast, die beispielsweise nur bestimmte Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen zulässt. Es ist vorstellbar, dass Ziele wie ein energieoptimaler oder leiser Flug der Folgegenauigkeit vorgezogen werden. Diese Ziele können durch Erweiterungen der Kostenfunktion aus Abschnitt 2.6 berücksichtigt werden und bleiben nachfolgenden Arbeiten überlassen.

Die Modellierung von Hubschraubern ist im Allgemeinen mit großen Unsicherheiten behaftet. Ursachen hierfür sind die komplexe Aerodynamik des Hauptrotors bei Variation der Anströmung sowie die starke Verkopplung der Zustände. Die Hubschrauberdynamik lasse sich durch ein näherungsweise bekanntes Zustandsraummodell

$$\dot{\underline{x}}_p(t) = \underline{f}_p\left(\underline{x}_p(t), \underline{\delta}(t), \underline{d}(t)\right), \quad \underline{x}_p(0) = \underline{x}_{p,0} \tag{2.1a}$$

$$\underline{y}_p(t) = \underline{h}_p(\underline{x}_p(t)) \tag{2.1b}$$

beschreiben. Dabei bezeichnet $\underline{x}_p \in \mathbb{R}^{n_\mathcal{P}}$ den Zustandsvektor und $\underline{y}_p \in \mathbb{R}^{n_y}$ den mess- oder schätzbaren Ausgang. Darüber hinaus existieren beeinflussbare Eingänge $\underline{\delta} \in \mathbb{R}^{n_u}$ (Stellgrößen) und unbeeinflussbare Eingänge $\underline{d} \in \mathbb{R}^{n_d}$ (z. B. Wind). Die Ausgangsabbildung

$$\underline{y}_\mathcal{P}(t) = \underline{h}_\mathcal{P}(\underline{x}_p(t)) \tag{2.1c}$$

fasst die Ausgangsgrößen der Pfade zusammen.

In dem hier betrachteten Fall spannen die Position des Hubschraubers und ein freier Lagewinkel diesen Raum auf. Alternativ wird nur die Position verwendet, wenn beispielsweise ein schiebewinkelfreier Flug gewünscht ist. Praktisch handelt es sich bei

diesen Modellen häufig um linearisierte und mithilfe von Flugversuchsdaten identifizierte Arbeitspunktmodelle. Ein Beispiel für einen solchen Arbeitspunkt ist der getrimmte Schwebeflug. Die Stellgrößen sind bekannt, wohingegen die unbeeinflussbaren Eingänge lediglich näherungsweise gemessen werden können. Existieren mehrere dieser Trimmpunktmodelle, bietet Greiser (2016) ein Werkzeug, um diese durch Interpolation zu einem nichtlinearen Gesamtmodell zusammenzufügen.

In der vorliegenden Arbeit wird ein erweitertes Modell entwickelt, das seinen systemtheoretischen Ursprung in einem linearen Schwebeflugmodell hat. Es wird um die nichtlineare Lagekinematik und stationäre Windeinflüsse erweitert, siehe Anhang A. Auf diese Weise entsteht ein nichtlineares Modell, dessen Gültigkeitsbereich im Vergleich zum linearen Modell um größere Lagewinkel erweitert ist. Es kann auch für den Flug entlang eines stationären Windfeldes eingesetzt werden, solange der Fortschrittsgrad ausreichend klein bleibt, der Hauptrotor sich also in einem Zustand nahe dem Schwebeflug befindet. Ein Großteil der gewählten Werkzeuge ist den speziellen Eigenschaften dieses Modells geschuldet. Das Modell ist unteraktuiert, denn es besitzt mehr Freiheitsgrade als unabhängige Steuergrößen. Darüber hinaus lässt es sich in ein lineares und differentiell flaches inneres Modell mit physikalisch interpretierbarem flachem Ausgang sowie ein nicht flaches und nichtlineares äußeres Modell zerlegen.

Der Teil des Ausgangs $\underline{y}_{\mathcal{P}}$, der die Pfadkoordinaten enthält, soll einem geometrischen Pfad $\mathcal{P}$ folgen. Eine solche geometrische Kurve im Ausgangsraum

$$\mathcal{P} = \left\{ \underline{y}_{\mathcal{P}} \in \mathbb{R}^{n_y} \mid \tau \in [\tau_0, \tau_{max}] \mapsto \underline{p}_{\mathcal{P}}(\tau) \right\}, \tag{2.2}$$

wird mit dem als Pfadparameter benannten $\tau \in \mathbb{R}$ parametrisiert, der monoton wachsend alle Punkte $\underline{p}_{\mathcal{P}}$ der Raumkurve durchläuft.

Basierend auf der verfügbaren Modellkenntnis von (2.1) wird ein Flugregler aufgebaut, der das System stabilisiert und das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises vorgibt. Für den Entwurfsprozess werden beispielsweise für eine endliche Anzahl an Eingangsverläufen entsprechende dynamische Antworten vorgegeben. Gängige Verfahren sind beispielsweise die Polplatzierung oder die direkte oder indirekte Umsetzung von Referenzmodellen (siehe Brockhaus et al. 2011, S. 600ff). Die entworfene Dynamik des geschlossenen Regelkreises kann mit

$$\dot{\underline{x}}_m(t) = \underline{f}_m(\underline{x}_m(t), \underline{u}_c(t), \hat{\underline{d}}(t)), \ \underline{x}_m(0) = \underline{x}_{m,0} \tag{2.3a}$$

$$\underline{y}_m(t) = \underline{h}_m(\underline{x}_m(t)) \tag{2.3b}$$

$$\underline{y}_{\mathcal{P},m}(t) = \underline{h}_{\mathcal{P},m}(\underline{x}_m(t)) \tag{2.3c}$$

abstrakt angegeben werden. Dabei sind die Größen $\underline{u}_c \in \mathbb{R}^{n_y}$ die Eingänge des Flugreglers. Der Pfadausgang des Referenzmodells $\underline{y}_{\mathcal{P},m}$ gehört zwar nicht zum Entwurfsprozess der unterlagerten Regelung, kann aber analog zum Streckenmodell angegeben werden. Auf diese Weise wird der Verlauf entlang des Pfads aus den Größen der Referenzdynamik berechnet. Somit kann das erste Problem zur nominellen, d. h. störungsfreien, Pfadfolge formuliert werden.

Problem 1: Nominelle Pfadfolge bei eingeschränkter Modellkenntnis

Gegeben seien das näherungsweise bekannte Modell des Hubschraubers (2.1), ein Flugregler mit einer Approximation des geschlossenen Regelkreises nach (2.3), die zu erwartenden unbeeinflussbaren Eingänge $\hat{\underline{d}}$ und ein Pfad $\mathcal{P}$ entsprechend (2.2). Berechne eine Dauer der Transition $t_\mathcal{P} \in (0, \infty)$, ein Eingangssignal des Flugreglers $\underline{u}_c : [0, t_\mathcal{P}] \to \mathcal{U}$ und eine zeitliche Entwicklung des Pfads $\tau : [0, t_\mathcal{P}] \to [\tau_0, \tau_{max}]$ mit den folgenden Zielen:

i) **Minimierung des nominellen Pfadfehlers:** Der Pfadfehler des nominellen Systems

$$E_\mathcal{P}\left(\underline{u}_c(\cdot), \tau(\cdot)\right) = \int_0^{t_\mathcal{P}} \left\| \underline{h}_{\mathcal{P},m}(\underline{x}_m(t)) - \underline{p}_\mathcal{P}(\tau(t)) \right\|_2^2 dt$$

soll minimiert werden.

ii) **Vorwärtsbewegung:** Das System (2.3) bewegt sich in endlicher Zeit $t_\mathcal{P}$ von $\underline{h}_p(\underline{x}_m(0))$ vorwärts gerichtet zum Endpunkt des Pfads τ_{max}, d. h. $\forall t \in [0, t_\mathcal{P}] : \dot{\tau}(t) \geq 0$ und $\underline{y}_m(t_\mathcal{P}) = \underline{p}_\mathcal{P}(\tau_{max})$.

iii) **Umsetzung von Anforderungen an die Pfadfolge:** Es sollen Anforderungen an den nominellen Flug zu $E_\mathcal{P}$ abgewogen werden, die sich als Abstand zu einem Referenzpunkt im Ausgangsraum $\tilde{\underline{y}}_r := \tilde{\underline{h}}(\underline{x}_{m,r})$ darstellen lassen,

$$E_{\tilde{y}}\left(\underline{u}_c(\cdot), \tau(\cdot)\right) = \int_0^{t_\mathcal{P}} \left\| \tilde{\underline{h}}\left(\underline{x}_m(t)\right) - \tilde{\underline{y}}_r(t) \right\|_2^2 dt.$$

iv) **Berücksichtigung von Beschränkungen:** Die Nebenbedingungen der Eingänge und Zustände von (2.3) werden zu jedem Zeitpunkt eingehalten, d. h. $\forall t \in [0, t_\mathcal{P}] : \underline{u}_c(t) \in \bar{\mathcal{U}}, \underline{x}_m(t, \underline{x}_m(0), \underline{u}_c(\cdot)) \in \bar{\mathcal{X}}$ und $\underline{\delta}(t, \underline{x}_m(0), \underline{u}_c(\cdot)) \in \bar{\mathcal{D}}$.

Problem 1 nutzt das Vorwissen je über die Dynamik des geschlossenen Regelkreises und Perturbation. Problem 2 geht darüber hinaus, indem es beobachtete Abweichungen beim erneuten Fliegen desselben Pfads berücksichtigt und kompensiert. Da nach einem ersten Flug nicht die vollständig parametrierte Störung ermittelt werden kann, wird eine Iteration formuliert. Das heißt, wird ein Pfad geflogen, so geht damit ein Zustandsverlauf einher. Die Störung ist dabei selbst zustandsabhängig, vgl. Definition 1 auf S. 31. Wird der Flug entsprechend der aufgetretenen Abweichung erneut berechnet, entsteht ein neuer Zustandsverlauf. Somit verändern sich auch die auftretenden Abweichungen. Aus diesem Grund fordert das folgende Problem eine schrittweise Verbesserung.

Problem 2: Iterative Reduzierung des Pfadfolgefehlers

Gegeben seien das angenäherte Modell des Hubschraubers (2.1), ein Flugregler mit einer Approximation des geschlossenen Regelkreises nach (2.3) und eine Pfad $\mathcal{P}$ entsprechend (2.2). Um eine iterative Folgeverbesserung zu erreichen, berücksichtige bei wiederholtem Abfliegen eines Pfades die Abweichungen zurückliegender Flüge wie folgt: Bei jeder Iteration i eines Flugs des Pfads $\mathcal{P}$, bestimme die Pfadabweichung und berechne eine neue Transitionszeit $t_{\mathcal{P}}^i \in (0,\infty)$, ein Eingangssignal des Flugreglers $\underline{u}_c^i : [0,t_{\mathcal{P}}^i] \to \mathcal{U}$ und eine zeitliche Entwicklung des Pfads $\tau^i : [0,t_{\mathcal{P}}^i] \to [\tau_0,\tau_{max}]$ mit den Zielen:

i) **Reduzierung der Pfadablage:** Der Pfadfehler

$$E_{\mathcal{P}}^i = \int_0^{t_{\mathcal{P}}^i} \left\| \underline{h}_p(\underline{x}_p^i(t)) - \underline{p}_{\mathcal{P}}(\tau^i(t)) \right\|_2^2 dt \leq E_{\mathcal{P}}^{i-1}$$

wird zwischen den Flügen $(i-1)$ und i reduziert.

ii) **Vorwärtsbewegung:** Das System (2.3) bewegt sich in endlicher Zeit $t_{\mathcal{P}}^i$ von $\underline{h}_p(\underline{x}_m^i(0))$ vorwärts gerichtet zum Endpunkt des Pfads τ_{max}, d. h. $\forall t \in [0,t_{\mathcal{P}}^i] : \dot{\tau}^i(t) \geq 0$ und $\underline{y}_m(t_{\mathcal{P}}^i) = \underline{p}_{\mathcal{P}}(\tau_{max})$.

iii) **Umsetzung von Anforderungen an die Pfadfolge:** Es sollen Anforderungen an den nominellen Flug zu $E_{\mathcal{P}}^i$ abgewogen werden, die sich als Abstand zu einem Referenzpunkt im Ausgangsraum $\underline{\tilde{y}}_r := \underline{\tilde{h}}(\underline{x}_{m,r})$ darstellen lassen,

$$E_{\tilde{y}}^i\left(\underline{u}_c^i(\cdot),\tau^i(\cdot)\right) = \int_0^{t_{\mathcal{P}}^i} \left\| \underline{\tilde{h}}\left(\underline{x}_m^i(t)\right) - \underline{\tilde{y}}_r(t) \right\|_2^2 dt.$$

iv) **Berücksichtigung von Beschränkungen:** Die Nebenbedingungen der Eingänge und Zustände von (2.3) werden zu jedem Zeitpunkt eingehalten, d. h. $\forall t \in [0,t_{\mathcal{P}}^i] : \underline{u}_c^i(t) \in \bar{\mathcal{U}}$, $\underline{x}_m^i(t,\underline{x}_m^i(0),\underline{u}_c^i(\cdot)) \in \bar{\mathcal{X}}$ und $\underline{\delta}^i(t,\underline{x}_m^i(0),\underline{u}_c^i(\cdot)) \in \bar{\mathcal{D}}$.

2.4 Neuroadaptive Modellfolgeregelung

Zur Vorgabe der Dynamik des geschlossenen Regelkreises existiert eine Vielzahl verschiedener Methoden. Die Ansätze reichen von einfacher Polplatzierung und Eigenstrukturzuweisung bis hin zu rein experimentellen Ansätzen. Alternativ lassen sich Wunschdynamiken auch explizit über ein Referenzmodell definieren. Diese Methode bietet sich an, wenn sich das gewünschte Verhalten des geschlossenen Kreises in Form von Differentialgleichungen und passenden Parametern – dem Referenzmodell – angeben lässt und das Führungsverhalten getrennt von der Fehlerdynamik ausgelegt werden soll. Wenn außerdem mit einem erheblichen Maß an Modellunsicherheiten zu rechnen ist, sodass ein Ansatz mit robuster Regelung zu deutlichen Leistungseinbußen führen würde, hat sich die Modellfolge mit adaptiven Elementen bewährt. Beim Entwurf des Referenzmodells muss ein Kompromiss zwischen der benötigten Stellgröße (Aktuatorgrenzen und Stellenergie) und der gewünschten Leistungsfähigkeit des geschlossenen Kreises gefunden werden. Anerkannte Lehrbücher für über die vorliegende Arbeit weit hinausgehende Hintergründe zur Umsetzung modellbasierter adaptiver Regelung sind die Werke von Narendra und Annaswamy (2005), Hovakimyan und Cao (2010) sowie Ioannou und Sun (2012).

Erste Umsetzungen artverwandter Ansätze für unbemannte Luftfahrzeuge wurden ursprünglich von Hovakimyan et al. (2001), Holzapfel (2004) sowie Johnson und Kannan (2005) dargestellt. Diese Methoden wurden auch für den Technologiedemonstrator Artis am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (Dlr) umgesetzt. Im praktischen Betrieb von ca. 2006 bis 2015 zeigte sich, dass der neuroadaptive Ansatz die Leistung des Regelungssystems im Vergleich zu einer klassischen Modellfolge mit Pid-Reglern deutlich steigert. Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf die Nachvollziehbarkeit für die Pfadfolge und verzichten dabei auf umfängliche Herleitungen und Nachweise. Das Folgende legt für die Pfadfolge notwendigen Grundlagen. Da dieser Ansatz speziell für die unterlagerte Modellfolge ausgelegt ist, wird der Flugregelungsansatz eingehender beleuchtet.

Zunächst wird auf die Notwendigkeit einer Kaskadierung der Referenzmodelle aufgrund der Unteraktuiertheit eingegangen. Anschließend kommt im Vergleich zu den bisherigen Arbeiten externe, unbeeinflussbare Eingängen zum Einsatz, um Windeinflüsse explizit berücksichtigen zu können. Diese Eingänge werden dann in eine Vorsteuerung integriert. Anders als bisher wird hierzu nicht die exakte Linearisierung mit Rückführung verwendet (Nonlinear Dynamic Inversion, Ndi), sondern eine Formulierung basierend auf der differentiellen Flachheit als reine Vorsteuerung (Ffl). Für die Pfadfolgebetrachtungen konzentrieren wir uns auf den äußeren Regelkreis, die Translation. Als Aktuatoren dienen

die inneren Regelkreise – Schub und Lage. Die adaptiven Elemente aus Abschnitt 2.4.5 finden ebenfalls nur im äußeren Regelkreis der Geschwindigkeit Anwendung. Nach der Vorstellung des Flugreglers in seinen Grundelementen bildet die Realisierung der Pfadfolge den Schwerpunkt der Ausführungen.

2.4.1 Modellfolge für unteraktuierte Systeme

Selbst im einfachsten Fall, bei dem die Dynamik auf die Bewegung eines Starrkörpers reduziert wird, hat der Hubschrauber sechs unabhängige Freiheitsgrade. Dem stehen nur vier unabhängige Steuergrößen gegenüber. Ein Hubschrauber ist somit unteraktuiert. Drei Steuergrößen beeinflussen die Lage, zwei davon die zyklische Blattverstellungen des Hauptrotors zur Momentenerzeugung um Nick- und Rollachse. Die kollektive Blattverstellung des Heckrotors beeinflusst die Gierbewegung. Die Rotation bzw. Lage des Starrkörpers ist somit vollständig aktuiert. Für die Translation bleibt die kollektive Blattverstellung des Hauptrotors, die dessen Schub einstellt.

Eine Möglichkeit, der Unteraktuiertheit des Hubschraubers zu begegnen, sind Regelungskaskaden. Neben der Vereinfachung der Reglerauslegung durch Separation von schnellen und langsameren Streckendynamiken ist dies einer der Hauptgründe für die Einführung unterlagerter Regelkreise. Innere Regelkreise bedienen dabei direkt die Stellglieder, drehen den Hubschrauber in eine bestimmte Ausrichtung und stellen den Schub ein, um eine Translation zu erzeugen. Aus Sicht des äußeren Kreises verhalten sich die inneren Kreise wie Aktuatoren. Aus diesem Grund werden die Begriffe innerer Kreis und Aktuator im Kontext des vorgeschlagenen Ansatzes synonym verwendet. Das Einführen von Kaskaden erleichtert die Auslegung der Regler, da die Auslegungsprobleme separiert werden. Das Führungsverhalten der Regelkreise wird im Zusammenhang der neuroadaptiven Modellfolgeregelung jeweils über Referenzmodelle ausgedrückt. Die Referenzmodelle werden jeweils durch mehrdimensionale Gleichungssysteme ausgedrückt, die über einen nichtlinearen Zusammenhang von Rotation und Geschwindigkeit gekoppelt sind. In der vorliegenden Arbeit werden die Dynamik des geschlossenen Regelkreises so entworfen, dass sie folgende Kriterien erfüllen. Diese Kriterien sind für das Konzept nicht zwingend erforderlich, haben sich jedoch als hilfreich für die Inbetriebnahme erwiesen:

- Die Zustände repräsentieren interpretierbare Größen, sodass alle Zusammenhänge physikalisch nachvollziehbar sind.
- Die Architektur der Modelle ist so gestaltet, dass die einstellbaren Parameter in linearen Komponenten vorliegen. Nichtlinearitäten entstehen durch die rotations-

bedingte Verkopplung der Systeme, enthalten selbst aber keine Parameter, die eingestellt werden müssen.

- Die jeweiligen Kaskaden werden getrennt voneinander mit Methoden der linearen Regelung ausgelegt und ihre Eigenfrequenzen so weit separiert, dass sie unabhängig voneinander eingestellt werden können.

Abbildung 2.2 zeigt das Prinzip der kaskadierten Modellfolge. Die Strecke wird über eine Vorsteuerung und Rückführung dazu gebracht, sich näherungsweise so zu verhalten, wie es das Referenzmodell vorgibt. Diese Eigenschaft ist bei allen weiteren Überlegungen beizubehalten. Es existiert eine Reihe von Weiterentwicklungen der adaptiven Modellfolgeregelung, die durch Rückführungen in das Referenzmodell zusätzliche, gewünschte Eigenschaften sicherstellen. Im Rahmen des hier betrachteten Pfadfolgeansatzes wirken sich diese Modifikationen jedoch negativ auf die Pfadfolgequalität aus. Wenn eine alternative Methode existiert, welche die gewünschte Weiterentwicklung lediglich als Modifikation des Referenzmodells und der Vorsteuerung erreicht, so ist sie aus Perspektive des hier vorgeschlagenen Ansatzes vorzuziehen.

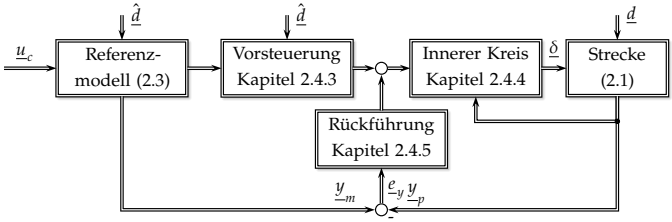


Abbildung 2.2: Prinzip der Modellfolge mit Vorsteuerung und Rückführung

Dieser Grundsatz wird allerdings durch das PCH gebrochen, um die Grenzen des inneren Regelkreises vor der Adaption des äußeren Kreises zu verbergen. Es wird eine spezielle Form des PCH verwendet, welche die Dynamik des inneren Kreises explizit im Referenzmodell des äußeren integriert und dieses verzögert. Es entsteht eine Mischform zwischen Referenzmodellmodifikation und klassischem PCH, wodurch der Einfluss der Rückführung in das Referenzmodell reduziert wird. Die verbleibende Rückführung wird in einer Offline-Störungsschätzung berücksichtigt. Die in Kapitel 2.3 über die mathematische Problemformulierung geforderte Approximation des geschlossenen Regelkreises (2.3) lässt sich aufgrund der expliziten Vorgabe direkt in diesem Blockschaltbild wiederfinden. Das Modell der Hubschrauberdynamik (2.1) ist in der nachstehenden Abbildung die Regelstrecke. Die Vorsteuerung verwendet dieses näherungsweise bekannte Systemmodell. Darüber hinaus können externe, unbeeinflussbare Eingänge $\underline{d}$ aufgeschaltet werden. Auch diese Eingänge sind nur näherungsweise als $\hat{\underline{d}}$ bekannt. In dieser Abbildung ist eine

Grenze der vorsteuerungsbasierten Pfadfolge absehbar: Auch wenn es gelingt, durch geeignete Wahl der Verläufe am Regelungseingang $\underline{u}_c$ das Referenzmodell auf den Pfad zu fixieren, so kann die Strecke aufgrund des Regelungsfehlers $\underline{e}_y$ von diesem abweichen. Ist der Regler allerdings stabil – wovon im Folgenden ausgegangen wird – so ist auch diese Abweichung beschränkt.

2.4.2 Unbeeinflussbare Eingänge, Modellunsicherheiten und Störungen

Um in späteren Teilen der Arbeit eine konsistente Formulierung der Lösungskonzepte zu erreichen, wird davon ausgegangen, dass die Regelstrecke neben den Steuergrößen über weitere Eingänge $\underline{d}$ verfügt, siehe Abbildung 2.2. Diese Eingänge beeinflussen das Flugverhalten, können aber selbst nicht verändert werden. Beispiele hierfür sind Windbedingungen oder externe Kräfte und Momente durch aktuierte Nutzlasten oder Umgebungsinteraktion während des Flugs. Die hier gewählte Formulierung der Windberücksichtigung unterscheidet sich somit von der üblichen Form, bei der Zustandsvariablen mit Bezug zur Anströmung gewählt werden.

Die auch als Perturbationen bezeichneten Eingänge $\underline{d}$ werden fehlerbehaftet gemessen oder geschätzt. Im Beispiel der Windmessung lässt sich der mittlere Wind auf diese Weise in der Regelung berücksichtigen. Dabei stellt die Differenz zwischen tatsächlichen Eingangsverlauf $\underline{d}$ und Schätzung $\hat{\underline{d}}$ eine Form der Störung dar. Die bekannten Anteile sind mit der Vorsteuerung abbildbar, die Störungsanteile müssen durch die Rückführung kompensiert werden.

In späteren Abschnitten wird ein Störungsschätzer eingeführt, der die Auswirkungen der Schätzfehler der Perturbationen sowie durch Modellfehler erzeugte Unsicherheiten schätzt und diese im nächsten Flug berücksichtigt. Eine Unterscheidung der Ursachen zwischen Modellunsicherheit und Fehler im unbeeinflussbaren Eingang ist in der Schätzung nicht vorgesehen, da beide in gleicher Weise auf den Flug des Hubschraubers wirken. Zunächst lohnt sich jedoch die Unterscheidung konzeptionell, da sie es gestattet, Vorwissen des Modells und Messungen der unbeeinflussbaren Eingänge zu berücksichtigen.

Um die Notation entsprechend der späteren Nutzung einzuführen, muss zunächst eine Normalform beschrieben werden, wie sie in der Literatur unter dem Namen Byrnes-Isidori-Normalform oder kanonische Normalform häufig verwendet wird (Nijmeijer und van der Schaft 1990; Slotine und Li 1991; Isidori 1995), siehe Hintergrund 1 auf S. 32. Eine Variante, ein differentiell flaches Modell in diese Normalform zu überführen, wird im anschließenden Kapitel 2.4.3 beschrieben. Es ergibt sich die folgende Störungsdefinition.

Definition 1: Störung

Gegeben sei ein näherungsweise bekanntes Streckenmodell $\underline{\hat{\alpha}}$ in Normalenform (s. Hintergrund 1, S. 32) und eine Schätzung der externen unbeeinflussbaren Eingänge $\underline{\hat{D}}$. Die Abweichung der Reaktion der höchsten Ableitungen zwischen Modell und Strecke wird dann additiv formuliert:

$$\begin{aligned}\underline{\xi}^{(r)}(t) &= \underbrace{\underline{\alpha}(\underline{\xi}_p(t),\underline{\delta}(t),\ldots,\underline{\delta}^{(\sigma)}(t),\underline{D}(t))}_{\text{exaktes (unbekanntes) Modell}} \\ &=: \underbrace{\underline{\hat{\alpha}}(\underline{\xi}_p(t),\underline{\delta}(t),\ldots,\underline{\delta}^{(\sigma)}(t),\underline{\hat{D}}(t))}_{\substack{\text{Näherungsweise bekanntes Modell}\\ \text{mit geschätzten externen Eingängen}}} + \underbrace{\underline{\Delta}(\underline{\xi}_p(t),\underline{\delta}(t),\ldots,\underline{\delta}^{(\sigma)}(t),\underline{D}(t),\underline{\hat{D}}(t))}_{\text{Störung}}\end{aligned} \tag{2.4}$$

Die Störung Δ bildet sowohl die Unterschiede der Streckenreaktion durch Messungenauigkeiten der Perturbationen $\underline{\hat{D}}$ als auch Modellungenauigkeiten ab. Der Einfluss einer fehlerbehafteten geodätischen Windmessung auf den Zustandsverlauf hängt beispielsweise von der Lage des Hubschraubers ab.

Anmerkungen zur Schreibweise der Systemeingänge Die steuerbaren Eingänge $\underline{\delta}$ ähneln in ihren mathematischen Eigenschaften den nicht beeinflussbaren Eingängen oder Perturbationen $\underline{d}$. Um deutlich zu machen, dass mit den Perturbationen umgegangen werden muss, ohne diese beeinflussen zu können, wird ein Vektor $\underline{D}$ eingeführt, der alle benötigten Ableitungen kompakt enthält. Für die steuerbaren Eingänge $\underline{\delta}$ wird kein solcher Vektor eingeführt, sondern die Ableitungen werden einzeln formuliert.

Veranschaulichung Abbildung 2.3 veranschaulicht diese Gleichung. In diesem Kapitel werden Ableitungen der Eingänge in der Schreibweise zunächst berücksichtigt. Die Abbildung und die darauf aufbauenden Darstellungen berücksichtigen diese Ableitungen nicht explizit, um möglichst kompakt auf die notwendigen Details einzugehen. Die Ableitungen der unbeeinflussbaren Eingänge lassen sich durch den Vektor $\underline{D}$ mitführen.

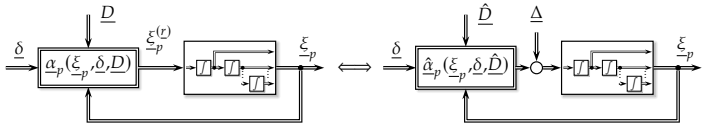


Abbildung 2.3: Zusammenhänge zwischen externen Eingängen $\underline{D}$, deren Schätzung $\underline{\hat{D}}$ und additiver Störung $\underline{\Delta}$ für bekanntes Modell $\underline{\hat{\alpha}}_p$ und Strecke $\underline{\alpha}_p$

Hintergrund 1: Begriffe und Schreibweisen zur Byrnes-Isidori-Normalform

Wenn für ein System endlichdimensionaler gewöhnlicher Differentialgleichungen ein Satz von n_y Zustandskoordinaten $\underline{\xi}$ gefunden werden kann, sodass es durch eine Kette von Integratoren und den dynamischen Zusammenhängen ausschließlich im Teil der höchsten Ableitung auftaucht, nennt sich diese Form Byrnes-Isidori-Normalform, siehe Abbildung 2.4. Eine Nulldynamik wird im Folgenden nicht mitnotiert, weil sie im konkreten Fall dieser Arbeit nicht auftritt und das Weglassen die Schreibweise deutlich verkürzt:

$$
\begin{aligned}
\dot{\xi}_{1,1} &= \xi_{1,2} \\
&\dots \\
\dot{\xi}_{1,r_1-1} &= \xi_{1,r_1} \\
\dot{\xi}_{1,r_1} &= \alpha_1(\underline{\xi}, \underline{\delta}, \dots, \underline{\delta}^{(\sigma_1)}, \underline{D}) \\
&\dots \\
\dot{\xi}_{i,1} &= \xi_{i,2} \\
&\dots \\
\dot{\xi}_{i,r_i-1} &= \xi_{i,r_i} \\
\dot{\xi}_{i,r_i} &= \alpha_i(\underline{\xi}, \underline{\delta}, \dots, \underline{\delta}^{(\sigma_i)}, \underline{D}) \\
&\dots \\
\dot{\xi}_{n_y,1} &= \xi_{n_y,2} \\
&\dots \\
\dot{\xi}_{n_y,r_i-1} &= \xi_{n_y,r_1} \\
\dot{\xi}_{n_y,r_{n_y}} &= \alpha_{n_y}(\underline{\xi}, \underline{\delta}, \dots, \underline{\delta}^{(\sigma_{n_y})}, \underline{D})
\end{aligned}
$$

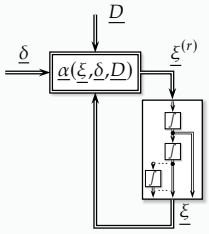


Abbildung 2.4: Normalform ohne Nulldynamik und Verkürzung der Eingangsableitungen

Dabei bezeichnet $\underline{r} := (r_1, \dots, r_{n_y})^T$ den Vektorrelativgrad und r_i den relativen Grad der Koordinate i. Die $\sigma_i \in \mathbb{N}_0$ sind die je Koordinate auftretenden Eingangsableitungen. Die notwendigen zeitlichen Ableitungen der externen, unbeeinflussbaren Eingänge wird zusammengefasst[a]

$$\underline{D} := (\underline{d}_1^T, \dot{\underline{d}}^T, \dots, \underline{d}^{(\sigma_d)T})^T \in \mathbb{R}^{\sigma_d n_d},\ \sigma_d \leq \max(\underline{r}) - 1 \in \mathbb{N}_0.$$

Damit keine innere Dynamik existiert, muss $\sum_i^{n_y} r_i = n_x$ erfüllt sein. Die sogenannten Brunovský-Zustände sind

$$\underline{\xi} := (\xi_{1,1}, \dots, \xi_{1,r_1}, \dots, \xi_{n_y,1}, \dots, \xi_{n_y,r_{n_y}})^T \in \mathbb{R}^{n_x}.$$

Die Zusammenfassung der jeweils höchsten Ableitungen wird häufig verwendet und darum wie folgt verkürzend geschrieben:

$$\underline{\xi}^{(r)} := (\dot{\xi}_{1,r_1}, \ldots, \dot{\xi}_{n_y,r_{n_y}})^T = \underline{\alpha}(\underline{\xi}, \underline{\delta}, \underline{D}) \in \mathbb{R}^{n_y}$$

Für den speziellen Fall, dass sich das Modell in eine einfache Integratorkette überführen lässt, beispielsweise durch Wahl geeigneter Eingangsverläufe, sodass $\underline{\xi}^{(r)} = \underline{v}$ stehen bleibt, wird diese Integratorkette auch Brunovský-Normalform genannt.

[a] Wie in der Nomenklatur eingeführt, werden Ableitungen von Vektoren wie unter der Annahme einheitlicher Ordnung über die Elemente notiert. In der elementweisen Schreibweise werden die verschiedenen maximalen Ableitungen aufgeführt.

2.4.3 Vorsteuerung durch flachheitsbasierte Linearisierung

Eine Vielzahl verschiedener Ansätze ermöglicht es, mittels Vorsteuerung eine Trajektorienfolge zu erreichen, wie sie von einem Referenzmodell vorgegeben wird. Die Wahl eines geeigneten Vorsteuerungsansatzes hängt maßgeblich von der vorhandenen Modellstruktur ab. Im Kontext der adaptiven Flugregelung wird häufig auf NDI zurückgegriffen (Nijmeijer und van der Schaft 1990; Slotine und Li 1991; Isidori 1995; Khalil 2002). Bei diesen Verfahren wird eine Zustandstransformation zusammen mit einer Zustands- oder Ausgangsrückführung eingesetzt, um das zu regelnde System auf eine lineare Form, häufig eine Integratorkette, zurückzuführen. Für dieses exakt linearisierte System können dann Verfahren der linearen Reglerauslegung verwendet werden. Derartige Verfahren werden als exakt bezeichnet, weil es sich um eine Zustandstransformation und nicht um eine taylorbasierte Linearisierung um einen Arbeitspunkt handelt, die mit einer Näherung einhergeht.

In späteren Abschnitten kommt ein Modell des Schwebeflugs zum Einsatz, das Rotorzustände aufweist, die nicht direkt messbar sind. Um einen Zustandsbeobachter oder Signalableitungen in der Rückführung für die Varianten des NDI zu vermeiden, wird im Folgenden auf einen rein vorsteuerungsbasierten Ansatz zurückgegriffen. In einer Reihe von Veröffentlichungen wird diese Methode als *Flatness-Based Exact Feedforward Linearization* (FFL) mit verschiedenen Entwicklungsstufen vorgestellt, siehe Hagenmeyer und Delaleau (2003a), Hagenmeyer und Delaleau (2003b), Hagenmeyer et al. (2004), Hagenmeyer und Delaleau (2008) sowie Hagenmeyer und Delaleau (2010). Diese Vorsteuerung nutzt lediglich die Solltrajektorie und deren Ableitungen zur Erzeugung der Vorsteuerung – Signalverläufe, die das Referenzmodell erzeugt.

Um FFL einsetzen zu können wird das Konzept der differentiellen Flachheit benötigt. Flachheit bezeichnet eine strenge Eigenschaft einer bestimmten Klasse nichtlinearer Systeme. Auch steuerbare LTI-Systeme sind differentiell flach. In den folgenden Abschnitten werden die Ergebnisse verschiedener Arbeiten wiedergegeben. Zur Darstellung der Vorsteuerungsmethode wird zunächst der Begriff Flachheit rekapituliert, vgl. die ursprüngliche Arbeit von Fliess et al. (1995) und Lehrbücher von Rudolph (2003) sowie Levine (2009).

Hintergrund 2: Differentielle Flachheit

Eine Dynamik endlichdimensionaler gewöhnlicher Differentialgleichungen (GDL)

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{\delta}, \ldots, \underline{\delta}^{(\iota)}, \underline{D}), \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0, \quad \underline{x} \in \mathbb{R}^{n_x}, \underline{\delta} \in \mathbb{R}^{n_y}$$

heißt differentiell flach, wenn

i) ein Tupel von (virtuellen) Ausgangsvariablen $\underline{y} = (y_1, \ldots, y_{n_y})^T \in \mathbb{R}^{n_y}$ existiert, genannt flacher Ausgang, der durch die Systemgrößen und deren Ableitungen ausgedrückt werden kann[a]

$$y_j = h_j(\underline{x}, \underline{\delta}, \dot{\underline{\delta}}, \ldots, \underline{\delta}^{(\eta_j)}), \quad j = 1, \ldots, n_y \tag{2.5}$$

und folgende Bedingungen erfüllt:

ii) **Differentielle Unabhängigkeit:** Es existieren keine Differentialgleichungen, welche die Komponenten des flachen Ausgangs voneinander abhängig machen

$$\nexists\, \underline{H}(\underline{y}, \dot{\underline{y}}, \ldots, \underline{y}^{(\upsilon)}) = \underline{0}.$$

iii) **Vollständigkeit:** Es lassen sich die Systemgrößen durch den flachen Ausgang und dessen zeitliche Ableitung ausdrücken

$$x_j = \phi_j(\underline{D}, \underline{y}, \dot{\underline{y}}, \ldots, \underline{y}^{(\chi)}), \quad j = 1, \ldots, n_x \tag{2.6}$$

$$\delta_j = \psi_j(\underline{D}, \underline{y}, \dot{\underline{y}}, \ldots, \underline{y}^{(\chi+1)}), \quad j = 1, \ldots, n_y. \tag{2.7}$$

[a] Es wird hier davon ausgegangen, dass der flache Ausgang nicht von den unbeeinflussbaren Eingängen $\underline{D}$ abhängt.

Den flachen Ausgang zu ermitteln, ist die Herausforderung für den Nachweis der differentiellen Flachheit. Gelingt der Nachweis, vereinfacht sich die Folgeregelung, da die Verläufe des Systemeingangs allein aus den algebraischen Zusammenhängen einer aus-

reichend häufig differenzierbaren Solltrajektorie im flachen Ausgang berechnet werden können. Gegeben sei also ein Modell, das lokal gültig ist und die Strecke aus (2.1) näherungsweise beschreibt. Das Modell sei differentiell flach und mit dem flachen Ausgang $\underline{y} \in \mathbb{R}^{n_y}$

$$\dot{\underline{x}}(t) = \hat{\underline{f}}(\underline{x}(t), \hat{\underline{d}}(t), \underline{\delta}(t)), \quad \underline{x}_p(0) = \underline{x}_0 \tag{2.8a}$$

$$\underline{y}(t) = \hat{\underline{h}}(\underline{x}, \underline{\delta}(t), \dot{\underline{\delta}}(t), \ldots, \underline{\delta}^{(\eta)}(t)), \tag{2.8b}$$

notiert, mit den Zuständen $\underline{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$, den vermuteten externen, unbeeinflussbaren Eingänge $\hat{\underline{d}} \in \mathbb{R}^{n_d}$ und den Steuergrößen $\underline{\delta} \in \mathbb{R}^{n_\delta}$. Da es sich um virtuelle Ausgänge handelt, können auch η Ableitungen des Eingangs im flachen Ausgangs auftreten. Im Folgenden wird der flache Ausgang unabhängig von den unbeeinflussbaren Eingängen angenommen. Ein flacher Ausgang hat nicht immer eine physikalische Bedeutung und ist nicht eindeutig bestimmt (Fliess et al. 1995). Mitunter setzt er sich aus verschiedenen Zustandskomponenten zusammen und ist unter Umständen nicht direkt messbar. Wird der für die Regelung verwendet, so besitzt das System in Bezug auf diesen Ausgang keine Nulldynamik. Allerdings ist eine Trajektorienplanung in diesem Ausgang nicht immer gewünscht, wenn sich die Regelungsaufgabe nicht ohne Weiteres mithilfe dessen Koordinaten formulieren lässt. Wird für die Folgeregelung ein anderer Ausgang verwendet, kommt es wieder zu einer Nulldynamik, die gesondert betrachtet werden muss, siehe van Nieuwstadt und Murray (1995).

Die Linearisierung kann mit oder ohne Zustandsrückführung umgesetzt werden. Wird auf eine Rückführung verzichtet, entsteht FFL und die Solltrajektorie gibt die notwendigen Signale vor. Auf diese Weise wird das System in eine Normalform bestehend aus einer Integratorkette und einem neuen virtuellen Eingang $\underline{v}$ überführt.[3] Der Verlauf des Ausgangs und dessen Ableitungen werden in der vorliegenden Arbeit durch das Referenzmodell $\underline{y}_m(t)$ erzeugt. Mit (2.7) kann ein Vorsteuerungssignal berechnet werden

$$\underline{\delta}_{ff}(t) = \hat{\underline{\psi}}(\hat{\underline{D}}(t), \underline{y}_m(t), \dot{\underline{y}}_m(t), \ldots, \underline{y}_m^{(\mu)}(t)). \tag{2.9}$$

Unter der Annahme konsistenter Anfangsbedingungen des Referenzverlaufs und genauer Modellkenntnis kann gezeigt werden, dass dieses Vorsteuerungssignal zur Linearisierung der Strecke führt. Dazu wird das Modell zunächst in die Normalform gemäß Hintergrund 1 überführt und anschließend die Vorsteuerung darauf angewandt. Jedes flache System lässt sich in diese Normalform überführen, siehe Hagenmeyer und Delaleau (2003a) oder Rudolph (2003), S. 89ff. Die dafür benötigte Zustände werden über den flachen Ausgang und dessen zeitliche Ableitungen gebildet und zu dem sog.

[3] Dieser Eingang wird häufig *pseudo control* oder Pseudosteuergröße genannt.

Brunovský-Zustand $\underline{\xi}$ zusammengefasst, mit $\underline{\xi}^{(r)}$ als Sammlung der höchsten Ableitungen der Ausgangskoordinaten. Dieser neue Zustand lässt sich über eine wohldefinierte Transformation, die sich aus (2.5) und dem Umstellen von (2.6) bestimmen lässt, aus den Zuständen $\underline{x}$ ermitteln. Diese Transformation und ihre Inverse haben die Gestalt

$$\underline{\xi}(t) = \underline{\Xi}(\underline{x}(t), \hat{\underline{D}}(t), \underline{\delta}(t), \dot{\underline{\delta}}(t), \ldots, \underline{\delta}^{(\rho)}(t)) \tag{2.10}$$

$$\underline{x}(t) = \underline{\Xi}^{-1}(\underline{\xi}(t), \hat{\underline{D}}(t), \underline{\delta}(t), \dot{\underline{\delta}}(t), \ldots, \underline{\delta}^{(\rho)}(t)), \tag{2.11}$$

mit der Anzahl notwendiger Ableitungen der Eingänge ρ, um die Normalform zu erzeugen. Somit ergibt sich das transformierte Modell in Normalform

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{i,j}(t) &= \xi_{i,j+1}(t), && j \in \{1, \ldots, r_i - 1\} \\ \dot{\xi}_i^{r_i}(t) &= \hat{\alpha}_i(\underline{\xi}(t), \hat{\underline{D}}(t), \underline{\delta}(t), \dot{\underline{\delta}}(t), \ldots, \underline{\delta}^{(\sigma_i)}(t)), && i \in \{1, \ldots, n_y\}. \end{aligned} \tag{2.12}$$

Konsistente Anfangsbedingungen zwischen Normalform und ursprünglichem Modell ergeben sich durch

$$\underline{\xi}_0 = \underline{\Xi}(\underline{x}_0, \hat{\underline{D}}(0), \underline{\delta}(0), \dot{\underline{\delta}}(0), \ldots, \underline{\delta}^{(\rho)}(0)). \tag{2.13}$$

Es gilt hierbei $\underline{\xi} \in \mathbb{R}^{n_x}$, da $\sum_{i=1}^{n_y} r_i = n_x$. Die bekannte Streckendynamik in Normalform setzt sich aus einer Integratorkette und der Repräsentation der Dynamik $\hat{\alpha}_i$ in den höchsten Ableitungen zusammen. Die höchsten Ableitungen dieser Normalform können durchaus auch von Ableitungen der Eingänge abhängen. Solche Zustände sind ursprünglich unter dem Begriff *verallgemeinerte Zustände* eingeführt worden, siehe z. B. Delaleau und Rudolph (1998) sowie Rudolph und Delaleau (1998). Unter gewissen Umständen können diese Ableitungen in den Zuständen vermieden werden, denn der Brunovský-Zustand ist aus zwei Gründen nicht eindeutig. Zum einen kann durch die Wahl eines anderen flachen Ausgangs auch die Normalform verändert werden. Zum anderen kann unter Umständen der relative Grad der Koordinaten des flachen Ausgangs verschoben werden, solange die Summe aller relativen Grade stets n_x ergibt, siehe z. B. Rudolph (2003), S. 58ff. Auch im linearen Fall reicht eine einfache Transformation zur Vermeidung der verallgemeinerten Zustände nicht aus,[4] da hierdurch die Normalform wieder verloren ginge. Ein Beibehalten der physikalischen Bedeutung der Zustände durch Wahl des flachen Ausgangs und das gleichzeitige Vermeiden der Ableitungen des Eingangs in den Zustandsgleichungen ist dabei nicht immer möglich, was im konkreten Hubschraubermodell aus Anhang A der Fall ist.

[4] Für lineare Systeme lassen sich verallgemeinerte Zustände außerhalb einer Normalform vermeiden, denn für ein $\dot{\underline{x}} = \underline{\underline{A}}\underline{x} + \sum_{i=1}^{\sigma} \underline{\underline{B}}_i \underline{\delta}^{(i)}$ und eine Zustandstransformation $\underline{\tilde{x}} = \underline{x} - \sum_{i=0}^{\sigma-1} \underline{\underline{B}}_i \underline{\delta}^{(i)}$ ergibt sich eine Zustandsdarstellung mit reduzierter höchster Ableitung im Eingang $\dot{\underline{\tilde{x}}} = \underline{\underline{A}}\underline{\tilde{x}} + \sum_{i=0}^{\sigma-1} (\underline{\underline{B}}_i - \underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{B}}_{i+1}) \underline{\delta}^{(i)}$. Ein Wiederholen dieser Transformation entfernt schlussendlich die Eingangsableitungen aus der Zustandsdarstellung.

Die Eingangsableitungen können berücksichtigt werden. Mithilfe quasistatischer Rückführungen wurde von Delaleau und Rudolph (1998) für alle flachen Systeme gezeigt, dass sich auch für die Struktur in (2.12) stets ein virtueller Eingang $\underline{v}$ finden lässt

$$v_i(t) \coloneqq \hat{\alpha}_i(\underline{\xi}(t),\underline{\hat{D}}(t),\underline{\delta}(t),\dot{\underline{\delta}}(t),\dots,\underline{\delta}^{(\sigma_i)}(t)),\ i \in \{1,\dots,n_y\} \tag{2.14}$$

und dazu eine Lösung für den Systemeingang der Form[5]

$$\begin{aligned}\underline{\delta}(t) &= \underline{\hat{a}}(\underline{\xi}(t),\underline{\hat{D}}(t),\underline{v}(t),\dots,\underline{v}^{(\sigma)}(t)),\ \sigma = \max(\sigma_i)\\ &= \underline{\hat{a}}(\underline{\xi}(t),\underline{\hat{D}}(t),\underline{\xi}^{(r)}(t),\dots,\underline{\xi}^{(\sigma)}(t)).\end{aligned} \tag{2.15}$$

eignet.[6] In den genannten Arbeiten wird allgemeiner gezeigt, dass ein flaches Modell in Normalform über diesen Zusammenhang in eine lineare Dynamik mit neuem Eingang überführt werden kann. In diesem Fall besteht diese lineare Dynamik allein aus dem Eingang $\underline{v}$. Mit (2.15), den Zuständen der Normalform und diesem Eingang ist es nun also möglich, einen entsprechenden Verlauf für den ursprünglichen Systemeingang $\underline{\delta}$ zu bestimmen.

Wird das Vorsteuerungssignal (2.9) als Eingang der Strecke verwendet, so gilt entsprechend

$$\underline{\delta}_{ff}(t) = \underline{\hat{\psi}}(\underline{\hat{D}}(t),\underline{y}_m(t),\dot{\underline{y}}_m(t),\dots,\underline{y}_m^{(\mu)}) = \underline{\hat{a}}(\underline{\xi}(t),\underline{\hat{D}}(t),\underline{\xi}^r(t),\dots,\underline{\xi}^{(r+\sigma)}(t)) \tag{2.16}$$

und $\mu = \max(\mu_i) = \max(r_i+\sigma_i)-1$. Es lässt sich anschließend zeigen, dass dieser Eingang die nominelle Strecke linearisiert. Nominell bezeichnet hier, dass die Strecke durch das flache Modell exakt beschrieben wird, die Perturbation den geschätzten Verlauf annimmt $\underline{D} = \underline{\hat{D}}$ sowie, dass die Anfangsbedingungen der Normalform und der Strecke konsistent zum gewünschten Ausgangsverlauf $\underline{y}_m$ sind, d. h.

$$\underline{x}_0 = \underline{\hat{\phi}}(\underline{\hat{D}}(0),\underline{y}_m(0),\dot{\underline{y}}_m(0),\dots,\underline{y}_m^{\kappa}(0)) = \underline{\Xi}^{-1}(\underline{\xi}_0,\underline{\hat{D}}(0),\underline{\hat{a}}(0),\dot{\underline{\hat{a}}}(0)\dots,\underline{\hat{a}}^{(\rho)}(0)). \tag{2.17}$$

Unter diesen Bedingungen gilt wegen (2.14) und (2.15) Gleichheit des Streckenausgangs zum Verlaufs des Referenzmodells $\underline{y}_m(t) = \underline{y}_p(t)$. Gleichzeitig gilt, dass $\dot{\underline{\xi}}_{i,r_i}(t) = v_i(t)$ mit den Pseudosteuergrößen v_i der Koordinaten i. Somit folgt die Strecke dem gewünschten Ausgang und gleichzeitig fällt die Normalform (2.12) zu einer Brunovský-Normalform,

[5] Ein Beispiel für den linearen Fall des Schwebeflugmodells dieser Arbeit ist in Anhang A.3 zu finden.

[6] Quasistatische Rückführungen grenzen sich von statischen ab, da hier Ableitungen des virtuellen Eingangs $\underline{v}$ auftreten. Von dynamischen Rückführungen grenzen sie sich ab, da keine dynamische Erweiterung benötigt wird, die Rückführung also keine eigenen Zustände erhält. Siehe Rothfuß (1997), S. 48f für eine Zusammenstellung der allgemein möglichen Rückführungsvarianten, um eine Zustandslinienarisierung zu erreichen (dynamisch, endogen, quasistatisch, statisch).

also einer Integratorkette, zurück. Von Hagenmeyer und Delaleau (2003a) wird dargestellt, dass sich auch für nicht konsistente Anfangsbedingungen die Strecke entlang des Verlaufs der Integratorkette entwickelt. Für stabile Systeme bleibt der Unterschied beschränkt.

Für nicht konsistente Anfangsbedingungen und Abweichungen der Modelle zur Strecke lässt sich die Fehlerdynamik ermitteln. Die Fehlerzustände

$$\underline{e}_{\xi}(t) \coloneqq \underline{\xi}_{p}(t) - \underline{\xi}_{m}(t) \tag{2.18}$$

sind als Differenz der Strecke (Index p) zum Referenzmodell (Index m) definiert.

Mit dem im Späteren zu entwickelnden Rückführungsanteil $\underline{v}_{fb}$ setzt sich der neue virtuelle Eingang $\underline{v}$ und das damit verbundene Regelungsgesetz aus dem durch die Referenzdynamik generierten $\underline{v}_m$ und mit der Rückführung erzeugtem $\underline{v}_{fb}$ zusammen

$$\underline{v}(t) = \underline{\xi}_{m}^{(r)}(t) + \underline{v}_{fb}(t) = \underline{v}_{m}(t) + \underline{v}_{fb}(t) \tag{2.19}$$

$$\underline{\delta}(t) = \underline{\hat{a}}(\underline{\hat{D}}(t), \underline{\xi}_{m}(t), \underline{v}(t), \ldots, \underline{v}^{(\sigma)}(t)),\ \sigma = \max(\sigma_i),\ i \in \{1, \ldots, n_y\}. \tag{2.20}$$

Zur Implementierung dieser Rückführung sind also Ableitungen der Rückführung $\underline{v}_{fb}$ notwendig. Diese können rekursiv eliminiert werden, vgl. Rudolph und Delaleau (1998). Dazu wird (2.19) differenziert, und die dadurch entstehenden Ableitungen der Streckenzustände in den Fehlertermen von $\underline{v}_{fb}$ durch (2.19) ersetzt. Dieser Vorgang wird entsprechend σ wiederholt und die Streckenableitungen rekursiv durch Ableitungen von $\underline{v}$ ersetzt. Die potenziell verrauschten Messsignale in den Fehlertermen müssen auf diese Weise nicht differenziert werden. Es werden allerdings zusätzliche Ableitungen der Referenzverläufe benötigt.

Eine weitere Betrachtungsweise für die vorsteuerungsbasierte Inversion bieten Hagenmeyer und Delaleau (2003a). Die Regelung wird hier unter der Annahme ausgelegt, die Strecke bewege sich auf der idealen Trajektorie $\underline{\xi}_m$. In diesem Fall entwickelt sich das System entsprechend der Brunovský-Integratorkette mit $\alpha_i(\underline{\hat{D}}(t), \underline{\xi}_m(t), \underline{\hat{a}}(t), \dot{\underline{\hat{a}}}(t), \ldots, \underline{\hat{a}}^{(\sigma)}) = v_i$. Im Fall idealer Trajektorienfolge hängt jede Zeile i von (2.15), und damit auch in (2.20), nur von v_i selbst ab. Ableitungen treten nicht auf. Dafür ist die Auslegung der Rückführung notwendig, sodass $\underline{v}_{fb}(\underline{e}_{\xi} = \underline{0}) = \underline{0}$ ist. Wird (2.20) zeilenweise notiert, verdeutlicht sich die Struktur

$$\delta_i(t) = \hat{a}_i(\underline{\hat{D}}(t), \underline{\xi}_m(t), \underline{v}_m(t) + \underline{v}_{fb}(t), \dot{\underline{v}}_m(t), \ldots, \underline{v}_m^{(\sigma_i)}(t)), \quad i \in \{1, \ldots, n_y\}. \tag{2.21}$$

Mithilfe dieser Zusammenhänge lässt sich das resultierende Blockschaltbild darstellen, siehe Abbildung 2.5. Zur Verkürzung dieser und folgender Abbildungen werden

Ableitungen von $\underline{v}$ nicht dargestellt. Die Fehlerdynamik wird in Normalform angegeben

$$\begin{aligned} \dot{e}_{i,j}(t) &= \underline{e}_{i,j+1}(t), && j \in \{1,\dots,r_i-1\} \\ \dot{e}_{i,r_i}(t) &= \alpha_i(\underline{\hat{D}}(t),\underline{\xi}_m(t) + \underline{e}(t),\underline{\hat{a}}(t),\dot{\underline{\hat{a}}}(t),\dots,\underline{\hat{a}}^{(\sigma)}(t)) - \dot{\xi}_{m,i,r_i}(t), && i \in \{1,\dots,n_y\} \end{aligned} \tag{2.22}$$

und anschließend entlang der Trajektorie linearisiert, um sowohl die Reglersynthese zu unterstützen als auch einen Stabilitätsnachweis zu erbringen. Letzterer ist bei diesem vorsteuerungsbasierten Ansatz aufwändig. Zwei Aspekte müssen berücksichtigt werden: Einerseits handelt es sich hierbei um eine echte nichtlineare Rückführung in Kombination mit der Vorsteuerung. Andererseits wird das Konvergenzverhalten nicht nur vom Regelungsfehler selbst, sondern auch von der Solltrajektorie beeinflusst. Ein Stabilitätsnachweis gelingt also nur bei einer gemeinsamen Betrachtung der Fehlerdynamik und der Eigenschaften der Referenztrajektorie, z. B. durch deren Einschränkung. Für eine PID-ähnliche Rückführung (das heißt, alle Zustände werden zurückgeführt und der Fehlervektor um einen Integralteil erweitert) zeigen Hagenmeyer und Delaleau (2010) Kriterien für Stabilität unter der Voraussetzung hinreichend langsamer Vorgabetrajektorien.

Im vorliegenden Hubschraubermodell tritt für den äußeren translatorischen Regelkreis keine Eingangsableitung auf. Damit genügt in diesem Fall eine rein statische Rückführung. Für den inneren Kreis hingegen ist $\sigma = 1$ und kann mit den zuvor dargestellten Zusammenhängen behandelt werden. Die rekursive Eliminierung der Rückführungsableitungen wird in der Implementierung dadurch umgangen, dass die Vorsteuerung streng von der Rückführung separiert wird. Das Rückführungssignal läuft damit nicht durch die Streckeninversion $\underline{\hat{a}}$, sondern wird direkt als $\underline{\delta}_{fb}$ auf die Aktuatoren aufgeschaltet, vgl. Kapitel 3.5.

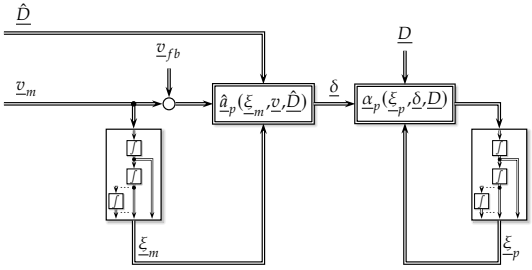


Abbildung 2.5: Blockdiagramm der näherungsweisen und flachheitsbasierten Vorsteuerung, die auf eine Zustandsrückführung zur exakten Linearisierung verzichtet.

In den Flugversuchen wurde dieses Konzept zur Berücksichtigung der Eingangsableitungen noch nicht eingesetzt. Bei der Auswertung der Experimentaldaten mit vereinfachter Vorsteuerung ergab sich die Hypothese, dass die verbleibenden Pfadablagen auf diese Vereinfachungen im inneren Regelkreis zurückzuführen sind. Aus diesem Grund werden die in diesem Kapitel gezeigten Verbesserungen der Vorsteuerung aufgegriffen und für die Simulation umgesetzt. Ein Vergleich der beiden Vorsteuerungsvarianten, der unter flugversuchsähnlichen Bedingungen simuliert wurde, zeigt, dass ein erheblicher Anteil der verbleibenden Pfadablage auf die ursprünglichen Vereinfachungen zurückzuführen ist und sich durch eine Weiterentwicklung wie die hier beschriebene flachheitsbasierte Vorsteuerung verbessern lässt (vgl. Kapitel 4.2.4).

Für vereinfachte Hubschraubermodelle lassen sich flache Ausgänge finden, siehe z. B. Koo et al. (2001) sowie Formentin und Lovera (2011) für einfache nichtlineare Modellierungen. Eine Alternative ist die Verwendung von linearen Systemapproximationen um Trimmpunkte, wie beispielsweise dem Schwebeflug, siehe Anhang A. Um diese Modelle für die Regelung einzusetzen, werden sie für die Regelkaskade in innere (Schub, Lage) und äußere (Geschwindigkeit) Modelle zerlegt. Dabei bleiben die Modelle verkoppelt, was durch die hier vorgestellten externen, unbeeinflussbaren Größen $\underline{d}$ berücksichtigt wird. Darüber hinaus unterstützen die folgenden Zusammenhänge das Auslegen der flachheitsbasierte Vorsteuerung dieser linearen Modelle.

Flachheit linearer Systeme Lineare Systeme sind genau dann differentiell flach, wenn sie steuerbar sind (Fliess et al. 1995). Der Ausgang des Systems muss allerdings zusätzliche Anforderungen erfüllen. Yong et al. (2015) stellen einen Zusammenhang zwischen differentiell flachen Ausgängen und *strenger Beobachtbarkeit* (strong observability) her. Es ist demnach hilfreich, ein lineares MIMO-System in Form einer Laplace-Transformierten der Zustandsgleichungen zu betrachten

$$\begin{pmatrix} \underline{0} \\ \underline{Y}(s) \end{pmatrix} = \underline{\underline{S}}(s) \begin{pmatrix} \underline{X}(s) \\ \underline{U}(s) \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{S}}(s) := \begin{pmatrix} \underline{\underline{A}} - s\underline{\underline{I}}^{n_x \times n_x} & \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{C}} & \sum_{i=0}^{\eta} s^i \underline{\underline{D_i}} \end{pmatrix}. \tag{2.23}$$

Dabei stellen $\underline{\underline{A}}$, $\underline{\underline{B}}$, $\underline{\underline{C}}$ die System-, Eingangs- und Ausgangsmatrix des linearen Systems und $s \in \mathbb{C}$ den Laplace-Operator dar. Die Matrix $\underline{\underline{S}} \in \mathbb{C}(s)^{(n_x+n_y)\times(n_x+n_u)}$ wird hier als erweiterte Übertragungsmatrix bezeichnet. Eine Besonderheit flacher Ausgänge ist, dass η Ableitungen des Eingangs auftreten können, siehe (2.5).

Mit diesen Definitionen lassen sich folgende Kriterien für den Nachweis der Flachheit eines Ausgangs aufstellen:

- Die Anzahl der Ausgänge entspricht der Anzahl der Eingänge $\dim(y) = n_u$.
- Die erweiterte Übertragungsmatrix $\underline{\underline{S}}$ besitzt vollen Rang $\operatorname{rang}(\underline{\underline{S}}) = n_x + n_u$, $\forall s \in \mathbb{C}$.

Diese Bedingungen sind notwendig und hinreichend dafür, dass die Summe der Elemente des Vektorrelativgrads genau der Systemordnung entspricht. Die Elemente der Ausgänge haben darüber hinaus die Eigenschaft, dass sie unabhängig voneinander eingestellt werden zu können. Durch Überführen der Systemgleichungen in eine Steuerbarkeits-Normalform lässt sich ein solcher flacher Ausgang finden (Rothfuß 1997; Yong et al. 2015).

2.4.4 Innere Kreise und Aktuatoren mit vorsteuerungsbasiertem PCH

Oft teilen sich Regelungsstrecken in Komponenten mit deutlich unterschiedlichen charakteristischen Frequenzen auf. Auch eine Regelungskaskade ist ein solcher Fall, bei dem der innere Regelkreis als Aktuator des äußeren aufgefasst werden kann. Dann wird die notwendige Frequenzseparation bewusst hergestellt, um die Kreise getrennt voneinander auslegen zu können. Während der Reglersynthese ist es sinnvoll, die Aktuatordynamik nicht durch eine Vorsteuerung auszugleichen. Würde die Dynamik beispielsweise in einer Modellinversion berücksichtigt werden, könnte dies schnell zu einer Überlastung des Aktuators führen, da dessen Verhalten im Hinblick auf die bestmögliche Ausnutzung der Leistungsgrenzen ausgelegt wurde.

Bei der Adaption kann die Aktuatordynamik aus zwei Gründen zu Problemen führen. Zum einen schlägt sie sich in der Fehlerdynamik nieder. Wird dieser Effekt nicht berücksichtigt, kann es passieren, dass eine Adaption, die auf einer statischen Abbildung beruht, nicht konvergiert. Zum anderen können Aktuatoren Sättigungen enthalten, beispielsweise Endanschläge oder Ratenbeschränkungen. Liegt ein Stellkommando beispielsweise jenseits der Endanschläge eines Aktuators, kann es zu unbeschränktem Wachstum der adaptierten Parameter kommen. Gleichzeitig wächst der Regelungsfehler zwischen Referenzmodell und Strecke.

Aus diesen Überlegungen heraus hat Johnson (2000) das sogenannte Pseudo-Control-Hedging (PCH) für Eingangsdynamiken entwickelt. Dabei wird das Referenzmodell künstlich um eine erwartete Abweichung durch die Aktuatordynamik $\underline{G}_a$ verzögert. Anstatt Strecke und Aktuator zu beschleunigen, wird das Referenzmodell verzögert. Ein Hedging-Signal $\underline{v}_h$ wird mithilfe der gemessenen Aktuatorstellung oder, wenn diese nicht verfügbar ist, mittels eines Aktuatormodells verzögert. Es ergibt sich aus der vorgegebenen Pseudosteuergröße $\underline{v}$ und einer Schätzung der sich tatsächlich einstellenden Pseudosteuergröße $\hat{\underline{v}}$ in der Strecke

$$\underline{v}_h(t) \coloneqq \underline{v}(t) - \hat{\underline{v}}(t). \tag{2.24}$$

Die Pseudosteuergröße des Referenzmodells $\underline{v}_m$ wird um diesen Anteil verzögert

$$\underline{\xi}_m^{(r)}(t) = \underline{v}_m(t) - \underline{v}_h(t), \tag{2.25}$$

womit sich dessen höchste Ableitung ergibt. Um abzuschätzen, inwieweit sich die Pseudosteuergröße der Strecke aufgrund der Aktuatordynamik von der ursprünglich erwarteten unterscheidet, sind verschiedene Ansätze denkbar. Es wird das Streckenmodell $\hat{\underline{\alpha}}_p$ verwendet, um eine Pseudosteuergröße $\hat{\underline{v}}$ mithilfe von Zustandsverläufen zu rekonstruieren.

Abbildung 2.6 stellt drei verschiedene Varianten je nach verfügbaren Mess- oder Schätzwerten dar. Die Abbildungen 2.6a und 2.6b zeigen die ursprünglichen PCH, je nachdem, ob die Reaktion des Aktuators gemessen werden kann oder über ein Modell $\hat{\underline{G}}_a$ geschätzt werden muss. Diese Varianten setzen voraus, dass die Streckenzustände bestimmbar sind. Sie führen zu einer vereinfachten Fehlerdynamik zwischen Referenzmodell und Strecke. Sind diese Größen nicht mess- oder schätzbar, so bietet sich eine Struktur entsprechend Abbildung 2.6c an, die ausschließlich Vorsteuergrößen für das PCH verwendet. Die Streckenantwort wird über die Referenzmodellzustände $\underline{\xi}_m$ abgeschätzt. In diesem rein auf Referenzmodellgrößen basierenden Fall wird das Aktuatormodell Teil des Referenzmodells. Das Rückführungssignal $\underline{v}_{fb}$ wird nun ebenfalls durch diesen Teil des Referenzmodells geführt, wodurch Stellgrenzen auch unter Berücksichtigung des Rückführungssignals sichergestellt werden. Für diese drei Möglichkeiten lassen sich die erwarteten Pseudosteuergrößen ermitteln:

$$\hat{\underline{v}}(t) = \begin{cases} \hat{\underline{\alpha}}_p(\underline{\xi}_p(t), \underline{\delta}(t), \hat{\underline{D}}(t)) \dots & \text{Zustands- und Aktuatorrückführung} \\ \hat{\underline{\alpha}}_p(\underline{\xi}_p(t), \hat{\underline{\delta}}(t), \hat{\underline{D}}(t)) \dots & \text{Zustandsrückführung} \\ \hat{\underline{\alpha}}_p(\underline{\xi}_m(t), \hat{\underline{\delta}}(t), \hat{\underline{D}}(t)) \dots & \text{reine Vorsteuerung} \end{cases} \tag{2.26}$$

Wird die Rückführung $\underline{v}_{fb}$ berücksichtigt,

$$\underline{v}(t) = \underline{v}_m(t) + \underline{v}_{fb}(t),$$

so ergibt sich für höchste Ableitung des mit Hedging beaufschlagten Referenzmodells durch Einsetzen der bisherigen Zusammenhänge

$$\underline{\xi}_m^{(r)}(t) = \underline{v}_m(t) - \underline{v}_h(t) = \hat{\underline{v}}(t) - \underline{v}_{fb}(t). \tag{2.27}$$

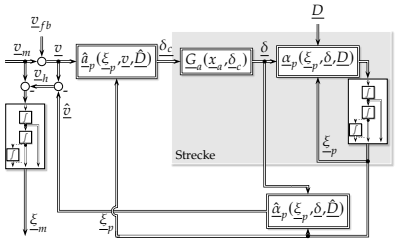
Auf diese Weise verschwindet das explizite Hedging-Signal und wird direkt durch $\hat{\underline{v}}$ ausgedrückt. Die Struktur des Referenzmodells aus Abbildung 2.6c lässt sich damit umgestalten und nimmt mit Vervollständigung der weiteren Elemente die Form aus Abbildung 2.7 an. Das Modell des Aktuators wird zu einem verzögernden Filter im Referenzmodell. Dieses Vorgehen wird auch für die Pfadfolge verwendet, da für den

verwendeten Hubschrauber Messungen für einige inneren Zustände oder Aktuatorpositionen fehlen, die eine bessere Abschätzung der Streckenantwort ermöglichen würden.

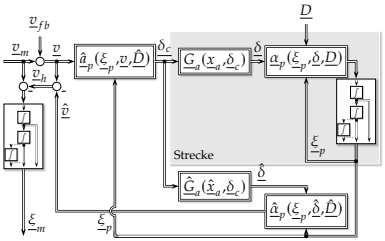
Die Schätzung $\hat{\underline{\delta}}$ der Aktuatorstellung wird durch ein Modell mit den Zuständen $\underline{x}_a \in \mathbb{R}^{n_a}$ und den Eingängen $\underline{\delta}_c$ erzeugt:

$$\hat{\underline{G}}_a : \begin{aligned} \dot{\underline{x}}_a(t) &= \underline{f}_a(\underline{x}_a(t), \underline{\delta}_c(t)), \quad x_a(0) = x_{a,0} \\ \hat{\underline{\delta}}(t) &= \underline{h}_a(\underline{x}_a(t), \underline{\delta}_c(t)) \end{aligned} \tag{2.28}$$

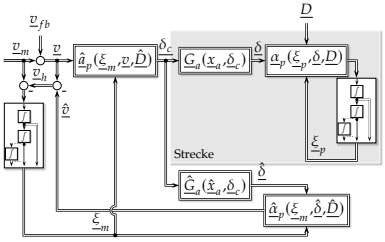
Das Referenzmodell wird durch dieses Modell dynamisch verzögert. Es können hier auch Sättigungen verwendet werden, um Nebenbedingungen wie Leistungs- oder Stellgrenzen sicherzustellen. Gerät ein Aktuator einschließlich der Rückführung in die Sättigung, wird das Referenzmodell entsprechend ausgebremst.



(a) Zustands- und Aktuatorrückführung



(b) Zustandsrückführung und Aktuatormodell



(c) Hedging ohne Rückführung

Abbildung 2.6: Verschiedene Varianten des PCH

Stabilität Die Verwendung der ersten beiden Grundformen des PCH ist weit verbreitet. Erste Stabilitätsuntersuchungen dazu wurden frühzeitig von Johnson (2000) sowie Johnson und Calise (2001) veröffentlicht. Durch das Hedging-Signal nach (2.24) existieren zusätzliche Eingänge in das Referenzmodell, die von der Strecke selbst abhängen. Ohne PCH genügt es, das Referenzmodell im Sinne der Führungsgröße stabil auszulegen.

Durch die zusätzlichen Rückführungen müssen Strecke und Referenzmodell gemeinsam betrachtet werden. Bierling et al. (2013) führen einen Stabilitätsnachweis für den Fall, dass (2.28) ein LTI-System ist und das Hedging äquivalent zu dem Eingangsfilter eines $\mathcal{L}_1$-adaptiven Regelungsansatzes ist, siehe Hovakimyan und Cao (2010).

Für den Aspekt der Pfadfolgeoptimierung aus diesem Kapitel sind zwei Dinge entscheidend. Zum einen besteht durch das PCH eine Rückführung des Regelungsfehlers in das Referenzmodell. Demzufolge verändert sich der Verlauf des Referenzzustands, wenn ein Rückführungssignal auftritt. Durch diese Verlangsamung des Referenzmodells entsteht also eine Pfadabweichung. Dieser Effekt ist allerdings nach einem Flug bekannt und die Rückführung von $\underline{v}_{fb}$ aus Abbildung 2.7 kann in Form einer Störung für den nächsten Flug berücksichtigt werden. Darüber hinaus ist wesentlich, dass das vollständige Streckenmodell – vom Aktuatormodell bis hin zur simulierten Streckenantwort – Teil des Referenzmodells ist. Diese Beobachtungen werden in den Kapiteln 2.6.2 und 2.6.3 eine wesentliche Rolle spielen.

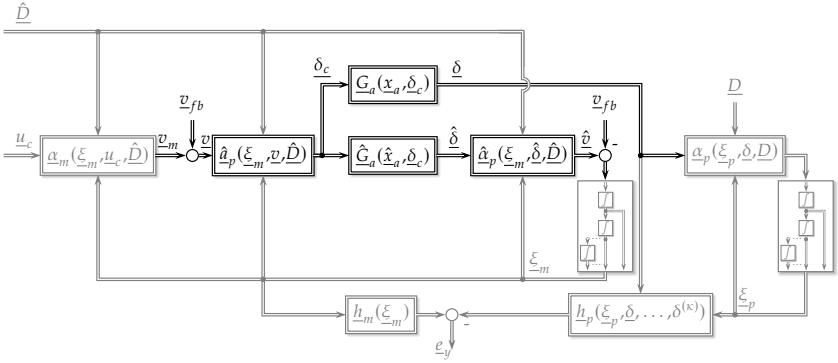


Abbildung 2.7: Rückführungsfreies PCH zur Berücksichtigung innerer Dynamiken in Kombination mit der flachheitsbasierten Vorsteuerung

2.4.5 Fehlerrückführungen und Adaption

Für die aus Sicht der Pfadfolge unterlagerte Flugregelung sind nun alle Elemente im Vorwärtszweig der Regelung bekannt. In diesem Abschnitt wird auf die Rückführung und Adaption eingegangen.

Für die Regelung des Hubschraubers werden verschiedene Anteile von Fehlerrückführungen verwendet. Die verfügbaren Messgrößen werden über einen PID-Regler linear zurückgeführt. Darüber hinaus zeigt Lorenz (2010) experimentell, dass die Fehlerkonvergenz durch ein neuronales Netz im äußeren Regelkreis deutlich verbessert werden kann. Das hier verwendete neuronale Netz enthält keine inneren Rückführungen und eine einzige verdeckten Schicht. Diese Netzstruktur wird Single Hidden Layer Neuronal Network (SHL NN) genannt. Eine lineare Funktion bildet die Ausgangsschicht, siehe Abbildung 2.8. Zur Lösung des Problems 2 wird in den anschließenden Kapiteln ein Störungsschätzer eingeführt, der Teile der Aufgabe dieses neuronalen Netzes übernimmt. Das Signal der Rückführung wird als Teil der Störung aufgefasst und fließt in die Gesamtschätzung mit ein. Auf diese Weise ist es nicht notwendig, die zeitliche Entwicklung aller Netzgewichte für die Störungsschätzung aufzuzeichnen, es genügt das Rückführungssignal $\underline{v}_{ad}$. Die Abnahme der Aktivität des SHL NN nach Iterationen wird einen Teil des Funktionsnachweises der Beiträge dieser Arbeit darstellen.

Eine Verwendung solcher SHL NN ist in der Literatur bekannt und wurde in ähnlichen Zusammenhängen zur Regelung unbemannter Luftfahrzeuge bereits seit der Implementierung von Johnson und Kannan (2005) eingesetzt. Seither wurden diese Ansätze auf vielfältige Weise erweitert und angepasst. Diese Weiterentwicklungen finden in dieser Arbeit keine Verwendung, weshalb sie nicht weiter beleuchtet werden. Die Konzepte sind den Darstellungen von Holzapfel (2004) entnommen, an die Schreibweise der vorliegenden Arbeit angepasst und, soweit notwendig, an die tatsächliche Umsetzung angenähert.

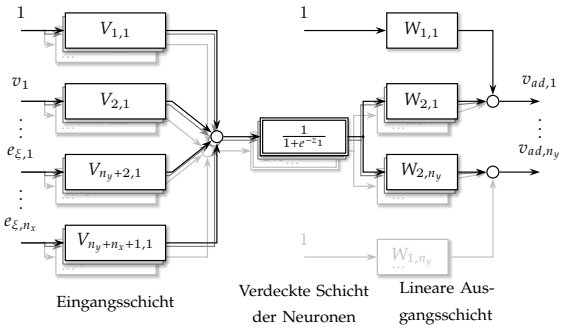


Abbildung 2.8: Blockdiagramm eines SHL NN mit linearer Ausgangsschicht entsprechend der Verschaltung und Notation dieser Arbeit. Die Neuronen sind hintereinanderliegend visualisiert.

Wie auf den folgenden Seiten deutlich wird, ist die Struktur dieser Rückführungen trotz einfacher Netzarchitektur nicht trivial und bedarf einiger Modifikationen, um ungewollte Effekte zu vermeiden. Tatsächlich hat auch Lorenz (2010) keinen formalen Stabilitätsnachweis für den Regelungsansatz geführt. Insbesondere wird an einigen Stellen vernachlässigt, dass die formalen Zusammenhänge Zustandsrückführungen voraussetzen, allerdings Ausgangsrückführungen eingesetzt werden müssen. Anstelle eines formalen Stabilitätsnachweises wird auf die praktischen Erfahrungen des mehrjährigen Forschungseinsatzes verwiesen.

Der in Kapitel 2.4.3 eingeführte virtuelle Eingang $\underline{v}$ in (2.19) wird nun durch die Rückführung vervollständigt

$$\underline{v}(t) = \underline{v}_m(t) + \underline{v}_{fb}(t) = \underline{v}_m(t) + \underline{v}_{pid}(t) - \underline{v}_{ad}(t) - \underline{v}_{rob}(t) \tag{2.29}$$

und enthält eine lineare PID-basierten Rückführung $\underline{v}_{pid}$, den adaptiven Anteil aus dem SHL NN $\underline{v}_{ad}$ und einem für die Stabilität notwendigen als *robustifizierenden Term* benannten $\underline{v}_{rob}$. Der lineare Anteil der Rückführung ergibt sich mit

$$\begin{aligned} \underline{v}_{pid}(t) = \underline{\underline{K}}_{pid}\underline{E}_y(t), \quad \text{mit } \underline{E}_y &:= \left(\underline{e}_y^T(t), \int_{t_o}^{t} \underline{e}_y^T(\tilde{t})d\tilde{t}, \dot{\underline{e}}_y^T(t)\right)^T \in \mathbb{R}^{3n_y}, \\ \underline{\underline{K}}_{pid} &\in \mathbb{R}^{3n_y \times 3n_y}. \end{aligned} \tag{2.30}$$

Der adaptive Anteil ergibt sich aus dem Ausgang des SHL NN mit den Netzgewichten $\underline{\underline{W}} \in \mathbb{R}^{(n_{neur}+1)\times n_y}$ und $\underline{\underline{V}} \in \mathbb{R}^{(1+n_y+n_x)\times n_{neur}}$, sowie der Sigmoidfunktion $\sigma(z)$ eines Argumentes z zu

$$\begin{aligned} \underline{v}_{ad}(t) = \underline{\underline{W}}^T(t)\,\underline{\sigma}\left(\underline{\underline{V}}^T(t)\begin{pmatrix}1\\ \underline{v}_m(t)\\ \underline{e}_\xi(t)\end{pmatrix}\right), \quad \text{mit } \underline{\sigma}(\underline{z}) &:= \left(1, \frac{1}{1+e^{-z_1}}, \ldots, \frac{1}{1+e^{-z_{n_{neur}}}}\right)^T \\ \underline{z} &:= \underline{\underline{V}}^T(t)(1, \underline{v}_m^T(t), \underline{e}_\xi^T(t))^T. \end{aligned} \tag{2.31}$$

Die Adaptions- oder Lerngesetze umfassen Gradientenverfahren, Anteile zur Beschleunigung des Lernens und einen Term, der sicherstellt, dass alle Parameter während der Laufzeit beschränkt bleiben (in diesem Fall die sogenannte e-Modifikation)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\underline{\underline{W}}(t) &= \underline{\underline{\Gamma}}_W\left(\left(\underline{\sigma}(t) - \underline{\underline{\sigma}}(t)\underline{z}(t)\right)\underline{e}_\Delta(t) - \lambda\|e_\Delta(t)\|_2\underline{\underline{W}}(t)\right), \quad \underline{\underline{W}}(t_0) = \underline{\underline{W}}_0, \\ \frac{d}{dt}\underline{\underline{V}}(t) &= \underline{\underline{\Gamma}}_V\left(\begin{pmatrix}1\\ \underline{v}_m(t)\\ \underline{e}_\xi(t)\end{pmatrix}\underline{e}_\Delta(t)\underline{\underline{W}}^T(t)\underline{\underline{\sigma}}(t) - \lambda\|e_\Delta(t)\|_2\underline{\underline{V}}(t)\right), \quad \underline{\underline{V}}(t_0) = \underline{\underline{V}}_0, \end{aligned} \tag{2.32}$$

mit den verkürzenden Schreibweisen

$$\begin{aligned}
\underline{\sigma} &:= \underline{\sigma}(\underline{z}(t)) \\
\underline{\sigma}' &:= \frac{d\underline{\sigma}(\underline{z}(t))}{d\underline{z}} = \Big(0, \sigma(z_1(t))(1-\sigma(z_1(t))), \ldots, \sigma(z_{neur}(t))(1-\sigma(z_{neur}(t)))\Big)^T \\
\underline{\underline{\sigma}}' &:= \mathrm{diag}(\underline{\sigma}') \\
\underline{e}_\Delta &:= \underline{e}_\xi^T(t)\underline{\underline{P}}_E\underline{\underline{B}}_E.
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Hierbei sind die Anzahl der Neuronen n_{neur}, der Vergessensfaktor $\lambda \in \mathbb{R}$, die Lernraten $\underline{\underline{\Gamma}}_V \in \mathbb{R}^{n_{neur} \times n_{neur}}$ und $\underline{\underline{\Gamma}}_W \in \mathbb{R}^{(n_{neur}+1)\times(n_{neur}+1)}$ sowie die Anfangsbedingungen der Gewichte $\underline{\underline{W}}_0$, $\underline{\underline{V}}_0$ Parameter, welche unter gewissen Einschränkungen gewählt werden können. Die Parametermatrizen $\underline{\underline{P}}_E$ und $\underline{\underline{B}}_E$ ergeben sich aus der Fehlerdynamik bzw. deren Ljapunow-Funktion. Bei einer Implementierung sind einige Kniffe notwendig, um diese Rückführung praktisch umzusetzen. Dazu zählt auch das korrekte Beschränken von Koeffizienten, um sicherzustellen, dass die Implementierung stabil bleibt. Für Details sei hierbei auf Holzapfel (2004) verwiesen. Darüber hinaus ist ein Fehlerbeobachter notwendig, um auf die Fehlerzustände $\underline{e}_\xi$ aus den messbaren Größen zu rekonstruieren. In der vorliegenden Arbeit wird das Shl Nn ausschließlich auf den äußeren Regelkreis angewendet. Da das Referenzmodell erster Ordnung ist, kann an dieser Stelle auf eine Darstellung verzichtet werden.

Der letzte Teil der Rückführung, der sogenannt robustifizierende Term, folgt aus der Stabilitätsbetrachtung des adaptiven Ansatzes und sorgt dafür, dass die Rückführung beschränkt bleibt

$$\underline{v}_{rob}(t) = \big(k_{r0} + k_{r1}(\|\underline{\underline{Z}}(t)\|_F + Z^*)\big)\underline{e}_\Delta(t), \quad \text{mit } \underline{\underline{Z}} := \begin{pmatrix} \underline{\underline{W}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{V}} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{m\times n}, \tag{2.34}$$

mit $m = 2 + n_{neur} + n_x + n_y$ und $n = n_y + n_{neur}$. Dabei sind die Parameter k_{r0}, k_{r1} sowie die zu erwartende obere Schranke Z^* der Frobeniusnorm der Netzgewichte einstellbar. Im Auswertungskapitel spielt die Frobeniusnorm

$$\|\underline{\underline{Z}}(t)\|_F = \sqrt{\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} Z_{i,j}^2(t)}, \tag{2.35}$$

für die Auswertung der Flugversuche eine Rolle. Sie stellt eine Metrik für die Aktivität des Shl Nn und wächst, je größer der Anteil der Adaption an der Rückführung ist, um Störungen oder Modellunsicherheit zu kompensieren. Auch in dieser verkürzten Darstellung wird deutlich, dass die Zusammenhänge rund um das neuronale Netz und die Maßnahmen, um dieses zuverlässig und stabil zu betreiben, komplex sind und dass

es über viele einstellbare Parameter verfügt. Es ist daher bemerkenswert, dass der im späteren Verlauf der Arbeit eingeführte Störungsschätzer beim erneuten Abfliegen der Pfade die Aufgabe des neuronalen Netzes schrittweise übernimmt und dessen Aktivität deutlich reduziert. Abbildung 2.9 zeigt das sich aus den dargestellten Zusammenhängen ergebende Blockschaltbild.

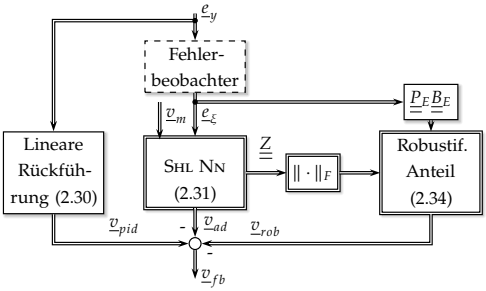


Abbildung 2.9: Architektur der Rückführungsanteile: linear, adaptiv und robustifizierend

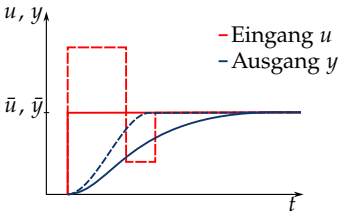
2.5 Einhaltung von Beschränkungen, Leistungs- und Flugbereichsgrenzen

Nach der Einführung der Flugregelung im vorangegangenen Kapitel erläutern die folgenden Abschnitte das Vorgehen zur Berücksichtigung der Leistungs- und Betriebsgrenzen und anschließend darauf aufbauend das Konzept der Pfadfolge. Die Berücksichtigung der Grenzen des Systems sind im Referenzmodell der Flugregelung hinterlegt. Ein Verlassen dieser Grenzen durch die Kommandogenerierung der Pfadfolge führt zu Beschränkungen durch die Sicherheitsmechanismen in der Flugregelung und damit zu Abweichungen in der geregelten Streckenreaktion. Die implementierten Flugbereichsgrenzen müssen daher in der Pfadfolgeoptimierung nicht hinsichtlich der Fliegbarkeit berücksichtigt werden, sondern so, wie sie in der Flugregelung abgesichert sind.

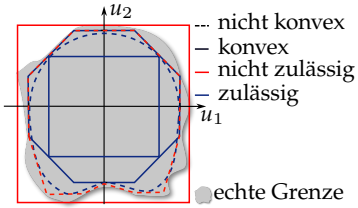
Viele Regelungsprobleme beinhalten Nebenbedingungen, die sich entweder selbst einstellen oder aktiv vermieden werden müssen. Leistungsgrenzen oder Aktuatoranschläge sind gängige Beispiele für diese Fälle. In der Literatur sind verschiedene Methoden bekannt, um Grenzen in einem Regelungssystem aktiv zu schützen. Yavrucuk et al. (2003) und Yavrucuk et al. 2009 bieten bekannte Beispiele im Kontext der adaptiven

Regelung. Bei diesen Ansätzen wird ein künstlich erzeugter und zu beschränkender Regelungsausgang zur Repräsentation der Leistungsgrenze verwendet, um das System von dieser fernzuhalten. Diese Rückführung verhindert die für die Pfadfolge benötigte Approximation des geschlossenen Regelkreises.

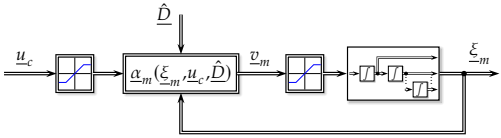
Die Leistungsgrenzen können strukturell einfacher in Form von Begrenzungen im Referenzmodell berücksichtigt werden. So wird verhindert, dass die Referenzzustände Werte annehmen, welche die Regelungsstrecke nicht erreichen kann oder darf. Es handelt sich hierbei um konservative Abschätzungen. Konsistente Zustandsverläufe werden erzeugt, wenn die Begrenzungen eingangsseitig oder direkt vor der innersten Integration geschaltet werden. Ein Verwenden der in der vorliegenden Arbeit eingeführtem Modellstruktur ergibt Blockschaltbilder vergleichbar zu Abbildung 2.10c. Dort sind die Begrenzungen vereinfacht als Sättigungen eingezeichnet.



(a) Einschwingverhalten mit und ohne Eingangsbeschränkung



(b) Varianten zulässiger und unzulässiger Beschränkungen



(c) Im Referenzmodell umgesetzte schützende Sättigungen

Abbildung 2.10: Verschiedene Aspekte der Leistungsgrenzen bei referenzmodellbasierter Regelung und Pfadfolgeoptimierung

Diese Schutzelemente verändern die Dynamik des Referenzmodells beim Erreichen einer der Leistungsgrenzen und führen so zu Fallunterscheidungen oder Schaltvorgängen. Die Implementierung dieser Beschränkungen ist vergleichsweise einfach. Allerdings haben die eingangsseitig eingeführten Beschränkungen den Nachteil, dass sie die Leistungsfähigkeit stärker als notwendig einschränken. Ein zur Veranschaulichung erzeugtes Beispiel ist in Abbildung 2.10a dargestellt. Es handelt sich dabei um ein PT2-Glied mit einer Streckenverstärkung von eins. Soll nur der Ausgang einen gewissen Schwellenwert

nicht überschreiten, ließe sich der Einschwingvorgang durch ein kurzfristiges Überhöhen des Eingangsverlaufs verkürzen. Die Einführung der Grenze am Systemeingang verhindert jedoch diese Zeitersparnis. Somit steht die Vorhersagbarkeit der Dynamik des geschlossenen Regelkreises einer Reduzierung der Flugenveloppe gegenüber und ist hier ausschlaggebend.

Bei der Pfadfolgeoptimierung wird davon ausgegangen, dass mehrdimensionalen Beschränkungen richtungserhaltend sind. Eine zu beschränkende Größe $\underline{x} \in \mathcal{X}$ lässt sich mit Richtung $\vec{\underline{x}}$ und Länge $x = \|\underline{x}\|$ in der Form $\underline{x} = x\,\vec{\underline{x}}$ notieren. Die Begrenzung wird durch eine Fläche $\underline{F}_{lim}$ ausgedrückt, $\underline{F}_{lim} = \{\underline{x} \mid \underline{H}(\underline{x}) = 0\}$. Richtungserhaltend bedeutet, dass für einen reduzierten Betrag x_F, $\exists x_F \in \mathbb{R} \,:\, x_F \vec{x} \in F_{lim}$. Ein beschränktes $\bar{\underline{x}}(\underline{x})$ lässt sich angeben

$$\bar{\underline{x}}(\underline{x}) = \begin{cases} x_F\,\vec{\underline{x}} & \text{wenn } x > x_F \\ \underline{x} & \text{sonst.} \end{cases} \tag{2.36}$$

Im eindimensionalen Fall erzeugt diese Formulierung eine (ggf. asymmetrische) Sättigung. Abbildung 2.10b veranschaulicht einige Aspekte, die bei der Angabe von Leistungsgrenzen berücksichtigt werden müssen. Die grundlegendste Form der Beschränkungen sind einfache Schranken (engl. box constraints). Die entstehenden Begrenzungen werden allerdings schnell vergleichsweise konservativ. Häufig werden stattdessen Polytope eingesetzt, um die Begrenzungen anzugeben. Das in der vorliegenden Arbeit eingesetzte Optimierungswerkzeug erlaubt allerdings keine Fallunterscheidungen. Nichtkonvexe Mengen sind prinzipiell zulässig, müssen jedoch durch Funktionen ohne Fallunterscheidung umsetzbar sein. Die gestrichelt umrandeten Mengen in der Grafik veranschaulichen den Unterschied. Wenn sich eine nichtlineare Funktion finden lässt, die den unteren Rand der zulässigen Menge unterscheidungsfrei annähert, kann diese trotz Nichtkonvexität berücksichtigt werden. Ein mit Geraden angenäherter nicht konvexer Rand ist ohne Fallunterscheidung nicht umsetzbar und somit in dieser Arbeit ausgeschlossen. Die in der Abbildung rot markierten Begrenzungen sind nicht zulässig, während die anderen umgesetzt werden können. Auch wenn nicht konvexe Formulierungen prinzipiell vom gewählten Optimierungswerkzeug umgesetzt werden können, wirkt sich eine konvexe Annäherung günstig auf die Rechenzeit aus.

In vergleichbaren Fällen sind daher geeignete, vorzugsweise konvexe Repräsentationen zu finden, die sich in Form von Ungleichungen ausdrücken lassen

$$\underline{H}(\underline{\xi}_m(t), \underline{y}_m(t), \underline{u}_c(t), \underline{\delta}(t), t) \leq \underline{0}. \tag{2.37}$$

Hierbei bildet $\underline{H}$ auf eine stetige Umhüllende der Zustände und Ausgänge $\underline{\xi}_m$, $\underline{y}_m$ des Referenzmodells, der Eingänge der Regelung $\underline{u}_c$ und der Aktuatoreingänge $\underline{\delta}$ ab. Die in

der Pfadfolge eingesetzten Nebenbedingungen dürfen die im Flugregler implementierten Grenzen nicht überschreiten. Die sich aus (2.37) ergebenden zulässigen Mengen werden wie folgt verkürzt notiert:

$$\underline{u}_c \in \bar{\mathcal{U}}, \quad \underline{x}_m \in \bar{\mathcal{X}}, \quad \underline{\delta} \in \bar{\mathcal{D}}, \quad \underline{y}_m \in \bar{\mathcal{Y}}_m \tag{2.38}$$

Diese Nebenbedingungen sind einer der Hauptgründe, dass sich das Problem 1 nicht in zwei separate Anteile zerlegen lässt: die Definition eines Verlaufs des Pfadparameters und die Bestimmung dazugehöriger Eingangsverläufe durch Inversion oder inverser Simulation. Der Verlauf des Pfadparameters muss das Einhalten der Nebenbedingungen sicherstellen. Bei der Folgeoptimierung wird das Timing entlang des Pfads gesucht, das die Leistungs- und Flugbereichsgrenzen nicht verletzt.

In der vorliegenden Arbeit wird die Pfadfolgeoptimierung als eine Erweiterung der Fähigkeiten des unbemannten Hubschraubers aufgefasst. Sie wird jedoch nicht für alle Missionen gleichermaßen eingesetzt, da sich nicht jedes Flugverhalten gleich gut als Pfadfolgeproblem ausdrücken lässt. Aus diesem Grund bleiben die Schnittstellen der Regelung und die damit einhergehenden Beschränkungen bestehen. Formal wären sie für die Pfadfolgeoptimierung nicht mehr notwendig, da der Ansatz diese Beschränkungen sicherstellt und Ähnlichkeiten zu dem in der Literatur bekannten Reference Governor aufweist, siehe z. B. Garone et al. (2017) für Varianten und Details.

2.6 Die Pfadfolge des Modellfolgesystems

Übersicht In den vorherigen Abschnitten wurde eine auf Modellfolge basierende Möglichkeit der Flugregelung unter Berücksichtigung von Flugbereichsgrenzen dargestellt. In diesem Abschnitt wird die Pfadfolgeoptimierung beschrieben. Das Referenzmodell, siehe Abbildung 2.2, das im Entwurf die gewünschte Dynamik des geschlossenen Regelkreises ausdrückt, wird als Näherung verwendet, um die Pfadfolge umzusetzen. Dazu wird eine Optimierung durchgeführt, bei der der zeitliche Fortschritt entlang des Pfads als Freiheitsgrad aufgefasst wird. Es wird eine Trajektorie bestimmt, die Randbedingungen wie Flugleistungs- und Aktuatorgrenzen berücksichtigt und mit einem Wunschverhalten abwägt, z. B. in Form einer Geschwindigkeit und Pfadfolgegenauigkeit.

Der Pfad wird geometrisch beschrieben und mit einem Referenzpunkt versehen. Die Optimierung berechnet basierend auf einer Kostenfunktion, die später genauer betrachtet wird, die passende Eingangsverläufe, welche die Zustände des Modellfolgereglers und somit näherungsweise die der Strecke auf den Pfad fixieren.

Gliederung Zunächst wird Problem 1 auf Seite 25 gelöst. Dabei wird der Einfluss der Rückführungen im Regelkreis vernachlässigt und davon ausgegangen, dass die externen, unbeeinflussbaren Eingänge $\underline{d}$ vollständig bekannt sind. Diese Annahmen nutzen den vollen Umfang des bekannten Wissens, um eine bestmögliche Pfadfolge vorauszuberechnen. Es entsteht ein Optimalsteuerungsproblem (OSP). Anschließend wird die differentielle Flachheit innerer Regelungskomponenten ausgenutzt, um eine effizient berechenbare Formulierung des OSP herzuleiten. Das darauffolgenden Kapitel löst die Annahmen des rückführungsfreien Referenzmodells wieder auf und im Flug gesammelte Informationen zur Verbesserung der Pfadfolge werden berücksichtigt. Es wird eine Möglichkeit beleuchtet, während des Flugs auftretende, nicht messbare Störungen zu ermitteln. Mithilfe dieser Schätzung kann die Folgegenauigkeit unter der Annahme konstanter Umgebungsbedingungen im nächsten Versuch des gleichen Pfads verringert werden, wodurch Problem 2 auf Seite 26 gelöst wird.

2.6.1 Das Optimierungsproblem für die nominelle Pfadfolge

Im Folgenden wird das Optimierungsproblem vorgestellt, bei dem der verbleibende Freiheitsgrad, also der zeitliche Verlauf des Pfadparameters, unter Einhaltung der Nebenbedingungen bestimmt wird. Darüber hinaus werden die Verläufe der Führungsgrößen für den unterlagerten Flugregler bestimmt. Je genauer die Dynamik des Hubschraubers und der Verlauf der unbeeinflussbaren Eingänge bekannt sind, desto exakter lässt sich die Dynamik des geschlossenen Regelkreises vorhersagen. Wie eingangs motiviert, existiert in dem hier vorgestellten Problem allerdings nur ein ungenaues Modell eines speziellen Arbeitspunkts.

Abbildung 2.11 verdeutlicht das in Abbildung 2.2 illustrierte Konzept im Detail der nominellen Pfadfolge. An dieser Stelle zeigt sich der Vorteil der Formulierung mit explizitem Referenzmodell, das die gewünschte Dynamik des geschlossenen Regelkreises ausdrückt. Die Auslegung der Rückführungen definiert die Fehlerdynamik separat. Das Gleichungssystem des Referenzmodells dient somit der Pfadfolgeoptimierung als Näherung des geschlossenen Regelkreises. Alle bekannten Beschränkungen, bis hinunter zu den Aktuatorgrenzen werden im Vorsteuerungszweig der Regelung berücksichtigt.

Die Dynamik des geschlossenen Regelkreises Zunächst werden die im Flugregelungsteil eingeführten Gleichungen mit den hier benötigten Zusammenhängen notiert. Die kompakte Schreibweise der Referenzmodellkaskade aus Lage-, Schub- und Translation

wird aus (2.3)

$$\dot{\underline{x}}_m(t) = \underline{f}_m\left(\underline{x}_m(t), \underline{u}_c(t), \hat{\underline{d}}(t)\right), \quad \underline{x}_m(0) = \underline{x}_{m,0} \in \mathbb{R}^{n_x} \tag{2.39a}$$

$$\underline{y}_{\mathcal{P}}(t) = \underline{h}_{\mathcal{P}}\left(\underline{x}_m(t)\right) \tag{2.39b}$$

wiederholt, wobei $\underline{x}_m$ alle Zustände enthält und $\underline{y}_{\mathcal{P}} \in \mathbb{R}^{n_{\mathcal{P}}} \subseteq \mathbb{R}^{n_y}$ in einem Teilraum des verfügbaren Ausgangsraums liegt, in dem die geometrischen Pfade formuliert werden. Der Eingang der Referenzdynamik $\underline{u}_c$ ist der Eingang des Flugreglers und $\hat{\underline{d}}$ stellt eine Schätzung der externen, unbeeinflussbaren Eingänge dar.

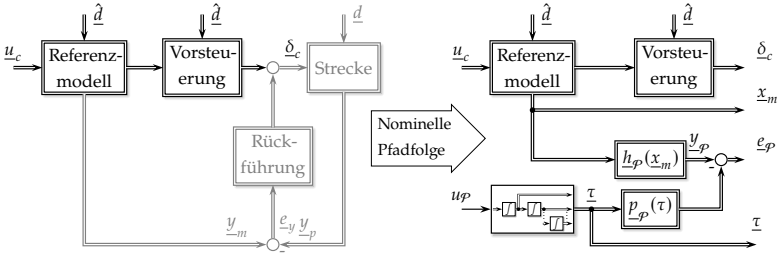


Abbildung 2.11: Vernachlässigung der Rückführung in der nominellen Pfadfolge und Ergänzung um die virtuelle Pfaddynamik

Die Nebenbedingungen Die Pfadfolgeoptimierung unterliegt bestimmten Beschränkungen. Der Flugregler darf übergeordnet den Bereich des Zustandsraums nicht verlassen, für den er nachgewiesen oder erprobt wurde. Werden darüber hinaus die in Kapitel 2.5 definierten Grenzen verletzt, unterdrücken diese Mechanismen weitergehende Forderungen. Die eingeschränkte Leistungsverfügbarkeit führt dann direkt zu einer Abweichung vom Flugpfad. Obwohl überhöhte Kommandos durch die Begrenzungen im Referenzmodell kein Sicherheitsrisiko darstellen, muss die hier vorgestellte Lösung sicherstellen, dass der zulässige Eingangsbereich nicht überschritten wird. Um eine Ablage zu vermeiden, muss (2.38) eingehalten werden. Darüber hinaus können auch weitere Größen beschränkt sein, da sich an diesen Stellen möglicherweise günstig Sicherheitsmechanismen umsetzen lassen. Diese Größen sind über eine virtuelle Ausgangsfunktion $\underline{\tilde{y}}_m = \underline{\tilde{h}}_m(\underline{x}_m, \underline{u}_c)$ verfügbar, so muss auch hier gelten $\forall t : \underline{\tilde{y}}_m \in \tilde{\mathcal{Y}}$.

Bei diesen Abschätzungen ist zu berücksichtigt, dass die Rückführung aufgrund unvorhergesehener Störungen und Modellunsicherheiten zusätzliche Anteile auf diese Größen aufschlägt. Aus diesem Grund sind die beschränkten Räume $\bar{\mathcal{U}}$, $\bar{\mathcal{X}}$, $\bar{\mathcal{D}}$ und

$\bar{\bar{\mathcal{Y}}}$ für dieses Kapitel mit einem Sicherheitsfaktor zu beaufschlagen, wenn durch Rückführungsignale erzeugte zusätzliche Pfadabweichung vermieden werden müssen. Aus Sicht des Flugbetriebs wäre das nur dann unsicher, wenn der Flug in der Nähe von Hindernissen stattfindet, denn andere Risiken werden durch die implementierten Sicherheitsmechanismen online garantiert.[7] Liegen Schätzungen der Störungen wie im Lösungsteil für Problem 2 vor, so kann der Sicherheitsbereich mit steigendem Vertrauen über die auftretende Unsicherheit schrittweise zu den tatsächlichen Grenzen reduziert werden.

Der Pfad und die Dynamik des Pfadparameters Der Ausgang des Referenzmodells soll dem als Raumkurve definierten Pfad mit dem skalaren Pfadparameter $\tau \in \mathbb{R}$ folgen

$$\mathcal{P} = \left\{ \underline{y}_p \in \mathcal{Y}_\mathcal{P} \mid \tau \in [\tau_0, \tau_{max}] \mapsto \underline{p}_\mathcal{P}(\tau) \right\}. \tag{2.40}$$

Der Pfad $\mathcal{P}$ ist eine reguläre Raumkurve mit Parametrisierung $\underline{p}_\mathcal{P}(\tau)$, dem Pfadanfang τ_0 und -ende τ_{max}, siehe Toponogov und Rovenski (2006). Die Vorsteuerungssignale, welche das Referenzmodell auf den gewünschten Pfad führen, werden nach den von Faulwasser (2013), Faulwasser und Findeisen (2016) sowie Faulwasser et al. (2017) beschriebenen Ansätzen bestimmt. Dabei dient der Flugpfad als geometrische Referenz im Ausgangsraum, während das Timing entlang dieses Pfads so gewählt wird, dass die Fluganforderungen bestmöglich erfüllt sind. Im Rahmen der Optimierung wird dazu die zeitliche Entwicklung des Pfadparameters τ – also die Abbildung $t \mapsto \tau(t)$ – berechnet. Diese Entwicklung wird über eine zusätzliche (virtuelle) GDL modelliert, deren Dynamik frei wählbar ist. Experimentell zeigt sich, dass eine Integratorkette zweiter Ordnung für die Anforderungen dieser Arbeit ausreichend ist. Mit dem Zustand $\underline{\tau} \coloneqq (\tau, \dot{\tau})^T$ und

$$\dot{\underline{\tau}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \underline{\tau}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_\mathcal{P}(t) \quad =: \underline{l}(\underline{\tau}(t), u_\mathcal{P}(t)), \quad \underline{\tau}(0) = (\tau_0, \dot{\tau}_0)^T \tag{2.41a}$$

wird ein Integrator zweiter Ordnung aufgespannt. Mithilfe dieser Dynamik lassen sich Anforderungen an die Geschwindigkeit und eine gewünschte Position auf dem Pfad in der Optimierung berücksichtigen $\underline{\tau}_r = (\tau_r, \dot{\tau}_r)^T$. Der zeitliche Verlauf von τ und damit die Referenzposition kann durch einen virtuellen Eingang $u_\mathcal{P} \in \mathbb{R}$ beeinflusst werden. Im weiteren Verlauf werden die Eingangsgrößen zusammengefasst und als $\underline{u} \coloneqq (\underline{u}_c^T, u_\mathcal{P})^T$ bezeichnet.

[7] Da die Pfadfolgeoptimierung offline durchgeführt wird, obliegt es in solchen Fällen der Positionsregelung, den Hubschrauber auf den Pfad zurückzuführen, wenn eine Ablage aufgetreten ist.

Optimierung mit gleitendem Horizont Exakte Lösungen für ein nichtlineares OSP zu finden ist im Allgemeinen aufwändig. Um die Berechnung in einem praktikablen Zeitraum durchführen zu können, wird ein Kompromiss zwischen Rechenzeit und Genauigkeit der optimalen Lösung akzeptiert. Das Optimierungsproblem wird abschnittsweise über einen gleitenden Horizont (Receding Horizon) gelöst, einem gebräuchlichen Ansatz aus dem MPC. Auf diese Weise wird das Gesamtproblem in die Lösung vieler kleinerer Optimierungsprobleme unterteilt. Diese gestückelten Lösungen werden überlappend aneinandergesetzt, wodurch sich die Rechenzeit für das Gesamtproblem reduziert.

Die Transitionszeit, also die Dauer eines vollständigen Flugs entlang des Pfads $[0, t_\mathcal{P}]$, wird in kleinere Intervalle $[kt_s, kt_s + t_h]$ zerlegt, mit der Länge des Versatzes des gleitenden Horizontses t_s, dem Laufparameter $k \in \{0, 1, \ldots, \bar{k}\} \subset \mathbb{N}_0$ und der Länge des Optimierungshorizonts t_h. Für jeden Wert des Laufparameters k wird ein optimaler Eingangsverlauf generiert $\underline{u}_k^* : [kt_s, kt_s + t_h] \to \mathcal{U}$. Von jeder dieser Lösungen $\underline{u}_k^*(t)$ wird nur der anfänglicher Teil für die finale Lösung verwendet, nämlich das offene Intervall $[kt_s, (k+1)t_s)$. Mit anderen Worten, die vollständige Eingangstrajektorie $\underline{u} : [0, t_\mathcal{P}] \to \mathcal{U}$ setzt sich aus den Komponenten der Teillösungen $\underline{u}_k^*(t)$ zusammen

$$\underline{u}(t) = \begin{cases} \underline{u}_0^*(t) & \text{wenn } t \in [0, t_s) \\ \underline{u}_1^*(t) & \text{wenn } t \in [t_s, 2t_s) \\ \vdots & \\ \underline{u}_{\bar{k}}^*(t) & \text{wenn } t \in [(\bar{k}-1)t_s, \bar{k}t_s]. \end{cases}$$

Der finale Zeitpunkt $t_\mathcal{P}$ zum Erreichen des Pfadendpunkts $\underline{p}_\mathcal{P}(\tau_{max})$ ist mit $t_\mathcal{P} = \bar{k}t_s$ definiert. Zu Beginn der Optimierung ist er nicht bekannt. Die Ermittlung erfolgt während des Optimierungsvorgangs des OSP, das heißt, die Optimierung wird beendet, wenn der Pfadparameter $\tau(kt_s)$ hinreichend dicht am gewünschten Endpunkt τ_{max} und damit $\underline{h}_\mathcal{P}(\underline{x}_m(kt_s))$ dicht an $\underline{p}_\mathcal{P}(\tau_{max})$ liegt. Die Zeitverschiebung t_s und der Optimierungshorizont t_h können variiert werden und sind Einstellparameter der Pfadfolgeoptimierung. Der Optimierungshorizont stellt maßgeblich die Rechenzeit ein, muss aber so groß gewählt werden, dass die Reaktion des Hubschraubers in dieser Zeit den Variationen des Pfads nachkommen kann. Ein gutes Maß ist beispielsweise die Zeit, die der Hubschrauber benötigt, um mit maximaler Verzögerung von der gewünschten Fluggeschwindigkeit in den Schwebezustand zu verlangsamen.

Das hier beschriebene Vorgehen ist eng mit einem modellprädiktiven Regler verwandt. Die Zeitspanne $t_s > 0$, in der eine erneute Berechnung durchgeführt werden muss, und der Optimierungshorizont $t_h > t_s > 0$ können dann als Abtastzeit und Prädiktionshorizont aufgefasst werden. Im Unterschied hierzu wird in dieser Arbeit der Pfadfolgeregelkreis nicht über die Prädiktion geschlossen, da zu diesem Zeitpunkt keine Garantien

vorliegen, dass das hier vorgestellte nichtlineare OSP für eine Nutzung online garantiert und rechtzeitig konvergiert. Stattdessen können die Eingangstrajektorien in Form von Datenbanken gespeichert und während des Flugs abgerufen werden.

Mithilfe dieser Zeiteinteilung kann Problem 1 durch Formulierung und Lösung eines OSP gelöst werden. Dazu wird ein Kostenfunktional über den Optimierungshorizont minimiert. Mit der Notation $\underline{u}(\cdot)$ wird angedeutet, dass der gesamte Eingangsverlauf $\underline{u}(t)$, $t \in [kt_s + t_h, kt_s + t_h]$, den Wert der Kostenfunktion J festlegt

$$J\left(\underline{x}_{m,0}, \underline{u}(\cdot)\right) = \int_{kt_s}^{kt_s+t_h} \underbrace{\left\|(\underline{e}_P^T(t), \dot{\underline{e}}_P^T(t))\right\|_{\underline{\underline{Q}}_e}^2}_{\text{Pfadabweichung}} + \underbrace{\left\|(\underline{\tau}^T(t) - \underline{\tau}_r^T(t))\right\|_{\underline{\underline{Q}}_\tau}^2}_{\text{dynamische Anforderungen}} + \underbrace{\left\|(\underline{u}^T(t), \underline{x}_m^T(t))\right\|_{\underline{\underline{R}}}^2}_{\text{Regularisierung}} dt. \tag{2.42a}$$

Die Gewichtungsmatrizen[8] $\underline{\underline{Q}}_e$ und $\underline{\underline{Q}}_\tau$ sowie vorzugsweise auch $\underline{\underline{R}}$ sind positiv semidefinit, außerdem $\|\underline{\underline{Q}}_e\| \gg \|\underline{\underline{R}}\|$. Der erste Term bestraft Abweichungen vom geometrischen Pfad. Hierbei ist zu beachten, dass sowohl die Abweichung zum Pfad selbst, $\underline{e}_P = \underline{h}_{\mathcal{P}}(\underline{x}_m) - \underline{p}_{\mathcal{P}}(\tau)$, als auch dessen zeitliche Ableitung $\dot{\underline{e}}_P$ in die Kostenfunktion mit einfließen. Durch Berücksichtigung dieser zeitlichen Ableitung werden Lösungen vermieden, die geometrisch um den Sollpfad schwingen.[9]

Der zweite Term in (2.42a) berücksichtigt Anforderungen, die über den Pfadparameter kodiert werden. Da die Dynamik des Pfadparameters ein Integrator zweiter Ordnung ist, können Abstände zu einem Punkt auf dem Pfad (beispielsweise Schweben am Pfadende) oder eine Vorgabe der Ableitung des Pfadparameters (skalierte Fluggeschwindigkeit) bestraft werden. Beide werden über $\underline{\tau}_r$ kodiert. Wird ein höherer relativer Grad der Dynamik des Pfadparameters gewählt, sind hier auch weitere Anforderungen möglich. Der letzte Term wird zur Regularisierung verwendet und vermeidet Flattern und Schlagen der Eingangsignale. Optional können auch einzelne Komponenten des Zustandsvektors $\underline{x}_m$ einfließen, beispielsweise um die Glattheit des Schubverlaufs zu verbessern. Die Regularisierung verbessert die numerischen Eigenschaften des Optimierungsproblems und glättet die Ergebnisse.

[8] Die verkürzte Schreibweise zur Gewichtung der Elemente von $\underline{e}$ mit einer quadratischen Matrix $\underline{\underline{Q}}$ bedeutet ausgeschrieben $\|\underline{e}\|_{\underline{\underline{Q}}}^2 := \underline{e}^T \underline{\underline{Q}} \underline{e}$.

[9] Dieser Effekt des geometrischen Oszillierens bei Pfadfolgeproblemen wurde schon in frühen Pfadfolgeumsetzungen auch unabhängig von Optimierungsansätzen beobachtet, siehe z. B. Koo et al. (2001).

Das Optimalsteuerungsproblem Mithilfe dieser Kostenfunktion kann das OSP nun vollständig notiert werden:

$$\underset{\underline{u}_c(\cdot),u_{\mathcal{P}}(\cdot)}{\text{minimiere}} \quad J\left(\underline{x}_{m,0}, \underline{u}_c(\cdot), u_{\mathcal{P}}(\cdot)\right) \tag{2.42b}$$

mit den Nebenbedingungen[10]

$$\dot{\underline{x}}_m(t) = \underline{f}_m\left(\underline{x}_m(t), \underline{u}_c(t), \hat{\underline{d}}(t)\right), \qquad \underline{x}_m(0) = \underline{x}_{m,0} \tag{2.42c}$$

$$\dot{\tau}(t) = l(\tau(t), u_{\mathcal{P}}(t)), \qquad \tau(0) = \tau_0 \tag{2.42d}$$

$$\dot{\underline{e}}_P(t) = \frac{\partial \underline{h}_{\mathcal{P}}}{\partial \underline{x}_m} \underline{f}_m(\underline{x}_m(t), \underline{u}_c(t)) - \frac{\partial \underline{p}_{\mathcal{P}}}{\partial \tau} \dot{\tau}(t), \quad \underline{e}_P(0) = \underline{h}_{\mathcal{P}}(\underline{x}_{m,0}) - \underline{p}_{\mathcal{P}}(\tau_0). \tag{2.42e}$$

Darüber hinaus werden Beschränkungen auf den Zuständen und Eingängen berücksichtigt

$$\forall t \in [kt_s, kt_s + t_h] : \underline{u}_c \in \bar{\mathcal{U}}, \quad \underline{x}_m \in \bar{\mathcal{X}}, \quad \underline{\delta} \in \bar{\mathcal{D}}, \quad \underline{\tilde{y}}_m \in \bar{\tilde{\mathcal{Y}}} \tag{2.42f}$$

$$\forall t \in [kt_s, kt_s + t_h] : \dot{\tau}(t) = \dot{\tau}(t) \geq 0 \tag{2.42g}$$

$$\underline{\tau}(t_{\mathcal{P}}) = (\tau_{max}, 0)^T, \tag{2.42h}$$

mit der Transiationszeit $t_{\mathcal{P}}$, die benötigt wird, den Pfad abzufliegen. Die dynamischen Beschränkungen (2.42c-e) beinhalten das Referenzmodell (2.39), die Dynamik des Pfadparameters (2.41) und die Pfadfehler GDL (2.42e). Neben den Beschränkungen der Zustände und der Eingänge (2.42f)[11] wird eine Bewegung entlang des Pfads in eine Richtung vorgegeben (2.42g). Zuletzt beschreibt (2.42h), dass am Ende des Pfads $\mathcal{P}$ angehalten werden soll.[12]

Als zusätzliche Entscheidungsgröße kann das OSP (2.42) um den Zeitpunkt als Entscheidungsgröße ergänzt werden, an dem das Pfadende erreicht sein soll. Auf diese Weise llassen sich Anforderungen wie eine garantierte Antwortzeit realisieren, auf Kosten eines erhöhten Rechenaufwands (Bryson 1999). Darüber hinaus wird eine Heuristik benötigt, um die Vorgaben für den gleitenden Horizont herunterzubrechen. Im Kontext der Planung für unbemannte Systeme spielt diese Aufgabe für großräumige Routen

[10] Die Pfadabweichung $\dot{\underline{e}}_P$ wird hier als einfache Ableitung notiert und somit als Nebenbedingung im OSP berücksichtigt. Bei der Umsetzung sind unter Umständen höhere Ableitungen erforderlich. Ein direktes Auftreten des Pfadeingangs $u_{\mathcal{P}}$ kann beispielsweise numerisch vorteilhaft sein und hängt somit von der Wahl der Dynamik des Pfadparameters ab. Eine softwaretechnische Umsetzung des OSP kann auch erfordern, dass alle Größen der Kostenfunktion Zustände sind und wird somit von der gewünschten Berücksichtigung der Pfadabweichung in (2.42a) beeinflusst.

[11] Hierbei handelt es sich um die Leistungs- und Stellgrenzen, siehe Kapitel 2.5.

[12] Soll einer geschlossenen Kurve ohne Anhalten gefolgt werden, kann (2.42h) ausgespart werden.

eine Rolle. Für die kleinräumigen, taktischen Pfade der vorliegenden Arbeit ist diese Aufgabe eher von untergeordneter Relevanz. Um diese Rechenzeiterhöhung zu vermeiden, wird hier das Vorgehen mit gleitendem Horizont verwendet, sodass sich der Endzeitpunkt ohne eine explizite Vorgabe ergibt. Für die Lösung solcher OSP stehen eine Vielzahl verschiedener Werkzeuge zur Verfügung. Im Kapitel 3 wird das OSP für einen konkreten unbemannten Hubschrauber formuliert und darauf eingegangen, wie eine softwareseitige Realisierung gelingt.

Hinweise Durch Lösung des OSP (2.42) lässt sich Problem 1 lösen. Bei der Ermittlung einer optimalen Lösung kommen dabei zwei verschiedene Näherungen zum Einsatz:

1. Als Dynamik des geschlossenen Kreises wird das Referenzmodell als Näherung verwendet. Modellunsicherheiten der Vorsteuerung und auftretende Störungen führen durch zwei Mechanismen zu Abweichungen vom Sollpfad:
   - Es kommt zu Regelabweichungen $\underline{e}_y$, sodass sich die Strecke auch von einem idealen Referenzmodellverlauf unterscheiden kann.
   - Wie in dem Kapitel 2.4.4 dargestellt, findet durch das PCH eine Rückführung des Regelungsfehlers in das Referenzmodell statt. Aus diesem Grund werden die Zustände vom idealen Verlauf abgelenkt.
2. Bei der Lösung des OSP werden verschiedene numerische Näherungen durchgeführt, um das resultierende Programm in angemessener Zeit berechnen zu können:
   - Die Differentialgleichungen werden durch ein Integrationsverfahren mit begrenzter Genauigkeit numerisch integriert.
   - Das Optimierungsproblem wird durch Methoden wie *Sequential Quadratic Programming* (SQP) auf hinreichend schnell berechenbare Programme zurückgeführt. Bei Wahl einer ungünstigen Anfangsvermutung kann das SQP zu einem lokalen Optimum konvergieren.
   - Die Optimierung erfolgt schrittweise mittels eines gleitenden Horizonts.

Zur Kompensation der Störungen von Punkt 1 wird im Folgenden ein Störungsschätzer eingeführt, um diese Einflüsse zumindest für reproduzierbare Effekte zu reduzieren. Die Effekte von Punkt 2 sind mit der Wahl der numerischen Werkzeuge verbunden und werden im Umsetzungsteil in Kapitel 3 genauer beleuchtet. Zunächst wird allerdings die spezielle Struktur des Referenzmodells ausgenutzt, um eine numerisch effizienter lösbare Formulierung zu erhalten.

2.6.2 Differentielle Flachheit innerer Regelkreiskomponenten

Nachdem eine erste Lösung für die nominelle Pfadfolge dargestellt wurde, wird im Folgenden erläutert, wie sich die Pfadfolgeoptimierung vereinfachen lässt, wenn für den Aktuatorteil oder die innere Regelkaskade differentielle Flachheit nachgewiesen werden kann. Diese Eigenschaft ermöglicht die Wahl neuer *Entscheidungsgrößen* für das Optimierungsproblem. Damit sind diejenigen Größen gemeint, deren Diskretisierung Variablen erzeugt, die im Optimierungsprogramm gewählt werden. Durch Simulation (Integration) wird der Verlauf aller weiteren Größen aus diesen *Entscheidungsvariablen* berechnet. Es zeigt sich, dass Teile des Gesamtproblems aus Optimierungssicht auf einfache Integratorketten zurückführt werden können und lediglich die erwartete Streckenantwort des äußeren Kreises dynamisch simuliert werden muss.

Die Wahl der neuen Entscheidungsvariablen weist Ähnlichkeiten auf zu der von Faulwasser et al. (2011) und van Loock et al. 2014 gezeigten Projektion flacher Modelle auf die Pfaddynamik. Bei dieser Projektion wird die Flachheit der GDL ausgenutzt, um die gesamte Systemdynamik auf einen SISO-Fall zu reduzieren, wobei die höchsten Ableitungen der Pfaddynamik die einzige Entscheidungsgröße darstellen. Die Komplexität der Dynamik wird hierbei deutlich vereinfacht, allerdings steigt gleichzeitig die der Nebenbedingungen. Bei der Anwendung dieser Projektion hat sich gezeigt, dass sie für die konkrete Problemstellung dieser Arbeit selbst dann nicht geeignet ist, wenn die flachheitsverhindernden Effekte des äußeren Kreises vernachlässigt werden. Ursache hierfür sind die Struktur der Nebenbedingungen (siehe Kapitel 2.5) und eine quaternionenbasierte Repräsentation der Lage. Im Folgenden wird konzeptionell gezeigt, wie stattdessen die Flachheit innerer Modellanteile ausgenutzt werden kann. Im Umsetzungsteil wird gezeigt, dass dieses Vorgehen die Rechenzeiten für den vorgestellten Hubschrauber deutlich reduziert (vgl. Kapitel 3.7.5).

Zustände der Aktuatoren oder inneren Regelkreise Überträgt man das allgemein gehaltene Konzept aus Abbildung 2.11 des vorherigen Abschnitts auf die spezielle Referenzmodellstruktur mit PCH (siehe Abbildung 2.7), ergibt sich Abbildung 2.12 als konkretere Darstellung der Dynamik für das OSP. Bei der Reglerauslegung wurde, wie es in der Literatur häufig geschieht, eine mögliche Abhängigkeit des äußeren Modells von den Zuständen der inneren Kreise oder Aktuatoren zur Gewährleistung der Frequenzseparation der Kaskade vernachlässigt. Bei nichtstationären Trajektorien führt diese Vernachlässigung jedoch zu Regelfehlern. In der Abbildung ist die Kopplung blau markiert. Ob diese Kopplungsterme im äußeren Regelkreis trotz notwendiger Frequenzseparation berücksichtigt werden können, muss experimentell oder formal nachgewiesen

werden. Im Weiteren werden beispielsweise die Lage des Starrkörpers und der Schub als Aktuatoren für die translatorische Bewegung aufgefasst. Die auf den Hubschrauber wirkenden Kräfte hängen allerdings von der Lage ab. Derselbe Effekt sorgt dafür, dass die Hubschrauberdynamik im Gesamten nicht flach ist.

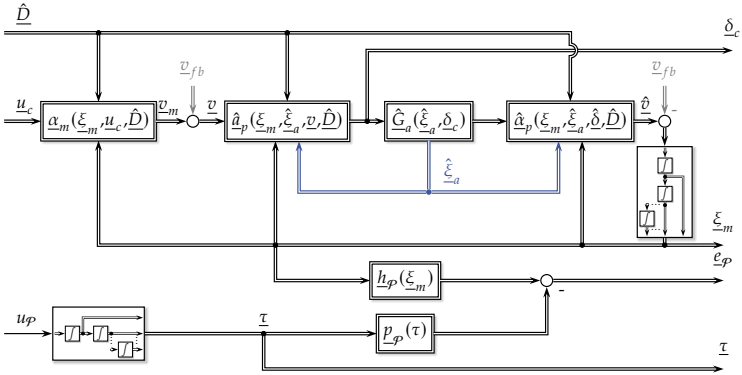


Abbildung 2.12: Blockdiagramm der für die nominelle Pfaddynamik verwendeten Näherung der Dynamik des geschlossenen Regelkreises, der hervorgehobenen Kopplung zu den Aktuatorzuständen sowie der virtuellen Pfaddynamik

Die dem Osp zugrunde liegende Dynamik wurde bisher allgemein gehalten, wie in (2.39) notiert. Mit der zuvor eingeführten Normalform kann sie konkretisiert werden. Es wird angenommen, dass sich auch die Aktuatordynamik (oder die Dynamik eines inneren Kreises) in einer Normalform mit den Zuständen $\underline{\xi}_a$ darstellen lässt.[13] Für eine kompaktere Schreibweise wird $\hat{\underline{\delta}} = \underline{\xi}_{a,1} := (\xi_{a,1,1}, \ldots, \xi_{a,n_\delta,1})^T$ in der Abbildung verwendet. Mit anderen Worten, die Aktuatorstellungen sind der flache Ausgang der Aktuatordynamik. Das gesamte Referenzmodell lässt sich entsprechend Abbildung 2.12 notieren:

$$\underline{v}(t) = \underline{\alpha}_m(\underline{\xi}_m(t), \underline{u}_c(t), \hat{\underline{D}}(t)) \qquad \text{…Referenzdynamik} \tag{2.43a}$$

$$\underline{\delta}_c(t) = \hat{\underline{a}}_p(\underline{\xi}_m(t), \underline{v}(t), \hat{\underline{D}}(t)) \qquad \text{…Vorsteuerung} \tag{2.43b}$$

[13] Wenn der innere Regelkreis entsprechend den in den vorherigen Kapiteln vorgestellten Ansätzen ausgelegt wird, folgt diese Eigenschaft direkt. Ist die Aktuatordynamik nicht flach, so kann die Wahl von $\underline{\delta}_c$ anstelle von $\underline{v}_i$ als Entscheidungsgröße immer noch lohnenswert sein.

$$\left.\begin{aligned}\dot{\hat{\underline{\xi}}}_{a,j,l}(t) &= \underline{\xi}_{a,j,l+1}(t),\ j\in[1,\dots,n_\delta],\ l\in[1,\dots,r_{n_\delta}]\\ \hat{\underline{\xi}}_a^{(r)}(t) &= \underline{\hat{\alpha}}_a(\hat{\underline{\xi}}_a(t),\delta_c(t)) =: \underline{v}_i(t)\end{aligned}\right\} \quad \dots\hat{\underline{G}}_a : \text{ erw. Aktuatorantwort} \qquad (2.43c)$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{\underline{\xi}}_{m,j,l}(t) &= \underline{\xi}_{p,j,l+1}(t),\ j\in[1,\dots,n_y],\ l\in[1,\dots,r_{n_y}]\\ \underline{\xi}_m^{(r)}(t) &= \underline{\hat{\alpha}}_p(\underline{\xi}_m(t),\underline{\xi}_{a,1}(t),\underline{\hat{D}}(t)) = \underline{\hat{v}}(t)\end{aligned}\right\} \quad \dots\text{erw. Streckenantwort} \qquad (2.43d)$$

Wird diese Dynamik für das OSP angesetzt, so ergeben die Eingänge des Reglers $\underline{u}_c$ sowie der virtuelle Eingang der Pfaddynamik $u_\mathcal{P}$ über den Optimierungshorizont diskretisiert die Entscheidungsvariablen. Bei der Optimierung ist die numerische Integration der Differentialgleichungen erforderlich. Die Integration wird mit fester Schrittweite oder adaptiv umgesetzt. Grundsätzlich ist dabei die Stabilität der Integration zu berücksichtigen. Somit hängt die Schrittweite von den (lokalen) Polen des Referenzmodells und den Lipschitz-Konstanten der Nichtlinearitäten und Eingangssignale ab.

Durch Ausnutzung der Flachheit des Aktuators lässt sich eine Umformulierung des OSP erreichen. Um neue Entscheidungsgrößen auswählen zu können, müssen die Aktuatoren oder inneren Komponenten zwei Eigenschaften erfüllen:

1. **Differentielle Flachheit:** Die inneren Referenzmodellkomponenten müssen differentiell flach gemäß Hintergrund 2 sein.
2. **Vollständige Rekonstruierbarkeit:** Aus dem flachen Ausgang der inneren Referenzmodellkomponenten und deren Ableitungen müssen alle weiteren Zustände und Eingänge durch Vorwärtssimulation bestimmbar sein und die Eingangsgrößen müssen sich aus diesen Größen algebraisch berechnen lassen.

Das übergeordnete Ziel ist die Berechnung eines Zeitverlaufs für den Reglereingang $\underline{u}_c(\cdot)$, der die Anforderungen und Beschränkungen sicherstellt. Der Einfluss dieser beiden Kriterien auf dieses Ziel liegt auf der Hand: Durch die Wahl der höchsten Ableitung des flachen Ausgangs der inneren Systemkomponenten lassen sich mittels Integration alle Ableitungen und der flache Ausgang selbst bestimmen. Da die inneren Komponenten differentiell flach sind, können auch alle anderen Größen des inneren Modells bestimmt werden. Ist das zweite Kriterium erfüllt, sind alle Größen bekannt, um auch das äußere Modell zu simulieren. Das Kriterium der vollständigen Rekonstruierbarkeit sorgt außerdem dafür, dass die Führungsgröße $\underline{u}_c(\cdot)$ bestimmt werden kann. Somit ist die ursprüngliche Aufgabe erfüllt, allerdings mit neuen Entscheidungsgrößen in der Optimierung.

Sind beide Kriterien erfüllt, ergibt sich die modifizierte Dynamik aus Sicht der Optimierung, siehe Abbildung 2.13. Die erste Integratorkette dieser Darstellung ist bisher Teil des Aktuatorblocks $\hat{\underline{G}}_a$. Die Abbildung hat sich deutlich vereinfacht und lässt erkennen,

dass einige der nichtlinearen Blöcke und Rückführungen nicht mehr in Form von GDL berücksichtigt werden müssen.

Sobald die externen, nicht beeinflussbaren Eingänge $\underline{\hat{D}}$ bekannt sind und der Verlauf der neuen Entscheidungsvariablen vom Optimierer festgelegt wurde, ist die zeitliche Entwicklung des Pfads und aller Referenzzustände eindeutig bestimmt. Der bei der Optimierung zu berücksichtigende dynamische Anteil der Referenzdynamik lautet somit:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\hat{\xi}}_{a,j,k}(t) &= \xi_{a,j,k+1}(t),\ j\in[1,\dots,n_\delta],\ k\in[1,\dots,r_{n_\delta}]\\ \underline{\hat{\xi}}_a^{(r)}(t) &= \underline{v}_i(t)\end{aligned}\right\} \quad \dots\,\underline{\hat{G}}_a:\ \text{Integratorkette} \tag{2.44a}$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{\xi}_{m,j,k}(t) &= \xi_{p,j,k+1}(t),\ j\in[1,\dots,n_y],\ k\in[1,\dots,r_{n_y}]\\ \underline{\xi}_m^{(r)}(t) &= \underline{\hat{\alpha}}_p(\underline{\xi}_m(t),\underline{\xi}_{a,1}(t),\underline{\hat{D}}(t)) = \underline{\hat{v}}(t)\end{aligned}\right\} \quad \dots\text{erw. Streckenantwort} \tag{2.44b}$$

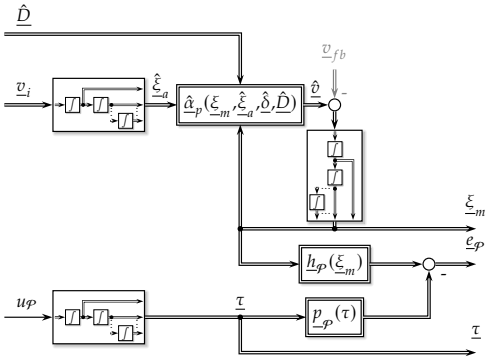


Abbildung 2.13: Blockdiagramm der sich ergebenden Vereinfachung durch die Wahl neuer Entscheidungsvariablen

Diese Gleichungen seien im Folgenden mit den Schreibweisen $\underline{\tilde{\xi}}_m := (\underline{\xi}_m^T, \underline{\hat{\xi}}_a^T)^T \in \mathbb{R}^{n_x+n_a}$ verkürzt notiert

$$\dot{\underline{\tilde{\xi}}}_m(t) = \underline{\tilde{f}}_m(\underline{\tilde{\xi}}_m(t), \underline{v}_i(t), \underline{\hat{D}}(t)). \tag{2.45}$$

Wie in Abbildung 2.10 dargestellt, sind eingangsseitig Sättigungen vorgesehen, um das geregelte System von Leistungsgrenzen fernzuhalten. Die Begrenzungen der Verläufe von $\underline{u}_c$ konnten im vorherigen Abschnitt 2.6.1 durch Nebenbedingungen auf den Eingängen $\forall t \in [kt_s, kt_s + t_h]:\ \underline{u}_c \in \mathcal{U}$ direkt dargestellt werden. In der Dynamik (2.45) tauchen diese Größen allerdings nicht mehr explizit auf. Der im vorherigen Abschnitt eingeführte

Mechanismus der virtuellen Ausgänge $\underline{\tilde{y}}_m$ kann um diese Größen erweitert werden und gestattet somit wieder deren Beschränkung

$$\underline{\tilde{y}}_m(t) := \begin{pmatrix} \underline{y}_m(t) \\ \underline{u}_c(t) \\ \underline{\delta}_c(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{h}_m\left(\underline{\phi}_m\left(\underline{\xi}_m(t)\right)\right) \\ \underline{\psi}_m(\underline{\xi}_m(t)) \\ \underline{\hat{\psi}}_a(\underline{\hat{\xi}}_a(t)) \end{pmatrix}; \quad \forall t : \underline{\tilde{y}}_m \in \tilde{\bar{\mathcal{Y}}}. \tag{2.46}$$

Die hier verwendeten Notationen für die Zustandstransformation ϕ_m und die Berechnung der Eingangsverläufe aus den jeweiligen flachen Ausgängen von Referenzmodell und Aktuatoren $\underline{\psi}_i$ und $\underline{\hat{\psi}}_a$ entsprechen der in Kapitel 2.4.3 beschriebenen Schreibweise. Das durch die Wahl neuer Entscheidungsgrößen vereinfachte OSP lässt sich nun notieren:

$$\underset{\underline{v}_i(\cdot),u_{\mathcal{P}}(\cdot)}{\text{minimiere}} \int_{kt_s}^{kt_s+t_h} \underbrace{\left\|(\underline{e}_P^T(t),\dot{\underline{e}}_P^T(t))\right\|_{\underline{\underline{Q}}_e}^2}_{\text{Pfadabweichung}} + \underbrace{\left\|(\underline{\tau}^T(t)-\underline{\tau}_r^T(t))\right\|_{\underline{\underline{Q}}_\tau}^2}_{\text{dynamische Anforderungen}} + \underbrace{\left\|(\underline{v}_i^T(t),u_{\mathcal{P}},\underline{\tilde{\xi}}_m^T(t))\right\|_{\underline{\underline{R}}}^2}_{\text{Regularisierung}} dt \tag{2.47a}$$

mit den Nebenbedingungen

$$\dot{\underline{\tilde{\xi}}}_m(t) = \underline{\tilde{f}}_m(\underline{\tilde{\xi}}_m(t),\underline{v}_i(t),\underline{\hat{D}}(t)), \qquad \underline{\tilde{\xi}}_m(0) = \underline{\tilde{\xi}}_{m,0} \tag{2.47b}$$

$$\dot{\underline{\tau}}(t) = \underline{l}(\underline{\tau}(t),u_{\mathcal{P}}(t)), \qquad \underline{\tau}(0) = \underline{\tau}_0 \tag{2.47c}$$

$$\dot{\underline{e}}_P(t) = \frac{\partial \underline{h}_{\mathcal{P}}}{\partial \underline{\tilde{\xi}}_m}\underline{\tilde{f}}_m(\underline{\tilde{\xi}}_m(t),\underline{v}_i(t)) - \frac{\partial \underline{p}_{\mathcal{P}}}{\partial \tau}\dot{\tau}(t), \quad \underline{e}_P(0) = \underline{h}_{\mathcal{P}}(\underline{\tilde{\xi}}_{m,0}) - \underline{p}_{\mathcal{P}}(\underline{\tau}_0). \tag{2.47d}$$

Der gültige Flugbereich wird weiterhin sichergestellt durch

$$\forall t \in [kt_s, kt_s+t_h] : \underline{\phi}_m(\underline{\xi}_m) \in \bar{\mathcal{X}}, \quad \underline{\tilde{y}}_m \in \tilde{\bar{\mathcal{Y}}} \tag{2.47e}$$

$$\forall t \in [kt_s, kt_s+t_h] : \dot{\tau}(t) = \dot{\tau}(t) \geq 0 \tag{2.47f}$$

$$\underline{\tau}(t_{\mathcal{P}}) = (\tau_{max}, 0)^T. \tag{2.47g}$$

Wie im Umsetzungsteil in Kapitel 3 gezeigt wird, lässt sich durch die numerische Lösung in modifizierter Form die Hälfte der Rechenzeit gegenüber dem unmodifizierten Version einsparen. Gleichzeitig reduziert sie den Einfluss der Rotationskinematik auf die Entscheidungsvariablen und die damit verbundene Variabilität der Signale. Dadurch wird die Verwendung eines Integrationsverfahrens mit fester Schrittweite ermöglicht. Ohne diese Modifikation müsste bei einem solchen Verfahren eine sehr kleine Integrationsschrittweite gewählt werden, was sich negativ auf die Rechenzeit auswirkt. Durch die Modifikation kann eine sinnvolle feste Integrationsschrittweite gewählt werden, wodurch der Einsatz einer Codegenerierung möglich wird. Diese Modifikation des OSP ist somit der erste und grundlegende in einer Reihe von Schritten, die eine Beschleunigung der Optimierung um den Faktor 50 ermöglichen. Eine implementierungsbezogene Auswertung findet sich in Kapitel 3.7.4.

2.6.3 Störungsschätzung zur Folgeverbesserung

Die erste Version der schrittweisen Verbesserung der Pfadfolge wurde erstmals von Dauer et al. (2015) veröffentlicht. Das dort vorgestellte Verfahren ist eng mit der Iterativ Lernenden Regelung (Iterative Learning Control, ILC) verwandt. Da für die Pfadfolgeregelung der zeitliche Verlauf entlang des Pfads $\tau(t)$ einen Freiheitsgrad darstellt, kann die Annahme eines zeitlich konstanten Ablaufs, wie sie bei ILC notwendig ist, nicht erfüllt werden. Die Arbeiten von Janssens et al. (2013) im Zusammenhang mit der Pfadfolge beziehen die iterative Korrektur für ein einfaches Problem auf den Pfadparameter und verwendet damit eine pfadfeste Modellierung der Iteration. In der Zwischenzeit wurde der Begriff *Spatial Iterative Learning Control* geprägt (Lješnjanin et al. 2017; Chen 2017). Im Gegensatz zu diesen Entwicklungen wird in der vorliegenden Arbeit mit einem Störungsschätzer gearbeitet, um die Pfadfolge im Laufe der Iterationen zu verbessern. In der Literatur ist zwar ebenfalls ein ILC-Ansatz mit Störungsschätzung ohne Bezug zur Pfadfolge zu finden (Sun et al. 2014; Maeda et al. 2015; Zheng 2017). Allerdings wird die Schätzung in diesen Fällen online durchgeführt und als direkte Rückführung eingesetzt. In der Iteration selbst findet sie keine Berücksichtigung. Der hier vorgeschlagene Ansatz unterscheidet sich von den genannten Methoden somit zum einen durch die Form der zugrunde liegenden Regelung und zum anderen durch die Berücksichtigung von Störungsschätzungen zwischen den Iterationen.

Hintergrund Wird eine Abweichung während des Flugs festgestellt, ist es wünschenswert, aus dieser Abweichung Informationen für die Trajektorienoptimierung zu gewinnen. Diese Überlegung ist für reproduzierbare Störungen wie Modellunsicherheiten, stationäre Windfelder oder örtlich feste Änderungen der Umgebungsbedingungen denkbar. Es wird der Pfad geflogen, eine Störungsschätzung durchgeführt und das Resultat als Grundlage für eine Neuoptimierung verwendet. Durch diese erneute Berechnung der Zustandstrajektorie kann ein anderes Timing entlang des Pfads $t \rightarrow \tau(t)$ entstehen, das andere Zustandsverläufe beinhaltet. Da Modellunsicherheiten und die Sensibilität gegenüber externen Störungen selbst zustandsabhängig sind, läuft diese Überlegung auf ein iteratives Verfahren hinaus. Einmalige Störungen wie Böen können durch diesen Ansatz folglich nicht reduziert werden.

Störungsmodellierung Es wird nun das in Kapitel 2.6.3 und Abbildung 2.3 eingeführte additive Störungsmodell verwendet. Durch das PCH enthält das Referenzmodell eine erwartete Streckenantwort, vgl. Abbildung 2.7. In Abbildung 2.14 ist dieses Streckenmodell herausgelöst und der tatsächlichen Strecke gegenübergestellt. Die exakte Strecke

lässt sich mit dieser additiven Störung aus dem bekannten Modell und den geschätzten externen Eingängen ausdrücken. Die erwartete Antwort unterscheidet sich von dieser Strecke zusätzlich durch die nicht exakt modellierten Aktuatoren und deren Zustände. Der Zusammenhang zwischen dem Regelungsfehler $\underline{e}_\xi$ bzw. dessen Vektor höchster Ableitungen $\underline{e}_\xi^{(r)}$ zur additiven Störung $\underline{\Delta}$ ergibt sich zu

$$\underline{e}_\xi^{(r)}(t) = \underline{\xi}_m^{(r)}(t) - \underline{\xi}_p^{(r)}(t) = \underline{\hat{\alpha}}(\underline{\xi}_m(t),\underline{\hat{\delta}}(t),\underline{\hat{D}}(t)) - \underline{v}_{fb}(t) - \underline{\hat{\alpha}}(\underline{\xi}_p(t),\underline{\delta}(t),\underline{\hat{D}}(t)) - \underline{\Delta}(t). \quad (2.48)$$

Durch Umstellen auf die Störung und Berücksichtigung der Zusammenhänge für die erwartete Pseudosteuergröße $\underline{\hat{v}}$ aus dem PCH (2.26) folgt

$$\underline{\Delta}(t) = \underline{\hat{v}}(t) - \underline{v}_{fb}(t) - \underline{\hat{\alpha}}(\underline{\xi}_p(t),\underline{\delta}(t),\underline{\hat{D}}(t)) - \underline{e}_\xi^{(r)}(t). \quad (2.49)$$

Zur Bestimmung dieser Störung bestehen zwei Herausforderungen. Einerseits liegen die exakten Steuergrößen $\underline{\delta}$ bei dem rein vorsteuernden PCH ggf. nicht exakt vor. Für die Bestimmung der höchsten Fehlerableitungen $\underline{e}_\xi^{(r)}$ wird andererseits ein Schätzer mit differenzierenden Eigenschaften benötigt. Für den vorliegenden Hubschrauber wird in Kapitel 3.6.3 eine konkrete Umsetzung der Störungsschätzung dargestellt. Dieses Vorgehen wird für den äußeren (Geschwindigkeits-)Regelkreis eingesetzt, für den ein Differenzierer erster Ordnung benötigt wird, was ihn praktisch gut beherrschbar macht. Zur Bestimmung der Systemeingänge wird eine Näherung des Schubfehlers auf Basis einer Betragsschätzung und von Lagewinkelunterschieden verwendet.

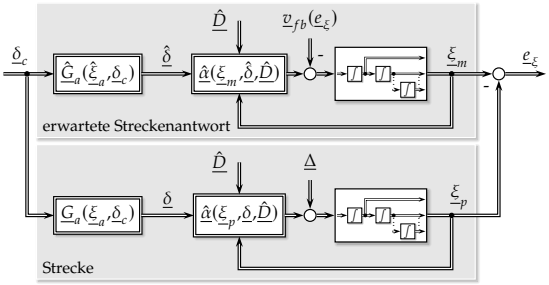


Abbildung 2.14: Veranschaulichung der Berücksichtigung der Störungsschätzung in der erwarteten Streckenantwort des Referenzmodells sowie der tatsächlichen Strecke mit Erweiterung um eine additive Störung

Zunächst wird davon ausgegangen, dass die benötigten Signalverläufe aus (2.49) verfügbar sind. Der Regelungsfehler erzeugt eine Ablage vom Wunschpfad in zwei Ausprägungen. Zum einen führt $\underline{e}_\xi$ an sich zu einer Abweichung und zum anderen löst er eine

Rückführung $\underline{v}_{fb}$ in das Referenzmodell druch das PCH aus. Dadurch wird das Referenzmodell selbst von seinem idealen, pfadfixierten Verlauf abgelenkt. Der Referenzverlauf kann also nur dann genau auf dem Pfad verlaufen, wenn kein Regelungsfehler vorliegt, d. h. $\underline{v}_{fb} = 0$. Diese Forderung lässt sich nur annähern, indem sich die zu erwartende Streckenantwort mit zunehmenden Iterationen dem Verlauf der echten Strecke angleicht. Aus diesem Grund wird die Störungsschätzung nicht nur in der Pfadfolge berücksichtigt, sondern auch dem Referenzmodell beaufschlagt. Die Struktur von Abbildung 2.14 legt nahe, dass Strecken- und Referenzmodellzustände genau dann einen gleichen Verlauf haben, wenn die Anfangsbedingungen identisch sind, sowie der Verlauf des Stellgrößen $\underline{\delta}$ denen der Schätzung $\hat{\underline{\delta}}$ und die negative Einspeisung von $\underline{v}_{fb}$ der Störung $\underline{\Delta}$ entspricht.

Zusätzlich muss sichergestellt werden, dass sich die Anfangsbedingungen der Strecke und des Referenzmodells zu Beginn des Pfads zwischen den Iterationen einander annähern, d. h. $\underline{e}_{\xi}(0) \to \underline{0}$. Eine weitere Überlegung vereinfacht die Berücksichtigung der Störung in der Optimierung und stellt darüber hinaus einen wichtigen Unterschied zum klassischen ILC dar. Bei einer Neuberechnung des Zustandsverlaufs entlang des Pfads unter Störungseinfluss verändert sich das Timing $t \to \tau(t)$, wodurch sich auch der zeitliche Horizont des Flugs ändert. Es ist deshalb hilfreich, die Störung nicht zeitlich, sondern in Abhängigkeit vom Pfadparameter zu parametrisieren.[14] Die zeitlichen Entwicklung der Störung wird dabei punktweise auf den Pfadparameter bezogen, d. h. $\hat{\underline{\Delta}}(t) \to \hat{\underline{\Delta}}(\tau(t))$.

Lösungskonzept Mit diesen Vorüberlegungen lässt sich das Lösungskonzept wie folgt notieren, wobei die Iterationsschritte durch den hochgestellten Laufparameter i markiert werden. Es sei darauf hingewiesen, dass $\tilde{\underline{\xi}}_m := (\underline{\xi}_m^T, \hat{\underline{\xi}}_a^T)^T$ die Gesamtheit der Strecken- und Aktuatorzustände enthält, siehe Kapitel 2.6.2. Der Ablauf der iterativen Pfadfolgeverbesserung wird in Abbildung 2.15 skizziert. Von links nach rechts werden Störungsschätzung, Optimierung und Flug entsprechend der Signalfolge dargestellt. Die folgenden Schritte unterteilen die iterative Pfadfolge hingegen sequentiell in die Reihenfolge, die der Implementierung und den Experimenten entspricht – Optimierung, Flug und Störungsschätzung. Im Anschluss werden die wesentlichen Schritte 1 bis 3 eingehender beschrieben.

0: Initialisiere mit Iteration $i = 1$, Pfad $\mathcal{P}$, und – falls vorhanden – der initialen Vermutung der Störung $\hat{\underline{\Delta}}^{i=0}(\tau) = \hat{\underline{\Delta}}_0(\tau)$, andernfalls $\hat{\underline{\Delta}}^{i=1}(\tau) = \underline{0}$.

1: Optimiere die Pfadfolge und berechne die dazugehörigen Eingangstrajektorien $\underline{u}_c^{i*}(t)$ und $\hat{\underline{\Delta}}^{i*}(t)$ mit gegebenen Störungsdaten $\hat{\underline{\Delta}}^{i-1}(\tau)$ entlang des Pfads und verwende die Anfangsbedingung $\tilde{\underline{\xi}}_m^i(0) = \tilde{\underline{\xi}}_{m,0}^{i-1}$.

[14] Diese Änderung der Parametrisierung ist möglich, wenn die bisher geforderte Nebenbedingung $\forall t : \dot{\tau} \geq 0$ modifiziert wird, sodass ein Anhalten entlang des Pfads nicht mehr möglich ist $\forall t : \dot{\tau} > 0$. Die Zuordnung von Pfadparameter zur Zeit wird damit bijektiv.

2: Interpretiere die berechnete Eingangstrajektorie $\underline{u}_c^{i*}(t)$ mit Störungsaufschaltung $\hat{\underline{\Delta}}^{i*}(t)$ als zeitparametrierten Verlauf und gib sie dem Flugregler als Eingangssignal vor. Um die Pfadgeometrie wiederholt zu fliegen, wiederhole diesen Vorgang mehrmals.

3: Mittle die für die Störungsschätzung relevanten Signale über die durchgeführten Flüge, um den Effekt von stochastischen Störungen (Böen, Turbulenzen) zu reduzieren. Schätze den neu aufgetretenen Verlauf der Störung $\hat{\underline{\Delta}}^{i}(t)$ unter Verwendung der aufgezeichneten Flugdaten. Fixiere den zeitlichen Verlauf der Störung $\hat{\underline{\Delta}}^{i}(t)$ auf den Pfadparameter $\hat{\underline{\Delta}}^{i}(\tau)$ unter Verwendung der zeitlichen Entwicklung des Pfads $t \to \tau^i(t)$. Schätze den aufgetretenen Anfangswert $\tilde{\underline{\xi}}^{i}_{m,0}$.

4: Wenn die Qualität der Pfadfolge noch unzureichend ist, setze $i \to i+1$ und gehe zu Punkt 1.

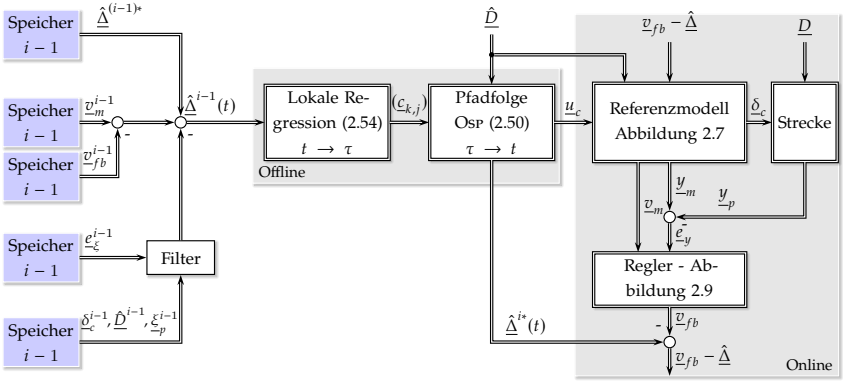


Abbildung 2.15: Veranschaulichung der iterativen Pfadfolgeverbesserung als Lösung von Problem 2

Schritt 1 Das mit dem iterativen Ansatz modifizierte Osp kann analog zum vorherigen Kapitel zusammengefasst werden:

$$\underset{\underline{v}_i^i(\cdot),\underline{u}_\mathcal{P}^i(\cdot)}{\text{minimiere}} \quad J\left(\tilde{\underline{\xi}}_{m,0}^{i-1}, \underline{v}_i^i(\cdot), \underline{u}_\mathcal{P}^i(\cdot)\right) \tag{2.50a}$$

mit den Nebenbedingungen

$$\dot{\tilde{\underline{\xi}}}_m^i(t) = \tilde{\underline{f}}_m(\tilde{\underline{\xi}}_m^i(t), \underline{v}_i^i(t), \hat{\underline{D}}(t), \hat{\underline{\Delta}}^{i-1}(\tau^i(t))), \qquad \tilde{\underline{\xi}}_m^i(0) = \tilde{\underline{\xi}}_{m,0}^{i-1} \tag{2.50b}$$

$$\dot{\underline{\tau}}^i(t) = \underline{l}(\underline{\tau}^i(t), \underline{u}_\mathcal{P}^i(t)), \qquad \underline{\tau}^i(0) = \underline{\tau}_0^i \tag{2.50c}$$

$$\dot{\underline{e}}_P^i(t) = \frac{\partial \underline{h}_\mathcal{P}}{\partial \tilde{\underline{\xi}}_m} \tilde{\underline{f}}_m(\tilde{\underline{\xi}}_m^i(t), \underline{v}_i^i(t)) - \frac{\partial \underline{p}_\mathcal{P}}{\partial \tau} \dot{\tau}^i(t), \qquad \underline{e}_P^i(0) = \underline{h}_\mathcal{P}(\tilde{\underline{\xi}}_{m,0}^{i-1}) - \underline{p}_\mathcal{P}(\underline{\tau}_0). \tag{2.50d}$$

Der gültige Flugbereich wird weiterhin sichergestellt durch

$$\forall t \in [kt_s, kt_s + t_h] : \underline{\phi}_m(\underline{\xi}_m^i) \in \bar{\mathcal{X}}, \quad \underline{\tilde{y}}_m^i \in \bar{\tilde{\mathcal{Y}}} \tag{2.50e}$$

$$\forall t \in [kt_s, kt_s + t_h] : \dot{\tau}^i(t) > 0 \tag{2.50f}$$

$$\underline{\tau}^i(t_\mathcal{P}) = (\tau_{max}, 0)^T. \tag{2.50g}$$

Die Lösung dieses OSP ergibt die mit $i*$ markierten optimalen Trajektorien für Iteration i einschließlich eines neuen Zeitverlaufs der zu erwartenden Störung $\hat{\underline{\Delta}}^{i*}(t)$. Wie in Kapitel 2.6.2 erläutert, werden die zeitlichen Verläufe der optimierten Reglerkommandos $\underline{u}_c^{i*}$ aus den flachheitsbasierten Zusammenhängen des Referenzmodells algebraisch berechnet und als Eingangstrajektorie gespeichert

$$\underline{u}_c^{i*}(t) = \underline{\hat{a}}_m\left(\underline{\xi}_m^{i*}(t), \underline{v}_i^{i*}(t), \hat{\underline{D}}(t)\right). \tag{2.51}$$

Schritt 2 Der ursprüngliche Flugregler aus Kapitel 2.4 wird nun mit einer Störungsaufschaltung modifiziert. Dabei wird das aus dem vorherigen Optimierungsschritt bestimmte $\hat{\underline{\Delta}}^{i*}(t)$ in die Flugregelung aufgeschaltet. Die Einspeisung der Rückführung $\underline{v}_{fb}$ in Abbildung 2.7 wird um die geschätzte Störung an den beiden durch das PCH entstandenen Stellen der Rückführung im Referenzmodell wie folgt ergänzt:

$$\begin{aligned} \underline{v}^{i+1}(t) &= \underline{v}_m^{i+1}(t) + \underline{v}_{fb}^{i+1}(t) - \hat{\underline{\Delta}}^i(t) \\ \underline{\xi}_m^{i+1(r)}(t) &= \underline{\hat{v}}^{i+1}(t) - \underline{v}_{fb}^{i+1}(t) + \hat{\underline{\Delta}}^i(t) \end{aligned} \tag{2.52}$$

Diese Trajektorie wird mehrfach geflogen, um den Einfluss nicht wiederholbarer Störungseinflüsse wie Böen zu reduzieren.

Schritt 3 In diesem Schritt wird die Störungsschätzung vorgenommen. Die Regression und Repräsentation der Störung mit einem Polynom geringer Ordnung erfüllt zwei Aufgaben. Zum einen erhält die Optimierung Informationen darüber, wie sich die Störung über den Optimierungshorizont entwickelt. Auf diese Weise wird die unstrukturierte Störungsinformation aus dem SHL NN über den Pfad strukturiert. Zum anderen unterdrückt dieses Vorgehen das Rauschen des Störungssignals nahezu vollständig. Da dieses Signal über einen Schätzer mit differenzierenden Eigenschaften erzeugt wird, kann es deutlich verrauscht sein. Die Regression wird über einen zeitlichen Abschnitt $(t_h + 2t_p)$ von mehreren Sekunden ausgeführt und glättet das Störungssignal damit deutlich.

Die Störungssignale der Flüge werden mit (2.49) bestimmt und punktweise gemittelt. Die Störungsschätzung (2.49)

$$\hat{\underline{\Delta}}^i(t) = \hat{\underline{\Delta}}^{i*}(t) + \underline{\hat{v}}^i(t) - \underline{v}_{fb}^i(t) - \underline{\hat{a}}(\underline{\xi}_p^i(t), \underline{\delta}^i(t), \hat{\underline{D}}^i(t)) - \underline{e}_\xi^{(r)i}(t). \tag{2.53}$$

wird iterativ angesetzt. Diese Gleichung ist iterativ, da $\hat{\underline{\Delta}}^{i*}$ den Störungsverlauf des zurückliegenden Flugs enthält. Hintergrund der Bezeichnung $i*$ ist, dass sich dieser Verlauf aus der Pfadfolgeoptimierung mit dem aktuellen Timing ergibt $\tau^i(t)$. Zuvor wurde die zurückliegende Störung $\hat{\underline{\Delta}}^{i-1}$ mit dem vorherigen Timing $\tau^{i-1}(t)$ über den Pfadparameter angegeben. Ein Teil der übrigen Terme der Gleichung steht zur Laufzeit zur Verfügung und kann direkt gespeichert werden. Die dem relativen Grad entsprechende Ableitung des Regelungsfehlers $\underline{e}_{\xi}^{(r)}$ und der tatsächliche Streckeneingang $\underline{\delta}^i$ müssen hingegen geschätzt werden. Es existiert eine Vielzahl verschiedener Methoden, um solche differenzierenden Schätzer oder Beobachter zu entwerfen. In Kapitel 3.6.3 wird eine Umsetzung mittels eines Kalman-Filters gewählt und vorgestellt, die für den betrachteten Hubschrauber gute Ergebnisse liefert.

Zur Umparametrisierung vom zeitlichen Verlauf zum Pfadparameter wird für jeden Optimierungshorizont des gleitenden Horizonts ein lokales Polynom erzeugt. Polynome mit geringer Ordnung weichen an den Intervallgrenzen häufig von den Regressionsdaten ab. Da das neu berechnete Timing schneller verlaufen kann als beim vorherigen Optimierungsergebnis, wird der Gültigkeitsbereich um ein geeignetes Zeitintervall t_p erweitert. Das Polynom bei Schritts k des gleitenden Horizonts, wird also derart bestimmt, dass

$$\hat{\underline{\Delta}}_k^i(\tau) \approx \sum_{j=0}^{n} \underline{c}_{k,j}^i \tau^j, \quad \tau \in [\tau(kt_s - t_p), \tau(kt_s + t_h + t_p)], \, n \in \mathbb{N}_+. \tag{2.54}$$

Das Polynom wird mittels linearer Regression aus dem über die Zeit verknüpften Tupel $(\tau(t), \hat{\underline{\Delta}}(t))$ erzeugt.[15] Dieses erzeugte Polynom dient in der nächsten Iteration in Schritt 1 als Störungsschätzung für die Optimierung und wird dort mit dem neu bestimmten Timing erneut zeitlich zugeordnet.

Für zukünftige, formale Untersuchungen und Nachweise dieses Ansatzes existieren verschiedene Startpunkte. Der Zusammenhang zu ILC wurde eingangs bereits dargelegt. Die Arbeit von Chow und Fang (1998) sei darüber hinaus als hilfreiche Darstellung für die Kombination von zeitkontinuierlich dargestellten Durchläufen und diskreten Iterationen erwähnt. Ähnliche Problemformulierungen im offset-free MPC finden sich z. B. bei Maeder und Morari (2010). Dort handelt es sich im Gegensatz zu dem hier vorliegenden rein vorsteuernden Lösungsansatz um eine zur Laufzeit geschlossene Regelung. Das bedeutet auch, dass die Störung nur aus dem zurückliegenden Zeitverlauf bestimmt wird und dann über den Optimierungshorizont hinweg Annahmen getroffen

[15] Die Abtastzeit t_s des Pfadparameters ist nicht notwendigerweise synchron mit den Zeitstempeln der Daten aus der Flugregelung. Im Gegensatz zu den aufgezeichneten Daten der Flugregelungssignale kann der Pfadparameterverlauf $\tau(t)$ einfach linear interpoliert werden, da er direkt aus der Optimierung stammt und somit nicht verrauscht ist.

werden müssen. Im einfachsten Fall wird die Störung als konstant angenommen.[16] Durch den iterativen, vorsteuernden Prozess dieser Arbeit kann die Veränderung der Störung über den Optimierungshorizont gemäß (2.54) berücksichtigt werden. In diesem Fall wird die Wiederholbarkeit der Störung angenommen; es werden jedoch keine Annahmen über deren funktionalen Zusammenhang zu Systemgrößen getroffen.

Ein weiter verwandter Bereich ist die sogenannte Modifier Adaptation, bei der ebenfalls eine Neuoptimierung nach einem Durchlauf des Prozesses durchgeführt wird, um das Optimum der Strecke bei Modellfehlern zu finden. Siehe z. B. Bonvin und Srinivasan (2013) für eine allgemeine Einführung und Costello et al. (2015) für die Anwendung auf ein konkretes dynamisches Problem. Bei diesem Verfahren wird allerdings nicht auf eine Störung geschlossen. Stattdessen wird das Optimierungsproblem über ein Optimalitätskriterium so angepasst, dass die Lösung des angepassten Problems dem Optimum der echten Strecke entspricht.

Grenzen des Ansatzes Damit eine Störung berücksichtigt werden kann, muss sie vor der Integratorkette der Systemmodelle liegen, deren Länge durch den relativen Grad der Strecke festgelegt wird. Je nach verfügbaren Messgrößen ist es unter Umständen nicht möglich, diese Störung aus den rein algebraischen Zusammenhängen des flachen Ausgangs zu rekonstruieren. In diesem Fall hat der Störungsschätzer einen zeitlich differenzierenden Charakter. Eine numerische Differenzierung kann bei einem höheren relativen Grad jedoch schnell zu unbrauchbar verrauschten Störungssignalen führen.

[16] Diese Annahme hat sich in der Synthese des vorgeschlagenen Ansatzes jedoch als nachteilig für die Konvergenzeigenschaften erwiesen.

3 Umsetzung: Pfadfolge des unbemannten Hubschrauberdemonstrators ARTIS

Dieses Kapitel stellt die Umsetzung der in den vorherigen Abschnitten verallgemeinert dargestellten Zusammenhänge dar. Die Implementierung wird für den in Abbildung 3.1 gezeigten Experimentalhubschrauber der Familie Artis (Autonomous Rotorcraft Testbed for Intelligent Systems) des Instituts für Flugsystemtechnik am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V. erläutert.



Abbildung 3.1: Zwei Ansichten des Hubschraubers Artis des Dlr mit unterschiedlichen Forschungsnutzlasten

Einige der technischen Daten des Hubschraubers sind in Tabelle 3.1 aufgeführt. Dieser Hubschrauber dient als Testplattform, um Technologien für unbemannte Luftfahrzeuge im realen Flugversuch zu erproben. Der Flugregler dieses Hubschraubers wurde von Lorenz (2010) entwickelt. Modifikationen werden nur unter dem Aspekt einer generellen Verbesserung einzelner Eigenschaften vorgenommen, ohne die generelle Anwendbarkeit einzuschränken.

In den folgenden Kapiteln wird demnach eine für die Pfadfolge wesentliche Perspektive auf diesen Flugregler erläutert. Die Geschwindigkeitsregelung als äußerer Regelkreis

wird ins Zentrum gerückt und der Grundstein für die Pfadfolgeuntersuchung gelegt. Dabei werden die inneren Regelungskreise mit Lage- und Schubdynamik als Aktuatoren des äußeren Kreises interpretiert. Die Dynamik und Leistungsgrenzen werden bei der Optimierung berücksichtigt; eine Adaption im Sinne der adaptiven Regelung und der iterativen Folgeverbesserung wird jedoch nicht vorgenommen.

Nachdem die Beiträge und Annahmen der Umsetzung zusammengestellt wurden, unterteilt sich die Arbeit wie folgt. Zunächst werden die Umsetzung des Referenzmodells und die für eine Pfadfolge vorteilhaften Modifikationen in den Kapiteln 3.3 bis 3.5 dargestellt. Diese Herleitungen bilden die Grundlage für Kapitel 3.6, in dem Varianten der Pfadfolgeoptimierung formuliert werden. Anschließend wird die softwaretechnische Umsetzung zur Lösung des OSP in Kapitel 3.7 dargelegt. Dieser Abschnitt schließt mit numerischen Untersuchungen der Lösung und einigen dafür notwendigen zusätzlichen Komponenten, einschließlich des automatischen Einstellens der Hyperparameter.

Hubschraubertyp	Benda Genesis 1800
Durchmesser Hauptrotor	1,90 m
Drehzahl Hauptrotor	ca. 25 Hz
Stabilisator	Bell-Hiller[1]
Blattprofil	asymmetrisch, zwei Blätter
Antrieb	Zweitaktmotor, 15 cm^3
Antriebsleistung	ca. 1,5 kW
max. Abflugmasse	ca. 13 kg

Tabelle 3.1: Technische Daten des Hubschraubers ARTIS

3.1 Beiträge des Kapitels

Die Implementierung des Referenzmodells ab Kapitel 3.3 ist Vorarbeiten entnommen und wird durch die im Ansatzkapitel eingeführten Erweiterungen ergänzt. Die Auslegung der Dynamik des geschlossenen Regelkreises bleibt dabei nahezu unverändert, sodass eine Verwendung auch jenseits von Pfadfolgeaufgaben möglich ist. Folgende Weiterentwicklungen werden beschrieben:

1. Erhöhung des relativen Grads der Referenzdynamik: Durch das Einfügen eines zusätzlichen Verzögerungsglieds im Referenzmodell wird der relative Grad der

[1] Bei dieser Rotorstabilisierung handelt es sich um eine für Modellbauhubschrauber gebräuchliche Form, bestehend aus einer Bell-Konfiguration mit aerodynamisch wirksamen kleinen Flächen (peddles), vgl. z. B. Mettler (2003) (S.10f).

Gierbewegung künstlich erhöht. Auf diese Weise wird der relative Grad mit den übrigen Rotationsfreiheitsgraden vereinheitlicht und das Hauptgetriebe gleichzeitig vor stoßartigen Laständerungen am Heckrotor geschützt.

2. Erweiterung der Lagevorgabe: Die Regelungsvorgabe der Lage besteht aus einem vollständigen Lagequaternion. Es wird jedoch nur ein Freiheitsgrad umgesetzt, der nicht bereits durch die Translation des Hubschraubers definiert ist. Diese Schnittstelle erfüllt zwei Anforderungen. Einerseits wird der Winkelfreiheitsgrad so umgesetzt, dass die resultierende Lage im Raum eine minimale Drehung gegenüber der externen Vorgabe aufweist, während die Schubrichtung gleichzeitig für das Einstellen der Translation erhalten bleibt. Andererseits wird die Formulierung so gestaltet, dass sie im zweiten Teil des Kapitels rechenzeiteffizient in die Pfadfolgeoptimierung integriert werden kann.
3. Windberücksichtigung: Zur Berücksichtigung von Windmessungen im Referenzmodell und in der Vorsteuerung werden externe, nicht beeinflussbare Eingänge eingeführt. Eine vergleichbare Schnittstelle wird für Störungsschätzungen geschaffen.
4. Berücksichtigung der Eingangsableitungen bei der Erzeugung der Normalform: Es wird eine Formulierung mit verallgemeinerten Zuständen verwendet, um alle bekannten Kopplungen in der modellbasierten Vorsteuerung zu berücksichtigen. Die bisher notwendige Annahme eines senkrecht zum Hubschrauber orientierten Hauptrotorschubs wird aufgehoben und durch einen konstanten körperfesten Richtungsvektor ersetzt, der sich aus der Struktur des flugmechanischen Schwebeflugmodells ergibt.

Der zweite Abschnitt ab Kapitel 3.6 widmet sich der Umsetzung der Pfadfolgeoptimierung. Dabei wird auf das bestehende Werkzeug ACADO Toolkit zurückgegriffen (Houska et al. 2011a). Dieser zweite Teil setzt sich aus folgenden Beiträgen zusammen:

1. Herleitung als Optimalsteuerungsproblem: Die Pfadfolge des unbemannten Hubschraubers ARTIS wird als Optimalsteuerungsproblem formuliert, wobei das Referenzmodell der Flugregelung als Näherung der Dynamik des geschlossenen Regelkreises angenommen wird.
2. Transformation der Entscheidungsvariablen: Es wird nachgewiesen, dass durch Ausnutzung der Flachheit innerer Modellkomponenten die Entscheidungsvariablen der Pfadfolgeoptimierung variiert werden können. Diese Transformation ist der erste Schritt zu einer rechenzeiteffizienten Umsetzung der Pfadfolgeoptimierung und Voraussetzung für eine Codegenerierung mit Integratoren fester Schrittweite. Zusammen mit dieser Codegenerierung ergibt sich eine erhebliche Rechenzeitverbesserung.

3. Integration eines Störungsschätzers: Ein beispielhafter Störungsschätzer auf Basis numerischer Differenzierung mittels Kalman-Filter wird vorgestellt, der eine Beschleunigungsstörung aus Flugdaten schätzt. Die Störung wird entlang des Pfads parametrisiert und bildet die Grundlage für die im Anschluss dargelegte iterative Pfadfolgeverbesserung.
4. Automatisiertes Hyperparametertuning: Es wird eine automatische Abstimmung der Hyperparameter, also der Gewichtungsmatrizen des Optimierungsproblems der Pfadfolge, implementiert. Das Verfahren ermöglicht die Auswahl von Parametersätzen, welche die Rechenzeit der Pfadfolgeoptimierung minimieren. Somit kann sichergestellt werden, dass für jede Formulierung ein Hyperparametersatz vorliegt, der rechenzeitoptimal ist und die übergeordneten Anforderungen an die Pfadfolge erfüllt. Dadurch wird ein objektiver Rechenzeitvergleich unterschiedlicher Formulierungen ermöglicht, da der Einfluss ungünstig gewählter Hyperparameter auf die Rechenzeit ausgeschlossen wird.

3.2 Annahmen der Umsetzung

Bei der Umsetzung des Referenzmodells für den Hubschrauber werden über das Ansatzkapitel hinausgehend weitere Annahmen getroffen:

- Kopplung von Lage- und Geschwindigkeitsregelung: Die Richtung des Hauptrotorschubs wird als körperfest konstant angenommen und ergibt sich aus der Struktur des flugmechanischen Schwebeflugmodells.
- Einschränkung der Manöver: Die im Ansatz getroffene Annahme, dass keine aerobatischen Manöver geflogen werden, wird hier weiter präzisiert. Der Hauptrotorschub wird während der Pfadfolge nicht auf null reduziert. Roll- und Nickwinkel nehmen keine Werte von 90° oder mehr an; Rückenflug ist nicht vorgesehen.
- Vernachlässigung des PCH der Stellglieder: Die Dynamik der Servos wird im inneren Referenzmodell nicht berücksichtigt, um eine einheitlichere, zeitkontinuierliche Formulierung zu ermöglichen.[2]

[2] Lorenz (2010) hat die Dynamik der Stellglieder durch eine zeitdiskrete Verzögerung um einen Integrationsschritt modelliert. Es zeigte sich im praktischen Einsatz, dass die explizite Berücksichtigung keinen Vorteil für die Eigenschaften des Referenzmodells bietet. Ihre hohe Stellgeschwindigkeit ist im Vergleich zur künstlich verzögerten Rotordynamik durch die Bell-Hiller-Stabilisierung vernachlässigbar.

3.3 Auslegung des Referenzmodells

Das Referenzmodell für den Flugregler muss mehreren Anforderungen genügen. Einerseits dient es dazu, basierend auf Auslegungskriterien, fliegbare Zustandsverläufe zu generieren. Das Referenzmodell enthält alle Zustände, welche die Vorsteuerung benötigt. Darüber hinaus wird die Dynamik so gestaltet, dass der Hubschrauber auf Kommandogrößen in der von den Anwendungen bzw. der Mission erwarteten Form reagiert. Es wird ein Satz Vorgabegrößen ausgewählt, die sich einfach über das Flugsteuerungssystem bedienen lassen. Häufig handelt es sich hierbei um Geschwindigkeits- oder Positionskommandos zusammen mit einer Lagevorgabe. Das Referenzmodell wird beispielsweise anhand sprungförmiger Änderungen der Vorgaben entwickelt. Ein drittes Kriterium ist das Einhalten von System- und Leistungsgrenzen. Bereits im Referenzmodell kann dafür gesorgt werden, dass die Flugleistung des Hubschraubers nicht überbeansprucht wird. Beispiele hierfür sind Schub- und Aktuatorgrenzen oder risikoreiche Flugzustände wie das Wirbelringstadium.

Diese Kriterien zur Auslegung von Referenzmodellen treffen auf die meisten Anwendungen zu. Für die in dieser Arbeit durchgeführte Pfadfolgeoptimierung ist allerdings noch ein weiterer Aspekt wesentlich: In Kapitel 2.6.2 wird die differentielle Flachheit innerer Teile des Referenzmodells eingeführt, was eine Beschleunigung der Berechnung des Optimierungsproblems ermöglicht. Bei der Umsetzung des Referenzmodells ist es daher sinnvoll, diese differentielle Flachheit als Entwurfsziel beizubehalten. Auch für Regelstreckenanteile mit ausreichender Nähe zu differentiell flachen Modellen lassen sich diese Berechnungsvorteile ausnutzen. Dieser Schritt zur Auslegung des Referenzmodells stellt einen Schlüssel für die praktische Umsetzung der hier vorgestellten Pfadfolgeoptimierung dar.

Die beiden zuletzt genannten Aspekte der Gestaltung und der Bereichsgrenzen werden in den jeweiligen Unterkapiteln zu den Referenzmodellkomponenten ausführlich dargestellt. Die allgemein dargestellte Theorie der Inversion aus Kapitel 2.4.3 wird dazu auf das Modell aus Anhang A angewandt. So wird bestimmt, welche Größen das Referenzmodell wenigstens bedienen soll. Zeitliche Ableitungen der Systemeingänge erschweren die Streckeninversion und damit die Bestimmung des Vorsteuerungssignals. Unter praktischen Gesichtspunkten lässt sich diese Herausforderung umgehen, indem die Systemparameter ohne Berücksichtigung der Eingangsableitung erneut aus Flugversuchsdaten identifiziert werden. Da es sich bei dem vorliegenden Hubschraubermodell um eine Näherung des Systemverhaltens mit geringer Systemordnung handelt, ist hier mit keiner oder nur geringer Verschlechterung der Modellgüte zu rechnen. In dieser Arbeit wird allerdings keine erneute Systemidentifikation durchgeführt, weshalb die

formale Abhängigkeit der Eingangsableitung $\dot{\underline{\delta}}$ berücksichtigt wird. Im Vergleich zum allgemeinen nichtlinearen Fall aus Kapitel 2.4.3 wird die Bestimmung der Vorsteuerung dadurch erleichtert, dass es sich bei dem inneren Teil des Modells um ein lineares System handelt, für das die Umformungen mithilfe der Laplace-Transformation verwendet werden können. Die Erhöhung des relativen Grades des Referenzmodells kann genutzt werden, um die Streckeninversion zu vervollständigen, vgl. Anhang A.3.

3.3.1 Modellierung des Hubschraubers und Vorsteuerung

Die dynamische Modellierung von Hubschraubern ist aufgrund der komplexen Störungsvorgänge an den Rotoren bereits für sich genommen komplex. Die Herleitung der verschiedenen Zustandsraummodelle ist in der Literatur ausführlich beschrieben (Mettler 2003; Tischler und Remple 2006; Raptis et al. 2011a; Greiser 2016). Hier soll nur auf einige grundlegende Belange eingegangen werden, die für die Nachvollziehbarkeit des Pfadfolgeansatzes notwendig sind. Für Hubschrauber lässt sich klassischerweise eine Approximation dieses Modells mit beschränktem Gültigkeitsbereich identifizieren, vgl. z. B. Mettler (2003) sowie Tischler und Remple (2006) oder im Speziellen für den im Experimentalteil verwendeten Hubschrauber Lorenz und Chowdhary (2005). In diesem Kapitel wird zunächst das in den genannten Vorarbeiten entwickelte Schwebeflugmodell dargestellt. Anschließend wird die im Ansatz beschriebene Methode zur Bestimmung einer flachheitsbasierten Vorsteuerung angewandt und eine Erweiterung des Gültigkeitsbereichs für die Referenzmodellsynthese skizziert. Anhang A stellt diese Schritte ausführlich dar.

Schwebeflugmodell Ausgangspunkt ist ein aus Flugversuchsdaten identifiziertes lineares Modell um den Schwebeflug als Trimmzustand. Die Zustände sind die körperfesten Geschwindigkeiten, die Schlagwinkel der Hauptrotorscheibe, die Drehraten sowie Roll- und Nickwinkel $\Delta\underline{x}_p = (u,v,p,q,\Delta a,\Delta b,w,r,\Delta\phi,\Delta\theta)^T$. Die zum Trimmpunkt gemessenen Steuergrößen $\underline{\delta} = (\delta_{lat},\delta_{lon},\delta_{ped},\delta_{col})^T$ ergeben sich als Differenz der globalen Größen $\bar{\underline{\delta}}$ zu den Trimmwerten $\underline{\delta}_T$:

$$\Delta\dot{\underline{x}}_p(t) = \underline{\underline{A}}_p\Delta\underline{x}_p(t) + \underline{\underline{B}}_{p,\delta}\underline{\delta}(t), \quad \Delta\underline{x}_p(0) = \Delta\underline{x}_{p,0} \tag{3.1a}$$

$$\Delta\underline{y}_p(t) = \underline{\underline{C}}_p\Delta\underline{x}_p(t) \tag{3.1b}$$

In dieser Arbeit werden die möglichen Ausgänge auf die Größen $\Delta\underline{y}_p = (u,v,w,r,\Delta\phi,\Delta\theta)^T$ beschränkt, deren Güte im Navigationsfilter ausreichend ist, um für die Regelung verwendet zu werden. Der Gierwinkel ψ wird in diesen Zustandsgleichungen nicht berück-

sichtigt, sondern über die Lagekinematik aus den Drehraten integriert. Er koppelt in die Systemgleichungen nicht ein und taucht in diesem Modell daher nicht auf.

Vorsteuerung Um eine Vorsteuerung zu realisieren, welche alle bekannten dynamischen Kopplungen des flugmechanischen Modells berücksichtigt, wird das Ausgangsmodell im Schwebeflug in ein inneres und ein äußeres Modell aufgeteilt und jeweils in die Byrnes-Isidori-Normalform überführt (siehe Hintergrund 1 auf S. 32). Physikalisch lässt sich diese Transformation so interpretieren, dass die Zustände zur Verkippung der Hauptrotorscheibe nicht mehr explizit im Zustandsvektor aufgeführt werden. Stattdessen wird ihr dynamischer Einfluss durch zusätzliche zeitliche Ableitungen der Drehraten beschrieben. Das transformierte Zustandsraummodell bildet somit nicht mehr explizit die Verkippung der Hauptrotorscheibe in Winkeln ab, sondern modelliert die durch die Rotorscheibendynamik verursachte Verzögerung der Festkörperrotation. Eine Herleitung ist in Anhang A angegeben.

Durch diese Transformation entstehen Ableitungen der Steuereingaben in den Systemgleichungen. Diese Ableitungen können durch die eingeführte flachheitsbasierte Vorsteuerung berücksichtigt werden. Durch die Zustandstransformation ergeben sich die Zustände $\underline{\xi}_{p,I} = (p,q,r,w,\dot{p},\dot{q})^T$ für das innere Modell und $\underline{\xi}_{p,O} = (u,v,\Delta\phi,\Delta\theta)^T$ für das äußere Modell. Als Systemgleichung ergibt sich dann

$$\dot{\underline{\xi}}_{p,I}(t) =: \underline{\underline{\tilde{A}}}_I \underline{\xi}_{p,I}(t) + \underline{\underline{\tilde{B}}}_I \underline{\delta}(t) + \underline{\underline{\tilde{B}}}'_I \begin{pmatrix} \dot{\delta}_{ped}(t) \\ \dot{\delta}_{col}(t) \end{pmatrix} + \underline{\underline{\tilde{B}}}_{IO} \underline{\xi}_{p,O}(t) \tag{3.2}$$

als Dynamik für das innere Modell mit den jeweils konstanten Parametern in der Systemmatrix $\underline{\underline{\tilde{A}}}_I \in \mathbb{R}^{6\times6}$, Eingangsmatrix $\underline{\underline{\tilde{B}}}_I \in \mathbb{R}^{6\times4}$, der Matrix zur Berücksichtigung der Eingangsableitungen $\underline{\underline{\tilde{B}}}'_I \in \mathbb{R}^{6\times2}$ und der Kopplungsmatrix $\underline{\underline{\tilde{B}}}_{IO} \in \mathbb{R}^{6\times4}$ mit den äußeren Zuständen. Die Parameterwerte finden sich in Anhang A.

Unter der Annahme, dass die Zustände des äußeren Modells bekannt sind, kann für dieses Modell gezeigt werden, dass es mit den Drehraten und der Vertikalgeschwindigkeit als Ausgang differentiell flach ist. Die höchsten auftretenden Ableitungen des flachen Ausgangs und deren Systemgleichungen werden darum als neue Pseudosteuergrößen $\underline{v}_I$ ausgewählt und der Index r in

$$\underline{v}_I := \begin{pmatrix} \dot{r}(t) \\ \dot{w}(t) \\ \ddot{p}(t) \\ \ddot{q}(t) \end{pmatrix} = \underline{\underline{\tilde{A}}}_{I,r} \underline{\xi}_{p,I}(t) + \underline{\underline{\tilde{B}}}_{I,r} \underline{\delta}(t) + \underline{\underline{\tilde{B}}}'_{I,r} \begin{pmatrix} \dot{\delta}_{ped}(t) \\ \dot{\delta}_{col}(t) \end{pmatrix} + \underline{\underline{\tilde{B}}}_{IO,r} \underline{\xi}_{p,O}(t) \tag{3.3}$$

markiert die entsprechende Zeilenauswahl der Parametermatrizen. Entsprechend Lemma 3 aus Anhang A, S. 226, lässt sich aus diesem Gleichungssystem eine Vorsteuerung herleiten, bei der auch eine körperfeste Windgeschwindigkeit $\underline{V}_{W,b}$ und ein in einem Beschleunigungsterm $\underline{\Delta}_b$ zusammengefasster Störungsanteil berücksichtigt werden

$$\underline{\delta}(t) = \underline{\underline{F}}_v \underline{v}(t) + \underline{\underline{F}}_{\dot{v}} \begin{pmatrix} \dot{v}_1(t) \\ \dot{v}_2(t) \end{pmatrix} - \underline{\underline{F}}_I \underline{\xi}_{p,i}(t) - \underline{\underline{F}}_O \underline{\xi}_{p,o}(t) - \underline{\underline{F}}_\Delta \underline{\Delta}_b(t) - \underline{\underline{F}}_W \underline{V}_{W,b}(t). \tag{3.4}$$

Um diese Vorsteuerung berechnen zu können, müssen also die vollständigen inneren und äußeren Zustandsvektoren sowie je eine höhere Ableitung für r und w vorgegeben werden. Die Vorsteuerung aus den Vorarbeiten zu dieser Arbeit ist ein vereinfachter Fall, in dem die Vorsteuerungsmatrizen $\underline{\underline{F}}_{\dot{v}}$, $\underline{\underline{F}}_\Delta$ und $\underline{\underline{F}}_W$ wegfallen und die verbleibenden Matrizen spärlicher besetzt sind, da sie weniger Kopplungen zwischen Vertikalgeschwindigkeit und Rotation des Hubschraubers berücksichtigen. Der dort eingeführte grundlegende Ansatz, die Zustandsrückführung aus (3.4) durch Größen des Referenzmodells zu ersetzen, also eine reine vorsteuerungsbasierte Linearisierung, wird beibehalten. Die Windgeschwindigkeit und der Störungsterm sind im Modell

$$\underline{\delta}_{ff}(t) = \underline{\underline{F}}_v \underline{v}(t) + \underline{\underline{F}}_{\dot{v}} \begin{pmatrix} \dot{v}_1(t) \\ \dot{v}_2(t) \end{pmatrix} - \underline{\underline{F}}_I \underline{\xi}_{m,I}(t) - \underline{\underline{F}}_O \underline{\xi}_{m,O}(t) - \underline{\underline{F}}_\Delta \hat{\underline{\Delta}}_b(t) - \underline{\underline{F}}_W \hat{V}_{W,b}(t). \tag{3.5}$$

bereits durch ihre Schätzwerte ersetzt. Um das Referenzmodell selbst auszulegen, ist eine zweite Aufteilung in innere und äußere Dynamik nötig, wie im Folgenden gezeigt wird.

Erweitertes flugmechanisches Modell Das bisher dargestellte Modell beschreibt das lineare Verhalten des Hubschraubers im Schwebeflug. Auch die Lagerepräsentation ist linear und erfordert die Beschränkung auf kleine Lagewinkel. Um den Gültigkeitsbereich dieses Modells auf größere Lagewinkel zu erweitern und den Einfluss eines quasi-stationären Winds zu berücksichtigen, wird das Modell modifiziert. Hierzu wird eine quaternionenbasierte Lagerepräsentation verwendet, um die nichtlineare Lagekinematik in das Modell zu integrieren. Die Windgeschwindigkeit wird im Modell so berücksichtigt, dass bei einer Fluggeschwindigkeit entlang des Winds eine erneute Linearisierung wieder zum ursprünglichen linearen Schwebeflugmodell führt. Das Modell wird in diesem Fall zerlegt. Ein innerer Zustand $\underline{\xi}_{p,i} := (p,q,r,\dot{p},\dot{q})^T$ enthält die Lagekinematik mit dem Quaternion $\underline{q}_p$. Die Geschwindigkeit bildet den äußeren Zustand $\underline{\xi}_{p,o} := (u,v,w)^T$. Es ergibt sich mit dem Operator $\mathfrak{D}$ für die Drehung und dem Drehratenvektor $\underline{\omega}_p = (p,q,r)^T$ und der mittleren Beschleunigung des Heckrotorschubs $\dot{V}_{TR}$

für das erweiterte Modell

$$\begin{aligned}\dot{\underline{\xi}}_{p,i}(t) = \underline{\underline{A}}_i \underline{\xi}_{p,i}(t) + \underline{\underline{B}}_i(\bar{\delta}(t) - \underline{\delta}_T) + \underline{\underline{B}}'_i \begin{pmatrix} \dot{\bar{\delta}}_{ped}(t) \\ \dot{\bar{\delta}}_{col}(t) \end{pmatrix} \\ + \underline{\underline{B}}'_{io} \begin{pmatrix} \underline{\xi}_{p,o}(t) - \underline{V}_{W,b}(t) \\ \dot{\underline{\xi}}_{p,o}(t) - \dot{\underline{V}}_{W,b}(t) \end{pmatrix}\end{aligned} \tag{3.6a}$$

$$\dot{\underline{q}}_p(t) = \frac{1}{2} \underline{q}_p(t) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{\omega}_p(t) \end{pmatrix} \tag{3.6b}$$

$$\begin{aligned}\dot{\underline{\xi}}_{p,o}(t) = \underline{\underline{A}}_o \left(\underline{\xi}_{p,o}(t) - \underline{V}_{W,b}(t) \right) + \mathfrak{D} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} \\ + \underline{\underline{B}}_{oi} \begin{pmatrix} \underline{\xi}_{p,i}(t) \\ \bar{\delta}_{ped}(t) - \delta_{ped,T} \end{pmatrix} - \omega(t) \times \underline{\xi}_{p,o}(t) + \underline{\underline{B}}_o \bar{\delta}_{col}(t).\end{aligned} \tag{3.6c}$$

Die Zahlenwerte der Matrizen mit konstanten Koeffizienten $\underline{\underline{A}}_i \in \mathbb{R}^{5\times5}$, $\underline{\underline{B}}_i \in \mathbb{R}^{5\times4}$, $\underline{\underline{B}}'_i \in \mathbb{R}^{5\times2}$, $\underline{\underline{B}}'_{io} \in \mathbb{R}^{5\times3}$, $\underline{\underline{A}}_o \in \mathbb{R}^{3\times3}$, $\underline{\underline{B}}_{oi} \in \mathbb{R}^{3\times6}$ und $\underline{\underline{B}}_o \in \mathbb{R}^{3\times1}$ finden sich im Anhang A wieder. Im Anschluss werden die Referenzmodellkomponenten für die Synthese einer Flugregelung des Hubschraubers ARTIS mit günstigen Eigenschaften für die Pfadfolgeoptimierung vorgestellt.

3.4 Synthese des Referenzmodells

Die folgenden Kapitel konzentrieren sich auf die mathematische Repräsentation des Referenzmodells sowie auf einige Schwerpunkte, welche die Grundlage für eine Umsetzung der Pfadfolgeoptimierung bilden. Eine ausführliche Herleitung der Grundlagen für den hier verwendeten Hubschrauber ist in der Arbeit von Lorenz (2010) zu finden. Die Darstellungen hier rekapitulieren die Ergebnisse und entwickeln das Referenzmodell um Komponenten weiter, die für die Pfadfolge günstige Eigenschaften aufweisen. Die folgenden Abschnitte stellen die Referenzmodellkomponenten von innen nach außen dar und zeigen abschließend die Struktur der Verschaltung des Referenzmodells auf. Das Referenzmodell generiert konsistente Zustandssignale, sodass die flachheitsbasierte Vorsteuerung dazu passende Aktuatorstellungen berechnen kann. Die Einstellparameter sind aus Vorarbeiten übernommen und in Anhang C.1 aufgeführt.

Die Dynamik der Stellglieder wird, wie erwähnt, nicht durch PCH berücksichtigt. Ein Hedging um die Aktuatorbegrenzungen ist dennoch sinnvoll, da eine Divergenz von Referenzmodell und Strecke beim Erreichen von Anschlägen vermieden werden kann.

Da diese Grenzen in der Pfadfolge allerdings auch durch die Nebenbedingungen der Optimierung sichergestellt werden, hat dieses Hedging der Aktuatoren keinen Einfluss auf die Kernfrage dieser Arbeit und wird daher nicht weiter ausgeführt. Anders sieht es im Hinblick auf das Referenzmodell der Geschwindigkeiten aus. Die Lage- und Schubdynamik haben einen deutlichen dynamischen Einfluss auf den geschlossenen Regelkreis. Aus diesem Grund geht Kapitel 3.4.4 ausführlich auf das Hedging bezüglich des äußeren Regelkreises ein.

3.4.1 Die Schubreferenzdynamik

Der Hubschrauber ARTIS ist mit einem methanolbetriebenen 1,5 kW Zweitaktmotor ausgestattet, der mit einem Methanolgemisch betrieben wird. Die Dynamik dieses Antriebs wird durch das vorhandene Schwebeflugmodell des Hubschraubers jedoch nicht ausreichend abgebildet, um Ausfälle durch zu schnelle Lastwechsel zu verhindern. Über das lineare Hubschraubermodell hinausgehende Modellkenntnisse sind jedoch nicht verfügbar. Um einen Ausfall des Triebwerks im Flugversuch zu vermeiden, wird das Referenzmodell mittels PCH ohne Aktuatorrückführung um ein lineares PT2-Glied verlangsamt. Mit den Einstellparametern Eigenfrequenz ω_e und Dämpfung ζ_e wird die Dynamik des Betrags der Schubbeschleunigung[3] T_m und der Vorgabe T_c modelliert und damit sichergestellt, dass der Referenzverlauf der Schubdynamik hinreichend glatt ist,

$$\ddot{T}_m(t) + 2\zeta_e\omega_e\dot{T}_m(t) + \omega_e^2 T_m(t) = \omega_e^2 T_c(t). \tag{3.7}$$

In diesem Modell sind außerdem einfache Mechanismen zum Schutz der Flugbereichsgrenzen integriert. Durch Sättigungen in der Implementierung wird erreicht, dass die Intervalle der massenbezogenen Schubvorgabe $T_c \in [5{,}81\ \mathrm{m/s^2}, 13{,}81\ \mathrm{m/s^2}]$ und der Ableitung der Schubbeschleunigung $\dot{T}_m \in [-3\ \mathrm{m/s^3}, 3\ \mathrm{m/s^3}]$ nicht verletzen.

Ansteuerung der Schubdynamik Es wäre naheliegend, als Vorgabe T_c den Betrag der Schubbeschleunigung zu verwenden, der für ein bestimmtes Manöver erforderlich ist. Die durch (3.7) erzeugte transiente Bewegung wirkt sich dann allerdings auf alle drei Raumachsen aus. Lorenz (2010) argumentiert jedoch, dass es vom Fernpiloten als sicherer wahrgenommen wird, wenn die Transienten für den vertikalen Anteil der Beschleunigung möglichst gering sind. Um der vertikalen Bewegung gegenüber der horizontalen

[3] Unter Schubbeschleunigung wird hier der auf die Hubschraubermasse normierte Hauptrotorschub verstanden.

Bahnfolge eine höhere Priorität einzuräumen, wird daher im Folgenden die z-Achse der geodätischen Schubbeschleunigung

$$T_c(t) = \frac{\underline{I}_3^{3T}\,\underline{u}_o(t)}{\cos(\theta_m(t)-\theta_T)\cos(\phi_m(t)-\phi_T)} \tag{3.8}$$

als Vorgabe verwendet. Dabei ist $\underline{I}_3^3 \in \mathbb{R}^3$ ein Nullvektor mit einem Einheitselement an der dritten Stelle und $\underline{u}_o$ der Eingang des translatorischen Modells. Dieser Eingang wird weiter unten als die Schubvorgabe in $\mathbb{R}^3$ hergeleitet. Es ergibt sich das in Abbildung 3.2 dargestellte Blockdiagramm zur Veranschaulichung der Schubdynamik. Wie dort zu sehen ist, sind hier sowohl eingangsseitige als auch zustandsseitige Sättigungen vorgesehen, die später für die Pfadfolgeoptimierung als Randbedingungen wichtig sind. Diese Gleichungen werden für einen Roll- oder Nickwinkel von 90° singulär, siehe Annahmen in Kapitel 3.2, was für die Pfadfolge dieser Arbeit keine Rolle spielt. Eine Begrenzung des Drehmoments am Hauptrotor (Torque Limiter) wäre an dieser Stelle ebenfalls denkbar, ist aber aufgrund des geringen Leistungsüberschusses des Triebwerks für diesen speziellen mit Experimentalausrüstung beladenen Hubschrauber nicht notwendig.

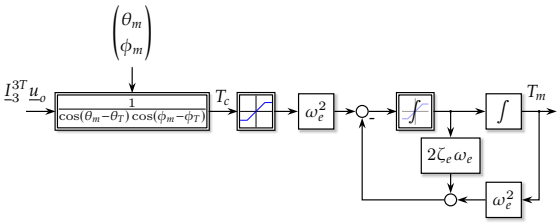


Abbildung 3.2: Konservative Abschätzung der Schubdynamik, um das Referenzmodell mittels PCH um die Triebwerksdynamik zu verlangsamen

3.4.2 Das Referenzmodell der Drehraten und Zusammenhang zur Lage

Für die Vorsteuerung (3.4) wird die zweite Ableitung der körperfesten Drehraten benötigt.[4] Der relative Grad der Dynamik in Nick- und Rollrichtung ist dabei durch die Modellierung des Hauptrotors festgelegt. Im Anhang A wird dargestellt, dass für diesen speziellen Hubschrauber die Schlagbewegung mit einem System erster Ordnung angesetzt wird, vgl. auch (A.1). Ursache für die geringe Ordnung ist eine Kombination aus stabilisierenden und dämpfenden Bell- und Hiller-Stabilisatoren. Diese Stabilisierung

[4] Diese Ableitungen werden lediglich aus der Solltrajektorie, also dem Referenzmodell, benötigt. Die Streckenverläufe hingegen müssen weder gemessen noch geschätzt werden.

verlangsamt die dynamische Reaktion des Hauptrotors auf die Steuerkommandos, was das manuelle Fliegen durch einen externen Piloten erleichtert.

Die entworfene Dynamik wird im Folgenden als *Referenzmodell der Drehraten* bezeichnet und hat die Aufgabe, fliegbare Trajektorien der Drehraten ($\underline{\omega}_m$,$\dot{\underline{\omega}}_m$) zu erzeugen. Das Referenzmodell wird in jeder Drehachse als Modell zweiter Ordnung dargestellt. Eine der beiden Ordnungen ergibt sich aus dem Zusammenhang zwischen Drehmoment und Drehraten. Der relative Grad der Nick- und Rollbewegung erhöht sich aufgrund der als PT1 modellierten Schlagbewegung um eins. Der dritte Freiheitsgrad der Rotation, der Gierwinkel, benötigt wegen der auftretenden Ableitungen des Heckrotorsteuers $\dot{\delta}_{ped}$, also einer quasistatischen Linearisierung, den gleichen relativen Grad wie Roll- und Nickwinkel.

Eine zweite Überlegung führt in diesem speziellen Fall zur gleichen Forderung für den relativen Grad. Der Experimentalhubschrauber ist mit einem in der Modellbautechnik üblichen Gierstabilisator ausgestattet, der umgangssprachlich etwas irreführend als „Gyro“ bezeichnet wird. Aus Sicht des hier entworfenen Regelungssystems steht also nicht das Heckrotorkollektiv als Steuergröße zur Verfügung, sondern eine stabilisierte Gierrate.[5] Es zeigt sich in Experimenten, dass sprungförmige Kommandos, die ein Fernpilot manuell nicht einsteuert, im automatischen Betrieb aber erzeugt werden, die Gierbewegung zum Schwingen anregen können. Eine zu große Amplitude dieser Sprünge kann das Getriebe beschädigen. Aus diesem Grund muss der Verlauf des Gierkommandos ausreichend glatt sein, was ebenfalls mit der Erhöhung des relativen Grads erreicht wird. Diese Erhöhung hat den positiven Nebeneffekt, dass alle Drehfreiheitsgrade einen konsistenten relativen Grad aufweisen.

Mit dem Vektor der körperfesten Drehraten, einem Vektor der Differenzwinkel[6] und mithilfe der Matrizen mit Einstellparametern $\underline{\underline{A}}_{m,i} \in \mathbb{R}^{3\times6}$ und $\underline{\underline{B}}_{m,i} \in \mathbb{R}^{3\times3}$, bei denen nur die Diagonalelemente besetzt sind, wird die Referenzdynamik vorgegeben

$$\ddot{\underline{\omega}}_m(t) = \underline{\underline{A}}_{m,i} \begin{pmatrix} \underline{\omega}_m(t) \\ \dot{\underline{\omega}}_m(t) \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{m,i} \underline{\omega}(t). \tag{3.9}$$

Die Matrizen der Einstellparameter definieren die Eigenfrequenzen und die Dämpfung der Referenzdynamik.

Die Lage des Hubschraubers wird in diesem Fall mithilfe eines Einheitsquaternions $\underline{q}_m \in \mathbb{H}_1$ ausgedrückt und der Zusammenhang zwischen Drehraten und Lage lautet in

[5] Näherungsweise handelt es sich bei diesem Regler um eine Rate-Command/Attitude-Hold Variante. Allerdings ist das genaue Übertragungsverhalten vom Hersteller nicht formalisiert spezifiziert.

[6] Der feine Unterschied im Schriftbild zwischen den Differenzwinkeln $\underline{\omega}$ und Drehraten $\underline{\omega}$ ist zu beachten.

zeitkontinuierlicher und -diskreter[7] Form

$$\dot{\underline{q}}_m(t) = \frac{1}{2}\underline{q}_m(t) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{\omega}_m(t) \end{pmatrix}, \tag{3.10}$$

$$\underline{q}_m^+ = \begin{pmatrix} \cos(\|\underline{\omega}_m\|_2 t_{int}/2) \\ \sin(\|\underline{\omega}_m\|_2 t_{int}/2) \frac{\underline{\omega}_m}{\|\underline{\omega}_m\|_2} \end{pmatrix} \otimes \underline{q}_m. \tag{3.11}$$

Der Operator $\otimes$ bezeichnet das Quaternionenprodukt und die Zeitkonstante t_{int} die Integrationsschrittweite. Mit + wird der nächste Zeitschritt in zeitdiskreter Formulierung bezeichnet, also $\underline{q}_m^+ := \underline{q}_m((k+1)t_{int})$. In diesem Satz Gleichungen fehlen noch die Berechnungen der Differenzwinkel $\underline{\omega}$ und einer Sollvorgabe für die Lage $\underline{q}_c$, die sich aus der für die Pfadfolge notwendigen Schubrichtung und einer zusätzlichen Gierwinkelvorgabe ergibt. Diese beiden Elemente haben Einfluss auf die Pfadfolgeberechnung. Der folgende Abschnitt widmet sich diesem Aspekt ausführlich, weshalb die Differenzbildung vorerst nur mittels eines nichtlinearen Operators $\ominus$ bezeichnet wird, sodass

$$\underline{\omega}(t) = \underline{q}_c(t) \ominus \underline{q}_m(t). \tag{3.12}$$

Das Referenzmodell der Drehraten in (3.9) ist linear. In Verbindung mit der Lage in (3.10) und den im Folgenden genauer betrachteten Lagevorgaben ergibt sich jedoch ein nichtlineares Lagereferenzmodell.

3.4.3 Das Lagereferenzmodell

Die dynamischen Eigenschaften der Drehraten sowie deren Zusammenhang mit der Lage im Raum sind bekannt. Im Folgenden wird die Berechnung der noch fehlenden Vorgabe dieser Lage dargestellt. Um externe Lagevorgaben mit aktuellen Zuständen verrechnen zu können, ohne die Richtung des Schubs von der für die Translation notwendigen abzulenken, werden zunächst zwei Operatoren eingeführt. Diese Notation ermöglicht kompaktere Formelsätze der geometrischen Zusammenhänge. Darauf aufbauend erfolgt die Darstellung der für den Schub notwendigen Lageanteile sowie der

[7] Die Anforderungen an das Integrationsverfahren im Regelungssystem sind moderat, sodass die Verwendung eines Vorwärts-Eulers als Integrationsverfahren und Abtastraten von 50 Hz ausreichen. Für die Integration der Ableitung des Lagequaternions trifft dies allerdings nicht zu. Wird die zeitkontinuierliche Form der Differentialgleichung verwendet und werden die Integrationsschrittweiten nicht erheblich verkleinert, so verliert das durch die Integration erzeugte Quaternion sehr schnell die notwendige Einheitslänge und kann Drehungen nicht mehr korrekt repräsentieren. Die zeitdiskrete Formulierung entspricht einem Vorwärts-Euler unter Berücksichtigung der korrekten Drehkinematik und ist auch bei größeren Integrationsschrittweiten numerisch stabil.

Möglichkeit, den verbleibenden Freiheitsgrad der Lage auszunutzen. Abschließend werden die Schnittstellenelemente von Geschwindigkeitsreferenz und Lage erläutert und das vollständige Lagereferenzmodell dargestellt.

Berechnung der Differenzwinkel und Inversion Die Berechnung der Differenzwinkel $\underline{\omega} \in \mathbb{R}^3$ erfolgt nach Johnson und Kannan (2005) näherungsweise für kleine Winkeldifferenzen. Für die Approximation wird die Differenzdrehung zweier Quaternionen bestimmt, diese in eine eulersche Winkeldarstellung überführt und für kleine Winkel vereinfacht umgesetzt. Diese Näherung ist ausreichend, um die Differenz zwischen Sollposition und aktueller Referenzposition bei der Implementierung eines Flugreglers zu berechnen. Für eine beschleunigte Berechnung der Pfadfolgeoptimierung ist jedoch eine einfache Invertierbarkeit der Formulierung wichtig, siehe Kapitel 3.6.2. Aus diesem Grund wird hier eine Variation eingeführt, die für kleine Winkeldifferenzen äquivalent zur Formulierung nach Johnson und Kannan (2005) ist, jedoch einfacher invertierbar ist. Auf dieser Basis kann darüber hinaus eine Lösung ohne die Annahme kleiner Winkel ergänzt werden.

Die Differenz zwischen zwei Lagen im Raum, in diesem Fall die Vorgabe $\underline{q}_c \in \mathbb{H}_1$ für das Lagereferenzmodell und der aktuelle Referenzzustand $\underline{q}_m \in \mathbb{H}_1$, ergibt sich aus der Multiplikation der beiden Quaternionen entsprechend der gewünschten Differenzorientierung zu $\underline{q}_\omega := \underline{q}_c \otimes \bar{\underline{q}}_m$. Wird die Winkelnotation eines Quaternions mit dem Winkel $\omega \in \mathbb{R}$ und dem Einheitsdrehvektor[8] $\vec{\omega} \in \mathbb{R}^3_1$ betrachtet, also $\underline{\omega} = \omega\vec{\omega}$, so kann die Annahme kleiner Winkel auch direkt im Quaternion notiert werden

$$\underline{q}_\omega(t) = \begin{pmatrix} \Re\left(\underline{q}_\omega(t)\right) \\ \Im\left(\underline{q}_\omega(t)\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega(t)/2) \\ \sin(\omega(t)/2)\vec{\omega}(t) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ \underline{\omega}(t)/2 \end{pmatrix}. \tag{3.13}$$

Auch wenn die zuletzt notierte Näherung für die numerische Berechnung von Drehungen nicht mehr geeignet ist, da ihr Betrag zu stark vom Einheitsquaternion abweicht, lässt sich die Berechnung der Winkeldifferenz

$$\underline{\omega}(t) \approx 2\Im\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right) \tag{3.14}$$

daraus direkt ableiten. Bei der Herleitung unterstützt die eingangs festgelegte und durch die Implementierung sichergestellte Annahme, dass alle vorliegenden Quaternionen einen positiven Realteil besitzen, da auf diese Weise keine weitere Vorzeichenunterscheidung notwendig ist. Aus (3.13) lässt sich ebenfalls die exakte Berechnung auch für beliebige Winkel herleiten. Dazu wird der Vektorteil $\Im\underline{q}_\omega = \sin(0.5\omega)\vec{\omega}$ auf $\vec{\omega}$ umgestellt

[8] Die Menge der Einheitsvektoren $\mathbb{R}^3_1 := \left\{ \underline{x} \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, \|\underline{x}\| = 1 \right\}$ wird analog zu den Einheitsquaternionen $\mathbb{H}_1$ definiert.

und mit dem Betrag der Winkeldifferenz ω multipliziert, um $\underline{\omega}$ zu erhalten. Im letzten Schritt wird der Betrag mittels Realteil bestimmt $\omega = \arccos(\Re \underline{q}_\omega)$ und eingesetzt. Mit bereits ersetztem $\underline{q}_\omega = \underline{q}_c \otimes \bar{\underline{q}}_m$ ergibt sich das Ergebnis

$$\begin{aligned}\underline{\omega}(t) &= \frac{2\arccos(\Re\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right)}{\sin\left(\arccos(\Re\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right)\right)} \Im\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right) \\ &= \frac{2\arccos(\Re\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right)}{\sqrt{1 - \Re\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right)}} \Im\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right).\end{aligned} \tag{3.15}$$

Der Nenner wird jedoch Null, wenn $\Re(\underline{q}_\omega) = 1$. Das heißt, wenn der Differenzwinkel sehr klein wird $\lim_{\omega \to 0} \Re\left(\underline{q}_\omega\right) = 1$, läuft die Gleichung auf eine Singularität zu. Die Kombination aus Näherung und exakter Lösung führt in einer numerischen Implementierung zu einer vollständigen Lösung des Differenzoperators $\ominus$:

$$\underline{\omega}(t) = \underline{q}_c(t) \ominus \bar{\underline{q}}_m(t) := \begin{cases} 2\Im\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right), & \text{wenn } \Re\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right) \approx 1 \\ \frac{2\arccos(\Re\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right)}{\sqrt{1-\Re\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right)}} \Im\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right), & \text{sonst.} \end{cases} \tag{3.16}$$

In späteren Kapiteln wird eine Umkehrung dieses Zusammenhangs benötigt, um aus einem gegebenen Verlauf der Referenzlage und deren Ableitungen algebraisch auf den dazugehörigen Verlauf der Führungsgrößen schließen zu können. Gesucht ist also ein Operator der Form $\underline{q}_c = \underline{\omega} \oplus \underline{q}_m$, wobei $\oplus$ von rechts ein Quaternion und von links einen Vektor $\underline{\omega} \in \mathbb{R}^3$ aufnimmt. Mit (3.13) lässt sich der Vektorteil des Differenzquaternions für die genaue Lösung und für kleine Winkel angeben

$$\Im\left(\underline{q}_\omega(t)\right) = \sin(||\underline{\omega}(t)||_2/2)\frac{\underline{\omega}(t)}{||\underline{\omega}(t)||_2} \approx \underline{\omega}(t)/2. \tag{3.17}$$

Es ergibt sich auch bei der Inversion des Differenzoperators die gleiche Singularität wie zuvor für den Fall einer verschwindenden Drehung. Die Kombination beider Lösungen ergibt mit gleicher Fallunterscheidung wie (3.16) die Rekonstruktion des Differenzquaternions $\underline{q}_\omega$. Der Realteil wird aus der Einheitslänge des Quaternions ergänzt. Mithilfe von $\underline{q}_c = \underline{q}_\omega \otimes \underline{q}_m$ folgt somit der Zusammenhang für den gesuchten Operator:

$$\begin{aligned}&\underline{q}_c(t) = \underline{\omega}(t) \oplus \underline{q}_m(t) := \underline{q}_\omega(t) \otimes \underline{q}_m(t), \\ &\text{mit } \underline{q}_\omega(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \underline{\omega}^T(t)\underline{\omega}(t)/4} \\ -\underline{\omega}(t)/2 \end{pmatrix}, & \text{wenn } ||\underline{\omega}(t)||_2 \ll 1 \\ \begin{pmatrix} \cos(||\underline{\omega}(t)||_2/2) \\ -\sin(||\underline{\omega}(t)||_2/2)\frac{\underline{\omega}(t)}{||\underline{\omega}(t)||_2} \end{pmatrix} & \text{sonst} \end{cases}\end{aligned} \tag{3.18}$$

Damit sind sowohl der Einfluss eines Lagekommandos auf die Referenzdynamik als auch die Inversion der Zusammenhänge zur Rekonstruktion dieses Kommandos aus einem vorgegebenen Referenzverlauf für die spätere Pfadfolgeoptimierung bekannt.

Definition 2: Operator der Winkeldifferenz $\ominus$ und dessen Umkehrung $\oplus$

Zur Verkürzung der folgenden Kapitel werden ein binärer Operator $\ominus : \mathbb{H}_1 \times \mathbb{H}_1 \to \mathbb{R}^3$ und dessen Umkehrung $\oplus : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{H}_1 \to \mathbb{H}_1$ eingeführt. Der Operator $\oplus$ berechnet aus zwei Quaternionen $\underline{q}_c \in \mathbb{H}_1$ und $\underline{q}_m \in \mathbb{H}_1$ einen Vektor der Differenzwinkel $\underline{\omega} \in \mathbb{R}^3$. Entspricht $\underline{q}_c$ einer Vorgabe und $\underline{q}_m$ einem Zustand, ist das Ergebnis ein Vektor der Fehlerwinkel

$$\underline{\omega}(t) = \underline{q}_c(t) \ominus \bar{\underline{q}}_m(t) := \begin{cases} 2\Im\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right), & \text{wenn } \Re\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right) \approx 1 \\ \frac{2\arccos\left(\Re\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right)\right)}{\sqrt{1-\Re\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right)}} \Im\left(\underline{q}_c(t) \otimes \bar{\underline{q}}_m(t)\right), & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Umkehrung dieses Operators berechnet eine Lagevorgabe aus einer Referenzlage und dem Vektor der Differenzwinkel

$$\underline{q}_c(t) = \underline{\omega}(t) \oplus \underline{q}_m(t) := \underline{q}_{\underline{\omega}}(t) \otimes \underline{q}_m(t),$$

$$\text{mit } \underline{q}_{\underline{\omega}}(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \underline{\omega}^T(t)\underline{\omega}(t)/4} \\ -\underline{\omega}(t)/2 \end{pmatrix}, & \text{wenn } ||\underline{\omega}(t)||_2 \ll 1 \\ \begin{pmatrix} \cos(||\underline{\omega}(t)||_2/2) \\ -\sin(||\underline{\omega}(t)||_2/2)\frac{\underline{\omega}(t)}{||\underline{\omega}(t)||_2} \end{pmatrix} & \text{sonst.} \end{cases}$$

Diese Operatoren sind nicht assoziativ und nicht kommutativ. Sie dienen der Verkürzung der Notation und sind so gewählt, dass sie ein möglichst intuitives Verständnis der Zusammenhänge im Sinne der Addition und Subtraktion ermöglichen.

Die Berechnung der Lagevorgabe unter Berücksichtigung der Missionsanforderungen wird in den folgenden Abschnitten erläutert. Dazu wird zunächst die Sollvorgabe für den Lageregelkreis aus der gewünschten Beschleunigung und der dafür notwendigen Schubausrichtung des Hauptrotors ermittelt. Es ergibt sich ein weiterer Freiheitsgrad, wenn der Hubschrauber um die geforderte Schubrichtung gedreht wird, ohne diese zu verändern. Die Vorgabe kann auf unterschiedliche Weise erfolgen und hängt von der übergeordneten Missionsautomation ab. Es existiert hier keine einheitliche Form, die alle Vorteile für unterschiedliche Aufgaben des Hubschraubers vereint. Dauer et al.

(2011) beschreiben unterschiedliche allgemeine Formen auf, um diesen Freiheitsgrad vorzugeben. Beispielsweise wird erläutert, inwiefern sich die Ausrichtung eines als fester Vektor modellierten Sensors berücksichtigen lässt.

Im Folgenden sollen die Ausführungen etwas knapper gehalten werden. Dazu wird das Vorgabequaternion entweder als vollständige Lage oder mittels eines skalaren Winkels spezifiziert, der den verbleibenden Freiheitsgrad möglichst intuitiv wiedergibt. Aus beiden Möglichkeiten gilt es, eine einstellbare Lage zu isolieren. Das Ausnutzen dieses Freiheitsgrads wird mit zunehmender Fluggeschwindigkeit hinsichtlich des Treibstoffverbrauchs ineffizienter. Es bietet sich dann eine Modellierung mithilfe des Schiebewinkels β an. Da der Schiebewinkel bei fehlender Anströmung seine Definition verliert und Hubschrauber wie der betrachtete einen großen Teil ihrer Mission im Schwebezustand verbringen, wird im Folgenden eine Variante auf Basis des Gierwinkels ψ verwendet. Der Vorteil einer Formulierung mit dem Gierwinkel liegt in seiner anschaulichen geometrischen Interpretation. Dieser Vorteil wird jedoch durch die Singularität der Eulerwinkel bei Nickwinkeln von $\pm 90°$ eingeschränkt – ein Umstand, der ursprünglich zur Verwendung von Quaternionen zur Lagerepräsentation führte. Manöver in der Nähe dieser Singularität lassen sich daher durch den Gierwinkel nicht adäquat darstellen. Außerdem muss bei koordiniertem Flug die Gierwinkelvorgabe zusätzlich berechnet werden.

Vorgabe der Schubrichtung Aus einem benötigten, auf Einheitslänge normierten, Schubvektor $\vec{T}_g \in \mathbb{R}^3$ in geodätischen Koordinaten (dieser wird später im translatorischen Referenzmodell ermittelt) wird der Teil der Lage festgelegt, der die translatorische Bewegung sicherstellt. Im Folgenden gehen wir davon aus, dass sich die körperfeste Schubrichtung ebenfalls als Vektor $\vec{T}_b \in \mathbb{R}^3$ darstellen lässt. Mit diesen beiden Vektoren kann die übliche Annahme vermieden werden, dass der Schubvektor parallel zur körperfesten z-Achse ausgerichtet ist. Mithilfe einfacher geometrischer Überlegungen lässt sich das notwendige Lagequaternion $\underline{q}_T$ berechnen, das den körperfesten Schub so ausrichtet, dass er in die korrekte geodätische Richtung weist (siehe Anhang B.1)

$$\underline{q}_T(t) = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \vec{T}_b^T(t)\vec{T}_g(t))}} \begin{pmatrix} 1 + \vec{T}_b^T(t)\vec{T}_g(t) \\ \vec{T}_b(t) \times \vec{T}_g(t) \end{pmatrix}. \tag{3.19}$$

In der Literatur zur Auslegung von unbemannten Drehflüglern wird der Schub häufig senkrecht zum Starrkörper angenommen, also $\vec{T}_b = (0, 0, -1)^T$, siehe für unbemannte Hubschrauber Johnson und Kannan (2005) und Lorenz 2010 und für Multicopter z. B. Buhl et al. (2011). Mit den hier dargestellten Zusammenhängen können zusätzlich die sich langsam ändernden Verkippungen des Hauptrotorschubs berücksichtigt werden.

Insbesondere bei dynamischen Manövern ändert sich die Orientierung der Rotorblattspitzenebene. Die hier dargestellten Zusammenhänge liegen jedoch an der Schnittstelle zwischen den Referenzmodellen von Lage und Translation. Auch wenn diese dynamischeren Bewegungen der Hauptrotorebene durch Modelle bekannt sein sollten, muss bei einer Rückführung der Signale aus dem Lagereferenzmodell die notwendige Frequenztrennung zwischen innerer und äußerer Regelkaskade berücksichtigt werden. Konstante oder hinreichend langsame Neigungen des Schubvektors können jedoch durch (3.19) berücksichtigt werden. Das nichtlineare Hubschraubermodell im Anhang A weist eine konstante Schubvektorneigung auf.

Gierwinkelvorgabe In vielen Anwendungen jenseits der Pfadfolge soll dem Regelungssystem eine Gierwinkelvorgabe übergeben werden. Um das Rahmenwerk für diese Anwendung zu befähigen, soll die Lagevorgabe des inneren Lageregelkreises um einen gewünschten Gierwinkel u_ψ erweitert werden. Dazu wird die Lage des Hubschraubers um den Schubvektor gedreht. Der Winkel für das Einstellen des in der Gesamtheit der Drehung gewünschten Gierwinkels sei mit ϵ_ψ bezeichnet

$$\underline{q}_{c,\psi}(t) = \begin{pmatrix} \cos(\epsilon_\psi(t)/2) \\ \sin(\epsilon_\psi(t)/2)\vec{T}_g(t) \end{pmatrix} \otimes \underline{q}_T(t). \tag{3.20}$$

Der Betrag dieses Winkels ist im Anhang B.2 unter der Annahme einer konstanten Schubrichtung entlang der körperfesten Hochachse dargestellt. Diese Annahme kann aufgelöst werden, was jedoch zu weniger kompakten Lösungen führt.

Vollständige Lagevorgabe Eine Alternative zu diesen Ansätzen ist die Vorgabe einer vollständigen Lage $\underline{u}_q \in \mathbb{H}_1$. Gesucht ist nun ein Einheitsquaternion $\underline{q}_\nu \in \mathbb{H}_1$, das von rechts auf das Schubquaternion multipliziert wird, die Richtung des geodätischen Schubs $\vec{T}_g$ nicht verstellt und gleichzeitig den Unterschied der Lage zum Kommando $\underline{u}_q$ minimiert. Um die Schubrichtung unverändert zu lassen, ist das Quaternion $\underline{q}_\nu$ bis auf den Winkel ν bereits definiert[9]

$$\underline{q}_{c,q}(t) = \underline{q}_T(t) \otimes \underline{q}_\nu(t) = \underline{q}_T(t) \otimes \begin{pmatrix} \cos(\nu(t)/2) \\ \sin(\nu(t)/2)\vec{T}_b \end{pmatrix}. \tag{3.21}$$

Die Führungsgröße $\underline{u}_q$ wird ebenfalls als eine Kombination aus einem Schub- und einem freien Anteil dargestellt. Dabei darf der Schubanteil von

$$\underline{u}_q(t) = \underline{q}_T(t) \otimes \underline{q}_x(t) \tag{3.22}$$

[9] Obwohl sich die Dimension des Reglereingangs durch die Verwendung eines Quaternions auf vier erhöht hat, findet effektiv nur ein skalarer Winkel auf den inneren Regelkreis Anwendung.

die Schubrichtung nicht verkippen. Aus (3.21) und (3.22) kann also geschlossen werden, dass der Ausdruck $\underline{q}_{\nu} \otimes \bar{\underline{q}}_{x}$ durch Variation von ν minimiert werden muss. Die Differenz zwischen dem ursprünglichen Kommando $\underline{u}_q$ und der zu bestimmenden, realisierbaren Vorgabe $\underline{q}_{c,q}$ wird genau dann minimiert, wenn der Drehwinkel von $\underline{q}_{\nu} \otimes \bar{\underline{q}}_{x}$ minimiert wird. Dieser Winkel wird im Folgenden als $\epsilon \in [-\pi, \pi]$ bezeichnet und kann durch das Skalarprodukt der beiden Quaternionen ausgedrückt werden, sodass sich das Problem

$$\min_{\nu} |\epsilon(\nu)| = \min_{\nu} -\cos(\epsilon(\nu)/2) = \min_{\nu} -\underline{q}_{\nu}(\nu) \cdot \bar{\underline{q}}_{x} \tag{3.23}$$

als Optimierungsaufgabe formulieren lässt. Ein Differenzieren nach ν und Nullsetzen dieser Gleichung, um mögliche Minimalstellen zu identifizieren, ergibt

$$-\sin(\nu/2)\Re(\underline{q}_{x}) + \cos(\nu/2)\vec{T}_b^T \Im(\underline{q}_{x}) = 0. \tag{3.24}$$

Diese Gleichung lässt sich auf den Winkel ν umstellen und mit $\underline{q}_{x}$ aus (3.22) berechnen

$$\nu = 2 \arctan 2\big(\Re(\underline{q}_{x}), \vec{T}_b^T \Im(\underline{q}_{x})\big). \tag{3.25}$$

Mit diesem Winkel und (3.19) ist die realisierbare Lagevorgabe $\underline{q}_{c,q}$ mit (3.21) eindeutig bestimmbar. Die in diesem Abschnitt beschriebenen Zusammenhänge zur Bestimmung der Führungsvorgabe sind in Abbildung 3.3 zusammengefasst.

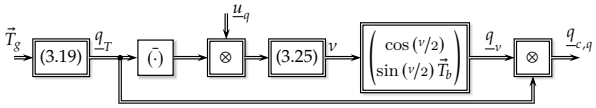


Abbildung 3.3: Berechnung ($\oslash$) der realisierbaren Lagevorgabe $\underline{q}_{c,q}$ aus dem notwendigen Lageanteil für den Schub sowie der externen Lagevorgabe $\underline{u}_q$

Dass es sich tatsächlich um ein Minimum handelt, lässt sich durch erneutes Differenzieren von (3.23) und Einsetzen des Winkels einfach verifizieren. Somit ist die Führungsvorgabe für den Lageregelkreis (3.21) vollständig definiert und es wird eine Lage eingenommen, die möglichst nah an der kommandierten Wunschlage liegt. Die umgesetzte Lage unterscheidet sich von der bei kommandiertem Gierwinkel (3.20), denn „möglichst nah" bezeichnet in diesem Fall eine Drehung um eine beliebige Achse. Beim Gierwinkel ist die Achse auf die geodätische z-Achse festgelegt. Die quaternionengestützte Vorgabe weist dagegen keine Singularität auf.

In dieser Arbeit ist allerdings der folgende Vorteil ausschlaggebend: Diese Berechnung muss nicht invertiert werden und darf bei der Optimierung ohne Einschränkung der Allgemeinheit vernachlässigt werden. Grund hierfür ist, dass aus den optimierten Zustandsverläufen später eine Lagevorgabe $\underline{q}_{c,q}$ rekonstruiert wird und damit stets vollständig

realisierbar ist. Diese Lagevorgabe kann direkt kommandiert werden, denn falls $\underline{u}_q$ so bestimmt ist, dass $\underline{q}_x = \underline{q}_v$, fällt die Minimierung (3.23) mit $\epsilon = 0$ in sich zusammen. Um die Formulierungen der folgenden Kapitel deutlich zu reduzieren, wird Abbildung 3.3 ein weiterer binärer Operator $\oslash$ eingeführt.

Definition 3: Operator $\oslash$ der optimalen Drehung

Die binäre Operatorfamilie $\oslash_{\vec{T}_b} : \mathbb{R}_1^3 \times \mathbb{H}_1 \to \mathbb{H}_1$ nimmt von links einen Einheitsvektor $\vec{T}_g \in \mathbb{R}_1^3$ und von rechts ein Quaternion $\underline{u}_q \in \mathbb{H}_1$ auf

$$\underline{q} = \vec{T}_g \oslash_{\vec{T}_b} \underline{u}_q.$$

Dieser Operator ist mit dem Einheitsvektor $\vec{T}_b \in \mathbb{R}_1^3$ parametrisiert. Da der Parametersatz $\vec{T}_b$ in dieser Arbeit als konstant angenommen wird, wird der Index verkürzend weggelassen $\underline{q} = \vec{T}_g \oslash \underline{u}_q$. Er berechnet dasjenige Quaternion $\underline{q} \in \mathbb{H}_1$, das sowohl den Parametervektor $\vec{T}_b$ auf den Zielvektor $\vec{T}_g$ dreht als auch zusätzlich einen winkelminimalen Abstand zu $\underline{u}_q$ aufweist (vgl. Abbildung 3.3). Dieser Operator ist nicht assoziativ und nicht kommutativ. Er wirft vollständig einstellbare Rotationen $\tilde{\underline{q}}$ auf sich selbst zurück: $\tilde{\underline{q}} = \vec{T}_g \oslash \tilde{\underline{q}}$.

Zusammenstellung des Lagereferenzmodells Abbildung 3.4 zeigt das bisher hergeleitete Lagereferenzmodell ab der Stelle, an der eine Lagevorgabe $\underline{q}_{c,q}$ aus Schub und gewünschter Sollorientierung ermittelt wurde. Dieses auf den einstellbaren Anteil reduzierte Quaternion repräsentiert den Eingang für diesen Abschnitt des Referenzmodells, der somit an Abbildung 3.3 anschließt. Die Integration des Lagequaternions $\underline{q}_m$ wird für die Einheitlichkeit und entsprechend der Verwendung in der Optimierung im späteren Teil der Pfadfolgeoptimierung zeitkontinuierlich dargestellt.

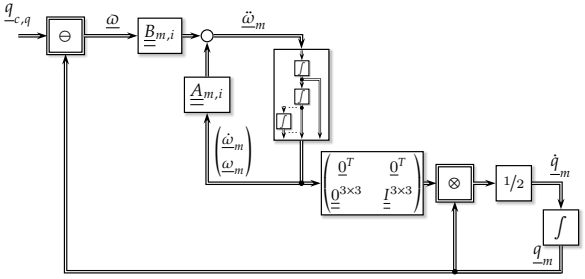


Abbildung 3.4: Das Lagereferenzmodell mit eingebetteter Dynamik der Drehraten

3.4.4 Referenzmodell der Fluggeschwindigkeit

Das Geschwindigkeitsreferenzmodell wird als System erster Ordnung um die drei geodätischen Achsen umgesetzt. Lorenz (2010) argumentiert, dass die Wahl des geodätischen Koordinatensystems es dem Piloten erleichtert, das Flugverhalten einzuschätzen. Diese Eigenschaft ist besonders für Drohnen relevant, die einen großen Teil ihrer Mission im Schwebezustand verbringen und bei denen sich Roll- und Nickdynamik ähneln. Allerdings hat dieses Koordinatensystem den Nachteil, dass die Dynamik der Längsbewegung des Hubschraubers identisch zur Querbewegung modelliert wird, wodurch die Vorzugsbewegung nicht ausgenutzt wird. Beobachtungen von kommerziell verfügbarer Hubschrauberdrohnen legen nahe, dass deren Referenzverhalten ebenfalls geodätisch umgesetzt wird, allerdings mit einem um den Gierwinkel gedrehten Koordinatensystem. Dies ist ein Kompromiss zwischen Erwartbarkeit und Ausnutzung der Vorzugsrichtung dar. Da eine Umstellung des Koordinatensystems keinen Einfluss auf die Ergebnisse bezüglich der Kernfrage dieser Arbeit hat, bleibt eine Erweiterung des hier gezeigten Referenzmodells um diese Aspekte zukünftigen Arbeiten überlassen.

Die Designgleichung für das Referenzmodell wird mithilfe der geodätischen Geschwindigkeiten $\underline{V}_m \in \mathbb{R}^3$, der externen Geschwindigkeitsvorgabe $\underline{u}_V \in \mathbb{R}^3$, der Pseudosteuergröße $\underline{v}_{o,m} \in \mathbb{R}^3$ und der Einstellparameter $\underline{\underline{A}}_{m,o} \in \mathbb{R}^{3\times3}$ definiert

$$\dot{\underline{V}}_m(t) = \underline{v}_{o,m}(t) = \underline{\underline{A}}_{m,o}\left(\underline{u}_v(t) - \underline{V}_m(t)\right). \tag{3.26}$$

Wie bei den anderen Auslegungsgrößen zuvor wird das gewünschte Verhalten des geschlossenen Regelkreises über die Auslegung von $\underline{\underline{A}}_{m,o}$ festgelegt. Die Diagonaleinträge enthalten die Zeitkonstanten aller geodätischen Richtungen. Die Kopplungselemente sind nicht belegt. Eine Referenzvorgabe mit einem Modell erster Ordnung ist hier möglich, da die Lage und die Schubentwicklung als innere Modelle der Regelungskaskade betrachtet werden. Das heißt, aus Sicht der Geschwindigkeiten fällt das Hubschraubermodell auf den translatorischen Teil (3.6c) erster Ordnung zurück. Innere Regelkreise für Lage und Schub werden als Aktuatoren aufgefasst. Die Stellgrößen sind die benötigte Richtung und der Betrag des Hauptrotorschubs, wobei letzterer weiterhin auf die Hubschraubermasse normiert wird. Die Verläufe der inneren

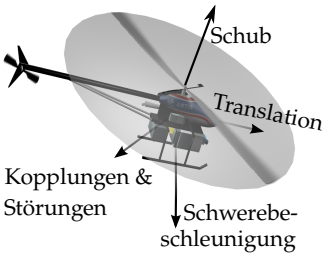


Abbildung 3.5: Veranschaulichung des Gleichgewichts der auf den Hubschrauber wirkenden normierten Kräfte und Beschleunigungen

Größen werden über die inneren Referenzmodelle eingestellt und der äußere Kreis wird durch die Variante des PCH ohne Zustandsrückführung verzögert. Darstellung 3.5 veranschaulicht auch die Unteraktuiertheit des Systems, welche die Gestaltung des Geschwindigkeitskreises beeinflusst. Der Hauptrotorschub ist so auszurichten, dass er die Kopplungen durch das System selbst, Störungen sowie die Erdschwerebeschleunigung kompensiert und die gewünschte translatorische Beschleunigung erzeugt.

Für die Vorsteuerung wird das Modell (3.6c) verwendet und mit $\overline{\mathfrak{D}}$ ins geodätische Ks transformiert. Die Pseudosteuergröße $\underline{v}_o$, ein neu definierter Eingang $\underline{u}_o = \overline{\mathfrak{D}}(\underline{\underline{B}}_o \bar{\delta}_{col})$, die geodätischen Windgeschwindigkeit $\underline{V}_W$ und der auf die Hubschraubermasse normierte mittlere Heckrotorschub $\dot{V}_{TR}$ ergeben

$$\underline{v}_o(t) = \underline{u}_o(t) + \underline{g} + \overline{\mathfrak{D}}\left(\underline{\underline{A}}_{p,o}\,\mathfrak{D}\left(\underline{V}_g(t) - \underline{V}_W(t)\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{p,oi}\begin{pmatrix} \underline{\xi}_{p,i}(t) \\ \bar{\delta}_{ped}(t) - \delta_{ped,T} \end{pmatrix}\right). \quad (3.27)$$

Um die im Referenzmodell verwendbare Form der erwarteten Streckenantwort zu erhalten, werden folgende Schritte durchgeführt: Der Windeinfluss wird durch eine Schätzung $\hat{\underline{V}}_W$ ersetzt und die Strecken- durch die Referenzmodellzustände, also $\underline{V}_m$ und $\underline{\xi}_{m,i}$. Die geschätzte Schubbeschleunigung wird mit $\hat{\underline{u}}_o$ bezeichnet. Wird zusätzlich die Steuergröße des Heckrotors mit dem inneren Zustand zu einem Vektor $\tilde{\underline{\xi}}_{m,i} := (\underline{\xi}_{m,i}^T, \bar{\delta}_{ped} - \bar{\delta}_{ped,T})^T$ zusammengefasst, so ergibt sich eine kompakte Schreibweise

$$\begin{aligned}\hat{\underline{v}}_o(t) &= \hat{\underline{\alpha}}_o(\underline{V}_m(t), \hat{\underline{V}}_W(t), \tilde{\underline{\xi}}_{m,i}(t)) \\ &:= \hat{\underline{u}}_o(t) + \underline{g} + \overline{\mathfrak{D}}\left(\underline{\underline{A}}_{p,o}\,\mathfrak{D}\left(\underline{V}_m(t) - \hat{\underline{V}}_W(t)\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{p,oi}\tilde{\underline{\xi}}_{m,i}(t)\right).\end{aligned}$$

Durch Umstellen der vorherigen Gleichung lässt sich die entsprechende Vorsteuerung $\underline{u}_o$ mit dem gleichen zusammengefassten Vektor für den inneren Zustand ermitteln

$$\begin{aligned}\underline{u}_o(t) &= \hat{\underline{a}}_o(\underline{V}_m(t), \underline{v}_o(t), \hat{\underline{V}}_W(t), \tilde{\underline{\xi}}_{m,i}(t)) \\ &:= \underline{v}_o(t) - \underline{g} - \overline{\mathfrak{D}}\left(\underline{\underline{A}}_{p,o}\,\mathfrak{D}\left(\underline{V}_m(t) - \hat{\underline{V}}_W(t)\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{p,oi}\tilde{\underline{\xi}}_{m,i}(t)\right).\end{aligned} \quad (3.28)$$

Bei dieser Vorsteuerung werden die Kenntnis der Lage und die inneren Zustände wie unbeeinflussbare Eingänge behandelt. Es wird somit die Schubvorsteuerung ermittelt, die auf den aktuellen Zustand des inneren Modells abgestimmt ist. Auf diese Weise kann die Vorsteuerung, wie im Ansatzkapitel dargestellt, basierend auf Referenzmodellzuständen implementiert werden.

Koo et al. (2001) untersuchen bereits früh vergleichbare Modelle auf differentielle Flachheit. Die Gesamtheit aus innerem und äußerem Modell ist aufgrund der Rückkopplungen rotatorischer Zustände auf die Translation demnach nicht differentiell flach. Unter Berücksichtigung dieser Kopplungen ist es folglich nicht möglich, Eingangsverläufe rein algebraisch aus gewünschten geometrisch Ausgangsverläufen zu bestimmen. Es ist stets eine Simulation der Strecke erforderlich. Die Eigenschaften dieser Kopplungen sind daher einer der Hauptgründe für die Wahl der optimierungsbasierten Werkzeuge zur Pfadfolge und gleichzeitig die Hauptmotivation für den in Kapitel 2.6.2 vorgestellten Ansatz zur Verkürzung der Optimierungszeit.

Die Gleichung (3.27) mit der inneren Dynamik als Aktuator und den in Kapitel 2.5 dargestellten prinzipiellen Beschränkungen für Geschwindigkeit und Beschleunigung ergibt das in Abbildung 3.6 gezeigte Referenzmodell. Diese Darstellung ist die Konkretisierung von Abbildung 2.7 im Ansatzkapitel auf S. 44.

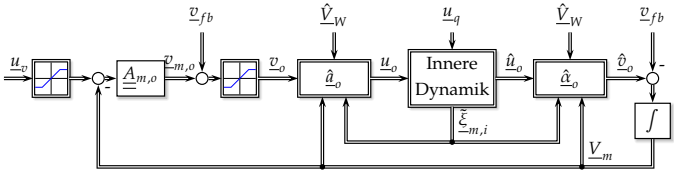


Abbildung 3.6: Äußeres Referenzmodell der Fluggeschwindigkeit mit Sättigungen zum Schutz der Flugbereichsgrenzen, PCH der inneren Regelkreise und Einfluss der externen Windschätzung

3.5 Synthese der Rückführung und Einfluss auf das Referenzmodell

In diesem Abschnitt werden die Gesamtarchitektur der bisher dargestellten Module sowie die Struktur der Rückführungen erläutert. Diese Übersicht ist gleichzeitig die Grundlage für das Gleichungssystem, das in die Nebenbedingungen des OSP zur Pfadfolgeoptimierung einfließt.

Übersicht des gesamten Flugreglers Abbildung 3.7 gibt eine kompakte Übersicht über den implementierten Flugregler mit zwei Detailansichten, um die bisher dargestellten Aspekte der Referenzmodellgestaltung miteinander zu verknüpfen. Im inneren Kreis beschränkt sich das PCH für die Stellmotoren auf die Aktuatoranschläge. Diese Sättigungen und die Aufschaltung der Rückführung sind der Übersichtlichkeit halber in

der Abbildung nicht dargestellt. Die Darstellung verzichtet außerdem auf die formale Konvertierung zwischen Quaternionen und Eulerwinkeln für die Lagerepräsentation und behandelt beide Repräsentationen synonym. Die Eingänge der Detailansichten werden konsistent zu den übergeordneten Blöcken gehalten. Demgegenüber verwenden die Ausgänge beliebige inneren Größen der Blöcke.

Die Signale der Führungsgrößen und Rückführungen für die Regelung setzen sich wie folgt zusammen:

$$\begin{aligned} \underline{u}_c &:= (\underline{u}_V^T, \underline{u}_q^T)^T \in \mathbb{R}^7, \quad \underline{\xi}_m := (\underline{\dot{\omega}}_m^T, \underline{\omega}_m^T, \underline{q}_m^T, \dot{T}_m, T_m, \underline{V}_m^T)^T \in \mathbb{R}^{15}, \\ \underline{y}_p &:= (r_p, \underline{\Phi}_p^T, \underline{V}_p^T) \in \mathbb{R}^7 \end{aligned} \tag{3.29}$$

Der vollständige Zustandsvektor des Referenzmodells $\underline{\xi}_m$ enthält sowohl die Zustände des inneren als auch des äußeren Regelkreises. Die Lagerepräsentation wird mit dem Quaternion $\underline{q}_m \in \mathbb{R}^4$ dargestellt.

Umsetzung der Rückführungen Die Rückführungen wurden im Rahmen der vorangegangenen Arbeiten ausgelegt und für die Pfadfolgeoptimierung unverändert übernommen. Da sie für das Verständnis der Experimente notwendig sind, werden sie hier noch einmal wiedergegeben. Die Lageregelung verwendet eine eulerwinkelbasierte Lagerepräsentation $\underline{\Phi}_p \mathbb{R}^3$. Der Lagefehler wird über einen Proportionalregler stabilisiert. Lediglich die Gierachse hat einen D-Anteil über die Gierrate $e_r = r_m - r_p$. Mit dem Lagefehler $\underline{e}_\Phi := \text{unwrap}\left(\underline{\Phi}_m - \underline{\Phi}_p\right)$ wird

$$\underline{\delta}_{fb}(t) = \underline{\underline{K}}_p \underline{e}_\Phi(t) + K_r \underline{I}_4^3 e_r, \text{ mit } \underline{\underline{K}}_p = \begin{pmatrix} K_\phi & 0 & 0 \\ 0 & K_\theta & 0 \\ 0 & 0 & K_\psi \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.30}$$

und den Verstärkungen der Lagewinkelfehler $K_j, j \in \{\phi, \theta, \psi\}$ für die Lageregelung angesetzt. Die Rückführung der Lagefehler wird direkt auf die Aktuatoren aufgeschaltet, da für den inneren Kreis keine adaptiven Komponenten eingesetzt wird. Auf diese Weise fließen etwaige Modellfehler in der Vorsteuerung über die Rückführung über Pseudosteuergrößen in die Fehlerdynamik nicht ein.[10]

[10] Diese Vorgehensweise hat Vor- und Nachteile. Ein Vorteil ist, dass die Inbetriebnahme der Regelkomponenten sequentiell erfolgen kann. Zunächst wird im Flugversuch die Rückführung eingestellt und anschließend die Vorsteuerung aufgeschaltet. Demgegenüber steht die Tatsache, dass die Rückführung nicht auf der entkoppelnden Wirkung der Vorsteuerung aufbauen kann. Bei der Abwägung dieser Argumente ist daher die Ausprägung der Verkoppelung auf der einen Seite mit den zu erwartenden Modellunsicherheiten im Betrieb außerhalb des Arbeitspunktes der Einstellexperimente auf der anderen Seite abzuwägen.

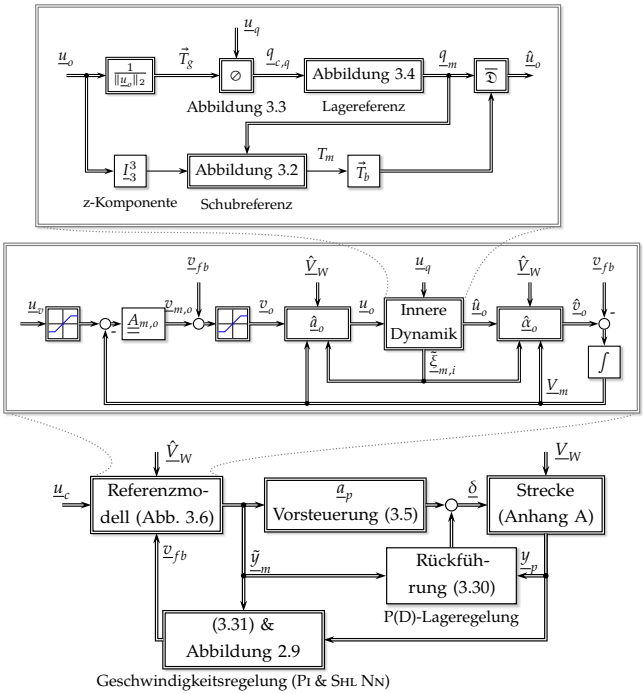


Abbildung 3.7: Regelungskaskade mit referenzgrößenbasiertem PCH der inneren Kreise und Detailansichten der Referenzmodelle in Kaskadierung.

Die Bestimmung der Verstärkungsfaktoren erfolgt experimentell mittels Ziegler-Nichols-Verfahren direkt im Flugversuch. Anders verhält es sich bei der Rückführung der Geschwindigkeiten. Hier wird ein SHL NN entsprechend Kapitel 2.4.5 verwendet, um einen adaptiven Anteil der Geschwindigkeitsrückführung $\underline{v}_{ad}$ zu bestimmen. Zusätzlich wird ein PI-Regler aufgeschaltet, sodass sich für die Gesamtrückführung der Geschwindigkeiten

$$\underline{v}_{fb}(t) = \underline{v}_{ad}(t) + \underline{\underline{K}}_V \begin{pmatrix} \underline{e}_V(t) \\ \int_{\underline{e}_V \leq \underline{\epsilon}} \underline{e}_V(t')dt' \end{pmatrix} \tag{3.31}$$

ergibt. Die Matrix der Verstärkungsfaktoren $\underline{\underline{K}}_V \in \mathbb{R}^{6\times 3}$ ist nur auf den Hauptelementen besetzt. Um ein Wind-up zu vermeiden, wird der Integralteil[11] nur bei einem ausreichend kleinen Regelungsfehler aufgeschaltet. Ansonsten wird das Integral zurückgesetzt.

[11] Der Integralteil ist auf den ersten Blick formal nicht erforderlich, da auch das SHL NN ein integrierendes Verhalten aufweist. Die Anwendung sieht allerdings vor, die Adaption als reine Augmentierung der PID-Rückführung zu implementieren. Bei deaktivierter Adaption ist dieser Integralteil notwendig.

Betriebszeit und Erprobung Die ursprüngliche Form des Reglers, einschließlich der hier gezeigten Modifikationen mittels invertierbarer Lagekommandierung, wurde mehrere Jahre im Forschungseinsatz betrieben. Diese Betriebsstunden untermauern die Annahme, dass die Kopplung der Zustände des inneren Lageregelkreises in den äußeren Regelkreis keine destabilisierende Wirkung hat. Bisher nicht im Flugversuch erprobt sind hingegen die flachheitsbasierten Ergänzungen in der Vorsteuerung (3.5), die Berücksichtigung von Wind sowie die erweiterte Flugdynamik in (3.28), wie in Anhang A.2 hergeleitet. Diese Aspekte spielen bei den Simulationsnachweisen und der Flugauswertung der Pfadfolgeregelung eine wesentliche Rolle.

Sonderfälle und Singularitäten Die in diesem Kapitel beschriebene Umsetzung weist einige Sonderfälle und Singularitäten auf. Eine Erweiterung der dargestellten Ansätze zur Lösung dieser Sonderfälle würde jedoch keinen zusätzlichen Erkenntnisgewinn für die Versuche der vorliegenden Arbeit bringen. Sie sollen dennoch erwähnt werden, um die Grenzen für eine Weiterverwendung in nachfolgenden Arbeiten aufzuzeigen.

- Rückenflug: Falls die als konstant angenommene Richtung des körperfesten Schubs antiparallel zum geodätischen Schub ist, wird (3.19) mit dem konstant angesetzten $\vec{T}_b$ wegen $\vec{T}_b^T \vec{T}_g = -1$ singulär. Die Fähigkeit des Hubschraubers und der Flugregelung zum Rückenflug beinhaltet auch eine sorgfältige Handhabung des Übergangs zwischen Normal- und Rückenlage. Dabei wird die Richtung der körperfesten Schubrichtung umgekehrt, sodass diese Singularität bei einer rückenflugtauglichen Umsetzung vermieden wird und diese Formulierung ihre Gültigkeit behält.
- 180°-Drehung: Wenn der Betrag des Fehlerwinkels $\|\underline{\varphi}\|_2 = \pi$ annimmt, entscheidet die Implementierung der arctan2-Funktion aus (3.25) über die Drehrichtung, die ansonsten immer die kürzeste Drehung wählt. Bei Lagevorgabeänderungen dieser Größenordnung handelt es sich entweder um aerobatische Manöver, die hier ausgeschlossen wurden, oder um eine Gierwinkelvorgabe. Soll für Letztere eine Vorzugsdrehrichtung des Hubschraubers aufgrund des Hauptrotormoments genutzt werden, müssen diese zusätzlichen Anforderungen entsprechend ergänzt werden.
- Fallender Hubschrauber: Wenn $\|\underline{u}_o\|_2 = 0$, verschwindet die Schubanforderung für die Lage des Hubschraubers, da der Hauptrotor in diesem Fall keinen Schub erzeugen muss. Dieser verschwindende Schub äußert sich in den hier dargestellten Zusammenhängen als Singularität im Teil der inneren Dynamik der Abbildung 3.7. In Augenblicken verschwindenden Schubs kann die Lage des Hubschraubers frei gewählt werden, bspw. bei aerobatischen Manövern wie einem „Hammerhead-Turn“.

Sprungantworten und Diskussion Im Folgenden werden zwei Simulationsexperimente durchgeführt, um die vorgenommenen Modifikationen an der Flugregelung zu diskutieren. Ziel ist es, den Einfluss von Verbesserungen der Vorsteuerung für den inneren Kreis abzuschätzen (Abbildung 3.8) und die Erweiterung um die Windeinflüsse zu bewerten (Abbildung 3.9). Ersteres bereitet die Diskussion der getroffenen Annahme vor, dass die inneren Regelkreise für die Pfadfolge ausreichend leistungsfähig sind. Zu diesem Zweck werden mehrere Sprungantworten aus der Simulation im windstillen Fall gezeigt und mit den bestehenden Vorarbeiten verglichen.

Die beiden Regler, die zum Vergleich herangezogen werden, unterscheiden sich in den drei eingeführten Änderungen. Zunächst wird die externe Schnittstelle zur Lagevorgabe verändert, was sich allerdings nicht auf das Führungsverhalten auswirkt. Zweitens wird die neue Stör- und Windschnittstelle vorgesehen, die im anschließenden Simulationsexperiment eine Rolle spielt. Drittens ist die Weiterentwicklung der Vorsteuerung basierend auf differentieller Flachheit der inneren Regelkreise entscheidend. Zur Simulation der Strecke dient das um den Windeinfluss ergänzte und kinematisch globalisierte Modell aus Anhang A. Ziel ist es, die Unterschiede in der Streckensimulation und des Regelungsansatzes im Vergleich zu den Vorarbeiten zu diskutieren.

Das Führungsverhalten wird als Abfolge von Sprüngen dargestellt – zunächst auf die geodätischen Geschwindigkeiten gegenüber Grund und anschließend auf die Giervorgabe. Es werden die Referenzmodell- und Streckenantworten gezeigt. Die Aktivität des neuronalen Netzes bilden sich durch die Quadratsumme aller Netzgewichte $\|\underline{\underline{Z}}\|_F$ ab. Diese Metrik dient als Indikator für den Anteil der Rückführung am Regelungsverhalten. Für die Pfadfolge sind folgende Beobachtungen relevant:

1. Der Regelungsfehler zwischen Referenzmodell und Strecke ist bei der flachheitsbasierten Ergänzung des Reglers deutlich geringer. Auch die Aktivität des neuronalen Netzes ist um mehr als eine Größenordnung geringer. Die von Lorenz (2010) ursprünglich dargestellte Genauigkeit wird von keiner Reglervariante erreicht. Der Autor verwendet zwar ebenfalls ein Modell mit nichtlinearer Lage als Strecke, allerdings werden einige Kopplungen bei der Umformung in die Normalform vernachlässigt.
2. Der Effekt der Schub- und Lagereferenzmodelle wird besonders bei der Kopplung der Gierbewegung in die Geschwindigkeiten deutlich. Die Kopplung wird nicht vollständig unterdrückt, sondern das Referenzmodell der Translation verzögert. Bemerkenswert ist, dass die Kompensation gemäß Lorenz (2010) durch die Rückführung geschieht und sich in einer zeitlich längeren Ausprägung und in einem größeren Regelungsfehler niederschlägt. Demgegenüber findet das Hedging im

Fall der flachheitsbasierten Vorsteuerung im Vorwärtszweig statt. Das Hedging ist entsprechend definierter und die Abweichung zwischen Referenzmodell und Strecke ist kaum vorhanden.

3. Auch im Fall der flachheitsbasierten Vorsteuerung ist die Folge nicht exakt. Dies sind die Ursachen für die verbleibende markante Abweichung beim Einsetzen der Gierbewegung: (1) Die Berechnung der Aktuatorwerte nach (3.5) basiert auf der Annahme eines linearen Arbeitspunktmodells, während die Strecke auch im inneren Modell um Nichtlinearitäten erweitert wurde (vgl. Anhang A.2). (2) Die Frequenzseparation der Regelungskaskade sorgt für Transienten im inneren Kreis, die vom äußeren Kreis nicht vollständig kompensiert werden. (3) Eine weitere Ursache sind die Integrationsverfahren: Die Strecke nutzt ein Runge-Kutta-Integrationsverfahren vierter Ordnung mit variabler Schrittweite, während der Regler eine vorwärtsberechnete Euler-Integration mit konstanter Abtastung von 50 Hz verwendet.

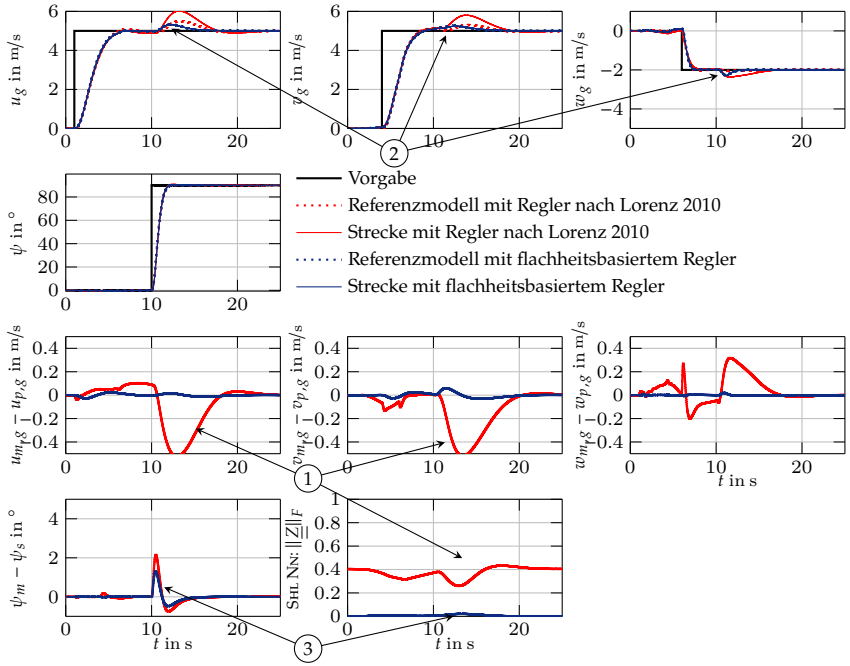


Abbildung 3.8: Führungsverhalten von Geschwindigkeit und Gierwinkel sowie Aktivität des SHL NN mit Sprungvorgaben ohne Wind

In einem zweiten Simulationsexperiment wird die Sprungabfolge wiederholt und ein statischer geodätischer Wind von $\underline{V}_W = (5, 5, 5)^T$ m/s hinzugefügt. Die resultierenden Verläufe sind in Abbildung 3.9 dargestellt. Die Simulation beginnt im getrimmten Schwebeflug mit verschwindender Geschwindigkeit gegenüber Grund. Im Fall der flachheitsbasierten Regelung wird exakte Windkenntnis angenommen, d. h. $\hat{\underline{V}}_W = \underline{V}_W$.

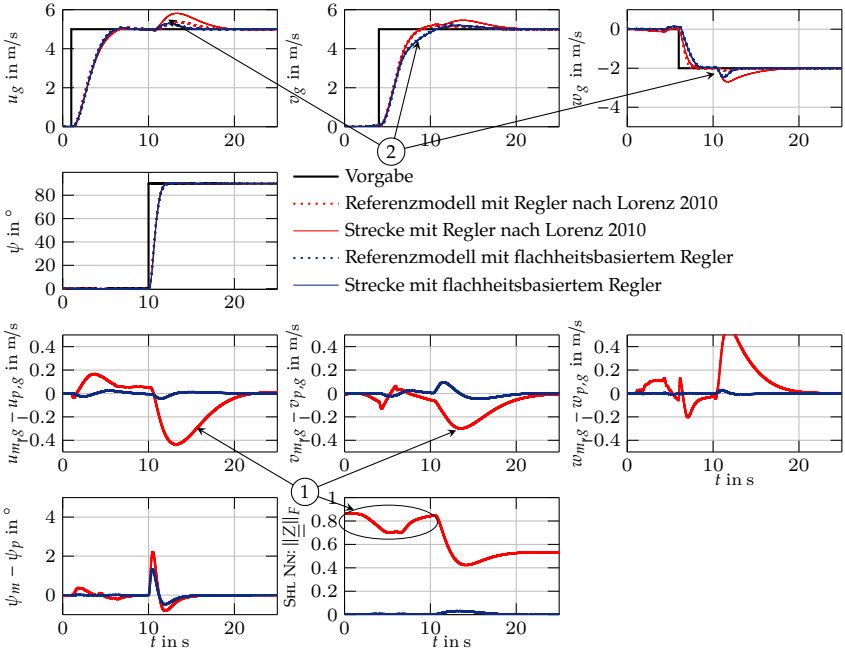


Abbildung 3.9: Führungsverhalten von Geschwindigkeit und Gierwinkel sowie Aktivität des Shl Nn mit Sprungvorgaben mit Wind

Folgende Beobachtungen sind für den weiteren Verlauf der Arbeit wichtig:

1. Das Führungsverhalten hat sich auf den ersten Blick kaum verändert. Vordergründig verkleinert sich der horizontale Geschwindigkeitsfehler für den Ansatz nach Lorenz (2010) im Vergleich zum windfreien Fall sogar, obwohl diese Vorsteuerung kein Vorwissen über die Windsituation berücksichtigt. Ein Blick auf die Aktivität des Shl Nn zeigt jedoch, dass dieses Führungsverhalten maßgeblich durch die Rückführung eingestellt wird. Abweichende Windbedingungen können sich ebenso negativ auf die Geschwindigkeitsfehler auswirken. Im Gegensatz dazu

verändert sich der Fehlerverlauf, und damit das Verhalten des SHL NN, im Fall der flachheitsbasierten Vorsteuerung bei bekannten Windbedingungen im Vergleich zum windfreien Fall kaum.

2. Das PCH hat im Fall der flachheitsbasierten Vorsteuerung einen stärkeren Einfluss auf den Verlauf der Referenztrajektorie und ermöglicht dadurch ein zügiges Abklingen der Transienten. Sollen die Geschwindigkeiten einen Pfad abbilden, weicht die Strecke im ähnlichen Umfang von der Sollbahn ab wie der Referenzverlauf. Bei der einfachen Vorsteuerung hingegen schmiegt sich der Referenzverlauf zwar dichter an die Vorgabe an, die Strecke weicht allerdings deutlicher davon ab.

3.6 Formulierung des Optimalsteuerungsproblems für die Pfadfolge

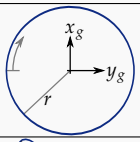
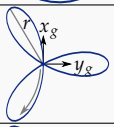
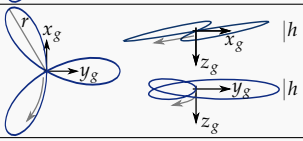
In den vorangegangenen Abschnitten wurde das Referenzmodell erläutert, sodass gemäß Kapitel 2.6 das OSP für die Implementierung der Pfadfolgeoptimierung zusammengestellt werden kann. Das OSP wird in zwei Formen vorgestellt. Zunächst werden die regulären Eingänge des Referenzsystems als Entscheidungsvariablen für die Optimierung verwendet. Dieser erste Ansatz wird als unmodifiziertes OSP bezeichnet. Anschließend wird die Modifikation unter Berücksichtigung der Flachheit der inneren Komponenten des Referenzmodells beschrieben. Der Abschnitt erläutert den Störschätzer und die darauf aufbauende iterative Verbesserung der Pfadfolge, die gemeinsam die Lösung des zugrunde liegenden Problems 2 bilden. Es folgt die Dokumentation der Implementierung in C++ mithilfe des ACADO Toolkits, wobei besonders auf das Hyperparametertuning eingegangen wird. Das Kapitel schließt mit Betrachtungen und Vergleichen der erzielten Rechenzeiten. Um die folgenden Überlegungen zu veranschaulichen, werden zunächst einige Beispielpfade entsprechend Definition 4 eingeführt.

3.6.1 Unmodifiziertes Optimalsteuerungsproblem

Entsprechend Abschnitt 2.6.1 wird das OSP aus dem Referenzmodell mit den Kommandogrößen als Entscheidungsgrößen gebildet. Im allgemeinen Fall, wenn die Dynamik des geschlossenen Geschwindigkeitsregelkreises bekannt ist, kann die in diesem Abschnitt beschriebene Optimierung angewendet werden. Der Vorteil des Modellfolgereglers besteht darin, dass das Referenzmodell als Näherung für diese Dynamik verwendet werden kann, da es expliziter Teil der Reglersynthese und somit vollständig bekannt ist. In einem solchen Fall können sogar alle inneren Referenzmodelle als Aktuatoren berücksichtigt werden.

Definition 4: Pfade für Veranschaulichung, Verifikation und Validierung

Zur Veranschaulichung und für die Belege werden Beispiel- oder Testpfade verwendet. Um Einflüsse nicht kontinuierlicher Signale in den Flugdaten zu vermeiden, sind alle Pfade beliebig häufig differenzierbar. Allerdings enthalten alle Pfade Beschleunigungs- und Verzögerungsabschnitte, da die Bahnen jeweils im Schwebeflug beginnen und enden und einmalig abgeflogen werden. Die Kreisbahn stellt den einfachsten Testfall mit konstanter Krümmung dar. Der zweite Pfad variiert die Krümmung und der dritte weist zusätzlich ein variables Höhenprofil auf.

Bild	Flugpfad	Parameter
	$\underline{p}_0(\tau) = r \begin{pmatrix} \sin(\tau) \\ -\cos(\tau) \\ 0 \end{pmatrix}$	$\tau \in [0, 2\pi]$
	$\underline{p}_1(\tau) = r \sin(3\tau) \begin{pmatrix} -\cos(\tau) \\ -\sin(\tau) \\ 0 \end{pmatrix}$	$\tau \in [-\pi, 0]$
	$\underline{p}_2(\tau) = \begin{pmatrix} -r \sin(3\tau)\cos(\tau) \\ -r \sin(3\tau)\sin(\tau) \\ h/2 \sin(4\tau) \end{pmatrix}$	$\tau \in [-\pi, 0]$

Die Aufgabe der Pfadfolgeoptimierung besteht darin, für Pfade wie die in Definition 4 sowohl ein Timing $\tau(t)$ als auch einen Führungsgrößenverlauf zu bestimmen, die den Pfadfehler $\underline{e}_P$ minimiert. Zu diesem Zweck variiert der Optimierer den virtuellen Pfadeingang $u_\Phi(t) \in \mathbb{R}$ sowie die Eingangggrößen des Referenzmodells für Geschwindigkeit $\underline{u}_V(t) \in \mathbb{R}^3$ und Lage $\underline{q}_c(t) \in \mathbb{H}_1$. Das Eingangsquaternion $\underline{q}_c := (\cos(u_\psi/2),\, 0,\, 0,\, \sin(u_\psi/2))^T$ wird über einen Gierwinkel $u_\psi \in \mathbb{R}$ erzeugt, um die Eingangsdimension und damit die Rechenzeit nicht unnötig zu erhöhen. Da zunächst die Lösung des Problems 1 angestrebt wird, gilt $\underline{v}_{fb} = \underline{0}$. Die Entscheidungsgrößen $\underline{u}$ der Optimierung und die Zustände der Systemgleichungen $\underline{x}_m$ werden wie folgt zusammengeführt:

$$\underline{u} := (\underline{u}_V^T, u_\psi, u_\Phi)^T \in \mathbb{R}^5,$$
$$\underline{x}_m := (\dot{T}_m, T_m, \underline{\dot{\omega}}_m^T, \underline{\omega}_m^T, \underline{q}_m^T, \underline{V}_m^T)^T \in \mathbb{R}^{15}$$

Die vermuteten externen, unbeeinflussbaren Eingänge sind durch eine externe Windmessung gegeben[12] $\underline{\hat{D}} =: \underline{\hat{V}}_W \in \mathbb{R}^3$. Mithilfe der zusammengesetzten Vektoren der differentiellen Zustände und Eingangggrößen lässt sich das OSP als Konkretisierung von (2.39) formulieren:

$$\underset{\underline{u}(\cdot)}{\text{minimiere}} \int_0^{t_\mathcal{P}} \underbrace{\left\|\left(\underline{e}_P^T(t), \dot{\underline{e}}_P^T(t), e_\psi(t)\right)\right\|^2_{\underline{\underline{Q}}_e}}_{\text{Pfadabweichung}} + \underbrace{\left\|\left(\underline{\tau}^T(t) - \underline{\tau}_r^T(t)\right)\right\|^2_{\underline{\underline{Q}}_\tau}}_{\text{dynamische Anforderungen}} + \underbrace{\left\|\left(\underline{u}^T(t), \underline{x}_m^T(t)\right)\right\|^2_{\underline{\underline{R}}}}_{\text{Regularisierung}} dt \tag{3.32a}$$

mit den Systemgleichungen[13]

$$\ddot{T}_m(t) = -2\zeta_e \omega_e \dot{T}_m(t) - \omega_e^2 T_m(t) + \frac{\omega_e^2 \left(\underline{I}_3^{3T} \underline{u}_o(t)\right)}{\cos(\theta_m(t))\cos(\phi_m(t))}, \tag{3.32b}$$

$$\underline{u}_o(t) = \hat{\underline{a}}_o \left(\underline{V}_m(t), \underline{\underline{A}}_{m,o} \left(\underline{u}_v(t) - \underline{V}_m(t)\right), \underline{\hat{V}}_W, \underline{\tilde{\xi}}_{m,i}(t)\right), \tag{3.32c}$$

$$\ddot{\underline{\omega}}_m(t) = \underline{\underline{A}}_{m,i} \begin{pmatrix} \underline{\omega}_m(t) \\ \dot{\underline{\omega}}_m(t) \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{m,i} \left(\left(\frac{1}{\|\underline{u}_o(t)\|_2} \underline{u}_o(t) \oslash \underline{q}_c(u_\psi(t)) \right) \ominus \underline{q}_m(t) \right), \tag{3.32d}$$

$$\dot{\underline{q}}_m(t) = \frac{1}{2} \underline{q}_m(t) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{\omega}_m(t) \end{pmatrix}, \tag{3.32e}$$

$$\dot{\underline{V}}_m(t) = \underline{g} + \overline{\mathfrak{D}} \left(T_m(t) \vec{T}_b + \underline{\underline{A}}_{p,o} \mathfrak{D} \left(\underline{V}_m(t) - \underline{\hat{V}}_W \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{p,oi} \underline{\tilde{\xi}}_{m,i}(t) \right), \tag{3.32f}$$

$$\dot{\underline{\tau}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \underline{\tau}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_\mathcal{P}(t), \tag{3.32g}$$

$$\ddot{\underline{e}}_P(t) = \dot{\underline{V}}_m(t) - \frac{\partial^2 \underline{p}_\mathcal{P}}{\partial \tau^2} \dot{\tau}^2(t) - \frac{\partial \underline{p}_\mathcal{P}}{\partial \tau} u_\mathcal{P}(t). \tag{3.32h}$$

Die Gleichungen stellen Folgendes dar: (3.32c) eine Zwischengröße zur Verkürzung der Schreibweise, (3.32b) das Schubreferenzmodell, (3.32d) und (3.32e) das Lagereferenzmodell, (3.32f) das Geschwindigkeitsreferenzmodell, (3.32g) die virtuelle Dynamik des Pfadparameters und (3.32h) die Dynamik des Pfadfehlers. Zur Vereinfachung der Schreibweise werden Teile der Eulerwinkel θ_m,ϕ_m verwendet, die sich aus dem Lagequaternion $\underline{q}_m$ algebraisch ermitteln lassen, da die Umrechnung eindeutig ist und keine Fallunterscheidung benötigt.

Eine Ausnahme bildet der Gierwinkel ψ, für dessen Berechnung die arctan2-Funktion benötigt wird und Fallunterscheidungen enthält. Um einen glatten Verlauf für den

[12] Hier greift die Annahme des stationären geodätischen Winds, also $d/dt \underline{\hat{V}}_W = 0$.

[13] Der Kopplungszustand $\underline{\tilde{\xi}}_{m,i} := (\underline{\xi}_{m,i}^T, \bar{\delta}_{ped} - \delta_{ped,T})^T$ wurde im Zusammenhang mit von (3.27) definiert. Für den Differenzoperator $\ominus$ wird zur Vermeidung der Fallunterscheidungen die nicht singuläre Näherung für kleine Differenzwinkel verwendet.

Gierwinkel herzustellen, wird ein zusätzlicher Zustand ψ_h eingeführt.[14] Die Herleitung eines geeigneten $\dot{\psi}_h$ wird in Anhang B.3 dargestellt

$$\dot{\psi}_h(t) = \dot{\psi}_h(\underline{q}_m(t), \underline{\dot{q}}_m(t)).$$

Ein gewünschter Gierwinkelverlauf kann hiermit als weitere Dimension der Pfadvorgabe berücksichtigt werden. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass eine tangentiale Bewegung am Pfad gewünscht ist. Um eine allgemeingültige Lösung für alle zweifach differenzierbaren Pfade anzugeben, wird ein weiterer Zustand, basierend auf der Raumkurve, angesetzt: $\psi_{\mathcal{P}}$. Der Betrag der Differenz zur Hilfsgröße wird minimiert, um einen Flug mit tangentialer Ausrichtung zum Pfad zu erreichen ($e_\psi := \psi_{\mathcal{P}} - \psi_h \to 0$). Die Herleitung des tangentialen Gierwinkels kann ebenfalls im Anhang nachgelesen werden

$$\dot{\psi}_{\mathcal{P}}(t) = \frac{\frac{\partial P_x}{\partial \tau}\frac{\partial^2 P_y}{\partial \tau^2} - \frac{\partial P_y}{\partial \tau}\frac{\partial^2 P_x}{\partial \tau^2}}{\left(\frac{\partial P_x}{\partial \tau}\right)^2 + \left(\frac{\partial P_y}{\partial \tau}\right)^2}\dot{\tau}(t).$$

Statt dieser tangentialen Vorgabe können auch beliebige andere Gierwinkel definiert werden, beispielsweise die Ausrichtung entlang der Anströmung (koordinierter Flug) oder in Richtung eines Beobachtungspunktes durch direkte Parametrisierung der vierten Pfaddimension. Dem Osp wird der Fehlerwinkel

$$\dot{e}_\psi(t) = \dot{\psi}_h(\underline{q}_m(t), \underline{\dot{q}}_m(t)) - \dot{\psi}_{\mathcal{P}}(\tau(t), \dot{\tau}(t)) \tag{3.32i}$$

beider Hilfsgrößen hinzugefügt.

Für die Aktuatoren bestehen Stellgrößenbeschränkungen, die als Nebenbedingungen in die Optimierung einfließen. Die Aktuatorkommandos ergeben sich aus den oben dargestellten Zusammenhängen der flachheitsbasierten Streckeninversion (3.5).[15] Die Vorsteuerung wird hier kompakter notiert, indem die linearen Terme aus der flachheitsbasierten Vorsteuerung (3.5) in einer gemeinsamen Matrix $\underline{\underline{F}} \in \mathbb{R}^{4\times 19}$ zusammengefasst werden. Dabei wird ausgenutzt, dass $\underline{\omega} = (p, q, r)^T$ und die Elemente von $\underline{\xi}_{m,i}$ und $\underline{\xi}_{m,o}$ in $\underline{x}_m$ enthalten sind. Weitere Nebenbedingungen ergeben sich aus den im Referenzmodell enthaltenen Sättigungen[16]. Zur Berücksichtigung der Nebenbedingungen werden die

[14] Der Gierwinkel wird doppelt berechnet, einmal ist er implizit im Lagequaternion $\underline{q}_m$ enthalten und einmal explizit als Zustand ψ_h. Der explizite Zustand kann dann für die Vorgabe des Gierwinkels genutzt werden und zwingt damit auch die Gesamtlage $\underline{q}_m$ aufgrund konsistenter Entscheidungsgrößen im Osp auf diesen Gierwinkel.

[15] Diese Stelle verdeutlicht die Notwendigkeit, dass der vektorrelative Grad des Referenzmodells für die Vorsteuerung ausreichend groß ist. Aufgrund dieser Vorsteuerung können alle Beschränkungen bis auf Aktuatorebene in der Optimierung berücksichtigt werden.

[16] Die Leistungsgrenzen werden, wie in Kapitel 2.5 diskutiert, ebenfalls im Referenzmodell sichergestellt. Würden diese Grenzen nicht in gleicher Weise als Nebenbedingungen in die Pfadfolgeoptimierung einbezogen, käme es bei deren Erreichen zu Pfadablagen, da die Schutzmechanismen die Verläufe anpassen.

zu beschränkenden Größen, die nicht direkt als Zustände oder deren Ableitungen zur Verfügung stehen, als algebraische Größen in die Optimierung eingeführt

$$\underline{\delta}(t) = \underline{\underline{F}} \begin{pmatrix} \ddot{T}_m(t) \\ \underline{\ddot{\omega}}_m(t) \\ \underline{\ddot{x}}_m(t) \end{pmatrix} \tag{3.32j}$$

$$\underline{v}_o(t) = \underline{\underline{A}}_{m,o} \left(\underline{u}_v(t) - \underline{V}_m(t) \right). \tag{3.32k}$$

Die Nebenbedingungen lassen sich elementweise und vollständig angeben

$$\delta_{i,min} \leq \delta_{p,i} \leq \delta_{i,max}, \qquad i \in \{\text{lat,lon,ped,col}\}, \tag{3.32l}$$

$$v_{o,j,min} \leq v_{o,j} \leq v_{o,j,max}, \qquad j \in \{1,\ldots,3\}, \tag{3.32m}$$

$$u_{V,k,min} \leq u_{V,k} \leq u_{V,k,max}, \qquad k \in \{1,\ldots,3\}, \tag{3.32n}$$

$$\dot{T}_{m,min} \leq \dot{T}_m \leq \dot{T}_{m,max}, \tag{3.32o}$$

$$T_{c,m,min} \leq T_{c,m} \leq T_{c,m,max}, \tag{3.32p}$$

$$\dot{\tau} \geq 0. \tag{3.32q}$$

Die Stoppbedingung wird hier nicht direkt kodiert, sondern über eine Heuristik im späteren Verlauf der Arbeit berücksichtigt; siehe Heuristik 1, S. 131. Aus Sicht der Optimierung lassen sich diese Nebenbedingungen genauer einordnen. Bei den Grenzen der Aktuatoren (3.32l), bei den Beschleunigungen (3.32m) und dem Schubkommando (3.32p) handelt es sich um Nebenbedingungen in Gestalt algebraischer Funktionen der Zustände, also künstlichen Systemausgängen. Die Begrenzung der Schubableitung (3.32o) und der Vorwärtsbewegung (3.32q) sind Nebenbedingungen mit Bezug zu je einer Zustandsgröße, während die Begrenzung der Geschwindigkeitsvorgabe (3.32n) auf die Entscheidungsgrößen wirkt. Zuletzt bleibt noch die Angabe der Anfangsbedingungen

$$\underline{x}_m(0) = \underline{x}_{m,0},\ e_\psi(0) = \psi_h(\underline{q}_{m,0}) - \psi^i_{\mathcal{P},0},\ \underline{e}_P(0) = \underline{e}_{\mathcal{P},0},\ \underline{\tau}(0) = \underline{\tau}_0. \tag{3.32r}$$

Alle Gleichungen (3.32) bilden die zu implementierenden Zusammenhänge für das OSP. Durch dessen numerische Optimierung lassen sich unter Berücksichtigung der bekannten Windbedingungen erste Lösungen des Problems 1 generieren. Dabei sind die vier Entscheidungsgrößen $\underline{u}$ und 24 Zustände (15 aus dem Referenzmodell, sechs Zustände des Pfadfehlers, zwei der Pfaddynamik und einer für die Gierwinkelvorgabe) zu berücksichtigen. Die Nebenbedingungen wirken auf die Eingänge, die Zustände und einige zusätzliche Zwischengrößen. Dieses Optimierungsproblem wird je Pfad umgesetzt und das Einstellen der Hyperparameter der Kostenfunktion ($\underline{\underline{Q}}_e$, $\underline{\underline{Q}}_\tau$, $\underline{\underline{R}}$) erfolgt in Abhängigkeit zum gewünschten Flugverhalten (z. B. eine Abwägung von Pfadgenauigkeit gegenüber Fluggeschwindigkeit), der zu berücksichtigenden Windbedingungen

und der notwendigen Robustheit in Bezug auf Abweichungen der Anfangsbedingungen, vgl. Kapitel 3.7.5.

Im Folgenden wird die innere Struktur des Referenzmodells ausgenutzt, um durch eine günstigere Wahl der Entscheidungsvariablen eine rechenzeiteffizientere Implementierung zu erreichen. Anschließend wird die Lösung des Problems 2 vorgestellt.

3.6.2 Optimalsteuerung mit Strukturausnutzung

Aufgrund der komplexen Gleichungsstrukturen ist die im vorherigen Abschnitt dargestellte Optimierung aufwendig zu berechnen. Insbesondere die Verwendung der Lagedarstellung durch Quaternionen erfordert eine hohe Abtastrate der Integrationen bei der Transkription der Optimierung. Um den Rechenaufwand zu reduzieren, kommt die in Kapitel 2.6.2 beschriebene flachheitsbasierte Inversion innerer Systemkomponenten zum Einsatz. Dadurch ergeben sich neue Entscheidungsgrößen für die Pfadfolgeoptimierung. Durch diese Transformation ist der zusätzliche Schritt erforderlich, die ursprünglichen Regelungsvorgaben zu bestimmen, die nun nicht mehr direkt im OSP auftauchen. Aus diesem Grund werden im Folgenden, zwei Eigenschaften nachgewiesen: zunächst die Flachheit innerer Systemkomponenten und im Anschluss die Möglichkeit, die notwendigen Regelungsvorgaben zu rekonstruieren. Im Anschluss wird das modifizierte OSP dargestellt. Das Konzept wurde bereits von Dauer et al. (2017), jedoch mit geringerer formaler Rigorosität.

Flachheit innerer Komponenten des Referenzmodells

Nachfolgend wird untersucht, bis zu welcher Schicht der Regelungskaskade die Schub- und Lagekomponenten differentiell flach sind, wenn Sättigungen und Leistungsgrenzen eingehalten werden. Da diese Sättigungen über Nebenbedingungen in der Pfadfolgeoptimierung sichergestellt werden, ist diese Annahme gerechtfertigt. Betrachtet wird das folgende, aus (3.32) entnommene innerste System für Schub- und Lage

$$\ddot{T}_m(t) = -2\zeta_e \omega_e \dot{T}_m(t) - \omega_e^2 T_m(t) + \omega_e^2 T_c(t), \tag{3.33a}$$

$$\underline{\ddot{\omega}}_m(t) = \underline{\underline{A}}_{m,i} \begin{pmatrix} \underline{\omega}_m(t) \\ \underline{\dot{\omega}}_m(t) \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{m,i} \underline{\omega}(t). \tag{3.33b}$$

Die Eingänge der Systemkomponenten sind die Vorgabe der Schubbeschleunigung $T_c \in \mathbb{R}$ sowie der Differenzwinkel $\underline{\omega} \in \mathbb{R}^3$. Bei Hinzunehmen der Lage $\underline{q}_m \in \mathbb{H}_1$, werden die

Lagevorgabe $\underline{q}_c$ und die vektoriellen Schubbeschleunigung $\underline{u}_o$ zu den Führungsgrößen

$$\dot{\underline{q}}_m(t) = \frac{1}{2}\underline{q}_m(t) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{\omega}_m(t) \end{pmatrix} \tag{3.34a}$$

$$T_c(t) = \frac{\underline{I}_3^{3T}\underline{u}_o(t)}{\cos(\theta_m(t) - \theta_T)\cos(\phi_m(t) - \phi_T)} \tag{3.34b}$$

$$\underline{\omega} = \left(\frac{1}{\|\underline{u}_o(t)\|_2}\underline{u}_o(t) \oslash \underline{q}_c(t)\right) \ominus \underline{q}_m(t). \tag{3.34c}$$

Für diese inneren Komponenten kann Flachheit nachgewiesen werden, wodurch sich Rechenzeitvorteile für die Pfadfolgeoptimierung ergeben.

Lemma 1: Flachheit innerer Komponenten des Referenzmodells

Gegeben sei das System von GDL (3.33) und (3.34) . Werden die Einstellparameter derart gewählt, dass $\underline{\underline{B}}_{m,i}$ invertierbar und $\omega_e \neq 0$ ist, so gilt:

i) Die Gleichungen (3.33) sind differentiell flach mit dem Ausgang $\underline{y}_\omega := (\underline{\omega}_m^T, T_m)^T \in \mathbb{R}^4$.

ii) Ausgangskandidaten wie $\underline{y}_q := (\Im \underline{q}_m^T, T_m)^T \in \mathbb{R}^4$ sind keine flachen Ausgänge für das erweiterte System (3.33) und (3.34).

Beweis Gemäß Hintergrund 2 der Flachheit ist eine notwendige Bedingung, dass alle Komponenten des flachen Ausgangs differentiell unabhängig sind. Eine notwendige Bedingung ist, dass der Systemeingang und der flache Ausgang die gleiche Dimension haben, siehe Rothfuß et al. (1997). Es ist hinreichend, wenn alle Systemeingänge und Zustände aus dem flachen Ausgang und seinen Ableitungen berechenbar sind.

Beide Eigenschaften gelten trivialerweise für den Fall i des Lemmas, da (3.33) per Auslegung stabile, steuerbare, minimalphasige LTI-Systeme in Byrnes-Isidori-Normalform sind und die Ableitungen des flachen Ausgangs $\underline{y}_\omega$ die Zustände direkt aufspannen. Wird die Matrix der Einstellwinkel $\underline{\underline{B}}_{m,i}$ invertierbar vorgegeben, so lässt sich der Eingang algebraisch aus dem flachen Ausgang bestimmten, denn aus (3.9) folgt für die Differenzwinkel

$$\underline{\omega}(t) = \underline{\underline{B}}_{m,i}^{-1}\left(\ddot{\underline{\omega}}_m(t) - \underline{\underline{A}}_{m,i}\begin{pmatrix} \underline{\omega}_m(t) \\ \dot{\underline{\omega}}_m(t) \end{pmatrix}\right). \tag{3.35}$$

Für den Fall ii des Lemmas sind zusätzliche Überlegungen erforderlich. Die notwendigen Bedingungen sind erfüllt. Die Vorgabe der inneren Referenzmodellkomponenten besteht

aus der Schubbeschleunigung $\underline{u}_o \in \mathbb{R}^3$ und der Lage $\underline{q}_c \in \mathbb{R}^4$. Bei der Einführung der Lagevorgabe wurde bereits darauf eingegangen, dass aufgrund des Schubrichtungserhalts nur ein Freiheitsgrad dieses Quaternions wirksam wird (siehe (3.21) und Abbildung 3.3). Die Eingänge enthalten also zusammen vier unabhängige Größen, was der Dimension des flachen Ausgangs entspricht.

Um die hinreichende Bedingung nachzuweisen, werden zunächst die Zustände und anschließend die Eingänge algebraisch aus dem flachen Ausgang ausgedrückt. Der Vektorteil $\mathfrak{I}\underline{q}_m$ der Lage ist Teil des Kandidaten des flachen Ausgangs. Der noch fehlende Realteil von $\underline{q}_m$ ergibt sich aus der Einheitslänge des Quaternions

$$\Re\underline{q}_m = \sqrt{1 - \mathfrak{I}\underline{q}_m \cdot \mathfrak{I}\underline{q}_m}. \tag{3.36}$$

Durch Umstellen von (3.34a) ergibt sich ein Zusammenhang zu den körperfesten Drehraten

$$\begin{aligned}\underline{\omega}(t) =& 2\mathfrak{I}\left(\bar{\underline{q}}_m(t) \otimes \dot{\underline{q}}_m(t)\right) \\ =& 2\mathfrak{I}\left(\begin{pmatrix}\sqrt{1 - \mathfrak{I}\underline{q}_m(t) \cdot \mathfrak{I}\underline{q}_m(t)} \\ -\mathfrak{I}\underline{q}_m(t)\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}\mathfrak{I}\dot{\underline{q}}_m(t) \cdot \mathfrak{I}\underline{q}_m(t) / \sqrt{1 - \mathfrak{I}\underline{q}_m(t) \cdot \mathfrak{I}\underline{q}_m(t)} \\ \mathfrak{I}\dot{\underline{q}}_m(t)\end{pmatrix}\right).\end{aligned} \tag{3.37}$$

So kann der erste Kandidat des flachen Ausgangs $\underline{y}_\omega$ zwar algebraisch durch den zweiten Kandidaten $\underline{y}_q$ ausgedrückt werden, aber nur, wenn der Vektorteil $\mathfrak{I}\underline{q}_m$ einen Betrag von eins vermeidet. Dieser Fall ist allerdings unausweichlich, da er bei allen Drehungen mit einem Drehwinkel von 180 ° auftritt.[17] Analoge Singularitäten existieren auch bei jeder alternativen Auswahl von drei der vier Elemente des Lagequaternions. Somit stellt die Verwendung von Teilen der Lage keinen flachen Ausgang dar; auch der maximale Umfang der Komponenten für den flachen Ausgang ist mit $\underline{y}_\omega$ bestimmt.[18] ■

Mithilfe dieser Überlegungen können neue Entscheidungsgrößen verwendet werden, die im Sinne der inversionsbasierten Vorsteuerung auch als Pseudosteuergrößen bezeichnet werden. Sie bestehen aus den höchsten auftretenden Ableitungen des flachen Ausgangs

$$\underline{v}_\omega(t) \coloneqq \ddot{\underline{\omega}}_m(t), \quad v_T(t) \coloneqq \ddot{T}_m(t). \tag{3.38}$$

[17] Dieser Fall entsteht auch bei einem Gierwinkel von $\psi = 180°$, also bei gewöhnlichen Flugbewegungen.

[18] Für zukünftigen Arbeiten können sich alternative dreidimensionale Lagerepräsentationen anbieten, wie beispielsweise Eulerwinkel oder Rodrigues-Vektoren. Allerdings haben diese Repräsentationen den Nachteil, dass sie in Quaternionen, Drehmatrizen oder Winkel-Einheitsvektor-Paare konvertiert werden müssen, um eine Drehung numerisch zu realisieren. Es wäre zu untersuchen, welcher Aspekt numerisch stärker ins Gewicht fällt: die ursprünglich komplexere Dynamik bei der Integration oder die Konvertierung der Drehrepräsentationen. Zudem müssen die Singularitäten dieser Repräsentationen berücksichtigt werden.

Eine Integration über die Zeit liefert konsistente Verläufe der flachen Ausgänge und ihrer Ableitungen, sodass alle Systemgrößen aus diesen Zeitverläufen bestimmt werden können. Auf diese Weise werden komplexere Systemgleichungen durch einfache Integratorketten ersetzt. Da der zweite Kandidat $\underline{y}_q$ jedoch kein flacher Ausgang für das komplette Lagerreferenzmodell ist, ist damit auch der maximale relative Grad bestimmt, der in der Implementierung für diesen Hubschrauber durch einfache Integratoren ersetzt werden kann. Eine weitere positive Eigenschaft, die sich aus der Synthese des Drehraten- und Schubreferenzmodells ergibt, ist, dass die Zustände physikalisch interpretierbar sind, da sie den Ableitungen der flachen Ausgänge entsprechen (Drehraten- und Schubbeschleunigungen sowie deren Ableitungen).

Eine Erhöhung des relativen Grads der Integratoren durch Verwendung von $\underline{y}_q$ ist mit der hier eingeführten flachheitsbasierten Motivation nicht möglich. Wird hingegen das vollständige Quaternion in die Integratorkette eingefügt, so verschwindet die oben genannte Singularität. Dem stehen jedoch mehrere Nachteile gegenüber:

1. Durch das Hinzufügen einer weiteren Größe werden auch alle ihre Ableitungen hinzugefügt, wodurch sich die Anzahl der Zustände über die des Referenzmodells erhöht.

2. Da sich die Freiheitsgrade nicht ändert, muss eine zusätzliche Nebenbedingung eingeführt werden. Diese Beschränkung ergibt sich aus der Begrenzung der Quaternionen auf Einheitslänge für die Lagendarstellung, also $\|\underline{q}_m\| = 1$.

3. Die Zustände der Integratorkette sind dann Ableitungen der Elemente des Lagequaternions $\underline{q}_m$, welche für sich keine physikalische Bedeutung haben. Die eigentlichen Zustände des Referenzmodells gehen somit verloren und müssen über algebraische Beziehungen bestimmt werden, um die Kopplungen zum äußeren Referenzmodell berechnen zu können.

Diese drei Punkte wirken sich negativ auf die benötigte Rechenzeit der Pfadfolgeoptimierung aus. Aus diesem Grund wird dieses Vorgehen nicht weiter verfolgt.

Die äußeren Kaskaden – quaternionenbasierte Lage und Geschwindigkeiten – sind, wie gezeigt, nicht differentiell flach. Daher muss nachgewiesen werden, wie die ursprüngliche Aufgabe der Berechnung geeigneter Vorgabetrajektorien trotz Neuzuweisung der Entscheidungsgrößen möglich ist.

Theorem 1: Vollständige Rekonstruierbarkeit

Gegeben seien die GDL der inneren Referenzmodellkomponenten (3.33) und (3.34). Werden die Einstellparameter so gewählt, dass $\underline{\underline{B}}_{m,i}$ und $\underline{\underline{A}}_{m,o}$ invertierbar sind und $\omega_e \neq 0$, so können mithilfe des flachen Ausgangs $\underline{y}_\omega$ aus Lemma 1 folgende Eigenschaften nachgewiesen werden:

i) Algebraische Berechenbarkeit: Alle Zustände der Komponenten des inneren Referenzmodells $\underline{\xi}_{m,i} = (\underline{\omega}_m^T, \dot{\underline{\omega}}_m, T_m, \dot{T}_m)^T$ sowie deren Vorgaben $\underline{\omega}$ und T_c sind aus $\underline{y}_q$ und dessen Ableitungen algebraisch berechenbar.

ii) Simulierbarkeit von Lage und Translation: Die Einführung der Pseudosteuergrößen $\underline{v}_\omega := \ddot{\underline{\omega}}_m \in \mathbb{R}^3$ und $v_T := \ddot{T}_m \in \mathbb{R}$ erlaubt es, das gesamte Referenzmodell vollständig zu simulieren und konsistente Verläufe aller Zustände $\underline{\xi}_m$ im Sinne des ursprünglichen Referenzmodells zu generieren. Aus den Zuständen $\underline{\xi}_m = (\underline{\dot{y}}_\omega^T, \underline{y}_\omega^T, \underline{q}_m^T, \underline{V}_m^T)^T$ können die zeitlichen Verläufe der Reglereingänge eindeutig rekonstruiert werden:

$$\underline{u}_q(t) = \underline{\psi}_1(\underline{\dot{y}}_\omega(t), \underline{y}_\omega(t), \underline{q}_m(t), \underline{V}_m(t), \underline{v}_\omega(t)) \in \mathbb{R}^4 \tag{3.39a}$$

$$\underline{u}_V(t) = \underline{\psi}_2(\underline{\dot{y}}_\omega(t), \underline{y}_\omega(t), \underline{q}_m(t), \underline{V}_m(t), v_T(t)) \in \mathbb{R}^3 \tag{3.39b}$$

Beweis Aus den Verläufen der neuen Eingänge müssen alle übrigen Systemgrößen, insbesondere die ursprünglichen Regelungsvorgaben $\underline{u}_c$, berechnet werden. Durch die Wahl der Entscheidungsvariablen sind deren Verläufe ($\underline{v}_\omega = \ddot{\underline{\omega}}_m$, $v_T = \ddot{T}_m$) und durch Integration die Zustände ($\dot{\underline{\omega}}_m, \underline{\omega}_m, \dot{T}_m, T_m$) bekannt. Aus dem ursprünglichen Optimierungsproblem bleiben die Gleichungen (3.32e) und (3.32f)

$$\dot{\underline{q}}_m(t) = \frac{1}{2}\underline{q}_m(t) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{\omega}_m(t) \end{pmatrix},$$

$$\dot{\underline{V}}_m(t) = \underline{g} + \overline{\mathfrak{D}}\left(T_m(t)\vec{T}_b + \underline{\underline{A}}_{p,o}\, \mathfrak{D}\left(\underline{V}_m(t) - \hat{\underline{V}}_W\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{p,oi}\tilde{\underline{\xi}}_{m,i}(t) \right),$$

die nicht mittels Inversion auf Integratorketten zurückgeführt werden können. Diese Gleichungen müssen durch Integration numerisch gelöst werden. Auf der rechten Seite der Gleichungen ist von $\tilde{\underline{\xi}}_{m,i} = (\underline{\omega}_m, \dot{\underline{\omega}}_m, \bar{\delta}_{ped} - \bar{\delta}_{ped,T})^T$ nur der nach (3.27) eingeführte Heckrotationsanteil noch nicht vollständig bestimmt. Da die Parametermatrizen der einzelnen Zeilen zur Berechnung des Aktuatorausschlags aus dem Vorsteuermodell (3.4)

sehr dünn besetzt sind und die Gierrate nicht vom Zustand des translatorischen Modells abhängt, kann der Aktuatorausschlag direkt aus (3.5) berechnet werden. Wird das Element der Vorsteuerungsmatrix $\underline{\underline{F}}_j$ in Zeile k und Spalte l mit $f^j_{k,l}$ bezeichnet, so besteht für den Heckrotor mit der körperfesten Gierrate $r = \underline{\omega}_3$ ein einfacher Zusammenhang

$$\delta_{ped}(t) = \bar{\delta}_{ped}(t) - \bar{\delta}_{ped,T} = f^v_{3,1}\dot{r}(t) - f^I_{3,3}r(t). \tag{3.40}$$

An dieser Stelle sind alle Zustände bestimmt, sofern eine konsistente Anfangsbedingung für die Integration gegeben ist. Durch Integration der Ableitungen der flachen Ausgänge der inneren Referenzmodellkomponenten sowie der rechten Seite der Systemgleichungen für Lage und Geschwindigkeit kann ein konsistenter Verlauf erzeugt werden. Somit bleibt die Rekonstruierbarkeit der Reglereingänge $\underline{u}_V$ und $\underline{u}_q$ als einziger notwendiger Schritt für den Beweis. Die folgenden Betrachtungen beschreiben den Signalfluss der Abbildung 3.7 von den Zuständen rechts bis zu den Reglereingängen links sowie von innen nach außen.

Zusammen mit dem bekannten Verlauf der Referenzlage $\underline{q}_m$ kann ein Eingangsquaternion $\underline{q}_{c,q}$ berechnet werden, das die gewünschte Referenzlage und Drehraten erzeugt (siehe Abbildung 3.7 zur Verortung von $\underline{q}_{c,q}$ im Referenzmodell)

$$\begin{aligned}\underline{q}_{c,q}(t) &= \underline{\omega}(t) \oplus \underline{q}_m(t) = \underline{\underline{B}}^{-1}_{m,i}\left(\underline{v}_\omega(t) - \underline{\underline{A}}_{m,i}\begin{pmatrix}\underline{\omega}_m(t)\\ \dot{\underline{\omega}}_m(t)\end{pmatrix}\right) \oplus \underline{q}_m(t)\\ &=: \underline{\psi}_1(\dot{\underline{y}}_\omega(t), \underline{y}_\omega(t), \underline{q}_m(t), \underline{V}_m(t), \underline{v}_\omega(t)).\end{aligned} \tag{3.41}$$

Die externe Lagevorgabe des Reglers $\underline{u}_q$ wird über den in der Definition 3 eingeführten Operator $\oslash$ mit dem Eingang des Lagereferenzmodells gekoppelt. Der Operator ist jedoch so angelegt, dass er ein Quaternion $\underline{q}_{c,q}$ auf sich selbst zurückwirft, sofern dieses die für die translatorische Bewegung erforderliche Schubrichtung $\vec{T}_g$ nicht verfälscht (Neutralelement), d. h.

$$\underline{q}_{c,q}(t) = \vec{T}_g(t) \oslash \underline{q}_{c,q}(t), \text{ falls } \vec{T}_g = \mathfrak{D}_c\left(\vec{T}_b\right). \tag{3.42}$$

Eine Invertierung des Operators ist daher in diesem Fall nicht erforderlich, sodass der externe Reglereingang ohne Verlust der Allgemeinheit auf $\underline{u}_q := \underline{q}_{c,q}$ gesetzt werden kann.

Für den translatorischen Teil des Referenzmodells wird die Schubreferenz (3.7) auf T_c umgestellt. Mit den aus der Referenzlage $\underline{q}_m$ berechneten Roll- und Nickwinkeln gemäß (3.8) folgt

$$T_c(t) = \frac{1}{\omega_e^2}\left(v_T(t) + 2\zeta_e\omega_e\dot{T}_m(t) + \omega_e^2 T_m(t)\right). \tag{3.43}$$

Wie in Kapitel 3.4.1 gezeigt, wird der Beschleunigungsteil der Translation im oberen Teil der Abbildung 3.7 so eingeführt, dass der vertikale Schubverlauf gegenüber der horizontalen Folgegenauigkeit bevorzugt wird. In den folgenden Abschnitten gilt es, den Zusammenhang zwischen der Schubvorgabe $\underline{u}_o$ und der Priorisierung der Vertikalkomponente skaliert um die Roll- und Nicklage[19] umzukehren. Zunächst ist über die Schubvorgabe aus (3.34b) der Zusammenhang zum dritten Element von $\underline{u}_o$ gegeben. Weiterhin ist die Richtung der Vorgabe

$$\underline{I}_3^{3T}\,\underline{u}_o(t) = \|\underline{u}_o(t)\|_2 \left(\underline{I}_3^{3T}\,\vec{u}_o(t)\right) \quad \text{mit} \quad \vec{u}_o(t) = \overline{\mathfrak{D}}_{c,q}\left(\vec{T}_b\right) \tag{3.44}$$

durch die bereits bestimmte Lagevorgabe $\underline{q}_{c,q}$ bekannt. Der rechte Teil der Gleichung erfüllt gleichzeitig die Forderung aus (3.42). Durch eine geometrische Überlegung mittels Strahlensatz kann der gesuchte Vektor $\underline{u}_o$ bestimmt werden, denn

$$\frac{\underline{I}_3^{3T}\,\underline{u}_o}{\|\underline{u}_o(t)\|_2} = \frac{\underline{I}_3^{3T}\,\vec{u}_o}{1}. \tag{3.45}$$

Die notwendige Schubvorgabe $\underline{u}_o$ kann aus den bisher bekannten Zustandsverläufen mit (3.8) bestimmt werden

$$\begin{aligned} \underline{u}_o(t) = \|\underline{u}_o(t)\|_2 \vec{u}_o(t) &= \frac{\underline{I}_3^{3T}\,\underline{u}_o(t)}{\left(\underline{I}_3^{3T}\,\overline{\mathfrak{D}}_{c,q}\left(\vec{T}_b\right)\right)}\,\overline{\mathfrak{D}}_{c,q}\left(\vec{T}_b\right) \\ &= \frac{T_c(t)\cos(\theta_m(t)-\theta_T)\cos(\phi_m(t)-\phi_T)}{\left(\underline{I}_3^{3T}\,\overline{\mathfrak{D}}_{c,q}\left(\vec{T}_b\right)\right)}\,\overline{\mathfrak{D}}_{c,q}\left(\vec{T}_b\right), \end{aligned} \tag{3.46}$$

wobei sich die Roll- und Nickwinkel aus der Referenzlage $\underline{q}_m$ bestimmen lassen. Die hier auftretende Singularität für den Fall eines Nullelements im geodätischen Schubvektor ist dieselbe Singularität, die bereits aufgrund der Einschränkungen der Flugmanöver in Kapitel 3.5 operationell ausgeschlossen wurde. Diese Überlegungen sind der letzte noch fehlende Schlüssel zur Rekonstruktion passender Geschwindigkeitsvorgaben $\underline{u}_V$ für den Regler. Ist die Referenzmodellmatrix $\underline{\underline{A}}_{m,o}$ invertierbar, so lässt sich mithilfe von $\underline{v}_{fb} = 0$, d. h. $\underline{v}_o = \underline{v}_{o,m} = \underline{\underline{A}}_{m,o}(\underline{u}_V - \underline{V}_m)$, und durch Gleichsetzen sowie Umstellen mit

[19] Vergleiche Kapitel 3.4.1.

und von (3.28) das Geschwindigkeitskommando bestimmen:

$$\begin{aligned}\underline{u}_V(t) =& \underline{V}_m^{-1} \Bigg(\cos(\theta_m(t) - \theta_T) \cos(\phi_m(t) - \phi_T) \cdot \ldots \\ & \frac{v_T(t) + 2\zeta_e \omega_e \dot{T}_m(t) + \omega_e^2 T_m(t)}{\omega_e^2 \left(\underline{I}_3^{3T} \, \overline{\mathfrak{D}}_{c,q} \left(\vec{T}_b \right) \right)} \, \overline{\mathfrak{D}}_{c,q} \left(\vec{T}_b \right) + \underline{g} + \ldots \\ & \overline{\mathfrak{D}}_m \left(\underline{\underline{A}}_{p,o} \, \mathfrak{D}_m \left(\underline{V}_m(t) - \hat{\underline{V}}_W \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{p,oi} \tilde{\underline{\xi}}_{m,i}(t) \right) \Bigg) \\ =:& \underline{\psi}_2 (\dot{\underline{y}}_\omega(t), \underline{y}_\omega(t), \underline{q}_m(t), \underline{V}_m(t), v_T(t))\end{aligned} \tag{3.47}$$

■

Die dargestellten Zusammenhänge der konkreten Regelungsimplementierung zeigen einen Weg zur Vereinfachung der Trajektorienoptimierung komplexer dynamischer Systeme. Verallgemeinert lässt sich daraus ein Entwurfskriterium für Referenzmodelle ableiten. Es gilt, differentiell flache Komponenten im Referenzmodell zu identifizieren oder durch näherungsbedingte Verlagerung in die Rückführung zu verschieben, um Rechenzeitvorteile für die Bestimmung von Führungsgrößen zu erreichen. Diese Verallgemeinerung und die Ableitung eines Designkriteriums sind in anschließenden Arbeiten zu untersuchen.

Hinweise Für die Reproduzierbarkeit und Verallgemeinerung der Ergebnisse der Arbeit sollen folgende drei Anmerkungen nicht unerwähnt bleiben:

- **Numerik**: Die Verwendung von Integratorketten hat auch einen numerischen Nachteil gegenüber den ursprünglichen Gleichungen. Da die Integratorketten instabil sind, wirken sich kleine Variationen der Eingangsgrößen und der Güte der Integration stärker aus als bei der Simulation einer stabilen Dynamik. Die in der dynamischen Optimierung verwendeten Integrationsverfahren müssen daher sorgfältig auf die in der Flugregelung eingesetzten Verfahren abgestimmt werden.
- **Komplexität**: Wenn auch für diesen Hubschrauber nicht relevant, ist bei einer Generalisierung dieses Vorgehens zu beachten, dass eine Reduktion der Gleichungskomplexität der Systemgleichungen zu einer Erhöhung die der Nebenbedingungen führen kann.
- **Unteraktuiertheit**: Der hier dargestellte Zusammenhang spiegelt die Unteraktuiertheit des Hubschraubers wider, indem die vier aktuierten Freiheitsgrade – Rotation und Vertikalbewegung – direkt als Entscheidungsgrößen der Optimierung verwendet werden. Diese Betrachtungen vereinen somit mehrere günstige Zusammenhänge für die Anwendung der Eingangstransformation.

Umformulierung des Optimierungsproblems mit neuen Entscheidungsgrößen

Wie im vorangegangenen Abschnitt dargestellt, können die Entscheidungsgrößen für die Optimierung der Pfadfolge durch Ausnutzung der Flachheit innerer Modellkomponenten verändert werden. Die ursprünglichen Regelungsvorgaben werden durch Simulation der äußeren Modelle und der gezeigten algebraischen Zusammenhänge berechnet. Auf dieser Grundlage wird im Folgenden das OSP neu formuliert. Die Entscheidungsgrößen $\underline{u}$ sind neu und die Zustände unverändert:

$$\underline{u} \coloneqq (\underline{v}_\omega^T, v_T, u_\mathcal{P})^T \in \mathbb{R}^5$$
$$\underline{x}_m \coloneqq (\dot{T}_m, T_m, \underline{\dot{\omega}}_m^T, \underline{\omega}_m^T, \underline{q}_m^T, \underline{V}_m^T)^T \in \mathbb{R}^{15}$$

Somit ergibt sich ein OSP der folgenden Form:

$$\underset{\underline{u}(\cdot)}{\text{minimiere}} \int_0^{t_\mathcal{P}} \underbrace{\left\|(\underline{e}_P^T(t), \dot{\underline{e}}_P^T(t), e_\psi(t))\right\|_{\underline{\underline{Q}}_e}^2}_{\text{Pfadabweichung}} + \underbrace{\left\|(\underline{\tau}^T(t) - \underline{\tau}_r^T(t))\right\|_{\underline{\underline{Q}}_\tau}^2}_{\text{dynamische Anforderungen}} + \underbrace{\left\|(\underline{u}^T(t), \underline{x}_m^T(t))\right\|_{\underline{\underline{R}}}^2}_{\text{Regularisierung}} dt \tag{3.48a}$$

mit den Systemgleichungen

$$\ddot{T}_m(t) = v_T(t), \tag{3.48b}$$
$$\underline{\ddot{\omega}}_m(t) = \underline{v}_\omega(t), \tag{3.48c}$$
$$\dot{\underline{q}}_m(t) = \frac{1}{2}\underline{q}_m(t) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{\omega}_m(t) \end{pmatrix}, \tag{3.48d}$$
$$\dot{\underline{V}}_m(t) = \underline{g} + \overline{\mathfrak{D}}\left(T_m(t)\vec{T}_b + \underline{\underline{A}}_{p,o}\, \mathfrak{D}\left(\underline{V}_m(t) - \underline{\hat{V}}_W\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{p,oi}\underline{\tilde{\xi}}_{m,i}(t) \right), \tag{3.48e}$$
$$\dot{\underline{\tau}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\underline{\tau}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_\mathcal{P}(t), \tag{3.48f}$$
$$\ddot{\underline{e}}_P(t) = \dot{\underline{V}}_m(t) - \frac{\partial^2 \underline{p}_\mathcal{P}}{\partial \tau^2}\dot{\tau}^2(t) - \frac{\partial \underline{p}_\mathcal{P}}{\partial \tau} u_\mathcal{P}(t), \tag{3.48g}$$
$$\dot{e}_\psi(t) = \dot{\psi}_h(\underline{q}_m(t), \dot{\underline{q}}_m(t)) - \dot{\psi}_\mathcal{P}(\tau(t), \dot{\tau}(t)). \tag{3.48h}$$

Im Vergleich zu dem zuvor notierten OSP aus (3.32) haben die Systemgleichungen deutlich an Komplexität verloren. Die Nebenbedingungen der Regelungsvorgaben, also die ursprünglichen Entscheidungsgrößen, bleiben jedoch erhalten. Dabei ist zu beachten, dass die Grenzen bisher auf Entscheidungsvariablen angewendet wurden, in dieser Formulierung aber auf die künstlichen Systemausgänge wirken

$$\underline{\delta}(t) = \underline{\underline{F}}\begin{pmatrix} v_T(t) \\ \underline{v}_\omega(t) \\ \underline{x}_m(t) \end{pmatrix} \tag{3.48i}$$

$$\underline{v}_o(t) = \underline{\underline{A}}_{m,o} \left(\underline{u}_V(t) - \underline{V}_m(t) \right), \text{ mit} \tag{3.48j}$$

$$\underline{u}_V(t) = \underline{\psi}_2(\underline{\dot{y}}_\omega(t), \underline{y}_\omega(t), \underline{q}_m(t), \underline{V}_m(t), v_T(t)). \tag{3.48k}$$

Wie zuvor lassen sich die Begrenzungen elementweise angeben

$$\delta_{j,min} \leq \delta_{p,j} \leq \delta_{j,max}, \quad j \in \{\text{lat,lon,ped,col}\}, \tag{3.48l}$$

$$v_{o,k,min} \leq v_{o,k} \leq v_{o,k,max}, \quad k \in \{1,\ldots,3\}, \tag{3.48m}$$

$$u_{V,l,min} \leq u_{V,l} \leq u_{V,l,max}, \quad l \in \{1,\ldots,3\}, \tag{3.48n}$$

$$\dot{T}_{m,min} \leq \dot{T}_m \leq \dot{T}_{m,max}, \tag{3.48o}$$

$$T_{c,max} \leq T_c \leq T_{c,max}, \tag{3.48p}$$

$$\dot{\tau} \geq 0. \tag{3.48q}$$

Bei den Grenzen der Aktuatoren (3.48l), der Beschleunigungen (3.48m) sowie der Schub- (3.48p) und Geschwindigkeitsvorgabe (3.48n) handelt es sich um Nebenbedingungen mit (künstlichen) Systemausgängen. Die Begrenzung der Schubableitung (3.48o) und Vorwärtsbewegung (3.48q) sind Nebenbedingungen mit Bezug auf Zustandsgrößen. In dieser Formulierung werden die Entscheidungsgrößen nicht begrenzt. Die Anfangsbedingungen sind identisch zum vorherigen Abschnitt

$$\underline{x}_m(0) = \underline{x}_{m,0}, \; e_\psi(0) = \psi_h(\underline{q}_{m,0}) - \psi^i_{\mathcal{P},0}, \; \underline{e}_P(0) = \underline{e}_{\mathcal{P},0}, \; \underline{\tau}(0) = \underline{\tau}_0. \tag{3.48r}$$

Wie in Kapitel 3.7.5 gezeigt werden wird, birgt die Umformulierung des Optimierungsproblems erhebliche Potenziale zur Reduzierung der Rechenzeit. Gleichzeitig ist zu beachten, dass die Anfangsvermutung dieses Optimierungsproblems, bei der die Zeitverläufe der Entscheidungsvariablen benötigt werden, aufwendiger zu bestimmen ist. In dieser Arbeit wird für beide Varianten der getrimmte Schwebeflug über den gesamten ersten Optimierungshorizont verwendet, was eine Anfangsvermutung ist, die für beide Varianten einfach angegeben werden kann. Soll das Generieren der Anfangsvermutungen weiterentwickelt werden, müssen für das ursprüngliche Optimierungsproblem Zeitverläufe für die Reglereingänge $\underline{u}_V(\cdot)$ und $u_\psi(\cdot)$ generiert werden, während für die modifizierte Variante Zeitverläufe für die inneren Größen $\underline{v}_\omega(\cdot)$ und $v_T(\cdot)$ benötigt werden.

3.6.3 Störungsschätzung und iterative Pfadfolgeoptimierung

Vorüberlungen zur Störungsschätzung Bisher wird das Referenzmodell des Flugreglers als Approximation der Dynamik des geschlossenen Regelkreises verwendet. Ein wesentlicher Teil der Vereinfachung, die mit der Approximation einhergeht, ist die Vernachlässigung der Rückführung durch das PCH, wie in Abbildung 3.7 dargestellt. Der

Einfluss der Rückführung, der sich erst während des Flugs ergibt, ist a priori nicht vorhersehbar. In Abschnitt 3.5 wurde diskutiert, wie sich der Einfluss des Rückführungssignals mithilfe von Vorwissen über externe Eingänge der Regelung und durch Verbesserung der Vorsteuerungsmodelle verringern lässt. Mit dieser Motivation wird in diesem Abschnitt der ILC-ähnlicher Ansatz aus Kapitel 2.6.3 umgesetzt.

Das Signal der Rückführung besteht aus einem reproduzierbaren und einem zufälligen Anteil. Während Modellunsicherheiten oder systematische Abweichungen in der Messung des stationären Winds reproduzierbar sind, treten Böen und Turbulenzen zufällig auf. Da der zufällige Anteil von Flug zu Flug variiert, kann er bei einer Optimierung nicht berücksichtigt werden. Mehr noch, der Einfluss dieses zufälligen Anteils muss für die Störungsschätzung weitgehend reduziert werden. Aus Perspektive des Geschwindigkeitsreferenzmodells stellt die Rückführung für das PCH einen nicht beeinflussbaren externen Eingang dar. Von null verschiedene Signalverläufe als Perturbation erzeugen Pfadablagen. Abweichungen zum Pfad treten – abgesehen von Sensorfehlern – in zwei Ausprägungen auf. Zum einen verändert die Rückführung die Referenzverläufe im Vergleich zu den im Voraus optimierten. Andererseits tritt eine Differenz zwischen den Zuständen des Referenzmodells und der Strecke, also dem Regelungsfehler, auf. Da die Rückführung durch den Regelungsfehler erzeugt wird, haben beide Ausprägungen die gleiche Ursache. Die aus Abschnitt 3.5 gewonnenen Erkenntnisse legen nahe, dass sich Anteile aus der Rückführung in die Vorsteuerung verlagern lassen, indem die Modellkenntnis von $\hat{\alpha}$ und damit die Vorsteuerung $\hat{a}$ verbessert wird.

Störungsmodell In Kapitel 2 wurde eine Störung additiv zur höchsten Ableitung der Zustände eingeführt, um Modellunsicherheiten und die Ungenauigkeiten der externen, unbeeinflussbaren Eingänge kompakt abzubilden. Im Folgenden wird sich auf den äußeren Regelkreis der Geschwindigkeit konzentriert und die inneren Lage- und Schubreferenzmodelle in Form des PCH als Aktuator betrachtet. Für den äußeren Geschwindigkeitskreis (3.27) wird von einem additiven Modellfehler $\underline{\Delta} \in \mathbb{R}^3$ ausgegangen, der sich entsprechend dem relativen Grad von eins des äußeren Kreises auf die Hubschrauberbeschleunigung bezieht. Die Schätzung des Modellfehlers wird mit $\hat{\underline{\Delta}} \in \mathbb{R}^3$ bezeichnet. Zeitlich parametrisiert[20] ergibt sich eine additive Störung gegenüber der erwarteten Streckenantwort im Referenzmodell aus (2.49). Hierbei bilden die geodätischen Geschwindigkeiten die Zustände des äußeren Modells $\underline{\xi}_{m,o} = \underline{V}_m$ bzw. $\underline{\xi}_{p,o} = \underline{V}_p$, die Windgeschwindigkeit bildet die externen Eingänge $\underline{\hat{D}} = \underline{\hat{V}}_W$ und die Schubbeschleunigung $\underline{u}_o$ stellt den Streckeneingang dar.[21] Mit anderen Worten, es wird eine

[20] Im Gegensatz zur Parametrisierung entlang des Pfads, siehe unten.
[21] Unter der Annahme stationärer Windbedingungen.

Beschleunigungsstörung geschätzt, die auf das Beschleunigungsmodell des Hubschraubers wirkt, wobei das Lage- und Schubreferenzmodell als Aktuatordynamik aufgefasst werden

$$\underline{\hat{\Delta}}(t) = \underbrace{\underline{\hat{v}}_o(t)}_{\substack{\text{Beschleunigung des} \\ \text{Referenzmodells}}} \underbrace{- \underline{\hat{\alpha}}_o(\underline{V}_p(t), \underline{u}_o(t), \underline{\hat{V}}_W(t))}_{\substack{\text{Beschleunigung} \\ \text{der Strecke}}} \underbrace{- \underline{v}_{fb}(t)}_{\substack{\text{Rückführung} \\ \text{des Regelungsfehlers}}} \underbrace{- \dot{\underline{e}}_v(t).}_{\substack{\text{Ableitung des Ge-} \\ \text{schwindigkeitsfehlers}}} \tag{3.49}$$

In Kapitel 2.6.3 wurden zwei Herausforderungen angekündigt. Die erste ist die Bestimmung des Aktuatorausgangs. In diesem Fall entspricht der Aktuator der geodätischen Schubbeschleunigung in Richtung und Betrag. Ein erhebliches Maß an Vibrationen am verwendeten Hubschrauber sowie die kostengünstige und frühe Generation MEMS-basierter Inertialsensoren verhindern die direkte Verwendung der Beschleunigungsmessungen. Die Lageschätzung ist hingegen von ausreichender Qualität. Unter der Annahme einer konstanten, körperfesten Schubrichtung ist auch die geodätische Ausrichtung bestimmbar, jedoch ist der Betrag weiterhin nicht bekannt.

Um den Betrag abzuschätzen, wird eine Näherung aus folgender Motivation heraus entwickelt. Sowohl der erwartete Beschleunigungsanteil im Referenzmodell $\underline{\hat{v}}_o$ als auch die modellbasierte Streckenantwort $\underline{\hat{\alpha}}_o$ werden durch (3.27) bestimmt, einmal mit den Aktuatorschätzungen und Zuständen aus dem Referenzmodell und einmal mit den Streckenzuständen und tatsächlichen Aktuatorgrößen. Für die Differenz der beiden Terme wird folgende Näherung eingeführt

$$\begin{aligned}
\underline{\hat{v}}_o(t) - \underline{\hat{\alpha}}_o(\underline{V}_p(t), \underline{u}_o(t), \underline{\hat{V}}_W(t)) &= \underline{\hat{u}}_o(t) + \overline{\mathfrak{D}}_m \left(\underline{\underline{A}}_{p,o}\, \mathfrak{D}_m \left(\underline{V}_m(t) - \underline{\hat{V}}_W(t) \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{p,oi} \underline{\tilde{\xi}}_{m,i}(t) \right) \\
&\quad - \underline{u}_o(t) - \overline{\mathfrak{D}}_p \left(\underline{\underline{A}}_{p,o}\, \mathfrak{D}_p \left(\underline{V}_g(t) - \underline{\hat{V}}_W(t) \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{p,oi} \underline{\tilde{\xi}}_{p,i}(t) \right) \\
&\approx \underline{\hat{u}}_o(t) - \underline{u}_o(t) = \mathfrak{D}_m \left(\underline{T}_m(t) \right) - \mathfrak{D}_p \left(\underline{\underline{B}}_{p,o} (\delta_{col,ff} + \delta_{col,fb}) \right).
\end{aligned}$$

Es wird also davon ausgegangen, dass die Differenz zwischen den erwarteten und den tatsächlichen Beschleunigungen, durch die Unterschiede in der Schubbeschleunigung dominiert wird. Hintergrund der Überlegung ist, dass der Schub für die Kompensation der Erdschwerebeschleunigung und die gewünschte Translation deutlich größer sind als die Unterschiede der Kopplungsterme. Wie im letzten Schritt der Gleichung zu sehen ist, werden die Effekte der Neigungsunterschiede des Schubvektors durch den Regelungsfehler der Lage und die Schublängenvariation durch das Rückkopplungssignal des Kollektivs $\delta_{col,fb}$ eingefangen. Ein Detail der Betrachtung ist die Modellierung

der Schubbeschleunigung im Vergleich zur physikalisch auftretenden Beschleunigung. Keine dieser Größen entspricht notwendigerweise der tatsächlich durch den Hauptrotorschub erzeugten Beschleunigung. Vielmehr werden die Unterschiede mithilfe von Komponenten des Hubschraubermodells verglichen und eine Differenz abgeschätzt, die Teil der Störungsschätzung ist. Für diese Schätzung bleibt somit der angenäherte und deutlich einfachere Zusammenhang

$$\hat{\underline{\Delta}}(t) \approx \mathfrak{D}_m\left(\underline{T}_m(t)\right) - \mathfrak{D}_p\left(\underline{\underline{B}}_{p,o}(\delta_{col,ff} + \delta_{col,fb})\right) - \underline{v}_{fb}(t) - \dot{\underline{e}}_v(t). \tag{3.50}$$

Somit ist die erste von zwei Herausforderung näherungsweise gelöst. Es verbleibt die Schätzung der Ableitung der Geschwindigkeitsfehler. Für diesen Anwendungsfall unter verrauschten Signalbedingungen bietet sich ein Kalman-Filter (KF) an, da er die Modellierung und Berücksichtigung von Mess- und Prozessrauschen ermöglicht. Im Messmodell des KF wird ausschließlich auf Geschwindigkeitsmessungen zurückgegriffen, sodass sich ein vergleichsweise einfacher, linearer und differenzierender Schätzer ergibt.

Die im Referenzmodell berechnete Beschleunigung $\hat{\underline{v}}_o - \underline{v}_{fb}$ kann während eines Flugs aufgezeichnet und als Eingang $\underline{u}_{est} = \hat{\underline{v}}_o + \underline{v}_{fb}$ des Prozessmodells aufgefasst werden. Die Zustände des Schätzers werden als Fluggeschwindigkeit in den gleichen Koordinaten wie das Referenzmodell sowie als Ableitung des Regelungsfehlers definiert, $\underline{x}_{est} = (\hat{\underline{V}}_p^T, \hat{\underline{e}}_v^T)^T \in \mathbb{R}^6$. Dadurch ergibt sich das Prozessmodell des Kalman-Filters zu

$$\dot{\underline{x}}_{est}(t) = \begin{pmatrix} \underline{\underline{0}} & -\underline{\underline{I}}^{3\times3} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} \end{pmatrix} \underline{x}_{est}(t) + \begin{pmatrix} \underline{\underline{I}}^{3\times3} \\ \underline{\underline{0}} \end{pmatrix} \underline{u}_{est}(t) + \underline{n}_x, \tag{3.51}$$

mit dem weißen, normalverteilten Prozessrauschen $\underline{n}_x \in \mathbb{R}^6$. Das Messmodell ist

$$\underline{y}_{est}(t) = \begin{pmatrix} \underline{\underline{I}}^{3\times3} & \underline{\underline{0}} \end{pmatrix} \underline{x}_{est} + \underline{n}_y, \tag{3.52}$$

mit dem weißen, normalverteilten Messrauschen $\underline{n}_y \in \mathbb{R}^3$ und $\underline{y}_{est} \in \mathbb{R}^3$ entsprechend.

Einstellen der freien Parameter Die freien Parameter des Filters, das Prozess- und Messrauschen, werden einmalig in einem Optimierungsprozess über reale Flugversuchsdaten ermittelt. Dabei kommt ein globales Optimierungsverfahren mithilfe eines derivativfreien Particle-Swarm-Optimierers in einer Implementierung nach Vaz und Vicente (2007) zum Einsatz. Die dafür notwendige Kostenfunktion stützt sich auf den Schätzfehler $\underline{e}_{est}$. Dieser Schätzfehler wird als Differenz zwischen der gemessenen Fluggeschwindigkeit und einer durch Integration ermittelten Referenzgeschwindigkeit definiert. Die Referenzgeschwindigkeit wird um die geschätzte Ableitung des Geschwindigkeitsfehlers $\dot{\underline{e}}_v$

korrigiert

$$\underline{e}_{est}(t) \coloneqq \underline{V}_p(t) - \underline{V}_p(t_0) - \int_{t_0}^{t} \underline{v}_o(t') - \underline{v}_{fb}(t') + \hat{\underline{e}}_v(t')dt'. \tag{3.53}$$

Um den Verlauf der geschätzten Störung zu glätten, wird der Kostenfunktion die Standardabweichung S hinzugefügt. Das einmalig durchzuführende Optimierungsproblem[22] lässt sich nun vollständig notieren

$$\begin{pmatrix} \underline{n}_x \\ \underline{n}_y \end{pmatrix} = \underset{\underline{n}_x, \underline{n}_y}{\arg\min} \int_0^{t_\mathcal{P}} \underline{e}_{est}^2(t') + \left(\underline{V}_p(t') - \hat{\underline{V}}_p(t')\right)^2 dt' + 10S(\hat{\underline{e}}_v(t)) \tag{3.54a}$$

mit der Nebenbedingung

$$\underline{x}_{est}(t) = \begin{pmatrix} \hat{\underline{V}}_p(t) \\ \hat{\underline{e}}_v(t) \end{pmatrix} = \mathfrak{KF}\left(\underline{V}_p(t), \hat{\underline{v}}_o(t), \underline{v}_{fb}(t), \underline{\underline{P}}_0, \underline{n}_x, \underline{n}_y\right), \tag{3.54b}$$

und den Anfangsbedingungen

$$\hat{\underline{V}}_p(t_0) = \underline{V}_p(t_0),\ \hat{\underline{e}}_v(t_0) = 0,\ \underline{\underline{P}}_0 = \underline{\underline{I}}^{6\times 6} \cdot 10^3. \tag{3.54c}$$

Der Faktor von 10 als Gewichtung zwischen Standardabweichung und Fehlerintegral wurde gewählt, um die Terme zueinander passend zu konditionieren. Ein aufwendigeres Tuning ist an dieser Stelle nicht erforderlich. Das klassische lineare Kalman-Filter wird zur kompakten Formulierung als Operator $\mathfrak{KF}$ geschrieben. Da die einzelnen Koordinaten unabhängig voneinander sind, kann die Optimierung koordinatenweise aufgeteilt werden, was sich vorteilhaft auf die Rechenzeit auswirkt. Anhand eines Flugs von ca. 30 s Dauer wird die Optimierung in der Größenordnung von wenigen Minuten durchgeführt. Auf diese Weise ergibt sich die Parametrierung des Störungsschätzers.

Iterative Störungsschätzung Die vollständige Störung, die durch das wiederholte Fliegen der Pfade geschätzt wird, ergibt sich aus der Summe der vergangenen Schätzungen. Damit entsteht nach einer Iteration i ein neuer additiver Anteil des Vorsteuerungssignals

$$\hat{\underline{\Delta}}^i(t) = \hat{\underline{\Delta}}^{i*}(t) + \mathfrak{D}_m^i\left(\underline{T}_m^i(t)\right) - \mathfrak{D}_p^i\left(\underline{\underline{B}}_{p,o}(\delta_{col,ff}^i + \delta_{col,fb}^i)\right) - \underline{v}_{fb}^i(t) - \hat{\underline{e}}_v^i(t), \tag{3.55}$$

der die Schätzung schrittweise verbessern soll.[23] Eine Anpassung der verschiedenen Iterationen zu den unterschiedlichen zeitlichen Verläufen ergibt sich im Folgenden durch die polynomiale Störungsparametrisierung entlang des Pfadparameters τ.

[22] Dieses Optimierungsproblem ist nicht mit der Pfadfolgeoptimierung zu verwechseln . Das Einstellen des KF wird einmalig durchgeführt und bleibt für alle Pfade und Experimente gleich.
[23] Für die Definition des Zählers i und der Zählweise, siehe Kapitel 2.6.3

Pfadfeste Parametrisierung Um die Störung im gleitenden Horizont der Optimierung zu berücksichtigen, wurden verschiedene Möglichkeiten in Simulationen untersucht. Als Testfall für die Entwicklung kam eine einfache Windmodellierung zum Einsatz, die lediglich den translatorischen Teil beeinflusst. Das Optimierungsergebnis bei idealer Windkenntnis diente als Referenzlösung. Anschließend wurde der Einfluss des Winds vollständig aus der Optimierung entfernt und durch das hier beschriebene iterative Verfahren ersetzt. Der Wind ist in diesem Fall eine Störung, die vollständig durch die Schätzung zu erfassen ist.

Eine Berücksichtigung der Störung als Konstante über den gleitenden Optimierungshorizont t_h (vgl. Kapitel 2.6.1) hätte den Vorteil, dass eine Onlinelösung auch während des Flugs denkbar wäre, da der zukünftige Störungstrend nicht benötigt wird. Mit einem solchen Ansatz könnte die Störungsschätzung sogar in einer Optimierung im geschlossenen Regelungskreis berücksichtigt werden. Dazu wird die Schätzung $\underline{\hat{\Delta}}((k-1)t_s)$ am Beginn des nächsten Optimierungshorizonts als Konstante über den Nachfolgenden $[kt_s, kt_s + t_h]$ angenommen. Der Verzicht auf den Störungstrend verändert das Optimierungsergebnis gegenüber der Ideallösung jedoch deutlich und führt häufig zu numerischen Problemen. Um dieser Schwierigkeit zu begegnen, wird daher im Folgenden der Trend der Störung über durch eine polynomiale Approximation berücksichtigt. Dabei hat es sich als besonders effektiv erwiesen, den Trend pfadfest über den Pfadparameter statt über die Zeit zu parametrisieren.

Die pfadfeste Repräsentation erlaubt es, die zu erwartende Entwicklung trotz Variation des Pfadtimings zwischen den Iterationen konsistent zu berücksichtigen. Zu diesem Zweck wird jedem Zeitpunkt kt_s des gleitenden Horizonts ein lokal gültiges Polynom zugewiesen, dessen Gültigkeitsbereich über dem Optimierungshorizont t_h liegt ($t \in [kt_s, kt_s + t_h]$). Diese Parametrisierung ist ohne Weiteres möglich, da sich durch die bereits eingeführte Nebenbedingung $\dot{\tau} > 0$ ein strikt monoton steigender Verlauf des Pfadparameters $\tau(t)$ ergibt. Mit linearer Regression lässt sich ein Polynom entsprechend (2.54) bestimmen.

Ohne weitere Effizienzoptimierung wurde ein Polynom siebten Grads mit den Koeffizienten $\underline{c}_j \in \mathbb{R}^3$, $j \in \{0, \ldots, n\}$, $n = 7$ angesetzt, um den Einfluss einer zu niedrigen Ordnung auszuschließen. Da Polynome, die durch lineare Regression bestimmt wurden, gelegentlich an den Rändern des Definitionsbereichs schwingen oder zu größeren Abweichungen neigen, wird das Regressionsintervall vergrößert. Für einen aktuellen Zeitpunkt kt_s werden Daten für die Regression im Sinne der hier angestrebten Experimente in einem konservativ definierten Intervall $t \in [kt_s - 1{,}2t_h; kt_s + 1{,}2t_h]$ gewählt.[24]

[24] Für eine spätere bordseitige und kontinuierliche Störungsschätzung bietet die hier beschriebene Me-

Durch die Verwendung der Polynome kann die Störungsvariation entlang des Pfads für die Optimierung berücksichtigt werden. Darüber hinaus erlaubt sie die erneute zeitliche Zuordnung des Störungssignals durch das neu optimierte Timing $\tau^{i*}(t)$.

Bemerkenswert ist, dass dem Pfadfolgeoptimierer auf diese Weise statt einer vollständigen Zeitreihe lediglich einige Koeffizienten übergeben werden müssen. Die Parameter kodieren dabei sowohl den auftretenden Regelungsfehler als auch die durch die Adaption im neuronalen Netz enthaltene Rückführung. Die Repräsentation der Störung liegt in den gleichen Koordinaten vor wie das Referenzmodell, wodurch die Gestalt der Störungsverläufe geprägt ist.

Abbildung 3.10 veranschaulicht die Störungsschätzung vollständig. Auf der linken Seite des Diagramms werden für einen exemplarischen Flug[25] mit drei Wiederholungen die Zeitreihen nach verschiedenen Verarbeitungsschritten dargestellt. Das Aktivitätsdiagramm[26] auf der rechten Seite dokumentiert die Abfolge der Verarbeitungsschritte. Beide Diagramme verwenden die gleiche Farbkodierung. Die Daten aus dem Schritt (i) bestehen aus drei Flügen. Im ersten Schritt werden die Wiederholungen aus dem Fluglog extrahiert und freigestellt (isoliert).

Diese Flugdaten werden mit dem beschriebenen KF gefiltert und eine Schätzung der Störungsverläufe wird vorgenommen. Anschließend werden punktweise[27] Mittelwerte gebildet. Die Störungsschätzung des letzten Flugs ergibt gemeinsam mit der Parametrierung entlang des Pfads schließlich das Störungspolynom. Das Polynom wird an der Stelle des Pfadparameters $\tau(kt_s)$ abgestützt. Der Punkt kt_s wird beim fortschreitenden Horizont der Pfadfolgeoptimierung über den Pfad geschoben, sodass sich für jeden Schritt k des gleitenden Horizonts ein eigenes Störungspolynom ergibt. Dieses Polynom geht in die Pfadfolgeoptimierung ein, mit der auch ein neues Timing $\tau^{i*}(t)$ entsteht. Somit erhält die zuletzt geschätzte Störung eine neue zeitliche Zuordnung und wird wie die Eingangstrajektorien im Flug abgespielt.

Es ergeben sich folgende Vorteile: Eine Schnittstelle zwischen Flugregelung und Pfadfolgeoptimierung kann speichereffizient implementiert werden, da lediglich die Koeffizienten an den Optimierer übergeben werden müssen. Außerdem ist die Störungsschätzung unabhängig von der Form der gewählten adaptiven Rückführung, da keine Annahmen

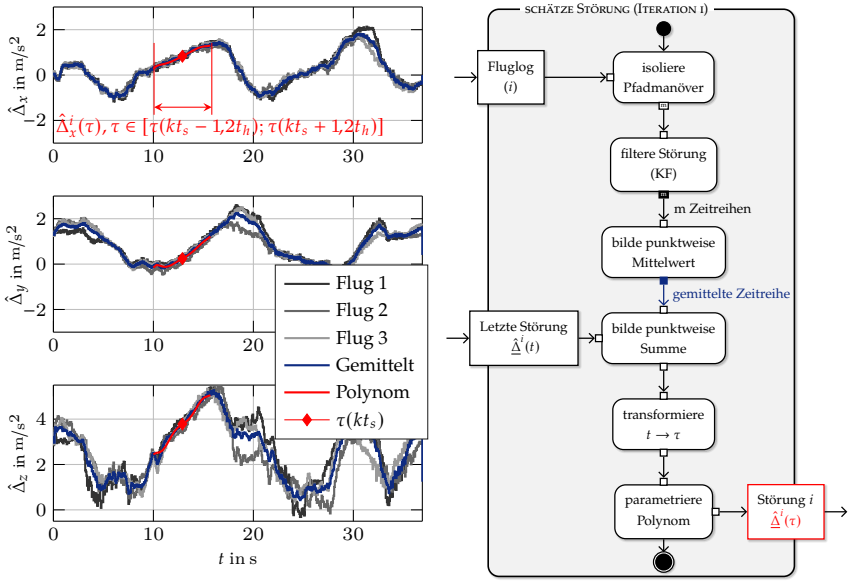
thode verschiedene Ansatzpunkte zur Effizienzsteigerung. Beispielsweise kann in der Optimierung ein Polynom für mehrere Zeitschritte eingesetzt werden, sein Gültigkeitsbereich lässt sich verkleinern und seine Ordnung reduzieren. Darüber hinaus lassen sich bei entsprechendem Speichereinsatz iterative Regressionsmethoden einsetzen und die Datenpunkte künstlich ausdünnen.

[25] Flugversuch vom 10.09.2014 11:33 Uhr CET - Beispielpfad 3: dreiblättriges Kleeblatt mit Höhenprofil.

[26] Siehe UML 2.5 https://www.omg.org/spec/UML/

[27] Es werden die gleichen Zeitpunkte jedes Flugs gemittelt, sodass sich eine vergleichbare Trajektorie mit gemittelten Werten ergibt.

über deren Struktur getroffen werden. Solange das Rückführungssignal $\underline{v}_{fb}$ verfügbar ist, kann die Rückführung daher ohne Auswirkung auf die Implementierung der Störungsschätzung optimiert werden. Mithilfe der hier vorgestellten Störungsschätzung lässt sich das implementierte Optimierungsproblem nun angeben.



(a) Zeitverläufe aus Flugversuchen

(b) Aktivitätsdiagramm

Abbildung 3.10: Aktivitätsdiagramm und Beispielsignale eines Flugversuchs zur Darstellung der Störungsschätzung und Parametrisierung entlang des Pfads

Optimalsteuerungsproblem mit Störungsschätzung

In den voranstehenden Abschnitten wurde vorbereitet, das OSP iterativ mit einem Zähler i aufzufassen und um eine Störungsschätzung zu ergänzen. Um den neuen optimalen Verlauf ($i*$) für den Flug zu bestimmen, wird das OSP entsprechend Abbildung 3.10 um die aktualisierte Störung erweitert. Diese Optimierung ist beim Durchlaufen der Iterationen der Pfadfolge mit aktualisierter Störung des vorhergehenden Schritts zu wiederholen. Bei jeder Optimierung entsteht sowohl die gesuchte Eingangstrajektorie $\underline{u}_c^{i*}(t)$ als auch der dazu passende Störungsgrößenverlauf $\underline{\hat{\Delta}}^{i*}(t)$. Die Entscheidungsgrößen $\underline{u}$ und die Bedeutung der Zustände bleiben gegenüber der vorherigen Formulierung aus

(3.48) unverändert

$$\begin{aligned}\underline{u}^i &:= (\underline{v}_\omega^{iT}, v_T^i, u_{\mathcal{P}}^i)^T \in \mathbb{R}^5\\ \underline{x}_m^i &:= (\dot{T}_m^i, T_m^i, \underline{\dot{\omega}}_m^{iT}, \underline{\omega}_m^{iT}, \underline{q}_m^{iT}, \underline{V}_m^{iT})^T \in \mathbb{R}^{15}.\end{aligned}$$

$$\underset{\underline{u}^i(\cdot)}{\text{minimiere}} \int_0^{t_\mathcal{P}} \underbrace{\left\|(\underline{e}_P^{iT}(t), \dot{\underline{e}}_P^{iT}(t), e_\psi^i(t))\right\|_{\underline{\underline{Q}}_e}^2}_{\text{Pfadabweichung}} + \underbrace{\left\|(\underline{\tau}^{iT}(t) - \underline{\tau}_r^{iT}(t))\right\|_{\underline{\underline{Q}}_\tau}^2}_{\text{dynamische Anforderungen}} + \underbrace{\left\|(\underline{u}^{iT}(t), \underline{x}_m^{iT}(t))\right\|_{\underline{\underline{R}}}^2}_{\text{Regularisierung}} dt \tag{3.56a}$$

mit den Systemgleichungen

$$\ddot{T}_m^i(t) = v_T^i(t), \tag{3.56b}$$

$$\dot{\underline{\underline{\omega}}}_m^i(t) = \underline{v}_\omega^i(t), \tag{3.56c}$$

$$\dot{\underline{q}}_m^i(t) = \frac{1}{2} \underline{q}_m^i(t) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{\underline{\omega}}_m^i(t) \end{pmatrix}, \tag{3.56d}$$

$$\dot{\underline{V}}_m^i(t) = \underline{g} + \overline{\mathfrak{D}} \left(T_m^i(t) \vec{T}_b + \underline{\underline{A}}_{p,o}\, \mathfrak{D} \left(\underline{V}_m^i(t) - \underline{\hat{V}}_W \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{p,oi} \underline{\tilde{\xi}}_{m,i}^i(t) \right) + \sum_{j=0}^{n} \underline{c}_j^{i-1} \tau^{i,j}(t), \tag{3.56e}$$

$$\dot{\underline{\tau}}^i(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \underline{\tau}^i(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_{\mathcal{P}}^i(t), \tag{3.56f}$$

$$\ddot{\underline{e}}_p^i(t) = \dot{\underline{V}}_m^i(t) - \frac{\partial^2 \underline{p}_{\mathcal{P}}^i}{\partial \tau^{i,2}} \dot{\tau}^{i,2}(t) - \frac{\partial \underline{p}_{\mathcal{P}}^i}{\partial \tau^i} u_{\mathcal{P}}^i(t), \tag{3.56g}$$

$$\dot{e}_\psi^i(t) = \dot{\psi}_h(\underline{q}_m^i(t), \dot{\underline{q}}_m^i(t)) - \dot{\psi}_{\mathcal{P}}(\tau^i(t), \dot{\tau}^i(t)). \tag{3.56h}$$

Die durch die Strukturmodifikation entstandenen Zusammenhänge für die Nebenbedingungen bleiben erhalten

$$\underline{\delta}^i(t) = \underline{\underline{F}} \begin{pmatrix} v_T^i(t) \\ \underline{v}_\omega^i(t) \\ \underline{x}_m^i(t) \end{pmatrix}, \tag{3.56i}$$

$$\underline{v}_o^i(t) = \underline{\underline{A}}_{m,o} \left(\underline{u}_V^i(t) - \underline{V}_m^i(t) \right), \text{ mit} \tag{3.56j}$$

$$\underline{u}_V^i(t) = \underline{\psi}_2(\underline{y}_\omega^i(t), \underline{y}_\omega^i(t), \underline{q}_m^i(t), \underline{V}_m^i(t), v_T^i(t)). \tag{3.56k}$$

Die Nebenbedingungen lassen sich erneut elementweise und vollständig angeben

$$\delta_{j,min} \leq \delta^i_{p,j} \leq \delta_{j,max}, \qquad j \in \{\text{lat,lon,ped,col}\}, \tag{3.56l}$$

$$v_{o,k,min} \leq v^i_{o,k} \leq v_{o,k,max}, \qquad k \in \{1,\ldots,3\}, \tag{3.56m}$$

$$u_{v,l,min} \leq u^i_{v,l} \leq u_{v,l,max}, \qquad l \in \{1,\ldots,3\}, \tag{3.56n}$$

$$\dot{T}_{m,min} \leq \dot{T}^i_m \leq \dot{T}_{m,max}, \tag{3.56o}$$

$$T_{g,m,min} \leq T^i_{g,m} \leq T_{g,m,max}, \tag{3.56p}$$

$$\dot{\tau}^i \geq 0. \tag{3.56q}$$

Zuletzt werden die Anfangsbedingungen ergänzt

$$\underline{x}^i_m(0) = \underline{x}^i_{m,0},\ e^i_\psi(0) = \psi^i_h(\underline{q}_{m,0}) - \psi^i_{\mathcal{P},0},\ \underline{e}^i_P(0) = \underline{e}^i_{\mathcal{P},0},\ \underline{\tau}^i(0) = \underline{\tau}^i_0. \tag{3.56r}$$

3.7 Implementierung und numerische Betrachtungen

Dieser Abschnitt erläutert die Implementierung des Optimierungsproblems. Dabei wird im Einzelnen auf die beiden Hauptelemente eingegangen, die automatische Generierung des Optimierungscodes und die Umsetzung der Pfadfolgeoptimierung selbst. Das Open-Source-Projekt ACADO Toolkit[28] generiert problemspezifische, optimierter C-Codes automatisch, die laufzeiteffiziente, nichtlineare modellprädiktive Regelungsprobleme mittels einer Methode lösen, die Sequential Quadratic Programming (SQP) ähnelt. Ein wichtiger Vorteil dieses Optimierungswerkzeugs ist die weitgehende Unabhängigkeit von weiteren Projekten und Bibliotheken[29]. Da es vollständig in C/C++ umgesetzt wird, ist es mit der restlichen Infrastruktur des ARTIS-Projekts kompatibel. Perspektivisch ist es möglich, die Umsetzung an Bord des Hubschraubers auszuführen. Der genaue Funktionsumfang des Toolkits ist in Houska et al. (2011b) und Houska et al. 2011a sowie in einem Tutorial (Quirynen et al. 2015) dokumentiert.

Abbildung 3.11 veranschaulicht den Gesamtprozess der Pfadfolgeoptimierung. Die Dynamik des Referenzmodells und des Pfadparameters sowie die Geometrie des Pfads werden symbolisch repräsentiert und gemeinsam mit den Nebenbedingungen in ein eigenes Programm gegossen. Das OSP wird symbolisch in C++ umgesetzt. Anschließend wird die Transkription ausgewählt und konfiguriert. In diesem Fall handelt es sich um einen direkten Optimierungsansatz mit Multiple-Shooting-Verfahren. Tabelle 3.2 stellt

[28] https://acado.github.io/

[29] Es wird lediglich auf den externen und quelloffenen QP-Löser qpOASES zurückgegriffen (https://www.qpoases.org/).

die Konfiguration des Lösungsverfahrens dar. Der Hintergrund 3 auf S. 126 veranschaulicht die Transkription, wie sie in ACADO implementiert ist. Im nächsten Schritt wird problemspezifischer Code (d. h. für ein dynamisches Modell und eine Pfadgeometrie) generiert. Der Code wird anschließend kompiliert und entweder in das Zielprogramm eingebunden oder dynamisch als Bibliothek zur Verfügung gestellt (bspw. zur Verwendung in Matlab). Der Prozess ist in der Abbildung auf der linken Hälfte dargestellt. Nach der Codegenerierung können die Optimierungs- und Integrationsverfahren nicht mehr verändert werden. Der Speicherbedarf wird statisch allokiert, wodurch sich die Rechenzeit verringert, da der Memory Heap nicht verwendet wird.

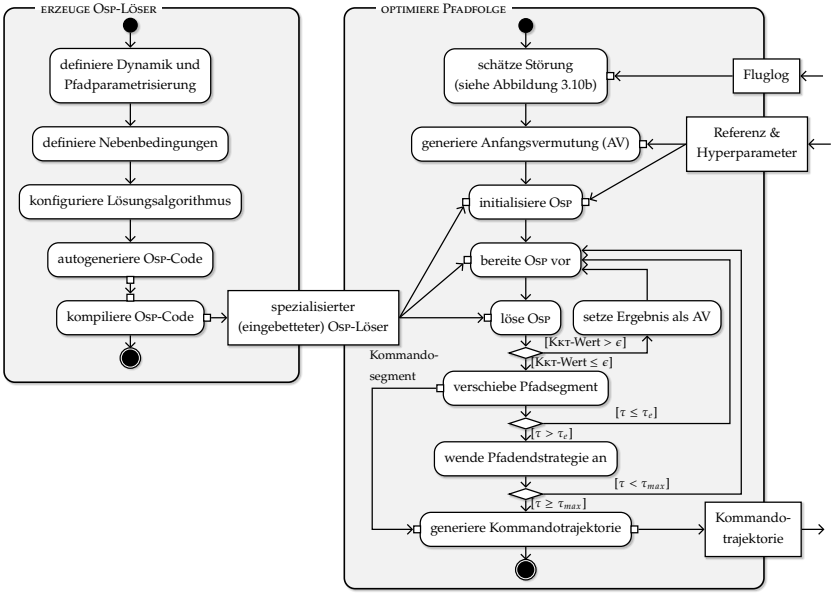


Abbildung 3.11: Das Aktivitätsdiagramm der Pfadfolgeoptimierung gliedert sich in die Autocode-Generierung eines pfadspezialisierten Lösungsalgorithmus, dessen Einbettung und die Lösungsstrategie der Pfadfolge

Die rechte Seite der Abbildung veranschaulicht die Umsetzung der Pfadfolgeoptimierung selbst. Beginnend bei der Schätzung der Störung aus der Pfaditeration (die auf null gesetzt wird, wenn kein vorheriger Flug stattfand oder keine Schätzung gewünscht ist) wird eine Anfangsvermutung generiert. Diese Vermutung bildet den Ausgangspunkt der ableitungsbasierten Optimierung (Active-Set-Strategie).

Der durch das ACADO Toolkit autogenerierte Code stellt drei Funktionen zur Verfügung. Im Initialisierungsschritt wird der Speicherbereich gesetzt, d. h., es werden alle Gewichtungsmatrizen übergeben und die offenen Parameter (bspw. der Radius der Beispielpfade oder die Parameter der Störungspolynome) sowie die Anfangsvermutung gesetzt. Das Lösen des OSP zur Berechnung der Eingangs- und Zustandstrajektorie gliedert sich anschließend in zwei weitere Schritte. Zunächst werden im Vorbereitungsschritt die Differentialgleichungen integriert und darauf aufbauend wird die Kostenfunktion ausgewertet. Das Multiple-Shooting-Verfahren ergibt ein quadratisches Programm (QP) mit spärlich besetzten Matrizen.

Näherung der Hesse-Matrix	Gauss-Newton
Diskretisierung	multiple-shooting
Lösungsverfahren	SQP (ACADO)
Optimierungsverfahren	active-set QP (qpOASES)
Eingangsdiskretisierung t_s	100 ms
Integrationsverfahren	Gauss-Legendre 2. Ordnung (Implizites Runge-Kutta-Verfahren)
Integrationsschrittweite t_{int}	20 ms

Tabelle 3.2: Konfiguration des Lösungsalgorithmus

Dieses quadratische Programm wird in ein äquivalentes Problem mit dicht besetzten Matrizen überführt. In jedem Schritt der Optimierung wird die Kostenfunktion durch eine quadratische Funktion und alle Nebenbedingungen werden durch affine Bedingungen angenähert. Auf diese Weise wird ein QP erstellt, welches das NLP lokal approximiert und mittels QP lösbar ist. Im dritten und letzten Schritt des Auto-Codes wird die Anfangsbedingung der Trajektorie festgelegt und das eigentliche QP gelöst (löse OSP). Dieser Schritt wird bei ACADO als Feedback-Step bezeichnet, da im MPC-Kontext der aktuelle Messwert als Anfangsbedingung verwendet wird und sich damit die Rückführung im Sinne einer modellprädiktiven Regelung ergibt. Weitere Details und theoretische Hintergründe können bei Houska et al. (2011b) nachgelesen werden. Dieser Prozess wird wiederholt, bis die geschätzte Distanz zu einem Optimum einen ausreichenden Wert annimmt. Hierfür wird ein Abstandsmaß zu einem KKT-Punkt[30] verwendet. Ein einprägsames Tutorial bieten Diehl et al. (2006).

In der vorliegenden Arbeit wird im letzten Schritt anstelle des Messwerts das um ei-

[30] Die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingung ist eine notwendige Bedingung dafür, dass eine Lösung tatsächlich optimal ist. Ein Lösungspunkt, der die KKT-Bedingung erfüllt, wird KKT-Punkt genannt. Das skalare Maß der Nähe zu einem KKT-Punkt wird im Folgenden der Einfachheit halber KKT-Wert genannt. Je kleiner dieser Wert ist, desto näher ist die Lösung an einem KKT-Punkt.

nen Schritt verschobene Ergebnis des aktuellen Optimierungshorizonts verwendet. Auf diese Weise ergibt sich ein Optimalsteuerungsproblem (OSP) anstelle des Optimalregelungsproblems. In nachfolgenden Arbeiten kann der hier vorgestellte Ansatz prinzipiell auch direkt zur Pfadfolgeregelung eingesetzt werden. Für einen praktischen Einsatz sind allerdings zusätzliche Nachweise oder architektonische Absicherungen notwendig, um Aspekte wie Stabilität des geschlossenen Regelkreises und garantierte, hinreichend schnelle Konvergenz der Optimierung sicherzustellen. In dieser Arbeit wird sich, abgesehen von der Störungsschätzung und Iteration des Pfads, auf den offenen Positionsregelkreis beschränkt.

Hintergrund 3: Verwendete Transkription

Die Verfahren zur Umsetzung dynamischer Optimierung, also von Problemen mit Differentialgleichungen als Nebenbedingung, sind sehr vielfältig. Neben dem sog. dynamischen Programmieren (Lösen der Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung) und indirekten Methoden (Ausnutzen des Pontryagin-Maximumprinzips) finden direkte Methoden häufig Anwendung, vgl. dazu Diehl et al. (2006). Letztere überführen das Optimierungsproblem in ein nichtlineares Programm (NLP). Beim numerischen Lösen der Differentialgleichungen entsteht somit ein nichtlineares Problem mit klassischen Nebenbedingungen.
Eine Möglichkeit der Transkription sind Shooting-Verfahren. Bei diesen Verfahren werden die Eingangsgrößen zeitlich über den Horizont (t_h) diskretisiert und jedem Zeitschritt wird als Entscheidungsvariable freigegeben. Wird der Optimierungshorizont also in $\bar{j}$ Schritte unterteilt und ist der Eingang $\underline{u} \in \mathbb{R}^{n_u}$, ergeben sich $n_u \cdot \bar{j}$ Entscheidungsvariablen .
In der vorliegenden Arbeit wird ein Multiple-Shooting-Verfahren verwendet. Gegenüber einem Single-Shooting-Verfahren, bei dem der gesamte Optimierungshorizont (t_h) in einem Schritt integriert wird, kann beim Multiple-Shooting die Integrationsgenauigkeit zusätzlich kontrolliert und erhöht werden. Abbildung 3.12 veranschaulicht die folgenden Überlegungen: Es werden zusätzlich zur Zeitdiskretisierung Stützstellen für die Integration definiert, und jedes Zeitsegment wird separat integriert. Begonnen wird linksseitig mit der aktuellen Anfangsvermutung und die Differentialgleichungen

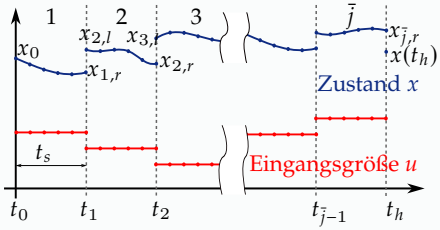


Abbildung 3.12: Vereinfachte Veranschaulichung des Mulitple-Shooting-Verfahrens

werden mit konstanten Segmenten der Eingänge integriert. Die Kontinuität der Zustandsverläufe an den Diskretisierungspunkten wird durch zusätzliche Nebenbedingungen im NLP kodiert. In der Grafik entspricht dieser Zusammenhang $x_{j,r} = x_{j-1,l}$, mit $j \in 1, \ldots, \bar{j}$ und $x_{0,l} = x_0, x_{\bar{j},l} = x_{t_h}$. Dadurch lässt sich die Anzahl der Entscheidungsvariablen unabhängig von der Integrationsgüte einstellen.
In der Regel kommt bei dieser Integration ein Verfahren mit variabler Schrittweite zum Einsatz. Der Vorteil besteht darin, dass die Diskretisierung nicht im Voraus festgelegt werden muss, sondern während des Lösungsprozesses durch eine Abschätzung des Integrationsfehlers angepasst wird. Bei dem hier verwendeten Ansatz wird das Integrationsverfahren dennoch festgelegt und empirisch auf eine feste Schrittweite eingestellt. Dieses Fixieren ermöglicht die Autocode-Generierung, sodass sich ein maßgeschneidertes Lösungsprogramm ergibt (Houska et al. 2011b).
Im nächsten Schritt wird das NLP durch Näherung mit einem QP um die aktuelle Anfangsvermutung gelöst. Da die Lösung dieses QP nicht notwendigerweise der Lösung des NLP entspricht, wird iteriert, wie Abbildung 3.11 mit der Schleife um die Lösung des OSP zeigt. Es entsteht ein sequentieller Ablauf aus Annäherung des NLP durch QP und ähnelt dem in der Literatur benannten SQP. Die Lösung des Näherungszyklus wird verwendet, um das ursprüngliche NLP erneut um diese Lösung zu approximieren[a]. Zur numerischen Lösung der QP wird das quelloffene Projekt qpOASES eingesetzt (Ferreau et al. 2014). Tabelle 3.2 gibt alle weiteren Informationen für die Reproduzierbarkeit des Lösungsverfahrens an.

[a] Der Unterschied zum gebräuchlichen SQP besteht darin, dass nicht nur um die QP iteriert wird, sondern zusätzlich der Vorbereitungsschritt des OSP mit eingeschlossen wird.

3.7.1 Wahl des Optimierungshorizonts

Die Länge des Prädiktionshorizonts t_h hat erheblichen Einfluss auf die benötigte Rechenzeit. Ein längerer Optimierungshorizont benötigt mehr Rechenzeit, die optimale Lösung wird jedoch umso genauer approximiert. Der minimale Prädiktionshorizont lässt sich aus der Zeit abschätzen, die der Hubschrauber benötigt, um aus der maximalen Geschwindigkeit zum Stillstand zu kommen.

Dieser Sachverhalt lässt sich anhand eines Pfads veranschaulichen, der aus einem langen geraden Segment und einer plötzlichen, stark gekrümmten Kurve besteht. Der Optimierer wählt für das gerade Segment eine möglichst hohe Fluggeschwindigkeit. Genügt

der Prädiktionshorizont nicht, um den Hubschrauber auf eine für die scharfe Kurve angemessene Fluggeschwindigkeit abzubremsen, kann die Forderung nach einer genauen Pfadfolge nicht mehr eingehalten werden. Für die bei ARTIS verwendeten Werte für die maximale Geschwindigkeit $V_{k,max} = 10\,\mathrm{m/s}$ sowie die maximale Beschleunigung und Verzögerung von $a_{max} = \pm 4\,\mathrm{m/s^2}$ ergibt sich der minimale Prädiktionshorizont $t_h = 2{,}5\,\mathrm{s}$.

3.7.2 Determinismus der Rechenzeit

Zur Lösung der Optimierung findet eine Reihe von Iterationen statt, die es nicht erlauben, eine deterministische Rechenzeit anzugeben. Im Kontext von MPC wird gelegentlich von Echtzeitansätzen gesprochen (Real-Time Iteration Sheme[31]). Diese Begriffsverwendung ist allerdings nicht gleichbedeutend mit Echtzeit im Sinne einer soft- und hardwaretechnischen Umsetzung. Das Abbrechen der verschiedenen Schleifen bei Erreichen von maximalen Iterationen erlaubt es, maximale Rechenzeiten zu garantieren. In diesen Fällen muss tiefergehend analysiert werden, inwieweit die Güte der Lösungen unter diesen Abbrüchen leidet. Wie sich in späteren Abschnitten der Arbeit zeigen wird, lassen sich die hier betrachteten Pfade deutlich schneller berechnen, als sie geflogen werden. Garantieren lässt sich die Rechenzeit zu diesem Zeitpunkt allerdings formal nicht. Empirisch können dennoch einige Informationen über die Rechenzeit angegeben werden. Hier muss für spätere Anwendungen im geschlossenen Regelkreis allerdings auf die Testabdeckung zur Rechenzeit geachtet werden, denn die Rechenzeit erhöht sich besonders in den Fällen, wenn viele Nebenbedingungen greifen, also wenn die fliegerische Herausforderung besonders groß ist. Methoden der formalen Laufzeitüberwachung mit temporaler Logik können hierfür ein probates Mittel der Absicherung in sein (vgl. Adolf et al. 2017; Schirmer und Torens 2022).

In der Implementierung kommen vier ineinandergeschachtelte Iterationen zum Einsatz:

1. Die innerste Iteration stellt das Integrationsverfahren dar. Die vorgestellte Umsetzung verzichtet zwar auf ein Verfahren mit variabler Schrittweite verzichtet, allerdings wird ein implizites Integrationsverfahren verwendet. Dadurch entsteht ein Gleichungssystem, das iterativ gelöst wird. Diese Iteration ließe sich durch ein explizites Verfahren mit entsprechend kleiner Schrittweite vermeiden.
2. Die nächste Iteration, die das Integrationsverfahren umschließt, ist das Lösen des QP. qpOASES verwendet eine iterative Acive-Set-Strategie zur Lösung. Diese „inneren“ Iterationen der Optimierung werden im Folgenden QP-Iterationen genannt und sind im beschriebenen Ansatz unvermeidlich.

[31] Hierbei handelt es sich um einen Ansatz für Regelungsprobleme, die numerisch gutmütig sind oder die Anfangsvermutung so dicht am Optimum liegt, dass die Optimierung nach der ersten SQP-Iteration hart abgebrochen werden kann. Hierbei ist dennoch ein QP-Problem pro Iteration zu lösen.

3. Jeder zeitliche Optimierungshorizont wird mithilfe des in Abbildung 3.11 dargestellten SQP gelöst. Ein KKT-Schwellenwert bestimmt, wann die SQP-Iteration endet. Diese Iteration lässt sich bei ausreichend bekannten Anfangsvermutungen vermeiden, das heißt, es genügt das einmalige Durchführen dieser Optimierung.[32]
4. Die letzte Iteration ergibt sich durch das Verschieben des Optimierungshorizonts entlang des Pfads (gleitender Horizont). Für den Fall einer Regelung im Sinne des MPC wird diese Iteration nicht benötigt, da mit jedem Messwert das Optimierungsproblem nicht für den gesamten Pfad, sondern nur für den aktuellen Optimierungshorizont gelöst wird.

Es ergeben sich also eine Reihe von verschachtelten Iterationen, von denen einige mit entsprechenden Nachteiligen vermieden werden können. Diese Abwägungen müssen für eine bordseitige und möglicherweise auch zur Schließung des Pfadregelkreises vorgesehene Umsetzung genauer untersucht werden. Im hier betrachteten Fall, in dem Pfade vorausberechnet und bordseitig in einer Manöverdatenbank vorgehalten werden, ist nur die Gesamtrechenzeit relevant. Verschiedene Aspekte wie der Einfluss der Anfangsbedingungen, die Systemrepräsentation und die Pfadgeometrie werden im Folgenden eingehender betrachtet. Es wird sich zeigen, dass die Gesamtrechenzeit der vorgestellten Maßnahmen bereits so vielversprechend ist, dass sich eine Umsetzung mit einem über MPC geschlossenen Regelkreis in Folgearbeiten anbietet.

3.7.3 Wahl der Anfangsvermutung

Für jede Verschiebung des Optimierungshorizonts um t_s wird eine Anfangsvermutung benötigt, von der aus die Lösung des OSP beginnt. Nachdem die Optimierung eines Horizonts abgeschlossen ist, wird der Wert des ersten Shooting-Intervalls als Lösung für den kompletten Pfad verwendet. Die verbleibenden Intervalle dienen nach der Verschiebung des Optimierungshorizonts als Anfangsvermutung, nachdem der letzte Wert einmal wiederholt wurde. Für den Beginn des Pfads ist diese Anfangsvermutung nicht verfügbar, da keine Optimierung vorausgegangen ist. Da die Testfälle stets aus dem Schwebeflug starten, wird dieser als Anfangsannahme für den ersten Optimierungshorizont verwendet. Die benötigten Zustandswerte und Aktuatorstellungen werden entweder aus einer Trimmberechnung oder im Fall der iterativen Pfadfolge durch gemittelte Messwerte aus dem Schwebeflug des vorhergehenden Flugexperiments ermittelt.

[32] Für diesen Fall stellt sich die Frage, ob die hier vorgestellte Optimierung bei solch guten Anfangsvermutungen praktisch noch relevant ist.

3.7.4 Übergänge und Enden von Pfaden

Neben der Beschleunigung am Beginn des Pfads sind die Verzögerung am Ende desselben sowie die Wechsel an den Pfadübergängen besonders zu beachten. Um die folgenden Überlegungen kompakter zu formulieren, wird die Notation für Differentiationsklassen[33] C^c verwendet, um die Ableitbarkeit eines Pfads zu bezeichnen. Dabei gibt $c \in \{0, \ldots, \infty\}$ die Ordnung des Pfads an und damit, wie häufig dieser stetig differenzierbar ist.

In der praktischen Anwendung wird es nicht möglich sein, den gesamten Pfad, den ein Hubschrauber zur Erfüllung seiner Aufgabe zurücklegen muss, in einer einzigen geometrischen Kurve darzustellen. Eine stückweise Aneinanderreihung von Pfaden wird als Behelf herangezogen. Eine häufig genutzte, einfache und für die Pfadplanung effiziente Variante ist die Kombination von Kreis- und Geradensegmenten. Diese *Dubinspfade* können so aneinandergereiht werden, dass die Übergänge C^1 sind. An diesen Stellen entstehen Pfadablagen, da keine glatte Zustandstrajektorie existiert, die Sprünge in die höheren Ableitungen der Pfade vermeiden. Bei der Aneinanderreihung von Kurven höherer Differenzierungsklassen sind die folgenden Überlegungen zu berücksichtigen:

Zum einen erlaubt das verwendete ACADO Toolkit der Implementierung keine Fallunterscheidung, da aufgrund des verwendeten SQP-Ansatzes nur stetig differenzierbare Funktionen zulässig sind. Pfadsegmente müssen daher als separate Optimierungsprobleme mit geeigneten Übergangsbedingungen formuliert werden. Dabei muss die Endbedingung des vorhergehenden Pfadsegments an das folgende angepasst werden, um die Ablage zu reduzieren. Beispielsweise können Splines, wie Beziér-Kurven, gewählt werden, deren Ordnung die Häufigkeit der Ableitbarkeit definiert. An den Übergangsstellen kann es jedoch zum Verlust der Ableitbarkeit kommen. In der Praxis sind diese Abweichungen häufig akzeptabel. Werden die Übergänge jedoch nicht berücksichtigt, kann es zu schwierigen Anfangsbedingungen für die Pfadfolgeoptimierung des nachfolgenden Segments kommen. Die Übergangsbedingungen können durch die Gestaltung der Endbedingungen der Zustände an den Übergängen zwischen den Pfadsegmenten deutlich vereinfacht werden. Am Ende des ersten Pfadsegments wird eine Endbedingung eingeführt, die erzwingt, dass die Ausgangsableitungen höherer Ordnung als c an den Pfadübergängen verschwinden. Für die Plausibilisierung verdeutlicht der folgende Abschnitt diese Vorgehensweise beispielhaft.

Angenommen, die Pfadsegmente verbinden die Wegpunkte mit linearen Pfaden, dann sind die Segmente der Klasse C^1 und die Übergänge C^0. Gemäß den genannten Übergangsbedingung muss die erste Ableitung der Position, die Geschwindigkeit, am Übergangspunkt verschwinden, um diesen Pfaden genau folgen zu können. Der Hubschrauber bremst am Wegpunkt in den Schwebeflug ab und fliegt in die neue Richtung weiter.

[33] Häufig werden diese Klassen mit dem hochgestellten Symbol k dargestellt.

Wird dieses Beispiel auf Polynome zweiter Ordnung übertragen, also C^2-Pfade mit C^1-Übergängen, muss die Beschleunigung verschwinden, d. h. es wird mit konstanter (Vektor-) Geschwindigkeit geflogen. Mit Bézier-Kurven dritter Ordnung und entsprechenden Übergangsbedingungen könnte den Pfaden am Übergang mit konstanter Beschleunigung (ruckfrei) gefolgt werden. Vergleiche auch Petit et al. (2019) für eine Realisierung basierend auf allgemeinen kubischen Splines mit C^2-Übergängen durch lokale Kreisapproximation. Ein Übertragen dieser Übergangsgestaltung auf die Pfadfolgeoptimierung kann zu Ablagen führen, erleichtert aber die Numerik der Optimierung.

Diese Übergangsbedingung wird erreicht, indem den Kostenfunktionen des OSP (3.32a), (3.48a) oder (3.56a) ein Kostenterm $\underline{\underline{V}}_{tc}$ am Ende des Pfads (Terminal Cost) hinzugefügt wird. Dieser Kostenterm wird nur dann aktiv, wenn der gleitende Horizont auf den Pfadübergang trifft. Der Term dient nicht zur Abschätzung zukünftiger Kosten, wie es im klassischen MPC der Fall ist. Werden die laufenden Kosten (Stage Cost) der ursprünglichen Optimierungsprobleme mit J_{sc} bezeichnet, so entsteht eine Kostenfunktion

$$J(\underline{x}_m(t_0), \underline{u}(\cdot)) = J_{sc}(\underline{x}_m(t_0), \underline{u}(\cdot)) + \underline{\underline{V}}_{tc}(\underline{x}_m(\tau_{max}) - \underline{x}_r), \tag{3.57}$$

mit dem Pfadparameter am Segmentübergang τ sowie einem die Ableitungsbedingung ausdrückenden Referenzzustand $\underline{x}_r$ und der Matrix mit Einstellparametern $\underline{\underline{V}}_{tc} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$. Erkauft wird dieser zusätzliche Term durch zusätzliche SQP-Iterationen und damit erhöhter Rechenzeit, sobald der gleitende Horizont auf den Pfadübergang trifft.

Diese Vorgehensweise kann auch für das Abbremsen am Pfadende verwendet werden. Um den zusätzlichen Rechenaufwand zu reduziert, hat sich für diesen Sonderfall des Abbremsens am gewünschten Pfadende folgende Heuristik bewährt.

Heuristik 1: Abbremsen am Pfadende

Gegeben sei ein Pfad $\mathcal{P} : \underline{p}_{\mathcal{P}}(\tau)$ mit $\tau \in [\tau_0, \tau_{max}]$ sowie $\dot{\tau} \geq 0$ und $\tau_{max} > \tau_0$. Die virtuelle Pfaddynamik wird als Integrator zweiter Ordnung mit den Zuständen $\underline{\tau} := (\tau, \dot{\tau})^T$ eingeführt. Die Bogenlänge des Pfads über das Intervall $[\tau_0, \tau_{max}]$ sei L. Der Parameter k bezeichnet den aktuellen Zeitschritt des gleitenden Horizonts. Damit kann über eine gemittelte Referenzgeschwindigkeit $V_{k,r}$ angegeben werden:

$$\dot{\tau}_r(kt_s) := \min(1, k_{\dot{\tau}}(\tau_{max} - \tau((k-1)t_s)))^{V_{k,r}(\tau_{max}-\tau_0)/L}, \tag{3.58}$$

mit $k_{\dot{\tau}} > 0$ für das Einstellen der Verzögerung. Der Parameter erzeugt eine asymptotische Konvergenz der Geschwindigkeit zu null bei Annäherung an das Pfadende τ_{max}. Bei ausreichend kleiner Geschwindigkeit wird das Verschieben des gleitenden Horizonts beendet und es ergibt sich die Transitionszeit $t_{\mathcal{P}}$.

3.7.5 Automatisierte Wahl der Hyperparameter und Rechenzeiten

Dieser Abschnitt behandelt wesentliche Aspekte der Rechenzeit der Pfadfolgeoptimierung und dokumentiert den Einfluss der verschiedenen Beiträge dieser Arbeit. Für den Rechenzeitvergleich werden die beiden Pfade *nicht stationäre Kreisbahn* und *ebenes dreiblättriges Kleeblatt* herangezogen. Dabei werden drei verschiedene Ausbaustufen miteinander verglichen:

1. Bei der Formulierung der kombinierten Pfadfolgeoptimierung und Inversion ergibt sich das OSP (3.32). Die Entscheidungsvariablen (EV) dieses unmodifizierten OSP sind die diskretisierten Eingangsverläufe des Flugreglers.
2. Mithilfe von Lemma 1 und Theorem 1 können die diskretisierten Verläufe der höchsten Ableitungen als EV verwendet werden, woraus sich das OSP in der Formulierung aus (3.48) ergibt.
3. Die Verwendung dieser neuen Entscheidungsvariablen ermöglicht es, die Integrationsschrittweite konstant zu halten und die in Abbildung 3.11 dargestellte Autocode-Generierung zu nutzen. Für diesen Fall werden drei Varianten verglichen:
   a) Einsatz der Vorsteuerung nach Lorenz (2010), im Folgenden *einfache Vorsteuerung* genannt,
   b) Anwendung der in der vorliegenden Arbeit entwickelte flachheitsbasierten Vorsteuerung,
   c) wie 3b mit Berücksichtigung von stationärem, gleichförmigem Wind in der Pfadfolgeoptimierung.

Um die verschiedenen Implementierungen vergleichen zu können, werden möglichst einheitliche Methoden und Parameter gewählt (siehe Tabelle 3.3). Der Übergang von Punkt 2 zu 3 ist der Wechsel von einem Integrationsverfahren mit variabler Schrittweite zu einem mit fester Schrittweite, verbunden mit der Generierung spezialisierter eingebetteter Optimierungscodes. Aus Gründen der Vergleichbarkeit werden in beiden Fällen implizite Integratoren verwendet, jeweils die beiden Verfahren mit der niedrigsten auswählbaren Ordnung im ACADO Toolkit.

Für einen Rechenzeitvergleich müssen die Hyperparameter, also die Gewichtungsmatrizen der Kostenfunktionen ($\underline{\underline{Q}}_e$, $\underline{\underline{Q}}_\tau$, $\underline{\underline{R}}$) berücksichtigt werden. Durch die Wahl der Hyperparameter wird die gefundene Lösung auf der Pareto-Front der möglichen Lösungen verschoben. Je nach Wahl wird beispielsweise eine größere Pfadablage zugunsten einer zügigeren Beschleunigung zur Sollgeschwindigkeit in Kauf genommen. Gleichzeitig haben die Hyperparameter deutlichen Einfluss auf die Rechenzeit. Werden die

Parameter streng eingestellt, sodass mehrere sich widersprechende Kriterien stark bestraft werden, so ergeben sich um ein Vielfaches längere Rechenzeiten als bei sanft eingestellten Optimierungsproblemen.

Implementierung	1	2	3a	3b	3c
Implizite Integrationsverfahren	BDF (1. Ordnung)		Gauss-Legendre (2. Ordnung)		
Integrationsschrittweite t_{int}	variabel		fest (20 ms)		
Approximation der Hesse-Matrix	Gauss-Newton				
Abbruchkriterium KKT-Wert	10^{-4}				
Soll-Fluggeschwindigkeit	$8\,^{m}/_{s}$				
Optimierungshorizont t_h	2,5 s				
Optimierunsdiskretisierung t_s	0,1 s				
Anfangsvermutung	durchgehend getrimmter Schwebeflug				

Tabelle 3.3: Parameter für den Rechenzeitvergleich der verschiedenen Varianten des OSP

Eine Möglichkeit, die Rechenzeiten dennoch zu vergleichen, besteht darin, die Parameter so zu wählen, dass sich für die verschiedenen Implementierungen identische Lösungen ergeben. Die beschriebene Vorgehensweise hat jedoch den Nachteil, dass eine bestimmte Lösung, die aus einer vollständigen Zeitreihe von Eingängen, Zuständen und Pfadparametern besteht, als repräsentativ definiert werden muss. Abweichungen von solchen kompletten Trajektorien sind nur schwer zu quantifizieren. Außerdem ist das manuelle Einstellen der Hyperparameter für verschiedene Implementierungen, die zu einer definierten Lösung führen sollen, sehr aufwendig. Beim manuellen Tuning ist zudem nicht garantiert, dass es keinen weiteren Parametersatz gibt, der bei deutlich geringeren Rechenzeiten zu sehr ähnlichen Ergebnissen führt. Aus diesen Gründen wird im Folgenden eine alternative Vorgehensweise gewählt. Es werden die Rechenzeiten guter, nicht notwendigerweise identischer Lösungen miteinander verglichen, die jeweils mit minimaler Rechenzeit gewonnen werden. Zu diesem Zweck muss zunächst zuverlässig ein Parametersatz mit minimaler Rechenzeit gefunden werden.

Das Tuning lässt sich durch eine übergeordnete Optimierung automatisieren, bei der die Parameter als Entscheidungsvariablen eingestellt werden und die Rechenzeit im Optimierungskriterium enthalten ist. So kann die Rechenzeit der unterlagerten Pfadfolgeoptimierung in der Zielfunktion berücksichtigt werden. Zunächst werden die Entscheidungsparameter definiert. Die Gewichtungsmatrizen der Pfadfolgeoptimierung $\underline{\underline{Q}}_e \in \mathbb{R}^{7\times7}$,$\underline{\underline{Q}}_\tau \in \mathbb{R}^{2\times2}$, $\underline{\underline{R}} \in \mathbb{R}^{19\times19}$ definieren die Wahl der Lösung auf der Pareto-Front. Prinzipiell können alle 414 Parameter dieser Matrizen gewählt werden. Da jedoch viele Parameter nicht zur Qualität der Lösungen beitragen und sich die Anforderungen schnell gegenseitig widersprechen, ist eine konsistente Reduktion der freien Parameter sinnvoll.

In den ersten Schritten dieser Arbeit wurden die Hyperparameter manuell eingestellt. Es hat sich dabei bewährt, nur die Diagonalen mit Gewichten zu versehen. Somit verbleiben 28 Parameter. Bei der Regularisierung durch $\underline{\underline{R}}$ werden nur die Parameter verwendet, welche die Eingänge $\underline{u} \in \mathbb{R}^4$, die Ableitungen der Drehraten $\dot{\underline{\omega}} \in \mathbb{R}^3$, sowie die Ableitung der Schubbeschleunigung $\dot{T}_m \in \mathbb{R}$ beeinflussen. Somit verbleiben 19 Parameter. Die möglichen Werte der Hyperparameter überspannen mehrere Größenordnungen. Bei der Optimierung hat sich daher eine exponentielle Skalierung bewährt. Werden gleichartige Größen (jeweils alle Koordinaten der Geschwindigkeiten, der Drehraten und der Pfadablage) über gemeinsame Parameter berücksichtigt, so ergeben sich zehn freie Parameter $p_h, h \in \{0,\dots,9\}$ und die Hyperparameter in Form von Diagonalmatrizen wie folgt:

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{Q}}_e &= \mathrm{diag}(10^{p_0},10^{p_0},10^{p_0},10^{p_1},10^{p_1},10^{p_1},10^{p_2}) \\
\underline{\underline{Q}}_\tau &= \mathrm{diag}(10^{p_3},10^{p_4}) \\
\underline{\underline{R}}_{red} &= \mathrm{diag}(10^{p_5},10^{p_5},10^{p_5},10^{p_6},10^{p_7},10^{p_8},10^{p_9})
\end{aligned}$$

Diese geschachtelte Optimierung aus Wahl der Hyperparameter und Pfadfolgeoptimierung ist rechenintensiv. Aus diesem Grund wird die dynamische Optimierung nicht über die gesamten Pfade gerechnet, sondern auf einen Optimierungshorizont t_h beschränkt. Die Hyperparameteroptimierung erlaubt es nun, die Rechenzeit T_{comp} im Optimierungskriterium zu berücksichtigen. Um den Suchraum einzuschränken, wird auf die Erkenntnis aus manuellen Tuningvorgängen zurückgegriffen, dass sich die Parameter $p_h \in [p_{min},p_{max}] = [-10,5]$, $h \in \{0,\dots,9\}$ als sinnvoll erweisen. Die Kostenfunktion J_{hyp} wird definiert mit

$$J_{hyp}(p_0,\dots,p_9) \coloneqq \begin{cases} k_t T_{comp} + k_{\mathcal{P}} \sum_{k=0}^{\hat{k}} ||\underline{e}^*_{\mathcal{P}}(kt_s)||_2^2 + k_\tau/|\tau^*(0)-\tau^*(t_h)| + \dots \\ \qquad\qquad + k_{hp} \sum_{h=0}^{9} (p_{max} - p_h), & \text{bei Konvergenz} \\ \infty & \text{sonst.} \end{cases} \tag{3.59}$$

Es wird also ein Optimierungskriterium aus vier Termen gebildet, das einerseits eine möglichst geringe Rechenzeit sucht, gleichzeitig aber sicherstellt, dass die Summenquadrate der Pfadablage $\underline{e}_{\mathcal{P}}$ aller Diskretisierungspunkte möglichst klein sind. Gleichzeitig soll in einem Optimierungshorizont t_h ein möglichst großer Fortschritt entlang des Pfads erzielt werden. Es wird also der Satz von Hyperparametern gesucht, der bei kleiner Pfadablage und kurzer Rechenzeit den schnellstmöglichen Fortschritt erzeugt. Würde auf die Pfadablage und den Fortschrittsanteil verzichtet, wäre das Schweben am Pfadanfang die optimale Lösung, da es die Anfangsvermutung darstellt und somit am schnellsten

berechnet werden kann. Der vierte Term berücksichtigt die Hyperparameter selbst in einer Weise, dass diese maximiert werden. Hintergrund ist die Überlegung, dass alle Elemente der Ausgangsfunktion der Pfadfolgeoptimierung bewusst gewählt worden sind, um gewisse Eigenschaften der optimalen Trajektorie sicherzustellen. Lassen sich also die Hyperparameter erhöhen ohne die drei übergeordneten Kriterien (Ablage, Rechenzeit, Fortschritt) deutlich zu verringern, erfüllen die generierten Trajektorien die ursprünglichen Anforderungen voraussichtlich besser. Die Einstellparameter dieser Optimierung werden ohne weiteres Tuning so gewählt, dass die Terme wohlkonditioniert sind, hier $k_\tau = 1$, $k_t = 10$, $k_\varphi = 100$. Lediglich der Term mit $k_{hp} = 0{,}01$ wird deutlich kleiner gewählt als die anderen. Die Pfadfolgeoptimierung findet für viele Parameterkombinationen keine Lösung. In solchen Fällen werden die Kosten auf ∞ gesetzt.

Darüber hinaus wird der Hyperparametersatz so bestimmt, dass der resultierende Optimierungscode mit möglichst starken und verschiedenen Windbedingungen umgehen kann. Dazu wird eine Menge $\mathcal{V}_W$ von Windbedingungen $\underline{V}_{W,i}$ definiert

$$\mathcal{V}_W := \left\{ \underline{V}_{W,i} = \begin{pmatrix} V_{x,i} \\ V_{y,i} \\ V_{z,i} \end{pmatrix} | V_{x,i} = \left\{-\bar{V}_x, 0, \bar{V}_x\right\}, V_{y,i} = \left\{-\bar{V}_y, 0, \bar{V}_y\right\}, V_{z,i} = \left\{-\bar{V}_z, 0, \bar{V}_z\right\} \right\}. \tag{3.60}$$

Die mit Balken markierten Parameter definieren die Grenzwerte der Windbedingungen, mit denen die Pfadfolgeoptimierung umgehen soll. Eine zu hohe Festlegung dieser Werte führt dazu, dass der Optimierer – unabhängig von den gewählten Parametern p_h – keine Lösung findet und die Anpassung fehlschlägt. Umgekehrt kann eine zu niedrige Wahl dazu führen, dass der Optimierer bei tatsächlich auftretenden höheren Windgeschwindigkeiten keine Lösung findet. Das Einstellen der Grenzwerte erfolgt im Tuning als eine Abwägung zwischen Robustheit gegenüber Störungen (vgl. iterative Pfadfolge) bzw. höheren Windbedingungen und der Leistungsfähigkeit im störungsfreien Fall.

Werden alle dynamischen Nebenbedingungen aus (3.32) bzw. (3.48) für eine kompakte Schreibweise als $\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}, \underline{V}_W)$ und die Kostenfunktion als $J(\underline{\underline{Q}}_e, \underline{\underline{Q}}_\tau, \underline{\underline{R}}, \underline{x}_m, \underline{u}, \underline{V}_{W,i})$ geschrieben, so lässt sich mit der Kardinalität $|\mathcal{V}_W|$ der oben genannten Menge das Hyperparametertuning notieren:

$$\begin{aligned} &\underset{p_h,\, h\in\{0,\dots,9\}}{\text{minimiere}} \quad J_{hyp}(p_0, \dots, p_9) \\ \text{mit} \quad &\underset{\underline{u}(\cdot)}{\text{minimiere}} \quad \sum_{i=1}^{|\mathcal{V}_W|} J(\underline{\underline{Q}}_e, \underline{\underline{Q}}_\tau, \underline{\underline{R}}, \underline{x}_m(t), \underline{u}(t), \underline{V}_{W,i}) \\ &\qquad\qquad \text{mit} \quad \dot{\underline{x}}_m(t) = \underline{f}(\underline{x}_m(t), \underline{u}(t), \underline{V}_{W,i}),\ \forall \underline{V}_{W,i} \in \mathcal{V}_W \\ &p_h \in [-10{,}5],\ h \in \{0, \dots, 9\} \end{aligned} \tag{3.61}$$

Für die Optimierung kann der Particle-Swarm-Ansatz aus Kapitel 3.6.3 verwendet werden. Als deutlich effizienter hat sich allerdings der Optimierungsansatz von Le Digabel (2011) erwiesen, der mindestens eine Größenordnung an Rechenzeit einspart. Der als NOMAD bezeichnete Algorithmus ist wie Particle Swarm ein derivativfreies globales Optimierungswerkzeug. NOMAD verwendet ein adaptives Suchgitter anstelle von Lösungskandidaten. Mit diesem Verfahren lassen sich die Hyperparameter je nach gewähltem Pfadfolgeproblem innerhalb von ca. 30 min bis 2,5 h mit einem handelsüblichen Desktop Prozessor[34] berechnen.

Ist das Hyperparametertuning einmal durchgeführt, kann dieser Parametersatz für die Pfadfolgeoptimierung aller hier betrachteten Pfade eingesetzt werden. Abbildung 3.13 zeigt den Vergleich der Rechenzeiten verschiedener Ausbaustufen der Optimierung. Die obere Zeile der Grafiken stellt die Ergebnisse der nicht stationären Kreisbahn dem dreiblättrigen Kleeblatt darunter gegenüber.

Die absoluten Rechenzeiten sind in den Grafiken auf der linken Seite dargestellt. Alle Werte beziehen sich auf die Trajektorienzeit, also die Dauer des Flugs entlang des jeweiligen Pfads. Für die Kreisbahn ergibt sich eine Flugzeit von ca. 30 s und für das Kleeblatt von ca. 35 s. Durch die Normierung der Rechenzeit kann abgeschätzt werden, wie sich die Geometrie der Pfade unabhängig von ihrer Länge auf die Rechenzeit auswirkt. Ein Wert von eins entspricht somit einer Rechenzeit, die der Flugzeit gleichkommt. Die Implementierung 1 rechnet knapp 7-mal bzw. 9-mal länger als der Pfad zum Fliegen benötigt. Die Umstellung auf innere Ableitungen als Entscheidungsvariablen (Ev) halbiert die Rechenzeit knapp.

Da alle Parameter zwischen den beiden Optimierern identisch sind, lässt sich schlussfolgern, dass durch die Umstellung der Ev ein dynamisches System entstanden ist, das mit größeren Schrittweiten integriert werden kann. Diese Umstellung der Entscheidungsvariablen bildet die Grundlage für den Übergang zur Codegenerierung. Die drei Varianten (3a–3c), die auf die Codegenerierung zurückgreifen, rechnen etwa um den Faktor 50 schneller als die ursprüngliche Implementierung. Bemerkenswert ist, dass die Optimierung entlang des Kleeblatts im ursprünglichen Optimierungsproblem deutlich länger benötigt als die Kreisbahn. Der Einfluss ist im codegenerierten Fall jedoch nicht mehr so ausgeprägt sichtbar. Die in dieser Arbeit vorgestellte erweiterte, flachheitsbasierte Vorsteuerung beeinflusst die Rechenzeit nicht negativ. Die Berücksichtigung der Windverhältnisse erhöht jedoch die Rechenzeit, da die Lösung häufiger und näher an die dynamischen Grenzen heranreicht.

[34] Alle hier dokumentierten Rechenzeiten wurden mit einem Kern einer Intel® Core™ i7-1365U CPU mit einer 32 Bit Realisierung der Pfadfolgeoptimierung gemessen.

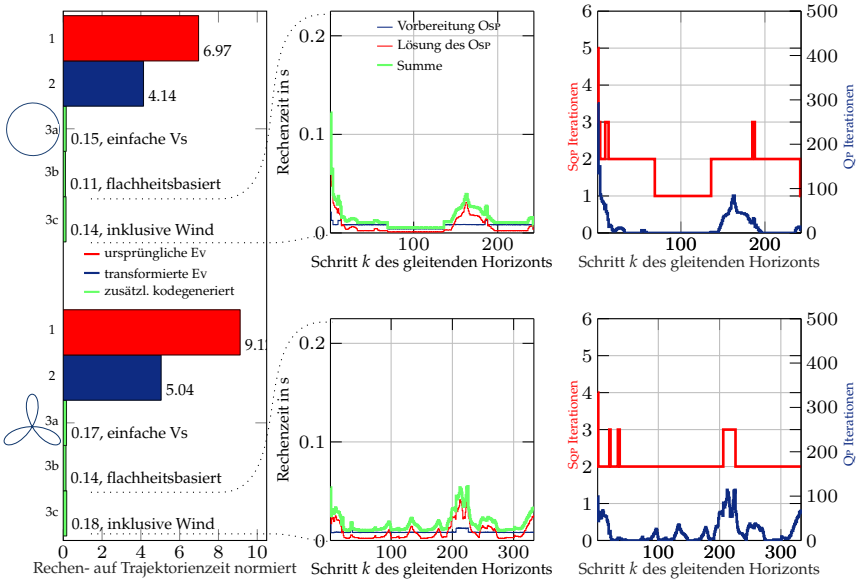


Abbildung 3.13: Darstellung der Rechenzeiten: An den Beispielen *Kreis* und *ebenes Kleeblatt* werden die Rechenzeiten zeilenweise gegenübergestellt. In der linken Grafik wird die Gesamtrechenzeit auf die Trajektorienzeit normiert, die jeweils zum Fliegen der Pfade benötigt wird. Der Einfluss der Wahl der Entscheidungsvariablen (Ev) wird dargestellt, sowie der Übergang zur Codegenerierung mit konstanter Integrationsschrittweite t_{int} mit flachheitsbasierter Vorsteuerung (Vs) mit der einfachen Vs.

Die beiden mittleren Diagramme zeigen Details zur Zusammensetzung der Rechenzeit, jeweils für den windbeaufschlagten und codegenerierten Fall. Die Lösung der SQP setzt sich aus verschiedenen Teilen zusammen: Die Diskretisierung durch Integration, die Formulierung des QP und die Generierung der dafür notwendigen Variablen werden in der Grafik als Vorbereitung bezeichnet. In Summe separat dargestellt ist die Zeit, die zur Lösung der QP benötigt wird. Die Abbildungen rechts zeigen die Anzahl der SQP- und QP-Iterationen (vgl. zum Programmablauf Abbildung 3.11). In den Phasen, in denen keiner der Zustände seine dynamischen Grenzen erreicht, wird die Rechenzeit von der Vorbereitung des OSP dominiert. Wird der Abstand zu den dynamischen Grenzen kleiner, sind zusätzliche SQP-Iterationen notwendig und die Lösung des OSP dominiert die Rechenzeit.

Das Lösen des ersten Optimierungshorizonts zu Beginn des Pfads stellt ein besonders anspruchsvolles Teilproblem dar. Hier steht lediglich der getrimmte Schwebezustand als Anfangsvermutung zur Verfügung, und die Optimierung muss eine neue Trajektorie ermitteln, um entlang des Pfads die Sollgeschwindigkeit anzunehmen. Für alle weiteren Optimierungsschritte steht das Ergebnis der vorangegangenen Optimierung als Anfangsvermutung zur Verfügung. Richtungswechsel mit ungünstigen Wind-Flugrichtungskombinationen erhöhen die Rechenzeit entlang des Pfads.

Mit den dargestellten Modifikationen lassen sich Rechenzeiten realisieren, die auch das Schließen des Positionsregelkreises über diese Optimierung mittels MPC machbar erscheinen lassen. Für die Bewertung in diesem Sinne ist auf folgende Aspekte hinzuweisen: Die Zeitdiskretisierung der Entscheidungsgröße beträgt 100 ms. Abgesehen vom ersten Schritt ist die Rechenzeit stets kleiner. Ein Start mit einer besseren Anfangsvermutung als dem getrimmten Schwebeflug wird die Rechenzeit auch für das Anfangsproblem ausreichend reduzieren. Ein Schließen des Positionsregelkreises im Sinne eines MPC ist hier jedoch nicht direkt realisierbar. Wenn die Windverhältnisse und dynamische Anforderungen die Trajektorie in die Nähe der dynamischen Grenzen zwingen, benötigt die Optimierung in den betrachteten Fällen ca. 60 ms. Ein Teil dieser Rechenzeit entfällt auf den Vorbereitungsschritt des OSP (in der Abbildung 3.13 blau gezeichnet) und kann bereits vor der Verfügbarkeit der Messwerte berechnet werden. Die Lösung des SQP ist jedoch erst nach Vorliegen der aktuellen Messwerte möglich. Abzüglich der Vorbereitung muss der Regelungsansatz daher eine Totzeit in der Größenordnung von 50 ms tolerieren, was der Hälfte der Eingangsdiskretisierung entspricht. Außerdem kann die Konvergenzzeit bei der derzeitigen Implementierung nicht garantiert werden.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die hier eingeführten Rechenzeitverbesserungen je nach Windsituation eine Berechnung der Pfadfolge in nur 10–20 % der Flugzeit ermöglichen. Diese Größenordnung erlaubt eine bordseitige Umsetzung, sofern Rechenkerne verfügbar sind, die mit heute handelsüblichen Mobilprozessoren vergleichbar sind. Ein Schließen des Positionsregelkreises ist zwar noch nicht möglich, wohl aber eine Vorausberechnung von Missionsabschnitten. Darüber hinaus ist eine iterative Berücksichtigung von Pfadabweichungen zwischen einzelnen Flügen gleicher Pfade, wie in den vorangegangenen Kapiteln dargestellt, im Experiment umsetzbar. Auch eine Anwendung im Sinne einer Manöverdatenbank ist realisierbar, siehe hierzu die ersten Ansätze von Verma et al. (2018).

4 Experimenteller Nachweis in Simulation und Flugversuch

Dieses Kapitel gliedert sich in einen Simulations- und einen Flugversuchsteil, die jeweils ohne geschlossenen klassischen Positionsregelkreis durchgeführt werden.[1] Auf diese Weise kann die Wirkung der Vorsteuerung auf die Pfadfolgegenauigkeit unverfälscht herausgearbeitet werden. Für eine dauerhafte Anwendung ist dieser Regelkreis zu schließen, im einfachsten Fall z. B. mit einem PI-Regler zur Positionsrückführung oder mithilfe einer Weiterentwicklung des hier vorgestellten Ansatzes zu einer MPC-basierten Rückführung.

Der erste Abschnitt dieses Kapitels widmet sich der Simulation und verfolgt zwei Ziele. Zum einen soll die Qualität der Pfadfolge unter idealen Bedingungen, d. h. bei bekanntem Wind und idealer Modellkenntnis, untersucht und die Stärken und Schwächen des vorgestellten Ansatzes werden diskutiert. Zum anderen werden Simulationsexperimente unter identischen Windbedingungen durchgeführt, der Wind wird jedoch nicht mehr als bekannt angenommen. Mithilfe des iterativen Ansatzes aus Kapitel 2.6.3 wird analysiert, inwieweit sich die Pfadgenauigkeit schrittweise verbessern lässt und wie dicht sie dem Idealfall mit exakter Windkenntnis kommt.

Im darauffolgenden Abschnitt werden reale Flugexperimente beschrieben und ausgewertet. Neben der Validierung der entwickelten Ansätze soll untersucht werden, welche Pfadfolgegenauigkeit im auch ohne Positionsrückführung zur Laufzeit quantitativ erreicht werden kann. Dazu werden zunächst die einfachen Pfadfolgeexperimente ohne Iteration mehrfach wiederholt, um den Einfluss stochastischer Störungen (z. B. Böen) zu reduzieren. Der Pfad $\mathcal{P}_2$ (siehe Definition 4, S. 101) mit Höhenprofil wird zusätzlich an zwei verschiedenen Tagen und damit bei unterschiedlichen Wetterbedingungen durchgeführt. Für die Flugversuche sind die mittleren Windbedingungen nur mit sehr großer Unsicherheit verfügbar. Daher werden die Experimente mit der Simulation unter ideal bekannten Windverhältnissen verglichen. Der Simulationsabschnitt endet mit einem Vorgriff auf die Flugexperimente. Dabei werden einige der möglichen Ursachen

[1] Auch der iterative Ansatz stellt eine Form der Rückführung dar; gemeint ist hier eine Positionsrückführung zur Laufzeit.

der verbleibenden Abweichungen im Flugversuch nachgestellt, um die abschließende Diskussion vorzubereiten. Für die Auswertung dieses Kapitels sind die verschiedenen Fehler bezogen auf den Pfad entsprechend folgender Definition wichtig.

Definition 5: Pfadfolgefehler und Pfadablage

Der Pfadfolgefehler kann auf zwei Arten definiert werden. Zum einen ergibt er sich aus dem Timing $\tau(t)$ entlang des Pfads, zum anderen kann eine geometrische Form der Pfadablage definiert werden. Abbildung 4.1 zeigt beide Varianten.

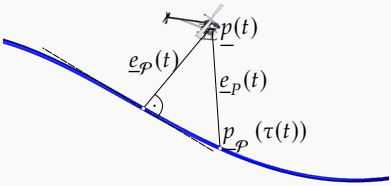


Abbildung 4.1: Definition der Ablage $\underline{e}_{\mathcal{P}}$ und des Pfadfolgefehlers $\underline{e}_{P}$

Das in der Pfadfolgeoptimierung ermittelte Timing $\tau(t)$ ergibt einen zeitlichen Verlauf entlang der Pfadgeometrie $\underline{p}_{\mathcal{P}}(\tau(t))$. Dieser Verlauf kann mit der Zeitreihe der Hubschrauberposition $\underline{p}(t)$ verglichen werden. Hierbei handelt um die gleiche Fehldefinition, die auch in der Pfadfolgeoptimierung Verwendung findet

$$\underline{e}_{P}(t) := \underline{p}(t) - \underline{p}_{\mathcal{P}}(\tau(t)). \tag{4.1}$$

Die geometrische Pfadablage, also der minimale Abstand zwischen Pfad und Hubschrauberposition, ergibt sich, wenn die Tangente des Punktes auf dem Pfad senkrecht auf dem Abstandsvektor steht. Unter der Annahme, dass der Pfad lokal keine Schleifen aufweist, kann die Ablage z. B. als minimaler Abstand zwischen einer Untergrenze des Pfadparameters τ_u und einer Obergrenze τ_o bestimmt werden

$$\underline{e}_{\mathcal{P}}(t) := \underset{\tau\in[\tau_u,\tau_o]}{\text{minimiere}} \ \underline{p}(t) - \underline{p}_{\mathcal{P}}(\tau). \tag{4.2}$$

Anmerkung: Welcher der beiden Fehlerdefinitionen für eine Rückführung im Sinne einer Regelung verwendet wird, ist vom gewünschten Flugbild abhängig. In den meisten Fällen wird auf den Pfadfolgefehler zurückgegriffen, da er ohne Projektion bestimmt werden kann. Bei den im Folgenden gezeigten Darstellungen handelt es sich um Zeitverläufe, die im Rahmen der Flugdatenauswertung generiert wurden. Im Sinne der ursprünglichen Problemstellung, den Hubschrauber möglichst genau entlang der Pfadgeometrie zu führen, ist die geometrische Pfadablage aussagekräftiger und wird daher verwendet. Dabei wird die Pfadablage in einen horizontalen Anteil $\underline{e}_{\mathcal{P},hor}$ und einen vertikalen Anteil entlang des Erdlots $\underline{e}_{\mathcal{P},vert}$ zerlegt.

4.1 Pfadfolge in Simulationsexperimenten

Dieser Abschnitt beginnt mit der Darstellung der Simulationsumgebung, die für alle nachfolgenden Simulationsexperimente verwendet wird. Zunächst wird die Architektur der Simulation erläutert und anschließend auf die Modellerweiterung zur Windberücksichtigung eingegangen. Die konkreten mathematischen Zusammenhänge der Flugdynamik werden im Anhang A erläutert.

4.1.1 Aufbau der Simulation

Die Simulationsumgebung wurde in mittels Matlab/Simulink entwickelt. Es handelt sich um eine Software-in-the-Loop-Simulation. Der Code des Flugreglers ist also identisch zum Flugversuch und kann in der Simulation untersucht werden. Die Umgebung existiert in verschiedenen Ausbaustufen und kann zur Vorbereitung und zum Training von Flugversuchen sowie zum Testen sämtlicher bordseitiger Algorithmen verwendet werden. Für diese Arbeit wird eine reduzierte Version verwendet, wie in Abbildung 4.2 dargestellt. Für die Experimente ohne Störungsschätzung wird der abgebildete Kreis nach dem ersten Simulationsdurchlauf beendet. Die Initialisierung beinhaltet das Setzen der Anfangsbedingungen aller Module und eine Vorsimulation einiger Sekunden, bis alle Transienten, die durch die Softwarearchitektur nicht konfigurierbar sind, abgeklungen sind. Dieser Ablauf entspricht dem der Flugversuche. Die Automation der Iterationen ist der einzige Unterschied. Darüber hinaus erfolgt die Konfiguration der Windbedingung, die in der Simulation als mittlerer und konstanter Wind abgebildet wird. Die Vorgabetrajektorie wird mit oder ohne Störungsschätzung über eine zeitlich parametrisierte Lookup-Tabelle (LUT) ausgelesen und über ein Momentanabtastglied (Zero-Order-Hold, ZOH) an den Flugregler übergeben. Diese Signalkonstruktion entspricht den in der Optimierung über die Zeitschritte als konstant angesetzten Eingangssignalen.

Der Flugregler wird mit der Samplerate von 50 Hz in der bordseitigen Softwareintegration und dem Vorwärts-Euler-Verfahren simuliert. Eine Runge-Kutta-Integration vierter Ordnung mit adaptiver Schrittweite kommt bei der Simulation des Flugmechanikmoduls zum Einsatz. Die Vorgabetrajektorien sind entsprechend dem gleitenden Horizont mit einer Abtastrate von 0,1 s versehen. Die Formulierung der Pfadfolgeoptimierung sieht konstante Eingangswerte über einen Abtastzeitraum vor. Aus diesem Grund wird die Eingangstrajektorie in der Simulation mittels einer Momentanwertabtastung auf die schnelleren Abtastraten angepasst.

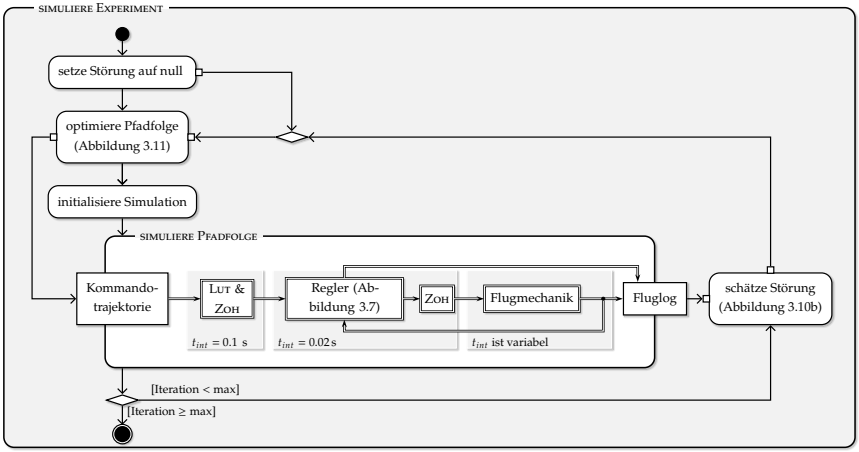


Abbildung 4.2: Die Darstellung ist als gemischtes Aktivitätsdiagramm und Blockschaltbild aufgebaut. Die jeweiligen Integrationsschrittweiten, die Momentanwertabtastung (Zero-Order-Hold Zoh) und die Lookup-Tabelle (Lut) werden gezeigt.

4.1.2 Simulation von Flugmechanik und Windeinflüssen

Die Berücksichtigung von Wind in der Simulation setzt sich aus zwei Komponenten zusammen: der Erzeugung von Signalen, die den Wind repräsentieren, und der Berechnung des Einflusses auf die Flugdynamik des Hubschraubers. Diese Komponenten erlauben die Beurteilung der im Flugversuch zu erwartenden Güte der Folgegüte. Zudem lassen sich damit die Grenzen der Wetterbedingungen bestimmen, unter denen die Optimierung konvergiert. Der Windeinfluss wird im nächsten Schritt abgebildet. Das mittels Systemidentifikation für den Hubschrauber erzeugte lineares Schwebeflugmodell berücksichtigt diesen Einfluss jedoch nicht. Um die Nähe zum Schwebeflugzustand auszudrücken, wird häufig der Fortschrittsgrad μ als Verhältnis der Fluggeschwindigkeit zur Umlaufgeschwindigkeit der Blattspitzen $\mu = {}^{V_K}/_{\Omega R}$ verwendet. Wird für die Validierungsexperimente von einer maximalen Fluggeschwindigkeit $V_K \approx 10\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$ und einer maximalen Windgeschwindigkeit $\underline{V}_W \approx 7\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$ ausgegangen, entspricht das ungefähr einem Fortschrittsgrad von $\mu \approx 0{,}12$. Der Hauptrotor bleibt somit aerodynamisch stets in der Nähe des Schwebeflugzustands.

Einflüsse von Wind lassen sich unter diesen Randbedingungen als Erweiterung des Schwebeflugmodells berücksichtigen. Das bestehende Hubschraubermodell wird so ergänzt, dass bei Bewegung entlang des Winds weiterhin das gleiche Schwebeflugmodell

vorliegt. Da die betrachteten Pfade deutliche an Beschleunigungs- und Verzögerungsphasen aufweisen, wird das Modell darüber hinaus um die nichtlinearen kinematischen Zusammenhänge der Lage erweitert. Alle Modifikationen werden derart vorgenommen, dass eine erneute Linearisierung um den aerodynamischen Schwebeflug stets auf das Ursprungsmodell zurückfällt (siehe Anhang A.2).

4.2 Ergebnisse der Simulationsexperimente

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Simulation des Flugs entlang der nichtlinearen Beispielpfade sowie mit der theoretisch erreichbaren Genauigkeit des Ansatzes.

4.2.1 Einmalige Pfadfolge in Windstille

Die zuvor eingeführten Testpfade werden in diesem Abschnitt ohne Windeinfluss optimiert und anschließend wird der Flug simuliert. Die Abbildungen 4.3 bis 4.5 zeigen die zeitlich isolierten Simulationsergebnisse. In der perspektivischen Ansicht wird die Pfadgeometrie einschließlich der Projektionen auf die orthogonalen Ebenen des Koordinatensystems gezeigt. Daneben ist die Pfadablage unterteilt in geodätisch horizontale und vertikale Komponenten dargestellt[2] und darunter der Geschwindigkeitsverlauf in gleicher Aufteilung. Die unteren Zeilen stellen die Lagewinkel sowie die Schubbeschleunigung in geodätischen Koordinaten dar.

Die aus der Pfadfolgeoptimierung berechneten Lösungen werden als schwarz durchgezogene Linie gezeichnet. Aus der Differenz zwischen der optimalen Lösung und dem ursprünglich gewünschten Pfad ergibt sich die Ablage. Die Pfadablagen des Referenzmodells (grün, Strich-Punkt-Linie) und der Strecke (rot, gestrichelte Linie) ergeben jeweils die Differenz zur optimalen Lösung. Der vollständige geometrische Unterschied zwischen Referenz- bzw. Streckenverlauf und dem ursprünglichen Testpfad ergibt sich somit in Summe mit der Ablage des Optimalverlaufs.

Für Geschwindigkeit und Lage sind ebenfalls die externen Führungsgrößen (Eingänge des Flugreglers) dargestellt (blau, dickere durchgezogene Linie). Zwischen den Zeitreihen des Referenzmodells bzw. der Strecke und den Führungsgrößen liegt die Dynamik des geschlossenen Regelkreises. Durch den hier gezeigten Ansatz werden die Führungsgrößen so berechnet, dass sich der Referenzverlauf den optimalen (schwarzen) Signalverläufen annähert. Die Zeichnung der Führungsgröße ist dennoch aufschlussreich, denn sie gibt Aufschluss darüber, wie weit die verwendete Führungsgröße von den Auslegungssignalen des Referenzmodells entfernt ist.

[2] Der vertikale Fehleranteil $\underline{e}_{\mathcal{P},vert}$ ist entlang der geodätischen z-Achse definiert, also entgegengesetzt zur Flughöhe h.

Kreisbahn $\mathcal{P}_\circ$ Abbildung 4.3 zeigt die Simulationsergebnisse der Kreisbahn. Der Hubschrauber startet im getrimmten Schwebeflug am Startpunkt des Pfads und fliegt den Kreis im Uhrzeigersinn, startet dazu in Richtung Norden und bremst zum Ausgangspunkt wieder ab. Das Fliegen dieses Kreises entspricht nicht einer Trimmkurve, da die Transienten vom Schweben bis zur Vorwärtsbewegung entlang der Flugbahn und das Abbremsen enthalten sind. Die absolute horizontale Ablage bleibt in der Simulation unter 20 cm und die vertikale unter 10 cm. Bemerkenswert ist, dass die Optimierung eine Ablage zu Beginn des Flugs zugunsten einer maximalen Beschleunigung einstellt, was auf die eingestellten Gewichtungsmatrizen zurückzuführen ist. Auch die Heuristik 1 im Abschnitt 3.7.4 generiert bei der gegebener Parametrierung am Pfadende eine ähnliche Ablage des Optimalverlaufs. Die Fluggeschwindigkeit erreicht den Sollwert von 8 $^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$ nach etwa 5 s. Der Beschleunigungsverlauf zeigt, dass die zulässigen Grenzen in den ersten Sekunden ausgenutzt werden. Die Abbremsheuristik sorgt für ein glattes Verzögern am Pfadende.

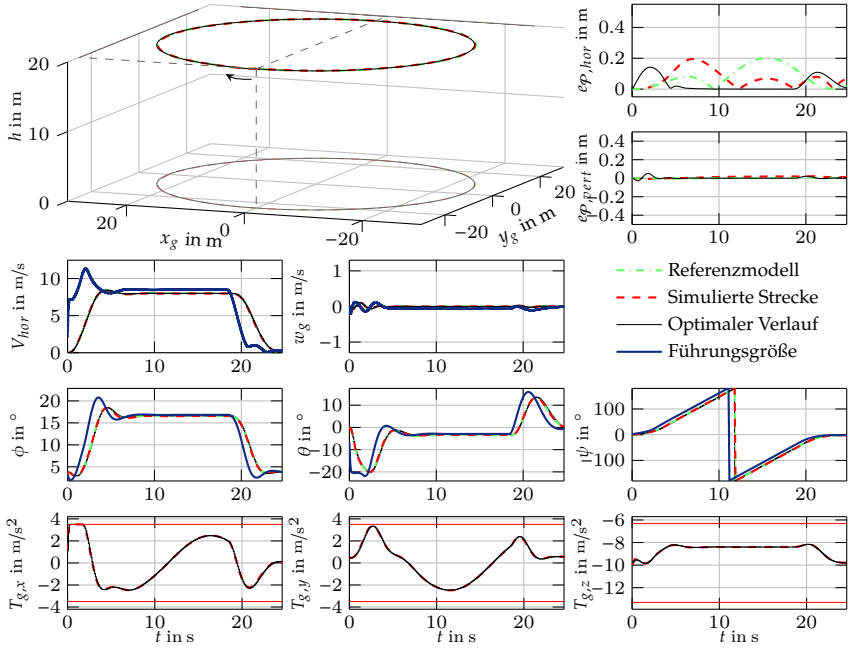


Abbildung 4.3: Simulation des Kreisflugs in Windstille mit Beschleunigungs- und Bremsvorgang ohne Positionsrückführung in der Regelung

Die nun noch auftretenden Pfadfolgefehler sind auf zwei Effekte zurückzuführen: Zum einen werden die Entscheidungsvariablen der Optimierung auf 100 ms diskretisiert. Mit fester Schrittweite von 20 ms werden hingegen die Zustände der Flugregelung diskret integriert. Die Unterschiede in den Integrationsverfahren ergeben zusammen mit der Eingangsdiskretisierung die numerische Diskrepanz. Der zweite Effekt zeigt sich im Verlauf der Anteile der Ablage. Die Verläufe des Referenzmodells und der Strecke sind unterschiedlich. Das heißt, es liegt ein gewisser Regelungsfehler vor, sodass die Strecke aufgrund der Grenzen der Regelgüte nicht exakt dem Referenzmodell folgt. Gleichzeitig führt dieser Regelungsfehler zu einer von null verschiedenen Rückführung des PCH und damit zu einer Veränderung des Referenzverlaufs gegenüber der optimalen Pfadfolge.

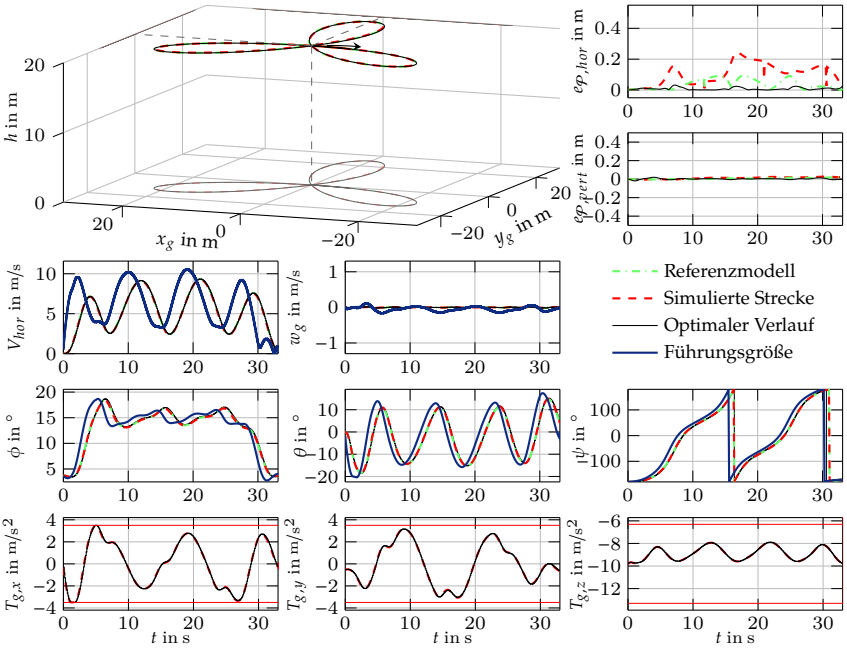


Abbildung 4.4: Simulation des ebenen Kleeblatts in Windstille und ohne Positionsrückführung in der Regelung

Ebenes dreiblättriges Kleeblatt $\mathcal{P}_1$ Abbildung 4.4 zeigt die Ergebnisse für das ebene dreiblättrige Kleeblatt. Der Hubschrauber startet in der Mitte des Kleeblatts im getrimmten Schwebeflug und fliegt in Richtung Süden. Zuletzt bremst die Trajektorie wieder in den Schwebeflug ab und stoppt an der Startposition. Auch hier ist der Positionsfehler

in vertikaler Richtung geringfügig. Die Geschwindigkeitsvorgabe weist eine größere Variation auf, da der Pfad komplexer ist als im Beispiel Kreisbahn. Dennoch bleiben die Geschwindigkeitswerte hinreichend glatt. Die Beschleunigung ist vergleichsweise aggressiv und reicht häufiger an die Flugbereichsgrenzen heran, ohne sie zu berühren, um eine schnelle Konvergenz zur gewünschten Reisefluggeschwindigkeit von 8 $^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$ zu erreichen. Erwähnenswert ist, dass diese Geschwindigkeitsvorgabe nicht kompromisslos eingehalten wird. An Stellen hoher Pfadkrümmung wird sie unterschritten. Anschließend wird die Vorgabe an den schwach gekrümmten Stellen überschritten, um den Pfadfortschritt im Mittel wieder anzugleichen.

Dreiblättriges Kleeblatt mit Höhenprofil $\mathcal{P}_2$ Die Simulationsergebnisse des Kleeblatts mit zusätzlichem Höhenprofil werden in Abbildung 4.5 gezeigt. Der Hubschrauber beginnt den Flug in Richtung Süden mit einer initialen Höhenreduzierung. Auch hier bleibt die Pfadfolgegenauigkeit horizontal unter 20 cm. Die ausgeprägtere Variation der vertikalen Geschwindigkeit führt zu einer größeren Ablage in vertikaler Richtung als bei den voranstehenden Pfaden, bleibt mit weniger als 10 cm jedoch gering.

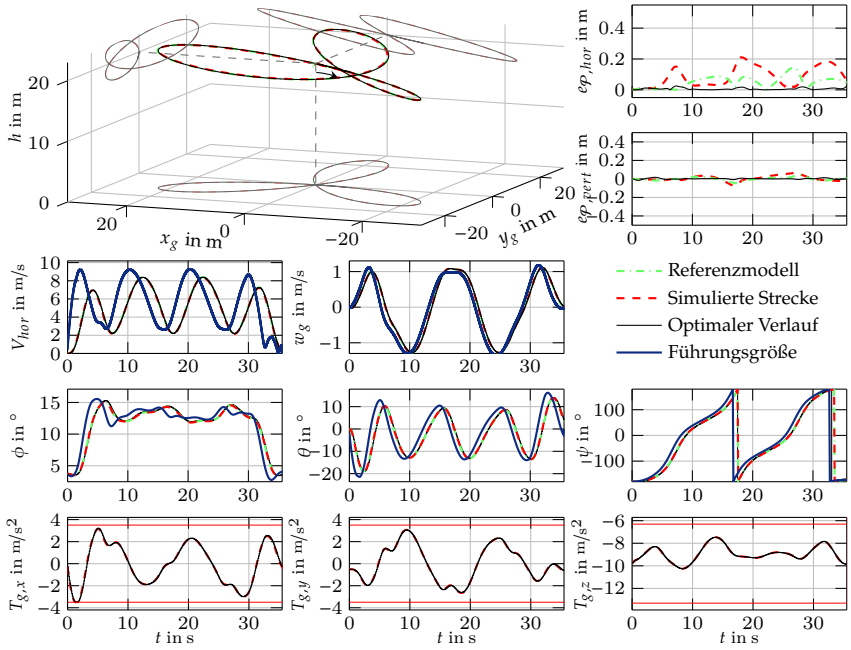


Abbildung 4.5: Simulation des Kleeblatts mit Höhenprofil in Windstille ohne Positionsrückführung

Zusammenfassend lässt sich für die hier vorgestellten nichtlinearen und unendlich häufig stetig differenzierbaren Pfade sagen, dass das Ziel einer idealen Pfadfolge unter Modellkenntnis und Windstelle nur noch durch numerische Effekte und Grenzen in der Abtastrate der Flugregelung begrenzt ist. Auch im Vorsteuerungsfall, also ohne Positionsrückführung, lässt sich eine Genauigkeit in der Größenordnung von wenigen zehn Zentimetern erreichen. Der Einfluss von Wind und externen Störungen wird im Folgenden betrachtet.

4.2.2 Einmalige Pfadfolge in bekanntem Windfeld

Die drei folgenden Abbildungen zeigen die gleichen Flugpfade wie im vorherigen Abschnitt, allerdings in einem als bekannt angenommenen stationären und gleichförmigen Windfeld mit geodätischer Geschwindigkeit $\underline{V}_W = (5, 5, 0)^T \,\mathrm{m/s}$. Die Simulationsversuche sind abgesehen vom Wind identisch zum vorherigen Abschnitt. Diese Windbedingungen wurden gewählt, da sie mit den in der vorliegenden Arbeit angenommenen Leistungsgrenzen gerade noch genau fliegbar sind, die Effekte der Grenzberührung aber bereits deutlich werden.

Kreisbahn $\mathcal{P}_\circ$ Die Ergebnisse der Pfadfolgeoptimierung der Kreisbahn in Abbildung 4.6 unterscheiden sich von denen ohne Wind dadurch, dass im mittleren Segment des Pfads keine stationären Zustände mehr eingenommen werden. Erkennbar ist eine asymmetrische Entwicklung der Lagewinkel. Im Vergleich zum windfreien Fall ist die vertikale Ablage am Ende des Pfads deutlicher erkennbar und steigt kurzzeitig auf 30 cm. Die Ursache hierfür zeigt sich im Verlauf der Schubbeschleunigung in z-Richtung, bei dem für einige Sekunden der minimale Schub erreicht wird. Um ein Steigen zu verhindern, ist eine weitere Reduktion des Schubs über die Nebenbedingungen hinaus erforderlich. In den Simulationsverläufen des Referenzmodells und der Strecke ist zu erkennen, dass die horizontale Pfadabweichung gegenüber dem windfreien Fall auf 20 bis 30 cm angestiegen ist.

Bei diesen vergleichsweise einfachen Pfadgeometrien im Windfall werden die hier angenommenen Begrenzungen rasch erreicht. Die leicht reduzierte Folgegenauigkeit gegenüber den Ergebnissen ohne Wind ist auf die Heuristik zur Windberücksichtigung in der Vorsteuerung zurückzuführen, welche auf höhere Ableitungen der Windeinflüsse verzichtet (vgl. Lemma 3 in Anhang A.3.3).

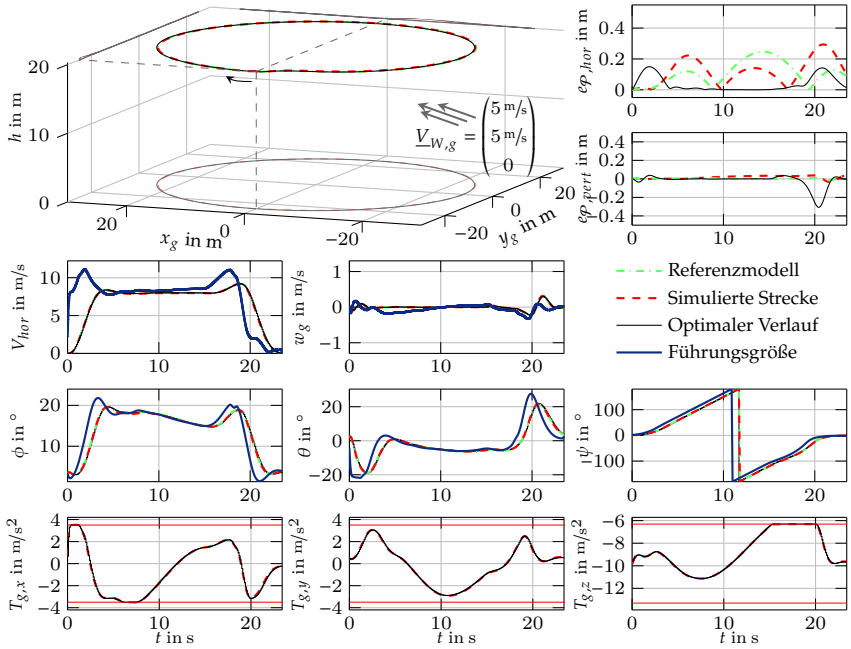


Abbildung 4.6: Simulation eines Kreisflugs mit Beschleunigungs- und Bremsvorgang ohne Positionsrückführung mit ideal bekanntem mittlerem Wind

Ebenes dreiblättriges Kleeblatt $\mathcal{P}_1$ Beim ebenen Kleeblatt ist nach ca. 22 s eine vertikale Ablage von etwa 40 cm zu sehen, die im Positionsverlauf an der Spitze des dritten Blatts erkennbar ist (siehe Abbildung 4.7). Ab diesem Zeitpunkt stoßen die Schubkomponenten abwechselnd an ihre Leistungsgrenzen, was zu dieser Abweichung führt. Das gleichzeitige Erreichen von mehr als einer Grenze hat Auswirkungen auf den Verlauf der Führungsgröße im Rollwinkel (blau), der an dieser Stelle drei Schwingungsamplituden aufweist. Die Zeitreihen sind dennoch hinreichend glatt.

Die Pfadabweichung bleibt in der Simulation unter 40 cm und ist damit gegenüber dem windfreien Fall leicht erhöht. An der perspektivischen Darstellung der Pfadgeometrie ist zu sehen, dass der Moment der vertikalen Ablage im Optimierungsergebnis mit der Kreisbahn vergleichbar ist. Auch hier hält sich der Hubschrauber ungefähr in Flugrichtung Norden und verzögert, in diesem Fall aufgrund der Zunahme der Bahnkrümmung, an der äußeren Spitze des Kleeblatts. Die minimale Schubgrenze wird vergleichbar zur Kreisbahn erreicht und damit ist die notwendige Verzögerung nur mit einem gewissen Höhengewinn möglich. Eine andere Wahl der Hyperparameter erlaubt ggf. eine

Lösung mit geringerer vertikaler Ablage finden. Es lassen sich entweder die horizontalen Ablagen gegenüber den vertikalen abwägen oder die Geschwindigkeit an den geraden Pfadstücken weiter reduzieren, vgl. hierzu Abschnitt 3.7.5. Häufig führt allerdings ein strengeres Abstimmen der Pfadfolgefehler zu erhöhter Rechenzeit und einem verkleinerten Konvergenzbereich bezüglich der Wind- und Vorgabevariationen.

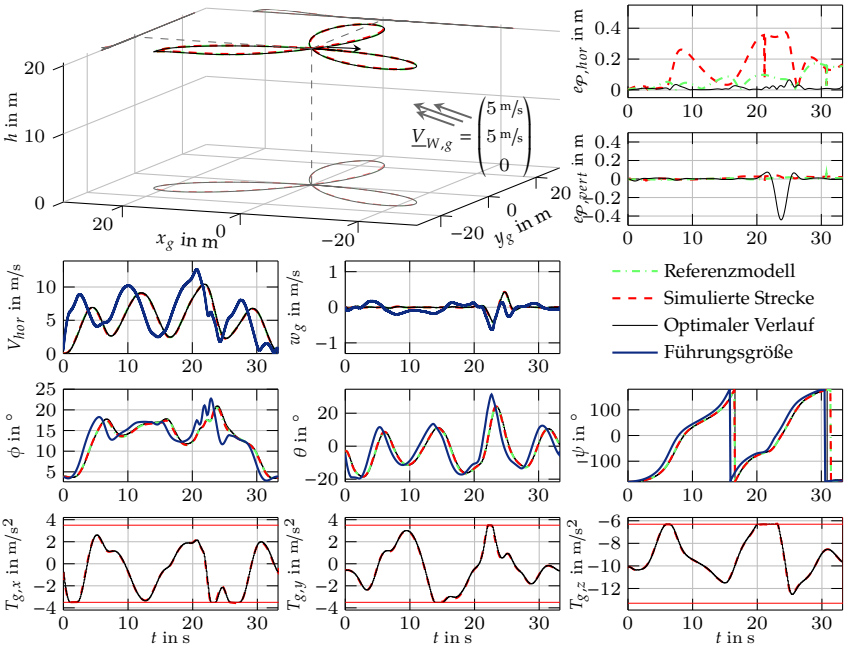


Abbildung 4.7: Simulation des ebenen Kleeblatts ohne Positionsrückführung mit ideal bekanntem mittlerem Wind

Dreiblättriges Kleeblatt mit Höhenprofil $\mathcal{P}_2$ Abbildung 4.8 zeigt das Kleeblatt mit Höhenprofil und Wind. Die Höhenvariation hilft in diesem Fall, innerhalb der Leistungsgrenzen des Schubs zu bleiben. Da sich der Hubschrauber während der Verzögerungsphase im Steigflug befindet, fällt der für die Geschwindigkeitsreduktion benötigte Schub geringer aus. Somit werden die angenommenen Leistungsgrenzen in diesem Fall nicht erreicht. Obwohl die Geometrie des Kleeblatts mit Höhenprofil im Vergleich zur Kreisbahn komplexer ist, zeigt sich der Verlauf im dargestellten Windfall insgesamt gutmütiger. Die Leistungsgrenzen werden hier einmal zu Beginn des Pfads im Beschleunigungsfall und etwa bei 30 s kurzzeitig berührt.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Fehler im Vergleich zum windfreien Fall in ähnlichen Größenordnungen bleiben, jedoch leicht erhöht sind. Die Ursachen dafür sind die gleichen wie im vorherigen Abschnitt: die Diskretisierung der Entscheidungsvariablen und die Abweichungen durch das PCH, verursacht durch das nicht ideale Tracking des Referenzmodells. Im mit Wind beaufschlagten Fall kommen zusätzliche Ungenauigkeiten durch das heuristische Berücksichtigen des Windvorwissens in den inneren Regelkreisen hinzu.

Diese Ergebnisse dienen im Folgenden als Referenz für die Untersuchungen zur iterativen Verbesserung der Pfadfolge. Die Simulationsexperimente werden unter gleichen Windbedingungen durchgeführt. Allerdings wird der Wind als vollständig unbekannt angenommen, sodass die Störungsschätzung und die iterative Folgeverbesserung die Aufgabe haben, die Pfadabweichung zu kompensieren. Ein optimales Ergebnis wäre, wenn nach einigen Iterationen identische Pfadgenauigkeiten wie in den hier dargestellten Ergebnissen unter idealer Windkenntnis erreicht würden.

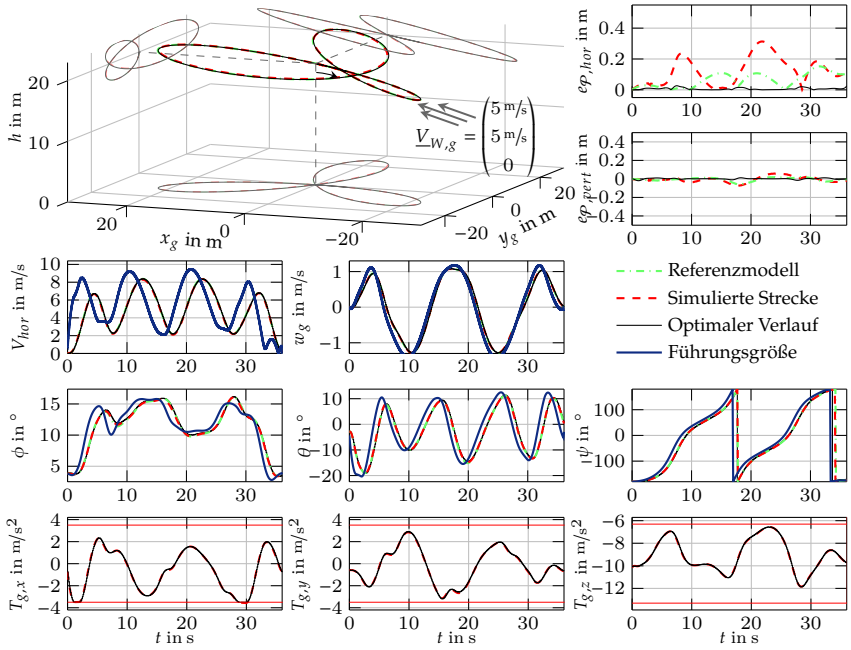


Abbildung 4.8: Simulation des Kleeblatts mit Höhenprofil ohne Positionsrückführung mit ideal bekanntem mittlerem Wind

4.2.3 Iterative Pfadfolgeverbesserung in unbekanntem Windfeld

Die Simulationsexperimente erfolgen in diesem Abschnitt unter denselben Windbedingungen wie im vorangegangenen Kapitel, mit dem Unterschied, dass der Wind als vollständig unbekannt angenommen wird. Die Abbildungen 4.9 bis 4.11 zeigen die Ergebnisse der iterativen Pfadfolgeverbesserung. Um einen besseren Überblick über die Flugwiederholungen zu geben und die wesentlichen Merkmale dieses Ansatzes hervorzuheben, unterscheiden sich die Darstellungen von denen des Vorkapitels. Statt nur eines Flugs enthalten die Darstellungen sieben Iterationen i je Testpfad.

Die Farbzuordnung der Streckenverläufe bleiben rot und die des Referenzmodells grün. Je Iteration nimmt die Farbintensität zu, sodass der siebte Durchgang dunkler dargestellt ist als die vorherigen. Die kontinuierlichen Zeitverläufe zeigen die Flugzeit auf der Abszisse der Grafiken. Gewisse Einzelwerte pro Iteration werden als umrandete Kreuze mit der fortlaufenden Iteration auf der Abszisse dargestellt, hinter jedem Einzelwert verbirgt sich also der komplette Flug eines Pfads.

Wie bisher zeigt die geometrische Abbildung die Flüge in perspektivischer Darstellung, einschließlich der Projektionen auf die Koordinatenebenen in der Grafik oben links. Neben diesen Graphen befindet sich eine modifizierte Form der Pfadablage. Um den Einfluss der Iteration deutlich zu machen, ist der Maximalwert der Pfadablage für jeden Durchgang als Punkt für Strecke und Referenzmodell dargestellt

$$\|e_{\mathcal{P},j}\|_\infty = \max_t |e_{\mathcal{P},j}(t)|, \quad j \in \{vert, hor\}.$$

In diesen Grafiken werden anstelle der Geschwindigkeiten deren Fehler dargestellt, um die Variation mit zunehmender Iteration deutlicher zu zeigen. Insbesondere der Vergleich der Abweichungen der Trimmlagen im Schwebeflug zu Beginn des Fluges hat sich als hilfreicher Indikator erwiesen. Im Idealfall stimmen die Anfangsbedingungen (θ_0, ϕ_0) der Strecke und des Referenzmodells mit der erwarteten Optimierungsgröße (θ_0^*, ϕ_0^*) überein. Treten Abweichungen auf, gibt dies Aufschluss über die Qualität der Störungsschätzung am stationären Schwebeflug zu Beginn des Pfads. Diese Abweichungen sind in zwei übereinanderliegenden Grafiken auf der rechten Seite dargestellt. Linksseitig befindet sich die Frobeniusnorm der Gewichte des neuronalen Netzes (Shl Nn)

$$\|\underline{\underline{Z}}(t)\|_F = \sqrt{\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} Z_{i,j}^2(t)}.$$

Wie in Abschnitt 3.5 erwähnt, zeigt eine Reduktion der quadratischen Summe aller Netzgewichte die Aktivität des Netzes an und ist damit ein Maß für die auftretende

Modellungenauigkeit. In der unteren Zeile der Grafik sind die Schätzwerte der Störung angegeben, die beim ersten Flug mit null initialisiert und dann iterativ durch die Störungsschätzung verbessert werden.

Kreisbahn $\mathcal{P}_\circ$ Abbildung 4.9 zeigt die Ergebnisse der iterativen Verbesserung für die Kreisbahn. Während beim ersten Flug Abweichungen auftreten (1,5 m in der Horizontalen, in der Vertikalen etwas geringer), verschwinden diese mit fortschreitender Iteration. Diese Pfadablagen sind auch in der perspektivischen Darstellung deutlich zu erkennen. Nach der vierten Iterationen ist der Fehler weitgehend unterdrückt und wird mit zunehmenden Iterationen weder besser noch schlechter. Die horizontale Ablage setzt sich aus einer Kombination der Einflüsse des Referenzmodells und der Strecke zusammen, während in vertikaler Richtung der Unterschied insbesondere durch den Streckenverlauf, also den Regelungsfehler, erzeugt wird. Zu Beginn des Pfads tritt in der ersten Iteration eine Abweichung des Nickwinkels von ungefähr 3 ° auf, die ab der zweiten Iteration durch Berücksichtigung der Störungsschätzung aufgehoben wird. Hier wurde der Verlauf des Referenzmodells entsprechend den tatsächlich auftretenden Winkeln korrigiert.

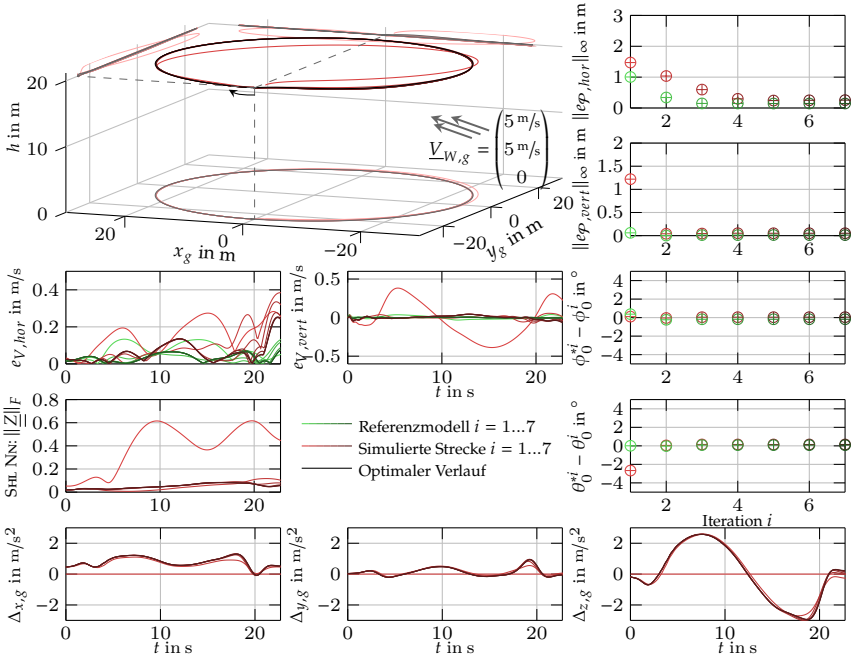


Abbildung 4.9: Iterative Simulation des nicht stationären Kreisflugs ohne Positionsrückführung mit unbekanntem mittlerem Wind und $V_K \approx 8\,\mathrm{m/s}$

Die Störschätzung, die im ersten Durchlauf mit null initialisiert wird, nimmt ab der zweiten Iteration einen ausgeprägten Verlauf an und ändert sich in den weiteren Flügen nur noch geringfügig. Die Aktivität des neuronalen Netzes spiegelt dieses Verhalten konsistent wider. Beim ersten Flug erreicht die Frobeniusnorm der Netzgewichte Werte bis zu 0,6, die beim zweiten Durchlauf auf unter 0,1 sinken und in den weiteren Runden nur geringfügig abnehmen. Im Vergleich zur Optimierung mit bekanntem Windfeld aus Abbildung 4.6 bleibt der Fehler in ähnlicher Größenordnung. Die vertikale Ablage zeigt in der perspektivischen Darstellung ebenfalls einen leichten Höhengewinn beim Abbremsen am Ende der Bahn, der nur aufgrund der überlagerten Kurven nicht stark hervortritt.

Deutlich sichtbarer ist der Geschwindigkeitsfehler am Ende der Kreisbahn. Die Horizontalgeschwindigkeit der Strecke zum Idealverlauf startet bei der ersten Iteration mit einer Abweichung von ungefähr 0,4 $^{m}/_{s}$ und sinkt nach einigen Durchgängen auf ca. 0,25 $^{m}/_{s}$ ab. Tatsächlich findet sich eine vergleichbare Abweichung auch im vorangegangenen Kapitel, tritt aber aufgrund der Ordinatenskalierung der Horizontalgeschwindigkeit nicht deutlich hervor. Die Lösungen bei bekanntem Wind oder iterativer Verbesserung bei unbekanntem Wind sind demnach sowohl in Folgegüte als auch in der Geometrie sehr ähnlich.

Ebenes dreiblättriges Kleeblatt $\mathcal{P}_1$ Die Darstellung des dreiblättrigen Kleeblatts in Abbildung 4.10 ähnelt prinzipiell der obigen Darstellung der Kreisbahn (Abbildung 4.9). Die Windverhältnisse sind die gleichen. Bemerkenswert ist, dass die Werte des Störungsschätzers in z-Richtung etwa das Dreifache der maximalen Auslenkung der Horizontalkomponente annehmen. Dementsprechend ist die vertikale Pfadablage stärker ausgeprägt als die horizontale. Bereits in der zweiten Iteration ist die Vertikalkomponente des Fehlers fast vollständig abgebaut. Die horizontalen Geschwindigkeitsanteile verringern sich hingegen nicht in gleichem Maße; die verbleibenden Ablagen setzen sich dabei etwa je zur Hälfte aus dem Regelungsfehler und den Abweichungen des Referenzmodells vom Idealverlauf zusammen.

Nach der dritten Iteration hat sich die Pfadabweichung auf einen endgültigen Restwert reduziert. Gleichzeitig sinkt, wie bei der Kreisbahn, die Frobeniusnorm der Netzgewichte des neuronalen Netzes von maximal 0,6 auf unter 0,1. Da der Hubschrauber bei unveränderter Windrichtung im Kleeblatt nach Süden und im Kreis nach Norden startet, ist der anfängliche Nickwinkelfehler im Betrag gleich, hat jedoch entgegengesetzte Vorzeichen.

Auffällig ist die Änderung der Pfadgeometrie an der Spitze des dritten Blattes durch das Erreichen der angenommenen unteren Leistungsgrenze des Hubschraubers, was in einem leichten Höhengewinn resultiert. Die gleiche Änderung der Pfadgeometrie trat bereits bei ideal bekanntem Wind auf.

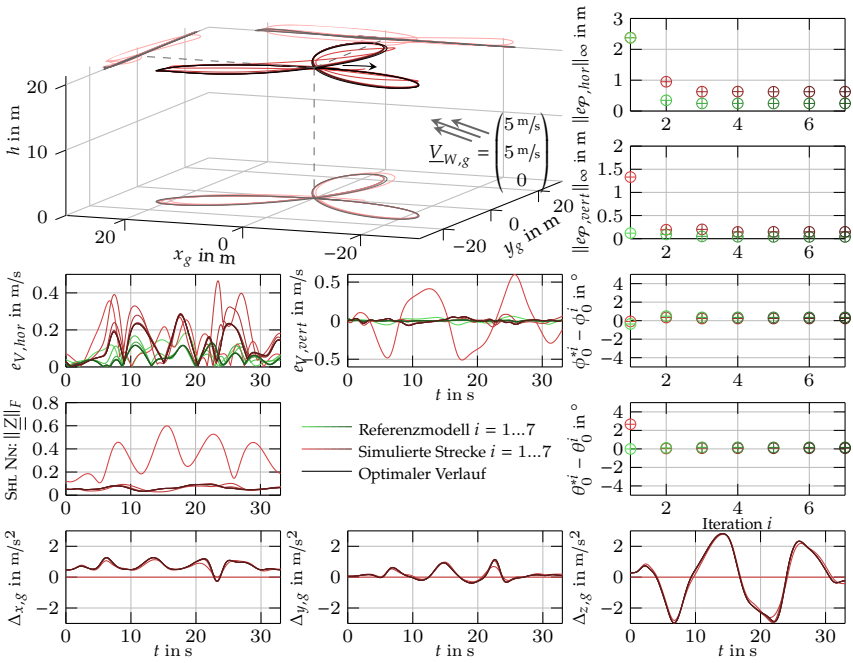


Abbildung 4.10: Iterative Simulation des ebenen Kleeblatts ohne Positionsrückführung mit unbekanntem gleichförmigem und stationärem Windfeld und $V_K \approx 8\,\mathrm{m/s}$

Dreiblättriges Kleeblatt mit Höhenprofil $\mathcal{P}_2$ Die Simulation des Kleeblatts mit Höhenprofil bestätigt die Ergebnisse des vorangegangenen Experiments. Ein nennenswerter Unterschied ist die Vermeidung der Leistungsgrenze am dritten Blatt, die auch bei gleichem Pfad mit bekanntem Wind auftritt. Trotz Variation der Höhe ähnelt der Verlauf des vertikalen Geschwindigkeitsfehlers dem ebenen Fall. Bereits bei der zweiten Iteration ist dieser Höhenfehler abgebaut. Die unterschiedliche Charakteristik des Fehlerabbaus in horizontaler und vertikaler Richtung hängt somit nicht mit der Variation der Sollvorgabe zusammen. Vielmehr ist sie auf die höhere Priorisierung der Höheneigenschaften gemäß Kapitel 3.4.1 zurückzuführen. Im Vergleich zu den vorangegangenen Beispielen tritt hier eine deutlichere Verlängerung der Trajektorie durch die Störungsschätzung auf. Die Trajektorie der ersten Iteration ist ca. 1 s kürzer als die der nachfolgenden Iterationen.

Der vertikale Fehler reduziert sich schneller als der horizontale und beide sind nach drei Iterationen auf endgültige Restwerte gesunken. Ebenso wie im Fall mit idealer

Windkenntnis werden die Leistungsgrenzen berücksichtigt und führen zu identischen Trajektorien. Die Pfadfolgegüte und die Form der Trajektorien sind nahezu identisch zu den Simulationen bei idealer Windkenntnis.

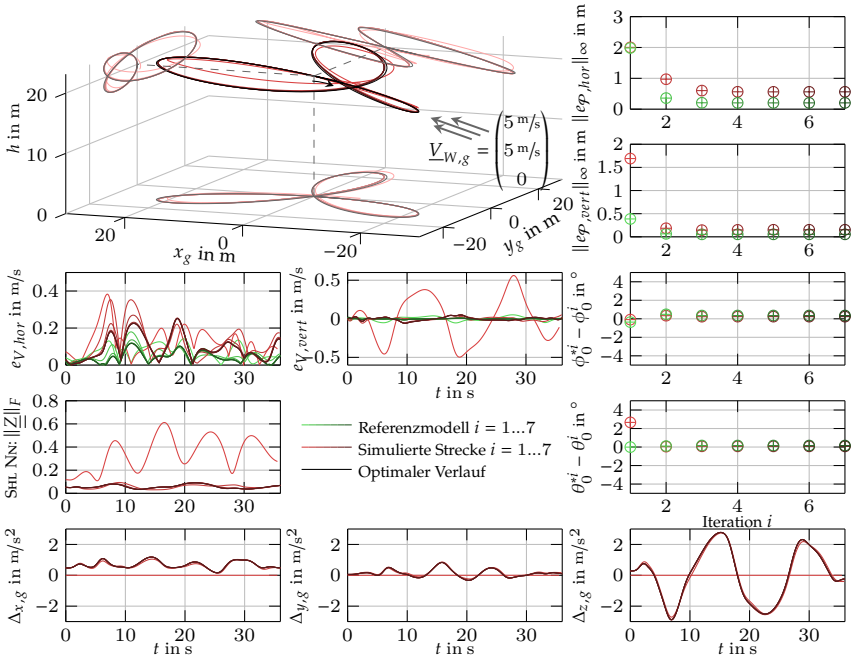


Abbildung 4.11: Iterative Simulation des Kleeblatts ohne Höhenprofil mit Positionsrückführung und unbekanntem gleichförmigem sowie stationärem Windfeld $V_K \approx 8\,\mathrm{m/s}$

4.2.4 Analyse von Fehlereinflüssen für die Flugversuchsauswertung

Der folgende Abschnitt bereitet mittels abgestimmter Simulationen die Diskussion über die Flugversuche vor und ordnet die getroffenen Annahmen bezüglich der Pfadfolgegenauigkeit ein. Außerdem wird die Leistungsfähigkeit des Optimierungsansatzes mit einer „naiven“ Geschwindigkeitsvorgabe verglichen.

In Abbildung 4.12 wird die einfachste Form einer nicht optimierten Geschwindigkeitsvorgabe mit der optimierungsbasierten dieser Arbeit mit und ohne Windkenntnis verglichen. Die unoptimierte Geschwindigkeitsvorgabe wird tangential zur Pfadgeometrie mit dem

Betrag der gewünschten Geschwindigkeit als Fortschritt bestimmt. Das Diagramm stellt somit vier Versuchsbedingungen gegenüber – optimiert/unoptimiert und mit/ohne Windberücksichtigung. Vergleichbar mit den Flugexperimenten werden leichte Windbedingungen angesetzt, um einige der dort dargestellten Ergebnisse einzuordnen. Die Grafik ist spaltenweise unterteilt: auf der linken Seite die Draufsicht auf die resultierenden Pfadgeometrien und in der Mitte zwei Seitenansichten in Nord- und Westrichtung. Die beiden Zeitverläufe in der rechten Spalte zeigen die horizontalen und vertikalen Pfadablagen.

Bei unoptimierten Vorgaben nimmt die Pfadablage Werte von bis zu 30 m an. Die Berücksichtigung der Windverhältnisse reduziert die Ablage um ca. 10 m. Die Flughöhe weicht um bis zu zwei Meter ab, was in den verschiedenen Pfadansichten deutlich zu sehen ist. Für die optimierungsbasierte Folge hingegen fällt die Pfadablage auf unter 4 m ab. Nahezu ideale Pfadfolge gelingt, wenn darüber hinaus der Wind berücksichtigt wird.

Der Vergleich dieser Verläufe zeigt dreierlei. Erstens wird der Einfluss der Dynamik der geschlossenen Regelkreise deutlich. Könnte der Hubschrauber die Geschwindigkeitsvorgabe verzögerungsfrei umsetzen, würde die unoptimierte Vorgabe zu einer fehlerfreien Pfadfolge führen. Die Regelkreisdynamik verhindert jedoch durch Beschleunigungs- und Abbremsphasen, dass der Pfad vollständig abgeflogen wird. Zudem verzerrt die filternde Wirkung der Regelkreisdynamik fortlaufend die sich einstellende Pfadgeometrie.

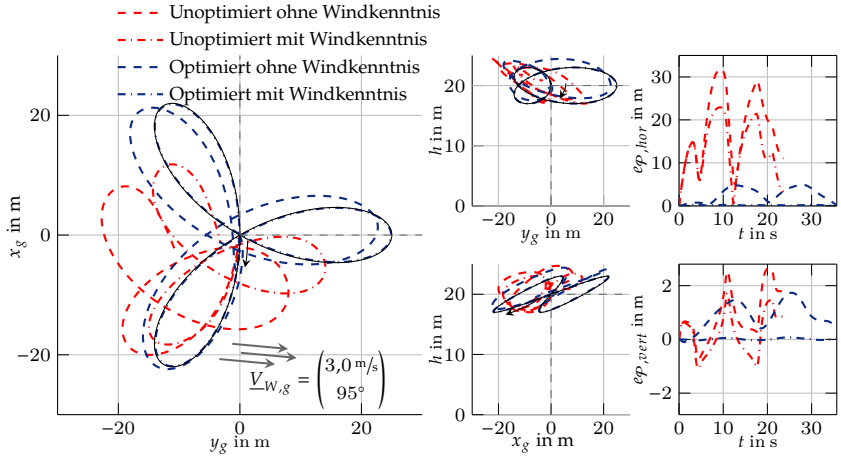


Abbildung 4.12: Vergleichende Simulation mit und ohne der hier vorgestellten Optimierung sowie mit und ohne Windberücksichtigung in der Vorsteuerung

Zweitens ignoriert die unoptimierte Vorgabe die Leistungsgrenzen des Hubschraubers, sodass sich die Geschwindigkeit in Segmenten mit großer Krümmung nicht rechtzeitig verringert. Dieser Effekt trägt ebenfalls zur Pfadablage bei, führt jedoch zu einer kürzeren Flugzeit (ca. 25 s gegenüber ca. 35 s im optimierten Fall, siehe Abszisse in der rechten Spalte der Grafik). Die Optimierung reduziert hingegen die Fluggeschwindigkeit an den äußeren Blattspitzen des Kleeblatts und verlängert dadurch die Flugzeit. Drittens führt die Berücksichtigung der Windkenntnis in beiden Fällen zu einer deutlichen Reduktion der Ablage. Im Fall der optimierten Vorgabe verschwindet die Ablage durch die Windkenntnis nahezu vollständig.

Erwähnenswert ist außerdem die Gestalt der geflogenen Bahnen. Die Abweichungen durch die Transienten in den Beschleunigungs- und Abbremsphasen sorgen für einen Verlauf der Ablage gegen die Windrichtung. Diese Effekte überwiegen auch gegenüber einem einfachen Abtreiben entlang der Windrichtung. In den späteren Flugexperimenten ist Ähnliches zu beobachten.

In der nachfolgenden Abbildung 4.13 werden weitere potenzielle Ursachen für im Flugversuch auftretende Pfadabweichungen bei der iterativen Verbesserung untersucht. Dabei werden verschiedene Qualitätsstufen der Vorsteuerung betrachtet, einschließlich der kausalen Inferenz (Pseudowindschätzung), der Trimmfehler und des Einflusses der Taumelscheiben- und Heckrotorservos.

Die obere Grafik zeigt den Einfluss der Vorsteuerung und Windschätzung auf die Pfadablage. Zur Abschätzung des Einflusses der im Flugversuch verwendeten vereinfachten Vorsteuerung aus den Vorarbeiten zeigt die Grafik einen Vergleich mit der flachheitsbasierten Variante. Letztere berücksichtigt zusätzliche Kopplungen der Zustände. Die Ergebnisse zeigen, dass die erreichbare Pfadfolgegenauigkeit durch die Qualität der Vorsteuerung von etwa 4 m auf unter 1 m reduziert werden kann. Beachtenswert ist, dass die Höhenhaltung beider Varianten nach bereits einer Iteration vergleichbar ist. Wird davon ausgegangen, dass Wind für diese Störung ursächlich ist und dieser entsprechend geschätzt und berücksichtigt, verbessert sich die Pfadgenauigkeit nur noch geringfügig.

Dass sich die Modellkenntnis verbessert hat, ist an der geringeren Aktivität des neuronalen Netzes erkennbar, wenn der Wind zusätzlich geschätzt wird. Diese Beobachtungen erlauben erste Folgerungen. Bei der im Flugversuch vorherrschenden Windstärke ist die Güte der Vorsteuerung der entscheidendere Faktor. Die Kopplungen der Zustände können durch einen Störungsschätzer im äußeren translatorischen Regelkreis nicht kompensiert werden, und die Pfadablage erreicht einen Grenzwert, in diesem Beispiel ungefähr 4 m. Im Flugversuch fällt dieser Effekt geringer aus.

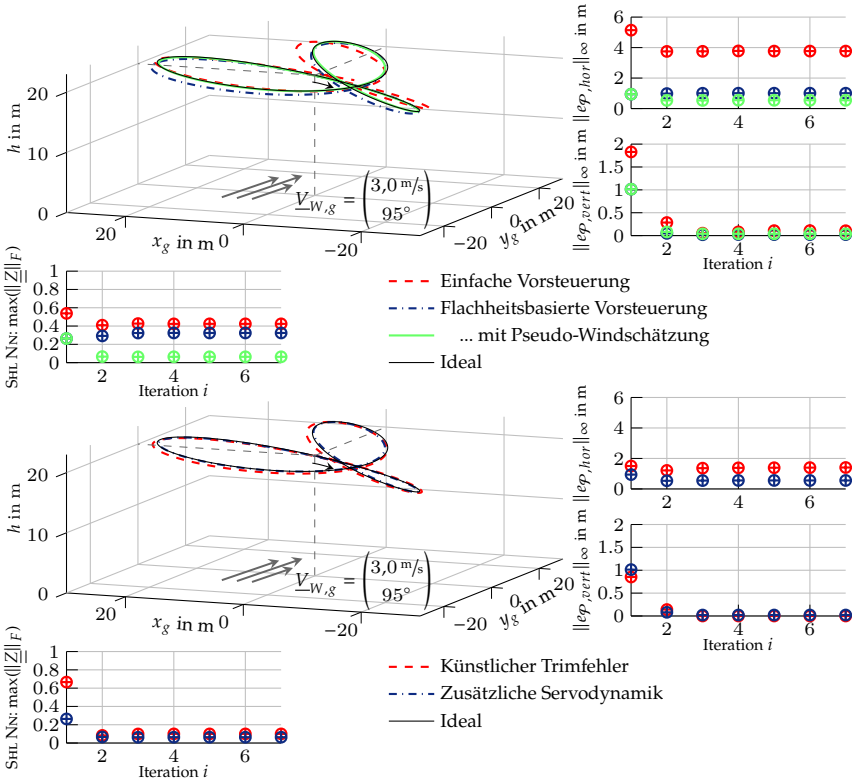


Abbildung 4.13: Iterative Simulation mit verschiedenen, im Flugversuch denkbaren Fehlereinflüssen, wie Modellfehler, Trimmfehler und zusätzlicher Servodynamik der Taumelscheibe und des Heckrotorkollektivs

Die untere Grafik in Abbildung 4.13 verdeutlicht den Einfluss von Trimmfehlern und einer Vernachlässigung der Servodynamik. Trimmfehler können beispielsweise bei einer leicht verdrehten Montage der Servohebel entstehen oder Abweichungen der Gesamtmasse des Hubschraubers. In der Grafik wird ein Trimmfehler von 1 % des Aktuatorbereichs auf alle Aktuatoren der Rotation und 10 % für das Hauptrotorkollektiv simuliert. Diese Werte stellen eine konservative Abschätzung möglicher Fehler im Flugversuch dar.

Die Simulationsergebnisse zeigen, dass ein Teil des Pfadfehlers reduziert wird, während eine Restabweichung auch nach mehreren Iterationen bestehen bleibt. Der Kollektivfehler kann direkt durch die Störungsschätzung im äußeren Regelkreis kompensiert werden,

die Anteile des inneren Lageregekreises, also die Trimmfehler der Rotation, hingegen nicht. Wie schon bei der verbesserten Modellierung der Zustandskopplungen in der Vorsteuerung tritt hier der Effekt ein, dass eine nicht berücksichtigte Störung der inneren Regelkreise die Genauigkeit begrenzt.

Im zweiten Experiment werden die Servos von Taumelscheibe und Heckrotorkollektiv jeweils mit PT2-Gliedern simuliert, mit Parameterwerten, wie sie bei Digitalservos im Modellflugbereich üblich sind. Jedes Servo wird mit

$$\ddot{\underline{\delta}}(t) + 2\zeta_a \omega_a \dot{\underline{\delta}}(t) + \omega_a^2 \underline{\delta}(t) = \omega_a^2 \underline{\delta}_c(t), \tag{4.3}$$

und den Parametern $\omega_a = 50\,\mathrm{rad/s}$ und $\zeta_a = 1{,}2$ modelliert. Die Abbildungen zeigen, dass in diesem Fall ab der zweiten Iteration Fehleranteile aus vertikaler Richtung in die horizontale verlagert werden. Der Fehler ist allerdings nur unmerklich größer als im simulierten Fall ohne Servodynamik. Die Annahme, die Servos für die Pfadfolgedynamik vernachlässigen zu können, bestätigt sich somit auch in der Simulation.

Die Ergebnisse dieser Simulationsexperimente werden in Kapitel 4.5 wieder aufgegriffen, um die im Flugversuch auftretenden verbleibenden Pfadablagen einzuordnen.

4.3 Pfadfolge im Flugversuch

Die folgenden Abschnitte befassen sich mit den Ergebnissen der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Flugversuche, die mit dem unbemannten Hubschrauber ARTIS durchgeführt wurden. Ziel ist die Validierung der hergeleiteten Ansätze und der experimentelle Nachweis verschiedener Aspekte zur vorsteuerungsbasierten Pfadfolge:

- Machbarkeit: Die Trajektorien für die Pfadfolge werden unter realistischen Randbedingungen vorausberechnet, auf einem realen System vorgehalten und ausgeführt.
- Wirksamkeit: Es wird im Experiment quantitativ gezeigt, dass durch die Vorausberechnung der Vorsteuerung eine hochwertige Pfadfolge gelingt und dass ein Brückenschlag zwischen adaptiv geregelten unbemannten Kleinhubschraubern und der optimierungsbasierten Pfadfolge möglich ist.
- Effektivität: Trotz ungenauer Kenntnis der Umgebungsbedingungen, insbesondere des vorherrschenden Winds, wird eine Verbesserung der Pfadfolge durch den iterativen Ansatz untersucht und damit die erreichbare Genauigkeit bei Zugriff auf präzise Wetterdaten aufgezeigt.
- Wiederholbarkeit: Es werden konstante Startbedingungen für die Trajektorien geschaffen und diese wiederholt abgeflogen. So wird die Reproduzierbarkeit der Pfadfolge untersucht. Für einen Pfadtyp werden Experimente an zwei verschiedenen Tagen durchgeführt, um eine Variation der Umgebungsbedingungen abzubilden. Zusätzlich werden die Pfade mit unterschiedlichen künstlichen Aktuatortrimmfehlern versehen, um den Einfluss von Umgebungsbedingungen und Modellfehlern zu untersuchen. Nach einigen Wiederholungen werden die Startbedingungen und Beispielpfade variiert, um den Einfluss verschiedener Pfadgeometrien aufzuzeigen.

Durch den Vergleich der Flugversuchs- mit den Simulationsergebnissen wird quantitativ untersucht, welche Pfadfolgegenauigkeit mit den hier vorgestellten Ansätzen ohne Positionsrückführung in der Regelung erreicht werden kann.

Der folgende Abschnitt erörtert zunächst den Aufbau der Flugversuche. Ziel ist die Schaffung einer Grundlage zur Einordnung der Flugergebnisse sowie für die Reproduzierbarkeit bei nachfolgende Arbeiten. Anschließend werden die Ergebnisse der einfachen Pfadfolge im Flugexperiment gezeigt und die Wiederholbarkeit in direkt aufeinanderfolgenden Flügen und an unterschiedlichen Tagen wird dargestellt. Diese Experimente entsprechen den Simulationen aus Kapitel 4.2.2, mit dem Unterschied, dass die Windverhältnisse nicht bekannt sind. Mit diesen Grundlagen wird die iterative Pfadfolge

entsprechend dem Simulationskapitel 4.2.3 im Experiment untersucht. Eine vergleichende Diskussion von Flugversuch und Simulation rundet das Kapitel ab.

4.3.1 Vorbetrachtungen und Flugversuchsumgebung

Die folgenden Abschnitte dokumentieren die Versuchsumgebungen und die Auslegung der Experimente.

Flugversuchsbedingungen Bordseitig Für die Versuche stand der in den vorangegangenen Kapiteln beschriebene Hubschrauber zur Verfügung. Dessertbanane technischen Details sind im Kapitel 3 zu finden. Die experimentellen Avionik- und Softwaresysteme wurden vollständig vom Institut für Flugsystemtechnik des DLR im Rahmen vorangegangener Arbeiten entwickelt. Auf dem Flugsteuerrechner wird ein Echtzeitbetriebssystem (QNX 6.3.6) eingesetzt. Zu den Vorarbeiten gehörte auch die Entwicklung eines experimentellen Navigationsfilters, basierend auf einem Extended-Kalman-Filter (EKF). Die Auswahl der Sensoren umfasst eine Inertialmesseinheit (IMU), ein Magnetometer und ein DGPS (Differential Global Positioning System). Diese Sensoren sind für das Navigationsfilter wichtig, wobei die GPS-Positionsmessung in die Zustandsschätzung einfließt und somit zur Verbesserung der Schätzung anderer Zustände (z. B. Geschwindigkeit und Lage des Hubschraubers) beiträgt. Die geschätzten Positionen werden jedoch nicht zur Regelung zurückgeführt.

Die für diese Experimente entwickelten Flugregelungsmodule wurden in Matlab/Simulink entwickelt und mittels Codegenerierung in die Flugsteuerungssoftware integriert. Mithilfe der in Kapitel 3.6 entwickelten Pfadfolgeoptimierung und der ACADO-Codegenerierung wurden die Eingangs- und Störungstrajektorien offline berechnet und gespeichert. Während des Flugs werden diese Zeitreihen geladen und zeitbezogen kommandiert.

Flugversuchsumfeld Die Versuche fanden auf einem ebenen Modellflugplatz statt. Mindestens 400 m entfernt sind die nächsten Wälder oder Bebauungen, welche die Windverhältnisse beeinflussen könnten. Die Vegetation in der Umgebung besteht hauptsächlich aus brachliegenden Feldern mit einzelnen Bäumen und Sträuchern, die sich in mindestens 50 m Entfernung zum Flugversuchsgelände befinden. In der Umgebung ist das einzige Gebäude eine etwa 4 m hohe Hütte mit niedrigem Giebel, die sich rund 100 m nördlich der Flugstrecken befindet. Überflogene Felder sind mit niedrig wachsenden

Zwischenfrüchten (wenige Zentimeter Wuchshöhe) bepflanzt oder waren kürzlich abgeerntet worden. Im Rahmen der Flugversuche wird die Umgebung daher als offene Fläche angenommen, die keine systematischen Einflüsse wie Verwirbelungen hervorruft.

Der Versuchsort und die vorliegenden Windbedingungen sind in Tabelle 4.1 für den ersten Flugversuchstag aufgeführt. Es werden Daten von zwei Windmessquellen präsentiert: einer mobilen Wetterstation, die direkt am Flugversuchsort in ca. 3 m Höhe aufgestellt wurde, und der nächstgelegenen offiziellen Wetterstation zum Vergleich, welche etwa 15 km Luftlinie südöstlich gelegen ist.

Flugversuchsort	Hillerse Modellflugplatz
Ungefähre GPS-Position	52.419° N 10.436° E
Messung Windbedingungen	Consumer-Grade Wetterstation[3]
Messhöhe über Grund	ca. 3 m
Windrichtung	250–300°
Windstärke	2–4 $^{m}/_{s}$
Nächste offizielle Wetterstation	Braunschweig[4]
National Station-ID	00662
Windrichtung	280–300°
Windstärke	3,3–6 $^{m}/_{s}$

Tabelle 4.1: Ungefähre Umgebungsbedingungen der Flugversuche vom 09.10.2014

4.3.2 Experimentauslegung und Datenwertung

Pfadauslegung und Versuchsablauf Die Abmessungen der Pfadgeometrien wurden so gewählt, dass sie ein repräsentatives Verhältnis zwischen Hubschraubergröße und Pfadgeometrie schaffen. Die Pfade sind genügend kleinräumig, sodass beim Abfliegen keine stationären Zustände entstehen. Gleichzeitig sind sie weitläufig genug, damit der Hubschrauber diesen folgen kann, ohne dass Anpassungen an der Geometrie vorgenommen werden müssen. Der Ablauf eines Testflugs stellt sich entsprechend dem Problem 2 wie folgt dar:

i. Durchführung der Pfadfolgeoptimierung mit aktuell geschätztem Störungsverlauf.

ii. Sichtprüfung der Trajektorien auf Konvergenz der Lösung und Glattheit durch den Fernpiloten, anschließendes Übertragen der Zeitreihen auf den Hubschrauber.

[3] Wetterstation: Conrad Electronic DV928
[4] Quelle https://meteostat.net

iii. Anfliegen einer sicheren Ausgangshöhe.

iv. Kommandierung des Gierwinkels entlang der Tangente des Pfadbeginns $\underline{q}_{\psi}(0)$ und der Geschwindigkeit $V_K = 0$ für 5 s. Die Dauer dieser Anfangsbedingungen ist großzügig bemessen, um sämtliche Transienten der Strecke und Übergangsvorgänge in der Software abklingen zu lassen. Der Gierwinkel des Hubschraubers ist so ausgerichtet, dass er der Anfangsbedingung des Pfads entspricht.

v. Schrittweise Kommandierung der Zeitreihen. Wiederhole die Schritte iv. und v. dreimal (im Folgenden Wiederholungen genannt).

vi. Herunterladen der Logdaten und erneute Störschätzung auf Basis der über die Wiederholungen gemittelten Trajektorien. Diese neuen Störungsverläufe bilden die Basis für eine Neuberechnung der Pfadfolgeoptimierung. Kehre Zurück zu Schritt i. (im Folgenden Iterationen genannt).

In einer Iteration werden alle Testpfade nacheinander abgeflogen, wobei immer die Reihenfolge Kreisbahn, ebenes Kleeblatt und Kleeblatt mit Höhenprofil eingehalten wird. Die Anzahl der durchgeführten Iterationen ergibt sich aus der Randbedingung, dass die Flugzeit des Hubschraubers ca. 20 Minuten beträgt. Gleichzeitig sollen alle Flugexperimente an einem Flugversuchstag durchgeführt werden, der zum Entwicklungszeitpunkt durchschnittlich 3–4 Flüge erlaubt. Es wurde daher festgelegt, dass pro Iteration alle Pfade dreimal wiederholt und insgesamt drei Iterationen durchgeführt werden. Zwischen den Iterationen wurde der Hubschrauber neu betankt und die Neuberechnung der Pfaditerationen durchgeführt. Insgesamt fanden an einem Tag (09.10.2014) drei vollständige Iterationen mit allen Pfaden statt. Zusätzlich ergab sich an einem weiteren Tag (05.12.2015) die Möglichkeit, die Versuche für das Kleeblatt mit Höhenprofil zu wiederholen, allerdings stand für diese Flüge die Wetterstation nicht zur Verfügung. Diese Versuche werden hier ebenfalls dargestellt, um die Reproduzierbarkeit der Trajektorien an verschiedenen Tagen und damit unter unterschiedlichen Wetterbedingungen zu diskutieren.

Aspekte der Datenauswertung Abbildung 4.14 zeigt einen einzelnen Flug zur Pfadfolge anhand verschiedener Momentaufnahmen aus der Perspektive einer Bodenkamera. Der Referenzpfad (ein Kleeblatt mit Höhenprofil) ist weiß, während die tatsächlich geflogene Trajektorie grün dargestellt ist; zudem sind verschiedene Momentaufnahmen des Hubschraubers übereinandergelegt. Diese Darstellung basiert auf realen Logdaten, die in eine geschätzte Kameraperspektive projiziert wurden, und vermittelt einen Eindruck der mit diesem Ansatz erzielbaren Genauigkeiten. Die Pfadabweichungen liegen in der Größenordnung des Hauptrotordurchmessers. Die Zustandsschätzung weist ebenfalls

Ungenauigkeiten auf, wie die Unterschiede zwischen den von der Kamera aufgezeichneten Hubschrauberpositionen und der grünen Zustandskurve verdeutlichen. Aufgrund der Verzeichnung des Objektivs und der ungenauen Informationen über dessen Position und Ausrichtung kann die Größenordnung dieser Schätzgenauigkeit quantitativ nicht sinnvoll angegeben werden. Es ist jedoch ersichtlich, dass die Genauigkeit des verwendeten Navigationsfilters deutlich höher ist, als Pfadfolgefehler (weiß zu grün). Diese Beobachtung rechtfertigt die Vernachlässigung der Fehler bei Navigationsfilter und Sensorfusion in den folgenden Kapiteln.

Die kommandierten Zeitreihen sind von der aktuellen Hubschrauberposition unabhängig. Es findet auch keine Rückführung der Position in den Regelkreis statt. Stattdessen entsteht der Pfad durch Geschwindigkeitsverläufe relativ zur Startposition der Experimente. Im Experiment wurde zugunsten eines flüssigen und zeiteffizienten Ablaufs nicht darauf geachtet, den Hubschrauber stets auf eine identische Ausgangsposition zurückzuführen. Im Sinne der Darstellung und Vergleichbarkeit der Flugverläufe wird der Startpunkt jedes Pfadexperiments zu einem gemeinsamen Punkt $(0,0,-h_0)$ definiert (siehe Schritt iv.), sodass die im Experiment entstehenden Pfade übereinandergelegt und verglichen werden können. Entsprechend Definition 5 wird die Pfadablage für die Pfadfehlerdarstellung verwendet.

Für die Flugexperimente wurden die Beschleunigungsgrenzen im Referenzmodell deaktiviert.



Abbildung 4.14: Bodenperspektive des Flugversuchs zur Bahnfolge mit überlagerten Momentaufnahmen der Hubschrauberposition

4.4 Ergebnisse der Flugexperimente

Die folgenden Abschnitte präsentieren die Ergebnisse der Flugversuche quantitativ. Zunächst zeigen die Abbildungen 4.15 bis 4.17 die Wiederholungen der ersten Iteration, wobei kein Vorwissen über die Windbedingungen vorliegt. Außerdem zeigen diese Darstellungen einen mittleren Trajektorienverlauf. Die anschließende Abbildung 4.18 beleuchtet die Wiederholbarkeit eines Pfads an einem zweiten Flugversuchstag mit veränderten Windbedingungen.

Der darauffolgende Abschnitt ist der iterativen Folgeverbesserung gewidmet. Der mittlere Trajektorienverlauf dient in den Abbildungen 4.19 bis 4.21 zur Analyse der Iterationen und der damit verbundenen Verbesserung der Pfadfolge. Abschließend zeigt Abbildung 4.22 die Wiederholbarkeit der iterativen Verbesserung unter neuen Windbedingungen am zweiten Flugversuchstag. Die Auswertung der Ergebnisse beschränkt sich auf die für die Pfadfolge relevanten Aspekte. Im Detail lassen sich Beobachtungen zur Modellgüte und zur Berücksichtigung aerodynamischer Effekte feststellen, die jedoch zugunsten der Auswertung von Erkenntnissen mit direktem Bezug zur Problemstellung dieser Arbeit ausgespart werden.

4.4.1 Einmalige Pfadfolge in unbekanntem Windfeld

Die Abbildungen 4.15 bis 4.18 zeigen Wiederholungen der Pfade mit jeweils identischem Vorgabeverlauf ohne Berücksichtigung von Wind oder Störung in der Pfadfolgeoptimierung. Die Aufteilung der Darstellungen ist identisch. Bis auf die Nichtberücksichtigung der gemessenen Windbedingungen im Flugversuch entsprechen die Abbildung denen der Simulation im Abschnitt 4.2.2. Das Farbschema ist ebenfalls das der Simulation, wobei die weniger gesättigten Farben die einzelnen Wiederholungen der Flüge darstellen. Die Trajektorie mit der höchsten Farbsättigung entsteht durch die punktweise Mittelwertbildung zeitgleicher Momente der Flüge. Da diese Werte bei der Störschätzung verwendet werden, sind sie für den nächsten Abschnitt mit iterativer Pfadfolge von Bedeutung, denn genau diese Mittelwertbildung wird ebenso bei der Störschätzung verwendet. Der gemittelte Verlauf wird bereits jetzt dargestellt, um einen Eindruck der Unterschiede zu den Einzelverläufen zu gewähren.

Kreisbahn $\mathcal{P}_\circ$. In Abbildung 4.15 beginnt der Hubschrauber den Kreisbahnflug aus dem Schwebezustand, folgt dem Pfad im Uhrzeigersinn zunächst nach Norden und kehrt schließlich zum Ausgangspunkt in den Schwebeflug zurück. Der horizontale Fehler

bleibt dabei unter 4 m, während der vertikale Fehler um etwa 1 m nach oben und unten schwankt. Die sich damit ergebende Geometrie des Pfads zeigt zunächst ein Schneiden der Kreisbahn nach innen und ab der Hälfte einen weiträumigeren Flug. Im Verlangsamen gewinnt der Hubschrauber zunächst etwas Höhe, die beim finalen Abbremsen wieder abgebaut wird. In vertikaler Richtung sind die Abweichungen zur Nulllinie des Geschwindigkeitsverlaufs zwar deutlicher erkennbarer, jedoch bleiben sie betragsmäßig unter 0,5 $^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$. In der Horizontalen liegt der Fehler in einer ähnlichen Größenordnung und resultiert in einem etwas schnelleren Flug gegenüber der Berechnung.

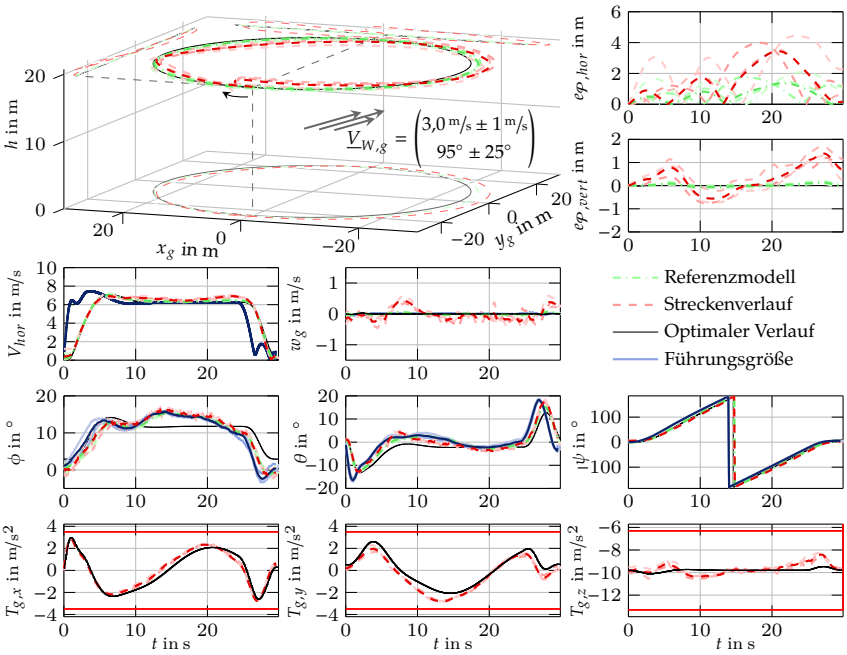


Abbildung 4.15: Kreisbahnwiederholungen der ersten Iteration im Flugversuch und gemittelter Verlauf: Die Flüge wurden ohne Vorkenntnisse über Wind oder Störungsverlauf und ohne Positionsrückführung in den Regelkreis durchgeführt

Der Rollwinkel ϕ ist auffällig. Zunächst beginnt der Verlauf aus dem Schwebeflug heraus nicht bei 3°, sondern bei ungefähr 0°; gleiches gilt für das Pfadende, wenn der Hubschrauber in den Schwebeflug zurückkehrt. Die anfängliche Auslenkung entspricht nahezu dem erwarteten Verlauf. Danach ist im Messverlauf eine transiente buckelförmige Ab-

weichung zu erkennen, für die im ideal berechneten Verlauf ein konstanter Abschnitt der Kreisbahn ermittelt wurde. Auch beim Abbremsen weicht der Rollwinkel vom Idealverlauf ab, in diesem Fall ist er jedoch niedriger als vorhergesagt. Der Nickwinkelverlauf θ zeigt, dass für die Abbremsphase größere Winkelbeträge benötigt werden als durch die Optimierung berechnet. Der Gierwinkel ψ entspricht dem erwarteten Verlauf, während sich der Schubverlauf zwar weitgehend mit dem Optimierungsergebnis deckt, aber qualitative Abweichungen in vertikaler Richtung zeigt. Darüber hinaus ist der Fehlerverlauf des Referenzmodells stets kleiner als der Fehler des Zustands.

Aus diesen Beobachtungen ergeben sich folgende erste Schlussfolgerungen: Der beschriebene Ansatz zur optimierungsbasierten Pfadfolge erzielt auch im Flugversuch eine hohe Qualität. Selbst ohne Positionsrückführung ist eine hochwertige Pfadfolge nicht stationärer Trajektorien entlang eines Pfads, mit Beschleunigungs- und Abbremsphasen, möglich. Besonders auffällig ist die wiederholbare Abweichung des Rollwinkels, der entgegen der Prädiktion im mittleren Abschnitt keinen stationären Verlauf annimmt. Da sich dieser Verlauf wiederholbar einstellt, handelt es sich hierbei nicht um kurzzeitig auftretende Böen. Zusammen mit der Beobachtung, dass der Fehler im Streckenverlauf deutlicher ausgeprägt ist als im Referenzverlauf, liegt die Folgerung nahe, dass die Abweichung durch Regelungsfehler der Geschwindigkeits- und Lageregelung erzeugt wird. Ursachen für diese Abweichungen können die hier noch nicht berücksichtigten Windverhältnisse, Trimmfehler oder Modellungenauigkeiten in der Vorsteuerung der inneren Regelkreise sein.

Ebenes dreiblättriges Kleeblatt $\mathcal{P}_1$ Abbildung 4.16 bietet eine Übersicht über die Flugversuchsergebnisse des ebenen Kleeblatts. Der Flug beginnt in Südrichtung. Im Vergleich zur vorherigen Kreisbahn zeigen sich folgende zusätzliche Beobachtungen: Die Ablage ist gegenüber der Kreisbahn leicht erhöht. Horizontal stellt sich eine maximale Ablage von 6 m ein, während vertikal ein Höhenfehler von 2 m nicht überschritten wird. Die zunehmend herausfordernde Pfadgeometrie spiegelt sich somit in der Bahngenauigkeit wider. Bemerkenswert ist, dass die anfängliche Abweichung des Rollwinkels betragsmäßig der Kreisbahn mit entgegengesetzter Richtung entspricht. Eine mögliche Ursache ist die unterschiedliche Ausrichtung des Hubschraubers zu Beginn (Nord/Süd) bei gleichzeitig konstantem Westwind.

Diese Beobachtung erscheint unter Beachtung der grob gemessenen Windgeschwindigkeiten im Vergleich mit der Simulation plausibel. Die anfängliche Abweichung des Rollwinkels beträgt ca. 3–4° und macht einen Großteil des Rollwinkelfehlers während des Flugs aus. Der Nickwinkel ist deutlich weniger vom Windeinfluss betroffen. Diese Beobachtung deutet darauf hin, dass der Widerstand der Zelle, die in Querrichtung eine wesentlich größere Fläche als in Längsrichtung aufweist, in diesem Experiment

einen größeren Einfluss auf die Lage des Hubschraubers hat als die Windanströmung an den Hauptrotorblättern. Zum Zeitpunkt 18 s nach Beginn des Flugs überschreitet die y-Komponente des Schubs die vorausberechnete Grenze aufgrund der Rückführung, da diese für die Experimente deaktiviert wurde.

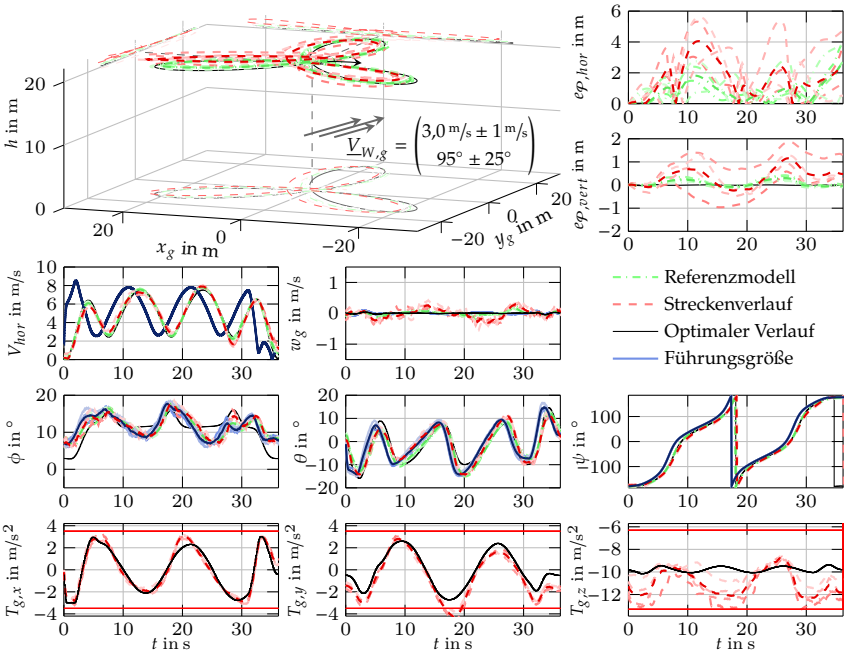


Abbildung 4.16: Wiederholungen des ebenen Kleeblatts der ersten Iteration im Flugversuch und gemitteltem Verlauf: Die Flüge wurden ohne Vorkenntnis von Wind oder Störungsverlauf und ohne Positionsrückführung in den Regelkreis durchgeführt.

Dreiblättriges Kleeblatt mit Höhenprofil $\mathcal{P}_2$ Abbildung 4.17 zeigt drei Wiederholungen des Flugs entlang des dreiblättrigen Kleeblatts mit Höhenprofil. Im Vergleich zu den zuvor gezeigten Versuchen ohne Höhenvariation weisen die Flugverläufe eine sehr ähnliche Form auf. Auffällig ist jedoch, dass die Pfadabweichung tendenziell geringer ausfällt als beim ebenen Pfad. Die gezielte Höhenvariation durch alternierenden Steig- und Sinkflug wirkt sich somit positiv auf die Pfadablage aus, obwohl die horizontale Fluggeschwindigkeit in beiden Varianten vergleichbare Werte annimmt. Auch in diesen Versuchen lässt sich eine Unterschreitung der zuvor definierten Flugbereichsgrenzen in y-Richtung beobachten.

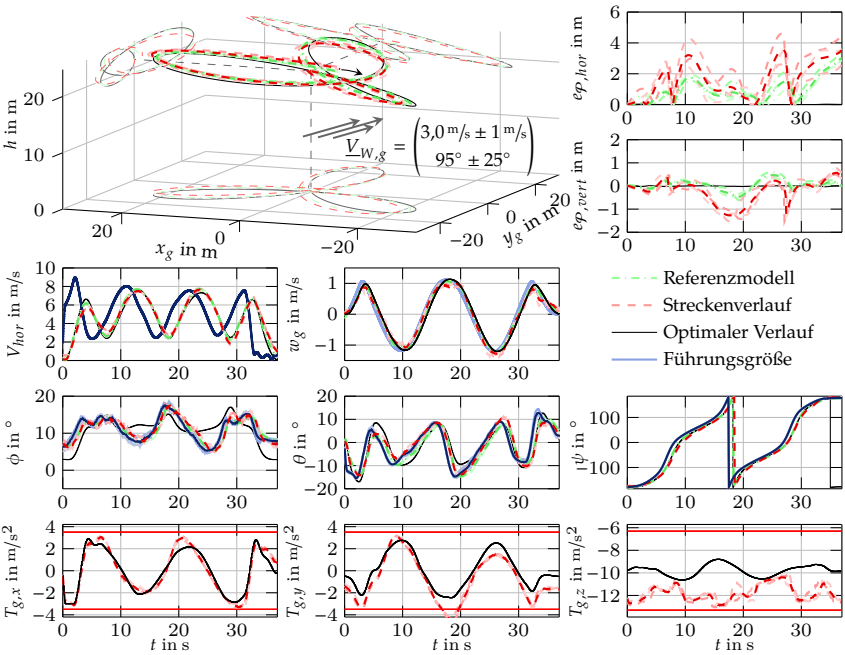


Abbildung 4.17: Wiederholungen des Kleeblatts mit Höhenprofil der ersten Iteration im Flugversuch und gemitteltem Verlauf: Die Flüge wurden ohne Vorkenntnis über Wind oder Störungsverlauf und ohne Positionsrückführung in den Regelkreis durchgeführt.

Wiederholbarkeit der Pfadfolge $\mathcal{P}_2$ Abbildung 4.18 zeigt die letzte Variante der einfachen Pfadfolge. Dabei wird das Kleeblatt mit Höhenprofil an einem weiteren Flugversuchstag geflogen. Windinformationen für diesen Tag liegen nicht vor. Im Gegensatz zu den vorherigen Experimenten wurden nicht alle Testpfade (Kreis, Kleeblatt, Kleeblatt mit Höhenprofil) nacheinander geflogen; dieses Mal lag der Fokus auf $\mathcal{P}_2$. Ein direkter Vergleich mit der Abbildung 4.17 zeigt sehr ähnliche Verläufe und vergleichbare Ablagen, mit einigen Unterschieden. Während der Verlauf des Nickwinkels weitgehend gleich ist, weist der Rollwinkel Variationen auf. Die Anfangs- und Endwerte der Referenz- und Zustandsverläufe liegen näher am optimierten Verlauf. Dafür ist die Spreizung der Maximalwerte größer und sie weichen deutlicher von der Optimallösung ab. Die Ablage bleibt in ihren Maximalwerten allerdings vergleichbar zum vorherigen Experiment. Eine Ausnahme bildet die zweite Wiederholung des Flugs, dessen Ablage bis auf 6 m ansteigt. Dieser Wert ist mit dem ebenen Kleeblatt des ersten Flugversuchstags vergleichbar,

weicht in der Ausprägung jedoch von den beiden anderen Flügen ab. Diese Beobachtungen legen nahe, dass bei diesem Flug stärkere Böen vorlagen. Der Höhenfehler zeigt bei den verschiedenen Flügen keine eindeutige Ausprägung in Bezug auf das Vorzeichen. Auffällig ist, dass die Vertikalkomponente der Schubbeschleunigung weniger deutlich abweicht als im Experiment zuvor. Auf diesen Aspekt wird im Zusammenhang mit Trimmfehlern in Abschnitt 4.5 noch einmal eingegangen.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Windbedingungen und insbesondere die Böigkeit der unterschiedlichen Tage einen nennenswerten Einfluss auf die Geometrie der Flüge haben. Die grundlegende Güte der Pfadfolge bleibt zwischen beiden Flugversuchstagen vergleichbar. Die Maximalwerte der Ablagen sind ähnlich, was die Wiederholbarkeit der Pfadfolgeergebnisse demonstriert.

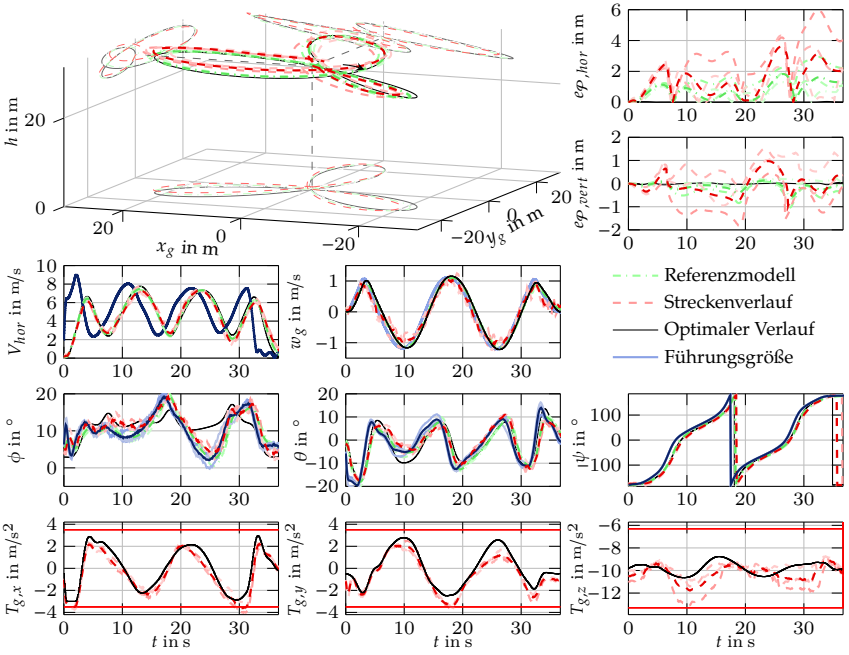


Abbildung 4.18: Wiederholung des Kleeblatts mit Höhenprofil an einem weiteren Flugversuchstag, geflogen ohne Positionsrückführung und mit $V_K \approx 6\,\mathrm{m/s}$

Schlussfolgerungen aus den bisherigen Experimenten Bei allen drei Testpfaden zeigt sich, dass die gemittelten Trajektorien geringere geometrische Pfadabweichungen aufweisen als die einzelnen Flüge. Trotz der Mittelung bleiben die charakteristischen Verläufe

der Fehler entlang des Pfads erhalten. Das ist für die spätere Analyse der iterativen Verbesserung von Bedeutung, da dort ausschließlich die gemittelten Verläufe dargestellt werden. Die maximale horizontale Pfadablage der gemittelten Kurven liegt bei etwa 4 m. Die zugehörigen Einzelpfade weisen in den meisten Fällen um 1 m höhere Maximalwerte auf und in Ausnahmefällen bis zu 2 m.

Die Flugversuche bestätigen außerdem, dass es im Zusammenspiel von vorsteuerungsbasierter Pfadfolge und Rückführung während des Flugs zu Überschreitungen der Flugbereichsgrenzen kommen kann. In den gezeigten Kurven werden diese Grenzen allerdings nur punktuell und kurzzeitig überschritten. Das Auftreten dieses Effekts betont die Notwendigkeit der im Referenzmodell umgesetzten Sättigungen und des PCH, falls echte Leistungsgrenzen vorliegen und das Flugverhalten diese möglichst ausnutzen soll.

Bei allen Flügen liegen die Verläufe des Referenzmodells näher an den optimierten Verläufen als an den Zuständen. Das zeigt, dass ein Großteil der Ablage durch den klassischen Regelungsfehler verursacht wird. Wie im Ansatz- und Implementierungsteil der Arbeit dargestellt, koppelt der Regelungsfehler über die Rückführungen im PCH ins Referenzmodell ein. Durch die Verbesserung der Regelgenauigkeit würde nicht nur die Pfadfolge profitieren auch die Genauigkeit der Referenztrajektorie würde sich indirekt verbessern, da das Referenzmodell durch das PCH in geringerem Maße ausgebremst wird. Diese Beobachtung ist einer der Hauptgründe, die flachheitsbasiert Vorsteuerung näher zu untersuchen, da es so gelingt, alle Verkopplungen zwischen den Drehraten und der Geschwindigkeit entlang der Hochachse des Hubschraubers zu berücksichtigen. In Kapitel 4.5 wird das Potenzial dieser Verbesserung im Vergleich zu den hier gezeigten Flugversuchen bewertet.

Die bisherigen Ergebnisse zeigen, dass der vorliegende Ansatz zur vorsteuerungsbasierten Pfadfolge funktioniert und ohne explizite Positionsrückführung eine hohe Folgegenauigkeit erreicht. Damit ist die in Problem 1 formulierte erste Fragestellung dieser Arbeit beantwortet. In zukünftigen Arbeiten kann der Regelkreis um eine Rückführung der Position ergänzt werden, um die Robustheit gegenüber äußeren Störungen weiter zu erhöhen und die Stabilität des Positionsregelkreises bei längeren Flügen zu gewährleisten.

4.4.2 Iterative Pfadfolge im Flugexperiment

Die Abbildungen 4.19 bis 4.22 zeigen die Ergebnisse der iterativen Verbesserung der Pfadfolge. Dargestellt sind alle drei Testpfade; für das Kleeblatt mit Höhenprofil werden dabei zusätzlich Daten eines weiteren Flugversuchstags gezeigt. Bei allen Flügen war der Positionsregelkreis weiterhin deaktiviert. Für jede Iteration werden die über mehrere Wiederholungen gemittelten Trajektorien gezeigt, jeweils bestehend aus einer perspektivischen Darstellung der tatsächlich geflogenen Bahn im Vergleich zum optimalen Pfad sowie zeitlichen Verläufen ausgewählter Größen. Diese Verläufe umfassen die Fluggeschwindigkeitsfehler, die Frobeniusnorm der Netzgewichte des SHL NN sowie die Schätzung der Beschleunigungsstörung. Im Gegensatz zu den Simulationsdarstellungen ist die Störungsschätzung im ersten Flug nicht null. Grund dafür ist, dass die durch den mittleren Heckrotorschub verursachte Beschleunigung in der Flugerprobung als Teil der Anfangsstörung behandelt wird, während sie im Simulationsmodell zum nominalen flugmechanischen Modell hinzugefügt wird. Auch bei dieser Darstellung werden die Farben mit fortschreitender Iteration dunkler.

Kreisbahn $\mathcal{P}_\circ$ Zur Illustration der Kreisbahn dient Abbildung 4.19. Die maximale horizontale Pfadablage sinkt im Verlauf der Iterationen von etwa 4,5 m auf unter 2 m. Parallel dazu nimmt auch die Ablage des Referenzmodells gegenüber dem optimalen Pfad ab. In vertikaler Richtung bleibt dieser Fehler bereits ab der ersten Iteration gering und reduziert sich in den folgenden Durchläufen nur noch leicht. Der Höhenfehler der geflogenen Bahn verringert sich von anfänglich rund 1,5 m auf 1 m. Die Geschwindigkeitsfehler liegen über alle Iterationen hinweg in horizontaler Richtung unter 1 $^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$ und in vertikaler Richtung unter 0,5 $^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$. In der ersten Iteration sind diese Fehler noch über längere Zeiträume sichtbar, während sie in den späteren Durchgängen nur noch kurzzeitig auftreten.

Bemerkenswert ist, dass sich die Frobeniusnorm der Netzgewichte über die Iterationen kaum verändert. Die Verläufe glätten sich leicht, der Mittelwert bleibt jedoch der gleiche. Bei der Störungsschätzung zeigt sich in horizontaler Richtung ein klarer Einfluss des mittleren Heckrotorschubs, der die Struktur der Zeitverläufe dominiert. In geodätischer y-Richtung verändert sich der Verlauf zwischen erster und zweiter Iteration geringfügig und bleibt in der dritten Iteration nahezu identisch. In vertikaler Richtung treten Störungen auf, die während der Abbrems- und Beschleunigungsvorgänge für ein Steigen und Sinken des Hubschraubers sorgen. Diese Merkmale deuten darauf hin, dass der Störschätzer insbesondere in vertikaler Richtung relevante Anteile des effektiven Schubs erfasst, und die Reduktion der Ablagen zeigt, dass diese richtig berücksichtigt werden. Aufgrund der Neuoptimierung zwischen den Iterationen hat diese Modellverbesserung Einfluss auf die horizontale und vertikale Ablage.

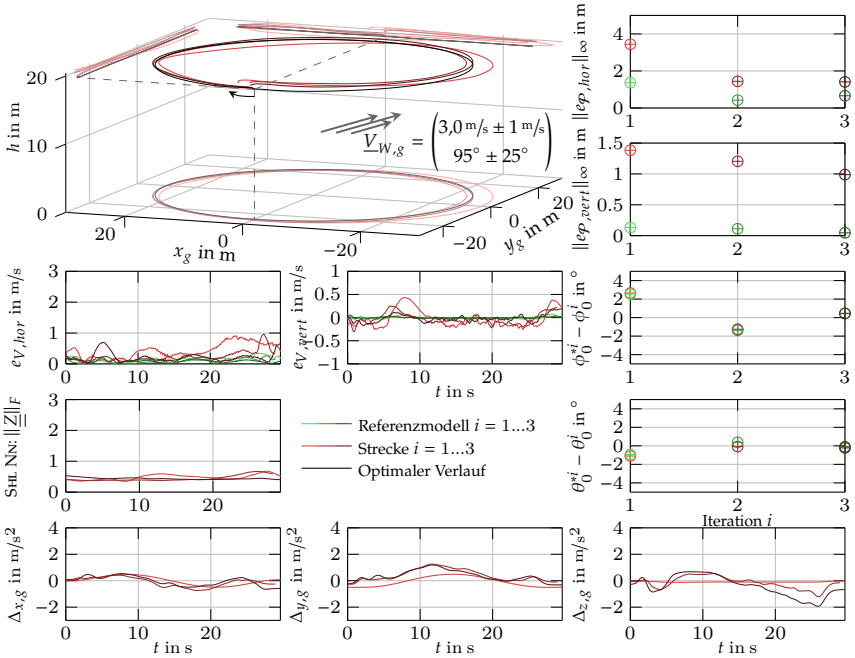


Abbildung 4.19: Kreisbahn: Flugversuchsergebnisse der iterativen Pfadfolge, geflogen ohne Positionsrückführung und mit $V_K \approx 6\,\mathrm{m/s}$

Ebenes dreiblättriges Kleeblatt $\mathcal{P}_1$ Die Iterationen des ebenen Kleeblatts sind in Abbildung 4.20 dargestellt. Die Pfadablage halbiert sich im Verlauf der Iterationen nahezu: von anfänglich etwa 4 m horizontal und gut 1 m vertikal auf rund 2 m horizontal sowie unter 0,5 m vertikal. Während im ersten Flug noch ausgeprägte Geschwindigkeitsfehler auftreten, sind die Abweichungen in der zweiten Iteration deutlich geringer.

Im Vergleich zur Kreisbahn treten zwei Unterschiede besonders hervor: Erstens ist die Aktivität des neuronalen Netzes in der ersten Iteration deutlich höher. Sie wird mit jeder Iteration schrittweise reduziert, bis sie das gleiche Niveau wie im Kreisbahnfall erreicht. Zweitens sind die Amplituden der Störungsschätzung in vertikaler Richtung größer und erreichen Ausschläge von bis zu $\pm 2\,\mathrm{m/s^2}$. Dieser Effekt wird im Zusammenhang mit Trimmfehlern in einem späteren Abschnitt diskutiert. Darüber hinaus verringert sich der Regelungsfehler in der Höhe. Gleichzeitig verschwindet die Höhenablage zum Sollpfad nahezu vollständig. Auffällig ist, dass über alle Iterationen hinweg ein gleichbleibender Unterschied von etwa 3° in der Anfangsbedingung des Nickwinkels zwischen Strecke und Referenzmodell besteht.

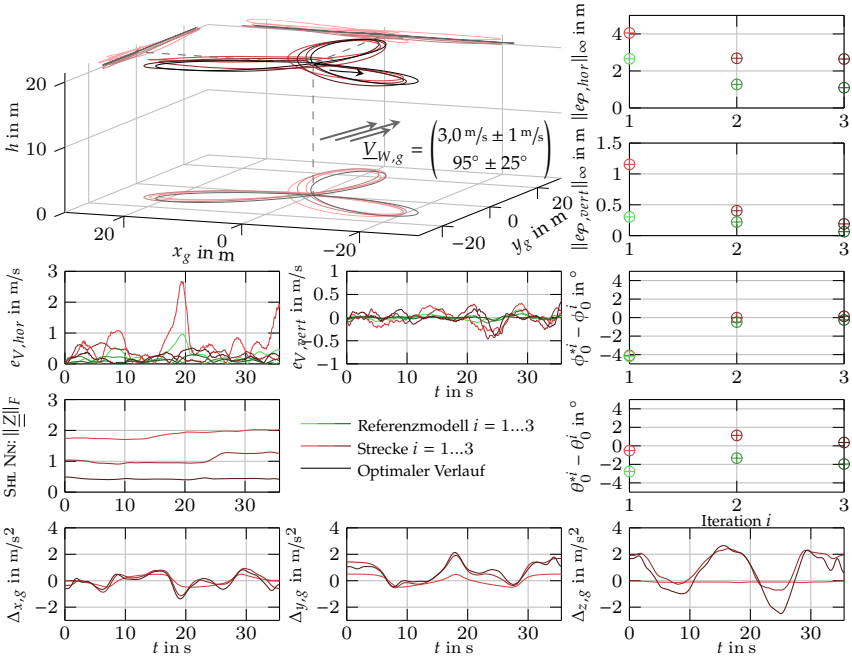


Abbildung 4.20: Ebenes Kleeblatt: Flugversuchsergebnisse der iterativen Pfadfolge, geflogen ohne Positionsrückführung und mit $V_K \approx 6\,\mathrm{m/s}$

Einerseits deuten die reduzierte Netzaktivität und die verringerte Ablage darauf hin, dass die Störungsschätzung die auf den Hubschrauber wirkenden Kräfte korrekt erfasst. Die Störungsschätzung ersetzt die Wirkung des neuronalen Netzes, wodurch dieses entlastet wird. Gleichzeitig wirkt die Störungsschätzung auch während der nicht stationären Vorgänge und reduziert die Ablage deutlich. Andererseits ist der auftretende Unterschied in den Anfangswerten des Nickwinkels ein Indikator dafür, dass neben Wind weitere Störeinflüsse vorliegen. Aus Sicht des äußeren Regelkreises manifestieren sich diese Störungen als zusätzliche Beschleunigungen. Im inneren Lageregelkreis wirken sie jedoch nicht auf die gleiche Weise wie windbedingte oder durch den Hubschrauber generierte Kräfte.

Dreiblättriges Kleeblatt mit Höhenprofil $\mathcal{P}_2$ Im Vergleich zu den vorherigen Testpfaden zeigt das Kleeblatt mit Höhenprofil (Abbildung 4.21) die Ergebnisse eines Pfads mit vertikaler Variation. Die Ablage sinkt über die Iterationen auch bei diesem Pfad stetig. Der maximale horizontale Fehler reduziert sich auf 2,5 m, während die vertikale

Ablage nahezu vollständig verschwindet. Der horizontale Geschwindigkeitsfehler zeigt in der ersten Iteration noch deutliche Spitzen bis über 2 m/s, reduziert sich jedoch im nächsten Durchlauf deutlich und bleibt auch in der dritten Iteration unter 1 m/s. Über alle Iterationen hinweg bleibt der vertikale Geschwindigkeitsfehler niedrig.

Die Frobeniusnorm der Netzgewichte weist bei der ersten Iteration einen noch höheren Wert auf als bei dem ebenen Pfad zuvor. Sie nimmt über die Iterationen hinweg ab und erreicht Werte, die mit dem ursprünglichen Niveau der Kreisbahn vergleichbar sind. Die Startwertabweichung des Nickwinkels bleibt auch in diesem Testpfad bestehen, ist jedoch weniger ausgeprägt als zuvor. Gleichzeitig nimmt der vertikale Störungsschätzer deutlich höhere Werte an, mit Spitzen von bis zu 4 m/s². Die Flugdauer nimmt pro Iteration stärker zu als bei den anderen Testpfaden, von anfänglich 38 s auf ca. 42 s. Durch die Neuoptimierung wird die Fluggeschwindigkeit reduziert, um die Leistungsgrenzen nicht zu überschreiten.

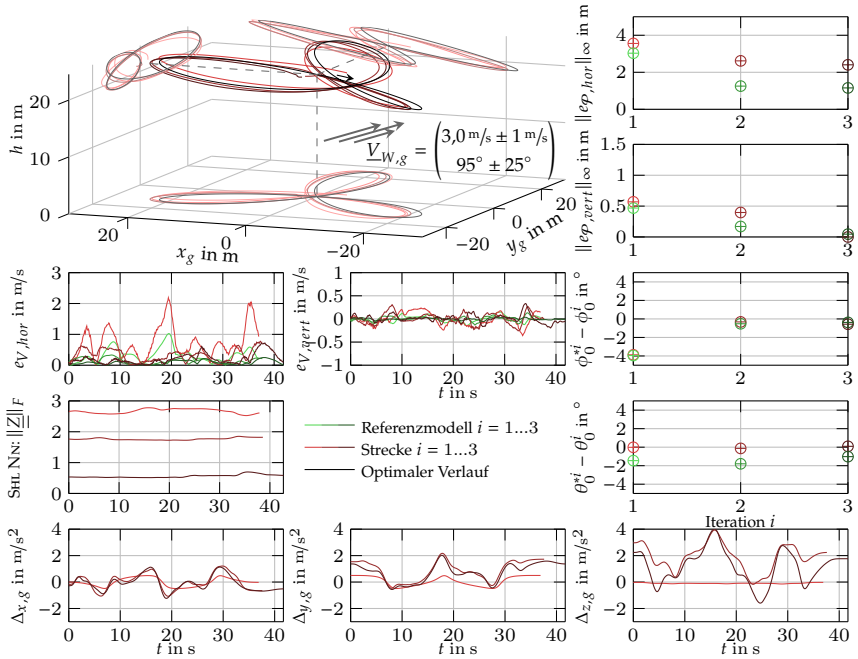


Abbildung 4.21: Kleeblatt mit Höhenprofil: Flugversuchsergebnisse der iterativen Pfadfolge, geflogen ohne Positionsrückführung und mit $V_K \approx 6\,\mathrm{m/s}$

Wiederholbarkeit der iterativen Pfadfolge $\mathcal{P}_2$ Das Experiment zum Kleeblatt mit Höhenprofil wurde an einem zweiten Flugversuchstag wiederholt, siehe die reduzierte Abbildung 4.22. Am ersten Versuchstag wurde je eine Iteration aller drei Pfade in einem durchgehenden Flugversuch absolviert, wobei das dreiblättrige Kleeblatt als Letztes geflogen wurde. Am zweiten Versuchstag hingegen wurde ausschließlich dieser Pfad geflogen und iteriert. Die Ergebnisse zeigen ähnliche Fehlerverläufe wie beim vorherigen Experiment. Die abschließende horizontale Ablage ist am zweiten Versuchstag um etwa 0,5 m geringer, während die vertikale Ablage um etwa 0,25 m größer ausfällt.

Ein wesentlicher Unterschied besteht darin, dass der Regelungsfehler, bei der ersten Iteration deutlicher ausgeprägt ist. Auffällig ist die Ähnlichkeit zur ersten Iteration der Kreisbahn, die in den vorherigen Versuchsreihen stets zuerst geflogen wurde.

In der letzten Iteration drehen sich die maximalen Ablagen von Referenzmodell und Strecke in der Vertikalen um. Veränderliche Windbedingungen erklären diese Beobachtung. Der hier beschriebene Ansatz kompensiert wiederholbare Störungen. Die Simulation zeigt, dass die Ablage über die Iterationen hinweg monoton zum Minimum abklingt und anschließend nicht wieder ansteigt. Allerdings ist ungeklärt, welchen Einfluss kurzfristige Störungen auf die übergeordnete Konvergenz haben. Diese Fragestellung bleibt im Zusammenhang vieler Versuchswiederholungen für nachfolgende Arbeiten bestehen.

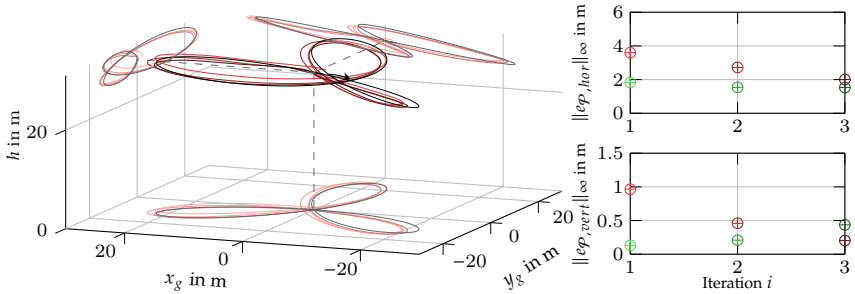


Abbildung 4.22: Kleeblatt mit Höhenprofil: Wiederholbarkeit der Ergebnisse der iterativen Pfadfolgeverbesserung an einem weiteren Flugversuchstag

Schlussfolgerungen aus den Experimenten zur iterativen Pfadfolge Bei allen drei Testpfaden sind deutliche Reduktionen der Pfadablage sichtbar. Horizontal sinken die Maximalwerte der Ablagen um ca. 60 % im Kreisflug und um jeweils 40 % beim Kleeblatt mit und ohne Höhenprofil sowie am weiteren Flugversuchstag um 45 %. Vertikal wird die Ablage um 30 % bis 80 % verringert. Diese Ergebnisse sind nach dreimaliger Iteration der Pfade bemerkenswert.

Die Pfade wurden im zurückliegenden Abschnitt in der Reihenfolge des Flugversuchsablaufs präsentiert. Dabei wurden mit einer Tankfüllung eine Iteration aller Pfade einschließlich aller Wiederholungen geflogen: zunächst alle Kreiswiederholungen, dann alle Wiederholungen des Kleeblatts und zuletzt mit Höhenprofil. In dieser Reihenfolge ist eine ansteigende Aktivität des neuronalen Netzes zu beobachten. Die genaue Auswertung der Flugversuchsdaten zeigt, dass es sich hierbei um den Einfluss eines Trimmschätzers handelt. Diese Trimmwertkorrektur ist im System vorgesehen, um leichte Variationen der Servohebelausrichtung oder die Tankentleerung während des Flugs online zu kompensieren. Der Trimmschätzer sorgt für die Reduktion der Geschwindigkeitsfehler in der Vertikalen bei späteren Pfaden im Vergleich zur Kreisbahn. Es zeigt sich allerdings auch, dass dieser Trimmschätzer eine Fehlfunktion aufweist und einen langsam ansteigenden Trimmfehler auf dem Kollektiv erzeugt. Das Signal steigt dabei so langsam, dass es sich aus Sicht jedes einzelnen Pfads um einen konstanten Aktuator-Offset darstellt. Es steigt jedoch schnell genug an, um sich zwischen den Testpfaden zu unterscheiden. Da jeder Flug in der derselben Reihenfolge wiederholt wurde, ist dieser Offset zwischen den Iterationen je Testpfad näherungsweise konstant. Dieser Fehler wurde zunächst vom neuronalen Netz kompensiert, was das Ansteigen der Frobeniusnorm der Netzgewichte zwischen den Testpfaden erklärt. Mit zunehmender Iteration nimmt der Störungsschätzer diesen Fehler jedoch auf und interpretiert ihn als Beschleunigungsstörung. So lässt sich auch erklären, warum die Amplituden der Beschleunigung der Störungsschätzung in der Vertikalen zwischen den Testpfaden hinweg ansteigen.

Während der Tests zur Wiederholbarkeit, bei denen ausschließlich das Kleeblatt mit Höhenprofil geflogen wurde, trat dieser steigende Trimm-Offset wegen der kurzen Flugzeit nicht auf. Ein direkter Vergleich der beiden Durchführungen des Kleeblatts mit Höhenprofil zeigt, dass der Trimm-Offset keinen negativen Einfluss auf die Pfadfolgegenauigkeit hat. Dieser Effekt demonstriert die Leistungsfähigkeit und Grenzen der Störungsschätzung gegenüber Trimmungenauigkeiten im Kollektiv. Derartige Trimmfehler können im praktischen Einsatz immer eine Rolle spielen, jedoch werden sie durch den Schätzer erfolgreich unterdrückt. Andererseits werden Trimmfehler als Beschleunigung interpretiert und entsprechend bei der Berücksichtigung der Leistungsgrenze einbezogen, sodass diese früher erreicht wird als notwendig. Somit wird die tatsächliche Leistung des Hubschraubers nicht vollständig ausgenutzt.

In Experimenten wird die Ablage durch die Iterationen näherungsweise halbiert. Ein kleiner Teil dieser Ablage ist unvermeidbar, wie sich bereits in der Simulation gezeigt hat. Selbst nach mehreren Iterationen ist eine verbleibende Ablage in der Größenordnung von ca. 0,5 m zu erwarten. Verantwortlich hierfür sind die Abtastraten der Flugregelung und der Vorgabeverlauf. Die Auswertung der Flugversuche hat gezeigt, dass verschiedene

Ursachen für diese verbleibenden Ablagen verantwortlich sein können. Ein möglicher Grund ist die in der Pfadfolge getroffene Annahme, dass die Dynamik der Aktuatoren zur Ansteuerung von Taumelscheibe und Heckrotor in der Optimierung vernachlässigt werden kann. Um die denkbaren Ursachen über die Sensitivität dieser Einflüsse weiter einzugrenzen, wird in der folgenden Diskussion ein Vergleich mit den Simulationen aus Kapitel 4.2.4 durchgeführt.

4.5 Vergleichende Diskussion der Simulations- und Flugexperimente

Für die Beobachtungen und die verbleibenden Abweichungen lassen sich verschiedene Vermutungen formulieren. In Kapitel 4.2.4 wurden einige dieser Fehlerursachen in Simulationen untersucht, um ihre wahrscheinliche Auswirkung auf die Ergebnisse der Flugversuche einzuordnen. Mithilfe dieser Simulationsergebnisse werden im Folgenden die Hypothesen für die verbleibenden Ablagen gemeinsam mit den Beobachtungen der Flugversuche diskutiert.

4.5.1 Einflussfaktoren auf die verbleibende Pfadablage

Die sechs potenziellen Ursachen für die in den Flugversuchen beobachteten Grenzen der Folgegenauigkeit ergeben sich aus den Annahmen des Ansatzes, aus möglichen Fehlern und Ungenauigkeiten in Systemkomponenten sowie aus den Umgebungsbedingungen.

Aktuatordynamik Sowohl die Pfadfolgeoptimierung als auch die Vorsteuerung vernachlässigen die Stelldynamik der Servos von Taumelscheibe und Heckrotorkollektiv. Die Simulationsergebnisse zur Untersuchung der Stelldynamik in Abbildung 4.13 legen jedoch nahe, dass die im Flugversuch auftretenden Ablagen nicht auf diese Stelldynamik zurückzuführen sind. Die Servodynamik wird aufgrund der hohen Leistungsfähigkeit der verfügbaren Modellbauservos verglichen mit den Anforderungen an Drehmoment und Stellgeschwindigkeit des hier verwendeten Hubschraubers vernachlässigt. Dieses günstige Verhältnis ist allerdings nicht zwangsläufig auf andere Größenklassen von Hubschraubern übertragbar. Bei zunehmender Größe des Hubschraubers werden die verwendeten Aktuatoren möglichst passgenau[5] auf die flugphysikalischen Anforderungen abgestimmt. Infolgedessen nimmt der Leistungsüberschuss der Stellglieder ab

[5] Kriterien sind die üblichen Swap-c (Size, Weight, Power and Costs).

und ihr Einfluss auf die Pfadfolge zu. In diesem Fall kann ein Hedging der Stellglieder genutzt werden, um diesen Effekt zu kompensieren. Eine Berücksichtigung der Dynamik von Stellgliedern erhöht den relativen Grad der inneren Dynamik. Gelingt es, die Aktuatordynamik differentiell flach zu modellieren, kann die Integratorkette in der Optimierung entsprechend verlängert werden. Zusätzliche Zustände wirken sich entsprechend auf die Rechenzeit aus. Für den Hubschrauber Artis spielen diese Effekte jedoch eine untergeordnete Rolle.

Sensordatenfusion und absolute Genauigkeit Die in diesem Kapitel dargestellten Genauigkeiten beziehen sich alle auf die durch das Navigationsfilter bestimmten Zustandsdaten. Diese Daten, und somit auch die Positionsschätzung, unterliegen den Messfehlern der Sensoren, beispielsweise des Gnss. Für herausfordernde Anwendungen, beispielsweise beim Flug in einer besonders engen Hinderniskulisse, muss die Sensorgenauigkeit der Positionsschätzung auf die hier diskutierten Pfadablagen aufgeschlagen werden. Abbildung 4.14 zeigt, dass der absolute Positionsfehler des Navigationsfilters gegenüber den in der Regelung entstehenden Pfadablagen vernachlässigbar ist. Diese Ungenauigkeit ist in den Darstellungen nicht erkennbar, da die Grafiken stets auf die Schätzungen des Navigationsfilters bezogen sind.

Eine weitere potenzielle Fehlerquelle für die Pfadlage liegt in der Konzeption der verwendeten experimentellen Sensorfusion. Das verwendete Navigationsfilter verarbeitet die Magnetometersignale in allen drei Achsen. Dadurch verbessert sich die Konvergenz des Filters im Vergleich zur rein gierwinkelbezogenen Nutzung, gleichzeitig erhöhen sich jedoch die Anforderungen an die Kalibrierung des Magnetometers zur inertialen Sensorik. Bei unzureichender Kalibrierung können beispielsweise gierwinkelabhängige Schätzfehler der Lage auftreten. Diese Fehler wirken sich insbesondere in Manövern mit ausgeprägter Rollwinkeldynamik – wie im Fall des Kleeblatts – stärker aus als bei gleichförmigeren Bahnen, wie etwa einem Kreis. Ob ein solcher Effekt vorliegt, lässt sich bei den vorhandenen Flugdaten nicht eindeutig beurteilen, er kann jedoch nicht ausgeschlossen werden.

Einfluss von Böen Um die Verfälschung der Störungsdaten durch Böen zu reduzieren, wurde jeder Pfad dreimal hintereinander geflogen und anschließend punktweise gemittelt. Die Abbildungen 4.15 bis 4.17 zeigen sowohl die einzelnen geflogenen Bahnen als auch die dazugehörigen, gemittelten Verläufe. Einige der Pfadwiederholungen weisen Ablagen auf, die Werte zwischen 3 und 5 m annehmen und sich nicht wiederholen. Diese Ablagen führen zur Schätzung einer Störbeschleunigung, die im nächsten Flug nicht erneut auftritt. Die Böigkeit kann in den beim Flugversuch auftretenden Bedingungen

demnach einen Einfluss in der Größenordnung von 1 bis 2 m auf die Ablage haben. In zukünftigen Arbeiten lohnt es sich daher, den Blick auf eine pfad- oder iterationsübergreifende Mittelung der Störungen zu richten, um zusätzliche Trajektorien für die Mittelung zu generieren. Ein Fixieren der Störung entlang des Pfads ist ein erster Schritt in diese Richtung. Darüber hinaus wird eine Methode benötigt, die pfadübergreifend vergleichbare Segmente identifiziert, sie auf ein gemeinsames Störungsmodell bezieht und einer Mittelung zuführt. Nicht reproduzierbare Störungen erzeugen also einen erheblichen Teil der verbleibenden Ablagen.

Trimmfehler Bei den im späteren Verlauf eines Flugs durchgeführten Pfaditerationen reduziert die Störungsschätzung die Aktivität des neuronalen Netzes deutlich. Somit werden Störungseffekte des äußeren Regelkreises durch die Schätzung erfolgreich abgebildet und kompensiert. Wie im vorherigen Abschnitt dargestellt, liegt insbesondere im Kollektiv aufgrund eines verwendeten Onlinetrimmschätzers ein Offset auf den Servosignalen vor. In Abbildung 4.13 aus Kapitel 4.2.4 wurde daher der Einfluss von Trimmfehlern unabhängig von anderen Ungenauigkeiten in der Simulation untersucht. Die Werte der Ungenauigkeiten für den Trimm in der Simulation entsprechen den im Flugversuch aufgetretenen Softwarefehlern. Größere Trimmfehler, vorwiegend in den rotatorischen Freiheitsgraden, führen in der Simulation zu größeren Abweichungen. Bemerkenswert ist dennoch, dass die im Flugversuch erreichten Zahlenwerte der Frobeniusnorm in der Simulation nicht reproduziert werden. Es liegt daher nahe, dass sich weitere Effekte über die Flugdauer aufbauen. Ein Beispiel hierfür ist der Treibstoffverbrauch, der etwa 10 % der Abflugmasse ausmacht. In diesem Zusammenhang ist ein Vergleich der Abbildungen 4.21 und 4.22 aussagekräftig. In beiden Fällen wurde das Kleeblatt mit Höhenprofil geflogen: einmal als letzter Pfad kurz vor Erschöpfung des Treibstoffs und einmal als erster und einziger Pfad. Beide Flüge erreichen eine vergleichbare Größenordnung der Ablage beim ersten Flug sowie eine ähnliche Reduktion durch die Iterationen. Die Trimmung hat allerdings einen verbessernden Einfluss auf den Regelungsfehler.

Zusammenfassend lässt sich aus der Simulation und den Flugversuchen folgern, dass der Fehler in der Trimmanpassung zwar vorhanden ist, durch den gezeigten Ansatz in der vorliegenden Ausprägung jedoch kompensiert werden kann. Die unterschiedlichen Werte der Frobeniusnorm zwischen Simulation und Flug zeigen, dass neben diesem Trimmfehler auch weitere zeitvariante Effekte auftreten. Diese Effekte wirken sich nicht auf die Pfadfolgegenauigkeit aus, bzw. ist der Fehler im Kollektivtrimm vollständig durch den hier gezeigten Ansatz kompensierbar. Darüber hinaus übernimmt die Störungsschätzung die Funktion des neuronalen Netzes, dessen Aktivität dadurch reduziert

wird, und kompensiert den Trimmfehler. Allerdings sorgt dieser Zusammenhang auch für eine Verfälschung der geschätzten Beschleunigung im Sinne einer physikalischen Interpretation dieser Störung. Da unterschiedliche physikalische Effekte auf eine äquivalente Störbeschleunigung bezogen werden, wirkt sich ein solcher Fehler negativ auf die Einhaltung der physikalisch richtig modellierten Nebenbedingungen der Schub- und Beschleunigungsgrenzen aus.

Modellbasierte Vorsteuerung In dieser Arbeit kommen zwei Varianten der modellbasierten Vorsteuerung zum Einsatz. Eine vereinfachte Form davon wird auch im Flugversuch verwendet. Um den Einfluss der Modellannahmen dieser Vorsteuerung auf die Pfadfolge zu beurteilen, wurde Arbeit eine zweite Variante hergeleitet, die auf flachheitsbasierten Überlegungen aufbaut und deutlich mehr Systemkopplungen berücksichtigt. Das Simulationskapitel hat gezeigt, dass die flachheitsbasierte Vorsteuerung auch bei ausgeprägten Windbedingungen nach wenigen Iterationen zu den gleichen Lösungen wie bei idealer Windkenntnis führt. Da die Windstärken im Flugversuch geringer ausfallen, wurden diese beiden Vorsteuerungsvarianten mit angepasstem Wind in Kapitel 4.2.4 verglichen. Abbildung 4.13 verdeutlicht, dass bei der im Flugversuch verwendeten auch nach einigen Iterationen eine Ablage von ca. 4 m bestehen bleibt. Die Aktivität des neuronalen Netzes nimmt ebenfalls einen konstanten Wert an. Eine flachheitsbasierte Vorsteuerung erzeugt hingegen eine nahezu ideale Pfadfolge. Die verbleibende Abweichung zum Wunschpfad ist in der Simulation im Fall der vereinfachten Vorsteuerung jedoch deutlicher ausgeprägt als im Flugversuch. Somit kann darauf geschlossen werden, dass die in der vereinfachten Vorsteuerung angenommenen Kopplungen in der tatsächlichen Flugdynamik des Hubschraubers schwächer ausgeprägt sind als im flugmechanischen Simulationsmodel. Die Simulationsergebnisse zeigen, dass diese Form der Modellunsicherheit in der Vorsteuerung zu einer bleibenden Abweichung führt. Es ist also wahrscheinlich, dass ein Teil der bleibenden Ablage im Flugversuch auf derartige Modellunsicherheiten der Vorsteuerung zurückzuführen ist.

Störeinfluss auf den inneren Regelkreis Um zu erreichen, dass der iterative Ansatz zu identischen Lösungen wie bei exakter Windkenntnis führt, ist eine weitere Komponente erforderlich. Bei der in dieser Arbeit als Pseudowindschätzung bezeichneten Ergänzung wird davon ausgegangen, dass die Störungen vollständig auf Windeffekte zurückzuführen sind. Mit der Inversion des flugmechanischen Modells wird ein äquivalenter Wind als Ursache berechnet. Dieser Schritt ist notwendig, da der Wind neben einer Störungsbeschleunigung nicht rein additiv auf das innere Modell wirkt, vergleiche hierzu (3.6) im Abschnitt zur Vorsteuerung und Anhang A.2 zur Herleitung des Windeinflusses auf

das flugmechanische Modell. Im Flugversuch traten jedoch geringere Windgeschwindigkeiten als in den Simulationen auf. Die aus diesem Grund durchgeführten Simulationen zur Einordnung der möglichen Fehlerquellen in Abbildung 4.13 zeigen, dass dieser Einfluss bei geringen Windbedingungen vernachlässigbar ist. In den durchgeführten Flugversuchen tritt dieser Effekt also nicht in Erscheinung. Bei zukünftigen Arbeiten zur Berücksichtigung größerer Windstärken muss der Windeinfluss auf den inneren Regelkreis jedoch explizit einbezogen werden. Für diesen Schritt sind ergänzende Methoden zur kausalen Unterscheidung der Störungsursachen erforderlich. Alternativ bietet sich die Untersuchung zur Schätzung und Berücksichtigung von Störungen im inneren Kreis an. So ließen sich sowohl der Windeinfluss auf den inneren Kreis als auch die Modellunsicherheiten in der Vorsteuerung erfassen.

4.5.2 Abschließende Bewertung

Der zurückliegende Abschnitt hat auf Basis der Beobachtungen in den Flugversuchen sowie im Vergleich mit den Simulationen die möglichen Fehlerursachen diskutiert. Da der Pfad vor dem Fliegen vorausberechnet wird, ist es nicht das Ziel der Pfadfolgeoptimierung, Böen zu berücksichtigen. Durch die Mittelung über drei Wiederholungen werden die Auswirkungen der Böen in den Flugversuchsdaten reduziert. Die Datenauswertung der einzelnen Pfaditerationen zeigt, dass der verbleibende Einfluss der Böen auf die Störungsschätzung eine Abweichung in der Größenordnung der verbleibenden Ablage verursacht. Neben dieser Restabweichung, die durch die Optimierung nicht berücksichtigt werden kann, treten zwei weitere systematische Ursachen auf. Die Berücksichtigung der Störung in der Vorsteuerung und ihre Wirkung auf den inneren Regelkreis sind nicht vernachlässigbar, wenn eine Pfadfolge im Bereich von Dezimetern gewünscht ist. Simulationen haben gezeigt, dass bei zunehmender Windstärke die Einkopplung des Winds in das innere Modell eine wichtigere Rolle spielt. Dieser Effekt war im Flugversuch nicht ausgeprägt, da der auftretende Wind hierfür zu gering war. Beide Effekte hängen mit der ursprünglichen Annahme zusammen, dass der Störungseinfluss auf den inneren Lageregelkreis vernachlässigbar ist. Soll die Pfadfolge darüber hinaus bis hin zur Zentimetergenauigkeit verbessert werden, sind die Abtastraten der Flugregelung sowie die zeitliche Diskretisierung der Eingangstrajektorie limitierende Faktoren.

In den Simulationen wird mithilfe der Pseudowindschätzung gezeigt, dass bereits nach wenigen Iterationen zu der unter idealer Windkenntnis konvergiert. Dieser Simulationsnachweis belegt die Leistungsfähigkeit der vorgestellten iterativen Pfadfolgeverbesserung. Im praktischen Einsatz ergibt sich allerdings die Herausforderung der kausalen Inferenz. Es stellt sich die Frage, welche Anteile der Störung auf Ungenauigkeiten der

Windkenntnis und welche auf andere Effekte wie Modellfehler zurückzuführen sind. Mögliche Lösungen sind klassische Windschätzungen oder rein datengetriebene Ansätze für die Inferenz dieser Ursachen. Eine weitere mögliche Lösung ist die Umsetzung eines Störungsschätzers für den inneren Regelkreis. Für diesen Schätzer muss jedoch kritisch hinterfragt werden, ob eine pfadfeste Parametrierung der Störung der inneren Regelkreise zielführend ist.

Würden die im Experiment eingesetzten Pfade ohne Pfadfolgeoptimierung geflogen, entstünden auch unter günstigen Umgebungsbedingungen bereits in der Simulation Ablagen von mehr als 30 m (vgl. Abbildung 4.12). Im Flugversuch ist dieser Fehler auch ohne Störungsschätzung bereits um den Faktor 10 reduziert. Durch die Störungsschätzung im Geschwindigkeitsregelkreis halbiert sich die Ablage ein weiteres Mal.

Mit anderen Worten: Durch das präsentierte Konzept ist eine genaue Pfadfolge erreichbar. Die Experimente erbringen den Nachweis, dass sich mit vereinfachten flugmechanischen Modellen und der Nutzung des entworfenen Referenzmodells bereits eine hochwertige Pfadfolge erzeugen lässt. Die im Flug entstehenden Abweichungen werden durch den pfadbezogenen Störungsschätzer im Geschwindigkeitsregelkreis halbiert.

Im Gegensatz zu Ansätzen wie dem verstärkenden Lernen, bei denen das Fliegen spezieller Pfade vollständig erlernt wird, ermöglicht die vorliegende Arbeit, explizites Wissen aus einer Systemidentifikation, der Reglersynthese und den Leistungsgrenzen zu berücksichtigen. Auf diese Weise wird eine regelbasierte Generalisierung auf unterschiedliche Pfade erleichtert.

Anders als bei Ansätzen, die eine Pfadfolge über die Rückführung erzeugen, beispielsweise durch rückführungsbasiertes Verzögern des Referenzpunktes entlang des Pfads, wird die Folge hier ausschließlich in der Vorsteuerung der Regelung sichergestellt. Dadurch wird eine Zweckseparation von Vorsteuerungs- und Rückführungsteil der Regelung erreicht. Ein weiterer wesentlicher Vorteil ist, dass bereits vor dem Flug Informationen über das zu erwartende Timing und die zu erwartenden Ablagen entlang des Pfads vorliegen, die sich nicht erst indirekt während des Flugs ergeben. Dieses Wissen über das dynamische Verhalten des Hubschraubers lässt sich in einer übergreifenden Missions- und Eventualfallplanung berücksichtigen – entweder vor dem Flug oder für eine prädiktive Umplanung während dessen.

Es wurde gezeigt, dass der vorgestellte Ansatz praktisch einsetzbar ist und sich unter realen Bedingungen bewährt. Die Optimierung ist ausreichend schnell für den Einsatz im Flugversuch durchführbar. In Kombination mit dem automatischen Hyperparametertuning wurde eine schnell generalisierbare Lösung entwickelt, die nichtlineare Pfade mit

dynamischen Vorgaben und Genauigkeitsanforderungen unter Berücksichtigung der bekannten Flugbereichsgrenzen fliegbar macht. In diesen Experimenten wurden unendlich häufig differenzierbare Pfade eingesetzt. Dieser Ansatz ermöglicht auch endlich differenzierbare Pfade, solange in den implementierten Gleichungen keine Fallunterscheidung auftritt. Für aneinandergeheftete Pfadsegmente sind jeweils separate Optimierungen mit Übergangsbedingungen durchzuführen.

4.5.3 Rückblick auf die Forschungsfragen

Im Mittelpunkt der eingangs formulierten Forschungs- und Teilforschungsfragen steht ein unbemannter Hubschrauber mit neuroadaptiver Regelung für die Pfadfolge. Die Antworten auf diese Fragen werden an dieser Stelle unter Verweis auf die jeweiligen Abschnitte knapp rekapituliert.

i. Welches mathematische Rahmenwerk eignet sich, um das Problem der Pfadfolge für einen unbemannten Hubschrauber mit bekannten Leistungsgrenzen zu formulieren und es mit den Werkzeugen der Regelungstechnik lösbar zu machen?

Die Pfade werden als nichtlineare parametrische Kurve $\underline{p}_{\mathcal{P}}(\tau)$ im Raum ausgedrückt. Dem skalaren Pfadparameter τ wird eine künstliche Dynamik mit einem unabhängigen und virtuellen Eingang $u_{\mathcal{P}}$ aufgeprägt. In dieser Arbeit hat sich hierfür eine Integratorkette zweiter Ordnung als zielführend erwiesen. Mithilfe des Eingangs lassen sich Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung entlang des Pfads beeinflussen. Somit ergibt sich eine Dynamik mit nichtlinearer Abbildung der Pfadzustände auf den Ausgangsraum des Pfads (Position, Geschwindigkeit und deren Ableitungen). Fehlergrößen zwischen Pfadausgängen und Streckenzuständen können dann mit regelungstechnischen Werkzeugen behandeln werden. In der vorliegenden Arbeit werden hierfür optimierungsbasierte Ansätze genutzt.

ii. Welche Ursachen sorgen bei einem mit expliziter Modellfolge und mit neuroadaptiver Regelung stabilisierten unbemannten Hubschrauber für Abweichungen vom gewünschten Pfad?

Es wird ein lineares Schwebeflugmodell für einen unbemannten Hubschrauber eingesetzt. Das Modell wird mit der nichtlinearen Lagekinematik erweitert und Windeinflüsse werden berücksichtigt. Diese Modifikationen erfolgen derart, dass eine erneute Linearisierung in der Schwebeflugbedingung (parallele Bewegung zum Wind) wieder das lineare Schwebeflugmodell ergibt. Dieses System wird mit einer Regelungskaskade ausgestattet, die aus inneren Kreisen für Lage und Schub und einem äußeren Regelkreis für die Geschwindigkeit besteht. Im äußeren Kreis kommt ein neuronales Netz mit

einer verdeckten Schicht zur Kompensation von Modellunsicherheiten zum Einsatz. Das geregelte System wird durch eine Pfadfolgeoptimierung mit Vorgaben versehen, um die Folge herzustellen. Für ein solches System ergibt sich die folgende Rangfolge der Einflüsse für die Pfadablagen:

1. Die Dynamik des geschlossenen Regelkreises: Nichtlineare Pfade sind durch nicht stationäre Vorgänge geprägt. Diese kontinuierlichen Änderungen der Flugregelungsvorgaben werden durch die Dynamik des geschlossenen Regelkreises verzögert und führen somit zu einer Ablage (vgl. Kapitel 4.2.4).
2. Einfluss der Perturbation: Der Einfluss des Winds spielt eine wesentliche Rolle, die von einer Rückführung des Positionsregelkreises nur eingeschränkt kompensiert werden kann. Eine Berücksichtigung in Form externer, unbeeinflussbarer Eingangsgrößen trägt wesentlich zur Pfadfolgegenauigkeit bei (vgl. Kapitel 4.2.2).
3. Modellunsicherheiten: Diese lassen sich auf ihren Einfluss hin weiter aufschlüsseln, siehe dazu die nächste Frage.
4. Leistungsgrenzen: Die Grenzen der Flugleistung können auf verschiedenem Weg zu Ablagen führen. Je nach Art der Absicherungsmechanismen ergeben sich unterschiedliche Ausprägungen:
   - Die bekannten Leistungsgrenzen können in Form von Nebenbedingungen in der Optimierung berücksichtigt werden. Widersprechen sich die Anforderungen, beispielsweise eine hohe Fluggeschwindigkeit bei starker Krümmung, hängt es von den Hyperparametern ab, ob die Fluggeschwindigkeit oder die Pfadfolgegenauigkeit reduziert wird.
   - Durch die Rückführungen kann es bei Kompensation des Regelungsfehlers zu Verletzungen der angenommenen Leistungsgrenzen kommen. Aus diesem Grund werden die Leistungsgrenzen in der Regelung häufig mit einem Sicherheitsfaktor beaufschlagt. Dabei ist zwischen zwei Varianten abzuwägen: Ist der Sicherheitsfaktor ausreichend groß, wie im vorliegenden Fall mit nur rudimentär abgeschätzten Leistungsgrenzen des Hubschraubers, kann diese Verletzung ignoriert werden. Es ergibt sich keine zusätzliche negative Auswirkung auf die Pfadfolge. Sind die Sicherheitsfaktoren klein, um den Flug dicht an der Leistungsgrenze zu halten, so muss auch die Auswirkung der Rückführung beschränkt werden. Durch ein erzwungenes Einhalten der angenommenen Grenzen ergibt sich ein zusätzlicher Einfluss auf die Pfadfolgegenauigkeit (vgl. z. B. Abbildungen 4.6 für den Einfluss der Leistungsgrenze in der Pfadfolgeoptimierung sowie Abbildung 4.18 für lokal verletzte Leistungsgrenzen aufgrund der Rückführungen der Flugregelung).

5. Zeitdiskretisierung: Formulierungsaspekte der Pfadfolgeoptimierung wie die Wahl der Eingangsdiskretisierung, die Länge des Optimierungshorizonts und die Abtastraten der Regelung spielen eine Rolle bei hochgenauen Fluganforderungen (vgl. Kapitel 4.2 für die in der Simulation unter idealen Bedingungen verbleibende Pfadablage).
6. Güte der Sensordatenfusion und des Navigationsfilters: Hier sind drei Fehlerquellen zu berücksichtigen. Zum einen addiert sich die Ungenauigkeit der Positionsschätzung mit der Ablage in der Regelung zu einer absoluten Fehlergröße. Ein zweiter Einfluss können Abweichungen innerer Schätzungsgrößen sein. Diese Abweichungen führen zu einem inkonsistenten Zustandsvektor. Je nach Regelungskonzept koppeln diese Fehler in die Zustände des Referenzmodells ein und sorgen aufgrund der modellbasierten Vorsteuerung für Regelungsfehler im äußeren Regelkreis (vgl. Kapitel 4.5.1). Der dritte Aspekt ist die Dynamik der Zustandsschätzung, die ebenfalls nicht instantan konvergiert. Konvergiert die Zustandsschätzung nicht deutlich schneller, als der geschlossene Regelkreis einschwingt, führt dies zu zusätzlichen Fehlern. Der erste Aspekt hängt von der Güte des Positionssensors ab, während die beiden weiteren bei der Auslegung des Navigationsfilters zu beachten sind.
7. Ein weiterer Aspekt ist die Dynamik der eingesetzten Servomotoren für Taumelscheibe und Heckrotor. In den Experimenten dieser Arbeit hat sich diese Dynamik jedoch nicht auf die Pfadfolgequalität ausgewirkt. Ist die Leistungsfähigkeit der Stellglieder im Verhältnis zu den hierfür erforderlichen Stellgrößenverläufe nicht so günstig wie bei dem hier betrachteten Hubschrauber, kann es notwendig werden, diesen Einfluss explizit zu berücksichtigen (vgl. Kapitel 4.5.1).

iii. Welchen Einfluss hat die Modellunsicherheit des flugmechanischen Modells auf die Qualität der Pfadfolge?

Von besonderer Bedeutung sind die Modellunsicherheiten und Messungenauigkeiten der unbeeinflussbaren Systemeingänge. Für unbemannte Hubschrauber eignen sich neuroadaptive Regelungsansätze, da mit geringem Modellierungsaufwand ein leistungsfähiges Flugregelungssystem erzeugt werden kann. Es ergeben sich jedoch Herausforderungen bei der Pfadfolge, da bei dieser eine gute Vorhersage des geregelten Systems hilfreich ist. Wird ein Referenzmodell genutzt, um das gewünschte dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises vorzugeben, und wird eine modellbasierte Vorsteuerung eingesetzt, um das vorhandene Modellwissen auszunutzen, ergeben sich aufgrund von Modellfehlern in der Vorsteuerung und von Messungenauigkeiten der unbeeinflussbaren Eingänge Pfadablagen. In der vorliegenden Arbeit werden die Modellunsicherheiten

und Fehler in der Windschätzung in Form einer kompakten additiven Beschleunigungsstörung im äußeren Kreis berücksichtigt. Die Auswertung der Simulations- und Flugexperimente führt zu folgenden Erkenntnissen:

Eine Schätzung des Störungsterms ersetzt mit zunehmender Iteration den Einfluss der neuroadaptiven Rückführung im Geschwindigkeitsregler. Die Aktivität des neuronalen Netzes nimmt ebenso wie die Ablagen bis zu einem Minimalwert ab. Die Vorgaben des inneren Regelkreises werden angepasst und eine Verbesserung bis zu einer verbleibenden gemittelten Ablage von 2 bis 3 m wird erreicht, auch ohne Positionsrückführung. Eine weiterführende Verbesserung kann erzielt werden, wenn über eine kausale Inferenz auf die Störungsursache geschlossen wird und diese in der Vorsteuerung einfließt. Der Grund dafür ist, dass sich eine durch Messfehler in der Windberücksichtigung bzw. durch Ungenauigkeiten in den Modellparametern erzeugte Störung mit unterschiedlichen Kopplungstermen in der Vorsteuerung auswirkt. Die Simulationen haben gezeigt, dass sich dieser Effekt bei Nichtbeachtung nach zunehmenden Iterationen in einer bleibenden Ablage widerspiegelt (vgl. Abbildung 4.13). Wird die Störungsursache algorithmisch rekonstruiert (in den Simulationen durch eine Pseudowindschätzung), lassen sich diese Effekte durch die Erweiterung der Vorsteuerung mittels flachheitsbasierter Modellinversion physikalisch korrekt berücksichtigen und vollständig kompensieren.

In den Flugversuchen kam eine vereinfachte Form der Vorsteuerung ohne flachheitsbasierte Erweiterung zum Einsatz. Die Größenordnung der verbleibenden Ablagen in diesen Experimenten lässt sich neben den Modellunsicherheiten auch durch die Böigkeit des Winds erklären. Bei dem hier betrachteten Hubschrauber nehmen Böigkeit des Winds, Messungenauigkeiten in der Windmessung und Ungenauigkeiten in der Modellinversion vergleichbarer Ausmaße an. Um nicht reproduzierbaren Verläufen der unbeeinflussbaren Eingänge entgegenzuwirken, ist das Schließen des Positionsregelkreises notwendig.

iv. Wie lässt sich ein neuroadaptiver Flugregler um eine systematische Lösung der Pfadfolge erweitern, ohne dabei die bisherigen Fähigkeiten der Flugregelung einzuschränken?

Die optimierungsbasierte Pfadfolge ist ein optionales, separates Modul, das Vorgabeverläufe für die Flugregelung erzeugt. Die Regelung selbst wurde in dieser Arbeit um drei Elemente erweitert. Zum einen wird der verbleibende Freiheitsgrad für die Lagevorgabe durch invertierbare Operatoren umgesetzt. Diese Lagerepräsentation stellt keine Einschränkung für die Lagevorgabe außerhalb der Pfadfolge dar. Die zweite Modifikation besteht in der Berücksichtigung von Störungsschätzungen und Windmessungen. Die Schätzung stellt eine zusätzliche Schnittstelle nach außen dar. Liegen Störungsschätzungen für andere Missionstypen als die Pfadfolge vor, kann die neue Schnittstelle

auch in diesen Fällen eingesetzt werden. Bei der Annahme einer Störung von null entspricht die Umsetzung der ursprünglichen Flugregelung, sodass es nicht zu Nutzungseinschränkungen kommt. Die Berücksichtigung der korrekten Windmessung führt bei allen Missionsformen zu einer Verbesserung der Regelgüte, wobei die gleichen Aussagen wie für die Störungsschnittstelle gelten. Die dritte Modifikation ist die Einführung der flachheitsbasierten Vorsteuerung, einschließlich der Berücksichtigung externer, unbeeinflussbarer Eingänge. Diese Modifikationen sind so ausgelegt, dass sie eine verbesserte Regelgüte für jegliche Missionen des unbemannten Hubschraubers erzeugen; sie sind nicht auf die Pfadfolge beschränkt. Die hier vorgeschlagenen Komponenten sind also entweder optionale Zusätze zur Erzeugung der Pfadfolge oder Verbesserungen des Flugregelungssystems im Allgemeinen.

Übergeordnete Fragestellung

Wie kann ein neuroadaptiver Regelungsansatz für unbemannte Hubschrauber um die Pfadfolge ergänzt werden, sodass sich eine möglichst präzise Folge nichtlinearer Pfade ergibt, dynamische Anforderungen und Leistungsgrenzen berücksichtigt und zugleich Missionsformen jenseits der Pfadfolge ermöglicht werden?

Es wurde gezeigt, dass sich das kombinierte Problem der Bestimmung eines Timings entlang des Pfads und der Generierung geeigneter Vorgabeverläufe zur Realisierung einer Pfadfolge mittels eines Optimierungsansatzes lösen lässt. Als Näherung der Dynamik des geschlossenen Regelkreises dient das für spezielle Vorgabeverläufe ausgelegte Referenzmodell, dessen Anwendbarkeit durch die Generierung von Vorgabeverläufen für die Pfadfolge erweitert wird. Die Leistungsgrenzen des Hubschraubers lassen sich in Form von Nebenbedingungen bis hinunter zu den Stellbeschränkungen im Vorsteuerungszweig der Regelung sicherstellen, sofern diese sich als Funktionen der Zustände des Referenzmodells angeben lassen. Diese Optimierung lässt sich so weit beschleunigen, dass sie auf einem handelsüblichen Rechner nur einen Bruchteil der zum Fliegen erforderlichen Zeit benötigt. Der Pfadfolge können dynamische Anforderungen entsprechend der Zustände entlang des Pfads vorgegeben werden, beispielsweise Fluggeschwindigkeiten, gewünschte Beschleunigungs- und Abbremsvorgänge sowie der Freiheitsgrad des Gierwinkels. Dieser Winkel kann entweder für den koordinierten Flug oder zur Ausrichtung fest verbauter Sensoren genutzt werden. Bereits ohne Positionsrückführung lässt sich so eine genaue Pfadfolge erreichen. Darüber hinaus gelingt der Brückenschlag zwischen der neuroadaptiven Rückführung und der optimierungsbasierten Generierung der Eingangstrajektorie über einen Störungsschätzer, der kompakte Beschleunigungsstörungen entlang des Pfads generiert. Diese Störungen können vor dem erneuten Abfliegen des Pfads iterativ berücksichtigt werden. In den Experimenten dieser Arbeit werden

nichtlineare Pfade aus C^∞ getestet. Auch Pfade niedrigerer Differentiationsklassen sind denkbar, solange diese ohne Fallunterscheidungen darstellbar sind. Treten entlang des Pfads Fallunterscheidungen auf, müssen sie in separaten Optimierungsproblemen mit Übergangsbedingungen gelöst werden. Möglichkeiten zur weiteren Verbesserung der Pfadfolgegenauigkeit ergeben sich durch die kausale Inferenz der Störungen, durch die Berücksichtigung einer Störung im inneren Regelkreis sowie durch das Schließen des Positionsregelkreises zur Stabilisierung des Pfadregelkreises und zur Kompensation nicht wiederholbarer Störungen.

Das abschließende Kapitel erörtert die Grenzen des präsentierten Ansatzes, sich anschließende Forschungsfragen sowie die Einbettung in den aktuellen Diskurs der unbemannten Luftfahrt

5 Zusammenfassung, Einordnung und Ausblick

Mithilfe der Kenntnis des Referenzmodells eines Modellfolgereglers gelingt eine optimierungsbasierte Folge nicht stationärer Pfade für adaptiv geregelte, unteraktuierte Systeme wie ein unbemannter Hubschrauber. Die Referenzmodelle der Regelungskaskaden dienen als erste Näherung der Dynamik des geschlossenen Regelkreises. In einem zweiten Schritt ermöglichen die gesammelten Daten aus Abweichungen und Verläufen der adaptiven Elemente bei wiederholtem Fliegen eines Pfads eine Überführung in eine konzentrierte Störungsschätzung. Dieser Störungsschätzung ermöglicht eine iterative Verbesserung der Pfadfolge. Die inneren Kreise werden als Aktuatoren aufgefasst und deren nominelle Dynamik, Leistungsgrenzen und Stellbeschränkungen vollständig berücksichtigt. Auf diese Weise lässt sich eine Brücke zwischen modellprädiktiven und adaptiven Regelungsansätzen schlagen. Nach der Zusammenfassung der Ergebnisse dieser Arbeit erfolgt eine Einordnung in den aktuellen Diskurs zu unbemannten Luftfahrzeugen. Die Arbeit schließt mit Ansatzpunkten für weiterführende Arbeiten.

5.1 Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit

Im Rahmen dieses Forschungsprojekts wird zunächst die übliche Formulierung der neuroadaptiven Modellfolgeregelung für unbemannte Hubschrauber von einer NDI- auf eine flachheitsbasierte Vorsteuerung umgestellt. Dieser Schritt hat drei Vorteile:

- Recheneffiziente Formulierungen des Pfadfolgeproblems lassen sich auf Grundlage desselben theoretischen Grundgerüsts entwickeln.
- Es können Vorarbeiten für eine vorsteuerungsbasierte Modellinversion genutzt werden, die es ermöglichen, zusätzliche Kopplungen und Eingangsableitungen in der Vorsteuerung zu berücksichtigen.
- Die flachheitsbasierte Vorsteuerung erlaubt den Umgang mit externen, unbeeinflussbaren Eingängen und Modellunsicherheiten.

Die letzte Eigenschaft wird ausgenutzt, um die Flugregelung um die Berücksichtigung von stationären Windmessungen und bekannten Störungsverläufen zu erweitern. Im Anschluss bildet ein Optimalsteuerungsproblem (OSP) die Pfadfolge ab. Dabei dient das Referenzmodell der neuroadaptiven Regelung als Approximation der Dynamik des geschlossenen Regelkreises. Das Problem wird zunächst zeitlich über einen gleitenden Horizont (engl. Receding Horizon) zerlegt. Jeder Optimierungshorizont wird als nichtlineares sequentielles quadratisches Programm (SQP) formuliert. In dieser Form lässt sich das auf die Pfadgeometrie und die virtuelle Dynamik des Pfadparameters bezogene OSP offline lösen und es entsteht eine kommandierbare Eingangstrajektorie. Während des Flugs erzeugt dieser Führungsgrößenverlauf die Pfadfolge und überwindet die erste mathematische Problemstellung der Arbeit – die nominelle Pfadfolge unter Verwendung allen Vorwissens.

Im Betrieb wird die Dynamik des geschlossenen Regelkreises zum einen durch die Rückkopplungen in das Referenzmodell und zum anderen durch die Fehlerdynamik im Flug verfälscht. Zur Reduzierung dieser Abweichungen wird ein Ansatz durch iterative Pfadfolgeverbesserung vorgeschlagen. Dieser Ansatz sammelt während jedes Flugs die Daten aus der Ablage und der Rückführung des neuroadaptiven Regelungssystems, schätzt damit eine pfadfeste Störbeschleunigung und berechnet die Eingangstrajektorie erneut. Dieses Vorgehen ermöglicht die Verbesserung der Pfadfolge, die beispielsweise durch Modellfehler in der Vorsteuerung des Geschwindigkeitsregelkreises oder Ungenauigkeiten bei der Windmessung entstehen. Dieser Ansatz löst das zweite formulierte Problem dieser Arbeit – die iterative Verbesserung mit Störungsschätzung.

Dieses theoretische Rahmenwerk wird für den Flugversuchsträger ARTIS, ein unbemannter Hubschrauber des DLR, umgesetzt. Ein bestehender Flugregler wird mit Komponenten für die Pfadfolge sowie zur Berücksichtigung von Wind und anderen Störungen erweitert. Die ursprüngliche Anwendbarkeit des Reglers bleibt dabei uneingeschränkt erhalten. Ein Kalman-Filter dient als Störungsschätzer für den Geschwindigkeitsregelkreis. Auf der Grundlage der Rückkopplungen (PID und neuroadaptive Rückführungen) und der auftretenden Pfadabweichungen wird eine Beschleunigungsstörung bestimmt. Pfadfeste Polynome spannen die Störung ortsfest entlang des Pfads auf. Experimente zeigen, dass diese Störung bereits nach wenigen Iterationen gegen einen festen Verlauf konvergiert und zur Verbesserung der Pfadfolge verwendet werden kann. Anhand dreier nicht stationärer und nichtlinearer Pfade wird die konkrete Umsetzung der Pfadfolgeoptimierung und damit verbundener Details wie die Bestimmung der Anfangsvermutung und Abbremsvorgänge am Pfadende sowie die Wahl der wesentlichen Parameter wie Optimierungshorizont, Integratorwahl und Hyperparameter beschrieben.

Bei direkter Anwendung der Gleichungen benötigt die Optimierung aufgrund der Nicht-

linearität des Referenzmodells einen erheblichen Rechenaufwand. Für eine effiziente Vorgabeschnittstelle wird die quaternionenbasierte Lagerepräsentation und deren Führungsvorgabe um einige Operatoren erweitert. In einem zweiten Schritt wird die Flachheit innerer Referenzmodellkomponenten (Drehraten und Antriebsstrang) ausgenutzt, um die Entscheidungsgrößen der Optimierung zu transformieren. Um die verschiedenen Formulierungen der Pfadfolgeoptimierung miteinander vergleichbar zu machen und Anpassungen an neue Pfadgeometrien erheblich zu beschleunigen, wird ein Verfahren zur automatischen Anpassung der Hyperparameter vorgestellt. Dabei handelt es sich um eine einmalige Optimierungsaufgabe, welche die Parameter für neue Pfadverläufe mit geringem Aufwand abstimmt. Zu diesem Zweck wird die Vielzahl der Hyperparameter auf wenige besonders relevante reduziert und zusätzliche übergeordnete Kriterien werden berücksichtigt. Aspekte wie Rechenzeit, Robustheit gegenüber Wind- und Störungsbedingungen sowie Performanz (Pfadfolgegenauigkeit, Fluggeschwindigkeit) ergeben sich mittelbar durch die Hyperparameter in der Pfadfolgeoptimierung, können mit der automatischen Hyperparametrierung jedoch explizit berücksichtigt werden. In Kombination mit einer codegenerierten Umsetzung kann mit diesen Schritten eine Beschleunigung der Berechnung um den Faktor 50 erreicht werden. So gelingt es, die Optimierung deutlich schneller zu berechnen, als der Flug Zeit in Anspruch nimmt.

Der Experimentalteil der Arbeit beschreibt Simulationen und Flugversuche. Bei genauer Kenntnis von Wind und Modell stellt sich in der Simulation mit dem gezeigten optimierungsbasierten Ansatz auch ohne Positionsrückführung eine nahezu ideale Pfadfolge ein. Die Genauigkeit ist lediglich durch die gewählten Integratoren und die zeitliche Diskretisierung des Vorgabeverlaufs begrenzt. Wird der Wind als unbekannt angenommen und werden die dadurch entstehenden Schätzverläufe der Störung auf eine Windursache zurückgeführt (Pseudowindschätzung), konvergiert die Lösung bereits nach wenigen Iterationen zu Verläufen identisch mit jenen bei idealer Modell- und Windkenntnis. Die Aktivität der neuroadaptiven Rückführung wird durch jede Iteration weiter entlastet. Die erwähnten Abweichungen aufgrund der Diskretisierungen lassen sich durch die Störungsschätzung auch im iterativen Ansatz als Grenzwerte wiederfinden. Bei einer naiven Kommandierung ohne Optimierung unter Verwendung der Pfadtangenten und der Geschwindigkeitsvorgabe als Vergleich ergeben sich in der Simulation Abweichungen von etwa dreißig Metern. Dieses Experiment stellt die einfachste Form der Kommandierung dar. Unter Verwendung der Optimierung und Störungsschätzung fallen die Ablagen auf unter einem halben Meter in den Simulationen zurück.

Für die Flugversuche wurde jede Iteration des Pfads dreimal wiederholt, um den Einfluss von Böen und Turbulenzen zu reduzieren. Die über diese Wiederholungen punktweise gemittelten Trajektorien werden für den Vergleich mit den Simulationen untersucht.

Auch im Flugversuch gelingt die Pfadfolge ohne Positionsrückführung. Die Flugversuche bestätigen die Ergebnisse der Simulation. Der gezeigte Ansatz ist für die untersuchten Pfadtypen umsetzbar und es stellen sich nur noch geringe Pfadablagen ein. Die Iterationen zeigen, dass sich die Pfadabweichung mit jeder Iteration reduziert und nach wenigen Durchläufen ungefähr halbiert. Die absoluten Abweichungen liegen erwartungsgemäß etwas höher als in den Simulationsexperimenten und erreichen Werte von etwa zwei Metern. Als Ursachen der verbleibenden Fehler lassen sich einerseits Residuen der Windböigkeit nach der Mittelung über Flugwiederholungen und andererseits die Beschränkung der Störungsschätzung auf den Geschwindigkeitsregelkreis identifizieren. Da in den inneren Regelkreisen keine Störungen geschätzt werden, finden diese in der Vorsteuerung keine Berücksichtigung. Die Auswertung der Flugversuche und der Vergleich mit den Simulationen legen nahe, dass beide Anteile jeweils etwa die Hälfte der verbleibenden Fehler ausmachen.

Somit wurde in der vorliegenden Arbeit ein Ansatz präsentiert, wie sich für einen neuroadaptiv geregelten, unbemannten Hubschrauber mit Referenzmodell eine Pfadfolge für nichtlineare Pfade realisieren lässt. Die Informationen, die in der adaptiven Rückführung enthalten sind, lassen sich durch eine Beschleunigungsstörung entlang des Pfads abbilden. Dynamische Anforderungen wie Fluggeschwindigkeit, Beschleunigung oder Ausrichtung des Gierwinkels können vorgegeben werden. Das Einhalten der Flugleistungsgrenzen und Stellbeschränkungen wird als Nebenbedingung in der Optimierung berücksichtigt und somit im Vorsteuerungszweig der Regelung garantiert. Die entwickelten Ansätze wurden in Simulation und Flugexperiment nachgewiesen.

Die folgenden Abschnitte setzen diese Ergebnisse in den Kontext aktueller Forschungsfragen der unbemannten Luftfahrt. Anregungen für zukünftige Forschungen, die sich aus diesem Projekt ergeben haben, schließen die Arbeit ab.

5.2 Einordnung in den Diskurs zu unbemannten Luftfahrzeugen

Die Pfadfolge ist eine Aufgabe, die durch eine spezielle systemtechnische Funktionssegmentierung des Navigationsproblems entsteht. Sie wird dann relevant, wenn die gängige Aufteilung in Navigationsfilter, Flugregelung, Umweltwahrnehmung und Pfadplanung auf dynamische Anforderungen trifft, bei denen die Transienten der Flugregelung sowie die dynamischen Leistungsgrenzen des fliegenden Systems nicht vernachlässigt werden dürfen. Aus Sicht der Pfadplanung sind hierbei zwei Aspekte von wesentlicher Bedeutung. Einerseits hat eine geometrische Planung auf Basis von Graphen, wie beispielsweise

Roadmaps, den Vorteil, dass auch mit nicht konvexen Hindernisumgebungen umgangen werden kann, vgl. z. B. Adolf (2024). Es wird zunehmend versucht, Leistungsgrenzen in die Planung miteinzubeziehen, siehe z. B. Benders (2022). Dabei können die in solchen Ansätzen bestimmten dynamischen Randbedingungen direkt als Anfangsvermutung für die dynamische Optimierung der hier vorgestellten Pfadfolge genutzt werden.

Die Nachweisverfahren für unbemannte Luftfahrzeuge bewerten zunächst das Betriebsrisiko, das vom Betrieb dieser Systeme ausgeht, bevor die Strenge der Sicherheitsziele festgelegt wird, siehe Specific Operations Risk Assessment, SORA 2.5, JARUS (2024a). Der zu diesen Ansätzen gehörende Annex F (JARUS 2024b) modelliert das Bodenrisiko des Betriebs. Dadurch erhält die risikobasierte Pfadplanung neue Aufmerksamkeit, da das Betriebsrisiko regelkonform direkt einfließen kann und somit Pfade generiert werden, die das Betriebsrisiko direkt minimieren, wie Schopferer et al. (2024) zeigen. Die Vorgabe von Pfaden ist in diesem Zusammenhang also eine natürliche Anforderung an die Navigation unbemannter Luftfahrzeuge.

Ansätze, die auf maschinellem Lernen basieren, verfolgen im Vergleich zur Pfadfolgeoptimierung alternative Wege und segmentieren das Gesamtsystem auf unterschiedliche Weise. Insbesondere mit Reinforcement Learning ist es in jüngster Zeit gelungen, mit sogenannten Race Coptern die Leistung hoch trainierter Piloten zu übertreffen, siehe z. B. Xing et al. (2024). Von diesen Ansätzen ist viel zu erwarten. Derzeit sind diese Lösungen jedoch auf Spezialfälle (einzelne Flugbahnen) beschränkt und bieten nicht die Möglichkeit, explizit eingebrachtes Vorwissen zu nutzen, sei es in Bezug auf die Umgebungstopologie oder Leistungsgrenzen. Diese Arbeit stellt einen Mittelweg zwischen rein lernenden und klassischen modellbasierten Ansätzen dar.

Ein weiterer Aspekt ist das Luftraummanagement (Unmanned Air Traffic Management, UTM bzw. U-Space). Welche Entscheidungshoheit dabei der Luftraumkoordination und dem Luftfahrzeug zukommt, ist aktuell eine offene Frage (Strickert et al. 2024). Übernehmen die Luftraum-Service-Provider die Planung und stellen Pfade oder Korridore zur Verfügung, die von den unbemannten Systemen eingehalten werden müssen? In diesem Fall kann der hier vorgestellte Pfadfolgeansatz für schwebefähige Luftfahrzeuge mit einem Tube-MPC erweitert werden, um dem gerecht zu werden.

5.3 Grenzen des Ansatzes und weiterführende Forschungsrichtungen

Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren zur Pfadfolge unbemannter Hubschrauber kann sowohl funktional als auch in Bezug auf die Nachweisführung weiterentwickelt werden, um die bordseitige Umsetzung voranzutreiben.

5.3.1 Funktionale Weiterentwicklung

Weiterentwicklung der Störungsschätzung und -kompensation Das entwickelte Konzept nutzt die Signale der adaptiven Rückführung, um eine Störungsrepräsentation in mathematisch vereinfachter Form retrospektiv zwischen einzelnen Flügen identischer Trajektorien zu erzeugen. Dieses Vorgehen hat Grenzen, da es sich bei den Störungsrepräsentationen um Black-Box-Modelle handelt, die nicht zwischen verschiedenen Ursachen unterscheiden. Die Generalisierbarkeit und der Prädiktionshorizont sind daher begrenzt. Modellfehler, die sich körperfest und zustandsabhängig ausprägen, Messfehler in der Windschätzung mit geodätisch festem Anteil, sowie zeitlich veränderliche Störungen (Böen) oder auch Besonderheiten spezieller Pfadgeometrien werden nicht kausal voneinander getrennt.

Eine solche kausale Inferenz kann die Anzahl der Iterationen reduzieren. So ist es beispielsweise nicht mehr notwendig, Pfade mehrfach zu befliegen, um zeitlich veränderliche Anteile wie Böen herauszufiltern. Zusätzlich ermöglicht die Kenntnis der kausalen Ursache der Störung eine modellbasierte Berücksichtigung bei der Optimierung. Somit erhöht sich die Konfidenz über die Ausprägung der Störung im nächsten Flug. Werden die adaptiven Elemente formalisiert an die Pfadfolgeoptimierung angepasst, vereinfacht sich die Störungsberücksichtigung durch den Wegfall der zusätzlichen Schätzung erheblich. Verfahren, die Modellunsicherheiten explizit schätzen – etwa die $\mathcal{L}_1$-adaptive Regelung – bieten ggf. einen geeigneten Rahmen, um die im Prädiktormodell enthaltene Modelladaption direkt für die Pfadfolge zu nutzen.

Eine weitere Einschränkung liegt in der einfachen additiven Form der Unsicherheit im äußeren Regelkreis. Auch die Berücksichtigung von Störursachen mit anderer als additiver Ausprägung in der Vorsteuerung des inneren Modells kann durch kausale Inferenz unterstützt werden.

Erweiterung der Pfadbeschreibung und Anfangsvermutungen Der Pfadfolgeansatz wurde anhand nichtlinearer Pfade mit nicht stationären Zustandstrajektorien vorgestellt. Für einen produktiven Einsatz lohnt es sich, allgemeine parametrische Kurven wie Bézier-Splines oder andere flexible Kurvenformen zu untersuchen, um komplexe Missionsszenarien abzudecken. Darüber hinaus ist eine Weiterentwicklung der Anfangsvermutung sinnvoll, um eine schnelle Onlineoptimierung zu unterstützen (z. B. mittels Real-Time-Iteration(RTI)-Ansätzen). Dabei sind sowohl vereinfachte Modelle zur Berechnung denkbar als auch Ansätze, die den Konfigurationsraum (Wind, Fluggeschwindigkeit, Bahnparameter) diskretisieren und durch Interpolation eine Anfangsvermutung generieren.

Ergänzung weiterer dynamischer Anforderungen In dieser Arbeit wurde hinsichtlich der Pfadfolgegenauigkeit, der Ausnutzung des Gierfreiheitsgrads, der gewünschten Fluggeschwindigkeit und der Einhaltung der Leistungsgrenzen vorgenommen. Diese Anforderungen lassen sich als direkter euklidischer Abstand im Zustandsraum beschreiben, während die Flugbereichsgrenzen als harte Nebenbedingungen kodiert werden. In anschließenden Arbeiten können weitere Anforderungen erschlossen werden, beispielsweise der Energieerhalt durch Variation der Fluggeschwindigkeiten im Steig- und Sinkflug. Auch ein leiser Flug ist denkbar. Als möglicher Ausgangspunkt für die optimierungsbasierte Umsetzung kann in diesen Fällen das *Economic* MPC dienen.

5.3.2 Betriebssicherheit und Nachweisführung

Nachweis von Sicherheitseigenschaften Die vorgestellten Ergebnisse basieren auf einer umfangreichen theoretischen Grundlage und folgen einem experimentellen Vorgehen, um insbesondere die praktische Anwendbarkeit zu untersuchen und zu demonstrieren. Formale Nachweise von Eigenschaften wie Stabilität, garantierte Pfadfolgegüte, Robustheit und garantierte Konvergenz der iterativen Pfadfolge werden nicht geführt. Stabilitätsfragen ergeben sich unter anderem aus der Kopplung der äußeren und inneren Referenzmodelle. Darüber hinaus sind für den produktiven Einsatz Konvergenzgarantien und Abschätzungen der maximalen Rechenzeiten erforderlich. Zwei Ansatzpunkte adressieren diese Grenzen:

1. In den Experimenten wurden alle berechneten Trajektorien manuell auf Plausibilität geprüft, bevor sie dem Hubschrauber als Vorgabe dienten. Wenn es gelingt, diese visuelle Prüfung mithilfe von LTL (Linear Temporal Logic) in Spezifikationen zu formalisieren, können die Kommandotrajektorien zur Laufzeit automatisiert überwacht werden (vgl. Runtime Assurance und Safe Operation Monitoring,

Schirmer und Torens 2022). Diese Laufzeitüberwachung ist ein erster Schritt in Richtung einer bordseitigen Implementierung. Zusammen mit den Stabilitätsansätzen von Hagenmeyer und Delaleau (2010), die Anforderungen an die Glattheit der Eingangstrajektorien definieren, ergibt sich das Potenzial einer durchgängigen Argumentation zur Stabilität der Flugregelungskaskaden mit Pfadfolge.

2. Erreichbarkeitsanalysen liefern Garantien für die Berechenbarkeit und Existenz von Lösungen bestimmter MPC-artiger Optimierungsprobleme unter Berücksichtigung von Leistungsgrenzen. Zusammen mit einem automatisierten Rückfallebenenmanagement (Automatic Contingency Management) kann somit ein sicheres Gesamtsystem erreicht werden.

5.3.3 Bordseitige Umsetzung und Schließen des Pfadregelkreises

Für die Umsetzung an Bord des unbemannten Hubschraubers kommen zwei Möglichkeiten und deren Mischformen infrage.

Integration in Manöverdatenbanken In einem realen Missionsablauf können vorberechnete oder bereits erfolgreich geflogene Manöver in einer Datenbank abgelegt werden. Ersetzt ein Planer mit Bewegungsprimitiven einen rein geometrischen Pfadplaner, entsteht ein leistungsfähiges Gesamtsystem. Eine Herausforderung stellt die große kombinatorische Vielfalt von dynamischen Anforderungen, Pfadgeometrien und Windverhältnissen dar. Die gezeigte schnelle Berechenbarkeit der Trajektorien sowie die hohe Parallelisierbarkeit der Berechnungen unterstützen solche Ansätze jedoch. Dabei müssen die Anforderungen der Bewegungsplanung mit den Speicheranforderungen des Bordsystems in Einklang gebracht werden. Die Berücksichtigung geschätzter Störungen ist in diesem Fall mit einem bordseitig lernfähigen Anteil über Manöverdaten indiziert abzubilden.

Bordseitige Optimierung Wenn die im Abschnitt zur Nachweisführung genannten Garantien für Rechenzeit, Lösbarkeit und Automatismen zur Trajektorienprüfung erfüllt sind, ist auch eine bordseitige Implementierung der Optimierung realisierbar. Diese Optimierung kann z. B. bordseitig, aber offline vor Flugbeginn erfolgen. In Verbindung mit Manöverdatenbanken sind Mischformen denkbar, bei denen offline erstellte Datenbanken als Anfangsvermutung dienen, um eine effiziente Neuberechnung in der aktuellen Störungssituation zu ermöglichen.

Schließen des Pfadfolgeregelkreises Die Experimente in dieser Arbeit wurden ohne geschlossene Regelschleife der Position durchgeführt, um die Leistungsfähigkeit des Ansatzes unverfälscht zu demonstrieren. Ein nächster Schritt in Richtung eines geschlossenen Pfadregelkreises ist der Einsatz von Tube-MPC. Damit wird der Pfadregelkreis stabilisiert und es können zusätzlich Aussagen über die schlauchförmigen Grenzen entlang des Pfads als maximale Ablage unter bestimmten Störannahmen getroffen werden. Gelingt darüber hinaus eine Onlineoptimierung mit Konvergenzgarantien, kann der Pfadregelkreis auch über die Optimierung geschlossen werden.

Alternativen zum gleitenden Horizont Der gleitende Horizont stellt sicher, dass die betrachteten Optimierungsaufgaben schnell genug berechnet werden können. Damit wird jedoch eine Näherung gegenüber dem Optimum in Kauf genommen. Ein möglichst langer Prädiktionshorizont ist dabei wünschenswert, um einerseits nah am globalen Optimum zu liegen und andererseits die Fluggeschwindigkeit frühzeitig an plötzliche Richtungsänderungen anzupassen. Die Länge des Horizonts hat also Einfluss darauf, ob eine existierende Lösung numerisch gefunden wird. Eine Alternative zu diesem Vorgehen kann z. B. *Move Blocking* sein (Schitz et al. 2024), bei dem nicht der Horizont verschoben, sondern die Diskretisierung über das Gesamtproblem variiert wird. Eine Übertragung auf die Pfadfolge kann numerische Vorteile aufweisen.

Resümierend gelingt der Nachweis eines effizienten Ansatzes zur Berechnung der Vorsteuerungssignale für die Pfadfolge. Dieses Konzept enthält eine optionale lernfähige und datengetriebene Komponente zur Verbesserung der Folgegenauigkeit zwischen Wiederholungen des Fluges. In nachfolgenden Arbeiten kann diese Methode bordseitig eingebettet werden, entweder offline oder mit weiteren Maßnahmen zur Konvergenzgarantie auch in einer geschlossenen Regelung. Auch der Blick in Richtung einer anderen Problemsegmentierung jenseits der Pfadplanung, Pfadfolge und Flugregelung birgt Potentiale für anderen Anforderungen als Folgegenauigkeit weiterer Aufgaben für einen unbemannten Hubschrauber.

Literatur

Abbeel, Pieter, Adam Coates, Timothy Hunter und Andrew Y. Ng (2009). Autonomous Autorotation of an RC Helicopter. In: *Experimental Robotics*. Hrsg. von Oussama Khatib, Vijay Kumar und George J. Pappas. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, S. 385–394. ISBN: 978-3-642-00195-6. DOI: 10.1007/978-3-642-00196-3_45.

Abbeel, Pieter, Adam Coates, Morgan Quigley und Andrew Y. Ng (2006a). An Application of Reinforcement Learning to Aerobatic Helicopter Flight. In: *Advances in Neural Information Processing Systems 19*. Hrsg. von B. Schölkopf, J. Platt und T. Hoffman. Cambridge und MA: MIT Press, S. 1–8.

Abbeel, Pieter, Varun Ganapathi und Andrew Y. Ng (2006b). Learning vehicular dynamics, with application to modeling helicopters. In: *Advances in neural information processing systems 18*. Hrsg. von Yair Weiss und Bernard Schölkopf. A Bradford book. Cambridge, Mass.: MIT Press, S. 1–8. ISBN: 9780262232531.

Adolf, Florian (2024). Sampling-basierte Roadmaps für Unbemannte Luftfahrzeuge zur eigenständigen Durchführung von Aufgaben in strukturreicher Umgebung. Dissertation. Berlin: Technische Universität Berlin.

Adolf, Florian-Michael, Peter Faymonville, Bernd Finkbeiner, Sebastian Schirmer und Christoph Torens (2017). Stream Runtime Monitoring on UAS. In: *Runtime Verification*. Hrsg. von Shuvendu Lahiri und Giles Reger. Bd. 10548. Lecture Notes in Computer Science. Cham: Springer International Publishing, S. 33–49. ISBN: 978-3-319-67530-5. DOI: 10.1007/978-3-319-67531-2_3.

Aguiar, A. Pedro, Dragan B. Dačić, João P. Hespanha und Petar V. Kokotović (2004). Path-following or Reference Tracking? An answer relaxing the limits to performance. In: *IFAC Proceedings Volumes* 37.8, S. 167–172. DOI: 10.1016/S1474-6670(17)31970-5.

Aguiar, A. Pedro und João P. Hespanha (2007). Trajectory-Tracking and Path-Following of Underactuated Autonomous Vehicles With Parametric Modeling Uncertainty. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 52.8, S. 1362–1379. DOI: 10.1109/tac.2007.902731.

Aguiar, A. Pedro, João P. Hespanha und Petar V. Kokotović (2008). Performance limitations in reference tracking and path following for nonlinear systems. In: *Automatica* 44.3, S. 598–610. DOI: 10.1016/j.automatica.2007.06.030.

Aguiar, A. Pedro, João P. Hespanha, Petar V. Kokotović und A. P. Aguiar (2005). Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 50.2, S. 234–239. ISSN: 0018-9286. DOI: 10.1109/tac.2004.841924.

Benders, Sebastian (2022). Adaptive Bahnplanung für unbemannte Flugzeuge mit automatischer Bahnführung. Dissertation. Braunschweig: Technische Universität Braunschweig. DOI: 10.57676/za0d-ky61.

Bierling, Thomas, Leonhard Höcht, Christian Merkl, Florian Holzapfel und Rudolf Maier (2013). Similarities of Hedging and L_1 Adaptive Control: Presented at the EuroGNC 2013, 2nd CEAS Specialist Conference on Guidance, Navigation & Control, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, April 10-12.

Bonvin, Dominique und Bala Srinivasan (2013). On the Role of the Necessary Conditions of Optimality in Structuring Dynamic Real-Time Optimization Schemes. In: *Computers & Chemical Engineering* 51, S. 172–180. ISSN: 00981354. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2012.07.012.

Brandão, Alexandre Santos, Victor Andaluz, Mario Sarcinelli-Filho und Ricardo Carelli (2011). 3-D Path-Following with a Miniature Helicopter Using a High-level Nonlinear Underactuated Controller. In: *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Control and Automation*. Piscataway N.J.: IEEE, S. 434–439. ISBN: 9781457714757. DOI: 10.1109/ICCA.2011.6138018.

Brandão, Alexandre Santos, Mario Sarcinelli-Filho und Ricardo Carelli (2010). A Nonlinear Underactuated Controller for 3D-Trajectory Tracking with a Miniature Helicopter. In: *Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Industrial Technology*. Piscataway N.J.: IEEE, S. 1421–1426. ISBN: 978-1-4244-6502-6. DOI: 10.1109/ICIT.2010.5472500.

Brockhaus, Rudolf, Wolfgang Alles und Robert Luckner (2011). Flugregelung. 3. neu bearbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer. ISBN: 978-3-642-01442-0. DOI: 10.1007/978-3-642-01443-7.

Bryson, Arthur Earl (1999). Dynamic optimization. Menlo Park, Calif.: Addison Wesley Longman. ISBN: 0-201-59790-X.

Buhl, Michael, Oliver Fritsch und Boris Lohmann (2011). Exakte Ein-/Ausgangslinearisierung für die translatorische Dynamik eines Quadrocopters. In: *at - Automatisierungstechnik* 59.6, S. 374–381. DOI: 10.1524/auto.2011.0932.

Cabecinhas, D., Rita Cunha und Carlos Silvestre (2009). Rotorcraft path following control for extended flight envelope coverage. In: *Proceedings of the 48th IEEE conference on Decision and Control*. Piscataway N.J.: IEEE, S. 3460–3465. ISBN: 978-1-4244-3871-6. DOI: 10.1109/CDC.2009.5400665.

Chen, Yiyang (2017). Iterative Learning Control for Spatial Path Tracking. Dissertation. Southampton: University of Southampten.

Chow, Tommy W. S. und Yong Fang (1998). An iterative learning control method for continuous-time systems based on 2-D system theory. In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications* 45.6, S. 683–689. DOI: 10.1109/81.678496.

Chowdhary, Girish V. (2010). Concurrent Learning for Convergence in Adaptive Control Without Persistency of Excitation. Dissertation. Atlanta und Georia: Georgia Institute of Technology.

Chowdhary, Girish V. und Eric N. Johnson (2011). Theory and Flight-Test Validation of a Concurrent-Learning Adaptive Controller. In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 34.2, S. 592–607. ISSN: 0731-5090. DOI: 10.2514/1.46866.

Conte, Gianpaolo, Simone Duranti und Torsten Merz (2004). Dynamic 3D Path Following for an Autonomous Helicopter. In: *IFAC Proceedings Volumes* 37.8, S. 472–477. DOI: 10.1016/S1474-6670(17)32021-9.

Costello, Sean, Gregory Francois und Dominique Bonvin (2015). Directional real-time optimization applied to a kite-control simulation benchmark. In: *Proceedings of the 2015 European Control Conference (ECC)*. IEEE, S. 1594–1601. ISBN: 978-3-9524-2693-7. DOI: 10.1109/ECC.2015.7330765.

Cunha, Rita, Duarte Antunes, Pedro Gomes und Carlos Silvestre (2006). A Path-Following Prieview Controller for Autnomous Air Vehicles. In: *Proceedings of the 2006 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Reston, Virigina: AIAA, AIAA 2006–6715. DOI: 10.2514/6.2006-6715.

Cunha, Rita und Carlos Silvestre (2005). A 3D Path-Following Velocity-Tracking Controller for Autonomous Vehlices. In: *IFAC Proceedings Volumes* 38.1, S. 73–78. DOI: 10.3182/20050703-6-CZ-1902.02064.

Cunha, Rita, Carlos Silvestre und Antonio Pascoal (2003). A Path Following Controller for Model-Scale Helicopters. In: *Proceedings of the 2003 European Control Conference*. Piscataway N.J.: IEEE, S. 2248–2253. DOI: 10.23919/ECC.2003.7085301.

Dauer, Johann C., Timm Faulwasser und Sven Lorenz (2015). Run-to-run disturbance rejection for feedforward path following of an adaptively controlled unmanned helicopter. In: *Proceedings of the 2015 IEEE Conference on Control Applications*. Piscataway N.J.: IEEE, S. 1779–1785. ISBN: 978-1-4799-7787-1. DOI: 10.1109/CCA.2015.7320867.

Dauer, Johann C., Timm Faulwasser und Sven Lorenz (2017). Computational Aspects of Optimization-Based Path Following of an Unmanned Helicopter. In: *Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2014*. Hrsg. von Giovanni Russo, Vincenzo Capasso, Giuseppe Nicosia und Vittorio Romano. The European Consortium for Mathematics in Industry. Cham: Springer International Publishing, S. 607–615. ISBN: 978-3-319-23412-0. DOI: 10.1007/978-3-319-23413-7_84.

Dauer, Johann C., Timm Faulwasser, Sven Lorenz und Rolf Findeisen (2013). Optimization-based Feedforward Path Following for Model Reference Adaptive Control of an Unmanned Helicopter. In: *Proceedings of the 2013 AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics. ISBN: 978-1-62410-224-0. DOI: 10.2514/6.2013-5002.

Dauer, Johann C., Sven Lorenz und Jörg Dittrich (2011). Advanced Attitude Command Generation for a Helicopter UAV in the Context of a Feedback Free Reference System. In: *Proceedings of the 4th Unmanned Rotorcraft and Network Centric Operations Specialist Meeting*. Curran Associates, Inc, S. 1–12.

Delaleau, Emmanuel und Joachim Rudolph (1998). Control of Flat Systems by Quasi-static Feedback of Generalized States. In: *International Journal of Control* 71, S. 745–765. ISSN: 0020-7179.

Diebel, James (2006). Representing Attitude: Euler Angles, Unit Quaternions, and Rotation Vectors. Stanford University. Stanford, CA.

Diehl, M., H. G. Bock, H. Diedam und P.-B. Wieber (2006). Fast Direct Multiple Shooting Algorithms for Optimal Robot Control. In: *Fast Motions in Biomechanics and Robotics*. Hrsg. von Moritz Diehl und Katja Mombaur. Bd. 340. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag GmbH, S. 65–93. ISBN: 978-3-540-36118-3. DOI: 10.1007/978-3-540-36119-0_4.

Faulwasser, Timm (2013). Optimization-based solutions to constrained trajectory-tracking and path-following problems: Zugl.: Magdeburg, Univ., Fak. für Elektrotechnik und

Informationstechnik, Diss., 2012. Bd. 3. Contributions in systems theory and automatic control. Aachen: Shaker. ISBN: 978-3-8440-1594-2.

Faulwasser, Timm und Rolf Findeisen (2016). Nonlinear Model Predictive Control for Constrained Output Path Following. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 61.4, S. 1026–1039. DOI: 10.1109/TAC.2015.2466911.

Faulwasser, Timm, Veit Hagenmeyer und Rolf Findeisen (2011). Optimal Exact Path-Following for Constrained Differentially Flat Systems. In: *IFAC Proceedings Volumes* 44.1, S. 9875–9880. DOI: 10.3182/20110828-6-IT-1002.03132.

Faulwasser, Timm, Tobias Weber, Pablo Zometa und Rolf Findeisen (2017). Implementation of Nonlinear Model Predictive Path-Following Control for an Industrial Robot. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 25.4, S. 1505–1511. DOI: 10.1109/TCST.2016.2601624.

Ferreau, Hans Joachim, Christian Kirches, Andreas Potschka, Hans Georg Bock und Moritz Diehl (2014). qpOASES: a parametric active-set algorithm for quadratic programming. In: *Mathematical Programming Computation* 6.4, S. 327–363. DOI: 10.1007/s12532-014-0071-1.

Fliess, Michel, Jean Lévine, Philippe Martin und Pierre Rochon (1995). Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples. In: *International Journal of Control* 61.6, S. 1327–1361. ISSN: 0020-7179. DOI: 10.1080/00207179508921959.

Formentin, Simone und Marco Lovera (2011). Flatness-based control of a quadrotor helicopter via feedforward linearization. In: *Proceedings of 2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. Piscataway N.J: IEEE, S. 6171–6176. DOI: 10.1109/CDC.2011.6160828.

Frazzoli, Emilio, Munther A. Dahleh und Eric Feron (2000). Trajectory tracking control design for autonomous helicopters using a backstepping algorithm. In: *Proceedings of the 2000 American Control Conference*. Bd. 6. Piscataway N.J.: IEEE, S. 4102–4107. DOI: 10.1109/ACC.2000.876993.

Frezza, Ruggero (1999). Path following for air vehicles in coordinated flight. In: *1999 International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics proceedings*. Piscataway und N.J: IEEE, S. 884–889. ISBN: 0-7803-5038-3. DOI: 10.1109/AIM.1999.803289.

Frezza, Ruggero, G. Picci und S. Soatto (1998). Non-holonomic model-based predictive output tracking of an unknown three-dimensional trajectory. In: *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*. Bd. 4. Piscataway N.J.: IEEE, S. 3731–3735. ISBN: 0-7803-4394-8. DOI: 10.1109/CDC.1998.761792.

Garone, Emanuele, Stefano Di Cairano und Ilya Kolmanovsky (2017). Reference and command governors for systems with constraints: A survey on theory and applications. In: *Automatica* 75, S. 306–328. DOI: 10.1016/j.automatica.2016.08.013.

Greiser, Steffen (2016). Erhöhung der Simulationsgüte linearer Arbeitspunktmodelle für den Entwurf von Hubschrauberregelungen. Dissertation. Braunschweig: Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig.

Hagenmeyer, V. und E. Delaleau (2008). Continuous-time non-linear flatness-based predictive control: an exact feedforward linearisation setting with an induction drive example. In: *International Journal of Control* 81.10, S. 1645–1663. ISSN: 0020-7179. DOI: 10.1080/00207170802090177.

Hagenmeyer, Veit und Emmanuel Delaleau (2003a). Exact feedforward linearization based on differential flatness. In: *International Journal of Control* 76.6, S. 537–556. ISSN: 0020-7179. DOI: 10.1080/0020717031000089570.

Hagenmeyer, Veit und Emmanuel Delaleau (2003b). Robustness analysis of exact feedforward linearization based on differential flatness. In: *Automatica* 39.11, S. 1941–1946. DOI: 10.1016/S0005-1098(03)00215-2.

Hagenmeyer, Veit und Emmanuel Delaleau (2010). Robustness Analysis With Respect to Exogenous Perturbations for Flatness-Based Exact Feedforward Linearization. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 55.3, S. 727–731. DOI: 10.1109/TAC.2010.2040425.

Hagenmeyer, Veit, Stefan Streif und Michael Zeitz (2004). Flatness-Based Feedforward and Feedback Linearisation of the Ball & Plate Lab Experiment. In: *IFAC Proceedings Volumes* 37.13, S. 219–224. DOI: 10.1016/S1474-6670(17)31226-0.

Holzapfel, Florian (2004). Nichtlineare adaptive Regelung eines unbemannten Fluggerätes. Dissertation. München: Technische Universität München.

Houska, Boris, Hans Joachim Ferreau und Moritz Diehl (2011a). ACADO toolkit-An open-source framework for automatic control and dynamic optimization. In: *Optimal Control Applications and Methods* 32.3, S. 298–312. DOI: 10.1002/oca.939.

Houska, Boris, Hans Joachim Ferreau und Moritz Diehl (2011b). An auto-generated real-time iteration algorithm for nonlinear MPC in the microsecond range. In: *Automatica* 47.10, S. 2279–2285. DOI: 10.1016/j.automatica.2011.08.020.

Hovakimyan, Naira und Chengyu Cao (2010). L1 adaptive control theory: Guaranteed robustness with fast adaptation. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics. ISBN: 978-0898717044.

Hovakimyan, Naira, Nakwan Kim, Anthony J. Calise und J. V. R. Prasad (2001). Adaptive Output Feedback for High-Bandwidth Control of an Unmanned Helicopter. In: *Proceedings of the 2001 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Reston, Virigina: AIAA, AIAA-2001–4181. DOI: 10.2514/6.2001-4181.

Huang, GuoQiang, YuPing Lu und Ying Nan (2012). A survey of numerical algorithms for trajectory optimization of flight vehicles. In: *Science China Technological Sciences* 55.9, S. 2538–2560. DOI: 10.1007/s11431-012-4946-y.

Ioannou, Petros und Jing Sun (2012). Robust Adaptive Control. Dover Books on Electrical Engineering. New York: Dover Publications. ISBN: 978-0486498171.

Isidori, Alberto (1995). Nonlinear control systems: An introduction. 3. Aufl. Berlin , New York: Springer. ISBN: 3-540-19916-0.

Janssens, Pieter, Wannes van Loock, Goele Pipeleers, Frederik Debrouwere und Jan Swevers (2013). Iterative learning control for optimal path following problems. In: *2013 IEEE 52nd Annual Conference on Decision and Control*. Piscataway N.J.: IEEE, S. 6670–6675. ISBN: 978-1-4673-5714-2. DOI: 10.1109/CDC.2013.6760945.

JARUS (2024a). Annex F Theoretical Basis for Ground Risk Classification and Mitigation: JARUS guidelines on SORA. 2.5. JAR-DEL-SRM-SORA-F-2.5. Joint Authorities for Rulemaking on Unmanned Systems. Originaljahr: 13.05.2024.

JARUS (2024b). JARUS guidelines on Specific Operations Risk Assessment (SORA). 2.5. JAR-DEL-SRM-SORA-MB-2.5. Joint Authorities for Rulemaking on Unmanned Systems. Originaljahr: 13.05.2024.

Johnson, Eric N. (2000). Limited Authority Adaptive Flight Control. Dissertation. Atlanta: Georgia Institute of Technology.

Johnson, Eric N. und Anthony J. Calise (2001). Neural Network Adaptive Control of Systems with Input Saturation. In: *Proceedings of the 2001 American Control Conference*. Bd. 5. Piscataway N.J.: IEEE, S. 3527–3532. DOI: 10.1109/ACC.2001.946179.

Johnson, Eric N. und Suresh K. Kannan (2002). Adaptive Flight Control for an Autonomous Unmanned Helicopter. In: *Proceedings of the 2002 AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. Reston, Virigina: AIAA, AIAA 2002–4439. DOI: 10.2514/6.2002-4439.

Johnson, Eric N. und Suresh K. Kannan (2005). Adaptive Trajectory Control for Autonomous Helicopters. In: *Journal of Guidance Control and Dynamics* 28.3, S. 524–538. DOI: 10.2514/1.6271.

Johnson, Eric N. und Seung-min Oh (2004). Adaptive control Using Combined Online and Background Learning Neural Netwok. In: *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. Bd. 5. Piscataway N.J.: IEEE, S. 5433–5438. ISBN: 0-7803-8682-5. DOI: 10.1109/CDC.2004.1429672.

Kaufmann, Elia, Leonard Bauersfeld, Antonio Loquercio, Matthias Müller, Vladlen Koltun und Davide Scaramuzza (2023). Champion-level drone racing using deep reinforcement learning. In: *Nature* 620.7976, S. 982–987. DOI: 10.1038/s41586-023-06419-4.

Khalil, Hassan K. (2002). Nonlinear systems. 3. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall. ISBN: 0131227408.

Kim, Kilsoo (2011). K-Modification and a Novel Approach to Output Feedback Adaptive Control. Dissertation. Atlanta: Georgia Institute of Technology.

Kim, Nakwan (2003). Improved Methods in Neural Network-Based Adaptive Output Feedback Control, with Applications to Flight Control. Dissertation. Atlanta: Georgia Institute of Technology.

Koo, T. John, Yi Ma und Shankar Sastry (2001). Nonlinear Control of Helicopter Based Unmanned Aerial Vehicle Model.

Koo, T. John und Shankar Sastry (1998). Output Tracking Control Design of a Helicopter Model Based on Approximate Linearization. In: *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*. Bd. 4. Piscataway N.J.: IEEE, S. 3635–3640. ISBN: 0-7803-4394-8. DOI: 10.1109/CDC.1998.761745.

Koo, T. John und Shankar Sastry (1999). Differential flatness based full authority helicopter control design. In: *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*. Bd. 2. Piscataway N.J.: IEEE, S. 1982–1987. ISBN: 0-7803-5250-5. DOI: 10.1109/CDC.1999.830928.

Le Digabel, Sébastien (2011). Algorithm 909: NOMAD: Nonlinear Optimization with the MADS Algorithm. In: *ACM Transactions on Mathematical Software* 37.4, S. 1–15. DOI: 10.1145/1916461.1916468.

Levine, Jean (2009). Analysis and Control of Nonlinear Systems: A Flatness-based Approach. Berlin, Heidelberg: Springer. ISBN: 978-3-642-00838-2. DOI: 10.1007/978-3-642-00839-9.

Liu, Cunjia (2011). Advanced Control for Miniature Helicopters: Modelling, Design and Flight Test. Dissertation. Loughborough: Loughborough und University.

Liu, Cunjia, Wen-Hua Chen und John Andrews (2012). Tracking Control of Small-Scale Helicopters Using Explicit Nonlinear MPC Augmented with Disturbance Observers. In: *Control Engineering Practice* 20.3, S. 258–268. ISSN: 09670661. DOI: 10.1016/j.conengprac.2011.10.015.

Lješnjanin, Merid, Ying Tan, Denny Oetomo und Christopher T. Freeman (2017). Spatial Iterative Leaerning Control: Output Tracking. In: *IFAC-PapersOnLine* 50.1, S. 1977–1982. ISSN: 24058963. DOI: 10.1016/j.ifacol.2017.08.166.

Lorenz, Sven (2010). Adaptive Regelung zur Flugbereichserweiterung des Technologiedemonstrators ARTIS: Dissertation. Köln: Shaker Verlag GmbH. ISBN: 978-3-8322-9586-8.

Lorenz, Sven (2012). Open-Loop Reference System for Nonlinear Control Applied to Unmanned Helicopters. In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 35.1, S. 259–269. ISSN: 0731-5090. DOI: 10.2514/1.52033.

Lorenz, Sven und Florian M. Adolf (2011). A Decoupled Approach for Trajectory Generation for an Unmanned Rotorcraft. In: *Advances in aerospace guidance, navigation and control*. Hrsg. von Florian Holzapfel und Stephan Theil. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 3–14. ISBN: 978-3-642-19816-8. DOI: 10.1007/978-3-642-19817-5_1.

Lorenz, Sven und Girish V. Chowdhary (2005). Non-linear model identification for a miniature rotorcraft-preliminary results. In: *Proceedings of 61th American Helicopter Society International Annual Forum 2003*. Curran Associates, Inc, S. 1–14.

Lorenz, Sven und Johann C. Dauer (2012). Evaluation of Time-Shifted Feedforward Control for Unmanned Helicopter Path Tracking. In: *Proceedings of the 2012 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Reston, Virigina: AIAA, AIAA 2012–4609. ISBN: 978-1-60086-938-9. DOI: 10.2514/6.2012-4609.

Maeda, Guilherme J., Ian R. Manchester und David C. Rye (2015). Combined ILC and Disturbance Observer for the Rejection of Near-Repetitive Disturbances, With Application to Excavation. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 23.5, S. 1754–1769. DOI: 10.1109/TCST.2014.2382579.

Maeder, Urban und Manfred Morari (2010). Offset-free reference tracking with model predictive control. In: *Automatica* 46.9, S. 1469–1476. DOI: 10.1016/j.automatica.2010.05.023.

Magree, Daniel, Tansel Yucelen und Eric N. Johnson (2012). Command Governor-Based Adaptive Control of an Autonomous Helicopter. In: *Proceedings of the 2012 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Reston, Virigina: AIAA, AIAA 2012–4830. ISBN: 978-1-60086-938-9. DOI: 10.2514/6.2012-4830.

Mahony, Robert und Tarek Hamel (2004). Robust Trajectory Tracking for a Scale Model Autonomous Helicopter. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 14.12, S. 1035–1059. ISSN: 1049-8923. DOI: 10.1002/rnc.931.

Mahony, Robert und Rogelio Lozano (2000). (Almost) exact path tracking control for an autonomous helicopter in hover manoeuvres. In: *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway N.J.: IEEE, S. 1245–1250. ISBN: 0-7803-5886-4. DOI: 10.1109/ROBOT.2000.844769.

Marconi, Lorenzo und Roberto Naldi (2007). Robust full degree-of-freedom tracking control of a helicopter. In: *Automatica* 43.11, S. 1909–1920. DOI: 10.1016/j.automatica.2007.03.028.

Marconi, Lorenzo und Roberto Naldi (2008). Aggressive Control of Heliopters in Presence of Parametric and Dynamical Uncertainties. In: *Mechatronics* 18.7, S. 381–389. ISSN: 09574158. DOI: 10.1016/j.mechatronics.2007.10.004.

Mettler, Bernard (2003). Identification modeling and characteristics of miniature rotorcraft: Dissertation. Boston: Kluwer Academic Publishers Group. ISBN: 1-4020-7228-7.

Narendra, Kumpati S. und Anuradha M. Annaswamy (2005). Stable Adaptive Systems. Dover Books on Engineering. Mineola, New York: Dover Publications. ISBN: 0-486-44226-8.

Nijmeijer, Henk und Arjan J. van der Schaft (1990). Nonlinear dynamical control systems. New York: Springer. ISBN: 354097234X.

Petit, Philippe J., Johannes Wartmann, Benjamin Fragnière und Steffen Greiser (2019). Waypoint Based Online Trajectory Generation and Following Control for the ACT/FHS. In: *AIAA Scitech 2019 Forum*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics. ISBN: 978-1-62410-578-4. DOI: 10.2514/6.2019-0918.

Prasad, J. V. R., Anthony J. Calise, Y. Pei und J. E. Corban (1999). Adaptive Nonlinear Controller Synthesis and Flight Test Evaluation on an Unmanned Helicopter. In: *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference of Control Applications*. Piscataway und N.J: IEEE, S. 137–142. DOI: 10.1109/CCA.1999.806163.

Prasad, J. V. R. und A. M. Lipp (1993). Synthesis of a helicopter nonlinear flight controller using approximate model inversion. In: *Mathematical and Computer Modelling* 18.3-4, S. 89–100. DOI: 10.1016/0895-7177(93)90106-9.

Quirynen, R., M. Vukov, M. Zanon und M. Diehl (2015). Autogenerating microsecond solvers for nonlinear MPC: A tutorial using ACADO integrators. In: *Optimal Control Applications and Methods* 36.5, S. 685–704. DOI: 10.1002/oca.2152.

Raptis, Ioannis A., K. Valavanis und Kimon P. Valavanis (2011a). Linear and Nonlinear Control of Small-Scale Unmanned Helicopters. Bd. 45. Intelligent Systems, Control, and Automation: Science and Engineering. Dordrecht Heidelberg London New York: Springer und Springer Netherlands. ISBN: 978-94-007-0022-2. DOI: 10.1007/978-94-007-0023-9.

Raptis, Ioannis A., Kimon P. Valavanis und Wilfrido A. Moreno (2011b). A Novel Nonlinear Backstepping Controller Design for Helicopters Using the Rotation Matrix. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 19.2, S. 465–473. DOI: 10.1109/TCST.2010.2042450.

Rothfuß, Ralf (1997). Anwendung der flachheitsbasierten Analyse und Regelung nichtlinearer Mehrgrößensysteme. In: *VDI Fortschritssberichte* 8.664, S. 1–192.

Rothfuß, Ralf, Joachim Rudolph und Michael Zeitz (1997). Flachheit: Ein neuer Zugang zur Steuerung und Regelung nichtlinearer Systeme. In: *auto* 45.11, S. 517–525. ISSN: 0178-2312. DOI: 10.1524/auto.1997.45.11.517.

Rubí, Bartomeu, Ramon Pérez und Bernardo Morcego (2019). A Survey of Path Following Control Strategies for UAVs Focused on Quadrotors. In: *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 52.8, S. 1362. ISSN: 0921-0296. DOI: 10.1007/s10846-019-01085-z.

Rudolph, Joachim (2003). Beiträge zur flachheitsbasierten Folgeregelung linearer und nichtlinearer Systeme endlicher und unendlicher Dimension: Zugl.: Dresden, Techn. Univ., Habil.-Schr., 2003. Berichte aus der Steuerungs- und Regelungstechnik. Aachen: Shaker. ISBN: 3-8322-1765-7.

Rudolph, Joachim und Emmanuel Delaleau (1998). Some Examples and Remarks on Quasi-Static Feedback of Generalized States. In: *Automatica* 34.8, S. 993–999. DOI: 10.1016/S0005-1098(98)00047-8.

Schirmer, Sebastian und Christoph Torens (2022). Safe Operation Monitoring for Specific Category Unmanned Aircraft. In: *Automated Low-Altitude Air Delivery*. Hrsg. von Johann C. Dauer. Research Topics in Aerospace. Cham: Springer International Publishing, S. 393–419. ISBN: 978-3-030-83143-1. DOI: 10.1007/978-3-030-83144-8_16.

Schitz, Philipp, Johann C. Dauer und Paolo Mercorelli (2024). Robust Maneuver Planning With Scalable Prediction Horizons: A Move Blocking Approach. In: *IEEE Control Systems Letters* 8, S. 1907–1912. DOI: 10.1109/LCSYS.2024.3414971.

Schopferer, Simon, Julius Schlapbach, Gordon Strickert, Laura González Combrink und Sebastian Fendel (2024). Minimum Ground Risk Trajectory Planning Based On Time-Annotated Population Density Maps. In: *AIAA SCITECH 2024 Forum*. Reston, Virginia:

American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA 2024–0233. ISBN: 978-1-62410-711-5. DOI: 10.2514/6.2024-0233.

Sczecina, Michael Jakob (2016). Pfadfolgeoptimierung für unbemannte Hubschrauber unter Ausnutzung differentiell flacher Modelle. Master Thesis. Gießen: Technische Hochschule Mittelhessen.

Shin, Kang G. und Neil D. McKay (1985). Minimum-time control of robotic manipulators with geometric path constraints. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 30.6, S. 531–541. DOI: 10.1109/TAC.1985.1104009.

Skjetne, Roger (2005). The Maneuvering Problem. Dissertation. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology.

Skjetne, Roger, Thor I. Fossen und Petar V. Kokotović (2004). Robust output maneuvering for a class of nonlinear systems. In: *Automatica* 40.3, S. 373–383. DOI: 10.1016/j.automatica.2003.10.010.

Slotine, Jean-Jacques E. und Weiping Li (1991). Applied nonlinear control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall. ISBN: 0-13-040890-5.

Song, Yunlong, Angel Romero, Matthias Müller, Vladlen Koltun und Davide Scaramuzza (2023). Reaching the limit in autonomous racing: Optimal control versus reinforcement learning. In: *Science robotics* 8.82, eadg1462. DOI: 10.1126/scirobotics.adg1462.

Strickert, Gordon, Simon Schopferer, Fabian. Krause und Pranav Nagarajan (2024). Automatische Verhandlung zwischen U-Space und unbemannten Luftfahrzeugen. Hamburg. Deutsche Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt e.V. Originaljahr: 30. September - 2. Oktober 2024. DOI: 10.25967/630014.

Strohmaier, Thorsten (2011). Computerbasierte Trajektoriengenerierung für einen bemannten Hubschrauber auf einen unvorbereiteten Landeplatz. Dissertation. Braunschweig: Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig.

Sun, Jiankun, Shihua Li und Jun Yang (2014). Iterative learning control with extended state observer for iteration-varying disturbance rejection. In: *11th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA), 2014*. Piscataway N.J.: IEEE, S. 1148–1153. ISBN: 978-1-4799-5825-2. DOI: 10.1109/WCICA.2014.7052880.

Takahashi, Mark D., G. Schulein und Matthew Whalley (2008). Flight Control Law Design and Development for an Autonomous Rotorcraft. In: *Proceedings of 64th American Helicopter Society International Annual Forum*. Bd. 3. Curran Associates, Inc, S. 1768–1787.

Tischler, Mark B. und Robert K. Remple (2006). Aircraft and rotorcraft system identification: Engineering methods with flight-test examples. AIAA education series. Reston, Va.: American Institute of Aeronautics and Astronautics. ISBN: 1563478374.

Toponogov, Victor A. und Vladimir Y. Rovenski (2006). Differential Geometry of Curves and Surfaces: A Concise Guide. Boston, MA: Birkhäuser-Verlag. ISBN: 978-0-8176-4384-3.

Unnikrishnan, Suraj (2006). Adaptive Envelope Protection Methods for Aircraft. Dissertation. Atlanta: Georgia Institute of Technology.

van Loock, Wannes, Goele Pipeleers, Moritz Diehl, Joris de Schutter und Jan Swevers (2014). Optimal Path Following for Differentially Flat Robotic Systems Through a Geometric Problem Formulation. In: *IEEE Transactions on Robotics* 30.4, S. 980–985. DOI: 10.1109/TRO.2014.2305493.

van Nieuwstadt, Michiel J. und Richard M. Murray (1995). Approximate Trajectory Generation for Differentially Flat Systems With Zero Dynamics. In: *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*. Bd. 4. Piscataway N.J.: IEEE, S. 4224–4230. ISBN: 0-7803-2685-7. DOI: 10.1109/CDC.1995.478902.

van Nieuwstadt, Michiel J. und Richard M. Murray (1997). Outer Flatness: Trajectory Generation for a Model Helicopter. In: *Proceedings of the 1997 European Control Conference (ECC)*. Piscataway N.J.: IEEE, S. 325–330. DOI: 10.23919/ECC.1997.7082114.

Vaz, A. Ismael F. und Luís N. Vicente (2007). A particle swarm pattern search method for bound constrained global optimization. In: *Journal of Global Optimization* 39.2, S. 197–219. ISSN: 0925-5001. DOI: 10.1007/s10898-007-9133-5.

Verma, Abhishek, Sebastian Benders, Johann Dauer und Florian Adolf (2018). Evaluation of Heterogeneous Trajectory Sets for Unmanned Rotorcraft. In: *2018 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics. ISBN: 978-1-62410-526-5. DOI: 10.2514/6.2018-1842.

Voigt, Andreas (2021). Versuchsplanung mittels hybrider Modelle zur Bestimmung von Flugbereichsgrenzen. Dissertation. Braunschweig: Technische Universität Braunschweig.

Wan, Eric A., Alexander A. Bogdanov, Richard Kieburtz, Antonio Baptista, Magnus Carlsson, Yinglong Zhang und Mike Zulauf (2003). Model Predictive Neural Control for Aggressive Helicopter Maneuvers. In: *Software-Enabled Control*. Hrsg. von Tariq Samad und Gary Balas. Hoboken, NJ und USA: John Wiley & Sons, Inc, S. 175–200. ISBN: 9780471722885. DOI: 10.1002/047172288X.ch10.

Wang, Biao, Xiangxu Dong und Ben M. Chen (2010). Cascaded Control of 3D Path Following for an Unmanned Helicopter. In: *Proceedings of 2010 IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems*. Piscataway N.J.: IEEE, S. 70–75. DOI: 10.1109/ICCIS.2010.5518579.

Xing, Jiaxu, Angel Romero, Leonard Bauersfeld und Davide Scaramuzza (2024). „Bootstrapping Reinforcement Learning with Imitation for Vision-Based Agile Flight". München.

Yavrucuk, Ilkay und J. V. R. Prasad (2012). Online Dynamic Trim and Control Limit Estimation. In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 35.5, S. 1647–1656. ISSN: 0731-5090. DOI: 10.2514/1.53116.

Yavrucuk, Ilkay, J. V. R. Prasad und Suraj Unnikrishnan (2009). Envelope Protection for Autonomous Unmanned Aerial Vehicles. In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 32.1, S. 248–261. ISSN: 0731-5090. DOI: 10.2514/1.35265.

Yavrucuk, Ilkay, Suraj Unnikrishnan und J. V. R. Prasad (2003). Envelope Protection in Autonomous Unmanned Aerial Vehicles. In: *Proceedings of 59th American Helicopter Society International Annual Forum 2003*. Bd. 3. Curran Associates, Inc, S. 1919–1929. ISBN: 9781617829345.

Yong, Sze Zheng, Brian Paden und Emilio Frazzoli (2015). Computational methods for MIMO flat linear systems: Flat output characterization, test and tracking control. In: *2015 American Control Conference (ACC)*. Piscataway N.J.: IEEE, S. 3898–3904. ISBN: 978-1-4799-8684-2. DOI: 10.1109/ACC.2015.7171938.

Yucelen, Tansel und Anthony J. Calise (2010). Kalman Filter Modification in Adaptive Control. In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 33.2, S. 426–439. ISSN: 0731-5090. DOI: 10.2514/1.45307.

Yucelen, Tansel und Eric Johnson (2012). Command Governor-Based Adaptive Control. In: *Proceedings of the 2012 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Reston, Virigina: AIAA, AIAA 2012–4618. ISBN: 978-1-60086-938-9. DOI: 10.2514/6.2012-4618.

Zheng, Minghui (2017). Advanced Learngin Estimation and Control in high-Precision Systems. Dissertation. Berkeley: University of California.

A Zustandsraummodell des Hubschraubers ARTIS

Dieser Anhang stellt das verfügbare Modellwissen für den verwendeten Hubschrauber ARTIS zusammen. Ausgangspunkt ist ein Modell des Schwebeflugzustands, das im Rahmen der Arbeiten von Lorenz (2010) entwickelt wurde. Für die verschiedenen Schritte dieser Arbeit werden unterschiedliche Formen und Erweiterungen dieses Modells benötigt. Über die Vorarbeiten hinaus werden dabei sowohl einige Kopplungsterme als auch die bei der Transformation in eine Normalform entstehenden verallgemeinerten Zustände berücksichtigt, d. h. mit Abhängigkeiten von den zeitlichen Ableitungen der Systemeingänge. Beide Aspekte führen zu einer erhöhten Komplexität der Systembeschreibung in den verschiedenen Modellvarianten. Eine Alternative zu dieser Vorgehensweise ist die erneute Bestimmung der Systemparameter in Normalform mit Methoden der Systemidentifikation, um die Modellfehler der vereinfachten Modelle zu reduzieren. Beide Varianten erzeugen einen gewissen Aufwand. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird auf eine erneute Identifikation verzichtet und stattdessen die zusätzliche Komplexität der Zusammenhänge in Kauf genommen.

Zunächst wird das übernommene Schwebeflugmodell um einige Kopplungsterme ergänzt und in eine neue Normalform überführt, welche die Systemgleichungen in einen inneren und einen äußeren Zustandsvektor zerlegt. Die inneren Zustände enthalten dabei die Drehraten, deren Ableitungen sowie die körperfeste Vertikalgeschwindigkeit. Anschließend wird das Arbeitspunktmodell des Schwebeflugs künstlich globalisiert, d. h., die Differenzzustände zum Arbeitspunkt, werden zu vollständigen Zuständen erweitert. Zudem werden die nichtlinearen kinematischen Zusammenhänge von Lage und Translation eingeführt und zusätzlich ein quasi-stationärer Wind hinzugefügt. Diese Modifikationen werden so durchgeführt, dass eine erneute Linearisierung um den Schwebezustand parallel zum Wind zu einer Pol- und Nullstellenverteilung wie beim ursprünglichen Modell führt. In diesem nichtlinearen Modell bilden die Geschwindigkeiten die äußeren Zustände und die Rotation bildet die inneren Zustände. Das Modell wird

in zwei Varianten dargestellt: eine Version, die für den Entwurf des Referenzmodells geeignet ist, und eine äquivalente Version für die Simulation.

Im dritten Teil dieses Anhangs wird die modellbasierte Vorsteuerung auf der Grundlage differentieller Flachheit des inneren linearen Schwebeflugmodells hergeleitet und anschließend um die Berücksichtigung von Wind und Störung erweitert. Die dabei vorgestellte Modellinversion erlaubt es, die Kopplungen der inneren Zustände und der körperfesten Vertikalgeschwindigkeit zu berücksichtigen.

A.1 Hubschraubermodell im Schwebeflug

Schwebeflugmodell mit Schlagwinkeln des Hauptrotors Das folgende Zustandsraummodell des Schwebeflugs wurde Lorenz (2010) entnommen. Das Modell wurde um die Kopplung der Dynamik der Steigrate ($\dot{w}$) mit den Winkeln der Hauptrotorscheibe (a, b) erweitert. Da das System um den Schwebezustand linearisiert wurde, sind alle Trimmzustände bis auf die Lage des Starrkörpers und der Schlagwinkel null. Aus diesem Grund ist für diese Größen keine Unterscheidung zwischen den Differenzzuständen des linearisierten Modells und den globalen Zuständen erforderlich, sie werden nur für die Lage und die Orientierung der Rotorscheibe eingeführt. Für die Trimmwerte der Lage wird $(\phi_T, \theta_T) = (3{,}7°, -0{,}1°)$ und für die Rotorscheibe $(a_T, b_T) = (0{,}1°, -0{,}6°)$ angenommen.[1] Die entsprechenden Eingangsgrößen sind $\underline{\delta}_T = (0{,}02, 0{,}0, -0{,}39)^T$. Für das Verständnis des Modells ist zu beachten, dass die Gierdynamik die hier gezeigte einfache Form annimmt, weil der Hubschrauber über einen im Modellbau üblichen elektronischen Regler zur Unterdrückung der Schubabhängigkeit der Gierrate verfügt.

Für dieses Modell kann eine alternative Zustandsraumdarstellung hergeleitet werden, die anstelle der Winkel der Hauptrotorscheibe (a,b) die Drehbeschleunigung der Roll- und Nickrichtung als Zustände nutzt. Um diese Transformation zu erreichen, werden auftretende Eingangsableitungen häufig vernachlässigt. Die in Kapitel 2.4.3 aufgezeigten Zusammenhänge der differentiellen Flachheit werden nun angewendet, um eine ähnliche Normalform herzuleiten. Diese Normalform enthält jedoch die Ableitungen der Eingangsgrößen und die zuvor aufgenommene Kopplung der Rotorscheibenorientierung (a,b) in die Steigrate w. Das gesamte Zustandsraummodell zerlegt sich in

[1] Die Trimmwerte für Rollwinkel und Aktuatorpositionen wurden im Flugversuch validiert. Die Orientierung der Rotorscheibe und der Pitchwinkel sind berechnete Werte, die aus der Modifikation aus Abschnitt A.2 stammen. Diese Werte sind betragsmäßig zu klein und mit der verfügbaren Messinstrumentierung nicht messbar, um sie mit Flugversuchsdaten zu validieren.

ein inneres (Drehraten, Schubbeschleunigung) und ein äußeres Modell (Horizontalgeschwindigkeiten und Lage). Dabei werden verschiedene Formulierungen gezeigt, die Vorteile für die Vorsteuerung, die Simulation und die spätere Erweiterung um stationären Windbedingungen bieten. Im Folgenden werden daher zwei Varianten des inneren Modells und eine des äußeren Modells dargestellt. Die Reihenfolge entspricht der skizzierten Herleitung. Zuerst wird das innere Modell in Normalform hergeleitet, dann das äußere. Abschließend wird letzteres verwendet, um eine weitere Version des inneren Modells mit lagewinkelabhängigen Kopplungstermen zu erzeugen. Das ursprünglich aus Flugversuchsdaten ermittelte Modell lautet:

$$\begin{pmatrix} \dot{u}(t) \\ \dot{v}(t) \\ \dot{p}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \Delta\dot{a}(t) \\ \Delta\dot{b}(t) \\ \dot{w}(t) \\ \dot{r}(t) \\ \Delta\dot{\phi}(t) \\ \Delta\dot{\theta}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 0 & -g \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 & g & 0 \\ L_u & L_v & 0 & 0 & 0 & L_b & 0 & L_r & 0 & 0 \\ M_u & M_v & 0 & 0 & M_a & 0 & 0 & M_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{\tau_f} & \frac{A_b}{\tau_f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & \frac{B_a}{\tau_f} & -\frac{1}{\tau_f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_a & Z_b & Z_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \\ p(t) \\ q(t) \\ \Delta a(t) \\ \Delta b(t) \\ w(t) \\ r(t) \\ \Delta\phi(t) \\ \Delta\theta(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{ped} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ped} & L_{col} \\ 0 & 0 & M_{ped} & M_{col} \\ \frac{A_{lat}}{\tau_f} & \frac{A_{lon}}{\tau_f} & 0 & 0 \\ \frac{B_{lat}}{\tau_f} & \frac{B_{lon}}{\tau_f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{col} \\ 0 & 0 & N_{ped} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} \delta_{lat}(t) \\ \delta_{lon}(t) \\ \delta_{ped}(t) \\ \delta_{col}(t) \end{pmatrix}}_{:=\underline{\delta}(t)}$$

X_u :	-0,06	Y_v :	-0,02	Y_{ped} :	-1,33	L_u :	-1,07	L_v :	0,50
L_b :	344,56	L_r :	-0,09	L_{ped} :	-7,33	L_{col} :	-8,43	M_u :	-0,10
M_v :	-0,34	M_a :	125,36	M_r :	-0,05	M_{ped} :	0,93	M_{col} :	0,64
τ_f :	0,17	A_b :	-0,53	A_{lat} :	-0,09	A_{lon} :	-0,49	B_a :	0,38
B_{lat} :	-0,47	B_{lon} :	0,02	Z_a :	41,07	Z_b :	-80,00	Z_w :	-0,47
Z_{col} :	27,01	N_r :	-9,69	N_{ped} :	-100,89				

Inneres Zustandsraummodell mit Horizontalgeschwindigkeit als Kopplung Der innere Teil des flugmechanischen Modells beschreibt die Dynamik der Drehraten, die Schlagdynamik des Hauptrotors und die Schubdynamik. Der Zustandsvektor enthält die Zustände $\underline{x}_I = (p,q,r,w,\Delta a,\Delta b)^T$ (und $\underline{x}_O = (u,v,\Delta\phi,\Delta\theta)^T$) und nimmt die Horizontalgeschwindigkeit (u,v) als nicht beeinflussbare Eingangsgrößen auf:

$$\dot{\underline{x}}_I(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & L_r & 0 & 0 & L_b \\ 0 & 0 & M_r & 0 & M_a & 0 \\ 0 & 0 & N_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_w & Z_a & Z_b \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1/\tau_f & A_b/\tau_f \\ -1 & 0 & 0 & 0 & B_a/\tau_f & -1/\tau_f \end{pmatrix} \underline{x}_I(t) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & L_{ped} & L_{col} \\ 0 & 0 & M_{ped} & M_{col} \\ 0 & 0 & N_{ped} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{col} \\ A_{lat}/\tau_f & A_{lon}/\tau_f & 0 & 0 \\ B_{lat}/\tau_f & B_{lon}/\tau_f & 0 & 0 \end{pmatrix} \underline{\delta}(t) + \begin{pmatrix} L_u & L_v \\ M_u & M_v \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} \tag{A.1}$$

Dieses Modell ist steuerbar und daher mit einem geeigneten Ausgang flach, unter der Annahme, dass die Geschwindigkeiten (u,v) bekannt sind und als externe, unbeeinflussbare Eingänge aufgefasst werden. Mit den im Kapitel 2.4.3 eingeführten Werkzeugen kann überprüft werden, ob $\underline{y}_I = (p,q,r,w)^T$ ein flacher Ausgang ist.

Nun wird eine Normalform mit dem Zustand $\underline{\xi}_I = (p,q,r,w,\dot{p},\dot{q})^T$ aufgestellt. Dazu wird der neue Zustandsvektor einmal abgeleitet und alle bisherigen Systemgleichungen und Zusammenhänge schrittweise eingesetzt, bis sich ein Gleichungssystem in Normalform und eine Kopplung mit dem äußeren Modellteil ergibt. Dazu sind zahlreiche lineare Transformationen und Matrizenkonstruktionen notwendig, auf deren detaillierte Darstellung hier verzichtet wird, da der Erkenntnisgewinn gering ist. Die Umformungen werden skizziert, um das Vorgehen auch auf andere Modelle übertragbar zu machen. Darüber hinaus ergeben sich aus diesem Vorgehen wichtige Modellformen als Zwischenergebnis.

Aus der erweiterten Systemmatrix $\underline{\underline{S}}(s)$ im Laplace-Bereich werden die Zeilen der ursprünglichen Zustände herausgelöst, vgl. hierzu (2.23). Nach der Rücktransformation in den Zeitbereich ergibt sich eine Matrix $\underline{\underline{\Phi}} \in \mathbb{R}^{6\times 10}$ mit konstanten Koeffizienten der Form

$$\underline{x}(t) = \underline{\underline{\Phi}} \begin{pmatrix} \underline{y}_I(t) \\ \underline{\dot{y}}_I(t) \end{pmatrix}. \tag{A.2}$$

Durch Auswahl der entsprechenden Zeilen von $\underline{\underline{\Phi}}$ lassen sich die Zustände der Rotorscheibenorientierung $(\Delta a, \Delta b)$ aus dem flachen Ausgang und dessen einfacher zeitlicher Ableitung bestimmen.

Zur Konstruktion der Normalform werden die Zeilen schrittweise durch die neuen Zustände ersetzt. Zunächst wird die Dynamik für r übernommen, dann wird w konstruiert. Dabei wird das zusätzliche rechtsseitige Auftreten der Ableitung $\dot{w}$ auf die linke Seite gebracht und mit der Systemgleichung für r deren Ableitung auf der rechten Seite gelöscht. Anschließend werden die Systemgleichungen für die neuen Ableitungen der Drehraten p und q durch einfaches Ableiten der ursprünglichen Systemgleichungen und Ersetzen der alten Zustände durch $\underline{\underline{\Phi}}$ aufgestellt. Die dabei erneut entstehenden Ableitungen von w und r auf der rechten Seite der Gleichung werden durch die in den vorherigen Schritten aufgestellten Systemgleichungen ersetzt. So entsteht die erste Gleichung in Normalform

$$\dot{\underline{\xi}}_I(t) = \underline{\underline{A}}_I \underline{\xi}_I(t) + \underline{\underline{B}}_I \underline{\delta}(t) + \underline{\underline{B}}'_I \begin{pmatrix} \dot{\delta}_{ped}(t) \\ \dot{\delta}_{col}(t) \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{IO} \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \\ \dot{u}(t) \\ \dot{v}(t) \end{pmatrix}. \tag{A.3}$$

In dieser Normalform ergeben sich bei der Kopplung mit dem äußeren Modell über $\underline{\underline{B}}_{IO}$ die Ableitungen der Horizontalgeschwindigkeit aus der vorangegangenen Differentiation von $(\dot{p},\dot{q})$. Aus dem gleichen Grund entstehen auch die Ableitungen des Eingangs $\underline{\delta}$.

Diese Normalform wird später für die Berücksichtigung des Windeinflusses sowie für Störungen in der Vorsteuerung wieder aufgegriffen. Zunächst wird das äußere Modell gezeigt. Anschließend wird dieses äußere Modell verwendet, um eine weitere Variante von (A.3) herzuleiten, in der nur die äußeren Zustände in der Kopplung vorkommen. Dabei wird vermieden, dass die Ableitungen der Horizontalgeschwindigkeiten auftreten.

Äußeres Zustandsraummodell Mit den Zuständen $\underline{\xi}_O = (u, v, \Delta\phi, \Delta\theta)^T$ separiert sich die äußere Dynamik, indem in ihren ursprünglichen Systemgleichungen erneut die Abhängigkeiten der Schlagbewegung durch die neuen inneren Zustände ersetzt werden. Für das äußere Modell und dessen Parameter ergibt sich:

$$\dot{\underline{\xi}}_O(t) = \underbrace{\begin{pmatrix} X_u & X_v & 0 & -g \\ Y_u & Y_v & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{=:\underline{\underline{A}}_O} \underline{\xi}_O(t) + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & X_r & 0 & 0 & X_{\dot{q}} \\ 0 & 0 & Y_r & 0 & Y_{\dot{p}} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{=:\underline{\underline{B}}_{OI}} \underline{\xi}_I(t) + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & X_{ped} & X_{col} \\ 0 & 0 & Y_{ped} & Y_{col} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{=:\underline{\underline{B}}_O} \underline{\delta}(t) \tag{A.4}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} X_u: & -0{,}07 & X_v: & -0{,}03 & X_r: & -0{,}004 & X_{\dot{q}}: & -0{,}078 & X_{ped}: & 0{,}073 & X_{col}: & 0{,}051 \\ Y_u: & 0{,}03 & Y_v: & -0{,}04 & Y_r: & 0{,}002 & Y_{\dot{p}}: & 0{,}029 & Y_{ped}: & -1{,}12 & Y_{col}: & 0{,}24. \end{array}$$

Inneres Zustandsraummodell mit lagebasierter Kopplung Mithilfe des äußeren Modells kann die Kopplung im inneren Modell modifiziert werden. Wenn die Zeilen für die Geschwindigkeitsableitungen aus (A.4) in (A.3) eingesetzt und neu sortiert werden, entsteht eine Form ohne Abhängigkeit von den Geschwindigkeitsableitungen. Auf diese Weise entsteht eine Normalform mit Horizontalgeschwindigkeit und Lagewinkel in den Kopplungstermen. Zusammen mit (A.4) bildet sie die vollständige Systembeschreibung:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\xi}}_I(t) = &\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & N_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_r & Z_w & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} \\ L'_p & 0 & L'_r & 0 & L'_{\dot{p}} & L'_{\dot{q}} \\ 0 & M'_q & M'_r & 0 & M'_{\dot{p}} & M'_{\dot{q}} \end{pmatrix}}_{=:\underline{\underline{\bar{A}}}_I} \underline{\xi}_I(t) + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{ped} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ped} & Z_{col} \\ L'_{lat} & L'_{lon} & L'_{ped} & L'_{col} \\ M'_{lat} & M'_{lon} & M'_{ped} & M'_{col} \end{pmatrix}}_{=:\underline{\underline{\bar{B}}}_I} \underline{\delta}(t) \\ &+ \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ L_{ped} & L_{col} \\ M_{ped} & M_{col} \end{pmatrix}}_{=:\underline{\underline{\bar{B}}}'_I} \begin{pmatrix} \dot{\delta}_{ped}(t) \\ \dot{\delta}_{col}(t) \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_u & Z_v & 0 & 0 \\ L'_u & L'_v & L'_\phi & L'_\theta \\ M'_u & M'_v & M'_\phi & M'_\theta \end{pmatrix}}_{=:\underline{\underline{\bar{B}}}_{IO}} \underline{\xi}_O(t) \end{aligned} \tag{A.5}$$

N_r :	-9,69	N_{ped} :	-100,89	Z_r :	-0,004	Z_w :	-0,47	$Z_{\dot{p}}$:	-0,23
$Z_{\dot{q}}$:	0,33	Z_{ped} :	-2,01	Z_{col} :	24,84	Z_u :	-0,22	Z_v :	0,23
L'_p :	-344,6	L'_r :	0,62	$L'_{\dot{p}}$:	-5,92	$L'_{\dot{q}}$:	6,23	L'_{lat} :	-962,43
L'_{lon} :	37,22	L'_{ped} :	-40,67	L'_{col} :	-54,04	L_{ped} :	-7,33	L_{col} :	-8,43
L'_u :	-5,64	L'_v :	5,10	L'_{ϕ} :	4,93	L'_{θ} :	10,47	$M'_{\dot{q}}$:	-125,36
M'_r :	0,08	$M'_{\dot{p}}$:	-1,16	$M'_{\dot{q}}$:	-5,93	M'_{lat} :	-69,52	M'_{lon} :	-363,56
M'_{ped} :	1,97	M'_{col} :	-5,87	M_{ped} :	0,93	M_{col} :	0,64	M'_u :	-1,83
M'_v :	-1,44	M'_{ϕ} :	-3,35	M'_{θ} :	0,98				

Für die Simulation ist diese Form aufgrund der auftretenden Ableitungen der Systemeingänge $\dot{\delta}_{ped}$ und $\dot{\delta}_{col}$ nicht geeignet. Zu diesem Zweck lässt sich eine Zustandstransformation $\underline{\tilde{\xi}}_I := \underline{\xi}_I - \underline{\tilde{B}}'_I \underline{\delta}$ einführen. Die zeitliche Ableitung dieser Gleichung und das Einsetzen von (A.5) löscht die Ableitung der Stellgrößen aus. Die ursprünglichen Zustände lassen sich dann durch Umstellen der Definition der neuen Zustände rekonstruieren $\underline{\xi}_I = \underline{\tilde{\xi}}_I + \underline{\tilde{B}}'_I \underline{\delta}$. Das resultierende Gleichungssystem ist keine Normalform mehr, kann so aber für die Simulation verwendet werden.

Diese hergeleiteten Modelle werden im nächsten Schritt um die nichtlineare Lagekinematik und die Berücksichtigung von Wind erweitert.

A.2 Modifikation und Erweiterung des Schwebeflugmodells

Um eine Grundlage für die Simulationsexperimente zu schaffen und die Kaskadierung der Referenzmodelle herzuleiten, wird das oben beschriebene Schwebeflugmodell künstlich erweitert. Dazu wird zunächst eine neue Unterteilung in ein äußeres und inneres Modell verwendet. Das äußere System nimmt in einem nichtlinearen Zusammenhang die Geschwindigkeiten und das innere Modell die Drehraten auf. Die Kopplung des inneren mit dem äußeren Modell wird dabei nicht so weit aufgelöst, dass eine Lageabhängigkeit entsteht, sondern sie wird bei der Geschwindigkeitsabhängigkeit und deren Ableitung belassen, vgl. den Übergang von (A.3) zu (A.5). Diese Form erleichtert die Durchführung folgender Modifikationen:

- Globalisierung des Systems mit den zum Trimmzustand $\underline{\xi}_T$ gehörenden Aktuatorstellungen $\underline{\delta}_T$,
- Einführen eines mittleren Heckrotorschubs, der als konstante Beschleunigung $\dot{V}_{TR}$ modelliert wird,
- Einführung der nichtlinearen Lagekinematik und der nichtlinearen Lagezusammenhänge der Schwerebeschleunigung sowie Ergänzung um den gelegentlich als Eulerterm bezeichneten Anteil $\underline{\omega} \times \underline{V}_K$,
- Ergänzung um einen quasi-stationären Wind.

Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, werden die Zustände der Schlagwinkel (a,b) durch zusätzliche Drehratenzustände $(\dot{p},\dot{q})$ ersetzt, um eine Normalform zu erreichen. Das Modell wird in drei Modellteile aufgetrennt. Die Zustandsvektoren werden mit den inneren Zuständen $\underline{\xi}_i := (\underline{\omega}^T,\dot{p},\dot{q})^T$, den äußeren Zuständen $\underline{\xi}_o := (u,v,w)^T$ sowie dem Lagequaternion $\underline{q} \in \mathbb{H}_1$ neu definiert. Die Drehraten $\underline{\omega} = (p,q,r)^T$ werden zusammengefasst. Es ergeben sich damit das Gleichungssystem ohne Windeinfluss:

$$\dot{\underline{\xi}}_i(t) = \underline{\underline{A}}_i\underline{\xi}_i(t) + \underline{\underline{B}}_i(\bar{\underline{\delta}}(t) - \underline{\delta}_T) + \underline{\underline{B}}'_i\begin{pmatrix}\dot{\bar{\delta}}_{ped}(t)\\ \dot{\bar{\delta}}_{col}(t)\end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}'_{io}\begin{pmatrix}\underline{\xi}_o(t)\\ \dot{\underline{\xi}}_o(t)\end{pmatrix} \tag{A.6a}$$

$$\dot{\underline{q}}(t) = \frac{1}{2}\underline{q}(t)\otimes\begin{pmatrix}0\\ \underline{\omega}(t)\end{pmatrix} \tag{A.6b}$$

$$\begin{aligned}\dot{\underline{\xi}}_o(t) = \underline{\underline{A}}_o\underline{\xi}_o(t) + \mathfrak{D}\begin{pmatrix}0\\0\\g\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\ \dot{V}_{TR}\\0\end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_o\bar{\delta}_{col}(t)\\ + \underline{\underline{B}}_{oi}\begin{pmatrix}\underline{\xi}_i(t)\\ \bar{\delta}_{ped}(t) - \delta_{ped,T}\end{pmatrix} - \omega(t)\times\underline{\xi}_o(t)\end{aligned} \tag{A.6c}$$

Hierfür wird die Kurzform der Rotation eines Vektors vom geodätischen ins körperfeste Koordinatensystem mit $\mathfrak{D}$ notiert. Beispielsweise ergibt sich für einen Vektor $\underline{x}_g$ in geodätischen Koordinaten durch eine mit Quaternionen implementierte Drehung zur Bestimmung der körperfesten Größe

$$\underline{x}_b = \mathfrak{D}(\underline{x}_g) := \mathfrak{I}\left(\underline{\bar{q}}\otimes\begin{pmatrix}0\\ \underline{x}_g\end{pmatrix}\otimes\underline{q}\right).$$

Wird dieses Gleichungssystem um die Trimmwerte $\underline{\delta}_T = (0{,}022, 0{,}002, 0, -0{,}394)^T$ und $(\phi_T,\theta_T) = (3{,}7°,-0.1°)$ erneut linearisiert, ergeben sich annähernd die Pole des ursprünglichen linearen Modells. Die Pole sind lediglich aufgrund der Koeffizienten der Systemmatrix für Nick- und Rolllage im linearen Modell leicht verschoben. Die Struktur der ursprünglichen Systemmatrix lässt darauf schließen, dass sie durch eine Linearisierung um die Nulllage erzeugt wurde. Wird der Lagewinkel im Trimmzustand berücksichtigt, so tauchen trigonometrische Funktionen dieser Trimmwinkel auf, vergleiche hierzu Greiser (2016) (S. 23). Eine Korrektur der ursprünglichen Systemmatrix um diese Trimmwinkel lässt die Linearisierung um den Trimmpunkt von (A.6) exakt auf das korrigierte lineare Modell zurückfallen. Die Matrizen des nichtlinearen Gleichungssystems haben die folgenden Strukturen und Parameterwerte:

$$\underline{\underline{A}}_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & N_r & 0 & 0 \\ L'_p & 0 & L'_r & L'_{\dot{p}} & L'_{\dot{q}} \\ 0 & M'_q & M'_r & M'_{\dot{p}} & M'_{\dot{q}} \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}}_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{ped} & 0 \\ L'_{lat} & L'_{lon} & L'_{ped} & L'_{col} \\ M'_{lat} & M'_{lon} & M'_{ped} & M'_{col} \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}}'_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ L_{ped} & L_{col} \\ M_{ped} & M_{col} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{B}}'_{io} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L'_u & L'_v & 0 & L'_{\dot{u}} & L'_{\dot{v}} & 0 \\ M'_u & M'_v & 0 & M'_{\dot{u}} & M'_{\dot{v}} & 0 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{A}}_o = \begin{pmatrix} X_u & X_v & 0 \\ Y_u & Y_v & 0 \\ Z_u & Z_v & Z_w \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}}_o = \begin{pmatrix} X_{col} \\ Y_{col} \\ Z_{col} \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}}_{oi} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & X_r & 0 & X_{\dot{q}} & X_{ped} \\ 0 & 0 & Y_r & Y_{\dot{p}} & 0 & Y_{ped} \\ 0 & 0 & Z_r & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{ped} \end{pmatrix}$$

N_r :	-9,69	N_{ped} :	-100,89	L'_p :	-344,6	L'_r :	0,62	$L'_{\dot{p}}$:	-5,94
$L'_{\dot{q}}$:	6,15	L'_{lat} :	-962,43	L'_{lon} :	37,22	L'_{ped} :	-40,67	L'_{col} :	-54,04
L_{ped} :	-7,33	L_{col} :	-8,43	$L'_{\dot{u}}$:	-1,07	$L'_{\dot{v}}$:	0,50	L'_u :	-5.72
L'_v :	5,09	M'_q :	-125,36	M'_r :	0,08	$M'_{\dot{p}}$:	-1,15	$M'_{\dot{q}}$:	-5,93
M'_{lat} :	-69,52	M'_{lon} :	-363,56	M'_{ped} :	1,97	M'_{col} :	-5,87	M_{ped} :	0,93
M_{col} :	0,64	$M'_{\dot{u}}$:	-0,10	$M'_{\dot{v}}$:	-0,34	M'_u :	-1,82	M'_v :	1,45
X_u :	-0,07	X_v :	-0,03	X_r :	-0,004	$X_{\dot{q}}$:	-0,078	X_{ped} :	0,073
X_{col} :	0,051	Y_u :	0,03	Y_v :	-0,04	Y_r :	0,002	$Y_{\dot{p}}$:	0,029
Y_{ped} :	-1,12	Y_{col} :	0,24	Z_u :	0,22	Z_v :	0,23	Z_w :	-0.47
Z_{col} :	24,84	Z_r :	-0,004	$Z_{\dot{p}}$:	-0,23	$Z_{\dot{q}}$:	0,33	Z_{ped} :	-2,01

Die Werte für die Schwerebeschleunigung wurde mit $g = 9{,}807\ \mathrm{m/s^2}$ angenommen und der auf die Masse bezogene mittlere Heckrotorschub zu $\underline{\dot{v}}_{TR} = -0{,}543\ \mathrm{m/s^2}$ in Flugversuchen bestimmt.

In diesem Modell können Windeinflüsse nur berücksichtigt werden, solange der Flugzustand näherungsweise im Schwebeflug bleibt. Um eine aerodynamische Anströmung zu berücksichtigen, werden die Windgeschwindigkeit $\underline{V}_W$ und die Geschwindigkeit des Starrkörpers gegenüber Grund $\underline{V}_K$ in üblicher Weise $\underline{V}_A = \underline{V}_K - \underline{V}_W$ verrechnet. In (A.6) sind die einzigen von der Anströmung abhängigen Terme, die auf die Koeffizienten $\underline{\underline{B}}'_{io}$ im inneren und auf $\underline{\underline{A}}_o$ im äußeren Modell bezogenen Größen. Wenn der Wind in geodätischen Koordinaten angegeben ist, ergibt sich durch Ersetzen der Geschwindigkeiten

an beiden genannten Stellen in (A.6)

$$\dot{\underline{\xi}}_i(t) = \underline{\underline{A}}_i \underline{\xi}_i(t) + \underline{\underline{B}}_i(\bar{\underline{\delta}}(t) - \underline{\delta}_T) + \underline{\underline{B}}'_i \begin{pmatrix} \dot{\bar{\delta}}_{ped}(t) \\ \dot{\bar{\delta}}_{col}(t) \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}'_{io} \begin{pmatrix} \underline{\xi}_o(t) - \mathfrak{D}\,\underline{V}_W(t) \\ \dot{\underline{\xi}}_o(t) - \frac{d}{dt}\mathfrak{D}\,\underline{V}_W(t) \end{pmatrix}$$

$$\dot{\underline{q}}(t) = \frac{1}{2}\underline{q}(t) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{\omega}(t) \end{pmatrix}$$

$$\dot{\underline{\xi}}_o(t) = \underline{\underline{A}}_o\left(\underline{\xi}_o(t) - \mathfrak{D}(\underline{V}_W(t))\right) + \mathfrak{D}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_o \bar{\delta}_{col}(t)$$

$$+ \underline{\underline{B}}_{oi} \begin{pmatrix} \underline{\xi}_i(t) \\ \bar{\delta}_{ped}(t) - \delta_{ped,T} \end{pmatrix} - \omega(t) \times \underline{\xi}_o(t).$$

Mit dem Zusammenhang für das zeitliche Ableiten des Rotationsoperators mit einem zeitveränderlichen Operanden

$$\frac{d}{dt}\,\mathfrak{D}\left(\underline{V}_W(t)\right) = \mathfrak{D}\left(\dot{\underline{V}}_W(t)\right) - \omega(t) \times \mathfrak{D}\left(\underline{V}_W(t)\right)$$

ergibt sich das Gleichungssystem für den Schwebeflug entlang des Winds in Normalform

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\xi}}_i(t) = {} & \underline{\underline{A}}_i \underline{\xi}_i(t) + \underline{\underline{B}}_i(\bar{\underline{\delta}}(t) - \underline{\delta}_T) + \underline{\underline{B}}'_i \begin{pmatrix} \dot{\bar{\delta}}_{ped}(t) \\ \dot{\bar{\delta}}_{col}(t) \end{pmatrix} \\ & + \underline{\underline{B}}'_{io} \begin{pmatrix} \underline{\xi}_o(t) - \mathfrak{D}\left(\underline{V}_W(t)\right) \\ \dot{\underline{\xi}}_o(t) - \mathfrak{D}\left(\dot{\underline{V}}_W(t)\right) + \underline{\omega}(t) \times \mathfrak{D}\left(\underline{V}_W(t)\right) \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{A.7a}$$

$$\dot{\underline{q}}(t) = \frac{1}{2}\underline{q}(t) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{\omega}(t) \end{pmatrix} \tag{A.7b}$$

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\xi}}_o(t) = {} & \underline{\underline{A}}_o\left(\underline{\xi}_o(t) - \mathfrak{D}\left(\underline{V}_W(t)\right)\right) + \mathfrak{D}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} \\ & + \underline{\underline{B}}_{oi} \begin{pmatrix} \underline{\xi}_i(t) \\ \bar{\delta}_{ped}(t) - \delta_{ped,T} \end{pmatrix} - \omega(t) \times \underline{\xi}_o(t) + \underline{\underline{B}}_o \bar{\delta}_{col}(t). \end{aligned} \tag{A.7c}$$

Wird dieses Gleichungssystem um die Trimmbedingung $(\phi,\theta)_T = (3{,}7°, -0.1°)$ und die Aktuatorstellungen $\underline{\delta}_T = (0{,}022, 0{,}002, 0, -0{,}394)^T$ um die Geschwindigkeit über Grund $\underline{\xi}_o = \underline{V}_K = \mathfrak{D}(\underline{V}_W)$ ergänzt und eine konstante Windgeschwindigkeit angenommen, entsteht wieder der ursprüngliche Schwebezustand. Der Hubschrauber bewegt sich also entlang des Winds. Eine Linearisierung um diesen Zustand führt bis auf die von der Trimmlage abhängigen Koeffizienten auf identische Pole zum ursprünglich identifizierten linearen Schwebeflugmodell.

Formulierung für die Verwendung im Referenzmodell Für die Implementierung des äußeren Referenzmodells kann (A.7c) in eine geodätische Notation mit abgekürzter Schreibweise für die umgekehrte Rotation ($\overline{\mathfrak{D}}$) überführt werden.[2] Mit der Geschwindigkeit in geodätischen Koordinaten $\underline{V}_g := (u_g, v_g, w_g)^T = \overline{\mathfrak{D}}(\underline{\xi}_o)$ und der Vorgabe der Schubbeschleunigung $\underline{u}_o := \overline{\mathfrak{D}}\left(\underline{\underline{B}}_o \bar{\delta}_{col}\right)$ wird das äußere Modell

$$\dot{\underline{V}}_g(t) = \underbrace{\underline{g} + \underline{u}_o(t) + \overline{\mathfrak{D}}\left(\underline{\underline{A}}_o\, \mathfrak{D}\left(\underline{V}_g(t) - \underline{V}_W(t)\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{V}_{TR} \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_{oi} \begin{pmatrix} \underline{\xi}_i(t) \\ \bar{\delta}_{ped}(t) - \delta_{ped,T} \end{pmatrix}\right)}_{=:\underline{a}_o(\underline{V}_g(t), \underline{u}_o(t), \underline{V}_W(t), \underline{\xi}_i(t), \underline{\delta}_{ped}(t))} \tag{A.8}$$

im Referenzmodell anwendbar. In dieser Formulierung sind die geodätischen Geschwindigkeiten die einzigen Zustände; der Schubvektor $\underline{u}_o$ die Stellgröße und alle weiteren Größen ($\underline{V}_W(t)$, $\underline{\xi}_i(t)$, δ_{ped}) sind unbeeinflussbare Eingänge.

Formulierung für die Verwendung in der Simulation Für die nichtlineare Formulierung kann die Zustandstransformation verwendet werden, um eine Form ohne Stellgrößenableitungen zu erhalten. Die Normalform geht dabei verloren. Es muss nur der Teil des Gleichungssystems modifiziert werden, der die inneren Zustände (A.7a) betrifft. Dazu wird ein neuer Zustandsvektor gewählt

$$\tilde{\underline{\xi}}_i(t) := \underline{\xi}_i(t) - \underline{\underline{B}}'_i \begin{pmatrix} \bar{\delta}_{ped}(t) \\ \bar{\delta}_{col}(t) \end{pmatrix}$$

und für die Simulation verwendet. Die Simulation dieser neuen Zustände und die anschließende Rekonstruktion der ursprünglichen Zustände ergibt die Form

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\underline{\xi}}}_i(t) = {} & \underline{\underline{A}}_i \tilde{\underline{\xi}}_i(t) + \underline{\underline{A}}_i \underline{\underline{B}}'_i \begin{pmatrix} \bar{\delta}_{ped}(t) \\ \bar{\delta}_{col}(t) \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_i (\bar{\underline{\delta}}(t) - \underline{\delta}_T) \\ & + \underline{\underline{B}}'_{io} \begin{pmatrix} \underline{\xi}_o(t) - \mathfrak{D}\left(\underline{V}_W(t)\right) \\ \dot{\underline{\xi}}_o(t) - \mathfrak{D}\left(\dot{\underline{V}}_W(t)\right) + \underline{\omega}(t) \times \mathfrak{D}\left(\underline{V}_W(t)\right) \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{A.9a}$$

$$\underline{\xi}_i(t) = \tilde{\underline{\xi}}_i(t) + \underline{\underline{B}}'_i \begin{pmatrix} \bar{\delta}_{ped}(t) \\ \bar{\delta}_{col}(t) \end{pmatrix}. \tag{A.9b}$$

In diesem Modell kann die Struktur des auf das innere Modell wirkenden Windeinflusses, der über $\underline{\underline{B}}'_{io}$ sowohl mit stationären als auch mit instationären Anteilen einhergeht, abgelesen werden. Wird der Wind nicht gemessen und stattdessen versucht, ihn über

[2] Das Referenzmodell von ARTIS aus entwicklungshistorischen Gründen in geodätischen Koordinaten formuliert. Eine gebräuchlichere Variante in um den Gierwinkel gedrehten geodätischen Koordinaten kann äquivalent hergeleitet werden.

eine Beschleunigungsschätzung als Störung zu berücksichtigen, kann nur die Abweichung $\dot{\underline{\xi}}_o + \underline{\Delta}$ direkt bestimmt werden. Für den stationären Anteil $\underline{\xi}_o(t) - \mathfrak{D}\left(\underline{V}_W(t)\right)$ werden Modelle benötigt, um aus der Störung $\underline{\Delta}$ auf den Wind $\underline{V}_W$ zu schließen. Für die Vorsteuerung wird im folgenden Kapitel eine einfache Form dieses Modells als Pseudowindschätzung motiviert.

A.3 Modellbasierte Vorsteuerung im Schwebeflug

In diesem Kapitel werden verschiedene Formen der modellbasierten Vorsteuerung behandelt. Dabei wird zunächst die in Vorarbeiten vorgestellte Vorsteuerung aufgegriffen und anschließend werden verschiedene Formen der Verfeinerung und Erweiterung hergeleitet.

A.3.1 Vorsteuerung der Kopplungen im Schwebeflugmodell

Dieser Abschnitt erläutert die Vorsteuerung von Lorenz (2010), die in den Flugversuchen dieser Arbeit verwendet wurde. Lorenz (2010) (S. 111f und S. 130) berechnet die rotatorischen Steuergrößen getrennt vom Kollektiv. Ausgangspunkt für die rotatorischen Freiheitsgrade sind die höchsten auftretenden Ableitungen einer vereinfachten Form[3] von (A.5), bei der neben einigen der im vorherigen Abschnitt dargestellten Kopplungen vor allem die Ableitungen der Systemeingänge vernachlässigt werden

$$\begin{pmatrix} \dot{r}(t) \\ \ddot{p}(t) \\ \ddot{q}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & N_r & 0 & 0 \\ L'_p & 0 & L'_r & L'_{\dot{p}} & L'_{\dot{q}} \\ 0 & M'_q & M'_r & M'_{\dot{p}} & M'_{\dot{q}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p(t) \\ q(t) \\ r(t) \\ \dot{p}(t) \\ \dot{q}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & N_{ped} \\ L'_{lat} & L'_{lon} & L'_{ped} \\ M'_{lat} & M'_{lon} & M'_{ped} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{lat}(t) \\ \delta_{lon}(t) \\ \delta_{ped}(t) \end{pmatrix}. \tag{A.10}$$

Bei der Definition der Pseudosteuergröße $\underline{v}_i \coloneqq (\dot{r}, \ddot{p}, \ddot{q})^T$ ergibt sich durch Umstellen die Form, die im Laufe der Arbeit als *einfache Vorsteuerung* bezeichnet wird

$$\begin{pmatrix} \delta_{lat}(t) \\ \delta_{lon}(t) \\ \delta_{ped}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & N_{ped} \\ L'_{lat} & L'_{lon} & L'_{ped} \\ M'_{lat} & M'_{lon} & M'_{ped} \end{pmatrix}^{-1} \left(\underline{v}_i(t) - \begin{pmatrix} 0 & 0 & N_r & 0 & 0 \\ L'_p & 0 & L'_r & L'_{\dot{p}} & L'_{\dot{q}} \\ 0 & M'_q & M'_r & M'_{\dot{p}} & M'_{\dot{q}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p(t) \\ q(t) \\ r(t) \\ \dot{p}(t) \\ \dot{q}(t) \end{pmatrix} \right). \tag{A.11}$$

[3] In der Arbeit von Lorenz (2010) tritt durch die Zustandstransformation in Normalform eine Kopplung der Nickbewegung in die Rollbewegung ein Parameter $N_{\dot{p}}$ auf.

Die Zeile der Vertikalgeschwindigkeit w in (A.5) erlaubt die Bestimmung des Kollektivs[4]

$$\dot{w}(t) = \begin{pmatrix} Z_r & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r(t) \\ \dot{p}(t) \\ \dot{q}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_{ped} & Z_{col} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{ped}(t) \\ \delta_{col}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_u & Z_v & Z_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \\ w(t) \end{pmatrix}. \tag{A.12}$$

Die Definition der Pseudosteuergröße $v_O := \dot{w}$ und das Umstellen auf das Kollektiv führen zur Vorsteuerung

$$\delta_{col}(t) = \frac{1}{Z_{col}} \left(v_O(t) - \begin{pmatrix} Z_r & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r(t) \\ \dot{p}(t) \\ \dot{q}(t) \end{pmatrix} - Z_{ped}\delta_{ped}(t) - \begin{pmatrix} Z_u & Z_v & Z_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \\ w(t) \end{pmatrix} \right). \tag{A.13}$$

Die vorgenommenen Vereinfachungen sind umfangreich und einer der Beweggründe, sich eingehender mit Kopplungen in der Vorsteuerung zu befassen, um den Einfluss auf die Pfadfolge abzuschätzen. Es zeigt sich in den Simulationen, dass der Einfluss auf die Pfadfolgegenauigkeit nennenswert ist. Diese auf die Vorsteuerung des inneren Kreises wirkenden Effekte können nicht durch den Störungsschätzer des äußeren Regelkreises kompensiert werden. Daher beleuchtet das Folgende Vorsteuerungen, die alle bekannten Kopplungen und auch die Eingangsableitungen berücksichtigen.

A.3.2 Zusätzliche Kopplungen und Eingangsableitungen

Die folgende Erweiterung der Vorsteuerung wird aus der im vorigen Abschnitt gezeigten linearen Normalform zur Berücksichtigung der vollständigen Systemkopplungen hergeleitet. Damit ist sie ein Beispiel für die flachheitsbasierte Vorsteuerung (2.15) aus Kapitel 2.4.3. Da die Ableitungen der Stellgrößen in den Gleichungen der inneren Dynamik auftreten, ist der Herleitungsaufwand erhöht. Es wird zunächst das Ergebnis dargestellt und anschließend die Herleitung beschrieben.

Lemma 2: Modellbasierte Vorsteuerung für das gegebene Schwebeflugmodell

Gegeben seien ein inneres Systemmodell (A.5) und ein äußeres Modell (A.4). Unter Verwendung der in Kapitel 2.4.3 dargestellten Theorie zur flachheitsbasierten Vorsteuerung lässt sich ein Vorsteuersignal $\underline{\delta}_{ff}$ der Form

$$\underline{\delta}_{ff}(t) = \underline{\underline{F}}_v \underline{v}(t) + \underline{\underline{F}}_{\dot{v}} \begin{pmatrix} \dot{v}_1(t) \\ \dot{v}_2(t) \end{pmatrix} - \underline{\underline{F}}_I \underline{\xi}_I(t) - \underline{\underline{F}}_O \underline{\xi}_O(t) \tag{A.14}$$

bestimmen. Hierbei sind $\underline{\underline{F}}_v \in \mathbb{R}^{4\times4}$, $\underline{\underline{F}}_{\dot{v}} \in \mathbb{R}^{4\times2}$, $\underline{\underline{F}}_I \in \mathbb{R}^{4\times6}$ und $\underline{\underline{F}}_O \in \mathbb{R}^{4\times4}$ Matrizen mit konstanten Koeffizienten.

[4] Im Gegensatz zum Vorgehen von Lorenz (2010) (S. 112) wird hier in den inkrementellen Steuergrößen zum Trimmzustand verblieben, sodass die Erdschwere nicht auftritt.

Herleitung Für das innere Modell wurde gezeigt, dass $(p,q,r,w)^T$ ein flacher Ausgang ist. Aus der Normalform können somit die relativen Grade der einzelnen Ausgangskomponenten ermittelt werden. Für einen neuen Pseudoeingang wird deshalb $\underline{v} := \underline{\xi}_I^{(r)} = (\dot{r}, \dot{w}, \ddot{p}, \ddot{q})^T$ definiert. Wird (A.5) auf die Zeilen der höchsten Ableitungen beschränkt und die in Hintergrund 1 eingeführte Notation verwendet, so entsteht der Ausgangspunkt für die Herleitung mit den äußeren Zuständen $\underline{\xi}_O = (u,v,\Delta\phi,\Delta\theta)^T$

$$\underline{v}(t) = \underline{\xi}_I^{(r)}(t) = \underline{\underline{A}}_{I,r}\underline{\xi}_I(t) + \underline{\underline{B}}_{I,r}\underline{\delta}(t) + \underline{\underline{B}}'_{I,r}\dot{\underline{\delta}}(t) + \underline{\underline{B}}_{IO,r}\underline{\xi}_O(t). \tag{A.15}$$

Die Matrizen mit dem Index r stellen die Zeilen der höchsten Ableitung dar, z. B. enthält $\underline{\underline{A}}_{I,r}$ die vier untersten Zeilen von $\underline{\underline{A}}_I$. Im nächsten Schritt wird diese Gleichung Laplace-transformiert, auf die Stellgrößen $\underline{\delta}$ umgestellt und wieder in den Zeitbereich transformiert. Auf diese Weise verschwindet die Ableitung der Stellgrößen, jedoch wird die Pseudosteuergröße $\underline{v}$ einmal zeitlich abgeleitet. Da die Determinante der Matrix $\underline{\underline{B}}_{I,r} + s\underline{\underline{B}}'_{I,r}$ aufgrund ihrer Struktur unabhängig von der Laplace-Variablen s ist, kann die Inverse der Matrix in einen konstanten und einen auf die Laplace-Variable wirkenden Term aufgeteilt werden $(\underline{\underline{B}}_{I,r} + s\underline{\underline{B}}'_{I,r})^{-1} =: \underline{\underline{B}}_1 + s\underline{\underline{B}}_2$. Damit kann nach der Rücktransformation folgendes notiert werden:

$$\underline{\delta}(t) = \underline{\underline{B}}_1\left(\underline{v}(t) - \underline{\underline{A}}_{I,r}\underline{\xi}_I(t) - \underline{\underline{B}}_{I0,r}\underline{\xi}_O(t)\right) + \underline{\underline{B}}_2\left(\dot{\underline{v}}(t) - \underline{\underline{A}}_{I,r}\dot{\underline{\xi}}_I(t) - \underline{\underline{B}}_{I0,r}\dot{\underline{\xi}}_O(t)\right). \tag{A.16}$$

Die anschließenden Schritte eliminieren die Ableitungen der inneren und äußeren Zustände. Die Ableitung des inneren Zustands lässt sich in dessen Terme sowie in Pseudosteuergrößen aufteilen

$$\dot{\underline{\xi}}_I(t) = \begin{pmatrix} \underline{\underline{0}}_{2\times4} \\ \underline{\underline{I}}_4 \end{pmatrix}\underline{v}(t) + \begin{pmatrix} \underline{\underline{0}}_{2\times4} & \underline{\underline{I}}_2 \\ \underline{\underline{0}}_{4\times6} & \end{pmatrix}\underline{\xi}_I(t). \tag{A.17}$$

Für die Ableitung des äußeren Zustands $\dot{\underline{\xi}}_O$ wird in (A.4) eingesetzt. Dadurch erscheint der Systemeingang $\underline{\delta}$ ein weiteres Mal auf der rechten Seite. Dieser Term wird ebenfalls auf die linke Seite gebracht und die Gleichung neu angeordnet

$$\begin{aligned}\left(\underline{\underline{I}}_4 + \underline{\underline{B}}_2\underline{\underline{B}}_{I0,r}\underline{\underline{B}}_O\right)\underline{\delta}(t) = &\left(\underline{\underline{B}}_1 - \underline{\underline{B}}_2\underline{\underline{A}}_{I,r}\begin{pmatrix}\underline{\underline{0}}_{2\times4}\\ \underline{\underline{I}}_4\end{pmatrix}\right)\underline{v}(t) + \underline{\underline{B}}_2\dot{\underline{v}}(t) + \\ &- \left(\underline{\underline{B}}_1\underline{\underline{A}}_{I,r} + \underline{\underline{B}}_2\underline{\underline{A}}_{I,r}\begin{pmatrix}\underline{\underline{0}}_{2\times4} & \underline{\underline{I}}_2\\ \underline{\underline{0}}_{4\times6} & \end{pmatrix} + \underline{\underline{B}}_2\underline{\underline{B}}_{I0,r}\underline{\underline{B}}_{0I}\right)\underline{\xi}_I(t) - \left(\underline{\underline{B}}_1\underline{\underline{B}}_{I0,r} + \underline{\underline{B}}_2\underline{\underline{B}}_{I0,r}\underline{\underline{A}}_O\right)\underline{\xi}_O(t).\end{aligned} \tag{A.18}$$

Eine Linksmultiplikation mit $\left(\underline{\underline{I}}_4 + \underline{\underline{B}}_2\underline{\underline{B}}_{I0,r}\underline{\underline{B}}_O\right)^{-1}$ ergibt die gewünschten Koeffizientenmatrizen, wobei die Nullspalten der Koeffizienten von $\dot{\underline{v}}$ weggelassen werden können:

$$\underline{\underline{F}}_v \approx \begin{pmatrix} 1{,}25 & -2{,}43 & -1{,}11 & 0{,}008 \\ -0{,}55 & -0{,}16 & 0{,}23 & -2{,}77 \\ -9{,}91 & 0 & 0 & 0 \\ -0{,}8 & 40{,}26 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3} \quad \underline{\underline{F}}_O \approx \begin{pmatrix} 6{,}49 & -5{,}62 & -5{,}51 & -11{,}63 \\ 3{,}92 & 4{,}87 & 10{,}43 & -0{,}33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8{,}66 & 9{,}20 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{\underline{F}}_{\dot{v}} \approx \begin{pmatrix} 8{,}08 & -34{,}74 \\ -4{,}23 & 13{,}78 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot 10^{-5} \quad \underline{\underline{F}}_I \approx \begin{pmatrix} 35{,}54 & 1{,}32 & -0{,}52 & 0{,}11 & 0{,}68 & -0{,}66 \\ -6{,}8 & 34{,}23 & 0{,}13 & 0{,}01 & 0{,}21 & 1{,}73 \\ 0 & 0 & 9{,}61 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}76 & -1{,}88 & -0{,}93 & 1{,}32 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2}$$

A.3.3 Erweiterung um Wind- und Störungsberücksichtigung

Zur Berücksichtigung des näherungsweise bekannten Winds $\underline{V}_{W,b}$ in körperfesten Koordinaten und einer zu schätzenden Störung als Beschleunigung $\underline{\Delta}_b$ wird im Folgenden eine modifizierte Vorsteuerung motiviert. Dabei bleibt die Struktur der Vorsteuerung erhalten und es werden lediglich Summanden für die Störung und den Wind hinzugefügt.

Lemma 3: Modellbasierte Vorsteuerung mit Wind- und Störung

Gegeben sei ein Systemmodell mit den höchsten Ableitungen (entsprechend dem relativen Grad) gemäß (A.22) sowie ein äußeres Modell gemäß (A.4). Mit den vorangestellten Überlegungen lässt sich für die Vorsteuerung

$$\underline{\delta}_{ff}(t) = \underline{\underline{F}}_v \underline{v}(t) + \underline{\underline{F}}_{\dot{v}} \begin{pmatrix} \dot{v}_1(t) \\ \dot{v}_2(t) \end{pmatrix} - \underline{\underline{F}}_I \underline{\xi}_I(t) - \underline{\underline{F}}_O \underline{\xi}_O(t) - \underline{\underline{F}}_\Delta \underline{\Delta}_b(t) - \underline{\underline{F}}_W \underline{V}_{W,b}(t) \quad \text{(A.19)}$$

bestimmen. Hierbei sind $\underline{\underline{F}}_v \in \mathbb{R}^{4\times4}$, $\underline{\underline{F}}_{\dot{v}} \in \mathbb{R}^{4\times2}$, $\underline{\underline{F}}_I \in \mathbb{R}^{4\times6}$, $\underline{\underline{F}}_O \in \mathbb{R}^{4\times4}$, $\underline{\underline{F}}_\Delta \in \mathbb{R}^{4\times3}$ und $\underline{\underline{F}}_W \in \mathbb{R}^{4\times3}$ Matrizen mit konstanten Koeffizienten.

Herleitung Die Koeffizientenmatrix $\underline{\underline{F}}_W$ lässt sich aus der vorhergehenden Vorsteuerung bestimmen. Durch Ersetzen der Fluggeschwindigkeit in den Elementen von $\underline{\xi}_I$ und $\underline{\xi}_O$ durch $\underline{V}_A = V_K - \underline{V}_W$ ergeben die Spalten der Vorsteuerungselemente $\underline{\underline{F}}_I$ und $\underline{\underline{F}}_O$

$$\underline{\underline{F}}_W := \left(-\underline{\underline{F}}_O \left(\underline{I}_1^4 \, \underline{I}_2^4 \right) - \underline{\underline{F}}_I \underline{I}_4^6 \right). \quad \text{(A.20)}$$

Ausgangspunkt für die Bestimmung der Koeffizientenmatrix $\underline{\underline{F}}_\Delta$ bildet erneut die Gleichung der Pseudosteuergrößen (A.15), die um den Einfluss eines Vektors der Störungsbeschleunigung erweitert wird. In der Herleitung zu (A.3) wird beschrieben, wie sich

bei der Überführung des ursprünglichen Schwebeflugmodells in die Normalform zunächst eine Kopplung des inneren Modells zum äußeren ergibt, bei der die Längs- und Quergeschwindigkeiten sowie deren Ableitungen auftreten. Durch Einsetzen der Systemgleichungen für diese Geschwindigkeitsableitungen lassen sie sich mit den Nick- und Rollwinkeln ersetzen. Bei diesem Schritt müssen auch die Beschleunigungsstörungen berücksichtigt werden. So entsteht die Matrix $\underline{\underline{B}}_\Delta \in \mathbb{R}^{4\times 3}$

$$\underline{\underline{B}}_\Delta = \left(\underline{\underline{B}}_{IO}\left(\underline{I}_3^4\ \underline{I}_4^4\right)\underline{I}_2^4\right) \tag{A.21}$$

und aus (A.15) wird

$$\underline{v}(t) = \underline{\xi}_I^{(r)}(t) = \underline{\underline{A}}_{I,r}\underline{\xi}_I(t) + \underline{\underline{B}}_{I,r}\underline{\delta}(t) + \underline{\underline{B}}'_{I,r}\dot{\underline{\delta}}(t) + \underline{\underline{B}}_{IO,r}\underline{\xi}_O(t) + \underline{\underline{B}}_\Delta\underline{\Delta}_b(t). \tag{A.22}$$

Für die Herleitung der Vorsteuerungsmatrix werden die Umformungsschritte von (A.15) bis (A.18) wiederholt. Dabei ist zu beachten, dass in (A.16) erneut die Ableitung der äußeren Zustände $\dot{\underline{\xi}}_O$ auftritt, die durch deren Systemgleichungen im Folgeschritt ersetzt wird. In diesem Fall treten die Beschleunigungsstörungen erneut auf. Die ebenfalls auftretende zeitliche Ableitung der Störung wird näherungsweise vernachlässigt. Nachdem diese Schritte durchgeführt wurden, ergibt sich für die Vorsteuerung

$$\underline{\underline{F}}_\Delta = \left(\underline{\underline{I}}_4 + \underline{\underline{B}}_2\underline{\underline{B}}_{IO,r}\underline{\underline{B}}_O\right)^{-1}\left(\underline{\underline{B}}_1\underline{\underline{B}}_\Delta + \underline{\underline{B}}_2\underline{\underline{B}}_{IO,r}\begin{pmatrix}\underline{\underline{I}}_2 & \underline{0}\\ \underline{0}_{2\times 2} & \underline{0}\end{pmatrix}\right). \tag{A.23}$$

In Zahlen ergibt sich:

$$\underline{\underline{F}}_\Delta \approx \begin{pmatrix}6{,}66 & -5{,}69 & -2{,}27\\ 3{,}86 & 4{,}95 & 0{,}23\\ 0 & 0 & 0\\ 8{,}66 & 9{,}20 & 40{,}26\end{pmatrix}\cdot 10^{-3} \quad \underline{\underline{F}}_W \approx \begin{pmatrix}-6{,}49 & 5{,}62 & -1{,}06\\ -3{,}92 & -4{,}87 & -0{,}11\\ 0 & 0 & 0\\ 8{,}66 & -9{,}20 & 18{,}76\end{pmatrix}\cdot 10^{-3}$$

Pseudowindschätzung Bereits die Systemgleichungen (A.9) zeigen, dass der Wind auf das innere Modell mit stationären und instationären Termen wirkt. Die Vorsteuerung der Beschleunigungsschätzung aus dem linearen Modell kann nur die instationären Vorgänge erfassen. Stationärer Wind lässt sich mithilfe von $\underline{\Delta}_b(t) = -\underline{\underline{A}}_o\underline{V}_{W,b}$ aus (A.7c) indirekt schätzen. Für diesen Fall ergibt sich die Vorsteuerung

$$\underline{\delta}_{ff}(t) = \underline{\underline{F}}_v\underline{v}(t) + \underline{\underline{F}}_{\dot{v}}\begin{pmatrix}\dot{v}_1(t)\\ \dot{v}_2(t)\end{pmatrix} - \underline{\underline{F}}_I\underline{\xi}_I(t) - \underline{\underline{F}}_O\underline{\xi}_O(t) - (\underline{\underline{F}}_\Delta - \underline{\underline{F}}_W\underline{\underline{A}}_o^{-1})\underline{\Delta}_b(t). \tag{A.24}$$

Bei dieser kausalen Verknüpfung wird davon ausgegangen, dass die Störung ausschließlich vom Wind verursacht wird und dessen Wirkung genau durch das äußere Modell

abgebildet wird. Für die praktische Anwendung muss diese Form der Windschätzung entweder durch eine Art kausale Inferenz ergänzt werden, um die Störungsanteile kausal zu trennen, oder es müssen Windinformationen über Manöver abgeleitet werden. In der vorliegenden Arbeit wird diese einfache Form verwendet, um in Simulation zu zeigen, dass die iterative Pfadfolge mit inkrementeller Windschätzung zum gleichen Ergebnis führt wie bei exakter Vorkenntnis des Winds. Der Effekt, dass die Pseudowindschätzung für diese Konvergenz notwendig ist, erklärt auch einen Teil der verbleibenden Ablage in den Flugversuchen.

B Anmerkungen zur räumlichen Lage des Hubschraubers

Der folgende Anhang stellt Zusammenhänge der quaternionenbasierten Lagerepräsentation dar und erläutert geometrische Nachweise im Zusammenhang mit der Lagevorgabe für die verwendete Hubschrauberregelung.

B.1 Quaternion zur Überführung zweier Vektoren

Gegeben seien zwei Einheitsvektoren $\vec{T}_b \in \mathbb{R}^3_1$ und $\vec{T}_g \in \mathbb{R}^3_1$. Es soll ein Quaternion $\underline{q}_T \in \mathbb{H}_1$ berechnet werden, das durch Drehung den einen auf den anderen Vektor überführt. Der Winkel zwischen den Vektoren wird mit α bezeichnet und der Einheitsvektor, der normal auf beiden Vektoren steht, mit $\vec{n}$. So gilt für das innere und äußere Produkt

$$\vec{T}_b^T \vec{T}_g = \cos\alpha \tag{B.1}$$

$$\vec{T}_b \times \vec{T}_g = \sin\alpha\, \vec{n}. \tag{B.2}$$

Ein Quaternion $\underline{q}_T$ zur Überführung des einen Vektors auf den anderen lässt sich direkt aus der Definition eines Quaternions notieren

$$\underline{q}_T = \begin{pmatrix} \cos{}^{\alpha}\!/_2 \\ \sin{}^{\alpha}\!/_2\, \vec{n} \end{pmatrix}. \tag{B.3}$$

Mithilfe der aus Formelsammlungen bekannten Gleichungen für Halbwinkelfunktionen $\cos{}^{\alpha}\!/_2 = \sqrt{(1+\cos\alpha)/2}$ und $\sin{}^{\alpha}\!/_2 = \sqrt{(1-\cos\alpha)/2}$ sowie mit dem Zusammenhang $\sin(\arccos(\vec{T}_b^T \vec{T}_g)) = \sqrt{1-(\vec{T}_b^T \vec{T}_g)^2}$, ergibt sich die gesuchte Repräsentation

$$\underline{q}_T = \begin{pmatrix} \sqrt{1+\cos\alpha} \\ \sqrt{1-\cos\alpha}\, \vec{n} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{1+\vec{T}_b^T \vec{T}_g} \\ \sqrt{\frac{1-\vec{T}_b^T \vec{T}_g}{1-(\vec{T}_b^T \vec{T}_g)^2}}\, \vec{T}_b \times \vec{T}_g \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2(1+\vec{T}_b^T \vec{T}_g)}} \begin{pmatrix} 1+\vec{T}_b^T \vec{T}_g \\ \vec{T}_b \times \vec{T}_g \end{pmatrix}. \tag{B.4}$$

Auch der Sonderfall, dass beide Vektoren gleichgerichtet sind, führt mit diesem Zusammenhang zu einem sinnvollen Quaternion $\underline{q}_T = (1\ 0\ 0\ 0)^T$. Der entgegengesetzte Fall, bei dem beide Vektoren parallel, aber entgegengesetzt verlaufen, führt zu einer Singularität der Gleichung, da die Wahl der Drehachse für eine 180°-Drehung nicht eindeutig ist. Wenn es sich bei diesen Vektoren, wie bereits durch die Bezeichnung angedeutet, um körperfeste und geodätische Schubvektoren handelt, tritt dieser Fall nur nahe dem Rückenflug auf. Für die Pfadfolge stellt diese Forderung keinen sinnvollen Zustand dar. In einer Implementierung kann dann allerdings eine Fallunterscheidung eingeführt werden, bei der die Drehachse sinnvoll aus dem Manöver heraus gewählt wird.

B.2 Quaternion für das Einstellen eines Gierwinkels

Kapitel 3.4.3 diskutiert den Fall einer gewünschten Lagevorgabe, bei welcher der Hubschrauber neben der Schubanforderung einen bestimmten Gierwinkel ψ annehmen soll. Gesucht ist hierzu ein ergänzendes Lagequaternion $\underline{q}_\psi$, das Vektoren um die Schubachse dreht und den gewünschten Gierwinkel einstellt

$$\underline{q}_{c,\psi} = \underline{q}_\psi \otimes \underline{q}_T = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_\psi/2) \\ \sin(\alpha_\psi/2)\vec{T}_g \end{pmatrix} \otimes \underline{q}_T. \quad \text{(B.5)}$$

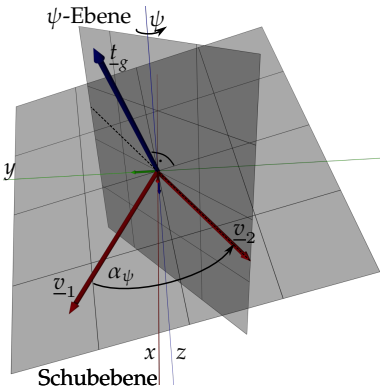


Abbildung B.1: Schubebene senkrecht zum Schubvektor; sowie ψ-Ebene, die um den Gierwinkel gedrehte xz-Ebene

Abbildung B.1 verdeutlicht die dazu notwendigen geometrischen Überlegungen. Es wird davon ausgegangen, dass der Schub entlang der körperfesten z-Achse des Hubschraubers ausgerichtet ist. Wird der Hubschrauber entsprechend $\underline{q}_\psi$ gedreht, so beschreibt die körperfeste x-Achse $\underline{x}_b = (1, 0, 0)^T$ einen Kreis auf einer Ebene senkrecht zum Schub. Diese Schubebene repräsentiert alle möglichen Blickrichtungen des Hubschraubers. Wird die xz-Ebene um den gewünschten Gierwinkel ψ gedreht, so beschreibt die Schnittkante beider Ebenen die gesuchte Blickrichtung.

Durch die Schubdrehung entsteht eine Orientierung der Hubschrauber-x-Achse

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \vec{v}_1 \end{pmatrix} \coloneqq \underline{q}_T \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \bar{\underline{q}}_T, \tag{B.6}$$

die definitionsgemäß auf der Schubebene liegt. Ein zweiter Vektor wird so gewählt, dass er auf der Schnittgeraden zwischen Schub- und ψ-Ebene liegt und in die gewünschte Gierrichtung weist. Die Wahl der x- und y-Komponenten des Vektors erfolgt direkt aus dem Gierwinkel $(\cos(\psi),\ \sin(\psi), z_2)^T$ sorgt bereits dafür, dass der Vektor auf der ψ-Ebene liegt. Festgelegt wird die noch freie z-Komponente des Vektors durch die Schubebene. Die Orthogonalität dieser Ebene zum Schub $\vec{T}_g$ ermöglicht das Ausmultiplizieren des Skalarprodukts. Durch Umstellen folgt

$$z_2 = -\frac{1}{T_{g,3}} \left(\cos(\psi) T_{g,1} + \sin(\psi) T_{g,2} \right). \tag{B.7}$$

Entsprechend der Definition des Gierwinkels verliert diese Gleichung für eine verschwindende z-Komponente des Schubs ihre Gültigkeit. Durch Normieren des Vektors entsteht der zweite Vektor $\vec{v}_2$

$$\vec{v}_2 \coloneqq \frac{1}{\sqrt{\left(\cos(\psi) T_{g,1} + \sin(\psi) T_{g,2}\right)^2 + T_{g,3}^2}} \begin{pmatrix} \cos(\psi) T_{g,3} \\ \sin(\psi) T_{g,3} \\ -\left(\cos(\psi) T_{g,1} + \sin(\psi) T_{g,2}\right) \end{pmatrix}. \tag{B.8}$$

Im Anschluss kann die in Anhang B.1 dargestellte Gleichung verwendet werden, um aus den Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ die gesuchte Drehung $\underline{q}_\psi$ zu bestimmen

$$\underline{q}_\psi = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \vec{v}_1^T \vec{v}_2)}} \begin{pmatrix} 1 + \vec{v}_1^T \vec{v}_2 \\ \vec{v}_1 \times \vec{v}_2 \end{pmatrix}. \tag{B.9}$$

Dieser Zusammenhang wurde unter der Annahme hergeleitet, dass der Schub senkrecht auf dem Hubschrauber steht. Wird diese Annahme aufgegeben, beschreibt die körperfeste x-Achse beim Drehen mit α_ψ statt einer Ebene einen Konus, dessen Schnittkanten mit der ψ-Ebene bestimmt werden müssen. Die sich daraus ergebenen Gleichungen sind komplexer als die hier dargestellten. In diesem Fall lässt sich allerdings eine zusätzliche Variante einführen, bei der nicht die körperfeste x-Achse, sondern ein Sensor in eine gewünschte Richtung ausgerichtet werden soll. Entsprechende Herleitungen beider Fälle finden sich bei Dauer et al. (2011).

B.3 Gierfreiheitsgrad in der Pfadfolge

Wenn ein räumlicher Pfad mit hinreichend geringer Geschwindigkeit abgeflogen wird, kann der Freiheitsgrad der Drehung um die Hochachse genutzt werden. Wird dieser Freiheitsgrad genutzt, ist der Flug zwar ineffizienter, aber eine räumliche Ausrichtung von Sensoren möglich. Die Drehung um die eigene Hochachse erlaubt eine zusätzliche Dimension für die Pfade. Dieser Sachverhalt findet sich auch in den frühen Arbeiten zur differentiell flachen Modellierung des Hubschraubers wieder, siehe beispielsweise die Arbeiten von Koo und Sastry (1999) sowie Koo et al. (2001). Hier werden der Gier- oder Schiebewinkel als zusätzlicher Ausgang definiert.

In diesem Zusammenhang soll der Fokus auf dem Gierwinkel liegen. Um diesen Freiheitsgrad bei der Optimierung über den Pfad zu nutzen, gibt es zwei Möglichkeiten. Zum einen kann der Pfad im Ausgangsraum um eine Dimension, also um einen Gier- oder Schiebewinkel in Abhängigkeit des Pfadparameters, erweitert werden. Dies ist vorteilhaft, wenn an bestimmten Punkten des Pfads bestimmte Gierwinkel eingenommen werden sollen. Im Folgenden wird eine Lösung für die tangentiale Ausrichtung zum Flugpfad gezeigt, die nicht stetige Funktionen wie arcatan2 nicht verwendet.

Ein weiterer Aspekt ist, dass die Verwendung von Quaternionen zur Lagerepräsentation es nicht direkt erlaubt, die Gierausrichtung ohne Auswirkung auf die anderen Lagewinkel in die Kostenfunktion aufzunehmen. Im Weiteren soll ein Zustand für den Gierwinkel als Hilfsgröße in der Optimierung eingeführt werden. Um die Formeln möglichst kurz zu halten, wird sowohl die Drehrepräsentation durch Quaternionen ($\underline{q} = (q_0, q_1, q_2, q_3)^T$) als auch die Rotationsmatrix ($\underline{\underline{R}} = (R_{ii})$) verwendet. Aus zwei Komponenten der Drehmatrix lässt sich der Gierwinkel ψ berechnen

$$\psi = \arctan 2(R_{12}, R_{11}). \tag{B.10}$$

Wird die Gleichung einmal in der Zeit abgeleitet, um einen Gierwinkelzustand zu erzeugen, entsteht

$$\dot{\psi} = \frac{\frac{d}{dt}\frac{R_{12}}{R_{11}}}{1 + \frac{R_{12}}{R_{11}}} = \frac{\dot{R}_{12}R_{11} - \dot{R}_{11}R_{12}}{R_{11}^2 + R_{12}^2}. \tag{B.11}$$

Dieser Ausdruck kann in der Optimierung als zusätzlicher Zustand eingeführt und der Bewegung des Hubschraubers aufintegriert werden. Die Komponenten der Rotationsmatrix lassen sich durch entsprechende Ausdrücke für Quaternionen ersetzen (Diebel 2006). Da sie im direkten Anschluss benötigt werden, müssen auch die Ausdrücke in Abhängigkeit der Eulerwinkel angepasst werden; nach LN9300 notiert:

$$R_{11} = q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 = \cos\theta\cos\psi \tag{B.12a}$$

$$R_{12} = \ 2(q_1q_2 - q_0q_3) \ = \cos\theta\sin\psi \tag{B.12b}$$

Das Ableiten dieser Gleichungen liefert die fehlenden Elemente für (B.11):

$$\dot{R}_{11} = 2(\dot{q}_0 q_0 + \dot{q}_1 q_1 - \dot{q}_2 q_2 - \dot{q}_3 q_3) \tag{B.13a}$$

$$\dot{R}_{12} = 2(\dot{q}_1 q_2 + q_1 \dot{q}_2 - \dot{q}_0 q_3 - q_0 \dot{q}_3) \tag{B.13b}$$

Auf diese Weise lässt sich ein Hilfszustand für den Gierwinkel angeben, der ohne unstetige Operatoren auskommt. Die Ableitung des Gierwinkels (B.11) besitzt allerdings eine Singularität, wenn beide Elemente der Rotationsmatrix gleichzeitig verschwinden. Wie sich aus den Ausdrücken durch Eulerwinkel ablesen lässt, geschieht dies nur, wenn der Nickwinkel 90° annimmt $\theta = \pm\pi/2$. Diese Singularität entspricht der kardanischen Blockade der Eulerwinkel nach LN9300. Derartige Flüge sind in dieser Arbeit ausgeschlossen. Für eine Erweiterung in zukünftigen Arbeiten werden alternative (lokal gültige) Winkelrepräsentationen benötigt. Um eine tangentiale Ausrichtung am Pfad zu erreichen, wird analog zur vorherigen Betrachtung ein zusätzlicher Pfadzustand eingeführt

$$\psi_{\mathcal{P}} = \arctan 2 \left(\frac{\partial P_y}{\partial \tau}, \frac{\partial P_x}{\partial \tau} \right). \tag{B.14}$$

Das Ableiten der Gleichung ergibt die zu implementierende Differentialgleichung in Abhängigkeit des bereits vorgesehenen Zustands des Pfadparameters $\dot{\tau}$ und der geometrisch definierten Ableitungen des Pfads nach diesem Parameter

$$\dot{\psi}_{\mathcal{P}} = \frac{\frac{\partial P_x}{\partial \tau} \frac{d}{dt} \frac{\partial P_y}{\partial \tau} - \frac{\partial P_y}{\partial \tau} \frac{d}{dt} \frac{\partial P_x}{\partial \tau}}{\left(\frac{\partial P_x}{\partial \tau} \right)^2 + \left(\frac{\partial P_y}{\partial \tau} \right)^2} = \frac{\frac{\partial P_x}{\partial \tau} \frac{\partial^2 P_y}{\partial \tau^2} \dot{\tau} - \frac{\partial P_y}{\partial \tau} \frac{\partial^2 P_x}{\partial \tau^2} \dot{\tau}}{\left(\frac{\partial P_x}{\partial \tau} \right)^2 + \left(\frac{\partial P_y}{\partial \tau} \right)^2}. \tag{B.15}$$

Hiermit kann ein virtueller Zustand der Gierwinkel als vierter Freiheitsgrad genutzt werden. Wenn eine tangentiale Ausrichtung entlang des Pfads gewünscht ist, kann der Pfadzustand $\dot{\psi}_{\mathcal{P}}$ genutzt werden.

C Parameterwerte und Aspekte der Reproduzierbarkeit

Dieser Anhang führt die zur Implementierung des Flugreglers und des Pfadfolgeoptimierers erforderlichen Zahlenwerte und Parameter auf. Der Anhang ist für das Verständnis nicht erforderlich, ermöglicht aber eine Reproduzierbarkeit der Ergebnisse durch die Lesenden.

C.1 Referenzmodell des Hubschraubers ARTIS

Um die Simulationen numerisch reproduzierbar zu machen, werden hier die Einstellparameter des inneren und äußeren Referenzmodells wiedergegeben:

$$\underline{\underline{A}}_{m,i} = \begin{pmatrix} -112 & 0 & 0 & -20 & 0 & 0 \\ 0 & -112 & 0 & 0 & -20 & 0 \\ 0 & 0 & -48 & 0 & 0 & -13.7 \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{B}}_{m,i} = \begin{pmatrix} -128 & 0 & 0 \\ 0 & -128 & 0 \\ 0 & 0 & -64 \end{pmatrix},$$

$$\underline{\underline{A}}_{m,o} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

C.2 Verwendete Flugbereichsgrenzen

Die Flugbereichsgrenzen eines Hubschraubers werden in der Regel in der Auslegungs- und Entwurfsphase festgelegt und durch Labor-, Windkanal- und Flugtests verifiziert. Diese Grenzen ergeben sich z. B. aus den Leistungsdaten des Antriebs und der Aktuatoren sowie aus den aerodynamischen Eigenschaften der Rotorblätter, Leitwerke und des Rumpfs. Es wird zwischen zulässigen Dauerbelastungen und kurzzeitig zulässigen

dynamischen Belastungsgrenzen unterschieden. Je nach Einsatzprofil werden die Instandhaltungsprozesse auf Basis dieser Grenzen, des zu erwartenden Verschleißes und der tatsächlich im Flug auftretenden Belastungen abgestimmt. Für den in dieser Arbeit verwendeten, auf einem Modellhubschrauber basierenden Technologiedemonstrator ARTIS liegen diese detaillierten Informationen jedoch nicht vor. Die Leistungsgrenzen wurden stattdessen aus frühen Flugversuchen und Experteneinschätzungen abgeleitet. Diese Grenzen sind vergleichsweise konservativ und in der Modellierung stark vereinfacht; sie wurden im Vorfeld dieser Arbeit ermittelt. Es lohnt sich, in eine umfassendere Darstellung des Flugbereichs zu investieren, um wesentlich agilere Flüge und einen Betrieb unter anspruchsvolleren Windbedingungen zu ermöglichen. Zur Flugversuchsplanung mit dem Zweck der Bestimmung von Flugbereichsgrenzen siehe auch die Arbeit von Voigt (2021).

Die in dieser Arbeit verwendeten Grenzen sind in der Tabelle C.1 aufgeführt. Die Werte entsprechen, mit Ausnahme der Beschleunigungen, den von Lorenz (2010) (S. 85) eingeführten und durch Modifikationen am Hubschrauber notwendigen Anpassungen und Weiterentwicklungen. Diese Grenzwerte werden im Flugregler exakt umgesetzt. Die Details der Architektur und Umsetzung werden in Kapitel 2.5 beschrieben.

Bezeichnung	Koordinaten	Zeichen	Wertebereich	Einheit
Geschwindigkeitsvorgabe	geodätisch	u_c	$[-10,10]$	m/s
Geschwindigkeitsvorgabe	geodätisch	v_c	$[-10,10]$	m/s
Geschwindigkeitsvorgabe	geodätisch	w_c	$[-5,5]$	m/s
Beschleunigung	geodätisch	$\dot{u}_r$	$[-3.5,3.5]$	m/s^2
Beschleunigung	geodätisch	$\dot{v}_r$	$[-3.5,3.5]$	m/s^2
Beschleunigung	geodätisch	$\dot{w}_r$	$[-3.5,3.5]$	m/s^2
Schubvariabilität	–	$\dot{T}_r$	$[-3,3]$	m/s^3
Norm. Stellbeschränkung	–	δ_{col}	$[-0.8,0.04]$	–
Norm. Stellbeschränkung	–	$\delta_i, i \in \{lat,lon,ped\}$	$[-0.4,0.4]$	–
Lagevorgabe	Fehlerwinkel	$\underline{\omega}_i, i \in \{1,2\}$	$[-2,2]$	rad
Lagevorgabe	Fehlerwinkel	$\underline{\omega}_3$	$[-1.5,1.5]$	rad

Tabelle C.1: Parameterwerte der vereinfachten Modellierung der Flugbereichsgrenzen

Für die Pfadfolgeoptimierung wurden die Beschleunigungsgrenzen gegenüber der Umsetzung im Flugregler um $0{,}5\,m/s$ reduziert. Dadurch ergibt sich eine Reserve zwischen optimaler Trajektorie und zulässiger Beschleunigung. Hintergrund ist, dass während des Flugs die Fehlerrückführung der Geschwindigkeiten zusammen mit der Beschleunigungsvorgabe begrenzt wird. Wenn der Vorwärtszweig der Regelung bereits an die Leistungsgrenzen stößt, führt die Kompensation des Geschwindigkeitsfehlers durch die Rückkopplung direkt von der Trajektorie weg. Die Fehlerrückführung verschlechtert in

diesem Fall also die Pfadfolge aufgrund der fehlenden Leistungsreserve. Eine geringfügige Reduzierung der Begrenzungen hat sich als praktikabel erwiesen. Übersteigt der Anteil der Geschwindigkeitsrückführung diese Reserve, ist grundsätzlich nicht von einer exakten Pfadfolge auszugehen und der zusätzliche Fehleranteil durch die ungleiche Begrenzung in den Koordinaten fällt praktisch nicht mehr ins Gewicht. Die in der Tabelle angegebenen Fehlerwinkel basieren auf Differenzen von Quaternionen, die durch den Operator $\ominus$ berechnet werden (siehe Definition 2, S. 86).

C.3 Hyperparameter der Optimierung

Kapitel 3.7.5 stellt dar, wie mithilfe einer derivativfreien Optimierung die Hyperparameter eingestellt werden können. Dabei werden die Pfade rein mathematisch parametriert, d. h., der Parameter hat keinen direkten Bezug zu den geometrisch zurückgelegten Distanzen oder Fluggeschwindigkeiten. Das hat zur Folge, dass die tatsächliche Längenbedeutung eines Intervalls des Pfadparameters zwischen den verschiedenen Pfaden erheblich variieren kann. Diese Eigenschaft spiegelt sich in der Wahl der Hyperparameter wider und kann dazu führen, dass für unterschiedliche Pfade auch unterschiedliche Parametersätze notwendig sind. Für die hier betrachteten Beispielpfade genügt es allerdings, die Ableitung des Pfadparameters auf das Verhältnis von Intervall und Länge $K = {}^{L}/_{|\tau-\tau_0|}$ zu normieren. Auf diese Weise wird für die dynamische Anforderung eine mittlere Geschwindigkeit über den Pfad vorgegeben und es können gemeinsame Hyperparametersätze für alle Pfade dieser Arbeit verwendet werden. Die Kostenfunktion der Pfadfolgeoptimierung mit optimierten Parametern ist

$$J = \int_0^{t_\mathcal{P}} \underbrace{\left\|(\underline{e}_P^T(t), \dot{\underline{e}}_P^T(t), e_\psi(t))\right\|^2_{\underline{\underline{Q}}_e^*}}_{\text{Pfadabweichung}} + \underbrace{\left\|(\tilde{\underline{\tau}}^T(t) - \tilde{\underline{\tau}}_r^T(t))\right\|^2_{\underline{\underline{Q}}_\tau^*}}_{\text{dynamische Anforderungen}} + \underbrace{\left\|(\underline{x}_m^T(t), \underline{u}^T(t))\right\|^2_{\underline{\underline{R}}^*}}_{\text{Regularisierung}} dt, \quad \text{(C.1)}$$

wobei in der Implementierung reduzierte Vektoren für die Gewichtung mit $\underline{\tilde{\tau}}^T = (\tau, K\dot{\tau})$, $\underline{u}^T = (\underline{v}_\omega^T, v_T, u_\mathcal{P})$, $\underline{x}_m^T = (\underline{V}_m^T, \underline{\dot{\omega}}_m^T, \dot{T}_m)$ eingesetzt werden.

Für diese Vektoren ergeben sich die folgenden Hyperparameter:

$$\underline{\underline{Q}}_{\varepsilon}^{*} = \begin{pmatrix} 22.07 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 22.07 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22.07 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.56 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.56 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.56 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 38.22 \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{Q}}_{\tau}^{*} = \begin{pmatrix} 2.41 \cdot 10^{-8} & 0 \\ 0 & 324.69 \end{pmatrix},$$

$$\underline{\underline{R}}^{*} = \begin{pmatrix} 6.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.74 \cdot 10^{-10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6.49 \cdot 10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.49 \cdot 10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.49 \cdot 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.78 \cdot 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.07 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}$$