



Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

BACHELORTHESES

Stationäre Simulation von Luftbefeuchtern für Brennstoffzellensysteme

vorgelegt von

Maximilian Kammerer

Fakultät MIN

Fachbereich Physik

Studiengang: BSc Physik

Erstgutachter: Prof. Dr. Michael Thorwart

Zweitgutachter: Dr. Christoph Gentner

Stationäre Simulation von Luftbefeuchtern für Brennstoffzellensysteme

Maximilian Kammerer

20.05.2026

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines stationären, physikalisch basierten 1+1D-Simulationsmodells, um die thermo- und fluiddynamischen Wechselwirkungen innerhalb eines Hohlfasermembranbefeuchters abzubilden.

Das Modell berücksichtigt gekoppelte Transportphänomene wie Sorption, Diffusion sowie Wärme- und Stoffübergänge. Die softwareseitige Umsetzung erfolgte in Python, wobei ein Differentialgleichungssystem mittels eines zeitlichen Relaxationsansatzes gelöst wurde. Für die Parameteridentifikation wurden experimentelle Daten eines Prüfstands des DEUTSCHEN ZENTRUM FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT herangezogen. Mittels Least-Square-Verfahren konnten unbekannte Parameter, wie der Wärmedurchgangskoeffizient der Membran, der Wärmedurchgangskoeffizient an die Umgebung, das effektive Flächenverhältnis und die Sorptionsenthalpie, identifiziert und optimiert werden.

Die Ergebnisse zeigen, dass das Modell in der Lage ist, numerisch die Austrittszustände von Temperatur und relativer Feuchte zu bestimmen. Es wurde nachgewiesen, dass die Identifikationsparameter keine Konstanten sind, sondern von den Eintrittszuständen abhängen. Einzelne Effekte konnten physikalisch erklärt werden. Das Modell liefert somit eine Grundlage für weiterführende Optimierungen.

Inhaltsverzeichnis

Variablenverzeichnis	IV
1 Einleitung	1
1.1 Motivation und Hintergrund	1
1.2 Problemstellung	2
1.3 Forschungsfrage	3
1.4 Zielsetzung der Arbeit	3
1.5 Methodisches Vorgehen und Aufbau der Arbeit	3
2 Grundlagen	5
2.1 Aufbau einer Brennstoffzelle	6
2.2 Brennstoffzellensysteme in der Luftfahrt	7
2.2.1 Polymer-Elektrolyt-Membran-Brennstoffzellen (PEMFC)	10
2.2.2 Anforderungen an die Luftversorgung und Befeuchtung	11
2.3 Membranbasierte Luftbefeuchter	11
2.3.1 Funktionsweise und typische Bauformen	12
2.3.2 Relevante physikalische Prozesse	12
3 Stand der Technik	17
3.1 Bestehendes Modell für Stoffübertragung und Druckverlust	17
3.2 Relevante Modellvereinfachungen und typische Annahmen	19
4 Modellierung des Membranbefeuchters	21
4.1 Simulationstool	21
4.2 Zielsetzung und Anforderungen an das Modell	21
4.3 Modellbeschreibung	22
4.3.1 Geometrie und Modellgrenzen	22
4.3.2 Stoffdaten und Materialparameter	23
4.3.3 Modellgleichungen	23
4.3.4 Das DGL-System	25
4.4 Implementierung des Modells	26
4.4.1 Lösung des DGL-Systems mit <i>solve_ivp</i>	26
4.4.2 Parameteridentifikation mittels Least-Squares-Verfahren	27
4.5 Untersuchung der Gitterunabhängigkeit	28
4.6 Simulationsablauf	29
4.7 Zusammenfassung Simulationsmodell	31
5 Messdaten und Ergebnisse	32
5.1 Beschreibung der Messdaten	32
5.2 Versuchsbedingungen und Zielgrößen der Parameteroptimierung	33
5.3 Simulationsergebnisse	33
5.4 Einordnung der Ergebnisse	34
5.4.1 Bewertung der Modellgenauigkeit und Fehlermerkmale	35
5.4.2 Fazit der Parameteridentifikation für die Systematische Untersuchung	35
5.5 Grenzen des Modells	36
6 Systematische Untersuchung	37

6.1	Analyse des Wärmedurchgangskoeffizienten der Membran (k_{mem})	37
6.2	Analyse des Wärmedurchgangskoeffizienten an die Umgebung (k_{amb})	38
6.3	Analyse des effektiven Flächenverhältnisses $A_{\text{eff, ratio}}$	39
6.4	Analyse der effektiven Sorptionsenthalpie $h_{\text{v, H}_2\text{O}}$	40
6.5	Untersuchung der Parameterkopplung k_{mem} und $h_{\text{v, H}_2\text{O}}$	41
7	Zusammenfassung und Ausblick	43
7.1	Zusammenfassung der Ergebnisse	43
7.2	Bewertung des entwickelten Modells	43
7.3	Diskussion der Modelllimitation und Optimierungspotentiale	44
7.3.1	Datenqualität und reale Hardware-Effekte	44
7.3.2	Erweiterung der Stoff- und Materialeigenschaften	44
7.3.3	Räumliche Auflösung und lokale Sensitivität	45
7.4	Empfehlung für weiterführende Arbeiten	45
	Anhang: Dokumentation generativer KI-Hilfsmittel	VII
	Literatur	VIII

Variablenverzeichnis

Symbol	Beschreibung	Einheit
$A_{\text{eff, ratio}}$	Effektives Flächenverhältnis	-
A_{hum}	Oberfläche des Befeuchtergehäuses	m^2
A_{mem}	Membranoberfläche	m^2
c	Konzentration	mol/m^3
c_p	Molare isobare Wärmekapazität	$\text{J}/(\text{mol K})$
$c_{p, \text{air}}$	Isobare Wärmekapazität von Luft	$\text{J}/(\text{mol K})$
$c_{p, \text{H}_2\text{O}}$	Isobare Wärmekapazität von Wasserdampf	$\text{J}/(\text{mol K})$
D	Diffusionskoeffizient	m^2/s
D_{tube}	Durchmesser eines Röhrchens	m
δ_{amb}	Dicke des Befeuchtergehäuses	m
δ_{mem}	Dicke der Membran	m
Δp	Druckverlust	Pa
ΔRH	Absolute Differenz der relativen Feuchte	-
ΔT	Absolute Differenz der Temperatur	K
$\mathcal{F}$	Effektive thermodynamische Kraft	$\text{J}/(\text{mol m})$
H	Absolute Enthalpie	J
h	Spezifische Enthalpie	J/kg
h_m	Molare Enthalpie	J/mol
$h_{v, \text{H}_2\text{O}}$	Sorptionsenthalpie von Wasser	J/mol
J	Stofffluss	$\text{mol}/(\text{m}^2 \text{ s})$
k_{amb}	Wärmedurchgangskoeffizient an die Umgebung	$\text{W}/(\text{m}^2 \text{ K})$
$k_{\text{hm}, i}$	Formfaktoren für Druckverlust ($i \in \{d1, d2, w1, w2\}$)	-
k_{mem}	Wärmedurchgangskoeffizient der Membran	$\text{W}/(\text{m}^2 \text{ K})$
L_{tubes}	Länge der Befeuchterstrecke	m
λ	Wärmeleitfähigkeit	$\text{W}/(\text{m K})$ / -
λ_{amb}	Wärmeleitfähigkeit der Befeuchterwand	$\text{W}/(\text{m K})$
λ_{mem}	Wärmeleitfähigkeit der Membran	$\text{W}/(\text{m K})$
M	Masse	kg
M_{Luft}	Molare Masse von Luft (trocken)	g/mol
M_{W}	Molare Masse von Wasser	g/mol
$\dot{m}_{\text{dry, in/out}}$	Massenstrom der trockenen Seite (Ein-/Austritt)	kg/s
$\dot{m}_{\text{wet, in/out}}$	Massenstrom der feuchten Seite (Ein-/Austritt)	kg/s
μ	Chemisches Potential	J/mol
$N_{\text{hm, tube}}$	Anzahl der Röhrchen im Druckverlustmodell	-
n_{tot}	Gesamte Stoffmenge im Kontrollvolumen	mol
n_{tubes}	Anzahl der Röhrchen	-
$\dot{n}_i$	Stoffmengenstrom (allgemein für Ein-/Austritt)	mol/s
$\dot{n}_{\text{H}_2\text{O, mem}}$	Transmembraner Wassermolstrom	mol/s
P	Leistung	W
$p_{\text{dry/wet}}$	Druck auf der trockenen/ feuchten Seite	Pa
p_{sat}	Sättigungsdampfdruck	Pa
p_{w}	Partialdruck Wasserdampf	Pa
Q	Wärme	J
$\dot{Q}_{\text{amb}}$	Wärmestrom an die Umgebung	W
$\dot{Q}_{\text{cond}}$	Wärmestrom durch Wärmeleitung	W

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\dot{Q}_{\text{lat}}$	Latenter Wärmestrom	W
$\dot{Q}_{\text{total}}$	Gesamter Wärmestrom	W
$RH_{\text{dry/wet}}$	Relative Feuchte auf der trockenen / feuchten Seite	-
S	Summe der Fehlerquadrate	-
σ_{mem}	Permeabilität der Membran	mol/(m s Pa)
T_{amb}	Umgebungstemperatur	K
$T_{\text{dry/wet}}$	Temperatur der trockenen / feuchten Seite	K
t	Zeit	s
U	Innere Energie	J
V	Volumen	m ³
W	Arbeit	J
w_{m}	Maximale Nichtvolumenarbeit	J/mol
w_{x}	Massenanteil Wasserdampf	kg/kg
$X_{\text{H}_2\text{O}}$	Stoffmengenanteil Wasserdampf	-
x	Position	m
y	Zustandsvektor $X_{\text{H}_2\text{O}}$ & $T_{\text{dry/wet}}$	- & K

1 Einleitung

Die Dekarbonisierung des globalen Verkehrssektors zählt zu den größten technischen Herausforderungen unserer Zeit. Insbesondere die Luftfahrt, als einer der am schwersten zu dekarbonisierenden Sektoren, steht unter massivem Druck, nachhaltige Alternativen zu fossilen Kraftstoffen zu entwickeln. Die politische Relevanz dieser Transformation wird durch die Fortschreibung der Nationalen Wasserstoffstrategie des BUNDESMINISTERIUMS FÜR WIRTSCHAFT UND KLIMASCHUTZ (2023) unterstrichen. Hierin wird der Einsatz von Wasserstofftechnologien als essenziell eingestuft, wobei insbesondere für Kurz- und Mittelstreckenflüge wasserstoffbasierte Brennstoffzellenantriebe als eine der vielversprechendsten Technologien priorisiert wird.[1]

Die technologische Basis bei dieser Entwicklung bildet die Proton-Austausch-Membran-Brennstoffzelle (PEMFC). Damit dieses System unter den extremen Anforderungen des Flugbetriebs einen hohen Wirkungsgrad erzielt, ist unter anderem ein stabiler Wasserhaushalt erforderlich. Die Membran der Brennstoffzelle muss auf einen gewissen Grad kontinuierlich befeuchtet sein, um eine gute Ionenleitfähigkeit zu gewährleisten. An dieser Stelle kommen Membranbefeuchter ins Spiel, die die trockene Zuluft mit dem feuchten Abgasstrom der Brennstoffzelle konditioniert.

Da experimentelle Versuchsreihen in der Luftfahrtentwicklung extrem kosten- und zeitintensiv sind, nimmt die numerische Simulation eine immer größere Rolle ein. Sie ermöglicht es, komplexe physikalische Zusammenhänge bereits während der Entwicklungs- oder Erprobungsphase virtuell abzubilden. Die vorliegende Arbeit setzt genau an diesem Punkt an: Durch eine physikalische Modellierung, kombiniert mit einer messdatenbasierten Parameteridentifikation, wird ein reales System digital abgebildet. Dieses Modell dient sowohl dem tieferen Verständnis des aktuellen Gesamtsystems als auch als Fundament für die Auslegung und Optimierung zukünftiger, emissionsfreier Brennstoffzellensysteme.

1.1 Motivation und Hintergrund

Die Umsetzung der zuvor beschriebenen wasserstoffbasierten Antriebskonzepte erfordert eine präzise Abstimmung aller Systemkomponenten. Abbildung 1 verdeutlicht die Komplexität eines solchen Flugzeugantriebs, bei dem die Energieflusskette vom Wasserstofftank über die einzelnen Brennstoffzellensysteme bis hin zu den Elektromotoren reicht.

Ein zentraler Aspekt für die Luftfahrt ist die Wirtschaftlichkeit, die unter anderem durch die Maximierung der Nettoleistung bei minimalem Systemgewicht erreicht wird. Wie in der Abbildung 1 unten links dargestellt, wird die Bruttogleistung der Brennstoffzellenstacks $P_{\text{stack}} N_{\text{stack}}$ durch Nebenaggregate reduziert. Darunter fallen insbesondere die Leistungen für den Luftkompressor P_{cp} , Pumpen P_{pu} sowie die Anodenrezirkulation P_{ar} ins Gewicht.

In diesem Kontext nimmt die in Abbildung 1 unten rechts gezeigte Befeuchtung der Prozessluft eine zentrale Rolle ein. Wie bereits erwähnt, ist der stabile Wasserhaushalt für die Ionenleitfähigkeit der Brennstoffzellenmembran essentiell. Der Membranbefeuchter fungiert dabei als Bindeglied zwischen dem Luftversorgungssystem und dem Brennstoffzellenstack. Der Befeuchter nutzt dabei den feuchten Abgasstrom, um die durch Kompression erwärmte und trockene Luft zu konditionieren.

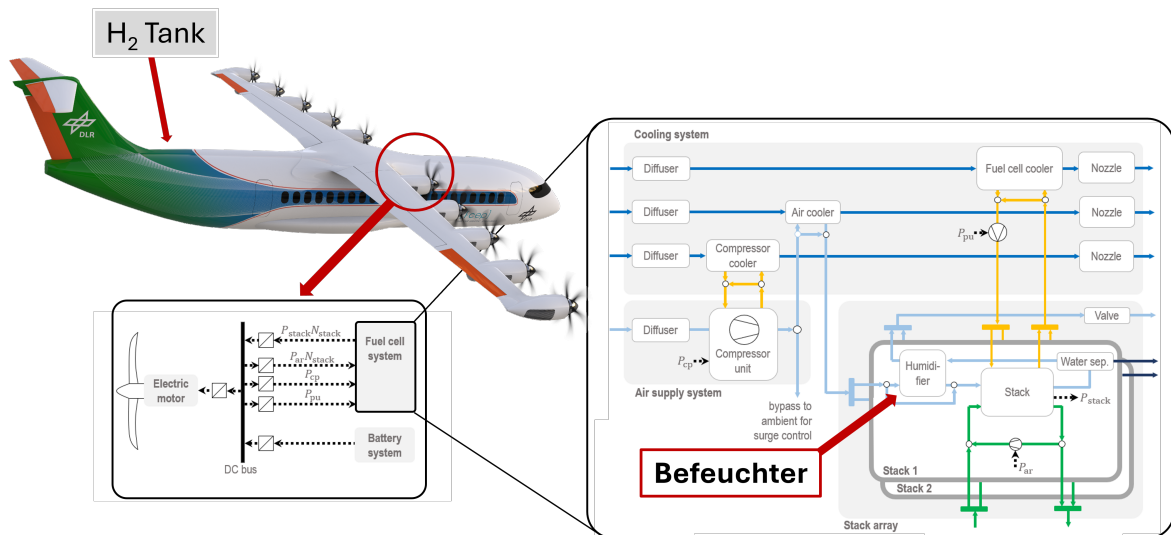


Abbildung 1: Systemarchitektur eines wasserstoff-elektrischen Flugzeugantriebs mit Fokus auf das Antriebssystem, das Brennstoffzellensystem und das Luft- und Wassermanagementsystem. Mit Genehmigung übernommen aus Unternehmenspräsentation von: Gentner, C.: Design and Operational Strategies for aviation Fuel Cell systems, DLR, Institut für Technische Thermodynamik.

Die Effizienz des Befeuchters wirkt sich direkt auf das Gesamtsystem aus:[2]

- Durch eine zu geringe oder zu hohe Befeuchtung sinkt die Zellspannung und damit die verfügbare elektrische Energie.
- Da der Befeuchter direkt mit dem Kühl- und dem Kompressorsystem interagiert, beeinflusst der Wirkungsgrad des Befeuchters die Dimensionierung der Wärmeübertrager und nicht zuletzt die Dimensionierung des Befeuchters selbst.

Trotz der hohen Relevanz dieser Komponenten ist das physikalische Verhalten, insbesondere Sorption, Diffusion sowie Wärme- und Stoffübergänge, nicht vollständig erfasst und für simulative Modelle erschlossen. Für die Auslegung, Bewertung und Regelung von Brennstoffzellensystemen besteht daher ein Bedarf an verlässlichen, physikalischen Modellen, die im ersten Schritt das stationäre Verhalten von Membranbefeuchtern unter verschiedenen Betriebsbedingungen möglichst realitätsnah wiedergeben. Ein solches Modell ermöglicht es, den Einfluss verschiedener Parameter systematisch zu untersuchen und somit eine grobe Auslegung vorzunehmen und die Auswirkungen auf das Gesamtsystem abzuschätzen.

1.2 Problemstellung

Obwohl die Befeuchtung für PEM-Brennstoffzellensystem unumstritten ist, stellt die numerische Abbildung dieser Komponente eine Herausforderung dar. Das Problem lässt sich in drei Kernaspekte unterteilen:

1. Komplexität der gekoppelten Transportphänomene

Die im Befeuchter ablaufenden Prozesse der Sorption und Diffusion durch die Membran sowie der simultane Wärme- und Stoffübergang sind nichtlinear und voneinander abhängig. Eine Temperaturänderung beeinflusst unmittelbar den Sättigungsdampfdruck und damit die Triebkraft der Befeuchtung. Diese komplexen Wechselwirkungen sind in bestehenden, oft empirisch basierten Modellen nicht ausreichend abgebildet, um verlässliche Vorhersagen für neue Betriebspunkte oder Geometrien zu treffen.

2. Zielkonflikt zwischen Leistungsdichte und Systemeffizienz

Besonders im Luftfahrtsektor führt die Forderung nach maximaler Leistungsdichte bei minimalem Gewicht zu einem großen Optimierungsproblem. Ein Befeuchter mit hoher Röhrchenanzahl und langer Austauschstrecke erzielt eine sehr gute Befeuchtungsleistung, verursacht jedoch auch erhöhte Druckverluste. Diese müssen vom Luftverdichter ausgeglichen werden und mindern den Gesamtwirkungsgrad des Brennstoffzellensystems. Mit einem physikalischen Simulationsmodell kann diese Problematik in einer frühen Auslegungsphase analysiert werden.

3. Defizit in der geometrischen Skalierbarkeit Aktuelle Modellansätze betrachten den Befeuchter häufig als vereinfachtes Bauteil mit festen Übertragungsraten („Black-Box-Modell“). Für eine systematische Untersuchung, wie sie in dieser Arbeit angestrebt wird, beispielsweise die Variation der Röhrchenanzahl oder der Befeuchterstrecke, sind diese Modelle unzureichend. Ohne eine orts aufgelöste Simulation des Temperatur- und Feuchteverlaufs im Inneren des Befeuchters bleibt unklar, wie sich geometrische Änderungen auf das Verhalten des Befeuchters auswirken.

Zusammenfassend besteht das Problem darin, dass kein Modell existiert, das die physikalische Tiefe mit der notwendigen Flexibilität für geometrische Optimierungen vereint.

1.3 Forschungsfrage

Aus der beschriebenen Problemstellung und der Notwendigkeit einer präzisen Auslegung von Membranbefeuchtern für die Luftfahrt leitet sich eine zentrale Forschungsfrage dieser Arbeit ab:

„Inwieweit lässt sich durch ein stationäres, physikalisches Simulationsmodell das thermo- und fluiddynamische Verhalten eines Membranbefeuchters unter spezifischen Bedingungen präzise vorhersagen?“

1.4 Zielsetzung der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es, ein Simulationsmodell zu entwickeln, das die relevanten Transportprozesse und thermodynamischen Zustands- und Prozessgrößen innerhalb eines Membranbefeuchters abbildet und damit eine Grundlage für übergeordnete Gesamtsystemsimulationen schafft. Das zu entwickelnde Modell soll Stoffübertragung, Wärmeübertragung und Temperaturverläufe unter variierenden stationären Betriebsbedingungen berechnen.

Damit leistet die Arbeit einen Beitrag zum besseren Verständnis der relevanten Transportprozesse und thermodynamischen Zusammenhänge in Membranbefeuchtern. Die Ergebnisse unterstützen das Institut für Technische Thermodynamik des DEUTSCHEN ZENTRUM FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT (DLR) bei der Weiterentwicklung des digitalen Brennstoffzellengesamtsystems.

1.5 Methodisches Vorgehen und Aufbau der Arbeit

Das methodische Vorgehen dieser Arbeit orientiert sich an der Zielsetzung, ein Simulationsmodell zur Beschreibung des stationären Verhaltens von Membranbefeuchtern in Brennstoffzellensystemen zu entwickeln. Die Arbeit gliedert sich dabei in mehrere Schritte, die im Folgenden beschrieben werden.

Zu Beginn erfolgt eine umfassende Literaturrecherche, um bestehende Modellansätze für Membranbefeuchter sowie die zugrunde liegenden physikalischen Effekte zu identifizieren und

einzuordnen. Dabei stehen insbesondere Sorptions- und Diffusionsprozesse in der Membran, der Wärmeübergang zwischen den beteiligten Fluiden sowie charakteristische Zustandsgrößen im Fokus. Die Ergebnisse dieser Recherche bilden die Grundlage für die Auswahl eines geeigneten Modellansatzes.

Darauf aufbauend wird ein physikbasiertes Modell entwickelt, welches das Verhalten des Membranbefeuchters unter verschiedenen stationären Bedingungen abbildet. Zusätzlich zu den Erkenntnissen der Literaturrecherche kann auf ein bestehendes 1+1D-Modell (z-Achse + Zeit) aufgebaut werden. Die Modellierung umfasst die mathematische Beschreibung der relevanten Prozesse sowie die Implementierung der Gleichungen in einer Simulationsumgebung mit Python.

Im nächsten Schritt erfolgt die Parameteridentifikation des entwickelten Modells. Die stationären Messdaten aus einem Prüfstandsumfeld werden genutzt, um die unbekannten Modellparameter präzise zu bestimmen. Als Grundlage dienen Versuchsreihen eines Membranbefeuchters unter variierenden Betriebsbedingungen. Aufgrund von Vertraulichkeitsvereinbarungen werden diese Messdaten in der vorliegenden Arbeit ausschließlich in normierter Form dargestellt. Die durch den Optimierungsalgorithmus ermittelten Parameterwerte werden anschließend auf ihre physikalische Plausibilität geprüft und hinsichtlich ihrer Abhängigkeit von den Eingangsparametern diskutiert.

2 Grundlagen

Die Brennstoffzelle ist ein Energiewandler, der chemisch gebundene Energie direkt in elektrische Energie transformiert. Die Stromerzeugung erfolgt durch den gerichteten Fluss freier Elektronen, die durch gekoppelte Reduktions- und Oxidationsreaktionen entstehen. In den am häufigsten eingesetzten Brennstoffzellentypen dienen Wasserstoff und Sauerstoff als Edukte.[3] Es gibt verschiedene Brennstoffzellentypen, die sich hauptsächlich in Materialien, Reaktionspartnern und Temperaturbereichen unterscheiden:

- **AFC** (Alkalische Brennstoffzelle; *Alkaline Fuel Cell*),
- **PAFC** (Phosphorsäure Brennstoffzelle; *Phosphoric Acid Fuel Cell*),
- **PEFC** (Polymerelektrolyt-Brennstoffzelle, *Polymer Electrolyte Fuel Cell*) bzw. **PEM-FC** (Brennstoffzelle mit Protonenaustauschmembran, *Proton Exchange Membrane Fuel Cell*),
- **DMFC** (Direktmethanol-Brennstoffzelle; *Direct Methanol Fuel Cell*),
- **MCFC** (Carbonatschmelzen-Brennstoffzelle; *Molten Carbonate Fuel Cell*),
- **SOFC** (Festoxid-Brennstoffzelle; *Solid Oxide Fuel Cell*)

In dieser Arbeit wird der Fokus aufgrund der hohen Leistungsdichte und des aktuellen Forschungsschwerpunkts des DLR auf PEM-Brennstoffzellen gelegt.

Weiterführende Informationen zu alternativen Zelltypen sind in [4] zu finden.

2.1 Aufbau einer Brennstoffzelle

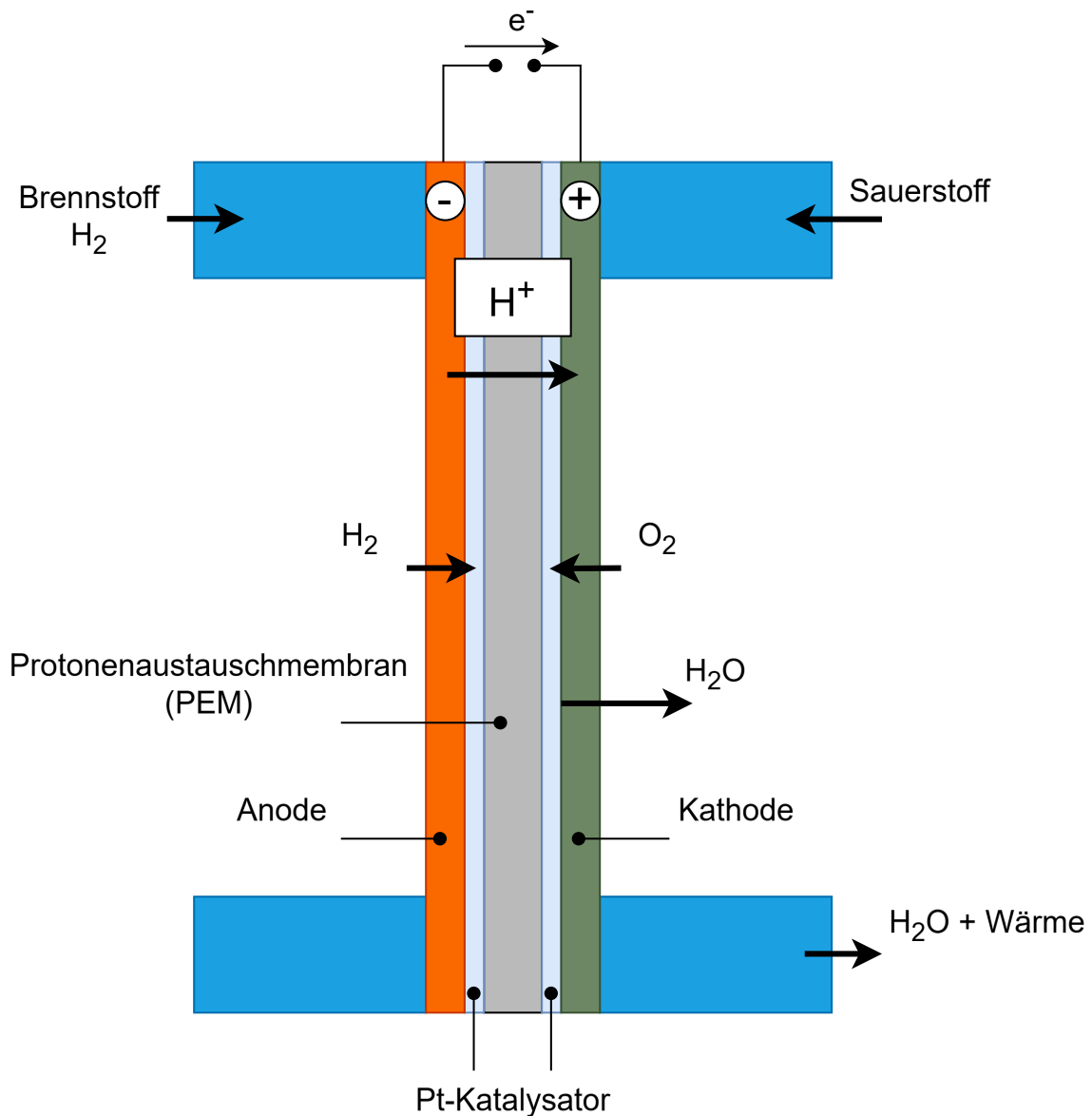


Abbildung 2: Funktionsprinzip PEM-FC. Die Abbildung zeigt das Funktionsprinzip einer Protonenaustauschmembran-Brennstoffzelle. Die Reaktanten Wasserstoff und Sauerstoff werden in einer Redoxreaktion zu Wasser umgewandelt. Die Wasserstoffionen wandern durch die PEM, während die Elektronen über den elektrischen Leiter fließen müssen. Dabei entsteht eine elektrische Spannung, die man nutzen kann.

Der Aufbau einer Brennstoffzelle, wie sie in Abbildung 2 dargestellt ist, umfasst zwei elektronenleitende Elektroden, zwischen denen sich ein ionenleitender Elektrolyt befindet. An der Grenzschicht zwischen Elektrode und Elektrolyt läuft die Reaktion ab, die zum Spannungspotentialunterschied führt. An der Kathode findet die Reduktion (Elektronenaufnahme) und an der Anode die Oxidation (Elektronenabgabe) statt. Somit stellt die Kathode den Pluspol und die Anode den Minuspol dar. Für die Wasserstoff-Sauerstoff-Zelle lauten die Redoxgleichungen folgendermaßen aus:[3]

Anode:



Kathode:



Gesamtreaktion:



Aktuelle Brennstoffzellen erreichen inkl. Bipolarplatte, Gasdiffusionsschicht und dem Elektrolyt eine Dicke von 1 bis 1,2 mm. [4]

2.2 Brennstoffzellensysteme in der Luftfahrt

Brennstoffzellensysteme lassen sich in Abhängigkeit von ihrem Einsatzbereich in drei Kategorien einteilen: stationäre, portable und mobile Anwendungen.

Stationäre Brennstoffzellensysteme dienen vor allem der dezentralen Energieversorgung und werden typischerweise in der Erdgasverstromung sowie in Blockheizkraftwerken eingesetzt. Durch eine gezielte Kraft-Wärme-Kopplung kann eine effiziente Strom- und Wärmeerzeugung ermöglicht werden.

Portable Anwendungen finden sich bei der Stromversorgung von kompakten, dezentralen Geräten. Anwendungsbereiche sind hauptsächlich elektronische Geräte wie Computer oder Mobiltelefone. Sie bieten im Vergleich zu Batterien den Vorteil einer kontinuierlichen Energieversorgung.

Mobile Brennstoffzellensysteme werden primär im Transport- und Verkehrssektor, insbesondere in PKW, LKW und Schiffen eingesetzt.[4]

Das Brennstoffzellengesamtsystem lässt sich in den Anoden- und Kathodenpfad unterteilen:

Anodenpfad:

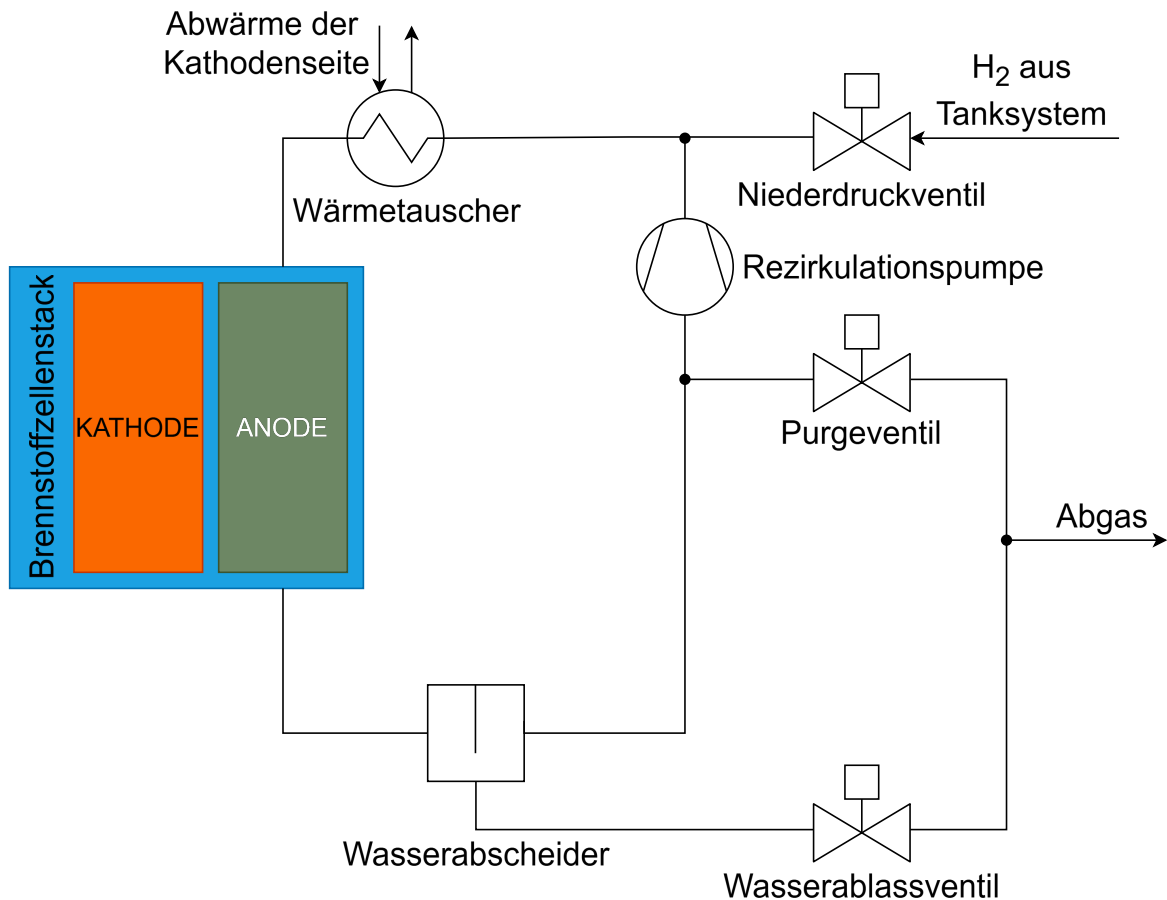


Abbildung 3: Wasserstoffpfad - Anodensubsystem. Schematisches Flussbild des Wasserstoffpfads der Brennstoffzelle inkl. Rezirkulationskreislauf. Dargestellt sind die wichtigsten Hilfskomponenten wie Wärmetauscher, Rezirkulationspumpe, Wasserabscheider und Ventile, die zur Gasaufbereitung und Vorkonditionierung dienen.

Das Anodensubsystem muss die benötigte Menge an Wasserstoff mit entsprechender Temperatur und Druck dem Zellenstack bereitstellen. Dazu fließt der Wasserstoff vom Tank über ein regelbares Druckventil, wodurch der Druck im Anodenpfad auf den Betriebsdruck eingestellt wird. Der Druckunterschied zwischen Anode und Kathode sollte dabei möglichst gering sein, um Schäden an der Brennstoffzellenmembran zu vermeiden. Der nachgeschaltete Wärmetauscher dient dazu, den Wasserstoff auf Betriebstemperatur zu bringen. Nach der Brennstoffzelle rezirkuliert der überschüssige Wasserstoff zusammen mit Produktwasser aus der Reaktion mit dem Sauerstoff und dem diffundierten Stickstoff. Der Stickstoff mindert den Partialdruck des Wasserstoffs und schränkt damit die Reaktion ein. Der erhöhte Wasseranteil blockiert zusätzlich die Strömungskanäle und die Gasdiffusionsschicht (GDL), was zu Leistungsverlusten führt. Daher wird dem Gas überschüssiges Wasser am Anodenausgang durch einen Wasserabscheider entzogen. Um die Konzentration an Fremdgasen zu regulieren, lässt ein steuerbares Ventil, das sogenannte Purge-Ventil, regelmäßig eine gewisse Menge des Gasgemischs ab. Das Gas muss anschließend durch eine Rezirkulationspumpe wieder auf den Betriebsdruck gebracht werden und kann dann als Rezirkulationsgas wieder dem frischen Wasserstoffstrom zugeführt werden.[5]

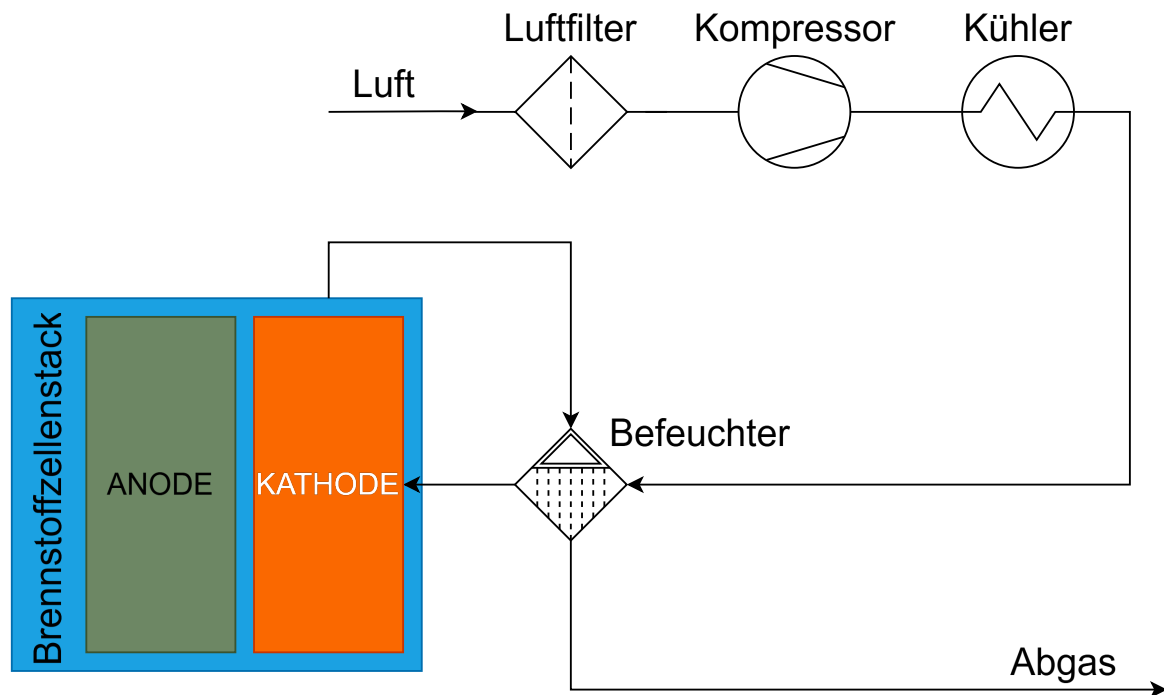
Kathodenpfad:

Abbildung 4: Luftpfad - Kathodensubsystem. Schematische Darstellung des Luftpfads der Brennstoffzelle inkl. Rezirkulationskreislauf. Dargestellt sind die wichtigsten Hilfskomponenten wie Luftfilter, Kompressor, Wärmetauscher und Befeuchter, die zur Gasaufbereitung und Vorkonditionierung dienen.

Das Kathodensubsystem stellt den benötigten Sauerstoff aus der Umgebungsluft zur Verfügung. Die Luft muss für einen optimalen Betrieb vorkonditioniert werden, vor allem in Bezug auf die Luftfeuchte, Temperatur und Druck. Dazu wird die Luft mittels Filter gereinigt, mit einem Kompressor auf Betriebsdruck gebracht und mit einem Kühler temperiert. Anschließend wird die Luft im Befeuchter befeuchtet und vorkonditioniert. [5]

2.2.1 Polymer-Elektrolyt-Membran-Brennstoffzellen (PEMFC)

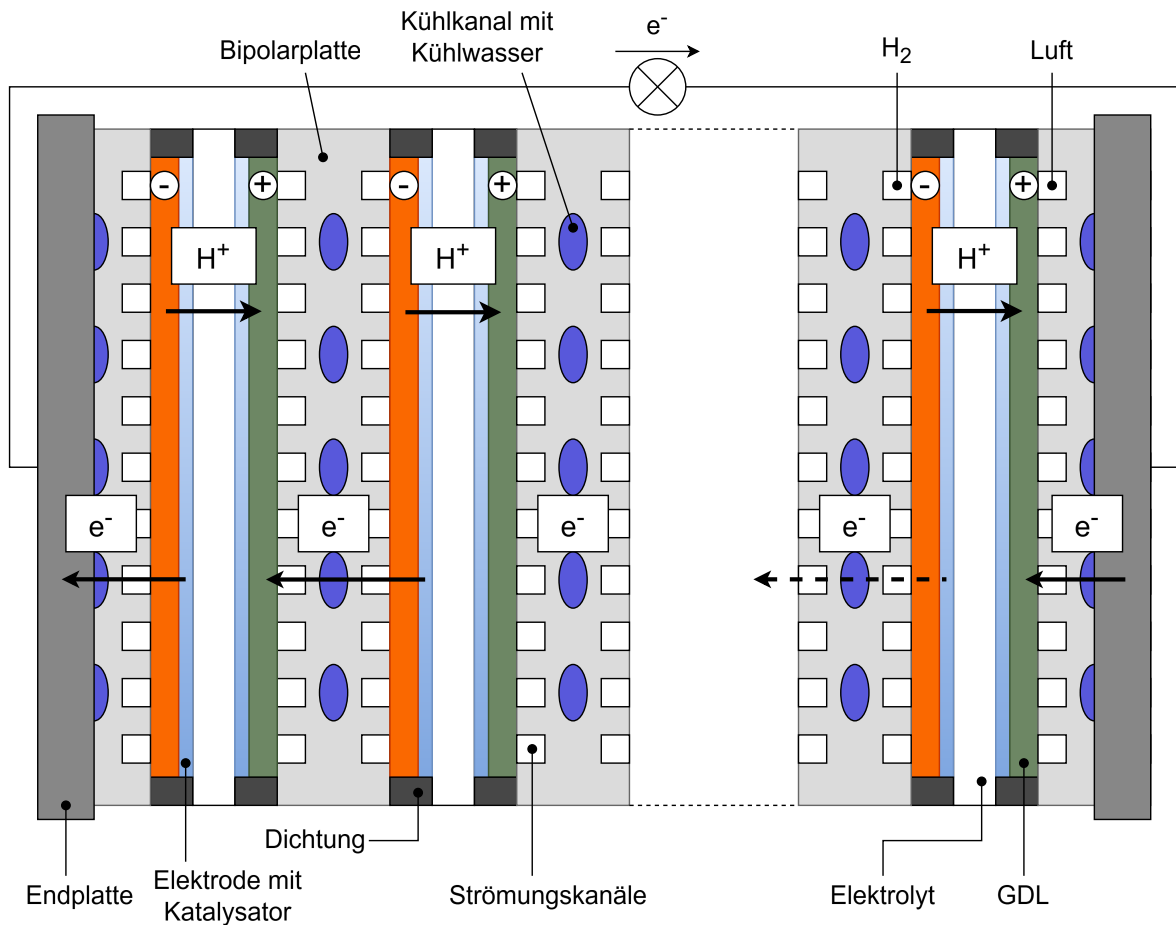


Abbildung 5: Aufbau eines Brennstoffzellenstack. Abbildung mehrerer Brennstoffzellen, die zu einem Brennstoffzellenstack zusammengefasst sind. Abgebildet sind die wichtigsten Teilkomponenten, wie die Elektroden mit dem Katalysator, dem Elektrolyt oder der Gasdiffusionsschicht (GDL).

Die Niedertemperatur-PEM-Brennstoffzellen haben einen Temperaturarbeitsbereich von 60 bis 90 °C. Mehrere Brennstoffzellen werden schichtweise und in Serienschaltung zu einem Brennstoffzellenstack zusammengebaut, um höhere Spannungen zu erzeugen und das System somit für die meisten praktischen Anwendungen nutzbar zu machen.[6]

Der Brennstoff bzw. das Reduktionsmittel wie Wasserstoff gibt Elektronen an das Anodenmaterial ab. Elektronen fließen über den äußeren Stromkreis zur Kathode. Dort treffen sie auf das Oxidationsmittel, meist Sauerstoff. [4] Die Wasserstoffionen wandern in Verbindung mit Wasser über den Elektrolyten zur Sauerstoelektrode.[3]

In Abbildung 5 ist der Aufbau eines Brennstoffzellenstack schematisch dargestellt und im Folgenden beschrieben.

Bipolarplatte - Bipolarplatten haben in einer Brennstoffzelle mehrere Aufgaben. Sie dienen als Stromkollektor und Strukturgeber sowie der Gasversorgung, Wasserabfuhr und Kühlung. Um diesen Anforderungen gerecht zu werden, müssen die Platten eine hohe elektrische Leitfähigkeit, Gasdichtigkeit, sowie eine Korrosionsstabilität, Druck- und Biegefestigkeit aufweisen.[4]

Gasdiffusionsschicht - Die Gasdiffusionsschicht (Gas Diffusion Layer, GDL) verteilt die Reaktionsgase möglichst gleichmäßig von den Strömungskanälen in die Katalysatorschicht und stellt gleichzeitig den elektrischen Kontakt zwischen Katalysatorschicht und Bipolarplatte her. Sie besteht bei PEM-Brennstoffzellen meist aus Kohlenstofffilz. Zusätzlich werden bei neueren Entwicklungen mikroporöse Schichten (MPL) eingearbeitet, um die elektrische Leitfähigkeit zu verbessern. Die mikroporösen Schichten bestehen hauptsächlich aus Kohlenstoffpulver und einem hydrophoben Mittel (z.B. PTFE), welche auf der Innenseite der Kohlenstoffsubstrate in Richtung der Katalysatorschicht aufgebracht werden. Das hydrophobe Mittel dient dazu, überschüssiges Wasser aus dem System zu verdrängen und die hydrophilen Eigenschaften von Kohlenstoff auszugleichen. Idealerweise gibt es in der Gasdiffusionsschicht hydrophile Poren, die die Membran feucht und leitfähig halten und hydrophobe Poren, um das überschüssige Wasser auszustoßen und die Wege für die Reaktionsgase zu öffnen. [7]

Protonenaustauschmembran - Die Protonenaustauschmembran (Proton Exchange Membran, PEM) ist ein 20 – 50 μm dicker und ionenleitender Festelektrolyt sowie Katalysatorträger. Außerdem separiert er die Reaktionsgase Sauerstoff und Wasserstoff. Die Leitfähigkeit des Polymers wird maßgeblich vom Wassergehalt bestimmt. Der Wassergehalt der Membran sollte ca. 30 % betragen. Bei einem Wassergehalt von über 50 % besteht das Polymer aus wassergefüllten Bereichen und trockenen Hohlräumen. Ab 75 % quillt ein kolloidales Netzwerk aus Polymerstäbchen auf und die Reaktionsfläche sinkt.[8]
Die Protonenaustauschmembran muss insbesondere bei höheren Stromdichten möglichst gleichmäßig feucht gehalten werden, um punktuelle Überhitzung zu vermeiden. [9]

2.2.2 Anforderungen an die Luftversorgung und Befeuchtung

Der Wasserhaushalt ist von zentraler Bedeutung für den stabilen Betrieb der Brennstoffzelle. Wichtig ist eine stabile Dreiphasengrenze zwischen Elektrode, Elektrolyt und Gasraum, damit die Reaktion ablaufen kann. Auf der Wasserstoffseite verhindert die Befeuchtung das Austrocknen der Membran. Auf der Sauerstoffseite kann das überschüssige Produktwasser den Zugang des Sauerstoffs zum Katalysator behindern und muss deshalb abgeführt werden.[10] Das Luftmanagementsystem stellt sicher, dass die Brennstoffzelle mit Luft versorgt wird, die die passende Temperatur, den Druck und die Feuchtigkeit hat, und dass die entstandene Flüssigkeit abgeführt wird. Das Tanksystem liefert den Wasserstoff mit nahezu konstantem Druck. Dagegen ist der Druck auf der Luftseite stark von der Flughöhe abhängig und in großen Höhen sehr niedrig, weshalb die Luft vorher komprimiert werden muss. Durch diese Komprimierung erwärmt sich die Luft stark. Da die Temperatur der Luft danach zu hoch für die Zelle ist, wird sie mittels Wärmetauscher und Befeuchter auf die richtige Temperatur und relative Feuchte gebracht.

Die Verdichtungsarbeit, die zur Komprimierung erbracht werden muss, kann teilweise durch die Expansionsturbine zurückgewonnen werden. Die gesättigte Abluft expandiert in der Turbine, wodurch der enthaltene Wasserdampf teilweise kondensiert und latente Wärme freisetzt. Das gewonnene Wasser kann für den Befeuchter und für eventuelle Verdampfungskühlung verwendet werden.[10]

2.3 Membranbasierte Luftbefeuchter

Luftbefeuchter stellen eine zentrale Rolle für das Brennstoffzellengesamtsystem dar, die maßgeblich zur Systemeffizienz beitragen. Da die Protonenleitfähigkeit der Membran direkt vom Wassergehalt abhängt, ist eine präzise Konditionierung der Prozessluft wichtig.

Membranbefeuchter bieten dabei den Vorteil des passiven Austauschs, wodurch sie ohne elektrische Energie auskommen. Im Folgenden werden die Funktionsweise und die relevanten physikalischen Prozesse beschrieben.

2.3.1 Funktionsweise und typische Bauformen

Zur Befeuchtung trockener Gase wird entweder bereits befeuchtetes Gas oder flüssiges Wasser als Feuchtequelle eingesetzt. Die Trennung zwischen der trockenen und der feuchten Seite erfolgt dabei durch eine Membran, die den Austausch von Feuchtigkeit und Wärme ermöglicht, jedoch den Durchtritt für Sauerstoff oder Wasserstoff, abgesehen von kleinen Crossover-Mengen, verhindert. Konstruktiv lassen sich Membranbefeuchter in Plattenbefeuchter und Hohlfaserbefeuchter aufteilen. Nachfolgend wird ausschließlich der Gas-Gas-Befeuchter in Hohlfaserbauweise (Hollow fiber humidifier) betrachtet, wie er in Abbildung 6 zu sehen ist. Bei einem Hohlfaserbefeuchter, bei dem viele Röhrchen (oft mehrere hundert bis tausende) ein Bündel bilden, fließt die trockene Luft durch die Röhrchen. Die Wand der Röhrchen ist die semi-permeable Membran, durch die die trockene Luft von der äußeren feuchten Luft getrennt ist.[11]

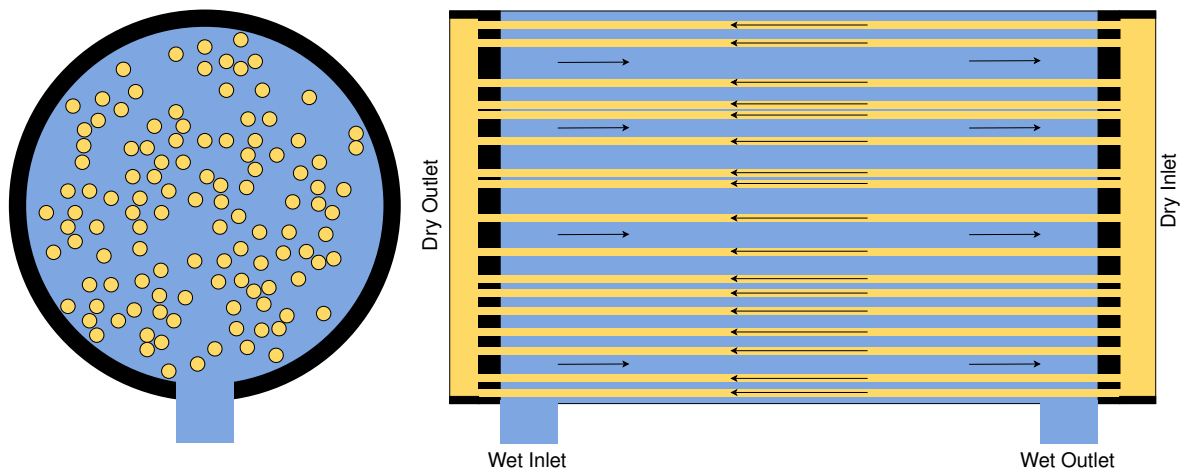


Abbildung 6: Schematischer Aufbau eines Hohlfasermembranbefeuchters im Gegenstrombetrieb. Links: Querschnitt des Faserbündels im Gehäuse mit ungeordneter Faserverteilung. Rechts: Längsschnitt mit Darstellung der Stoffströme. Das zu befeuchtende Gas (Dry Inlet) strömt durch die Hohlfasern, während das feuchte Gas (Wet Inlet) auf der Mantelseite die Fasern umströmt. Die beiden Stoffströme sind durch eine semipermeable Membran getrennt.

2.3.2 Relevante physikalische Prozesse

In Gas-Gas-Befeuchtern treten zwei getrennte Strömungen auf, die durch eine semipermeable Membran voneinander getrennt sind. Die übertragbare Wassermenge sowie die erzielbare Leistung und der daraus resultierende Befeuchtungsgrad hängen maßgeblich vom Strömungsfeld und der relativen Strömungsrichtung der beiden Gasströmungen ab. Grundsätzlich lassen sich drei Strömungsführungen unterscheiden: Parallelströmung, Gegenströmung und Querströmung zwischen dem trockenen und dem feuchten Gas. Dabei zeigt sich die höchste Effizienz hinsichtlich des Wassertransfers bei der Gegenströmung, da dort über die gesamte Strömungslänge ein größeres Konzentrationsgefälle aufrechterhalten wird.[12]

Die simulierte Strömungsführung in dieser Arbeit erfolgt ebenfalls nach dem Gegenstromprinzip.

Die Leistungsfähigkeit eines Membranbefeuchters und somit auch die Konditionierung der Luft wird primär durch zwei gekoppelte Mechanismen bestimmt: den Wasserdampftransport (Stofftransport) und den Wärmetransport zwischen der feuchten und der trockenen Gasseite. [13]

Stationärer Prozess In dieser Arbeit werden nur stationäre Prozesse des Befeuchters betrachtet. Das bedeutet, dass die Massen- und Energiebilanzen keiner zeitlichen Änderung unterliegen ($\frac{d}{dt} = 0$).

Stofftransport Der Stofftransport in einem Membranbefeuchter beschreibt den Übergang von Wasser von der feuchten Gasseite zur trockenen Gasseite durch eine semipermeable Membran. Dieser Prozess lässt sich in drei aufeinanderfolgende Teilprozesse unterteilen: die Adsorption an der Membranoberfläche, die Diffusion durch die Membran selbst und die Desorption.[14]

Definition und Abgrenzung: Sorption, Adsorption und Absorption Den allgemeinen Vorgang der Stoffaufnahme aus einer angrenzenden Phase in eine andere wird als **Sorption** bezeichnet. Der energetisch umgekehrte Vorgang, bei dem aufgenommene Teilchen die Phase wieder verlassen, wird als **Desorption** definiert.[15] An den Phasengrenzen heterogener Systeme treten spezifische Wechselwirkungen auf, die für den Stoff- und Wärmetransport von zentraler Bedeutung sind. Da die molekularen Wechselwirkungskräfte an einer Phasengrenze nicht ausgeglichen sind, besitzen Teilchen an der Oberfläche ein energetisches Potenzial. Sie stehen für Wechselwirkungen mit den Atomen oder Molekülen der angrenzenden Phase zur Verfügung. Das Bestreben des Systems, diese energetischen Ungleichgewichte zu minimieren, führt zu einer spontanen Anreicherung von Stoffen an der Phasengrenze.[16] Je nachdem, wie sich die aufgenommenen Teilchen innerhalb der aufnehmenden Phase verteilen, wird zwischen zwei Mechanismen unterschieden:

- Adsorption: Die Teilchen der abgebenden Phase werden ausschließlich an der Phasengrenze (der Oberfläche) durch physikalische oder chemische Bindungskräfte festgehalten. Es handelt sich um ein reines Oberflächenphänomen.
- Absorption: Die aufgenommenen Teilchen dringen durch Diffusion in das Phaseninnere der aufnehmenden Phase ein und verteilen sich dort volumetrisch.[17]

In realen Systemen, wie den Polymermembranen in Befeuchtern, treten Adsorption und Absorption gekoppelt auf. Wasserdampf adsorbiert zuerst an den hydrophilen Zentren der Membranoberfläche, dringt durch Absorption in die Membran ein und diffundiert entlang des Konzentrationsgefälles.[18]

Relevanz für den Membranbefeuchter Das chemische Gleichgewicht zwischen der Membranoberfläche und der anliegenden Phase ist für die Modellierung des Membranbefeuchters relevant. Die Triebkraft für den Feuchtetransport ist der Gradient des chemischen Potenzials, der sich makroskopisch über die Partialdrücke ausdrücken lässt. Die Geschwindigkeit, mit der Wasser von der feuchten auf die trockene Seite übertritt, wird im ersten Schritt durch die Adsorptionskinetik an der Phasengrenze bestimmt.

Die Adsorption ist zudem ein exothermer Prozess. Die dabei freiwerdende **Adsorptionsenthalpie** entspricht mindestens der Kondensationsenthalpie des Wassers und muss in der

Energiebilanz des Modells berücksichtigt werden, da sie die Temperatur der Membran und damit das Sättigungsgleichgewicht direkt beeinflusst. [16]

Grundlagen des Stofftransports In einem Membranbefeuchter findet ein kontinuierlicher Stoffaustausch über eine Membran statt. Dieser Transport von Feuchtigkeit wird durch grundlegende physikalische Prinzipien beschrieben, bei denen sowohl die Diffusion durch das Membranmaterial als auch der konvektive Transport durch die strömenden Medien in den Gaskanälen berücksichtigt werden müssen.

Thermodynamische Triebkraft der Diffusion Die Bewegung von Molekülen und die Ausbreitung gelöster Stoffe in Gasen, Flüssigkeiten oder Festkörpern beruhen auf der natürlichen Tendenz von Systemen, sich gleichmäßig zu verteilen. Aus thermodynamischer Sicht ist dieser Vorgang ein spontaner Prozess. Die maximale Nichtvolumenarbeit, die das System dabei pro Mol leisten kann, entspricht der Änderung des chemischen Potentials μ des betreffenden Stoffes, also $dw_m = d\mu$.

Die treibende Kraft für diesen Stofftransport lässt sich als eine effektive Kraft $\mathcal{F}$ definieren, die dem negativen räumlichen Gradienten des chemischen Potentials entspricht:

$$\mathcal{F} = - \left(\frac{\partial \mu}{\partial x} \right)_{T,p} \quad (4)$$

Diese Kraft spiegelt die spontane Tendenz der Teilchen wider, sich zur Erreichung der maximalen Entropie im Einklang mit dem Zweiten Hauptsatz der Thermodynamik im Medium zu verteilen. Für ideale Lösungen kann diese Kraft auch über den Konzentrationsgradienten c an der Position x bestimmt werden, da die Kraft die Moleküle aus Regionen hoher Konzentration in Bereiche geringerer Konzentration treibt. [15]

Die Fickschen Gesetze und der stationäre Zustand Unter dem Einfluss der thermodynamischen Kraft werden die Moleküle beschleunigt, bis diese Kraft durch die viskose Reibung des Mediums ausgeglichen wird. Ist dieses Gleichgewicht erreicht, bewegen sich die Teilchen mit einer gleichmäßigen Driftgeschwindigkeit durch das Medium. Der daraus resultierende Stofffluss wird durch das Erste Ficksche Gesetz der Diffusion beschrieben. Der Fluss wird beschrieben durch:

$$J = -D \frac{\partial c}{\partial x} \quad (5)$$

Die Proportionalitätskonstante D ist der Diffusionskoeffizient.

Die Diffusion führt im System zu einer Änderung der Konzentrationsverteilung. Die zeitliche Konzentrationsänderung ergibt das Zweite Ficksche Gesetz (Diffusionsgleichung):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (6)$$

Die Diffusionsgleichung besagt, dass die Geschwindigkeit der Konzentrationsänderung proportional zur zweiten Ableitung des Konzentrationsverlaufs nach dem Ort ist.

In einer stationären Simulation, wie sie in dieser Arbeit erarbeitet wird, erfolgen nach dem Erreichen des thermischen und strömungsmechanischen Gleichgewichts keine zeitlichen Änderungen mehr. Folglich gilt $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$. [18]

Überlagerung von Diffusion und Konvektion In einem Membranbefeuchter findet der Transport nicht nur in der Membran, sondern auch durch strömende Gase in den Strömungskanälen statt. Der Transport von Teilchen durch ein strömendes Fluid wird als Konvektion bezeichnet. Im Gegensatz zur Diffusion, die die Bewegung einzelner Teilchen/ Moleküle betrachtet, beschreibt die Konvektion den makroskopischen Stofftransport durch das Strömungsfeld.

Für den Transport, der rein durch eine Strömung mit der Geschwindigkeit v hervorgerufen wird, lässt sich die Rate der Konzentrationsänderung durch folgende Gleichung beschreiben:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -v \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right) \quad (7)$$

Da im Membranbefeuchter sowohl Diffusion, senkrecht zur Membran, als auch Konvektion, in Strömungsrichtung, auftreten, ist die Gesamtänderung der Konzentration in einem Gebiet die Summe beider Beiträge. Dies führt zur allgemeinen Diffusionsgleichung:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right) \quad (8)$$

Auch für dieses System gilt im stationären Fall, dass sich die Summe aus konvektivem und diffusivem Transport so einstellen, dass die lokale Konzentration konstant bleibt, sodass gilt: $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$. [15]

Konvektion Konvektion tritt bei Fluiden, also Flüssigkeiten und Gasen, auf, die sich frei im Raum und relativ zueinander bewegen können. Da Fluidteilchen eine Wärmekapazität besitzen, können sie bei Bewegung durch den Raum Wärme aufnehmen oder abgeben. Freie Konvektion entsteht durch Dichteunterschiede, die durch Temperaturdifferenzen hervorgerufen werden. Bei Fluiden mit geringerer Dichte entsteht eine Auftriebswirkung, die eine Kraft und somit eine Strömung hervorruft. Erzwungene Konvektion tritt bei Strömungen auf, die von außen angetrieben werden, z.B. durch Kompressoren. Durch die Wärmekapazität von Fluiden ist die Konvektion bereits bei geringen Strömungsgeschwindigkeiten deutlich größer als die molekulare Wärmeleitung.

Da sich bei Festkörpern die Teilchen nicht frei zueinander bewegen können, tritt dort nur molekulare Wärmeleitung und keine Konvektion auf. [19]

Wärmeleitung Wärmeleitung beschreibt den Energietransport, der durch atomare oder molekulare Wechselwirkungen in Materie aufgrund unterschiedlicher Temperaturverteilungen stattfindet. Sie tritt nur durch die Stöße benachbarter Teilchen und nicht durch die makroskopische Bewegung der Teilchen, wie strömende Gase, auf. Eine Voraussetzung für Wärmeleitung sind örtliche Temperaturgradienten. [19]

Die Wärmeleitung durch die Membran wird durch das Fouriersche Gesetz beschrieben.

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = \frac{\lambda_{\text{mem}}}{\delta_{\text{mem}}} \cdot A_{\text{mem}} \cdot (T_{\text{dry}} - T_{\text{wet}}) = k_{\text{mem}} \cdot A_{\text{mem}} \cdot (T_{\text{dry}} - T_{\text{wet}}) \quad (9)$$

wobei λ_{mem} die Wärmeleitfähigkeit, δ_{mem} die Membrandicke und T_{dry} bzw. T_{wet} die Oberflächentemperatur der feuchten bzw. trockenen Seite beschreiben. Der Quotient aus Wärmeleitfähigkeit und Membrandicke kann zum Wärmedurchgangskoeffizienten k_{mem} zusammengefasst werden. [20]

Latenter Wärmetransport Ein Teil der thermischen Energie, die in einem Befeuchter transportiert wird, geht auf den Phasenwechsel des Wassers zurück. Beim Übergang der Wassermoleküle von der feuchten Gasphase in die Membran wird Energie in Form von Sorptionsenthalpie frei. Umgekehrt muss auf der trockenen Seite für den Übergang in die Gasphase Energie aufgewendet werden. Dies führt zu einer Abkühlung der Membran auf der trockenen Seite und zu einer Erwärmung auf der feuchten Seite. Der latente Wärmestrom $\dot{Q}_{\text{lat}}$ ergibt sich aus dem transmembranen Wassermolstrom $\dot{n}_w$ und der molaren Sorptionsenthalpie $\Delta h_{v,\text{H}_2\text{O}}$: [14]

$$\dot{Q}_{\text{lat}} = \dot{n}_w \cdot \Delta h_{v,\text{H}_2\text{O}} \quad (10)$$

3 Stand der Technik

Für die Entwicklung des Befeuchtermodells wird auf ein bestehendes Modell für die Stoffübertragung in einem Membranbefeuchter zurückgegriffen.[21]

3.1 Bestehendes Modell für Stoffübertragung und Druckverlust

Das zu entwickelnde Modell baut auf einem Ansatz eines Gas-Gas-Membranbefeuchters in der Röhrenkonfiguration auf. Das Modell beschreibt den Stoffübertrag in einem 1+1D Ansatz.[21]

Volumenaufteilung: Um die räumliche Änderung der Zustandsgrößen abzubilden, wird das Gesamtvolumen des Befeuchters in zwei Funktionsbereiche unterteilt, wie in Abbildung 7 zu sehen ist:

1. Headers: Diese befinden sich an den Ein- und Auslässen und dienen der Verteilung bzw. Sammlung der Gasströme. Sie nehmen nicht aktiv am Stoffaustausch teil, beeinflussen jedoch das thermische Verhalten und die Verweilzeit.
2. Kernvolumen: Dies ist der Bereich, in dem die Membranen den Stoff- und Wärmeaustausch ermöglichen.

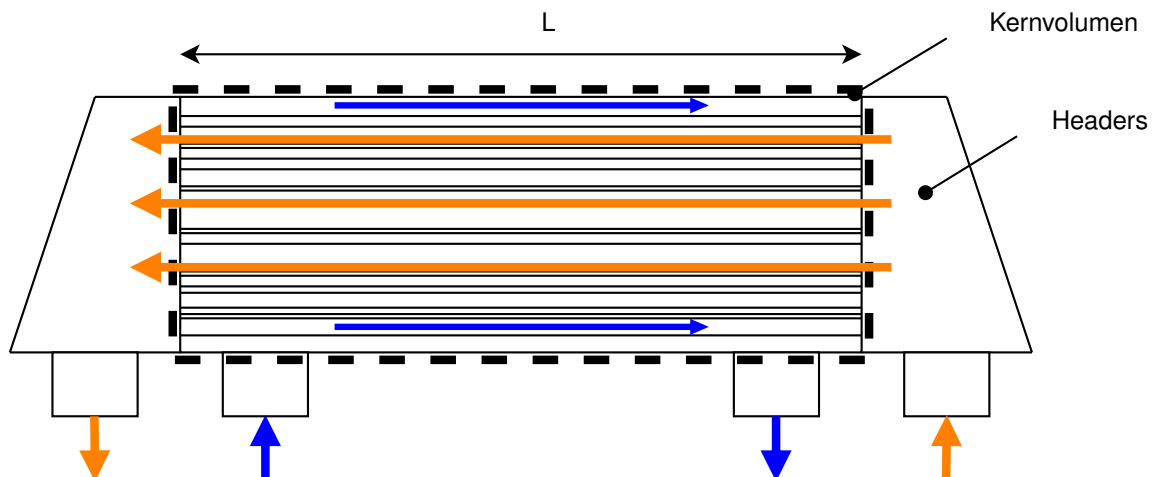


Abbildung 7: Schematische Darstellung eines Gegenstrombefeuchters. Die Pfeile verdeutlichen die Strömungsrichtung, wobei die blauen Pfeile die feuchte Strömung und die orangenen Pfeile die trockene Strömung darstellen. Die Stoff- und Wärmeübertragung findet über die Befeuchterstrecke L im Kernvolumen statt, welcher sich in dem gestrichelten Kasten befindet. Die Headers dienen dazu, das Gas gleichmäßig auf die vielen Röhren zu verteilen und am Austritt wieder zu sammeln. Getrennt werden die beiden Strömungen durch eine semipermeable Membran.

1+1D-Ansatz: Die Kanäle werden entlang ihrer Länge in diskrete Kontrollvolumina unterteilt (1D). Der Stofftransport erfolgt senkrecht zur Strömungsrichtung durch die Membran, wie es in Abbildung 8 dargestellt ist.

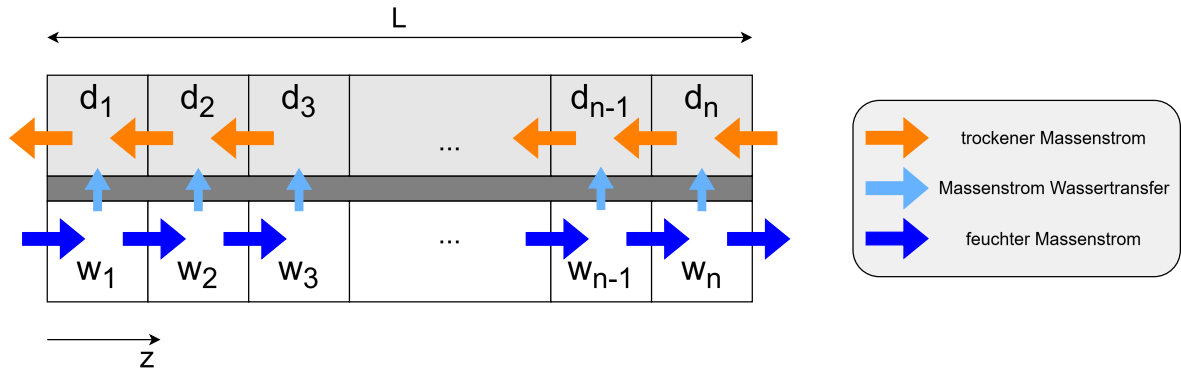


Abbildung 8: Modellierungsbereich des Befeuchtermodells. Räumliche Diskretisierung der Kontrollvolumina. Die Kontrollvolumina auf der trockenen Seite sind mit $d_1, \dots, d_n$ und auf der feuchten Seite mit $w_1, \dots, w_n$ gekennzeichnet.

Stofftransport: Der Massestrom an Wasser, der von der feuchten auf die trockene Seite übertragen wird, ist von dem Partialdruck des Wassers der beiden Seiten abhängig und kann mittels Gleichung 11 berechnet werden. $p_{\text{dry}}X_{\text{H}_2\text{O,dry}}$ und $p_{\text{wet}}X_{\text{H}_2\text{O,wet}}$ stellen dabei jeweils die Partialdrücke des Wassers $p_{\text{H}_2\text{O,dry}}$ und $p_{\text{H}_2\text{O,wet}}$ dar.[21]

$$\dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem}} = \frac{A_{\text{mem}}\sigma_{\text{mem}}}{\delta_{\text{mem}}} (p_{\text{dry}}X_{\text{H}_2\text{O,dry}} - p_{\text{wet}}X_{\text{H}_2\text{O,wet}}) \quad (11)$$

mit

A_{mem} - Membranoberfläche

σ_{mem} - Permeabilität der Membran

δ_{mem} - Membrandicke

p_{dry} - Druck auf der trockenen Seite

p_{wet} - Druck auf der feuchten Seite

$X_{\text{H}_2\text{O,dry}}$ - Stoffmengenanteil Wasserdampf der trockenen Seite

$X_{\text{H}_2\text{O,wet}}$ - Stoffmengenanteil Wasserdampf der feuchten Seite

Da die Menge an Wasser, die von der feuchten Seite abwandert, exakt der Menge an Wasser entspricht, die der trockenen Seite zugeführt wird, gilt Gleichung 12

$$\dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem,dry}} = -\dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem,wet}} \quad (12)$$

Die Bestimmung des lokalen Stoffstroms über die Membran erfordert die Lösung der Massenbilanzen für die trockene und feuchte Seite (13–14). Mathematisch wird dies über das System gewöhnlicher Differentialgleichungen realisiert, welche die zeitliche Änderung der Wasserdampfstoffmengenanteile innerhalb der jeweiligen Volumina beschreiben.[21]

$$\frac{dX_{\text{H}_2\text{O,dry}}}{dt} = \frac{\dot{n}_{\text{H}_2\text{O,in,dry}} + \dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem,dry}} - X_{\text{H}_2\text{O,in,dry}} \cdot \dot{n}_{\text{tot,out,dry}}}{n_{\text{tot,dry}}} \quad (13)$$

$$\frac{dX_{\text{H}_2\text{O,wet}}}{dt} = \frac{\dot{n}_{\text{H}_2\text{O,in,wet}} + \dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem,wet}} - X_{\text{H}_2\text{O,in,wet}} \cdot \dot{n}_{\text{tot,out,wet}}}{n_{\text{tot,wet}}} \quad (14)$$

mit

$X_{\text{H}_2\text{O,dry}}, X_{\text{H}_2\text{O,wet}}$ - Stoffmengenanteil an Wasserdampf

$\dot{n}_{\text{H}_2\text{O,in,dry}}, \dot{n}_{\text{H}_2\text{O,in,wet}}$ - Stoffmengenstrom am Eingang des trockenen und feuchten Kontrollvolumens

$n_{\text{tot,dry}}, n_{\text{tot,wet}}$ - Stoffmenge im feuchten bzw. trockenen Kontrollvolumen

$\dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem,dry}}, \dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem,wet}}$ - Stoffmengenstrom durch die Membran

Druckverlust: Die Modellierung des Druckverlusts basiert auf experimentellen Daten des Befeuchterherstellers, die den Druckabfall in Abhängigkeit von den Massenströmen für die trockene und feuchte Seite spezifizieren. Um diese Kennlinien in das numerische Modell zu überführen, wurde eine Regressionsanalyse durchgeführt. Dabei erwies sich eine Gleichung zweiten Grades als hinreichend genau, um den Zusammenhang zwischen Massenstrom und Druckverlust abzubilden.[21]

$$\Delta p_{\text{hm,d}} = k_{\text{hm,d1}} \left(\frac{\dot{m}_{\text{hm,d,in}}}{N_{\text{hm,tube}}} \right)^2 + k_{\text{hm,d2}} \left(\frac{\dot{m}_{\text{hm,d,in}}}{N_{\text{hm,tube}}} \right) \quad (15)$$

$$\Delta p_{\text{hm,w}} = k_{\text{hm,w1}} \left(\frac{\dot{m}_{\text{hm,w,in}}}{N_{\text{hm,tube}}} \right)^2 + k_{\text{hm,w2}} \left(\frac{\dot{m}_{\text{hm,w,in}}}{N_{\text{hm,tube}}} \right) \quad (16)$$

3.2 Relevante Modellvereinfachungen und typische Annahmen

Um eine effiziente Berechnung der Wärme- und Stoffströme im Membranbefeuchter zu ermöglichen, werden folgende Annahmen getroffen:

Thermodynamik und Gaseigenschaften

- Ideales Gasverhalten: Alle beteiligten Gasströme werden als ideale Gase behandelt.
- Stationärer Zustand: Die Simulation betrachtet ausschließlich den stationären Betriebspunkt mit zeitlich konstanten Stoffwerten und Massenströmen. Dadurch gilt:
 $0 = \dot{m}_{\text{wet,in}} - \dot{m}_{\text{wet,out}} + \dot{m}_{\text{dry,in}} - \dot{m}_{\text{dry,out}}$
- Vernachlässigung kinetischer und potentieller Energien: Die Anteile der kinetischen sowie der potentiellen Energie am Gesamtenergiezustand der Gasströme werden als vernachlässigbar klein gegenüber der Enthalpieänderung betrachtet.
- Energetische Abgeschlossenheit: Es wird davon ausgegangen, dass am System keine externe Arbeit geleistet wird.

Räumliche und zeitliche Diskretisierung

- Eindimensionale Diskretisierung: Die Bilanzierung erfolgt entlang der Hauptströmungsrichtung (z-Achse). Radiale Gradienten innerhalb der Strömungskanäle werden vernachlässigt, wobei die räumliche Auflösung durch die Unterteilung in diskrete Kontrollvolumina realisiert wird.
- Homogenität im Kontrollvolumen: Innerhalb eines jeden diskreten Teilvolumens wird von einer idealen Durchmischung ausgegangen, sodass dort überall eine einheitliche Temperatur und Konzentration herrscht.

Membran- und Transportcharakteristika

- **Lösungs-Diffusions-Prinzip:** Es wird eine dichte Membran angenommen, deren Transportmechanismus auf dem Lösungs-Diffusions-Prinzip basiert. Nach dem Prinzip wird Wasser auf der feuchten Seite der Membran aufgenommen, im flüssigen Zustand diffusiv durch die Membran transportiert und auf der trockenen Seite wieder desorbiert.
- **Selektivität:** Die Membran wird ausschließlich wasserdampfdurchlässig modelliert. Ein Crossover von Gasen wie Sauerstoff oder Stickstoff wird ausgeschlossen.
- **Isotropie und Homogenität:** Die Membranstruktur wird als isotrop und homogen vorausgesetzt, wobei die Transporteigenschaften primär über die Permeabilität definiert werden.
- **Sorptionsgleichgewicht:** An den Membrangrenzflächen stellt sich unmittelbar ein thermodynamisches Sorptionsgleichgewicht ein.
- **Senkrechter Stofftransport:** Der Austausch von Wasser und Wärme findet im Modell ausschließlich senkrecht zur Hauptströmungsrichtung zwischen der feuchten und der trockenen Seite statt.

Randbedingungen und Übergangskoeffizienten

- **Konstante Transferkoeffizienten:** Innerhalb eines Betriebspunktes wird ein konstanter Wärmeübertragungskoeffizient sowie eine konstante Wandtemperatur angenommen.
- **Definierte Eintrittszustände:** Die thermodynamischen Zustände (Druck, Temperatur, Feuchte) an den Eintrittsgrenzen der trockenen und feuchten Seite sind als feste Randbedingungen definiert.

4 Modellierung des Membranbefeuchters

In diesem Kapitel werden die allgemeinen physikalischen Gleichungen und Zusammenhänge, die für die Modellierung notwendig sind, erläutert. Dazu werden auch die benötigten Parameter und Konstanten aufgezählt. Da sich einige Parameter, wie z.B. die Dicke der Membran oder die Länge des Befeuchters, von Modell zu Modell unterscheiden können, werden in diesem Kapitel nur die Parameter genannt und in Abschnitt 5 um konkrete Werte ergänzt. In dem Modell werden auch Variablen, deren Wert nicht exakt bekannt ist, optimiert, sodass sie die realen Werte optimal fitten. Welche Variablen optimiert werden, kann individuell entschieden werden, um eine möglichst hohe Flexibilität des Modells zu gewährleisten. Die konkreten Variablen, die in dieser Arbeit optimiert werden, sind in 4.3.4 beschrieben.

4.1 Simulationstool

Für die softwareseitige Umsetzung des Modells wird die Programmiersprache *Python* (Version 3.12.11) verwendet, da sich hier bereits eine leistungsstarke Bibliothekenauswahl wie *NumPy* oder *SciPy* befindet. *Python* bietet mit dem Paket *SciPy* eine Sammlung von Algorithmen, die für die numerische Integration von Differentialgleichungen (*solve_ivp*) und die Durchführung von Optimierungsaufgaben (*least_square*) geeignet ist. Die hohe Flexibilität bei der Datenverarbeitung ermöglicht zudem die Einbindung externer Kennfelder für Materialparameter, wie z.B. die Membranpermeabilität im MATLAB-Format.

4.2 Zielsetzung und Anforderungen an das Modell

Das primäre Ziel der Modellierung ist die Entwicklung eines stationären, numerischen Simulationsmodells, das das thermodynamische Verhalten eines Membranbefeuchters präzise abbildet. Das Modell soll tieferes Verständnis der internen Zustandsänderungen ermöglichen. Die Zielsetzung unterteilt sich dabei in drei Kernaspekte:

1. Thermische Charakterisierung und Temperaturverlauf Eine zentrale Anforderung ist die detaillierte Abbildung des Temperaturverlaufs entlang der Befeuchterstrecke. Da die Wasserübertragungsrate stark von der lokalen Temperatur abhängt, muss das Modell in der Lage sein:

- Die energetische Kopplung zwischen dem feuchten und dem trockenen Massenstrom über die Membran hinweg aufzulösen.
- Die Austrittstemperaturen ($T_{\text{dry, out}}$ und $T_{\text{wet, out}}$) bei variierenden Eintrittsbedingungen vorherzusagen.

2. Geometrische Flexibilität und Optimierungspotential Perspektivisch soll das Modell nach erfolgreicher Parameteroptimierung als Auslegungswerkzeug dienen. Um die strengen Anforderungen an den Bauraum und das Gewicht in der Luftfahrt zu erfüllen, muss das Modell parameterbasiert aufgebaut sein. Dies erlaubt systematische Untersuchungen zu folgenden Fragestellungen:

- Variabilität der Befeuchterstrecke: Eine gezielte Untersuchung der aktiven Befeuchterlänge erlaubt die Bestimmung des optimalen Punktes zwischen erforderlicher Befeuchtungsleistung und zulässigem Druckverlust. Da eine Verlängerung der Strecke

die Verweilzeit des Gases erhöht, aber gleichzeitig das Bauteilgewicht und den Energiebedarf der Pumpe erhöht, kann das Modell zur Identifikation des Optimums für verschiedene Betriebspunkte genutzt werden.

- **Skalierung der Röhrchenzahl:** Durch die Variation der Anzahl der Hohlfasern lässt sich der Einfluss der aktiven Membranfläche auf den Wassertransfer direkt quantifizieren. Das Modell ermöglicht es zudem, die Faseranzahl zu variieren, ohne dass sich das Gesamtvolumen ändert. Somit lässt sich die Faserdichte steigern.
- **Sensitivitätsanalyse:** Durch die systematische Variation der identifizierten Modellparameter lässt sich ermitteln, welcher Parameter den größten Einfluss auf das System hat. Diese Analyse dient dazu, kritische Einflüsse auf den Wärme- und Stofftransport zu identifizieren.
- **Temperatureffekte:** Das Modell erlaubt die Simulation des Betriebsverhaltens unter extremen thermischen Randbedingungen. Es kann beispielsweise untersucht werden, wie stark die Eingangstemperaturen der Luftströme die Befeuchtung beeinflussen und welche Austrittstemperaturen sich im Hinblick auf das thermische Management des nachgeschalteten Brennstoffzellenstacks einstellen.

4.3 Modellbeschreibung

4.3.1 Geometrie und Modellgrenzen

Systemgrenze: Die Systemgrenze ist das Gesamtvolumen des Befeuchters. Letzteres setzt sich aus dem Volumen der trockenen Seite, dem Volumen der feuchten Seite und einem Restvolumen zusammen. Das Volumen der trockenen Seite wird von den Röhrchen aufgespannt, durch welche das trockene Gas fließt. Das Volumen der feuchten Seite ist das Mantelvolumen, welches das Volumen der trockenen Seite umgibt und aktiv zur Befeuchtung beiträgt. Das Restvolumen ist das Gesamtvolumen abzüglich der Volumina der trockenen und feuchten Seite. Das können z.B. die Außenwand des Befeuchters oder Führungsbleche im Inneren des Befeuchters sein.

Diskretisierung: Wie bereits das bestehende Modell, wird auch die Temperatur in den gleichen diskretisierten Kontrollvolumina bilanziert.

Strömungsführung: Das Simulationsmodell wird mit dem Gegenstromprinzip aufgebaut, da die Prüfstandsmessungen ebenfalls mit einem Gegenstrombefeuchter erfolgten. Dabei tritt der feuchte Massestrom bei $z = 0$ und der trockene Massestrom bei $z = L$ ein. Das Programm ist so geschrieben, dass die Indizes auf der feuchten Seite aufsteigend ($0 : n - 1$) und auf der trockenen Seite in absteigender Reihenfolge durchlaufen werden.

Bekannte Parameter:

- Röhrchenmembran (Wandstärke und Durchmesser)
- Anzahl der Röhrchen
- Gesamtvolumen des Befeuchters

4.3.2 Stoffdaten und Materialparameter

Gasgemisch: Die Luft wird als Gemisch aus Stickstoff (N_2), Sauerstoff (O_2) und Wasserdampf (H_2O) behandelt.

Konstanten: Die isobare Wärmekapazität wird als konstant angenommen. Dabei beträgt der Wert für Wasserdampf $c_{p,H_2O} = 33,6 \frac{J}{mol \cdot K}$ [22] und für Luft $c_{p,air} = 29,7 \frac{J}{mol \cdot K}$ [23].

Membranparameter: Die Membran wird durch ihre Permeabilität $\sigma_{mem}(T, RH)$, ihre Dicke δ_{mem} und ihre thermische Leitfähigkeit λ_{mem} charakterisiert. Konkrete Werte sind in Abschnitt 5 dargestellt.

4.3.3 Modellgleichungen

Wärmeübertragung Der gesamte Wärmestrom $\dot{Q}_{total}$, der zwischen der feuchten und der trockenen Seite ausgetauscht wird, setzt sich, wie in 2.3.2, aus der Wärmeleitung durch die Membran und dem mit dem Phasenübergang verbundenen Enthalpiestrom zusammen:

$$\dot{Q}_{total} = \dot{Q}_{lat} + \dot{Q}_{cond} = \dot{n}_{H_2O} h_{v,H_2O} + \frac{\lambda_{mem}}{\delta_{mem}} \cdot A_{mem} \cdot (T_{dry} - T_{wet}) \quad (17)$$

Zusätzlich findet auf der feuchten Seite über die Gehäusewand ein Wärmeaustausch mit der Umgebung statt. Dieser kann ebenfalls über die Wärmeleitungsgleichung bilanziert werden:

$$\dot{Q}_{amb} = \frac{\lambda_{amb}}{\delta_{amb}} A_{hum} (T_{wet} - T_{amb}) = k_{amb} A_{hum} (T_{wet} - T_{amb}) \quad (18)$$

Da die Dicke des Befeuchtergehäuses nicht bekannt ist, wird der Quotient aus der Wärmeleitfähigkeit λ_{amb} und der Dicke δ_{amb} zum Wärmedurchgangskoeffizienten k_{amb} zusammengefasst. A_{hum} ist die Oberfläche des Befeuchtergehäuses.

Die Umgebungstemperatur T_{amb} wird mit 293,15 K angenommen.

Thermodynamische Bilanzierung Für die mathematische Beschreibung der Temperaturveränderung wird der Erste Hauptsatz der Thermodynamik herangezogen. Während für ein geschlossenes System die Änderung der inneren Energie lediglich von Wärme- und Arbeitsumsätzen abhängt ($dU = dQ - dW$), muss hier ein offenes System betrachtet werden. Hierbei treten Stoffströme über die Systemgrenzen, die zusätzlich Enthalpie h transportieren [20]:

$$dU = dQ + dW + \sum_K h_K d(M_K) \quad (19)$$

Mit $K = \{wet_in, wet_out; v_H_2O\}$ für die feuchte und $K = \{dry_in; dry_out; v_H_2O\}$ für die trockene Seite. $d(M_K)$ beschreibt die Masse, die über die Systemgrenze hinwegtritt.

Für die zeitliche Ableitung und die Umstellung auf Molströme folgt nun:

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} + P + \sum_{in} h_{in} \dot{n}_{in} - \sum_{out} h_{out} \dot{n}_{out} \quad (20)$$

Da keine technische Arbeit am System geleistet wird, ist $P = 0$. Die kinetischen sowie potentiellen Energien werden ebenfalls vernachlässigt.

$$H = U + pV \rightarrow U = H - pV \quad (21)$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dH}{dt} - p \frac{dV}{dt} - V \frac{dp}{dt} \quad (22)$$

Mit der Annahme, dass das Kontrollvolumen konstant bleibt, gilt: $\frac{dV}{dt} = 0$.

Ebenso wird davon ausgegangen, dass die Druckverluste in einem Kontrollvolumen sehr klein sind: $\frac{dp}{dt} = 0$.

Somit kann die Annahme getroffen werden:

$$\frac{dU}{dt} \approx \frac{dH}{dt} \quad (23)$$

Mit

$$H = n \cdot h_m \quad (24)$$

folgt:

$$\frac{dH}{dt} = n \frac{dh_m}{dt} + h_m \frac{dn}{dt} \quad (25)$$

es gilt weiter:

$$dh = c_p \frac{dT}{dt} \quad (26)$$

und somit folgt:

$$\frac{dH}{dt} = n c_p \frac{dT}{dt} + h_m \frac{dn}{dt} \quad (27)$$

Da die Dichte der Gase gering ist und die Einlass- und Auslassströme nahezu identisch sind, ist die im Kontrollvolumen gespeicherte Molmasse nahezu konstant: $\frac{dn}{dt} \approx 0$. Somit ergibt sich:

$$\frac{dU}{dt} = n c_p \frac{dT}{dt} \quad (28)$$

Die zeitliche Änderung der Temperatur in einem Kontrollvolumen ergibt sich somit zu:

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{\dot{H}_{in,i} - \dot{H}_{out,i} + \dot{Q}_{total,i}}{n_{tot,i} \cdot c_{p,m,i}} \quad (29)$$

für die trockene Seite ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{dry}}{dt} = \frac{1}{n_{tot} c_p} \cdot & \left(\dot{n}_{dry,in} c_p T_{dry,in} - \dot{n}_{dry,out} c_p T_{dry} \right. \\ & - k_{mem} \cdot A_{mem} \cdot (T_{dry} - T_{wet}) \\ & \left. - \dot{n}_{H_2O,mem} h_{v,H_2O} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

für die feuchte Seite ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{wet}}{dt} = \frac{1}{n_{tot} c_p} \cdot & \left(\dot{n}_{wet,in} c_p T_{wet,in} - \dot{n}_{wet,out} c_p T_{wet} \right. \\ & + \frac{\lambda_{mem}}{\delta_{mem}} \cdot A_{mem} \cdot (T_{dry} - T_{wet}) \\ & \left. + \dot{n}_{H_2O,mem} h_{v,H_2O} - k_{amb} \cdot A_{hum} \cdot (T_{wet} - T_{amb}) \right) \end{aligned} \quad (31)$$

In dieser Gleichung steht n_{tot} für die gesamte Stoffmenge im Kontrollvolumen und kann folgendermaßen berechnet werden:[23]

$$n_{\text{tot}} = \frac{p_{\text{tot}} \cdot V_{\text{el}}}{R \cdot T} \quad (32)$$

mit

p_{tot} - Totaldruck im Kontrollvolumen

V_{el} - Kontrollvolumen

R - universelle Gaskonstante

T - Temperatur im Kontrollvolumen

Mit dem Lösen der Gleichung 30 und Gleichung 31 kann der Temperaturverlauf auf der trockenen und feuchten Seite über den gesamten Strömungsverlauf ermittelt werden.

c_p beschreibt hier die molare Wärmekapazität der Luft im Kontrollvolumen. Da die Luft Wasserdampf enthält und die Wasserdampfmenge variabel ist, muss die Wärmekapazität in Abhängigkeit von den Stoffmengenanteilen X bestimmt werden. Es gilt:[23]

$$\sum_m X_m = 1 \quad (33)$$

und somit

$$c_p = \sum_{i=1}^n X_i \cdot c_{m,i} = X_{\text{H}_2\text{O}} \cdot c_{p,\text{H}_2\text{O}} + (1 - X_{\text{H}_2\text{O}}) \cdot c_{p,\text{air,dry}} \quad (34)$$

4.3.4 Das DGL-System

Die Differentialgleichungen, die im Programm integriert werden, um die Stoffmengenanteile an Wasserdampf und die Temperaturen zu bestimmen, sind folgend zusammengefasst.

Stoffbilanz

$$\frac{dX_{\text{H}_2\text{O,dry}}}{dt} = \frac{\dot{n}_{\text{H}_2\text{O,in,dry}} + \dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem,dry}} - X_{\text{H}_2\text{O,in,dry}} \cdot \dot{n}_{\text{tot,out,dry}}}{n_{\text{tot,dry}}} \quad (13)$$

$$\frac{dX_{\text{H}_2\text{O,wet}}}{dt} = \frac{\dot{n}_{\text{H}_2\text{O,in,wet}} + \dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem,wet}} - X_{\text{H}_2\text{O,in,wet}} \cdot \dot{n}_{\text{tot,out,wet}}}{n_{\text{tot,wet}}} \quad (14)$$

Temperaturbilanz

$$\begin{aligned} \frac{dT_{\text{dry}}}{dt} = \frac{1}{n_{\text{tot}} c_p} \cdot \left(\dot{n}_{\text{dry,in}} c_p T_{\text{dry,in}} - \dot{n}_{\text{dry,out}} c_p T_{\text{dry}} \right. \\ \left. - k_{\text{mem}} \cdot A_{\text{mem}} \cdot (T_{\text{dry}} - T_{\text{wet}}) \right. \\ \left. - \dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem}} h_{v,\text{H}_2\text{O}} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
\frac{dT_{\text{wet}}}{dt} = \frac{1}{n_{\text{tot}}c_p} \cdot & \left(\dot{n}_{\text{wet,in}}c_pT_{\text{wet,in}} - \dot{n}_{\text{wet,out}}c_pT_{\text{wet}} \right. \\
& + \frac{\lambda_{\text{mem}}}{\delta_{\text{mem}}} \cdot A_{\text{mem}} \cdot (T_{\text{dry}} - T_{\text{wet}}) \\
& \left. + \dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem}}h_{\text{v,H}_2\text{O}} - k_{\text{amb}} \cdot A_{\text{hum}} \cdot (T_{\text{wet}} - T_{\text{amb}}) \right)
\end{aligned} \tag{31}$$

Mit der Herleitung der Erhaltungsgleichungen für den Wärme- und Stofftransport ist das Befeuchtermodell definiert. Eine direkte numerische Lösung des Differentialgleichungssystems ist jedoch nicht möglich, da einige zentrale Parameter nicht unmittelbar aus der Literatur oder aus Datenblättern hervorgehen.

Insbesondere der effektive Wärmedurchgangskoeffizient der Membran (k_{mem}), der Wärmedurchgangskoeffizient an die Umgebung (k_{amb}), das effektive Flächenverhältnis ($A_{\text{eff, ratio}}$) und die Sorptionsenthalpie ($h_{\text{v,H}_2\text{O}}$) unterliegen komplexen Einflüssen. Diese hängen unter anderem von der Strömungsführung, der Fertigungsqualität des Hohlfaserbündels oder den Umgebungsbedingungen des Prüfstands ab. Bei einer bloßen Annahme der Werte für die Parameter würde das Modell bei den Austrittszuständen die realen Messwerte nur unzureichend abbilden.

Um eine höhere Güte des Modells zu erreichen, werden keine Annahmen für die unbekannten Parameter getroffen und diese mit den Prüfstandsdaten verglichen. Stattdessen werden die unbekannten Parameter als freie Identifikationsparameter behandelt. Das nähere Vorgehen wird in 4.4 erläutert.

4.4 Implementierung des Modells

Die Architektur des Programms ist hierarchisch strukturiert. Dies ermöglicht die Trennung zwischen der mathematischen Optimierung, der physikalischen Simulation und der numerischen Integration des Differentialgleichungssystems.

4.4.1 Lösung des DGL-Systems mit *solve_ivp*

Das DGL-System besteht aus vier Differentialgleichungen, die zur Berechnung der zeitlichen Änderung der Stoffmenge Wasser und der Temperatur pro Kontrollvolumen jeweils auf der feuchten und auf der trockenen Seite dienen. Die Berechnung des stationären Zustands erfolgt über das Lösen der Differentialgleichungen mit einem zeitlichen Relaxationsansatz. Die Gleichungen werden mit der Integrationsfunktion *solve_ivp* und dem LSODA-Algorithmus gelöst. Dieser Algorithmus ist ein adaptiver Solver, der automatisch während der Laufzeit zwischen Verfahren für nicht-steife und steife Probleme wechselt.[24]

Ein Problem gilt als „steif“, wenn sich die Zeitmaßstäbe der beteiligten Prozesse um Größenordnungen unterscheiden. Dies ist hier durch die Kopplung zwischen schnellem Stofftransport und langsamen Wärmetransport durch die Membran gegeben. [25].

Randbedingungen und Initialisierung des Zustandsvektors y Die Eintrittszustände der feuchten und trockenen Seite sind durch die Messdaten bekannt und werden als feste Randbedingungen für die Berechnung benutzt. Die Zustände werden durch die Temperaturen $T_{\text{wet,in}}$ und $T_{\text{dry,in}}$, Drücke $p_{\text{wet,in}}$ und $p_{\text{dry,in}}$, Stoffmengenanteile $X_{\text{H}_2\text{O,wet,in}}$ und $X_{\text{H}_2\text{O,dry,in}}$

sowie Massenströme Luft $\dot{m}_{\text{wet,in}}$ und $\dot{m}_{\text{dry,in}}$ definiert.

Um die Konvergenzgeschwindigkeit des Solvers zu erhöhen und numerische Instabilitäten zu vermeiden, wird der Zustandsvektor y_{init} mit einem linearen Profil initialisiert. Dazu werden die zuvor beschriebenen Werte aus den Randbedingungen entnommen und ein Profil zu den geschätzten Austrittswerten mit dem Befehl `numpy.linspace` interpoliert.

Zustandsvektor y Der Solver gibt als Lösung den Zustandsvektor y zurück. Dieser umfasst $4 \cdot n$ Zustandsvariablen:

1. n -Mal Stoffmengenanteil Wasser für die Kontrollvolumina auf der feuchten Seite ($X_{\text{H}_2\text{O,wet}}$)
2. n -Mal Stoffmengenanteil Wasser für die Kontrollvolumina auf der trockenen Seite ($X_{\text{H}_2\text{O,dry}}$)
3. n -Mal Temperatur für die Kontrollvolumina auf der feuchten Seite (T_{wet})
4. n -Mal Temperatur für die Kontrollvolumina auf der trockenen Seite (T_{dry})

Der Zustandsvektor sieht deshalb folgendermaßen aus:

$$y = [X_{\text{H}_2\text{O,wet},1\dots n}, X_{\text{H}_2\text{O,dry},1\dots n}, T_{\text{wet},1\dots n}, T_{\text{dry},1\dots n}]^T$$

Numerische Stabilität und Konvergenz Die Numerische Stabilität wird besonders durch die Implementierung von physikalischen Grenzen erzeugt. Durch die Funktion `numpy.clip` wird sichergestellt, dass die Stoffmengenanteile $X_{\text{H}_2\text{O}}$ und Temperaturen T_i stets im Bereich $[10^{-6}, 0,999]$ bzw. $[273,15; 373,15]$ K bleiben. Dies verhindert, dass der Solver aufgrund von extremen Gradienten in undefinierte Bereiche (z.B. der Sättigungsdampfkurve) läuft. Die Stationarität wird durch die Wahl eines ausreichend großen Integrationszeitintervalls ($t_{\text{span}} = [0,100]$) sichergestellt, in dem sich das Gesamtsystem einschwingen kann und alle Ausgleichsvorgänge sicher abgeschlossen werden können. Das System gilt als gelöst, wenn die zeitlichen Ableitungen dy/dt der Zustandsgrößen (Stoffmengenanteile und Temperaturen) gegen Null konvergieren, was einem energetischen und stofflichen Gleichgewicht entspricht. Der maximale Wert, den die zeitlichen Ableitungen dy_i/dt annehmen dürfen, damit das System als stationär gilt, wird mit 1×10^{-6} mol/s bzw. 1×10^{-6} K/s definiert. Die Wahl des Schwellenwertes von 1×10^{-6} lässt sich durch die Größenordnung der Zustandsvariablen rechtfertigen. Bezogen auf die Größenordnung der Stoffmengenanteile, die im Bereich von 1×10^{-2} bis 1×10^{-1} liegen, ist die zeitliche Änderung 4 bis 5 Größenordnungen kleiner, wodurch eine ausreichende Konvergenz gewährleistet ist.

4.4.2 Parameteridentifikation mittels Least-Squares-Verfahren

Die `least_square`-Funktion wird in der obersten Ebene, der Optimierungsebene, aufgerufen. Ziel des `least_square`-Verfahrens ist es, den Parametervektor $\vec{p}$ so zu bestimmen, dass die Summe der Fehlerquadrante, wie mit Gleichung 35, minimal wird. Der Parametervektor $\vec{p}$ besteht aus den Parametern, die optimiert werden sollen. In diesem Fall sind das die Parameter, die in 4.3.4 beschrieben wurden: k_{mem} , k_{amb} , $A_{\text{eff, ratio}}$ und $h_{\text{v,H}_2\text{O}}$. x_i beschreibt alle Variablen, die für die Simulation nötig sind.

$$S(\vec{p}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m [y_{i,\text{mess}} - y_{i,\text{sim}}(x_i, \vec{p})]^2 \quad (35)$$

Für die Minimierung von Gleichung 35 wird die Funktion `scipy.optimize.least_square` mit dem Trust Region Reflective (trf) Algorithmus benutzt. Dieser eignet sich für Probleme mit festen Parametergrenzen (Bounds).

Da der Integrationsolver *solve_ivp* den Zustandsvektor y zurückgibt, bietet es sich an, die Austrittswerte $T_{\text{dry,out}}$, $T_{\text{wet,out}}$, $X_{\text{dry,out}}$ und $X_{\text{wet,out}}$ mit den realen Prüfstandsdaten zu vergleichen und daraus den Fehler zu entwickeln. Am Prüfstand wurden jedoch die relativen Feuchten $RH_{\text{dry,out}}$ und $RH_{\text{wet,out}}$ gemessen, weshalb die Stoffmengenanteile $X_{i,\text{out}}$ mit Gleichung 36 noch umgerechnet werden müssen:

$$RH_i = \frac{X_{i,\text{out}} \cdot p_{\text{ges},i,\text{out}}}{p_{\text{sat}}(T_{i,\text{out}})} \quad (36)$$

p_{ges} - Gesamtdruck am Ausgang

$p_{\text{sat}}(T_{i,\text{out}})$ - Sättigungsdampfdruck am Ausgang, abhängig von der Ausgangstemperatur

Da die Fehler der Temperaturen (~ 1 K) und die der relativen Feuchten ($\sim 0,1$) unterschiedliche Größenordnungen haben, werden die Fehler der relativen Feuchten mit dem Faktor 10 gewichtet.

Um die numerische Stabilität der *least_square*-Funktion zu gewährleisten, werden die zu optimierenden Parameter auf plausible Bereiche begrenzt. Die Definition dieser Grenzwerte basiert auf einer iterative Voruntersuchung des Modellverhaltens. In der Initialisierungsphase wurde festgestellt, dass sich zu weit gefasste Grenzen negativ auf die benötigte Rechenzeit auswirkt.[26]

- $k_{\text{mem}} \in [0,70] \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$
- $k_{\text{amb}} \in [0,70] \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$
- $A_{\text{eff,ratio}} \in [0, 1]$
- $h_{\text{v,H}_2\text{O}} \in [0,45.000] \frac{\text{J}}{\text{mol}}$

Die Initialwerte wurden für eine möglichst geringe Rechenzeit folgendermaßen gewählt:

- $k_{\text{mem}} = 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$
- $k_{\text{amb}} = 30 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$
- $A_{\text{eff,ratio}} = 0,5$
- $h_{\text{v,H}_2\text{O}} = 1000 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$

4.5 Untersuchung der Gitterunabhängigkeit

Da der Befeuchter in n diskrete Elemente unterteilt wird, muss der Einfluss der Segmentanzahl auf das Ergebnis untersucht werden. Eine zu geringe Anzahl an Elementen führt zu Diskretisierungsfehlern.[27] Eine zu hohe Anzahl an Elementen führt zu einer hohen Rechenzeit, ohne die Genauigkeit signifikant zu steigern.[28]

Um die Gitterunabhängigkeit des Modells sicherzustellen, wurde eine Analyse der Diskretisierung durchgeführt. Die finale Anzahl der Segmente n wurde dabei so definiert, dass eine weitere Verdopplung der Segmentanzahl die Austrittsfeuchte $RH_{\text{dry,out}}$ um weniger als 0,1 % verändert. Dies signalisiert die Gitterkonvergenz, ab der das Modell als numerisch stabil gilt. Die prozentuale Abweichung kann folgendermaßen berechnet werden:

$$\Delta RH_{\text{dry,out}} = \left| \frac{RH_{\text{dry,out},2n} - RH_{\text{dry,out},n}}{RH_{\text{dry,out},2n}} \right| \cdot 100 \% \quad (37)$$

Dabei beschreibt $RH_{\text{dry,out},2n}$ die simulierte Austrittsfeuchtigkeit mit doppelter Segmentanzahl und $RH_{\text{dry,out},n}$ die simulierte Feuchtigkeit mit einfacher Segmentanzahl. Die ermittelte Segmentanzahl beträgt $n = 32$. Aus Gründen eines fehlerminimierenden Ansatzes wurde in dieser Arbeit mit einer Segmentanzahl von $n = 100$ gerechnet.

4.6 Simulationsablauf

In diesem Abschnitt wird der Ablauf des Modells näher erläutert.

Vorbereitungsphase Zum Modellstart werden alle nötigen Daten geladen und eingelesen. Dazu zählen die Permeabilitätsdaten der Membran, sowie die Messdaten, die zur Parameteroptimierung nötig sind. Anschließend werden die Zustandsgrößen und geometrischen Größen des Befeuchters berechnet.

Äußere Schleife Nach der Vorbereitungsphase wird die Schleife über alle Betriebspunkte hinweg gestartet. Dazu werden aus dem Messdatenarray die Daten des jeweiligen Betriebspunkts geladen.

Mittlere Schleife In der mittleren Schleife wird die Parameteroptimierung mittels *least_square*-Methode durchgeführt. Für den ersten Schleifendurchlauf werden die zuvor festgelegten Initialwerte herangezogen. Wenn die Residuen im ersten Durchlauf nicht unterhalb der Toleranz liegen, werden vom *least_square*-Algorithmus neue Parameter für den nächsten Schleifendurchlauf gewählt. Die Toleranzen (Abbruchkriterien) des Algorithmus wurden auf eine Änderung der Fehlerfunktion (Gleichung 35) (function tolerance) und der Parameterwerte (x tolerance) von 1×10^{-10} festgelegt. Sobald ein Kriterium erfüllt ist, bricht der Solver ab und das Problem gilt als numerisch gelöst.

Mit den aktuellen Parametern wird die Integration des DGL-Systems mit dem *solve_ivp*-Solver gestartet.

Innere Schleife Für den Integrationssolver wird das System in n Segmente unterteilt. Anschließend werden für jedes Segment innerhalb einer Vorwärts- und Rückwärtsschleife für die feuchte und trockene Seite die Bilanzgleichungen gelöst und das Ergebnis an das nächste Segment weitergegeben. Der Gesamtvektor dy/dt wird an den Solver zurückgegeben und anschließend daraus die Austrittswerte berechnet.

Solange die maximale Integrationszeit ($t_{\text{span}} = 100$) nicht erreicht ist, wird die Innere Schleife wieder durchlaufen und t_{span} weiter erhöht.

Wenn $t_{\text{span}} = 100$ erreicht ist, werden mit den simulierten Austrittswerten die Residuen berechnet. Ist der Gesamtfehler nicht innerhalb der festgelegten Toleranz (1×10^{-6}), findet eine Parameteranpassung statt und die Integration startet von vorne. Liegt der Gesamtfehler innerhalb der Toleranz, ist die Optimierung beendet und der nächste Betriebspunkt wird berechnet, bis alle Betriebspunkte durchlaufen wurden.

In Abbildung 9 ist der Ablauf des Modells schematisch dargestellt.

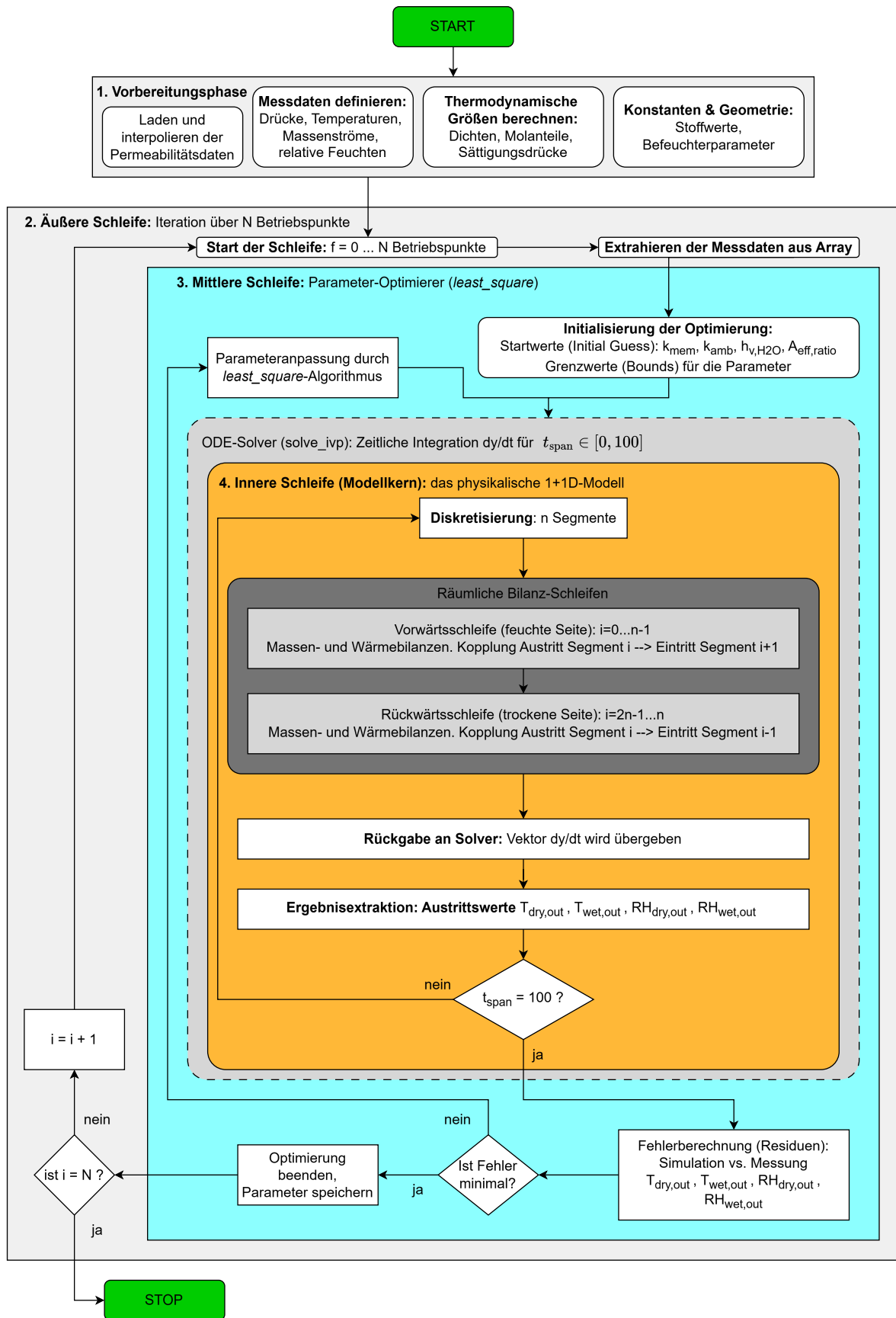


Abbildung 9: Schematischer Ablauf des Modells

4.7 Zusammenfassung Simulationsmodell

In diesem Kapitel wurde die Entwicklung und Implementierung des 1+1D-Simulationsmodells eines Membranbefeuchters beschrieben, welches darauf ausgelegt ist, die Stoffmengenanteile des Wasserdampfs und die Temperatur in diskretisierten Kontrollvolumina zu berechnen. Dazu verwendet das Modell Differentialgleichungen, die nach der Zeit integriert werden. Außerdem werden Parameter der Differentialgleichungen optimiert (hier k_{mem} , k_{amb} , $A_{\text{eff, ratio}}$ und $h_{\text{v, H}_2\text{O}}$). Dies passiert über den Abgleich der Simulationsdaten mit realen Prüfstandsdaten, indem die Residuen (hier Ausgangstemperatur und -feuchte auf der trockenen und feuchten Seite) minimiert werden. Ebenso ermöglicht das Modell eine orts aufgelöste Analyse der Temperatur und Stoffmengenanteile entlang der Strömungsrichtung der trockenen und feuchten Seite. Aufgrund des modularen Aufbaus des Programms können automatisierte Testreihen und Parameterstudien durchgeführt werden, um den Einfluss verschiedener Eingangsvariablen zu untersuchen.

5 Messdaten und Ergebnisse

5.1 Beschreibung der Messdaten

Die Grundlage für die Parameteroptimierung des in Abschnitt 4 entwickelten Simulationsmodells bildet ein experimenteller Datensatz. Die Daten wurden in Kooperation mit einem Industriepartner an einem Prüfstand des *DLR* erhoben und für diese Arbeit zur Verfügung gestellt. Jedoch müssen die Daten, wie in 1.5 erwähnt, normiert dargestellt werden. Der vermessene Membranbefeuchter ist der fumatech ecomate H50N.

Da das entwickelte Modell eine stationäre Simulation darstellt, wurden aus den zeitaufgelösten Rohdaten des Experiments gemittelte Werte extrahiert. Ein Betriebspunkt ist dabei als stationär definiert worden, wenn die Schwankung der relativen Feuchte am Ausgang der trockenen Seite $RH_{dry,out}$ über einen Zeitraum von 1 min weniger als 0,1 beträgt.

Herkunft und Umfang der Daten Der Datensatz umfasst insgesamt 29 stationäre Betriebspunkte. Diese decken ein breites Spektrum des operativen Kennfeldes des untersuchten Befeuchters ab. Die Betriebspunkte sind in Tabelle 2 dargestellt und auf die Werte des ersten Betriebspunktes normiert.

Tabelle 2: Normierte Betriebsparameter

Nr.	$P_{dry,in}$	$P_{dry,out}$	$P_{wet,in}$	$P_{wet,out}$	$T_{dry,in}$	$T_{dry,out}$	$T_{wet,in}$	$T_{wet,out}$	$RH_{dry,out}$	$RH_{wet,in}$	$RH_{wet,out}$	$\dot{m}_{wet,in}$	$\dot{m}_{dry,in}$
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1	1,1433	1,1465	1,1103	1,1409	1,0042	0,9943	0,9988	0,9735	1,4872	0,8267	0,7482	0,3797	0,3945
2	1,1320	1,1336	1,1011	1,1120	1,0039	0,9952	1,0017	0,9760	1,6530	0,8725	0,7994	0,3803	0,3917
3	1,1363	1,1389	1,0992	1,1047	1,0033	0,9969	1,0034	0,9839	2,4801	1,2865	1,0663	0,4063	0,3954
4	1,1341	1,1364	1,1011	1,1261	1,0045	0,9957	1,0037	0,9818	2,2874	1,1297	0,9835	0,401	0,3977
5	1,1308	1,1381	1,0936	1,0341	1,0034	0,9991	0,9991	0,9963	1,1160	0,8700	0,8326	0,7705	0,7932
6	1,1484	1,1539	1,1094	1,0393	1,0034	1,0014	1,0031	0,9986	1,5277	1,1302	1,0837	0,7954	0,7904
7	0,9997	0,9993	0,9823	0,9952	1,0151	1,0074	1,0003	1,0142	0,9104	1,0117	0,8853	1,1850	1,1834
8	0,9983	0,9985	0,9888	1,0036	1,0177	0,9915	0,9736	1,0055	0,7403	1,0015	0,6358	1,1364	1,1853
9	1,2278	1,2441	1,2294	1,2794	1,0036	0,9972	1,0009	0,9839	1,8825	0,9986	0,9411	0,5845	0,5991
10	0,6844	0,6848	0,6687	0,6748	1,0026	0,9966	1,0011	0,9917	1,5452	1,0001	1,0831	0,6395	0,5945
11	0,9084	0,9159	0,8703	0,8843	1,0036	0,9972	1,0011	0,9875	1,7100	1,0063	1,0236	0,6091	0,5963
12	1,0072	1,0067	1,0096	1,0485	1,0025	0,9986	0,9972	0,9991	1,0225	1,0246	1,0087	0,9882	0,9933
13	0,9064	0,9113	0,8731	0,8789	1,0039	0,9838	0,9983	0,9570	2,8351	0,9942	0,9591	0,2015	0,1994
14	1,0138	1,0196	1,0137	1,0269	1,0219	0,9847	0,9942	0,9582	2,3853	0,9476	0,7460	0,1954	0,1997
15	1,1373	1,1456	1,1514	1,1284	1,0020	0,9831	0,9977	0,9527	2,6540	1,0158	0,8988	0,1949	0,1993
16	1,1377	1,1365	1,1536	1,1477	1,0051	1,0048	1,0023	1,0068	0,9288	0,9985	0,9497	1,1568	1,1780
17	1,2258	1,2273	1,2289	1,2173	1,0030	1,0040	1,0023	1,0055	0,9726	1,0020	0,9609	1,146	1,1749
18	0,7302	0,7221	0,6979	0,7003	0,9352	0,9257	0,9174	0,9381	1,1770	1,1461	0,8339	0,7407	0,7939
19	0,9949	0,9956	0,9964	1,0103	0,9322	0,9265	0,9184	0,9366	1,4033	1,2347	0,8501	0,7395	0,7942
20	0,8670	0,8627	0,8486	0,8604	0,9339	0,9262	0,9186	0,9371	1,2968	1,1902	0,8473	0,7393	0,7970
21	1,1416	1,1516	1,0975	1,1231	1,0027	1,0057	1,0074	1,0092	1,7221	1,3073	1,2029	0,8255	0,7917
22	1,1376	1,1472	1,1013	1,0947	1,0017	1,0015	1,0003	1,0039	1,2756	1,0016	0,9132	0,7832	0,7931
23	1,0023	0,9939	1,0014	0,9991	1,0169	1,0059	1,0017	1,0043	1,1601	1,0099	0,9035	0,7977	0,7958
24	1,1333	1,1474	1,1068	1,1047	1,0026	0,9952	1,0003	0,9873	1,9821	1,0228	0,8522	0,3905	0,3961
25	1,0072	1,0185	1,0003	1,0362	1,0188	1,0000	0,9997	0,9954	1,6345	0,9959	0,7579	0,3921	0,3952
26	1,1381	1,1448	1,0975	1,1017	1,0039	0,9985	1,0009	0,9919	1,8250	1,0077	0,8370	0,39	0,3959
27	1,1357	1,1403	1,0984	1,1208	1,0177	1,0077	1,0020	1,0153	1,1105	0,9990	0,8037	0,7841	0,7922
28	1,1387	1,1488	1,1000	1,1507	1,0182	1,0057	1,0019	1,0107	1,1558	0,9814	0,8109	0,7791	0,7901

Zusätzlich wurden folgende Daten für das Simulationsmodell gemessen:

- Außenfläche des Befeuchters $A_{hum} = 0,1 \text{ m}^2$
- Länge der Befeuchterstrecke $L_{tubes} = 0,234 \text{ m}$
- Anzahl der Röhrchen (extrapoliert) $n_{tubes} = 6092$
- Durchmesser eines Röhrchens $D_{tube} = 0,93 \text{ mm}$
- Dicke der Membran $\delta_{mem} = 20 \text{ }\mu\text{m}$

- Wärmeleitfähigkeit der Membran $\lambda = 0,29 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$ [29]
- Formfaktoren für Druckverlust
 $k_{\text{hm},i} = \{-2,037 \times 10^{13}; 1,518 \times 10^9; -1,586 \times 10^9; 3,205 \times 10^9\}^T$ [21]
- $RH_{\text{dry,in}} = 0$

Die Daten für die Permeabilität stammen vom Hersteller des Befeuchters.[30]

5.2 Versuchsbedingungen und Zielgrößen der Parameteroptimierung

Wie bereits in 4.4.2 beschrieben, werden die Parameter k_{mem} , k_{amb} , $A_{\text{eff, ratio}}$ und $h_{\text{v,H}_2\text{O}}$ mittels *least_square*-Verfahren anhand der vorhandenen Messdaten ermittelt. Die Zielgrößen für den Optimierer sind dabei:

1. Relative Feuchte am Austritt der trockenen Seite ($RH_{\text{dry,out}}$)
2. Relative Feuchte am Austritt der feuchten Seite ($RH_{\text{wet,out}}$)
3. Austrittstemperatur der trockenen Seite ($T_{\text{dry,out}}$)
4. Austrittstemperatur der feuchten Seite ($T_{\text{wet,out}}$)

Die relative Feuchte RH ist die primäre Zielgröße für die Befeuchtungsleistung. Die Übereinstimmung dieses Wertes validiert die präzise Modellierung der Wasserübertragungsrate über die Membran sowie die korrekte Implementierung der Permeabilität. Jedoch ist die relative Feuchte durch den Sättigungsdampfdruck $p_{\text{sat}} = p(T)$ abhängig von der Temperatur, weshalb die Austrittstemperatur ebenfalls relevant ist.

Die Austrittstemperatur $T_{\text{i,out}}$ gibt Aufschluss über den modellierten Wärmefluss. Die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten validiert sowohl die korrekte Wärmeübertragung als auch die korrekte Stoffbilanz, da mit dem Stoffstrom $\dot{n}_{\text{H}_2\text{O,mem}}$ auch ein Enthalpiestrom einhergeht.

Um die Modellgüte beurteilen zu können, werden die Abweichungen zwischen Simulation und realer Messung mathematisch über den absoluten Fehler der relativen Feuchte sowie der Temperatur [K] bewertet:

$$\begin{aligned}
 \Delta RH_{\text{dry}} &= |RH_{\text{dry,out,Sim}} - RH_{\text{dry,out,Mess}}| \\
 \Delta RH_{\text{wet}} &= |RH_{\text{wet,out,Sim}} - RH_{\text{wet,out,Mess}}| \\
 \Delta T &= |T_{\text{dry,out,Sim}} - T_{\text{dry,out,Mess}}| \\
 \Delta T &= |T_{\text{wet,out,Sim}} - T_{\text{wet,out,Mess}}|
 \end{aligned} \tag{38}$$

5.3 Simulationsergebnisse

Um eine bessere Einordnung der Ergebnisse zu erlangen, sind die Identifikationsparameter und die einzelnen Fehler der Zielgrößen sowie der Gesamtfehler S , wie in 5.2 beschrieben, in Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Simulationsergebnisse und Fehlerwerte

f	k_{mem} [$\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$]	k_{amb} [$\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$]	$h_{\text{v,H}_2\text{O}}$ [$\frac{\text{J}}{\text{mol}}$]	$A_{\text{eff, ratio}}$ [–]	Err T_{dry} [K]	Err T_{wet} [K]	Err RH_{dry} [%p]	Err RH_{wet} [%p]	S [–]
0	10,6361	89,0483	895,1	0,5967	0,2248	0,3930	3,2177	2,7824	0,6680
1	4,9751	83,6734	566,7	0,5905	0,3716	0,2147	3,6375	1,9166	0,6203
2	4,8151	80,9985	624,5	0,5805	0,3801	0,2166	3,4042	1,8294	0,5624
3	3,7210	65,8523	542,8	0,5057	0,9925	0,5277	5,8981	3,3537	2,0704
4	3,7465	75,3863	900,2	0,5440	0,5653	0,3047	3,7268	2,1255	0,7814
5	11,0471	90,9152	778,9	0,6373	0,1408	0,1737	1,9061	1,4902	0,2079
6	8,6163	85,1460	808,0	0,5467	0,3547	0,4207	3,4563	2,7515	0,7613
7	16,3494	86,8434	1231,3	0,7126	0,0717	0,1439	1,2291	1,2185	0,1065
8	21,8657	108,6376	2017,4	0,7711	0,0591	0,1031	1,1881	1,1818	0,0948
9	7,8817	105,0775	567,4	0,6241	0,0956	0,0638	0,8318	0,4915	0,0358
10	9,3852	92,1397	124,7	0,7799	0,0530	0,0668	0,5430	0,4472	0,0191
11	8,4333	97,4473	147,4	0,7248	0,1448	0,1320	1,3215	0,9172	0,1001
12	10,7031	96,9183	1463,3	0,5715	0,1824	0,3162	2,6054	2,2362	0,4350
13	4,7948	70,3483	131,2	0,4831	0,2701	0,0930	1,5163	0,6626	0,1264
14	5,8116	81,9422	367,9	0,4482	0,1586	0,0489	1,0568	0,4483	0,0549
15	4,4501	69,5051	731,1	0,3671	0,1533	0,0477	0,8886	0,3510	0,0414
16	10,9444	87,8761	1246,9	0,6120	0,1825	0,3225	2,8563	2,4499	0,5112
17	10,1033	87,0506	1261,7	0,5816	0,2021	0,3423	3,0130	2,5583	0,5672
18	17,2617	80,4147	3202,2	0,4955	0,0913	0,1397	1,0930	1,1060	0,0895
19	16,9974	70,9780	3038,5	0,4279	0,0347	0,0397	0,3390	0,3014	0,0078
20	16,8166	78,8700	3368,7	0,4566	0,0364	0,0472	0,3862	0,3607	0,0105
21	7,3568	54,2102	553,6	0,4574	0,4367	0,5887	3,8224	3,5319	1,1151
22	13,6812	63,7009	356,6	0,5716	0,1109	0,1451	1,3543	1,1658	0,1165
23	11,2901	93,9124	969,5	0,6502	0,1805	0,2319	2,3573	1,8587	0,3248
24	5,4511	63,5768	912,7	0,5309	0,1536	0,0932	1,2123	0,7779	0,0810
25	7,9083	67,7086	770,6	0,5733	0,2082	0,1387	1,9688	1,3069	0,2058
26	6,5043	54,9035	556,0	0,5079	0,1440	0,0974	1,2402	0,8349	0,0850
27	13,5424	64,2240	1389,5	0,6003	0,1309	0,1838	1,8210	1,6960	0,2190
28	11,9168	81,5447	1738,5	0,6272	0,1589	0,2059	2,0997	1,8573	0,2794

5.4 Einordnung der Ergebnisse

Wärmedurchgangskoeffizient der Membran k_{mem} Die optimierten Werte der Wärmedurchgangskoeffizienten der Membran k_{mem} schwanken zwischen ca. 3,7 und 21,9 $\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$.

Umgebungswärmeübergang k_{amb} Die Werte für k_{amb} liegen relativ stabil im Bereich zwischen 54,2 und 108,6 $\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$.

Effektives Flächenverhältnis $A_{\text{eff, ratio}}$ Das Flächenverhältnis liegt im Bereich von 0,37 und 0,78.

Spezifische Sorptionsenthalpie $h_{\text{v,H}_2\text{O}}$ Dieser Parameter zeigt eine extreme Streuung von 124,7 bis 3.368,7 $\frac{\text{J}}{\text{mol}}$.

5.4.1 Bewertung der Modellgenauigkeit und Fehlermerkmale

Die Güte der Parameteridentifikation lässt sich anhand der verbleibenden Fehler (Residuen) zwischen den experimentellen Messwerten und den Simulationsergebnissen beurteilen. Die in Tabelle 3 dargestellten Fehlerwerte für die Betriebspunkte zeigen die hohe Übereinstimmung mit der Realität.

Die Abweichungen in den Austrittstemperaturen sind über das gesamte Kennfeld hinweg als gering einzustufen. Jeder Betriebspunkt weist einen Temperaturfehler von unter 1 K auf. Besonders präzise ist das Modell in den Punkten 19 und 20 mit Fehlern zwischen 0,035 und 0,047 K. Die maximale Abweichung tritt in Betriebspunkt 3 mit 0,99 K auf, was jedoch einer prozentualen Abweichung von 0,28 % von der Gesamttemperatur entspricht und somit als niedrig anzusetzen ist.

Die Fehler der relativen Feuchte sind aufgrund der hohen Sensitivität gegenüber Temperaturschwankungen erwartungsgemäß höher als die Temperaturfehler. Die mittlere Abweichung am trockenen Austritt über alle Betriebspunkte hinweg liegt bei 2,07 %¹. Der größte Fehler findet sich ebenfalls im Betriebspunkt 3 mit ca. 5,9 %*p*. Die mittlere Abweichung auf der feuchten Seite beträgt 1,52 %*p* mit der höchsten Abweichung in Punkt 3 mit ca. 3,4 %*p*.

Aufgrund der Temperaturabhängigkeit des Sättigungsdampfdrucks sind die Fehler der Temperatur und der relativen Feuchte gekoppelt. Dies erklärt die Fehlermaxima beider Zielgrößen in Betriebspunkt 3.

Der kombinierte Fehlerwert S , welcher das gewichtete Abbruchkriterium des *least_square*-Algorithmus repräsentiert, unterstreicht die Robustheit der Optimierung. 23 der 29 Betriebspunkte weisen einen Gesamtfehler $S < 0,6$ auf. Hervorzuheben sind die Betriebspunkte 9, 10, 14, 15, 19 und 20, die einen Gesamtfehler von $S < 0,06$ besitzen. Die geringen Residuen zeigen, dass das System aus gekoppelten Differentialgleichungen in der Lage ist, das physikalische System größtenteils abzubilden. Die verbleibenden Fehler sind vermutlich auf die Limitation des 1+1D-Ansatzes sowie auf Messtoleranzen der Prüfstandssensorik zurückzuführen. Näheres wird in 7.3 erläutert.

5.4.2 Fazit der Parameteridentifikation für die Systematische Untersuchung

Der Übergang vom „Fitting“ einzelner Punkte zur Ermittlung allgemeiner physikalischer Zusammenhänge ist durch die Simulationsergebnisse (Tabelle 3) legitimiert, stellt aber auch Herausforderungen dar:

1. Erkenntnis: Ein universeller Parametersatz existiert nicht. Vielmehr variieren die Parameter in Abhängigkeit vom Betriebspunkt.
2. Robustheit: Für die ausgewählten Betriebspunkte gibt es keine Parametersätze, die Residuen von Null aufweisen. Das deutet darauf hin, dass das Modell noch nicht vollständig die physikalischen Zusammenhänge abbildet. Für weitere Verbesserungsmaßnahmen müssen die vorliegenden Ergebnisse analysiert werden.
3. Strategie: Die gefundene optimale Parameterwolke muss auf physikalische Korrelationen hin überprüft werden.

¹%*p* – Prozentpunkte, z.B. $ErrRH = 31\% - 30\% = 1\%p$ relative Feuchte

5.5 Grenzen des Modells

1. Stationarität des Modells Eine große Einschränkung ist der stationäre Ansatz des Modells. In realen Anwendungen können hochdynamische Prozesse aufgrund von Lastwechseln auftreten, die in dem Modell nicht abgebildet werden können.

Außerdem sind thermische Trägheiten des Gehäuses oder die Zeitverzögerung beim Stofftransport durch die Membran nicht abgebildet.

2. Eindimensionalität (1D-Ansatz) Das Modell ist als Fadenstrommodell entlang der z-Achse aufgebaut. Es vernachlässigt radiale Gradienten innerhalb der Röhrchen in Bezug auf Feuchtigkeit und Temperatur. Im Mantelraum können Effekte aufgrund einer nicht parallelen Anströmung zu einer geänderten lokalen Feuchtigkeit oder Temperatur führen. Diese werden zwar numerisch durch die Optimierungsvariablen kompensiert, jedoch nicht physikalisch abgebildet.

3. Umgang mit flüssigem Wasser (Zweiphasenströmung) Das Modell basiert auf der Bilanzierung von Gasphasen. Wenn die relative Feuchte auf der feuchten oder trockenen Seite 100 % übersteigen würde, kommt es in der Realität zu Kondensation. Flüssiges Wasser verändert die Druckverluste und blockiert aktive Membranfläche. Das Modell kann das sog. „Flooding“ physikalisch nicht abbilden.

4. Grenzen der Parameteridentifikation Die Nutzung des *least_square*-Algorithmus zur Bestimmung von k_{mem} , $h_{\text{v,H}_2\text{O}}$, k_{ambient} und $A_{\text{eff, ratio}}$ ist eine sehr effiziente Methode, birgt allerdings das Risiko der Überanpassung. Die so identifizierten Parameter können potentielle Messfehler oder nicht abgebildete physikalische Effekte kompensieren.

Das kann dazu führen, dass die ermittelten Parameter und deren Korrelationen für einen anderen Befeuchter nicht vollständig passen und anders skalieren.

6 Systematische Untersuchung

Die Ergebnisse der Parameteridentifikation liefern ein differenziertes Bild über die physikalische Güte des Modells. Mit den zugrunde liegenden Differentialgleichungen schafft es der Optimierer, die Betriebspunkte gut abzubilden. Die Parameter sind jedoch nicht eindeutig physikalisch zu deuten.

Die vier optimierten Identifikationsparameter k_{mem} , k_{amb} , $A_{\text{eff, ratio}}$ und $h_{\text{v, H}_2\text{O}}$ zeigen über die verschiedenen Betriebspunkte hinweg eine signifikante Streuung, was auf eine starke Abhängigkeit von den jeweiligen thermodynamischen Zuständen und den Massenströmen hindeutet.

Um eine fundierte aber trotzdem anschauliche Analyse liefern zu können, werden die Parameter in Abhängigkeit von verschiedenen Größen grafisch dargestellt.

6.1 Analyse des Wärmedurchgangskoeffizienten der Membran (k_{mem})

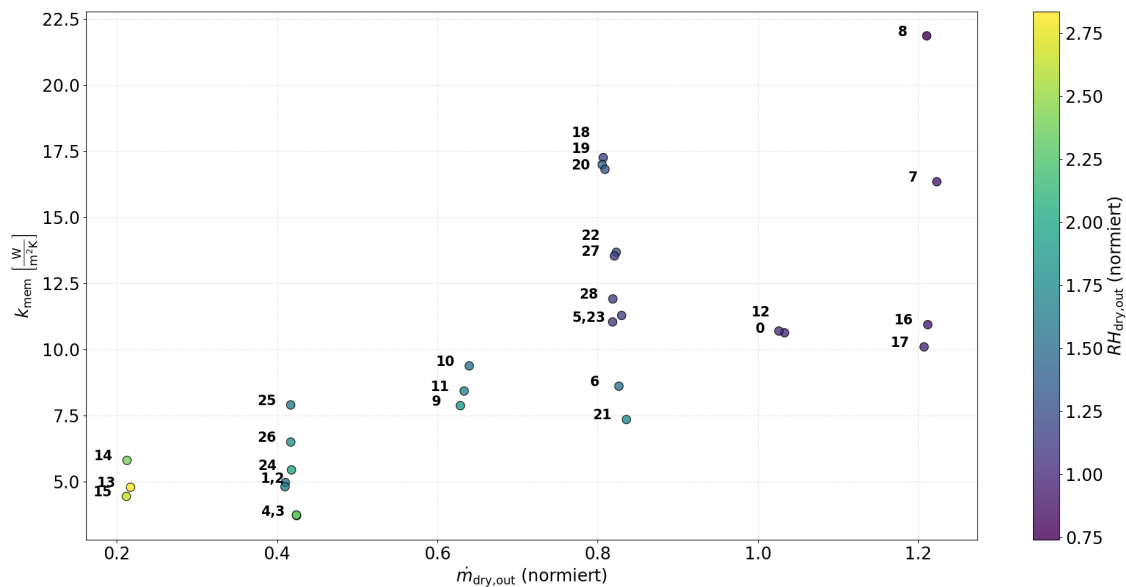


Abbildung 10: Wärmedurchgangskoeffizient k_{mem} aufgetragen über dem normierten trockenen Einlassmassenstrom $\dot{m}_{\text{dry, out}}$. Die Farbcodierung der Betriebspunkte repräsentiert die normierte relative Feuchte am Austritt der trockenen Seite.

In Abbildung 10 ist der Wärmedurchgangskoeffizient k_{mem} in Abhängigkeit vom Massenstrom am trockenen Ausgang $\dot{m}_{\text{dry, out}}$ von jedem Betriebspunkt dargestellt. Zusätzlich sind die Datenpunkte nach der Austrittstemperatur $T_{\text{dry, out}}$ eingefärbt und mit der jeweiligen Betriebspunktnummer aus Tabelle 3 versehen.

Korrelation mit dem Massenstrom Es ist eine deutliche Korrelation zwischen k_{mem} und $\dot{m}_{\text{dry, out}}$ sichtbar. Für niedrige Massenströme (normiert $\dot{m}_{\text{dry, out}} < 0,65$) verringert sich der Wärmedurchgangskoeffizient ($k_{\text{mem}} \lesssim 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$) zu niedrigeren Massenströmen hin.

Mit zunehmendem Massenstrom (normiert $\dot{m}_{\text{dry, out}} > 0,8$) steigen die identifizierten Werte kontinuierlich in einem Bereich zwischen 7 und $22 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$.

Dies lässt sich mit der erzwungenen Konvektion erklären. Höhere Massenströme führen zu höheren Strömungsgeschwindigkeiten in den Röhrchen sowie im Mantelraum. Die höhere

Geschwindigkeit führt zu einer reduzierten thermischen Grenzschicht und somit zu einem höheren Wärmedurchgangskoeffizienten.

Einfluss der relativen Feuchte Die relative Feuchte $RH_{\text{dry,out}}$ am Austritt der trockenen Seite korreliert ebenfalls mit k_{mem} . Bei hohen relativen Feuchten treten niedrige k_{mem} auf und bei niedrigen relativen Feuchten vermehrt hohe Wärmedurchgangskoeffizienten. Dieser Zusammenhang ist auf die Korrelation zwischen der relativen Feuchte und dem Massenstrom zurückzuführen. Bei niedrigen Massenströmen ist die Verweildauer in den Röhrchen höher und das Gas kann mehr Wasserdampf aufnehmen. Bei hohen Massenströmen ist der Effekt analog umgekehrt wodurch die relative Feuchte am Ausgang tendenziell geringer ist.

6.2 Analyse des Wärmedurchgangskoeffizienten an die Umgebung (k_{amb})

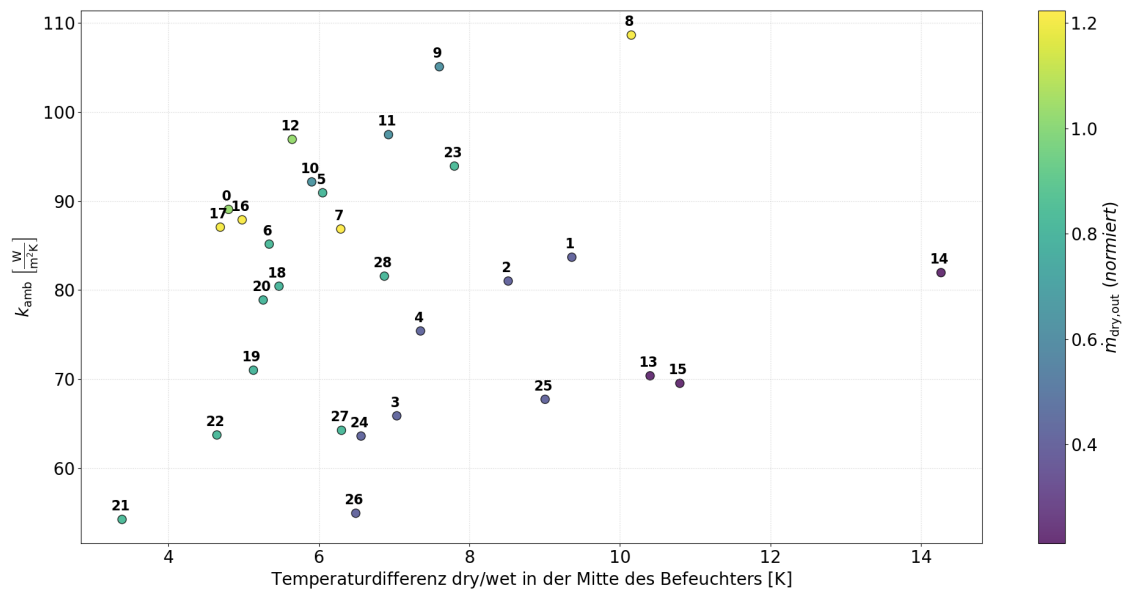


Abbildung 11: Wärmedurchgangskoeffizient an die Umgebung k_{amb} aufgetragen über die Temperaturdifferenz zwischen der trockenen und feuchten Seite in der Mitte des Befeuchters. Die Farbcodierung der Betriebspunkte repräsentiert den normierten Massenstrom $\dot{m}_{\text{dry,out}}$ am Austritt der trockenen Seite.

Die Abbildung 11 zeigt die Simulationsergebnisse für den Parameter k_{amb} über die Temperaturdifferenz zwischen dem trockenen und feuchten Pfad ($\Delta T_{\text{dry,wet}}$) in der Mitte des Befeuchters. Die Einfärbung der Datenpunkte zeigt zusätzlich den trockenen Austrittsmassenstrom $\dot{m}_{\text{dry,out}}$.

Wertebereich und genereller Trend Die identifizierten Werte für k_{amb} liegen im Bereich von etwa 54 und $109 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$. Es lässt sich eine tendenzielle Zunahme des Koeffizienten k_{amb} mit steigendem Massenstrom $\dot{m}_{\text{dry,out}}$ feststellen, jedoch zeigt sich ebenfalls eine starke Streuung des Parameters.

Korrelation mit dem Massenstrom Der Wärmedurchgangskoeffizient zeigt eine Abhängigkeit vom Austrittsmassenstrom $\dot{m}_{\text{dry,out}}$. Während höhere Werte von k_{amb} ($> 85 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$) ausschließlich mit höheren Massenströmen ($\dot{m}_{\text{dry,out}} > 1 [-]$) einhergehen, treten bei geringeren Massenströmen sowohl geringere als auch mittlere und hohe Wärmedurchgangskoeffizienten auf. Das Phänomen der hohen Wärmedurchgangskoeffizient bei hohen Massenströmen lässt

sich ebenso wie bei dem Wärmedurchgangskoeffizienten der Membran k_{mem} mit der erhöhten erzwungenen Konvektion erklären.

Außerdem kann ein variierender Wärmeübergangskoeffizient an die Umgebung auch durch veränderliche Umgebungsbedingungen hervorgerufen werden, wie der Übergang von natürlicher Konvektion zu erzwungener Konvektion durch ein geöffnetes Fenster oder einen Lüfter.

In der Untersuchung stellt Betriebspunkt 8 eine Besonderheit dar, die durch den maximalen Wärmeübergangskoeffizienten an die Umgebung mit $k_{\text{amb}} = 108,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$ gekennzeichnet ist. Dieses Merkmal resultiert primär aus der Kombination von einem maximalen Massenstrom ($\dot{m}_{\text{wet,in}} \approx 1,1364$) und einer hohen thermischen Triebkraft. Die Eintrittstemperatur auf der feuchten Seite ist im Vergleich zu den restlichen Betriebspunkten eher niedrig. Im Vergleich dazu markiert die Eintrittstemperatur der trockenen Seite einen der höchsten Werte. Dies resultiert in einer signifikanten mittleren Temperaturdifferenz zwischen der trockenen und der feuchten Seite, was die Positionierung des Betriebspunktes im rechten Bereich der x-Achse erklärt. In Kombination mit der niedrigsten Austrittsfeuchtigkeit ($RH_{\text{wet,out}} \approx 0,64$) wird deutlich, dass die Wärmeleitung gegenüber der latenten Wärme dominiert, was zu einem hohen k_{amb} führt. Dies sieht man auch am Wärmedurchgangskoeffizienten k_{mem} in Abbildung 10, wo der Betriebspunkt 8 den höchsten Wert markiert.

6.3 Analyse des effektiven Flächenverhältnisses $A_{\text{eff,ratio}}$

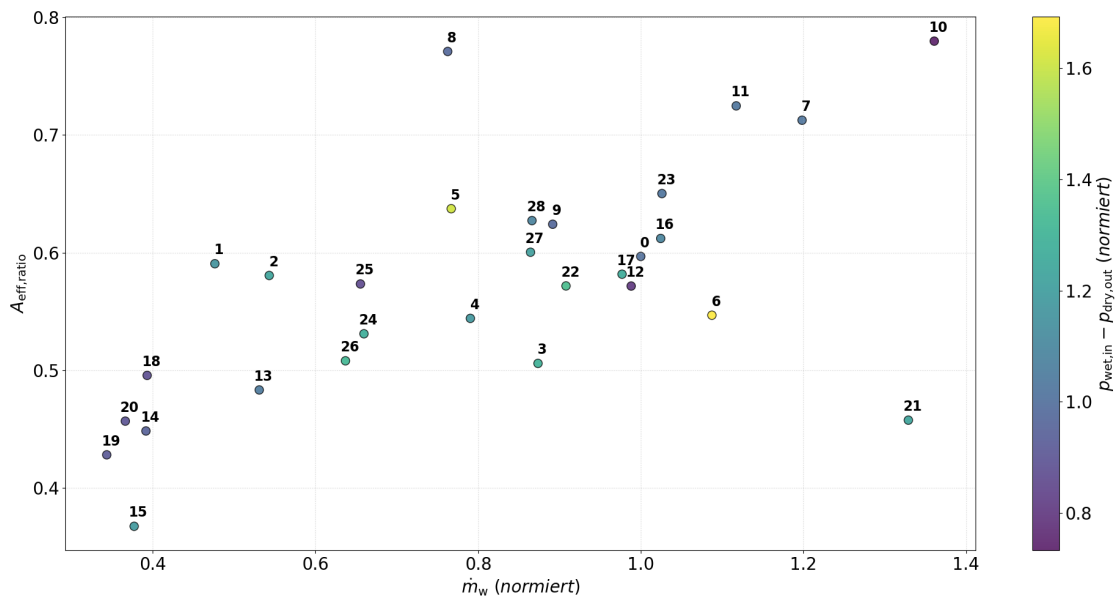


Abbildung 12: Effektives Flächenverhältnis $A_{\text{eff,ratio}}$ aufgetragen über den normierten Wassertransfermassenstrom $\dot{m}_w$. Die Farbcodierung der Betriebspunkte repräsentiert die normierte Druckdifferenz zwischen dem Einlass der feuchten Seite und dem Auslass der trockenen Seite $p_{\text{wet,in}} - p_{\text{dry,out}}$.

Wertebereich und Verteilung Die identifizierten Werte für $A_{\text{eff,ratio}}$ liegen in einem Bereich von ca. 0,36 und 0,78. Konsistent ist, dass kein Wert die physikalische Grenze von 1,0 übersteigt. Die Mehrheit der Betriebspunkte gruppiert sich im Bereich von 0,43 und 0,65.

Korellation mit dem Massenstrom $\dot{m}_w$ Es ist ein tendenzieller Anstieg des Flächenverhältnisses mit zunehmendem Massenstrom $\dot{m}_w$ erkennbar. $\dot{m}_w$ beschreibt den Massenstrom an

Wasser, der durch die Membran transportiert wird. Dieser Massenstrom kann über die relative Austrittsfeuchte auf der trockenen Seite bestimmt werden:

$$\dot{m}_w = \dot{m}_{\text{dry,in}} \cdot w_x = \frac{M_W}{M_{\text{Luft}}} \cdot \dot{m}_{\text{dry,in}} \cdot \frac{p_w}{p_{\text{dry,out}} - p_w} \quad (39)$$

mit

w_x - Massenanteil Wasserdampf

M_W - Molare Masse Wasser

M_{Luft} - Molare Masse Luft

p_w - Partialdruck Wasserdampf

Dieser Zusammenhang ist ein starkes Indiz für die Konzentrationspolarisation. Bei hohen Transferraten sinkt der Partialdruck von Wasserdampf direkt an der Membranoberfläche stark ab (Grenzschichtbildung).[16]

Da das aktuelle 1+1D-Modell diesen lokalen Gradienten nicht auflöst, muss der Optimierer diesen Effekt kompensieren. Es wird rechnerisch mehr aktive Übertragungsfläche und somit ein höheres $A_{\text{eff, ratio}}$ „benötigt“, damit der höhere Massenstrom $\dot{m}_w$ aufrechterhalten werden kann. Ein effektives Flächenverhältnis $A_{\text{eff, ratio}}$ von durchschnittlich 0,57 bedeutet, dass nur 57 % der geometrisch verfügbaren Membranfläche effektiv am Stoffaustausch teilnehmen. Dies lässt sich durch die Verblockung der Membran, z.B. durch andere anliegende Röhrchen oder eine ungleichmäßige Kanaldurchströmung durch seitliche Ein- und Ausströmung in den Befeuchter erklären. Die Verblockung kann z.B. durch ein Quellen der Membran bei höheren Temperaturen und Feuchtigkeiten verstärkt werden. Für die Simulationsdaten lässt sich eine Regressionsgerade für $A_{\text{eff, ratio}}(\dot{m}_w)$ bilden. Diese lautet:

$$A_{\text{eff, ratio}}(\dot{m}_w) = 0,2077 \dot{m}_w + 0,4054 \quad (40)$$

Der Determinationskoeffizient liegt bei $R^2 = 0,3757$. Damit zeigt sich mathematisch, dass der steigende Zusammenhang erkennbar ist, jedoch nicht die gesamte Korrelation des Parameters über den Massenstrom $\dot{m}_w$ abgebildet wird.

6.4 Analyse der effektiven Sorptionsenthalpie h_{v, H_2O}

Im Gegensatz zu den strukturellen Parametern wie dem effektiven Flächenverhältnis oder den Gehäuseverlusten weist der Identifikationsparameter h_{v, H_2O} eine signifikante Streuung auf, wie in Abbildung 13 zu sehen ist.

Aus thermodynamischer Sicht sollte h_{v, H_2O} der Verdampfungsenthalpie von Wasser entsprechen. [14] Die signifikanten Abweichungen zeigen, dass dieser Parameter vom Optimierungsalgorithmus als numerisches Korrekturglied genutzt wird, um die Energiebilanz zwischen den Strömen zu schließen. Ein wesentlicher Grund hierfür liegt vermutlich in der geringen Dicke der Membran. Kommt es auf der feuchten Seite zur Kondensation, wobei Energie frei wird, und verdampft das Wasser auf der trockenen Seite direkt wieder, entsteht ein thermischer Kurzschluss. Die freiwerdende Wärme der Kondensation wird dadurch größtenteils direkt für die Verdampfung genutzt, sodass nur ein kleiner Teil der Enthalpie in den Gasstrom übergeht.

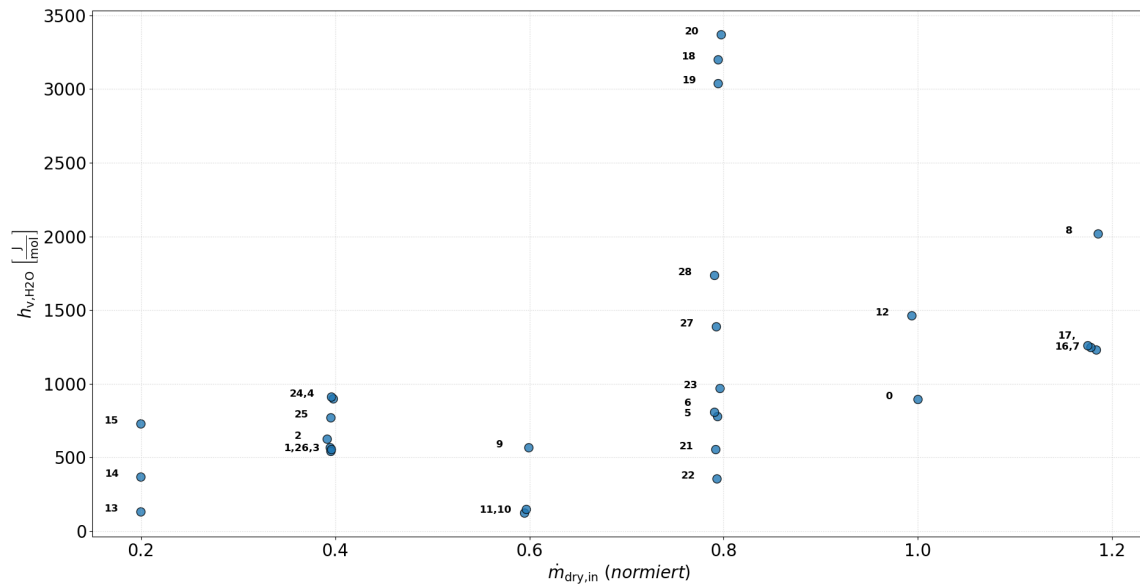


Abbildung 13: Sorptionsenthalpie aufgetragen über den normierten Einlassmassenstrom $\dot{m}_{\text{dry,in}}$ auf der trockenen Seite.

Abhängigkeit vom trockenen Luftmassenstrom $\dot{m}_{\text{dry,in}}$ Mit Abbildung 13 lässt sich feststellen, dass tendenziell mit steigendem Massenstrom auch die Sorptionsenthalpie, die an das Gas übertragen/ dem Gas entzogen wird, steigt. Die Betriebspunkte 18, 19 und 20 bilden hier mit Werten zwischen 3000 und 3400 J/mol Ausnahmen bei diesem Trend. Die Betriebspunkte wurden jedoch im Vergleich zu den restlichen Betriebspunkten bei deutlich geringeren Betriebstemperaturen aufgenommen.

6.5 Untersuchung der Parameterkopplung k_{mem} und $h_{\text{v,H}_2\text{O}}$

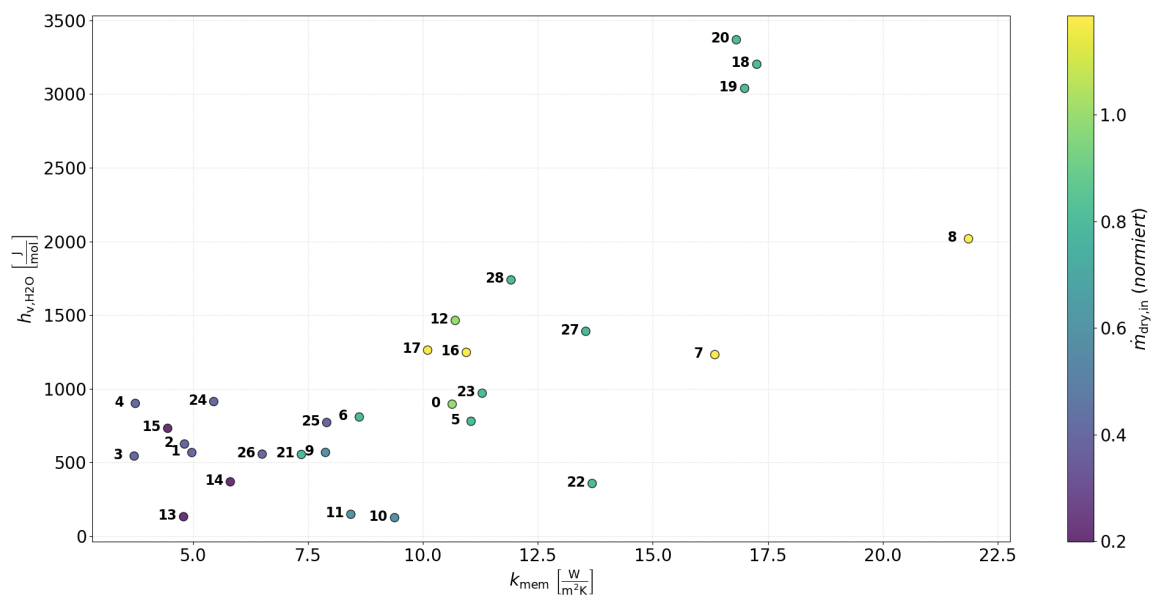


Abbildung 14: Sorptionsenthalpie aufgetragen über den Wärmedurchgangskoeffizienten k_{mem} . Die Farbcodierung der Betriebspunkte repräsentiert den normierten Einlassmassenstrom $\dot{m}_{\text{dry,in}}$ auf der trockenen Seite.

Um das Verhalten der Parameter besser zu verstehen, lässt sich die Parameterkopplung verwenden. Dazu ist in Abbildung 14 die ermittelte Sorptionsenthalpie h_{v,H_2O} über die Wärmedurchgangskoeffizienten k_{mem} aufgetragen. Es zeigt sich eine positive Korrelation. Das bedeutet, dass wenn das Modell eine höhere Sorptionsenthalpie annimmt, tendenziell ebenfalls eine höheres k_{mem} angenommen werden muss, damit die gemessenen Austrittstemperaturen und -feuchtigkeiten vom Modell erreicht werden.

Einfluss des Massenstroms $\dot{m}_{dry,in}$ Ein wesentlicher Faktor für das Verständnis der Parameterverteilung ist der Einfluss des Massenstroms. Es zeigt sich, dass der Massenstrom sowohl positiv mit der Sorptionsenthalpie als auch mit dem Wärmedurchgangskoeffizienten korreliert. Für die Simulationsdaten lässt sich eine Regressionsfunktion bilden:

$$h_{v,H_2O} = 375,1794 \cdot e^{0,0972 \cdot k_{mem}} \quad (41)$$

Der Determinationskoeffizient liegt bei $R^2 = 0,5256$.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die durchgeführten Parameteridentifikationen über ein Kennfeld von 29 Betriebspunkten liefern ein größtenteils konsistentes Bild und bestätigen die Modellgüte und die zugrunde liegenden Transportphänomene. Die zentralen Ergebnisse lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- Das entwickelte 1+1D Modell ist in der Lage, die experimentellen Austrittszustände mit einer akzeptablen Genauigkeit abzubilden. Für die meisten Betriebspunkte konnten die Residuen für die Temperatur auf unter 1 K und für die relative Feuchte auf der trockenen Seite auf unter 3,0 %p und auf der feuchten Seite auf unter 2,1 %p minimiert werden.
- Die Untersuchung zeigt deutlich, dass die Identifikationsparameter keine Konstanten sind. Insbesondere der Wärmedurchgangskoeffizient der Membran k_{mem} und an die Umgebung k_{amb} zeigen klare Abhängigkeiten vom Eintrittsmassenstrom $\dot{m}_{\text{dry,in}}$.
- Das effektive Flächenverhältnis $A_{\text{eff,ratio}}$ zeigt eine positive Korrelation mit der Wassertransferrate $\dot{m}_{\text{w}}$. Dieser Zusammenhang deutet darauf hin, dass der Parameter $A_{\text{eff,ratio}}$ den Effekt der Konzentrationspolarisation kompensiert, da das 1D-Modell diesen Effekt nicht darstellen kann.

Die ermittelte Regressionsgerade lautet: $A_{\text{eff,ratio}}(\dot{m}_{\text{w}}) = 0,2077 \dot{m}_{\text{w}} + 0,4054$.

- Das Modell koppelt den Wärmeübergang (k_{mem}) und die Sorptionsenthalpie an das Gas ($h_{\text{v,H}_2\text{O}}$), um die Bilanzierung mit den realen Messdaten korrekt abzubilden. Beide Parameter korrelieren positiv über $h_{\text{v,H}_2\text{O}} = 375,1794 \cdot e^{0,0972 \cdot k_{\text{mem}}}$ miteinander.

7.2 Bewertung des entwickelten Modells

Die Bewertung des Modells erfolgt unter Berücksichtigung der Balance zwischen Recheneffizienz und physikalischer Abbildungstiefe.

Eine rein statistische Bewertung des Modells erweist sich aufgrund der teils ausgeprägten Uneindeutigkeit der Simulationsergebnisse als unzureichend und besitzt nur begrenzte Aussagekraft.

Stärken des Modells: Eine Stärke des Modells ist seine numerische Robustheit. Die Kombination aus dem Integrationsolver (*solve_ivp*/LSODAS-Algorithmus) und der Fehlerminimierung (*least_square*/trf-Algorithmus) führt selbst bei steifen Differentialgleichungssystemen zu konvergenten Lösungen. Durch den Ansatz der Segmentierung in Kontrollvolumina werden lokale Effekte und Gradienten entlang der Strömung präzise abgebildet.

Ein weiteres positives Merkmal ist der strukturierte Aufbau des Modells, wodurch sich zum einen Optimierungspotentiale (7.3) einfach und transparent einbinden lassen. Zum anderen wurde das Modell zwar für einen konkreten Befeuchter optimiert, jedoch lassen sich die Parameter (wie Röhrchenzahl, Befeuchterlänge etc.) einfach anpassen, wodurch eine große Bandbreite an Hohlfasermembranbefeuchtern abgebildet werden kann.

Schwächen und Limitationen des Modells: Die größte Schwäche des Modells liegt in der Nicht-Eindeutigkeit der Parameterkombinationen. Es ist nicht genau ersichtlich, wie sich die Parameter in welchem Umfang gegenseitig beeinflussen, sodass eine physikalische

Interpretation der Ergebnisse und einzelner Parameter nur eingeschränkt möglich ist. Eine Verringerung der möglichen Freiheitsgrade, z.B. durch die Isolierung der Befeuchterhülle ($k_{\text{amb}} = 0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$) könnte zu einer Entkopplung der Parameter und somit zu einer größeren Eindeutigkeit führen (7.4). Eine statistische Erfassung der Ergebnisse, z.B. über eine Regressionsanalyse, ist aufgrund der großen Streuung und der Uneindeutigkeit der Werte nur eingeschränkt möglich.

Eine weitere Schwäche ist die Eindimensionalität des Modells. Dadurch werden Effekte wie Konzentrationsunterschiede in Oberflächennähe der Membran zum Kernstrom nicht erfasst und durch die Optimierung der Parameter kompensiert.

7.3 Diskussion der Modelllimitation und Optimierungspotentiale

Obwohl das entwickelte Modell die wesentlichen Transportphänomene des Membranbefeuchters abbildet, unterliegt es aufgrund notwendiger Vereinfachungen und Annahmen gewissen Limitationen. Im Folgenden werden diese Einschränkungen diskutiert und Ansätze zur weiteren Steigerung der Modellgüte aufgezeigt.

7.3.1 Datenqualität und reale Hardware-Effekte

Ein zentraler Aspekt ist die Messunsicherheit des Prüfstands. Die Sensordaten fließen direkt in die Parameteridentifikation ein, ohne dass deren Fehlertoleranzen, z.B. Hystereseeffekte oder thermische Trägheit, explizit diskutiert oder im Modell berücksichtigt werden. Dies kann dazu führen, dass der Optimierungsalgorithmus Messungenauigkeiten durch unphysikalische Parameteranpassungen kompensiert. Da die Sensorik nicht exakt am Eintritt bzw. Austritt der Befeuchterstrecke liegt, können sich Zustandsgrößen von der Befeuchterstrecke bis zum Messort ändern, z.B. in Form von Temperatur- und Druckabfällen. Das Modell verteilt diese Änderungen jedoch auf die gesamte Befeuchterstrecke, wodurch die optimierten Parameter nicht exakt auf die Befeuchterstrecke passen. Zudem wird das System derzeit als ideal dicht betrachtet. In realen Befeuchtern können jedoch geringfügige Leckagen auftreten, wodurch Massenströme die Systemgrenzen unkontrolliert verlassen. Dies führt zu Abweichungen zwischen simulierten und gemessenen Druckverlusten. Eine zukünftige Erweiterung sollte daher ein reales Druckmodell integrieren, welches die Druckverluste nicht nur über Messwerte vorgibt, sondern basierend auf der Geometrie, den lokalen Reynolds-Zahlen und Reibungsbeiwerten dynamisch berechnet.

7.3.2 Erweiterung der Stoff- und Materialeigenschaften

Das aktuelle Modell fokussiert sich auf den Transfer von Wasserdampf. In realen Systemen tritt jedoch eine Permeation von Fremdgasen (Sauerstoff und Stickstoff) durch die semipermeable Membran auf. Dieser Massenstrom ist im Vergleich zum Wassertransport zwar gering, beeinflusst jedoch die Gaszusammensetzung und den Gesamtdruck. Zukünftig kann hier der Stofftransport der Fremdgase untersucht und modelliert werden.

Hinsichtlich der thermodynamischen Genauigkeit bietet die Implementierung von temperaturabhängigen Wärmekapazitäten $c_{p,\text{air}}(T)$ und $c_{p,\text{H}_2\text{O}}(T)$ Optimierungspotential. Während die aktuelle Verwendung konstanter Werte für den eingeschränkten Temperatur- und Druckbereich ausreicht, würde die reale Modellierung die Bilanzierung über ein breiteres Spektrum ermöglichen.

Eine weitere Unsicherheit im System ist die Permeabilität der Membran. Da für den untersuchten Befeuchter das Datenblatt nur für die feuchte Seite vorlag, wird die asymmetrische

Feuchtigkeitsverteilung über die Membrandicke vernachlässigt. Auf der trockenen Seite herrschen jedoch andere Bedingungen bezüglich der relativen Feuchte RH und der Temperatur T , was die Diffusionswiderstände lokal verändert. Eine detaillierte Betrachtung des Quellverhaltens und der damit verbundenen Änderungen der Membranstruktur würde die Vorhersagegenauigkeit des Wassertransfers steigern.

7.3.3 Räumliche Auflösung und lokale Sensitivität

Ein methodischer Nachteil der aktuellen Modellierung ist die Annahme, dass die Optimierungsparameter innerhalb eines Betriebspunkts für alle Kontrollvolumina konstant sind. In der Realität sind Parameter wie der Wärmeübergangskoeffizient k_{mem} oder das effektive Flächenverhältnis $A_{\text{eff, ratio}}$ von den lokalen Zustandsgrößen (T , p , RH) abhängig, die sich über die Länge des Befeuchters ändern. Die Implementierung einer variablen Parametrisierung, welche die Koeffizienten als Funktion der Segmentzustände beschreibt, stellt daher den nächsten Entwicklungsschritt dar.

Anschließend an die lokale Sensitivität der Parameter bildet die Überführung des Modells von einem 1+1D in ein 2+1D Modell das größte Potential zur Abbildung der realen Physik. Das aktuelle 1D-Modell vernachlässigt radiale Konzentrations- und Temperaturgradienten sowie Profile der Strömungsgeschwindigkeit innerhalb der Hohlfasern. Diese Gradienten beeinflussen die Partialdruckdifferenz des Wasserdampfes an der Membranoberfläche und damit den Wassertransfer maßgeblich. Zudem reduziert eine geringere Strömungsgeschwindigkeit in der Grenzschicht der Membranoberfläche ebenfalls den Wärmeübertragungskoeffizienten k_{mem} , da die thermische Energie weniger effizient von der Oberfläche abgeführt wird (erzwungene Konvektion). Ein weiteres Defizit der aktuellen Modellstruktur betrifft die thermischen Verluste an die Umgebung. Die Wärmeleitung an die Umgebung wird im Modell über eine Bilanzierung des homogenen Mantelstroms (feuchte Seite) abgebildet, wodurch der reale radiale Temperaturgradient zwischen dem inneren Kernstrom und der Außenhülle nicht erfasst wird. In der Realität führt dieser Temperaturgradient zu einer signifikanten Veränderung der Temperaturdifferenz zwischen der Umgebung und den grenznahen Schichten des inneren Befeuchtergehäuses und somit zu einer geringeren Wärmeleitung. Ebenso beeinflusst von dem Temperaturgradienten sind die temperaturabhängigen Stoffdaten sowie der Membranpermeabilität, wodurch bei einer vereinfachten Annahme der homogenen Temperaturverteilung eine ungenaue Abbildung des lokalen Wassertransfers resultiert.

7.4 Empfehlung für weiterführende Arbeiten

Ein vorrangiges Ziel zukünftiger Modelloptimierungen sollte die Reduktion der thermischen Freiheitsgrade sein, um die Überlagerung von internen Wärmeübertragungsprozessen und externen Verlusten an die Umgebung zu entkoppeln. Um die Eindeutigkeit des Modells zu erhöhen, wird empfohlen, den realen Befeuchter am Prüfstand für zukünftige Versuchsreihen thermisch zu isolieren.

Durch diese Maßnahme ließe sich das Systemverhalten einem adiabaten System nähern. Für das Simulationsmodell hätte das den Vorteil, dass für den Wärmeübertragungskoeffizient die Annahme $k_{\text{amb}} = 0$ getroffen werden könnte. Die Reduzierung der Parameter um einen Freiheitsgrad steigert die Recheneffizienz des Optimierungsalgorithmus. Die verbleibenden Parameter können somit präziser und mit weniger korrelierenden Fehlereinflüssen aus den Messdaten bestimmt werden.

Durch die Umsetzung der Optimierungspotentiale und dieser Empfehlung kann das hier

entwickelte Programm von einem analytischen Simulationsmodell zu einem integralen Bestandteil für die Auslegung und Optimierung von Brennstoffzellensystemen für die Luftfahrt weiterentwickelt werden.

Anhang: Dokumentation generativer KI-Hilfsmittel

Im Zuge der Erstellung dieser Arbeit wurde das Large Language Model *Gemini* als elektronisches Hilfsmittel eingesetzt. Der Einsatz beschränkte sich ausschließlich auf die Korrektur von Grammatik und Rechtschreibung sowie die Optimierung des Leseflusses eigener Textentwürfe. Es wurden keine inhaltlichen Argumente, Daten oder Literaturhinweise durch die KI generiert.

Literatur

- [1] Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz (BMWK). Fortschreibung der Nationalen Wasserstoffstrategie (NWS 2023). Technical report, Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz, Berlin, 07 2023.
- [2] N. Fouquet, C. Doulet, C. Nouillant, G. Dauphin-Tanguy, and B. Ould-Bouamama. Model based pem fuel cell state-of-health monitoring via ac impedance measurements. *Journal of Power Sources*, 159(2):905–913, 2006.
- [3] Günther P. Merker and Rüdiger Teichmann. *Grundlagen Verbrennungsmotoren: Funktionsweise und alternative Antriebssysteme. Verbrennung, Messtechnik und Simulation*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 9 edition, 2019.
- [4] Peter Kurzweil. *Brennstoffzellentechnik: Grundlagen, Materialien, Anwendungen, Gaserzeugung*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 3 edition, 2016.
- [5] Alexander Trattner Manfred Klell, Helmut Eichlseder. *Wasserstoff in der Fahrzeugtechnik*. Springer Vieweg Wiesbaden, 2018.
- [6] U.S. Department of Energy. Fuel cell handbook. Technical report, National Energy Technology Laboratory (NETL), Morgantown, West Virginia, 2004.
- [7] Grigoria Athanasaki, Arunkumar Jayakumar, and A.M. Kannan. Gas diffusion layers for pem fuel cells: Materials, properties and manufacturing – a review. *International Journal of Hydrogen Energy*, 48(6):2294–2313, 2023.
- [8] Peter Kurzweil. *Angewandte Elektrochemie: Grundlagen, Messtechnik, Elektroanalytik, Energiewandlung, technische Verfahren*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 2 edition, 2020.
- [9] Alexander Glamazdin. Ortsaufgelöste elektrochemische Charakterisierung von Protonenaustauschmembran (PEM)-Elektrolyse Zellen. Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Fakultät für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik, 2025.
- [10] T. Wittmann; T. Hertwig; S. Lück; I. Zenyuk; J. Friedrichs. Die Luftversorgung von PEM-Brennstoffzellen in großen Flughöhen. *Deutsche Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt - Lilienthal-Oberth e.V.*, 2022.
- [11] Yafei Chang, Yanzhou Qin, Yan Yin, Junfeng Zhang, and Xianguo Li. Humidification strategy for polymer electrolyte membrane fuel cells – a review. *Applied Energy*, 230:643–662, 2018.
- [12] Nasser Baharlou Houreh and Ebrahim Afshari. Three-dimensional cfd modeling of a planar membrane humidifier for pem fuel cell systems. *International Journal of Hydrogen Energy*, 39(27):14969–14979, 2014.
- [13] Markus Pollak. *Analyse und Auslegung von Hohlfaserbefeuchtern für PEM-Brennstoffzellen mit effizienten Ersatzmodellen*. Dissertation, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Braunschweig, 2024.
- [14] Florian Wolfenstetter. *Experimentelle und theoretische Untersuchung des Wassertransportes in Membranbefeuchtern für Proton-Exchange-Membrane-Brennstoffzellen*. Dissertation, Technische Universität München, München, 2025.

- [15] James J. Keeler Peter W. Atkins, Julio de Paula. *Physikalische Chemie*. WILEY-VCH GmbH, 2022.
- [16] Wolfgang Bechmann and Ilko Bald. *Einstieg in die Physikalische Chemie für Naturwissenschaftler*. Springer Spektrum Berlin, Heidelberg, 2020.
- [17] Richard W. Baker. *Membrane Technology and Applications*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK, 3rd edition, 2012.
- [18] Thomas Melin and Robert Rautenbach. *Membranverfahren: Grundlagen der Modul- und Anlagenauslegung*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 3., aktualisierte und erweiterte edition, 2007.
- [19] Nikolaus Hannoschöck. *Wärmeleitung und -transport*. Springer Vieweg, 2018.
- [20] Hans Dieter Baehr and Karl Stephan. *Wärme- und Stoffübertragung*. Springer Vieweg, 2016.
- [21] Matthias Schröder, Florian Becker, and Christoph Gentner. Optimal design of proton exchange membrane fuel cell systems for regional aircraft. *Energy Conversion and Management*, 308:118338, 2024.
- [22] International Association for the Properties of Water and Steam. Revised release on the iapws industrial formulation 1997 for the thermodynamic properties of water and steam. Technical report, IAPWS, Lucerne, Switzerland, 2007.
- [23] Peter Stephan, Stephan Kabelac, Matthias Kind, Dieter Mewes, Karlheinz Schaber, and Thomas Wetzel, editors. *VDI-Wärmeatlas*. Springer Vieweg, Berlin, Heidelberg, 12 edition, 2021.
- [24] SciPy Community. *SciPy v1.17.0 Manual: scipy.integrate.solve_ivp (Method LSODA)*. SciPy Org, 2026. Abgerufen am 19. Mai 2026.
- [25] Karl Strehmel, Rüdiger Weiner, and Helmut Podhaisky. *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen: Nichtsteife, steife und differential-algebraische Gleichungen*. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, Wiesbaden, 2. edition, 2012.
- [26] Åke Björck. *Numerical Methods in Matrix Computations*. Springer Cham, 2014.
- [27] Roland Bulirsch Josef Stoer. *Numerische Mathematik 2*. Springer Berlin, Heidelberg, 2005.
- [28] Robert L. Street Joel H. Ferziger, Milovan Perić. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer Cham, 2019.
- [29] Manish Khandelwal and M. M. Mench. Direct measurement of through-plane thermal conductivity and contact resistance in fuel cell materials. *Journal of Power Sources*, 161:1106–1115, 2006.
- [30] FUMATECH BWT GmbH. *ECOMATE Humidifiers – Technical Data Sheet*. FUMATECH BWT GmbH, Bietigheim-Bissingen, Germany, 2023.