

# **Interner Bericht**

**DLR-IB-FT-BS-2025-129**

**Untersuchung numerischer  
Methoden zur  
aerodynamischen Modellierung  
eines Flächenflugzeugs mit  
formveränderlicher  
Tragflächen-Hinterkante  
innerhalb einer  
flugdynamischen Simulation**

**Hochschulschrift**

Simon Reinhold Heer

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt

Institut für Flugsystemtechnik  
Braunschweig



**Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt**

Institutsbericht  
**DLR-IB-FT-BS-2025-129**

**Untersuchung numerischer Methoden zur aerodynamischen  
Modellierung eines Flächenflugzeugs mit formveränderlicher  
Tragflächen-Hinterkante innerhalb einer flugdynamischen  
Simulation**

Simon Reinhold Heer

Institut für Flugsystemtechnik  
Braunschweig

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.  
Institut für Flugsystemtechnik  
Abteilung Unbemannte Luftfahrzeuge

**Stufe der Zugänglichkeit: I, Allgemein zugänglich: Der Interne Bericht wird  
elektronisch ohne Einschränkungen in ELIB abgelegt.**

Braunschweig, den 07.12.2025

Unterschriften:

Institutsleitung: Dr.-Ing. A. Bierig

Abteilungsleitung: Johann Dauer

Betreuer:in: Lennart Kracke

Verfasser:in: Simon Reinhold Heer



## Masterarbeit

# Untersuchung numerischer Methoden zur aerodynamischen Modellierung eines Flächenflugzeugs mit formveränderlicher Tragflächen-Hinterkante innerhalb einer flugdynamischen Simulation

Simon Heer  
Matrikelnummer: [REDACTED]

Erstprüfer: Prof. Dr. Stefan Levedag  
Zweitprüfer: Prof. Dr. Stefan Görtz  
Betreuer: Lennart Kracke (M.Sc.),  
Dr. Mark Spiller



DLR e. V. Institut für Flugsystemtechnik  
Lilienthalplatz 7, 38108 Braunschweig

**An die**

Fakultät Maschinenbau  
der Technischen Universität Braunschweig

Name Prof. Dr.-Ing. Stefan Levedag

Telefon +49 (0)531 295 2600  
Telefax +49 (0)531 295 2864  
E-Mail Stefan.Levedag@dlr.de

12.06.2025

**Thema der Masterarbeit für Herrn Simon Heer**

Matrikel-Nr.: [REDACTED]

Studiengang: Luft- und Raumfahrttechnik (Master)

E-Mail: s.heer@tu-braunschweig.de

Sprache der Arbeit: Deutsch

**Titel:**

- Deutscher Titel: **Untersuchung numerischer Methoden zur aerodynamischen Modellierung eines Flächenflugzeugs mit formveränderlicher Tragflächen-Hinterkante innerhalb einer flugdynamischen Simulation**
- Englischer Titel: **Investigation of numerical methods for aerodynamic modeling of a fixed-wing aircraft with variable trailing edge within a flight dynamics simulation**

**Erläuterung:**

Unbemannte Luftfahrtsysteme (UAS) haben zu einem Paradigmenwechsel in der Luftfahrt geführt und ermöglichen im Rahmen skalierter Flugversuche (*Subscale Flight Testing*) eine schnellere, kostengünstigere und risikoärmere Erprobung und Validierung neuer Technologien. Des Weiteren lassen sich Zertifizierungsprozesse vereinfachen, wodurch sowohl Zeit- als auch Kostenaufwand im Vergleich zu bemannten Luftfahrzeugen deutlich reduziert werden kann.

Ein vielversprechendes Forschungsfeld sind formvariable Tragflächen, die in Windkanalversuchen und Simulationen bereits überzeugende Ergebnisse liefern konnten [4][5]. Weitere Untersuchungen sind jedoch notwendig, um das Potenzial dieser Technologie hinsichtlich der Reduktion des Gesamtwiderstandes und dem damit einhergehenden verringerten Kraftstoffverbrauch unter *realen* Bedingungen im Flugversuch weiter zu erforschen. In diesem Kontext eignen sich UAS ideal als Testplattform, um die Leistungsfähigkeit und Effektivität der zu untersuchenden Technologie im Systemverbund zu bewerten.

Die Abteilung für Unbemannte Luftfahrzeuge am DLR-Institut für Flugsystemtechnik untersucht im Rahmen des Projekts *morphAIR* derzeit die Effekte einer formvariablen Tragflügel-Hinterkante (*Morphing Trailing Edge*, MTE) mithilfe des Versuchsträgers *Proteus*. Neu ist hierbei der Einsatz von Künstlicher Intelligenz (KI), um die Potenziale der neuen Morphing-Technologie optimal auszunutzen. Über die dynamische Anpassung der Flügelgeometrie durch KI-basierte Regelungssysteme wird beispielsweise eine Vergrößerung der Flugbereichsgrenzen sowie eine Verbesserung der aerodynamischen Effizienz erwartet. Darüber hinaus ließen sich auch Regelungsverfahren zur Verringerung von Manöver- und Böenlasten (*Gust Load Alleviation*) umsetzen. Durch die hohe Anzahl an Stell-Aktuatoren kann zudem von einer erhöhten Ausfallsicherheit in der Roll-Steuerung ausgegangen werden.

Die Python-basierte Flugsimulationsumgebung *PyFDM*, welche sich zurzeit in Entwicklung befindet, bietet die Möglichkeit die im vorhergehenden aufgeführten Regelungsansätze zu implementieren und schon im Vorhinein virtuell zu testen. In einem ersten Schritt wurde hierfür eine KI-basierte Rolllage-Regelung konzipiert, die im Wesentlichen aus einem *Reinforcement Learning* (RL) Agenten besteht, welcher in der neuen Simulationsumgebung trainiert werden soll.

### Aufgabenstellung:

Im Rahmen dieser Masterarbeit sollen geeignete Methoden zur Modellierung der Aerodynamik des formvariablen Testflügels in der Simulationsumgebung untersucht, implementiert und validiert werden. Die aerodynamische Modellierung ist von entscheidender Bedeutung, da nachfolgende Untersuchungen - wie zum Beispiel das Training des Reinforcement Learning (RL) Agenten - eine hinreichend präzise Abbildung der vorliegenden Flugphysik voraussetzen, wobei aber auch Anforderungen bezüglich der resultierenden Trainingszeit eingehalten werden müssen. Zu diesem Zweck sollen vorrangig geeignete *Low-Fidelity*-Methoden eingesetzt werden, da davon ausgegangen werden muss, dass nur diese den gewünschten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Laufzeitleistung erfüllen können.

Die folgenden Aspekte sollen im Zuge der Ausarbeitung untersucht werden:

1. Implementierung und Integration eines Aerodynamik-Modells
  - a. Funktion zur Nachbildung der deformierten Profilkonturen bzw. des deformierten Tragflügels
  - b. Auswahl und Integration eines geeigneten Potenzialströmung-Lösungsverfahrens
2. Validierung des Aerodynamik-Modells mithilfe von CFD-Ergebnissen
  - a. Isolierte Betrachtung des Tragflügels

- b. Gitter-Konvergenz-Studie
  - c. Vergleich typischer aerodynamischer Leistungs-Charakteristiken
  - d. Beurteilung von Unsicherheiten und Beschränkungen der verwendeten Methoden
3. Analyse des Morphing Einflusses anhand der isolierten Konfiguration
- a. Auswahl repräsentativer Flugzustände sowie entsprechender Kostenfunktionen
  - b. Offline-Optimierung für veränderliche Flugzustände
  - c. Validierung durch Abgleich mit CFD-Ergebnissen

**Literatur:**

- [1] Tikalsky, Jan (2023) MORPHING COMPLIANT TRAILINGEDGE SKIN CONCEPT. In: DLRK2023. DLRK 2023, 2023-09-19 - 2023-09-21, Stuttgart.
- [2] Barbarino S, Bilgen O, Ajaj RM, Friswell MI, Inman DJ. A Review of Morphing Aircraft. Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2011;22(9):823-877. doi:10.1177/1045389X11414084
- [3] Nguyen, Nhan T. "NASA Innovation Fund 2010 Project Elastically Shaped Future Air Vehicle Concept." (2010).
- [4] Nguyen, N. T., Ting, E., & Lebofsky, S. (2015). Aeroelastic Analysis of Wind Tunnel Test Data of a Flexible Wing with a Variable Camber Continuous Trailing Edge Flap (VCCTEF). In 56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [5] Ferrier, Y. L., Nguyen, N. T. and Ting, E. B., Real-Time Adaptive Least-Squares Drag Minimization for Performance Adaptive Aeroelastic Wing, *Aviation*, from <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20160008104/downloads/20160008104.pdf>, June 13, 2016.

**Zeitrahmen:**

Beginn: 01.07.2025

Abgabe: 01.01.2026

Die Masterarbeit wird beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) bearbeitet. Alle im Laufe der Arbeit zugänglich gemachten Informationen sind vertraulich zu behandeln.

Bearbeitungszeit:  3 Monate (Bachelor)  6 Monate (Master)

Projektarbeit (Bachelor)  
(2 Monate)  Studienarbeit (Master)  
(3-4 Monate)

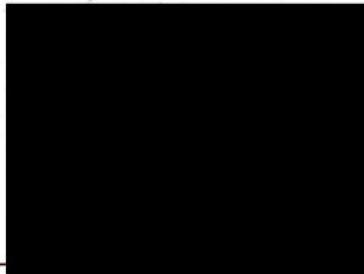
**Betreuer:**

Lennart Kracke,  
Mark Spiller

Institut für Flugsystemtechnik / Abteilung Unbemannte Luftfahrzeuge  
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.  
Lilienthalplatz 7  
38108 Braunschweig

**Erstprüfer:**

Professor Dr.-Ing. Levedag  
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.  
Institut für Flugsystemtechnik  
Lilienthalplatz 7  
38108 Braunschweig



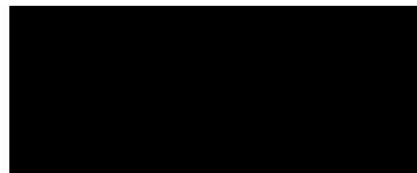
Prof. Dr.-Ing. Levedag

**Zweitprüfer:**

Professor Dr.-Ing. Götz  
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.  
Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik  
Lilienthalplatz 7  
38108 Braunschweig

# **Eidesstattliche Erklärung**

Hiermit erkläre ich, Simon Heer, geb. am 08.07.1998, an Eides statt, die vorliegende Studienarbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet zu haben.



Braunschweig, 16. Dezember 2025

## **Zusammenfassung**

In dieser Arbeit wird ein aerodynamisches Modell zur Abbildung eines unbemannten Flächenflugzeugs mit formvariabler Tragflügel-Hinterkante innerhalb einer Flugsimulationsumgebung entwickelt. Dadurch sollen Simulationen von zukünftigen Testflug-Szenarien sowie die Entwicklung spezifischer KI-gestützter Regelungsverfahren ermöglicht werden.

Für die Modellbildung wird zunächst die vorliegende Geometrie des Demonstrator-Flugzeugs in eine parametrische Form überführt. Zur parametrisierten Beschreibung der deformierten Profile kommt ein kinematisches Ersatzmodell zum Einsatz, welches auf einer modifizierten NACA-4 Systematik beruht. Die Modellierung der Formvariabilität des Tragflügels erfolgt über die Interpolation der deformierten lokalen Profilschnitte in Spannweitenrichtung. Für die Berechnung der Kräfte und Momente wird das verbreitete VLM-Programm *AVL* verwendet. Eine zusätzliche externe Korrektur des Profilwiderstandes findet mithilfe eines 2D-Panelverfahrens statt.

Zur Bewertung der Unsicherheiten des Aerodynamik-Modells werden für verschiedene Konfigurationen die charakteristischen aerodynamischen Beiwerte der Längsbewegung mit entsprechenden Lösungen aus CFD-Untersuchungen verglichen, wobei auch die Aufteilung bezüglich der verschiedenen Vehikel-Komponenten berücksichtigt wird. Anschließend erfolgt eine Untersuchung des Einflusses der Formvariabilität auf die aerodynamischen Charakteristiken der zweidimensionalen Profilaerodynamik. Durch Gegenüberstellung des formvariablen Profils mit einem äquivalenten konventionellen Klappenprofil wird zudem das Verhalten der charakteristischen Kenngrößen für die beiden unterschiedlichen Ansätze der Profilverformung verglichen. Um das effizienzsteigernde Potential des isolierten formvariablen Tragflügels zu beurteilen, wird abschließend eine Optimierung durchgeführt, bei welcher für variable Auftriebsbeiwerte jeweils der Widerstandsbeiwert minimiert werden soll. Dabei werden zwei unterschiedliche Arten der spannweitigen Allokation der lokalen Profilverformungen berücksichtigt. Die so erhaltenen Konfigurationen weisen durchwegs einen reduzierten Widerstand sowie eine verbesserte Spannweiten-Effizienz auf. Zuletzt erfolgt die Validierung der gefundenen Optimal-Konfigurationen über einen Vergleich mit entsprechenden CFD-Lösungen, wobei auch ein Ausblick auf die zu erwartende Effizienzsteigerung der Gesamt-Konfiguration gegeben wird.

## **Abstract**

In this thesis, an aerodynamic model of an unmanned fixed-wing aircraft with a morphing trailing edge wing is developed within a flight simulation environment. This enables simulations of future test flight scenarios and the development of specific AI-supported control methods.

For modelling, the existing geometry of the demonstrator aircraft is first converted into a parametric form. A kinematic substitute model based on a modified NACA-4 methodology is used for the parameterised description of the deformed airfoils. The morphing capability of the main wing is modelled by interpolating the deformed local airfoil sections in spanwise direction. The widely used VLM programme *AVL* is used to calculate the forces and moments. An additional external correction of the profile drag is applied using a 2D panel method.

To evaluate the uncertainties of the aerodynamics model, characteristic aerodynamic coefficients of different configurations are compared with corresponding solutions obtained from CFD calculations; the distribution of the coefficients across the vehicle components is also taken into account. Subsequently, the influence of morphing on the aerodynamic characteristics of the two-dimensional airfoil aerodynamics is analysed. A comparative analysis of the aerodynamic behavior associated with the two distinct deformation approaches — a morphing airfoil and an equivalent conventional flapped airfoil — is conducted. Finally, to assess the morphing wing's potential for efficiency enhancement, an optimization of the isolated wing is performed to minimize the drag coefficient across a range of lift coefficients. Therefore, two distinct allocation schemes are considered for the spanwise distribution of the sectional airfoil deformations. The resulting configurations consistently exhibit reduced induced and total drag, thus achieving enhanced span efficiency. Finally, the optimal configurations are validated by comparing them with corresponding CFD solutions, while also providing an outlook on the expected efficiency improvement of the full configuration.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Eidesstattliche Erklärung</b>	v
<b>Nomenklaturverzeichnis</b>	ix
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	xiv
<b>Tabellenverzeichnis</b>	xvi
<b>1. Einleitung</b>	1
1.1. Hintergrund . . . . .	2
1.2. Zielsetzung und Vorgehen . . . . .	4
<b>2. Theoretische Grundlagen</b>	6
2.1. Grundlagen Aerodynamik . . . . .	6
2.1.1. Profilaerodynamik . . . . .	6
2.1.2. Widerstandarten . . . . .	8
2.1.3. Tragflügeltheorie . . . . .	11
2.1.4. Minimaler Induzierter Widerstand . . . . .	14
2.1.5. Charakteristische Kennzahlen des induzierten Widerstands . . . . .	16
2.2. Aspekte der Formvariabilität . . . . .	18
2.2.1. 2D-Effekt . . . . .	18
2.2.2. 3D-Effekt . . . . .	22
2.3. Numerische Lösungsverfahren . . . . .	26
2.3.1. VLM . . . . .	27
2.3.2. CFD . . . . .	31
<b>3. Modellierung und Simulation</b>	35
3.1. Geometrie-Modellierung . . . . .	35
3.1.1. Parametrisches Flügel-Modell . . . . .	36
3.1.2. Formvariable Profil-Geometrie . . . . .	39
3.1.3. Formvariabilität des Flügels . . . . .	43
3.2. Aerodynamik-Modellierung . . . . .	46
3.2.1. AVL . . . . .	47
3.2.2. Korrektur Profilwiderstand . . . . .	50
3.3. Gitterkonvergenzstudie . . . . .	54
3.3.1. Einfluss Netzparameter . . . . .	57
3.3.2. Einfluss Formvariabilität . . . . .	58
3.3.3. Gitterkonvergenz-Index (GCI) . . . . .	61
3.4. CFD-Simulation . . . . .	63
3.4.1. Diskretisierung . . . . .	64
3.4.2. Randbedingungen . . . . .	65
<b>4. Ergebnisse</b>	67
4.1. Aerodynamik des <i>Proteus</i> -Demonstrator . . . . .	67
4.1.1. Referenzgrößen und Strömungszustand . . . . .	68
4.1.2. Isolierter Tragflügel . . . . .	69
4.1.3. Gesamt-Konfiguration . . . . .	72
4.2. Formvariabilität - 2D-Analyse . . . . .	78
4.2.1. Einfluss auf charakteristische Kennzahlen $c_A$ , $c_W$ und $c_M$ . . . . .	78
4.2.2. Vergleich mit Klappenprofil . . . . .	81

4.3. Offline-Optimierung . . . . .	84
4.3.1. CMA-ES . . . . .	85
4.3.2. Formulierung Optimierungs-Problem . . . . .	86
4.3.3. Optimal-Konfigurationen . . . . .	87
4.3.4. Konvergenzverhalten . . . . .	91
4.3.5. Validierung . . . . .	93
4.4. Diskussion . . . . .	99
<b>5. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>102</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>111</b>
A.1. Verwendete AVL-Dateien . . . . .	111
A.2. Offline-Optimierung – CFD-Lösungen . . . . .	117
A.3. Lösung Prandtl-Gleichung (Glauert-Integral) . . . . .	120

# Nomenklaturverzeichnis

## Lateinische Formelzeichen

$A$	Auftrieb	N
AR	Aspektverhältnis (VLM-Plattenelemente)	-
$a_n$	Fourier-/Polynom-Koeffizienten	-
$b$	Spannweite	m
$c_A$	Auftriebsbeiwert	-
$c_a$	lokaler Auftriebsbeiwert	-
$c_{a,l_{ref}}$	lokaler Auftriebsbeiwert (bzgl. Referenzflügeltiefe)	-
$c_M$	Nickmomentenbeiwert	-
$c_W$	Widerstandsbeiwert	-
$c_n$	Gewichtungskoeffizienten (Chebyshev-Polynome)	-
$c_{W,p}, c_{W,f}$	Druck-, Reibungswiderstandsbeiwert	-
$c_{W,v}$	Profilwiderstandsbeiwert	-
$c_{W_i}$	induzierter Widerstandsbeiwert	-
$d$	Profildicke	m
$e$	Spannweiten-Effizienz	-
$e_0$	Oswald-Faktor	-
$f$	Profilwölbung	m
$k$	$k$ -Faktor	-
$\kappa$	WirbeldichteVerteilung	$m \cdot s^{-1}$
$l$	Profiltiefe, Bezugslänge	m
$L, M, N$	Roll-,Nick-,Giermoment	$N \cdot m$
$m$	Masse	kg
$m$	maximale Wölbung (NACA-4)	-
$Ma$	Machzahl	-
$N$	Anzahl (Spannweiten-)Elemente	-
$n$	generische Anzahl	-
$p$	Druck	Pa
$p$	Wölbungsrücklage (NACA-4), Konvergenzordnung (GCI)	-

$Re$	Reynoldszahl	-
$S$	Fläche, Oberfläche	$\text{m}^2$
$t$	Zeit	s
$tt$	maximale Dicke (NACA-4)	-
$u, v, w$	x,y,z-Komponenten der Geschwindigkeit	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$V$	Kontrollvolumen	$\text{m}^3$
$V_\infty$	(Anström-)Geschwindigkeit	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$W$	Widerstand	N
$X$	Profiltiefen-Ordinate	-
$X_f$	Wölbungsrücklage	-
$X_k$	Klappen-Knickpunkt (bzw. Scharnierlinie)	-
$Y$	Seitenkraft	N
$Z^{(s)}, Z^{(k)}$	Skelettlinie, Klappen-Skelettlinie	-
$Z^{(t)}$	Dickenverteilung	-
$Z_o, Z_u$	Profil-Saug- bzw. Druckseite	-

## Griechische Formelzeichen

$\alpha$	Anstellwinkel	$\circ$
$\alpha_0$	Nullanstellwinkel	$\circ$
$\alpha_g, \alpha_i, \alpha_e$	geometrischer, induzierter, effektiver Anstellwinkel	$\circ$
$\delta_M$	Servo-Ausschlag (Ersatz-Kinematik)	$\circ$
$\eta$	Dimensionslose Spannweitenposition	-
$\eta_k$	Klappenausschlag	$\circ$
$\eta_k^*, \eta'_k$	Äquivalenter Klappenausschlag, Hinterkantensteigung	$\circ$
$\Gamma$	Zirkulation	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\gamma$	dimensionslose Zirkulation	-
$\Lambda$	Flügelstreckung	-
$\lambda_k$	Klappentiefenverhältnis	-
$\mu$	Dynamische Viskosität	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
$\nu$	Kinematische Viskosität	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$	Drehraten (körperfest)	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
$\Phi$	Potentialfunktion	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
$\phi$	generische Größe	vari.
$\rho$	Dichte	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$\tau_w$	Wandschubspannung	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
$\theta$	Verwindung (bzw. Einstellwinkel)	$\circ$

$\tilde{\nu}$	Ersatz-Wirbelviskosität (Spalart-Allmaras)	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\varphi$	Profiltiefen-Position (Polarkoordinate)	rad
$\vartheta$	Spannweiten-Position (Polarkoordinate)	rad

## Vektoren

$\mathbf{x}$	Variablenvektor	vari.
$\vec{f}$	Kräfte auf Kontrollvolumen	N
$\vec{M}$	Momentenvektor	$\text{N} \cdot \text{m}$
$\vec{n}$	Normalenvektor	-
$\vec{q}$	Induzierte Geschwindigkeit	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$\vec{R}$	Resultierender Kraftvektor	N
$\vec{r}$	Abstandsvektor	m
$\vec{S}$	Normalenvektor des Kontrollvolumens	-
$\vec{v}$	Geschwindigkeit	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

## Indizes

$\infty$	freie Anströmung, Ruhezustand
<i>eval</i>	Evaluation
<i>k</i>	Klappe
<i>MRP</i>	Moment-Referenzpunkt
<i>NP</i>	Neutralpunkt
<i>opt</i>	optimiert
<i>ref</i>	Referenz
<i>s</i>	Servo
<i>SP</i>	Schwerpunkt
<i>t</i>	turbulent
ind.	induziert
visk.	viskos

## Abkürzungen

AVL	Athena Vortex Lattice (VLM-Programm)
BLM	Biegeliniensmodell
CFD	Computational Fluid Dynamics
CMA-ES	Covariance Matrix Adaptation – Evolution Strategy

dcts	drag counts ( $\sim c_W \times 10^4$ )
FDM	Flugdynamik-Modell
GCI	Grid Convergence Index
GK	Gesamt-Konfiguration
HK	Hinterkante
HLW	Höhenleitwerk
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
RANS	Reynolds-Averaged Navier–Stokes
RHS	Rechte-Hand-Seite ('Right-Hand-Side')
RL	Reinforcement Learning
SA	Spalart–Allmaras (Turbulenzmodell)
SLW	Seitenleitwerk
TAU	CFD-Strömungslöser des DLR
UA	Unmanned Aircraft
VLM	Vortex-Lattice-Method

# Abbildungsverzeichnis

1.1. <i>Proteus Demonstrator UA</i> . . . . .	3
2.1. Profil-Parameter ([35], angepasst) . . . . .	7
2.2. Schematische Darstellung der Verdrängungswirkung der Grenzschicht ([38], S.91) . . . . .	9
2.3. Diskretes Wirbelsystem der Tragflügeltheorie ([47]) . . . . .	12
2.4. Geschwindigkeiten, Strömungswinkel und Kräfte am Schnitt $y$ ([47]) . . . . .	13
2.5. Verhalten des induzierten Widerstands (links) und der Spannweiten-Effizienz (rechts) für verwundete Flügel ([38]; angepasst) . . . . .	17
2.6. Vereinfachung eines Klappenprofils als <i>geknickte Skeletlinie</i> ([50]) . . . . .	19
2.7. Skeletlinien des Klappenprofils und des Profils äquivalenter Wölbung . . . . .	20
2.8. Verlauf des theoretischen Verhältnis $\alpha_{0,W}/\alpha_{0,K}$ mit varierender Knickposition $\varphi_k$ für unterschiedliche Wölbungsrücklagen $\varphi_f$ . . . . .	21
2.9. Auftriebsabhängige <i>Grundrissverteilung</i> (links) und vom Anstellwinkel unabhän- gige <i>Nullverteilung</i> (rechts)(aus [46]) . . . . .	23
2.10. Rechenaufwand und Genauigkeit verschiedener numerischer Verfahren . . . . .	26
2.11. Platzierung der Wirbelringe auf den Plattenelementen (aus [27]; angepasst) . . . . .	27
2.12. Wirbelringssystem einer diskretisierten Tragfläche mit Hufeisen-Wirbeln (aus [27]; angepasst) . . . . .	28
3.1. Innenliegende Mechanik der formvariablen Tragfläche [Bildquelle intern] . . . . .	36
3.2. Parametrisches Modell (grau) und Referenz-Punktwolken(rot); manuelle Grundriss-Anpassung (a) und automatisierte Profilschnitt-Anpassung (b) . . . . .	37
3.3. Parametrisierte Auftriebsflächen des <i>Proteus UA</i> . . . . .	39
3.4. CAD Querschnitt-Ansicht der Morphing-Kinematik (aus [58]) . . . . .	41
3.5. Schematische Darstellung der verwendeten Ersatz-Kinematik und zugehöriger Pa- rameter . . . . .	42
3.6. Vergleich der Profilkonturen von BLM- und NACA-4-Modell . . . . .	43
3.7. Deformierter formvariabler Flügel ( <i>Proteus III Demonstrator</i> ) . . . . .	44
3.8. (a) Chebyshev Basis-Polynome $T_i(\eta)$ ( $i = 0, \dots, 4$ ); (b) resultierende Beispiel- Verteilung aus zufällig gewählten Koeffizienten $c_i$ . . . . .	46
3.9. Deformierte AVL Panel-Geometrie für $\delta_{M,i} = \text{const.} = 10.5^\circ$ . . . . .	48
3.10. Panel-Diskretisierung der <i>Proteus</i> Gesamt-Konfiguration in <i>AVL</i> . . . . .	49
3.11. Visualisierung des gültigen Interpolationsbereichs (graue Fläche) bei fünf Stütz- polaren ( $\delta_{M,i} = [-5.0, 0.0, 3.3, 6.8, 10.5]^\circ$ ; $\alpha = [-5.0 \dots 20]^\circ$ ; voll-turbulent) . . . . .	52
3.12. Grobe Netzauflösung mit $n_{Spannweite} = 24$ ((a): $AR = 4 : 1$ , (b): $AR = 8 : 1$ ) . . . . .	56
3.13. Feine Netzauflösung ohne (a) und mit Clustering (b) ( $n_{Spannweite} = 136$ , $AR = 4 : 1$ ) . . . . .	56
3.14. Konvergenzverläufe der typischen Charakteristiken der Längsbewegung bei ver- schiedenen Netzeinstellungen (Basis-Flügel) . . . . .	57
3.15. Verhalten der Evaluationszeit in Abhängigkeit der Element-Anzahl . . . . .	58
3.16. Konvergenzverläufe der typischen Charakteristiken der Längsbewegung für ver- schiedene Netzeinstellungen (deformierte Tragflügel-Geometrie) . . . . .	59
3.17. Asymmetrisch deformierter Flügel ( $\hat{\delta}_M = 10^\circ$ , $n_{Spannweite} = 92$ ) (Deformationen vergrößert dargestellt zwecks besserer Sichtbarkeit; grau: Basis-Flügel) . . . . .	60
3.18. Konvergenzverläufe der typischen Charakteristiken der Seitenbewegung für ver- schiedene Netzeinstellungen (deformierte Tragflügel-Geometrie) . . . . .	60
3.19. Betrachtete Konvergenzverläufe der <i>GCI</i> -Untersuchung (links: Auftrieb und Wi- derstand; rechts: Spannweiten-Effizienz) . . . . .	62
3.20. Grenzschicht-Vernetzung im Bereich des Hauptflügels . . . . .	64
3.21. Schnittansicht des verwendeten Rechennetzes (Gesamt-Konfiguration) . . . . .	65
4.1. Vergleich der Auftriebsverteilungen des Basis-Flügels ( $c_{A,\text{ref}} = 0.4$ ) . . . . .	69

4.2. Anpassung der Verwindung des Basis-Flügels . . . . .	69
4.3. Vergleich des Auftriebs (a) und des Widerstands (b) bei variablem Anstellwinkel (Isolierter Tragflügel) . . . . .	70
4.4. Vergleich des Nickmoments (a) und der Widerstandspolare (b) (Isolierter Tragflügel) . . . . .	71
4.5. Getrennte Betrachtung von Druckwiderstand ( $c_{W,p}$ ) und Reibungswiderstand ( $c_{W,f}$ ) (TAU-Lösung) . . . . .	72
4.6. Vergleich der anteiligen Auftriebsverläufe der Gesamt-Konfiguration . . . . .	73
4.7. Rumpfeinfluss auf die Auftriebsverteilung entlang der Spannweite ( $\alpha = 4^\circ$ ) . . . . .	73
4.8. Vergleich der anteiligen Nickmomenten-Verläufe der Gesamt-Konfiguration . . . . .	74
4.9. Vergleich der anteiligen Widerstandspolen der Gesamt-Konfiguration . . . . .	75
4.10. Komponentenweise Aufteilung von Auftrieb (a) und Widerstand (b) (TAU-Lösung) . . . . .	76
4.11. Deformierte Profilkonturen des Referenzmodells (BLM) und des Ersatzmodells (NACA-4) . . . . .	79
4.12. Auftrieb (a) und Widerstand (b) bei variablem Anstellwinkel (BLM und NACA-4) . . . . .	79
4.13. Nickmoment (a) und Widerstandspolare (b) bei variablem Anstellwinkel (BLM und NACA-4) . . . . .	80
4.14. Profilkonturen des formvariablen und des konventionellen Profils bei gleichem (äquivalenten) Klappenausschlag $\eta_k^{(*)} = 20^\circ$ . . . . .	82
4.15. Vergleich von Auftrieb (a) und Widerstand (b) ( $\alpha = 2.4^\circ$ , $c_{A(\eta_K=0)} = 0.4$ ) . . . . .	83
4.16. Vergleich von Nickmoment (a) und Widerstandspolare (b) ( $\alpha = 2.4^\circ$ , $c_{A(\eta_K=0)} =$ 0.4) . . . . .	83
4.17. Optimale Ausschläge für variable Auftriebsbeiwerte $c_{A,opt}$ ('direkt') . . . . .	88
4.18. Optimale Ausschläge für variable Auftriebsbeiwerte $c_{A,opt}$ ('polynomial') . . . . .	89
4.19. Optimierte Auftriebsverteilungen für den Referenz-Flugzustand $c_{A,opt} = 0.4$ ('di- rekt' und 'polynomial') . . . . .	89
4.20. Gesamtwiderstandsbeiwert (a) und Spannweiten-Effizienz (b) der optimierten Konfigurationen in ihrem jeweiligen Ziel-Auftriebsbeiwert $c_{A,opt}$ . . . . .	90
4.21. Absolute (a) und prozentuale (b) Veränderung der Widerstandsanteile in Abhän- gigkeit des Ziel-Auftriebsbeiwertes $c_{A,opt}$ (direkte Ansteuerung) . . . . .	91
4.22. Konvergenz-Verhalten der Variablen ( $c_{A,opt} = 0.4$ ; direkte Allokation) . . . . .	92
4.23. Konvergenz-Verhalten von Auftriebs- und Widerstandsbeiwert ( $c_{A,opt} = 0.4$ ; di- rekte Allokation) . . . . .	93
4.24. Deformierte CFD-Geometrie (grün) im Vergleich zum Basis-Flügel (grau) [Kon- figuration: $c_{A,opt} = 0.4$ , 'direkt'] . . . . .	94
4.25. Widerstandsbeiwerte der Optimal-Konfigurationen in Abhängigkeit des jeweiligen Ziel-Auftriebsbeiwertes $c_{A,opt}$ (TAU-Lösung) . . . . .	94
4.26. Optimierte Auftriebsverteilungen für den Referenz-Flugzustand $c_{A,opt} = 0.4$ ( $Ma_\infty = 0.108$ , $Re_\infty = 1.203 \times 10^6$ ) . . . . .	95
4.27. Vergleich der ermittelten absoluten (a) und relativen (b) Reduktionen des Ge- samtwiderstands . . . . .	96
4.28. Dekomposition der Widerstandsreduktion in Druck- und Reibungsanteile (a: ab- solut; b: prozentual) . . . . .	97
A.1. $c_P$ -Druckverläufe für $c_{A,opt.} = 0.1$ . . . . .	117
A.2. $c_P$ -Druckverläufe für $c_{A,opt.} = 0.2$ . . . . .	117
A.3. $c_P$ -Druckverläufe für $c_{A,opt.} = 0.4$ . . . . .	117
A.4. $c_P$ -Druckverläufe für $c_{A,opt.} = 0.6$ . . . . .	118
A.5. $c_P$ -Druckverläufe für $c_{A,opt.} = 0.8$ . . . . .	118
A.6. $c_P$ -Druckverläufe für $c_{A,opt.} = 1.0$ . . . . .	118
A.7. $c_P$ -Druckverläufe für $c_{A,opt.} = 1.2$ . . . . .	119
A.8. Die ersten drei Grundfunktionen des Fourier-Ansatzes (47) . . . . .	120

# Tabellenverzeichnis

1.1. Technische Daten des <i>Proteus UA</i> . . . . .	3
3.1. Grundrissparameter der Auftriebsflächen . . . . .	38
3.2. Profil-Parameter pro Servo-Sektion (Hauptflügel) . . . . .	38
3.3. Netzeinstellung der untersuchten Konfigurationen . . . . .	56
3.4. Ausgewählte Netze für GCI-Betrachtung . . . . .	62
3.5. Ergebnisse der GCI-Analyse . . . . .	63
4.1. Auftriebsbeiwerte und prozentuale Anteile der Komponenten ( <i>TAU</i> Lösung) . . . . .	77
4.2. Widerstandsbeiwerte und prozentuale Anteile der Komponenten ( <i>TAU</i> Lösung) . . . . .	77
4.3. Vergleich der Ruderwirkungen hinsichtlich unterschiedlicher Profil-Betrachtungen . . . . .	84
4.4. Charakteristische Kennzahlen für untersuchte $c_{A,opt}$ (dcts: $c_W \times 10^4$ ) . . . . .	90
4.5. Optimierung mittels <i>direkter Allokation</i> . . . . .	92
4.6. Optimierung mittels <i>polynomialer Allokation</i> . . . . .	92
4.7. Widerstandsbeiwerte und -reduktionen der CFD-Lösungen . . . . .	95

# 1. Einleitung

Der Wandel hin zu nachhaltigerem Luftverkehr verlangt nach immer energieeffizienteren Lösungen zur Reduktion der klimaschädigenden Schadstoffemissionen. Neben effizienteren Antriebstechnologien und einem höheren Leichtbaugrad ist dabei vor allem die Verbesserung der *aerodynamischen Effizienz* ein entscheidender Faktor. Die bekannte *Breguet'sche Reichweitenformel* stellt den fundamentalen Zusammenhang zwischen der aerodynamischen Effizienz ( $\sim A/W$ ) eines Flugzeuges und der benötigten Energiemenge (in Form von Kraftstoff  $m_{Kraftstoff}$ ) übersichtlich dar, vgl. [24]:

$$\text{Reichweite} = -\frac{V_\infty}{b_{SFC}} \cdot \frac{A}{W} \cdot \ln \left( 1 - \frac{m_{Kraftstoff}}{m_{Leer} + m_{PAX}} \right) \quad (1.1)$$

Für kommerzielle und private Luftfahrt macht vor allem der *induzierte* Widerstand des Tragflügels einen beträchtlichen Anteil am Gesamtwiderstand ( $W$ ) aus. Durch geeignetes geometrisches Design des Tragflügels ist es möglich diesen für *einen* gegebenen Auslegungs-Flugzustand zu minimieren und so beispielsweise die Reichweite bei gleichbleibendem Energieaufwand zu erhöhen, vgl. Gl. I.1. Bei Abweichung der Flugbedingungen kommt es jedoch üblicherweise aufgrund eines komplexen Zusammenspiels verschiedener *aerodynamischer* und *aeroelastischer* Effekte zu einer Verschlechterung der aerodynamischen Effizienz verglichen mit dem Auslegungszustand, vgl. [42]. Des Weiteren treten bei konventionellen Flügeln aufgrund von Unstetigkeitsstellen und Schlitzen an den Ausschnitten der Steuerflächen Turbulenzen auf, die zur Erhöhung des Profil-Widerstandsanteils beitragen. Bei ausgeschlagenen konventionellen Klappen (z.B. in der Hochauftriebs-Konfiguration) werden zudem an den Klappenspalten Wirbelablösungen generiert, die ebenfalls zu einer Erhöhung des Gesamtwiderstands und auch zu einer erhöhten Geräuschentwicklung führen, vgl. [28].

Abhilfe schaffen *formvariable* Flügelkonzepte (engl. 'morphing wing'), welche eine *kontinuierliche* Anpassung der lokalen Profilkonturen sowohl in Flügeltiefen- als auch in Spannweiten-Richtung ermöglichen, um so die genannten Widerstandsmechanismen zu reduzieren oder gar gänzlich zu vermeiden. In zahlreichen Veröffentlichungen wurden formvariable und ähnliche adaptive Flügel-Technologien bisher vor allem hinsichtlich der Verringerung des *induzierten* Widerstandes über die Anpassung der Auftriebsverteilung in Abhängigkeit variabler Flugzustände untersucht, vgl. z.B. [32], [65], [67], [29]. Dabei sind auch eine Vielzahl an unterschiedlichen Ansätzen zur mechanischen Umsetzung der Formvariabilität entstanden. Weitere Untersuchungen beschäftigten sich mit der Nutzung adaptiver Flügelkonzepte zur Reduktion von Böen- bzw. Manöverlasten oder auch im Kontext aktiver aeroelastischer Regelung zur Dämpfung dynamischer Moden und zur

Flatterunterdrückung bei hoch-flexiblen Tragflügeln, vgl. [41], [42]. Auch der Einsatz formvariabler Laminarprofile zur Vergrößerung der laminaren Lauflänge der Grenzschicht zur Reduktion des Profilwiderstandes in Abhängigkeit der Anströmbedingungen wurde schon in Windkanalexperimenten erforscht, vgl. [5].

Da der Trend in der Auslegung der Verkehrsflugzeuge der nächsten Generation zu immer höher-gestreckten und damit flexibleren Flügelstrukturen geht, erscheinen formvariable Flügeltechnologien sehr vielversprechend, um die erwarteten Effizienzsteigerungen mit den spezifischen strukturellen Anforderungen im Zertifizierungsprozess in Einklang zu bringen. Im Interesse von Industrie und Forschung muss in Zukunft also gelten, bestehende oder neuartige Ansätze zur konkreten Umsetzung der Technologie innerhalb eines Gesamtsystems zur Reife zu führen und darüber hinaus Konzepte für die adäquate Modellierung sowie Analyse der zum Teil komplexen aerodynamischen und aeroelastischen Effekte zu entwickeln.

## 1.1. Hintergrund

### Projekt *morphAIR*

Das institutsübergreifende DLR-Projekt *morphAIR* beschäftigt sich mit der Erforschung formvariabler Tragflügel-Technologien, wobei sowohl theoretische Untersuchungen, als auch praktische Erprobungen auf verschiedenen Systemebenen anhand mehrerer realer Demonstratoren durchgeführt werden. Die Inhalte des Projekts lassen sich in zwei wesentliche Aspekte aufteilen. An erster Stelle steht dabei die Untersuchung der formvariablen Technologie als solche. Da in bisherigen Forschungsaktivitäten auf dem Gebiet des Tragflügel-Morphings zumeist nur Untersuchungen in Form von numerischen Strömungssimulationen oder im Rahmen von Windkanalexperimenten durchgeführt wurden (vgl. [25], [15], [5], [65]), liegen nur wenige Erfahrungswerte aus *realen* Flugversuchen vor, vgl. [9]. Für den letztendlichen Nachweis der erhofften positiven Auswirkungen auf die aerodynamische Effizienz von Flächenflugzeugen sind letztere jedoch unerlässlich. Aufgrund des vergleichsweisen hohen Risikos und dem deutlich erhöhten Aufwand von manntragenden Erprobungsflugzeugen werden im Projekt *morphAIR* daher entsprechende Flugversuche mittels eines skalierten unbemannten Testträgers (*Unmanned Aircraft (UA)*) durchgeführt. Dies ermöglicht eine deutlich vereinfachte Versuchsdurchführung hinsichtlich Kosten- und Zeitaufwand und stellt zudem eine effiziente Alternative für etwaige zukünftige Zertifizierungsprozesse dar, vgl. [30].

Der zweite thematische Bereich des Projekts fokussiert die Nutzung und Entwicklung KI-gestützter Methoden (z.B. mithilfe von *Reinforcement Learning, RL*) zur Erfüllung spezifischer Flugreglungsaufgaben im Kontext der Morphing-Technologie. Interessante potenzielle Aspekte in diesem Zusammenhang sind zum Beispiel die stationäre Anpassung der formvariablen Tragfläche zur Erhöhung der aerodynamischen Leistung bei variablen Flugzuständen oder die adaptive, dynamische Veränderung der Flügelgeometrie im Zuge einer Manöver- oder Böenlastkontrolle (vgl. *Gust Load Alleviation*). In aktuellen internen Forschungsaktivitäten wird bereits untersucht, inwiefern sich die Parameter eines Rolllage-Reglers über speziell trainierte

RL-Agenten adaptiv anpassen ließen, um so ein insgesamt performanteres Regelungsverhalten zu erhalten.



**Abbildung 1.1.:** *Proteus Demonstrator UA*

Der formvariable Testflügel bzw. das dabei zur Anwendung kommende Morphing-Konzept wurde bisher in Form von mehreren Demonstratoren iterativ auf Subsystem-Ebene entwickelt. Zur Durchführung der Flugversuche steht der Testträger *Proteus* (vgl. Abb. 1.1), basierend auf einem kommerziellen, strahlgetriebenen Flugmodell *Futura 2.5* (*Tomahawk Aviation GmbH*), zur Verfügung. Für die Verwendung des UA als Technologiedemonstrator mussten einige strukturelle Modifikationen zur Integration des formvariablen Tragflügels vorgenommen werden. Zudem wurde ein umfassendes Avionik-System integriert, das von der Triebwerks- und Flugregelung über die Messdatenaufzeichnung bis hin zur Daten- und Videoübertragung (Telemetrie) reicht. Zur besseren Einordnung sind die wesentlichen technischen Daten des UA in Tab. 1.1 angegeben. Die Grundriss-Geometrie des Testflügels selbst wurde ausgehend vom originalen Flügeldesign und den Randbedingungen der Morphing-Mechanik neu entworfen. Auf beides, Flügelauslegung und Kinematik der Formvariabilität, wird noch ausführlicher in Kap. 3 eingegangen.

**Tabelle 1.1.:** Technische Daten des *Proteus UA*

Länge:	2.70 m
Spannweite:	2.99 m
Max. Startmasse:	70 kg
Max. Fluggeschwindigkeit:	85 m/s
Max. Schub:	220 N

## **PyFDM - Simulationsumgebung**

Als Teil des *morphAIR*-Projekts wurde auch mit der Entwicklung einer neuen Python-basierten Flugsimulationsumgebung, namens *PyFDM* (FDM: *Flight Dynamics Model*), begonnen, welche zunächst vor allem flugdynamische Untersuchungen des Proteus UA ermöglichen soll. Gegenwärtig umfasst diese die typischen Komponenten einer Flugsimulation, wie beispielsweise Inertial-, Aerodynamik- oder Antriebs-Modellierung sowie Standard-Modelle, etwa zur Berücksichti-

gung atmosphärischer Einflüsse und Turbulenz. Auf System-Ebene kann zudem (dynamisches) Aktuator- und Sensor-Verhalten abgebildet und die Telemetrie-Schnittstelle emuliert werden. Der modulare Ansatz der einzelnen Simulations-Komponenten gewährleistet eine einfache Art der Adaption an beliebig andere Konfigurationen.

Durch die neue Flugsimulationsumgebung ist zum einen die Möglichkeit des Testens in Vorbereitung auf Flugversuchskampagnen, beispielsweise zur Überprüfung kritischer Autopiloten-Funktionen gegeben; zum anderen wird sie als Basis zur Durchführung der bereits angesprochenen *RL*-Trainings herangezogen. Eine zentrale Herausforderung im Aufbau der Simulationsumgebung ist die *aerodynamische Modellierung* des formvariablen Tragflügels des Proteus Demonstrators. Aufgrund der hohen Anzahl an Stellvariablen und deren Abhängigkeit untereinander (z.B. durch strukturelle Randbedingungen) ist tendenziell ein gewisses nicht-lineares Verhalten zu erwarten, sodass ein einfaches *linearisiertes* Ersatzmodell die aerodynamischen Kräfte und Momente nur unzureichend präzise abbilden würde. Eine Modellierung über Wertetabellen (*Lookup-Table*) auf Basis von CFD-Berechnungen oder Windkanal-Experimenten ist ebenso ausgeschlossen, da für ersteres nur wenige stichprobenartige Lösungen und für letzteres gar keine Ergebnisse verfügbar sind. Es muss also eine geeignete Lösung gefunden werden, die es erlaubt die Aerodynamik des neuartigen Flügelkonzepts adäquat abzubilden, bei gleichzeitig möglichst geringem Rechenaufwand, um eine effiziente Anwendung in *RL*-Trainigs zu ermöglichen.

## 1.2. Zielsetzung und Vorgehen

Die Zielsetzung und das sich daraus ergebende Vorgehen der Arbeit lässt sich im Wesentlichen in drei Teile gliedern: 1. Modellierung der formvariablen Tragflügel-Geometrie, 2. Implementierung eines Aerodynamik Modells auf Basis eines Potentialströmungsverfahrens und 3. Durchführung aerodynamischer Analysen mit Fokus auf die Aspekte der Formvariabilität. Da das im Aerodynamik-Modell verwendete numerische Lösungsverfahren einer parametrischen Geometriedefinition bedarf, müssen zunächst die entsprechenden Geometrien aus dem CAD-Modell in eine solche Form überführt werden. Hierbei liegt der Fokus vor allem auf der genauen Abbildung des *Tragflügels* als eigentlichen Testträger der Morphing-Technologie. Darauf aufbauend erfolgt die Modellierung der Formvariabilität, wofür neben den verformten Flügelschnitten im *zwei-dimensionalen* auch die sich über die spannweite Verteilung ergebende *drei-dimensionale* Deformation des gesamten Flügels berücksichtigt werden muss. Hierbei sollen geeignete Ansätze zur spannweiten Allokation der sektionsweisen Deformationen vorgestellt werden - einerseits für die Anwendung in stationären aerodynamische Untersuchungen der Formvariabilität, andererseits als Konzept für künftige Regelungsstrategien in flugdynamischen Betrachtungen.

Im nächsten Schritt wird ein aerodynamisches Modell auf Basis eines existierenden Wirbelleiterverfahrens (*Vortex Lattice Method*, VLM) erstellt, da zu erwarten ist, dass dieses die zuvor gestellten Anforderungen hinsichtlich Genauigkeit und Laufzeit am ehesten erfüllen kann. Da Potenzialströmungsverfahren aufgrund der zugrundeliegenden Annahmen ausschließlich den reibungslosen, induzierten Widerstand abbilden können, soll im Weiteren ein Korrekturverfahren

zur Berücksichtigung weiterer reibungsbehafteter Widerstandsanteile erarbeitet werden. Um den Einfluss der Diskretisierung der Tragflügel-Geometrie auf die Lösungswerte des VLM-Verfahrens herauszustellen, wird im Rahmen einer *Gitterkonvergenzstudie* auch das Verhalten der zu erwartenden Genauigkeiten und der Rechenzeit in Abhängigkeit der Netzfeinheit beleuchtet.

Das Aerodynamik-Modell an sich besteht im Kern aus einer eigenständigen Python-Klasse, welche sowohl für isolierte aerodynamische Betrachtungen als auch im Verbund mit der *PyFDM*-Flugsimulationsumgebung verwendet werden kann. So können damit beispielsweise Simulationen zur Missionsvorbereitung im Rahmen zukünftiger Testflüge oder auch die zuvor angesprochenen *RL*-Trainings zur Flugregler-Entwicklung durchgeführt werden.

Die implementierte Aerodynamik-Modellierung soll schließlich in unterschiedlichen stationären Untersuchungen zur Anwendung kommen. Dafür wird zunächst die Konfigurationsaerodynamik der undefinierten Basis-Konfigurationen des isolierten Tragflügels und des Gesamt-Vehikels nach den typischen aerodynamischen Charakteristiken der Längsbewegung analysiert. Hierbei werden auch Vergleiche mit den jeweiligen CFD (*Computational Fluid Dynamics*) - Lösungen angestellt, um die Abweichungen und Unsicherheiten des VLM-basierten Modells zu beurteilen. Besonderes Interesse liegt vor allem auch auf dem Widerstandsverhalten bzw. auf der zu erwartenden Widerstandsaufteilung der entsprechend dominanten Komponenten der Gesamt-Konfiguration.

Um anschließend die Einflussnahme der Formvariabilität zu analysieren, werden in einem ersten Schritt die charakteristischen aerodynamischen Kenngrößen des ebenen deformierten Profils mittels eines 2D-Panelverfahrens untersucht, wobei auch auftretende Unsicherheiten des entsprechenden parametrischen Ersatzmodells bezüglich der Referenz-Profilkonturen herausgestellt werden sollen. Ein weiterer Untersuchungsaspekt ist die Gegenüberstellung des aerodynamischen Verhaltens des formvariablen Profils mit dem eines vergleichbaren konventionellen Klappenprofils.

Im Hinblick auf künftige Flugversuche zur Untersuchung der Minimierung des Widerstandes während des Fluges, soll als abschließendes Anwendungsbeispiel des implementierten Aerodynamik-Modells eine entsprechende Optimierung im Voraus, also *offline*, durchgeführt werden. Ziel ist es dabei für unterschiedliche Flugzustände (d.h. variable Auftriebsbeiwerte) jeweils die Optimal-Verteilung der formvariablen Profilschnitte des isolierten Tragflügels zu ermitteln, sodass der Gesamtwiderstand jeweils minimal wird. Die Charakteristiken der so erhaltenen Optimal-Konfigurationen werden nach verschiedenen Aspekten diskutiert und abschließend wieder mit den Ergebnissen der zugehörigen CFD-Lösungen verglichen. Dabei sollen die Abweichungen der beiden Verfahren unterschiedlicher Ordnung und die Auswirkung derer auf die Validität des aerodynamischen Modells beurteilt werden. Zuletzt kann mithilfe der so erhaltenen Ergebnisse überschlägig abgeschätzt werden, wie groß die aerodynamischen Effizienzsteigerung im Falle der Gesamt-Konfiguration zu erwarten sind.

## 2. Theoretische Grundlagen

Da der primäre Anwendungszweck formvariabler Flügelstrukturen in der Minimierung des aerodynamischen Widerstandes und der damit einhergehenden Steigerung der aerodynamischen Leistungsfähigkeit besteht, sollen in diesem Kapitel wichtige strömungsmechanische Grundlagen diesbezüglich wiederholt werden. Im Mittelpunkt steht dabei der induzierte Widerstand, wobei insbesondere dessen Entstehung und die charakteristischen Zusammenhänge zur Auftriebsverteilung des Tragflügels herausgestellt werden soll. Davon ausgehend werden Ansätze zur analytischen Beschreibung der Wirkweise der Formvariabilität, zum einen in der ebenen zwei-dimensionalen und zum anderen in der drei-dimensionalen Betrachtung vorgestellt. Da für die letztendliche Berechnung der realen aerodynamischen Kräfte und Momente analytische Ansätze nur noch eingeschränkt gültig sind, müssen für eine adäquate Modellierung numerische Methoden herangezogen werden. Daher werden abschließend numerische Verfahren niedriger und höherer Ordnung gegenübergestellt, um deren Funktionsweise und die zugrundeliegenden physikalischen Konzepte zu erläutern.

### 2.1. Grundlagen Aerodynamik

Im Rahmen des folgenden Unterkapitels werden wichtige Konzepte der Tragflügel- und Profilaerodynamik aufgeführt, die für die Beurteilung der aerodynamischen Charakteristiken im Kontext der Morphing-Technologie essenziell sind. Besonders hervorgehoben wird hierbei der induzierte Widerstand, da dieser maßgeblich über die Veränderung der formvariablen Flügelgeometrie beeinflusst wird. Für die Beschreibung dessen spielt die Traglinien-Theorie eine fundamentale Rolle, da sie es ermöglicht, den (reibunglosen) Widerstand eines Tragflügels endlicher Streckung analytisch herzuleiten und dabei über direkte Zusammenhänge zur Auftriebsverteilung auch eine Aussage über das theoretische Verhalten der aerodynamischen Effizienz erfolgen kann.

#### 2.1.1. Profilaerodynamik

Für das Verständnis der Modellierung der Aerodynamik sowie der Effekte der Formvariabilität im 2D-Bereich sollen hier zunächst wichtige Grundlagen und Formalitäten bezüglich der Profilaerodynamik wiederholt werden. In Abb. 2.1 sind die klassischen Parameter und Anströmwinkel-Unterteilung eines Tragflügel-Profiles dargestellt. Für die nachfolgenden Betrachtungen ist insbesondere die Skeletlinie, welche den Verlauf der Wölbung entlang der Profiltiefe  $l$  wiedergibt, von essentieller Bedeutung. Zur Modellierung der Deformation eines formvariablen Profils (siehe

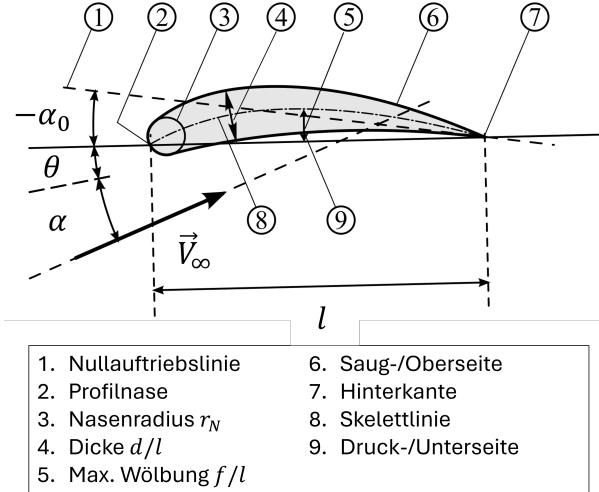


Abbildung 2.1.: Profil-Parameter(35, angepasst)

Kap.3.1.2) wird zusätzlich auch die Dickenverteilung bzw. die Verläufe der Saug- und Druckseite benötigt.

Eine einfache Möglichkeit der Berechnung der Kräfte und Momente bietet die sogenannte *Skelettheorie*, die auf der inkompressiblen und reibungslosen Potentialströmung beruht. Mit ihr können deshalb nur Aussagen über das Auftriebs- und Nick-Moment-Verhalten getroffen werden, nicht aber über den Widerstand bzw. der resultierenden Kraft in Anströmungsrichtung, welche sich immer zu null ergibt ( $\rightarrow$  *D'Alembert'sches Paradoxon*)[47]. Die somit erörterten theoretischen Gesetzmäßigkeiten lassen also strenggenommen keine direkten Schlussfolgerungen über das Verhalten des Widerstands und der aerodynamischen Effizienz (bzw. *Gleitzahl*) zu, jedoch können entsprechende Tendenzen damit abgeschätzt und numerische oder experimentelle Ergebnisse hierzu besser interpretiert werden, vgl.[42],[28]. Darüber hinaus setzt die Theorie voraus, dass die relative Profildicke  $d/l$ , die relative Wölbung  $f/l$  sowie der Anstellwinkel klein sind.

Für die Berechnung der theoretischen Kräfte und Momente mithilfe der Skelettheorie ist es zweckmäßig die Kontur des Profils über die Superposition der Skeletlinie  $Z^{(s)}$  mit einer Dickenverteilung  $Z^{(t)}$  zu beschreiben, also:

$$Z_{o,u} = Z^{(s)} \pm Z^{(t)} \wedge Z_s = \frac{1}{2}(Z_o + Z_u), \quad (2.1)$$

wobei hier mit  $Z_o$  und  $Z_u$  die Ordinaten der Saug-/Oberseite bzw. der Druck-/Unterseite bezeichnet sind. Zudem sei betont, dass die großgeschriebenen Variablen in diesem Zusammenhang stets *normierte*, also auf die absolute Referenzflügeltiefe  $l_{ref}$  bezogene, Werte repräsentieren.

Über den Ansatz von Birnbaum-Ackermann und Glauert (genaue Herleitung siehe [50], S.420) ergibt sich für den Auftrieb eines gegebenen Profils mit beliebiger (unter Einhaltung der zuvor

aufgeführten Annahmen) Skelettlinie  $Z^{(s)}(X)$ :

$$c_A = 2\pi \left( \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dZ^{(s)}}{dX} (1 + \cos \varphi) d\varphi \right), \quad (2.2)$$

wobei  $\varphi$  die Polarkoordinaten-Variante der dimensionslosen Profiltiefen-Ordinate  $X$  bezüglich der halben Profiltiefe darstellt:

$$X = \frac{1}{2}(1 + \cos(\varphi)) \quad (2.3)$$

Bei  $X = 0$  ist der zugehörige Winkel dann  $\varphi = \pi$  und an der Hinterkante, wo  $X = 1$  ist  $\varphi = 0$ .

Unter der Annahme eines Auftriebsanstieges von  $(dc_A/d\alpha) = 2\pi$ , ergibt sich aus Gl. (2.2) für den *Nullstellwinkel* bezüglich der Profilsehne:

$$\alpha_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dZ^{(s)}}{dX} (1 + \cos \varphi) d\varphi = -\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{Z^{(s)}(\varphi)}{1 - \cos \varphi} d\varphi \quad (2.4)$$

Um diesen Betrag müsste das Profil bzw. die Anströmung gedreht werden, sodass der Auftrieb *null* wird. Das sich so ergebenden Anstellwinkelverhältnis ist ebenfalls in Abb. 2.1 abgebildet, wobei mit  $\theta$  der Einstellwinkel des Profils zur Referenzachse und mit  $\alpha$  hier der Anstellwinkel bezüglich des Referenzsystems gemeint ist, welcher sich aus der Superposition verschiedener weiterer Anteile ergibt, siehe Kap. 2.1.3. Der Ausdruck in Gl. 2.4 ist besonders nützlich für die Beurteilung des Einflusses der Profil-Wölbung auf die Auftriebskraft und das daraus resultierende Nickmoment. In Kap. 2.2.1 wird dies in Bezug auf den Auftrieb weiter ausgeführt und veranschaulicht.

### 2.1.2. Widerstandsarten

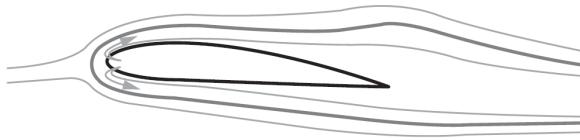
Da die Reduzierung des Widerstandes das primäre Argument für die Anwendung formvariabler Flügeltechnologien darstellt, ist es sinnvoll hier zunächst die typische Zusammensetzung dessen zu wiederholen. Des Weiteren soll die Relevanz der jeweiligen Anteile bzw. Arten hinsichtlich der Modellierung für nachfolgende Untersuchungen eingeordnet werden.

Der Gesamt-Widerstand lässt sich im Wesentlichen in zwei Arten, *Druck-* und *Reibungswiderstand*, unterteilen. Der Druckanteil ergibt sich in genereller (symbolischer) Schreibweise durch einfache Integration der lokalen Druckdifferenz (anteilig in Strömungsrichtung) entlang der Kontur bzw. Oberfläche des betrachteten Körpers, vgl. [38]:

$$W_p = \oint \Delta p \cdot \cos(\varphi) \cdot dS, \quad (2.5)$$

wobei  $\varphi$  die lokale Neigung der Oberflächen-Normalen bezeichnet. In analoger Weise lässt sich für den Reibungsanteil schreiben:

$$W_f = \oint \tau_w \cdot \sin(\varphi) \cdot dS, \quad (2.6)$$



**Abbildung 2.2.:** Schematische Darstellung der Verdrängungswirkung der Grenzschicht ([38], S.91)

wobei  $\tau_w$  die örtliche Wandschubspannung darstellt. Letzterer wird direkt durch die Eigenschaften der Strömung (v.a. Viskosität und Turbulenzgrad) und die Oberflächeneigenschaften (z.B. Rauigkeit) beeinflusst, wohingegen der Druckwiderstand von einer Kombination aus verschiedenen sekundären Mechanismen bestimmt wird, welche ihrerseits ebenfalls von den *viskosen* Strömungseigenschaften beeinflusst werden, vgl. [38]. Der hauptursächliche Mechanismus für das Auftreten des Druckwiderstandes ist die Existenz einer Grenzschicht, welche dafür sorgt, dass sich die effektive Kontur eines Profils um eine gedachte *Verdrängungsdicke* "aufdickt", vgl. Abb. 2.2. Dadurch weicht der resultierende Druckverlauf – je nach Strömungssituation – erheblich von dem des äquivalenten, reibungslosen Profils ab, wodurch nun eine Netto-Widerstandskraft *ungleich null* entsteht (vgl. *D'Alembert Paradoxon*, Abs. 2.1.1), vgl. [49]. Bei höheren Anstellwinkeln und dabei zunehmend auftretenden Ablöseerscheinungen verstärken sich diese Verdrängungseffekte und damit der Druckanteil umso mehr. Der Reynoldszahl als "Indikator" bzw. "Stellgröße" des Einflusses der Viskosität ( $Re \sim 1/\mu$ ;  $\mu$ : dynamische Viskosität) kommt in diesem Zusammenhang eine wichtige Bedeutung zu.

Neben der Viskosität der Strömung spielt auch der Turbulenzgrad eine entscheidende Rolle; sowohl hinsichtlich des Reibungs- als auch des Druckwiderstands. Da turbulente Grenzschichten im Vergleich zu laminaren Grenzschichten einen größeren Geschwindigkeitsgradienten in Wandnähe aufweisen, ergibt sich zum einen nach dem *Newton'sche Reibungsgesetz*  $\tau_w(x) = \mu (\partial u / \partial y)_w$  eine vergrößerte Schubspannung und demzufolge nach Gl. 2.6 auch ein erhöhter Reibungswiderstandsbeiwert (siehe auch Abs. 2.3.2, *Turbulenz-Modellierung*). Zum Anderen ist die Dicke der turbulenten Grenzschicht aufgrund des erhöhten Impulsaustausch senkrecht zur Oberfläche größer als bei einer laminaren Grenzschicht (vgl. [46]), was wiederum eine größere Verdrängung und damit auch einen erhöhten *Druckwiderstandsanteil* nach sich zieht.

Bei stromlinienförmigen Körpern bzw. Profilen mit *kleinen* Anstellwinkeln, d.h. niedrigen Auftriebsbeiwerten lässt sich im Allgemeinen sagen, dass der Reibungsanteil des Widerstands dem Druckwiderstand überwiegt. So entfallen  $\sim 70\%$  des Gesamtwiderstands auf den Reibungsanteil, während  $\sim 30\%$  dem Druckwiderstand zuzuordnen sind, vgl. [38]. Nimmt der Anstellwinkel zu, ist der effektiven Stirnfläche des Körpers (aufgrund der zuvor genannten Vorgänge) eine größere Bedeutung hinsichtlich des Widerstandes beizumessen als der *benetzten* Oberfläche, weshalb sich hierfür nach und nach die Verhältnisse umkehren, sodass schließlich der Druckwiderstand dominiert.

Im Falle der ebenen 2D Profil-Analyse werden die beiden Anteile, also Druck- und Reibungswiderstand, klassischerweise als *Profilwiderstand* zusammengefasst. In der 3D-Betrachtung hingegen erfolgt oft eine andere Art der Unterteilung. Hier ist es üblich, die Widerstandsanteile nach

ihrer Ursache bzw. nach den zuständigen Mechanismen zu gliedern, sodass sich in der Regel eine Aufteilung in:

- Induzierter Widerstand
- Profilwiderstand
- Wellenwiderstand

ergibt, wobei je nach Betrachtung auch noch andere sekundäre Anteile hinzukommen können, vgl. [20]. Der induzierte Widerstand ist der Widerstand, welcher unumgänglich mit der Auftriebserzeugung einhergeht und vor allem im subsonischen Flugbereich einen großen Teil des Gesamtwiderstandes ausmacht. In ungefähr derselben Größenordnung äußert sich auch der Profilwiderstand, welcher sich wiederum in den (teilweise auftriebsabhängigen) *Formwiderstand* und in einen reibungsbehafteten Widerstandsbeitrag unterteilen lässt, vgl. [48]. Der Wellenwiderstand entsteht durch Stoßphänomene und ist vor allem im Transschall- und Überschallbereich von großer Bedeutung.

Die aufgeführten Anteile tragen immer anteilmäßig zu Druck- oder Reibungswiderstand bei, wobei jedoch eine exakte Zuordnung bei gegebenen Druck- und Reibungsanteil zu entsprechenden Entstehungsmechanismen grundsätzlich nicht möglich ist, vgl. [38].

Im Rahmen der aerodynamischen Modellierung im Zuge dieser Arbeit werden vor allem der *induzierte Widerstand* sowie der *Profilwiderstand* berücksichtigt, da hier die wesentlichen Effekte der Morphing-Technologie zu erwarten sind, vgl. [42], [15], [25]. Da der induzierte Widerstand in direktem Zusammenhang zur Auftriebsverteilung steht, welche mehr oder weniger direkt über die lokale Verformung des Flügelprofils beeinflusst wird (siehe Kap. 2.2.1), kommt es hierbei vor allem auf eine möglichst akkurate Abbildung der Auftriebsverteilung entlang des Tragflügels an. Beim Profilwiderstand hingegen ist die genaue Abbildung der verformten Profilkonturen entscheidend, vgl. Kap. 3.1.2, denn dieser ergibt sich, wie zuvor erörtert, direkt aus der Umströmung bzw. dem sich einstellenden Strömungsfeld. Bei hohen Auftriebsbeiwerten ist vor allem ein erhöhter Einfluss der Formvariabilität auf den *Druckanteil* zu erwarten, da dieser hier stark mit der Veränderung des effektiven Anstellwinkels (welcher über den Nullanstellwinkel auch maßgeblich von der Verformung beeinflusst wird, vgl. Abs. 2.2.1) skaliert.

Der Einfluss der Formvariabilität auf den *Reibungsanteil* ist prinzipiell auch von Interesse, da die deformierte Kontur einen entscheidenden Einfluss auf das Transitionsverhalten der Strömung ausüben kann, vgl. [5]. Im Rahmen der in dieser Arbeit implementierten Modellierung werden zur Berücksichtigung des laminar-turbulenten Umschlags jedoch nur verhältnismäßig simple Ansätze herangezogen (hier:  $e^N$ -Methode, vgl. [13]), weshalb dieser Aspekt nur am Rande beleuchtet werden kann. Der Anteil des Wellenwiderstands wird gänzlich nicht in die Betrachtungen aufgenommen – der untersuchte Flugbereich liegt deutlich unter der transsonischen Grenze ( $Ma_\infty < 0.8$ , vgl. [1]), sodass hierbei keinerlei Stoßphänomene zu erwarten sind.

In den folgenden Abschnitten steht nun eine genauere Betrachtung der Entstehung des *induzierten Widerstandes* an, wobei mithilfe der *Tragflügeltheorie* aufgezeigt werden soll, wie dieser sich zum einen qualitativ verhält und zum anderen auch analytisch bestimmt werden kann.

### 2.1.3. Tragflügeltheorie

Die Prandtl'sche Tragflügeltheorie (auch bekannt als *Traglinientheorie*) ist sowohl im Entwurf von Tragflügeln endlicher Ausdehnung, sowie in der aerodynamischen Analyse derer von großer Bedeutung. Auch im Rahmen dieser Arbeit ist sie sehr hilfreich, da durch sie zum einen die wesentlichen Einflüsse von starren oder potenziell formvariablen Flügelparametern auf die aerodynamischen Kräfte (also v.a. Auftrieb und Widerstand) hergeleitet werden können und sie zum anderen die wesentlichen Ausgangsgleichungen für das verwendete numerische Panel-Verfahren liefert, vgl. Abs. 2.3.1. Im Folgenden soll diese nun in ihren Grundzügen in Anlehnung an die entsprechende Abhandlung in [47] vorgestellt werden.

Ähnlich zur Skelettheorie im ebenen 2D-Fall (Abs. 2.1.1) bildet die Tragflügeltheorie die Strömung über die Überlagerung einer translatorischen Strömung mit einem System aus Potenzialwirbeln im Dreidimensionalen ab. Aufgrund des Druckausgleichs an der Flügelspitze fällt die Zirkulation hier auf Null herab, weshalb eine konstante Verteilung der Wirbelstärke entlang der Spannweite, wie es beim vereinfachten *Hufeisenwirbelmodell* der Fall ist, nicht möglich ist, vgl. [47]. Die nicht-konstante örtliche Zirkulation ergibt sich durch die Integration einer Wirbeldichteverteilung  $k(x, y)$  entlang der Flügeltiefe  $l$ , welche sich wiederum als eine Ansammlung infinitesimaler Wirbelfäden  $\Gamma_n(y')$  interpretieren lässt, sodass geschrieben werden kann:

$$\Gamma(y') = \int_0^l k(x', y') dx' \quad (2.7)$$

bzw.

$$\Gamma(y') = \sum \Gamma_n(y') \quad (2.8)$$

Mit dem Apostroph (') werden jeweils die gebundenen Integrationsvariablen bezeichnet. Für eine veränderliche lokale Zirkulation muss unter Beachtung der Helmholtz'schen Wirbelsätze<sup>1</sup>, entsprechend der örtlichen Änderung der Wirbelstärke:

$$d\Gamma = \sum d\Gamma_n = \sum \frac{d\Gamma_n}{dy'} dy' \quad (2.9)$$

eine passende Anzahl an Wirbelfäden die Wirbelfläche verlassen und sich parallel zur Anströmung stromab fortsetzen, was zur Veranschaulichung in Abb. 2.3 dargestellt ist. Es bildet sich also eine kontinuierliche Wirbelschicht hinter dem Tragflügel, welche sich in Abhängigkeit der Flügelstreckung, mit zunehmendem Abstand zur Hinterkante von der Seite her allmählich aufrollt. Hierbei wird üblicherweise eine Differenzierung des Wirbelsystems in *tragende Wirbel* und *nichttragende Wirbel* vorgenommen. Erstere verlaufen quer zur Anströmung und tragen so nach dem Satz von Joukowsky  $dA = \rho V_\infty \Gamma dy$  zum Auftrieb bei, wohingegen letztere parallel zur Anströmung verlaufen und somit keinen Beitrag zur Auftriebserzeugung bereitstellen.

Die nichttragenden Wirbel, welche die Hinterkante als Teil der Wirbelschicht verlassen haben,

<sup>1</sup> konkret 3. Helmholtz'scher Wirbelsatz. Sinngemäß: ein Wirbelfaden bleibt stets von konstanter Stärke und kann nicht einfach so enden, vgl. [46]

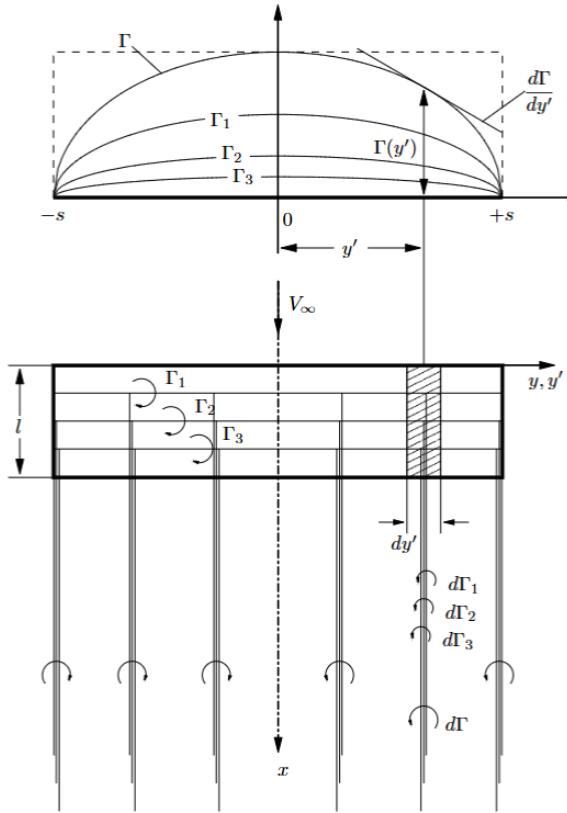


Abbildung 2.3.: Diskretes Wirbelsystem der Tragflügeltheorie ([47])

werden auch als *freie Wirbel* bezeichnet. Da diese sich von dort bis ins Unendliche erstrecken, können sie als halb-unendliche Wirbelleiter aufgefasst werden, sodass sie nach dem Gesetz von *Biot-Savart* an einem beliebigen Punkt  $P(x, y)$  eine vertikale Zusatzgeschwindigkeit  $w_2(y)$  induzieren. Unter Berücksichtigung von Gl. 2.9 ergibt sich die Induktion durch die Beiträge aller freien Wirbel mittels Integration längs der Halbspannweiten  $s$  zu:

$$-\frac{w_2(y)}{V_\infty} = \alpha_i(y) = \frac{1}{4\pi V_\infty} \oint_{-s}^{+s} \frac{d\Gamma}{dy'} \frac{dy'}{y - y'}, \quad (2.10)$$

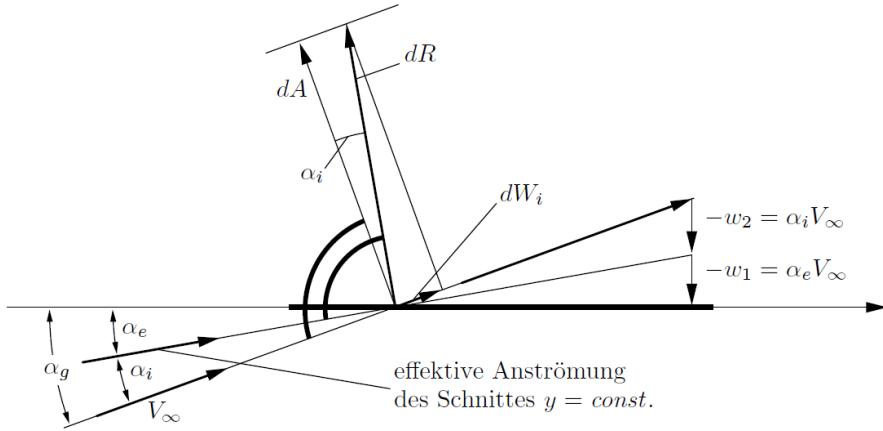
wobei durch Bezug zur Anströmgeschwindigkeit der *induzierte Anstellwinkel*  $\alpha_i$  ermittelt werden kann. Dieser bewirkt, bildlich gesprochen, eine Drehung der örtlichen Anströmung. Für den *effektiven Anstellwinkel* gilt dann:

$$\alpha_e(y) = \alpha_g(y) - \alpha_i(y). \quad (2.11)$$

Hierbei ist  $\alpha_g$  der örtliche *geometrische Anstellwinkel*, welcher sich seinerseits wiederum aus dem Anstellwinkel der Anströmung  $\alpha$ , dem lokalen Einstellwinkel bezüglich der Profilsehne  $\theta$  (*geometrische Verwindung*, vgl. Kap. 2.2.2) und dem Nullanstellwinkel  $\alpha_0$  zusammensetzt:

$$\alpha_g(y) = \alpha(y) + \theta(y) - \alpha_0(y), \quad (2.12)$$

sodass hiermit auch beliebig *gewölbte* Profile (d.h.  $\alpha_0 \neq 0$ ) berücksichtigt werden können.



**Abbildung 2.4.:** Geschwindigkeiten, Strömungswinkel und Kräfte am Schnitt  $y$  ([47])

Bei gegebener Zirkulationsverteilung (und konstanter Flügeltiefenverteilung  $l$ ) ergibt sich  $\alpha_e(y)$  zudem durch (Annahme:  $dc_a/d\alpha = 2\pi$ ):

$$-\frac{w_1(y)}{V_\infty} = \alpha_e(y) = \frac{1}{2\pi} \frac{2\rho V_\infty \Gamma(y) dy}{\rho V_\infty^2 l dy} = \frac{\Gamma(y)}{\pi l V_\infty}, \quad (2.13)$$

da durch Induktion der tragenden Wirbel im Schnitt  $y$  ebenfalls eine vertikale Geschwindigkeit  $w_1$  aufgeprägt wird, sodass die *kinematische Strömungsbedingung*:

$$\alpha_g(y) = -\frac{w_1(y)}{V_\infty} - \frac{w_2(y)}{V_\infty} = \alpha_e(y) + \alpha_i(y) \quad (2.14)$$

erfüllt ist. Zusammenfassend sind die entsprechend auftretenden Winkel und Geschwindigkeiten in Abb. 2.4 eingezeichnet. Hier lässt sich gut erkennen, dass durch die Drehung der Anströmung um  $\alpha_i$  ein Teil der resultierenden Luftkraft in Strömungsrichtung zeigt und somit eine Widerstandskraft darstellt, den sog. *induzierten Widerstand*. Aus physikalischer Sicht lässt sich die für die Entstehung und den Erhalt der freien Wirbel pro Zeiteinheit abgeföhrte Energie auch als die zur Überwindung des induzierten Widerstands benötigte Leistung interpretieren, vgl. [47].

Der resultierende integrale Auftrieb und Widerstand des Tragflügels, kann dann – bei bekannter Zirkulation  $\Gamma(y)$  – über einfache spannweitige Integration berechnet werden:

$$A = \int_{-s}^{+s} dA = \rho V_\infty \int_{-s}^{+s} \Gamma(y) dy \quad (2.15)$$

bzw.

$$W_i = \int_{-s}^{+s} dW_i = \int_{-s}^{+s} \alpha_i dA = \rho V_\infty \int_{-s}^{+s} \alpha_i(y) \Gamma(y) dy \quad (2.16)$$

Setzt man die erhaltenen Induktions-Ausdrücke (Gl. 2.13 und Gl. 2.10) in die kinematische Strömungsbedingung, Gl. 2.14, ein, so folgt nach Einführung der dimensionslosen Spannweitenposition  $\eta$  und der dimensionslosen Zirkulation  $\gamma$  die allgemeine Form der sogenannten *Prandtl'schen*

Integralgleichung:

$$\alpha_g(\eta) = \frac{2 b \gamma(\eta)}{(dc_a/d\alpha) l(\eta)} + \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{d\gamma}{d\eta'} \frac{d\eta'}{\eta - \eta'} \quad (2.17)$$

Der Ausdruck  $dc_a/d\alpha$  repräsentiert hier den tatsächlichen Auftriebsanstieg unter Berücksichtigung der vorliegenden Profildicke, vgl. Abs. 2.1.1. Die Prandtl'sche Integralgleichung stellt einen fundamentalen Zusammenhang zwischen der Flügelgeometrie und der Zirkulationsverteilung her und ist von großer Bedeutung für alle auf der Traglinientheorie aufbauenden Methoden. Da sich die analytische Lösung der Integralgleichung (Gl. 2.17) durch das Vorhandensein eines singulären Kerns im zweiten Term als schwierig gestaltet, bedarf es eines alternativen Lösungsvorgehens. Einen solchen Lösungs-Ansatz bietet das sogenannte *Glauert-Integral*, bei welchem die ursprüngliche Integralgleichung über einen Fourier-Ansatz in eine algebraische Reihen-Gleichung überführt wird. Eine ausführlichere Beschreibung des entsprechenden Vorgehens ist im Anhang in Abs. A.3 angefügt.

#### 2.1.4. Minimaler Induzierter Widerstand

Für den Sonderfall einer rein elliptischen Zirkulationsverteilung  $\gamma(\eta') = \gamma_0 \sqrt{1 - \eta'^2}$  ( $\gamma_0$ : dimensionslose Zirkulation in der Flügelmitte) kann die ursprüngliche Prandtl-Gleichung (Gl. 2.17) zunächst auch ohne die Zuhilfenahme eines Fourier-Ansatzes gelöst werden. Hierbei stellt sich heraus, dass der induzierte Anstellwinkel – *unabhängig* von der geometrischen Form des Tragflügels – entlang der Spannweite *konstant* ist und lediglich vom Auftriebsbeiwert abhängt ( $\alpha_i(\eta) = c_A/\pi \Lambda = const.$ ). Mit diesem wichtigen Zusammenhang geht aus dem lokalen Auftriebsgesetz zur Ermittlung des effektiven Anstellwinkels (mit  $dc_a/d\alpha = 2\pi = const.$ ):

$$\alpha_e = \frac{c_a}{2\pi} = \frac{b \gamma(\eta)}{\pi l(\eta)} \quad (2.18)$$

hervor, dass für eine geforderte elliptische Zirkulationsverteilung  $\gamma(\eta)$  eine unendliche Anzahl an Kombinationen aus Flügeltiefenverteilung  $l(\eta)$  und geometrischer Anstellwinkelverteilung ( $\alpha_g(\eta) = \alpha_e + \alpha_i$ ) möglich ist. Für einen unverwundenen Flügel, d.h.  $\alpha_e = const.$ , würde sich demnach ergeben, dass die Flügeltiefenverteilung ebenfalls elliptisch ist (→ *Ellipsenflügel*). Für einen Flügel mit *vorgegebener* Flügeltiefenverteilung hingegen, muss für eine elliptische Zirkulationsverteilung die Verwindung so angepasst werden, dass Gl. 2.11 bzw. Gl. 2.12 mit Gl. 2.18 erfüllt ist.

Wird der konstante Abwindwinkel  $\alpha_i$  in die Beiwertform der Integralgleichungen für Auftrieb und Widerstand eingesetzt, vgl. Gl. 2.15 und Gl. 2.16, ergibt sich die bekannte *quadratische* Abhängigkeit des induzierten Widerstandsbeiwerts vom Auftriebsbeiwert  $c_{W_i} \sim c_A^2$ . Der quadratische Zusammenhang gilt jedoch *nur* für die rein elliptische Zirkulationsverteilung. Um Aussagen über das Verhalten des induzierten Widerstandes bei abweichenden Verteilungen machen zu können, muss auf die zuvor angesprochene Reihendarstellung der Glauert-Integralgleichung zurückgegriffen werden, vgl. A.2. Daraus ergibt sich nach einigen Zwischenschritten für den Auftriebsbeiwert

$c_A$ , dass dieser aufgrund von mathematisch günstiger Orthogonalitätsbeziehungen lediglich vom ersten Glied der Fourier-Zirkulationsverteilung ( $a_1$ ) abhängig ist (Herleitung siehe [46]):

$$c_A = \pi \Lambda a_1, \quad (2.19)$$

welches die *elliptische* Zirkulationsverteilung repräsentiert, vgl. Abb[A.8]. Bei einer *nicht-elliptischen* Zirkulationsverteilung sind die übrigen Glieder zwar ungleich *null* und haben somit einen Einfluss auf die *Form* der Verteilung, jedoch tragen sie nichts zum Gesamtauftrieb bei. Setzt man in ähnlicher Weise in die Beiwertform des Widerstands-Integral (vgl. Gl[2.16]) die Reihenbeziehung ein, so ergibt sich nach Umformen und unter Berücksichtigung weiterer Orthogonalitätsbeziehungen:

$$c_{W_i} = 2 \Lambda \int_0^\pi \left( \sum_{n=1}^N a_n \sin(n \vartheta) \right) \left( \sum_{n=1}^N a_n n \sin(n \vartheta) \right) d\vartheta = \pi \Lambda \sum_{n=1}^N n a_n^2 \quad (2.20)$$

Mit der zuvor ermittelten Beschreibung des Gesamtauftriebs (Gl[2.19]), lässt sich wiederum vereinfacht schreiben:

$$c_{W_i} = \frac{c_A^2}{\pi \Lambda} + \pi \Lambda \sum_{n=2}^N n a_n^2. \quad (2.21)$$

Der erste Ausdruck hierin repräsentiert die besagte quadratische Abhängigkeit des induzierten Widerstands vom Auftriebsbeiwert (*elliptische* Auftriebsverteilung) und stellt gleichzeitig auch den minimal notwendigen Widerstand bei gegebenem Auftrieb dar. Die anderen Glieder entstehen durch die Abweichung von der elliptischen Auftriebsverteilung, d.h.  $a_2, a_3, \dots, a_N \neq 0$ . Ihre Beiträge sind stets positiv und erhöhen somit den induzierten Widerstand.

Damit ist gezeigt, dass der induzierte Widerstand für die rein elliptische Auftriebsverteilung *minimal* ist; es gilt hierfür also (unter Berücksichtigung der bisher getroffenen Annahmen):

$$c_{W_{i,min}} = \frac{c_A^2}{\pi \Lambda} \quad (2.22)$$

### Darstellung der Auftriebsverteilung

Neben der im vorhergehenden verwendeten Zirkulationsverteilung  $\gamma(\eta)$  ist es in der aerodynamischen Analyse eher verbreitet, die Beiwertformen der Auftriebsverteilung zu betrachten, welche über das Joukowsky Theorem (S[11]) direkt aus der Zirkulationsverteilung hervorgehen.

Die Auftriebsverteilung wird je nach Anwendungsfall entweder bzgl. der lokalen Flügeltiefe mit:

$$c_a(\eta) = \frac{2 b \gamma(\eta)}{l(\eta)} \quad (2.23)$$

oder bzgl. einer konstanten Referenz-Flügeltiefe  $l_{ref}$  mit:

$$c_{a,l_{ref}}(\eta) = c_a(\eta) \frac{l(\eta)}{l_{ref}} \sim \gamma(\eta) \quad (2.24)$$

angegeben. Letztere Form ist proportional zur Zirkulationsverteilung, wodurch eine Beurteilung des induzierten Widerstands nach den im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Aspekten ermöglicht wird. Da sie mit :

$$\gamma(\eta) \sim c_a(\eta) l(\eta) \sim \frac{dA}{dy}(\eta) \quad (2.25)$$

auch proportional zur resultierenden lokalen Auftriebslast ist, spricht man üblicherweise auch von der *Lastverteilung* (im Englischen: '*span loading*').

Die Darstellungsart mittels Gl.2.23 hingegen ist notwendig, um den tatsächlichen lokalen Auftriebsbeiwert zu erhalten, welcher z.B. für die Berechnung von 2D-Profil Lösungen am jeweiligen Flügelschnitt entscheidend ist, vgl. Abs.3.2.2 So kann u.a. überprüft werden, wie weit hier der aktuelle Auftriebsbeiwert vom maximalen Auftriebsbeiwert (also unter Berücksichtigung viskoser Einflüsse) entfernt ist und, ob beispielsweise ein lokaler Strömungsabriss bevorsteht.

### 2.1.5. Charakteristische Kennzahlen des induzierten Widerstands

Sowohl in der aerodynamischen Analyse als auch in der Auslegung ist es üblich die Effizienz, welche sich aus dem Verhältnis von Widerstand bei gegebenem Auftrieb ableitet, in Form der charakteristischen Kennzahlen: *Spannweiten-Effizienz*<sup>2</sup> und *Oswaldfaktor* anzugeben. Da diese sich in ihrer Definition unterscheiden, jedoch in der Literatur oft gleichgesetzt verwendet werden, sollen diese nachfolgend kurz erläutert werden.

#### Spannweiten-Effizienz $e$

Die Spannweiten-Effizienz  $e$  setzt den *tatsächlich* vorhandenen induzierten Widerstand zum *theoretisch* minimalen induzierten Widerstand ins Verhältnis. Mit dem entsprechend erweiterten quadratischen Zusammenhang zwischen Auftrieb und Widerstand:

$$c_{W_i} = \frac{c_A^2}{\pi \Lambda e} \quad (2.26)$$

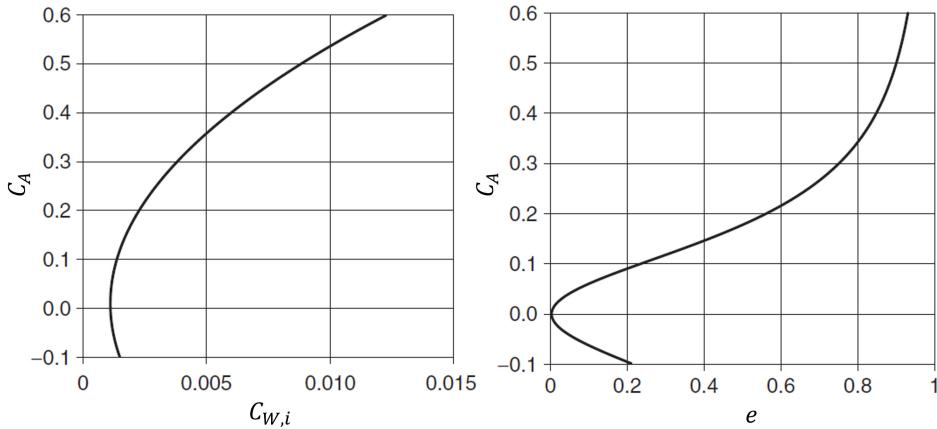
kann mit Gl.2.22 auch geschrieben werden:

$$c_{W_i} = \frac{c_{W_{i,min}}}{e} \Rightarrow e = \frac{c_{W_{i,min}}}{c_{W_i}} \quad (2.27)$$

Da der *reale* induzierte Widerstand immer größer als der *ideale* induzierte Widerstand ist, ist die Spannweiten-Effizienz stets kleiner gleich *eins*, d.h.  $e \leq 1$ . Strenggenommen gilt diese wichtige Gesetzmäßigkeit nur für *planare* Flügel insofern, als für *nicht-planare* Flügel<sup>3</sup> der tatsächlich induzierte Widerstand auch geringer als der theoretisch minimale induzierte Widerstand ausfallen kann, da letzterer immer von der Betrachtung einer planaren Tragfläche ausgeht, vgl. [38]. Die

<sup>2</sup>hier wurde der Einfachheit halber die wörtliche Übersetzung des in englischsprachiger Literatur häufig verwendeten Begriffs der '*span efficiency*' übernommen.

<sup>3</sup>Flügel, bei denen die "abgewinkelte" Fläche größer ist als ihre projizierte Fläche. Z.B. Flügel mit V-Stellung, mit Winglets etc.



**Abbildung 2.5.:** Verhalten des induzierten Widerstands (links) und der Spannweiten-Effizienz (rechts) für verwundete Flügel (38; angepasst)

Spannweiten-Effizienz wird im Zuge der Ergebnisanalyse dieser Arbeit als primäre Kenngröße zur Beurteilung der aerodynamischen Effizienz herangezogen.

Entgegen dem allgemein bekannten Zusammenhang zwischen induziertem Widerstand und Auftrieb (Gl.2.22) ist die Polare des tatsächlichen induzierten Widerstands für einen *verwundenen* Flügel keine normale Parabel durch den Ursprung, so wie es für einen *unverwundenen* Flügel mit konstanter Form der spannweitigen Auftriebsverteilung der Fall wäre, vgl. [38]. Stattdessen ist üblicherweise das Minimum der Polare  $c_{W,i,min}$  zu höheren Werten (also  $> 0$ ) verschoben und der zugehörige Auftrieb  $c_A(c_{W,i,min})$  ungleich Null, siehe Abb.2.5. Der minimale induzierte Widerstand  $c_{W,i,min} > 0$  lässt sich hierbei auch mit der *Nullverteilung* (vgl. Abs.2.2.2) erklären, die zwar einen Netto-Auftrieb von Null liefert, jedoch durch die lokale Zirkulation eine Anstellwinkelverteilung induziert, welche dafür sorgt, dass die Summe der resultierenden Widerstandsanteile der örtlich geneigten Gesamtkraft (vgl. Abb.2.4) von Null verschieden ist. Wie man in der schematischen Abb. 2.5 leicht erkennen kann, ist die nach Gl.2.27 ermittelte Spannweiten-Effizienz (gerade bei kleinen Auftriebsbeiwerten) keineswegs konstant, sodass es also unzulässig wäre, diese über eine quadratische Polynom-Regression zu ermitteln. Die Spannweiten-Effizienz bezieht sich also immer auf die aktuellen, instantanen Werte des Auftriebs und des Widerstands.

### Abgrenzung zum Oswald-Faktor $e_0$

Neben dem induzierten Widerstand können auch andere Widerstandsanteile wie z.B. der Profilwiderstand eine nicht unerhebliche Abhängigkeit vom Auftrieb aufweisen. Vor allem im Bereich des Flugzeug-Vorentwurf ist es üblich anzunehmen, dass der gesamte, auftriebsabhängige Widerstand ebenfalls näherungsweise *quadratisch* mit dem Auftrieb skaliert, was im Allgemeinen auch ziemlich genau mit der Realität übereinstimmt. Es gilt dann:

$$c_W = c_{W,0} + k c_A^2 = c_{W,0} + \frac{1}{\pi \Lambda e_0} c_A^2 \quad (2.28)$$

In diesem Zusammenhang bezeichnet man mit  $e_0$  den *Oswaldfaktor*, welcher bei variablem Auftrieb als konstant angenommen wird und somit hier nun mittels quadratischer Polynom-Regression bestimmt werden kann. Darüber hinaus verschwindet der induzierte Anteil stets bei  $c_A = 0$ ; d.h. bei Nullauftrieb wird immer der Minimal-Widerstand  $c_{W,0}$  vorausgesetzt. Durch die Hinzunahme weiterer Widerstandsanteile ist der  $k$ -Faktor in Gl.2.28 größer als bei isolierter Betrachtung des induzierten Widerstandes. Dementsprechend ist der Oswaldfaktor  $e_0$  üblicherweise kleiner als die Spannweiteneffizienz  $e$ .

## 2.2. Aspekte der Formvariabilität

Nachdem zuvor wesentliche Grundlagen bezüglich der Tragflügelaerodynamik und der Entstehung des induzierten Widerstandes wiederholt wurden, soll nun die Wirkung einer veränderlichen Flügel-Geometrie beleuchtet werden. Dabei ist beim Hinterkanten-Morphing besonders die Beeinflussung der Wölbung sowie der daraus resultierenden lokalen aerodynamischen Verwindung von Interesse. Bevor der theoretische Einfluss der Formvariabilität im *drei-dimensionalen* näher behandelt wird, sollten jedoch zuerst die Effekte der Formänderungen im *ebenen* 2D-Fall besprochen werden.

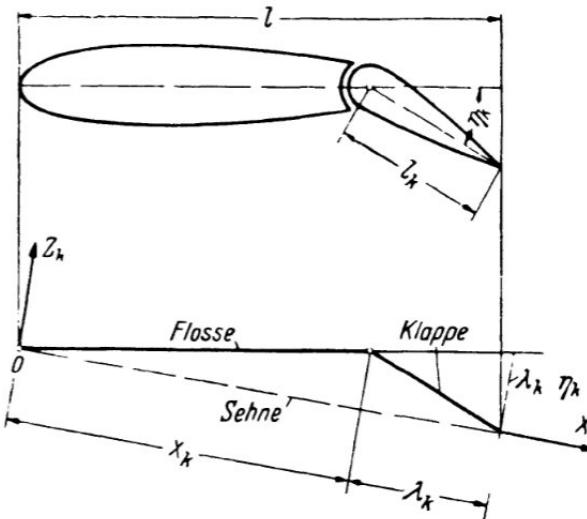
### 2.2.1. 2D-Effekt

Für die Betrachtung des 2D-Effekts ist es hilfreich sich vorzustellen, dass die lokale Auftriebsveränderung durch konventionelle Steuer- bzw. Stellflächen wie Ruder oder Klappen, im weitesten Sinne auch eine Art der Formvariabilität darstellt. Die somit bewirkten Kraft- und Momentenänderungen kommen denen einer äquivalenten Profilveränderung durch kontinuierliche Verformung gleich. Im Folgenden soll dieser Zusammenhang nun mithilfe der klassischen Skeletttheorie veranschaulicht werden und ein analytischer Vergleich zwischen der Auftriebsveränderung mittels konventioneller Klappen und der durch Profilverformung stattfinden.

#### Klappenwirkung

Mit den einleitend in Abs.2.1.1 wiederholten Grundlagen der Profilaerodynamik kann eine recht einfache Abschätzung des Ruder- bzw. Klappeneinflusses auf den Auftrieb getätigt werden. Dazu ist es zweckmäßig das Profil mit ausgelenkter Klappe über zwei jeweils segmentweise gerade Skelettlinien ("geknickte Platte") zu ersetzen, vgl. Abb.2.6. Die Z-Ordinate, gemessen gegen die gedachte resultierende Sehne zwischen Profilnase und Hinterkante, ist in diesem Fall dann abschnittsweise in einem Bereich vor und hinter dem Knickpunkt (= 'Scharnierlinie')  $X_k$  definiert:

$$\begin{aligned} Z^{(k)} &= \lambda_k X \eta_k, & 0 \leq X \leq X_k, \\ Z^{(k)} &= (1 - \lambda_k) (1 - X) \eta_k, & X_k \leq X \leq 1. \end{aligned} \quad (2.29)$$



**Abbildung 2.6.:** Vereinfachung eines Klappenprofils als *geknickte* Skelettlinie (§50)

wobei  $\lambda_k$  die relative Klappentiefe, auch *Klappentiefenverhältnis* genannt, und  $\eta_k$  den Klappenausschlag, relativ zum feststehenden Teil des Profils, bezeichnet. Auch hierbei gilt die Annahme kleiner Ausschläge. Für die Änderung der Nullauftriebsrichtung infolge des Klappenausschlages kann somit unter Berücksichtigung Gl.2.4 geschrieben werden:

$$\alpha_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dZ^{(k)}}{dX} (1 + \cos \varphi) d\varphi - \lambda_k \eta_k. \quad (2.30)$$

worin  $dZ^{(k)}/dX$  nun die abschnittsweisen, konstanten Gradienten der Wölbungslinie beschreibt. Abgeleitet nach dem Klappewinkel  $\eta_k$  ergibt sich die sogenannte *Klappen-* bzw. *Ruderwirkung* in Abhängigkeit der relativen Klappentiefe  $\lambda_k$ :

$$\frac{\partial \alpha_0}{\partial \eta_k} = -\frac{1}{\pi} (\sin \varphi_k + \varphi_k). \quad (2.31)$$

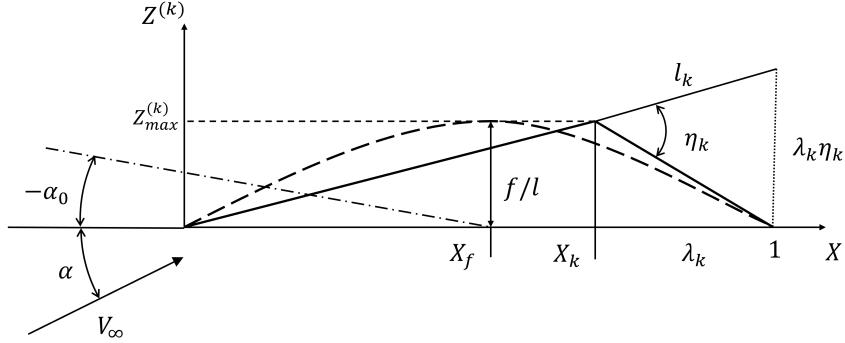
Für die Änderung des resultierenden Auftriebsbeiwerts in Abhängigkeit des Klappenausschlages und der Ruderwirkung kann geschrieben werden:

$$\Delta c_A = c_{A,\alpha(\eta_k=0)} \frac{\partial \alpha_g}{\partial \eta_k} \Delta \eta_k \approx c_{A,\alpha(\eta_k=0)} \frac{\partial \alpha_0}{\partial \eta_k} \Delta \eta_k \quad (2.32)$$

wobei mit  $c_{A,\alpha(\eta_k=0)}$  der Auftriebsanstieg des Ausgangsprofils ohne Klappenausschlag gewählt wird mit der Annahme, dass der Klappenausschlag lediglich eine Veränderung des Nullauftriebswinkels  $\alpha_0$  zur Folge hat.

### Äquivalente Wölbung

Um nun die Effektivität eines Klappenprofils hinsichtlich der Auftriebsveränderung mit der eines entsprechend gewölbten Profils zu vergleichen, wird in der folgenden Betrachtung der "geknick-



**Abbildung 2.7.:** Skelettlinien des Klappenprofils und des Profils äquivalenter Wölbung

ten” Skelettlinie die gewölbte Skelettlinie eines zweiten Vergleichs-Profil überlagert, welches das kontinuierliche Äquivalent zum Klappenprofil repräsentieren soll, vgl. Abb.2.7. Neben den gemeinsamen Punkten in Profil-Nase und -Hinterkante, soll das äquivalente *Wölbprofil* (Index: 'W') eine maximale Wölbung aufweisen, welche gleich der maximalen Z-Ordinate der Klappenflügel-Skelettlinie an der Stelle  $X_k$  ist, sodass gilt:

$$(f/l)_W = \lambda_k \eta_k X_k, \quad (2.33)$$

wobei  $(f/l)_W$  die maximale, dimensionslose Wölbung an der Stelle  $X_f$  (*Wölbungsrücklage*) des Wölbprofils bezeichnet. Der Ausdruck  $\lambda_k \eta_k$  ist die sich mithilfe der Kleinwinkelnäherung in Gl.2.29 ergebende Steigung  $dZ^{(k)}/dX$  des ersten Platten-Segments des Klappenflügels. Somit kann eine direkte Kopplung des Klappenausschlags des konventionellen Klappenprofils mit der Verformung des äquivalent gewölbten Profils hergestellt werden.

Für gleichförmig gewölbte<sup>4</sup> Profile kann die Berechnung des Nullanstellwinkels (siehe Gl.2.4) vereinfacht werden zu, vgl. [50]:

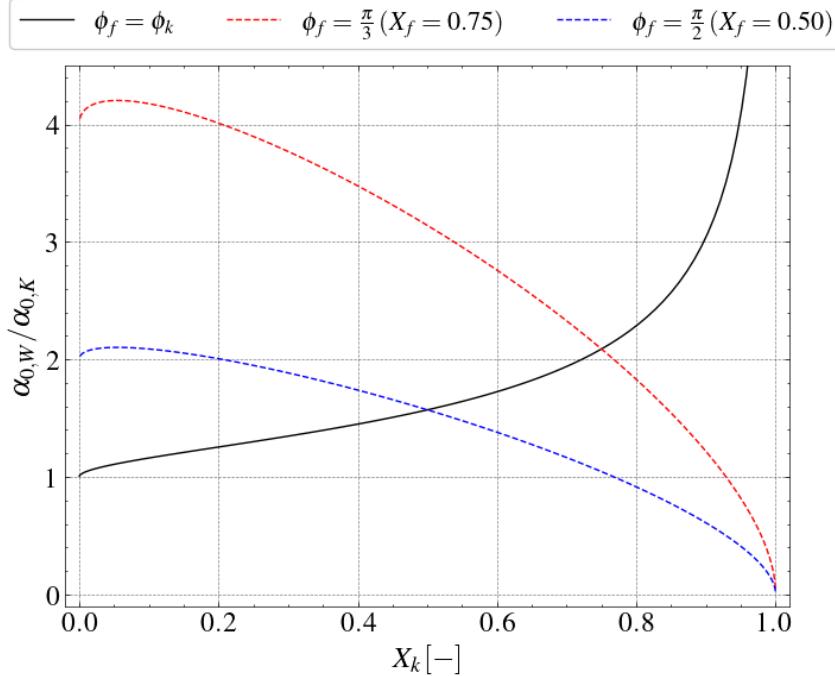
$$\alpha_0 = -\frac{f}{l} \frac{1}{1-X_f} \quad (2.34)$$

Setzt man nun beide Formeln zur Berechnung des Nullanstellwinkels (Gl.2.30 und Gl.2.34) ins Verhältnis, also  $\alpha_{0,W}/\alpha_{0,K}$ , kann die Auftriebsveränderung des normalen Wölbprofils (W) mit der geknickten Klappen-Skelettlinie (K) verglichen werden. Hier sei angemerkt, dass zur Berechnung des Klappen-Nullanstellwinkels Gl.2.31 wieder mit  $\lambda_k \eta_k$  erweitert wird, wodurch der Nullanstellwinkel zur gedachten resultierenden Sehne angegeben wird und somit mit dem durch äquivalente Wölbung,  $\alpha_{0,W}$ , vergleichbar ist. Nach einigen Umformungen ergibt sich für das Nullanstellwinkel-Verhältnis in Polarkoordinaten-Form (vgl. Gl.2.3):

$$\frac{\alpha_{0,W}}{\alpha_{0,K}} = -\frac{-\frac{1}{4} \cdot (1 - \cos(\varphi_k)^2)}{\left[ -\frac{1}{\pi} \cdot (\varphi_k + \sin(\varphi_k)) + \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(\varphi_k)) \right] \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(\varphi_f))} \quad (2.35)$$

Es ist zu erkennen, dass sich der eigentliche Klappenwinkel herauskürzt und somit gar keinen

<sup>4</sup>d.h. die Skelettlinie weist zwischen  $0 < X < 1$  keine Wendepunkte auf



**Abbildung 2.8.:** Verlauf des theoretischen Verhältnis  $\alpha_{0,W}/\alpha_{0,K}$  mit variierender Knickposition  $\varphi_k$  für unterschiedliche Wölbungsrücklagen  $\varphi_f$

Einfluss auf das Verhältnis hat; stattdessen sind nun nur noch die Positionen des Knickpunktes  $X_k$  und der maximalen Wölbung  $X_f$  bzw. analog  $\varphi_k$  und  $\varphi_f$  von Bedeutung.

Die theoretischen Verläufe, die sich aus Gl. 2.35 für variable  $\varphi_k$  sowie verschiedene  $\varphi_f$  ergeben, sind in Abb. 2.8 dargestellt. So ist z.B. für eine fixierte Position der maximalen Wölbung des äquivalent verformten Profils in der Mitte der Profiltiefe (d.h.  $\varphi_f = \pi/2$ ) der effektive Nullanstellwinkel dessen deutlich größer, solange sich der Knickpunkt der Klappe im Bereich  $0 < X_k < 0.75$  (circa) bewegt. Wird die Position der äquivalenten Wölbung mit der des Klappen-Knickpunktes gleichgesetzt, d.h.  $X_f = X_k$ , so ist das Nullanstellwinkel-Verhältnis stets größer eins, sodass das Auftriebs-verändernde Potential des Wölbprofils durchwegs größer ist als das des Klappenprofils und (in der Theorie) sogar gegen *unendlich* strebt, sobald  $X_f$  sich gegen eins nähert.

Abschließend sei nochmal betont, dass die hier verwendeten theoretischen Zusammenhänge für kleine Klappenausschläge und vergleichsweise kleine Verformungen mit dem tatsächlichen Verhalten (d.h. in experimentellen Untersuchungen) gut übereinstimmen, wobei jedoch gerade bei der theoretischen Betrachtung der Klappenwirkung größere Abweichungen zu erwarten sind, sobald die Ausschläge  $\gtrsim 10^\circ$  sind, vgl. [51] (S.442). Als Gründe hierfür werden vor allem Reibungseinflüsse genannt. Um diese Abweichungen in theoretischen Berechnungen zu berücksichtigen ist es zweckmäßig, die im Vorhergehende vorgestellten Formel zur Klappenwirksamkeit (Gl. 2.31), entsprechend mit empirisch ermittelten Korrekturfaktoren zu versehen.

Wie einleitend bereits erwähnt wurde, beschreiben die gefundenen Zusammenhänge nur das Auftriebsverhalten, ohne, dass Aussagen zum Widerstand getroffen werden können (siehe Abs. 2.1.1). Jedoch lässt sich bei Betrachtung von Abb. 2.7 intuitiv abschätzen, dass bei ungefähr gleicher Stirnfläche (d.h. Fläche normal zur Anströmung) auch ein ungefähr konstanter Profilwiderstand

zu erwarten ist, sodass das äquivalente Wölbprofil in entsprechend "günstigen" Konfigurationen (vgl. Abb.2.8) einen höheren Auftrieb und somit auch eine höhere Gleitzahl bzw. verbesserte aerodynamische Effizienz aufweisen würde.

Aufgrund der Unzulänglichkeiten der vorangegangenen Betrachtungen hinsichtlich der Widerstandsbestimmung kommt für die Berücksichtigung des Profilwiderstands im Zuge der folgenden Untersuchungen (Kap.4.2) ein numerisches 2D-Panelverfahren zur Anwendung.

Zwecks besserer Vergleichbarkeit der beiden Profil-Arten (also Klappen- und Wölbprofil) in Abs.4.2.2 werden für das Wölbprofil noch die beiden Vergleichsgrößen *äquivalenter Klappenausschlag*  $\eta_k^*$  und *Hinterkantensteigung*  $\eta'_k$  eingeführt. Der *äquivalente Klappenausschlag* definiert den Winkel einer fiktiven ausgeschlagenen Klappe zwischen der ausgelenkten Hinterkante des Wölbprofils ( $X_{HK,W}, Z_{HK,W}$ ) und dem Knickpunkt des zu vergleichenden Klappenprofils ( $X_k, Z_k$ ):

$$\eta_k^* = \arctan\left(-\frac{\Delta Z}{\Delta X}\right) = \arctan\left(-\frac{Z_{HK,W} - Z_k}{X_{HK,W} - X_k}\right) \quad (2.36)$$

Die *Hinterkantensteigung* bezeichnet dagegen den Winkel der Tangente an der deformierten Skelettlinie auf Höhe der Hinterkante ( $X_{HK,W}$ ):

$$\eta'_k = \arctan\left(-\frac{dZ^{(s)}}{dX}\Big|_{X=X_{HK,W}}\right) \quad (2.37)$$

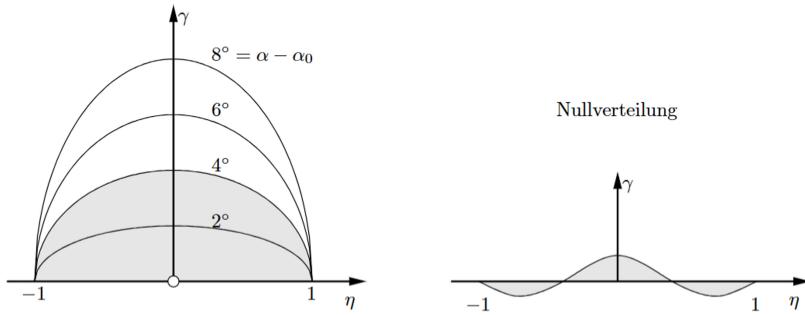
Für das konventionelle Klappenprofil ist der Klappenwinkel also stets *gleich* der Hinterkanten-Steigung, da die Skelettlinie der (symmetrischen) Klappe als ebenes Plattensegment zwischen der Scharnierlinie und der Hinterkante angenommen wird.

### 2.2.2. 3D-Effekt

Im Gegensatz zur vorhergehenden Betrachtung wirkt sich der Einfluss der Formvariabilität im dreidimensionalen nur *indirekt* auf den induzierten Widerstand aus. Wie zuvor besprochen, verändert sich bei Variation der Profilkontur die effektive Anströmung derart, dass eine direkte Veränderung des lokalen Auftriebs bzw. der gesamten spannweitigen Verteilung resultiert und damit nach den Gesetzmäßigkeiten aus Abs.2.1.4 auch eine Änderung des induzierten Widerstands einhergeht. Im Folgenden soll dieser Mechanismus noch etwas detaillierter aufgelöst werden.

#### Einfluss der Verwindung

Um eine gewünschte Last- bzw. Auftriebsverteilung (z.B. elliptisch) bei vorgegebenem Flügelgrundriss (Streckung, Tiefenverteilung, Zuspitzung) und vorgegebenem Gesamt-Auftrieb  $c_{A,Design}$  zu erreichen, muss nach Gl.2.18 eine geeignete Verwindung des Tragflügels stattfinden. Hierbei unterscheidet man diese im Allgemeinen in zwei Arten:



**Abbildung 2.9.:** Auftriebsabhängige *Grundrissverteilung* (links) und vom Anstellwinkel unabhängige *Nullverteilung* (rechts)(aus [46])

- **geometrisch:** Variation des *Einstellwinkels*  $\theta(\eta)$  (Winkel zwischen Profilsehne und Flügel-Referenzachse) entlang der Spannweiten-Koordinate  $\eta$ , vgl. Abb. 2.1
- **aerodynamisch:** Variation der *Wölbung* bzw. des *Nullanstellwinkels*  $\alpha_0$  entlang der Spannweiten-Koordinate  $\eta$ , vgl. Abb. 2.1

Im Kontext dieser Arbeit kommt die Anpassung der effektiven Wölbelinie der formvariablen Flügelschnitte durch die Morphing-Technologie also quasi einer *adaptiven*, aerodynamischen Verwindung gleich.

Die resultierende Zirkulationsverteilung eines verwundenen Flügels kann generell in zwei Anteile separiert werden (wobei jedoch kein Zusammenhang zur vorherigen Aufteilung besteht):

- **Grundrissverteilung:** Zirkulationsverteilung des *angestellten, unverwundenen* Grundriss-Flügels (d.h.  $\alpha - \alpha_0 > 0$ )
- **Nullverteilung:** Zirkulationsverteilung des Flügels *mit Verwindung* bei  $c_A = 0$  (d.h.  $\alpha = \alpha_0$ )

Mit  $\alpha_0$  ist hier der resultierende Nullanstellwinkel des *gesamten*, verwundenen Flügels gemeint. Die Nullverteilung hängt sowohl vom Grundriss, als auch von der Verwindung ab, jedoch nicht vom Anstellwinkel; zudem liefert sie keinen Beitrag zum Netto-Auftrieb. Im Gegensatz dazu hängt die Zirkulationsverteilung des *unverwundenen* Grundriss-Flügels nur vom Anstellwinkel (d.h.  $\alpha - \alpha_0$ ) ab und liefert den eigentlichen Auftrieb. Die Separation in die beiden Anteile kann, wie in Abb 2.9 dargestellt, veranschaulicht werden.

Auch ohne Berücksichtigung komplexer Strömungsphänomene, wie beispielsweise transsonischer Effekte oder aeroelastischer Verformungen, lässt sich feststellen, dass bei der Auslegung eines konventionellen Tragflügels die gewählte Verwindung lediglich für *einen* bestimmten Auftriebsbeiwert  $c_{A,Design}$  die optimale Auftriebsverteilung ermöglicht, vgl. [38]. Hier bietet nun die Formvariabilität pro Flügel-Sektion die Möglichkeit, durch aerodynamische Verwindung die Nullverteilung in Abhängigkeit des jeweiligen Auftriebsbeiwertes ( $c_A \neq const.$ ) entsprechend der angestrebten Auftriebsverteilung anzupassen. Im Rahmen der dargelegten Modellvorstellung hat die

Verwindungsanpassung mittels Profil-Morphing folglich nur auf die Nullverteilung einen Einfluss, während die Grundriss-Verteilung davon unberührt bleibt.

### Adaptive Anpassung der Verwindung

Unabhängig von der gewählten optimalen Design-Auftriebsverteilung, muss also davon ausgegangen werden, dass sich diese unter *Off-Design*-Bedingungen so verändert, dass die aerodynamische Effizienz tendenziell verschlechtert wird. In [42] wird aufgezeigt, wie man eine einfache Verbindung zwischen Off-Design Auftriebsbeiwert und der gewünschten Auftriebsverteilung zur Erhaltung der maximalen Spannweiten-Effizienz herstellen kann.

Dafür wird die Zirkulationsverteilung im Off-Design zunächst mithilfe der Fourierreihen-Darstellung nach Glauert (vgl. Gl.A.2) beschrieben:

$$\Gamma(\vartheta) = 2bV_\infty \sum_{n=1}^N (a_n + \Delta a_n) \sin(n\vartheta), \quad (2.38)$$

wobei  $\Delta a_n$  die zusätzliche (inkrementelle) lokale Auftriebsverteilung zuzüglich zu den im Auslegungspunkt vorliegenden Koeffizienten  $a_n$  darstellt. Mithilfe der inkrementellen Fourier-Koeffizienten kann die Berechnung des induzierten Widerstands (Gl.2.21) somit modifiziert werden zu:

$$c_{W_i} = (a_1 + \Delta a_1)^2 \pi \Lambda \cdot \left[ 1 + \sum_{n=2}^N n \left( \frac{a_n + \Delta a_n}{a_1 + \Delta a_1} \right)^2 \right]. \quad (2.39)$$

Andererseits kann die klassische Formel in Abhängigkeit des Auftriebsbeiwerts (Gl.2.26) angepasst werden zu (ohne Herleitung):

$$\frac{(c_A + \Delta c_A)^2}{\pi \Lambda (e + \Delta e)} = \frac{(c_A + \Delta c_A)^2}{\pi \Lambda e} + \frac{2c_A \Delta c_A}{\pi \Lambda e_1} + \frac{\Delta c_A^2}{\pi \Lambda e_2}. \quad (2.40)$$

wobei hier  $\Delta e$  die durch die Veränderung der Off-Design Auftriebsverteilung *defizitäre* Spannweiten-Effizienz repräsentiert, welche nach Umformung auch über zusätzliche Quotienten-Terme mit den Ersatzgrößen  $e_1$  bzw.  $e_2$  im Nenner dargestellt werden kann. Diese beiden Terme sind für die potenzielle Erhöhung des induzierten Widerstandes verantwortlich. Nach Gleichsetzen von Gl.2.39 mit Gl.2.40, kann für die verschiedenen Spannweiten-Effizienzen bzw. deren Quotienten in Abhängigkeit der Auslegungs- sowie der inkrementellen Fourier-Koeffizienten geschrieben werden:

$$\frac{1}{e} = 1 + \sum_{n=2}^N n \left( \frac{a_n}{a_1} \right)^2, \quad (2.41)$$

$$\frac{1}{e_1} = \sum_{n=2}^{\infty} n \left( \frac{a_n}{a_1} \right) \left( \frac{\Delta a_n}{\Delta a_1} - \frac{a_n}{a_1} \right), \quad (2.42)$$

$$\frac{1}{e_2} = \sum_{n=2}^N \left[ \left( \frac{\Delta a_n}{\Delta a_1} \right)^2 - \left( \frac{a_n}{a_1} \right)^2 \right]. \quad (2.43)$$

Werden die letzten beiden Terme zu null gesetzt, um deren parasitären Einfluss in Gl.[2.40](#) zu eliminieren, ergibt sich für die dafür benötigten Fourier-Koeffizienten nach einigen Umformungen die einfache Vorschrift:

$$\Delta a_n = \frac{\Delta c_A}{c_A} a_n. \quad (2.44)$$

Für die Beibehaltung der Design-Auftriebsverteilung müssen die im Auslegungspunkt gegebenen Koeffizienten also lediglich in Abhängigkeit des *inkrementellen* Gesamt-Auftriebs  $\Delta c_A$  *skaliert* werden. Hieraus kann dann eine theoretische Steuervorgabe für die spannweiten Profil-Deformationen bestimmt werden, sodass die gewünschte Auftriebsverteilung (in ihrer Form) eingehalten wird und so eine "unnötige" Erhöhung des induzierten Widerstandes verhindert wird, vgl. [\[42\]](#).

Abschließend ist festzuhalten, dass die zuvor besprochenen Verhaltensweisen zwischen der spannweiten Verformung und deren (indirekter) Einfluss auf den induzierten Widerstand zwar leicht nachvollziehbar sind, jedoch die dafür zugrunde liegende Tragflügeltheorie nur für reibungsfreie Strömungen vollständig valide ist. Da im Rahmen dieser Arbeit jedoch auch Ansätze zur Korrektur nicht-linearer viskoser Einflüsse berücksichtigt werden, sind die getroffenen Vereinfachungen möglicherweise nicht mehr zulässig. Eine weitere Schwierigkeit ist zudem, dass es nicht so ohne Weiteres möglich ist, einen direkten Zusammenhang zwischen der inkrementellen Auftriebsverteilung (Gl.[2.38](#)) und den dafür benötigten Stellaußenschlägen bzw. Profilverformungen herzustellen. Aufgrund der fehlenden Möglichkeit eines geschlossenen, analytischen Verfahrens, wird zur Ermittlung der entsprechend optimierten Konfigurationen (siehe Kap.[4.3](#)) eine gängige Optimierungsmethode in Betracht gezogen.

## 2.3. Numerische Lösungsverfahren

Numerische Lösungsverfahren ermöglichen unter Anwendung der Grundgleichungen der Strömungsmechanik auf die Elemente eines diskretisierten Rechengebiets eine maschinelle Berechnung der aerodynamischen Kräfte und Momente. Dabei gibt es abhängig von der Implementierung wesentliche Unterschiede, vor allem bezüglich der Ergebnisgenauigkeit und der für die Lösung des Problems benötigten Zeitdauer. Je nach Ordnung des Verfahrens können zudem entweder nur relativ einfache oder aber auch sehr komplexe Geometrien bzw. Strömungsfälle berücksichtigt werden. In Abb. 2.10 sind gängige Methoden in einer typischen Darstellungsweise qualitativ hinsichtlich ihrer Genauigkeit und ihres Rechenaufwands eingeteilt.

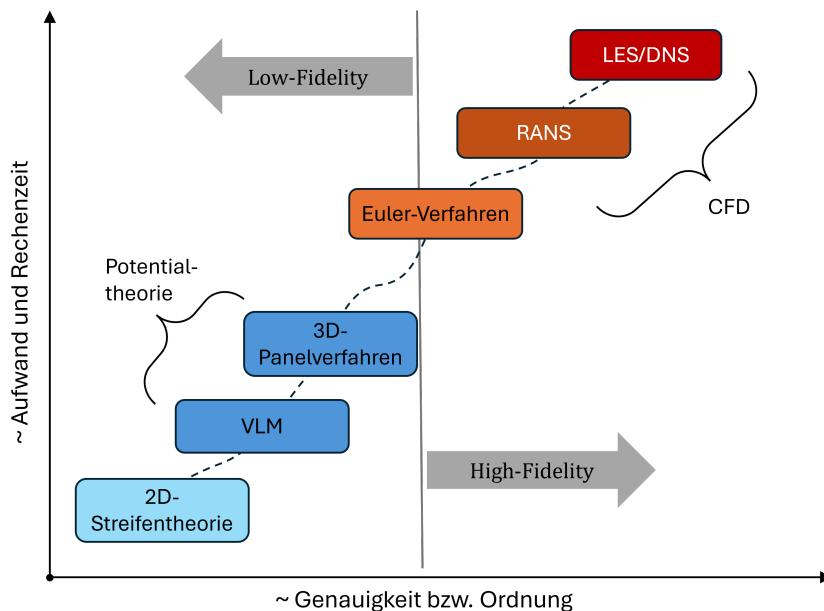


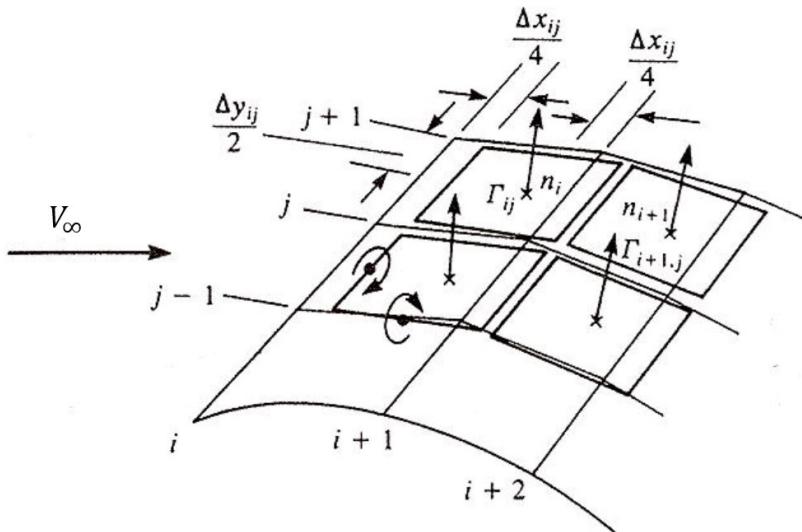
Abbildung 2.10.: Rechenaufwand und Genauigkeit verschiedener numerischer Verfahren

Im Rahmen dieser Arbeit kommen zwei dieser Verfahren zur Anwendung. Zum einen die sogenannte *Vortex Lattice Method* (VLM), welche im weitesten Sinne auf den im vorhergehenden besprochenen Prinzipien und Annahmen der Potentialtheorie beruht und zu den Verfahren *niedriger Ordnung* zählt (*Low-Fidelity-Methode*). Diese Methode wird im folgenden hauptsächlich benutzt; sei es zur Ermittlung der aerodynamischen Kennwerte im Sinne einer *stationären Analyse* der Leistungs-Charakteristiken oder auch zur Modellierung der Aerodynamik des Demonstrator-Vehikels als Teil eines Flugdynamik-Modells. Zum anderen wird ein *CFD* (*Computational Fluid Dynamics*) - Verfahren herangezogen, welches vollständige *RANS* (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) - Gleichungen löst und damit zu den Verfahren *höherer Ordnung* zählt. Da es zu diesem Zweck üblicherweise einer deutlich feineren Diskretisierung des gesamten dreidimensionalen Kontrollvolumens bedarf, benötigen diese Verfahren erheblich größere Rechen-Ressourcen. Im Zuge dieser Arbeit wird es vor allem dazu genutzt, um Referenzlösungen zu erzeugen und somit die Ergebnisse des *VLM*-Modells besser bewerten und gegebenenfalls validieren zu können.

Die spezifischen theoretischen Hintergründe sowie grundlegende Aspekte zur praktischen Umsetzung dieser beiden Verfahren sollen im Folgenden näher vorgestellt werden.

### 2.3.1. VLM

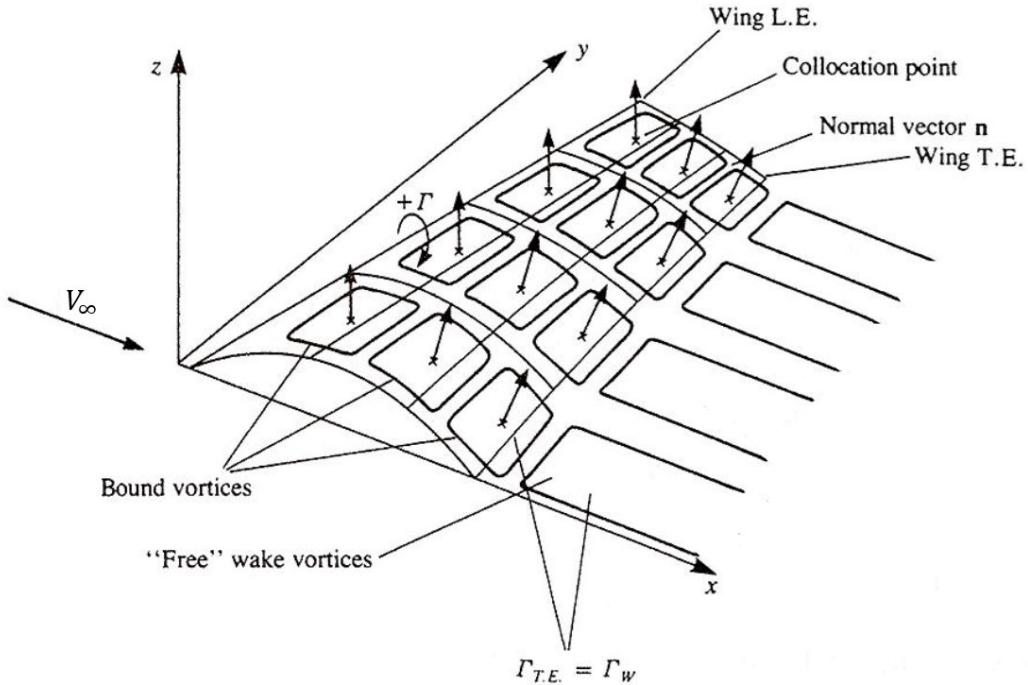
Die Grundlagen und Ausgangsgleichungen der VLM sind größtenteils durch die Prandtl'sche Traglinientheorie gegeben, vgl. Kap. 2.1.3. In diesem Abschnitt soll der Fokus nun mehr auf die Anwendung dieser Konzepte in Form eines *numerischen* Verfahrens gelegt werden. Da die spezielle Implementierung des im Zuge dieser Arbeit verwendeten VLM-Programms (siehe Kap. 3.2) nicht dokumentiert und nur als Quellcode verfügbar ist, sollen hier die generischen Schritte eines Wirbelleiter-Verfahrens nach Katz und Plotkin ([27], S.340 ff.) aufgezeigt werden. Ein- gangs sei zudem erwähnt, dass die nachfolgend getroffenen Annahmen und Vereinfachungen der VLM nur für *kleine Anstellwinkel* und Geometrien *geringer Dicke* gültig sind, wobei hier jedoch im Allgemeinen keine konkreten quantitativen Vorschriften oder Grenzwerte festgelegt werden können.



**Abbildung 2.11.:** Platzierung der Wirbelringe auf den Plattenelementen (aus [27]; angepasst)

#### Gitter-Diskretisierung

Ausgehend von den Betrachtungen der Traglinientheorie sowie den darin getroffenen Annahmen kann eine Auftriebsfläche sowohl in Spannweiten- als auch in Tiefen-Richtung in ein Gitter aus viereckigen *Plattenelementen* (im weiteren Verlauf auch als 'Panel' bezeichnet) diskretisiert werden. Auf jedes dieser Elemente wird dann eine Singularität in Form eines *Wirbelrings* (d.h. ein diskreter, geschlossener Wirbelleiter, welcher jeweils aus zwei gegenüberliegenden, parallelen Wirbelleiterstücken besteht) der Wirbelstärke  $\Gamma_{i,j}$  gelegt, vgl. Abb. 2.11. Die Indizes  $i$  und  $j$  geben hier die entsprechende Position in Flügeltiefen- und Spannweitenrichtung an. Üblicherweise wird das diskrete Wirbelsystem bei  $1/4$  der Elementtiefe  $\Delta x_{i,j}$  platziert und ein *Aufpunkt* bei  $3/4 \Delta x_{i,j}$  definiert, in welchem die kinematische Strömungsbedingung, vgl. Gl. 2.14, erfüllt werden muss (begründet mit dem Theorem nach Pistoletti; im Detail in [47]). An diesem Punkt wird



**Abbildung 2.12.:** Wirbelringssystem einer diskretisierten Tragfläche mit Hufeisen-Wirbeln (aus [27]; angepasst)

außerdem auch der Normalenvektor des jeweiligen Elements  $\vec{n}_{i,j}$  verankert, vgl. Abb. 2.11.

### Nachlauf-Modellierung

Das Wirbelsystem im Nachlauf der auftriebserzeugenden Fläche wird mithilfe spannweitig verteilter *Hufeisenwirbel* modelliert, vgl. Abb. 2.12. Damit die *Kuttasche Abflussbedingung*<sup>5</sup> an der Hinterkante:

$$\gamma_{HK} = 0$$

erfüllt ist, wird die Zirkulation eines jeden Hufeisenwirbels jeweils gleich der umgekehrten Zirkulation des dazugehörigen Hinterkanten-Wirbelringes definiert. Daher entspricht - nach den *Helmholtz'schen* Wirbelsätzen - die resultierende Zirkulationsverteilung der Hufeisenwirbel im Nachlauf der Zirkulationsverteilung der Wirbelringe entlang der Hinterkante. Die parallel zur Anströmung abgehenden Wirbelleiter (vgl. 2.1.3) liefern zwar keinen resultierenden Kraft-Beitrag, bestimmen dafür aber maßgeblich den induzierten Abwind entlang der Flächen-Hinterkante und damit den induzierten Widerstand. Dieser Einfluss wird durch die Einführung sogenannter *Einfluss-Koeffizienten* berücksichtigt.

<sup>5</sup>Glatte Abströmung an der Hinterkante bei gleicher, endlicher Geschwindigkeit der Saug- und Druckseitenkomponente, vgl. [47]

### Einfluss-Koeffizienten

Nachdem zuvor eine Ersatz-Darstellung mithilfe von diskretisierten Elementen der Potentialtheorie geschaffen wurde, kann nun der Einfluss des Wirbelsystems auf die einzelnen Plattenelemente bestimmt werden. Von fundamentaler Bedeutung ist hierbei das *Biot-Savart-Gesetz* (vgl. Gl. 2.10) in vektorieller Form:

$$\vec{q}_{1,2} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \vec{r}_0 \cdot \left( \frac{\vec{r}_1}{r_1} - \frac{\vec{r}_2}{r_2} \right), \quad (2.45)$$

womit die induzierte Geschwindigkeit  $\vec{q}_{1,2}$  einer endlichen Wirbellinie der Stärke  $\Gamma$  (Startpunkt 1, Endpunkt 2) an einem Aufpunkt  $P$  berechnet werden kann. Der Abstand des Aufpunktes zu den jeweiligen Begrenzungspunkten 1 und 2 ist mit  $\vec{r}_1$  und  $\vec{r}_2$  definiert und  $\vec{r}_0$  bezeichnet den Abstand letzterer zueinander.

In der praktischen Anwendung dieses Gesetzes im Rahmen der VLM ist es üblich, dass die diskretisierten Elemente der Auftriebsfläche in Gedanken "aneinandergereiht" werden, wodurch zwei neue Laufvariablen  $k$  und  $l$  eingeführt werden müssen, welche maximal den Wert  $m = M \times N$  ( $M$ : Anzahl Flügeltiefenelemente,  $N$ : Anzahl Spannweitenelemente) annehmen können. Es ergibt sich dann für den *Einflusskoeffizienten*  $a_{k,l}$  des Wirbelrings eines Plattenelements  $l$  auf den Aufpunkt des Plattenelements  $k$ :

$$a_{k,l} = (u, v, w)_{k,l} \cdot \vec{n}_k = \vec{v}_{ind,l} \cdot \vec{n}_k, \quad (2.46)$$

wobei sich hinter dem Ausdruck  $(\dots)_{k,l}$  die entsprechend mehrmals ausgeführte Operation nach Gl. 2.45 verbirgt (vgl. [27]: VORING-Routine, S.345). Als Wirbelstärke wird hierfür jeweils die Einheits-Zirkulation  $\Gamma = 1.0$  angesetzt.

### Lineares Gleichungssystem

Zur letztendlichen Berechnung der Zirkulationen der Plattenelemente kann nun ein lineares Gleichungssystem aufgestellt werden. Ausgehend von der grundlegenden Randbedingung einer rein tangentialem Strömung (d.h. keine Geschwindigkeitskomponente *normal* zum Plattenelement) entlang einer Plattenfläche, welche durch:

$$\nabla(\Phi + \Phi_\infty) \cdot \vec{n} = 0, \quad (2.47)$$

gegeben ist, ergibt sich das Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \vdots \\ \Gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{RHS}_1 \\ \vdots \\ \text{RHS}_m \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Der Ausdruck  $\nabla\Phi_\infty \cdot \vec{n}$  aus der Randbedingung wurde hier bereits auf die rechte Seite (engl. 'Right Hand Side' (RHS)) überführt, da dieser nur von der ungestörten Anströmung abhängt und jeweils schon im Vorhinein, unabhängig von der Lösung der gesuchten Zirkulationen, berechnet werden kann. Die rotatorischen Geschwindigkeitsanteile welche durch die Drehraten  $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z \neq 0$  im jeweiligen Aufpunkt  $P$  entstehen können, sind hierin mit:

$$\vec{v}_{rot,y} = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_P - x_{cg} \\ y_P - y_{cg} \\ z_P - z_{cg} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

ebenfalls enthalten. Hierbei steht  $(x, y, z)_{cg}$  für die Position der Schwerpunktlage (engl. 'center of gravity') und  $\Omega_i$  für die jeweiligen Drehraten im körperfesten Bezugssystem. Die Lösung des Gleichungssystems Gl. 2.48 nach  $\Gamma$  liefert die Zirkulationswerte  $\Gamma_{k,l}$  sowie die induzierten Geschwindigkeiten  $\vec{v}_{ind,l}$ , welche mithilfe der entsprechenden Umkehroperation:  $k, l \rightarrow i, j$  wieder in der ursprünglichen räumlichen Verteilung unter Berücksichtigung der tatsächlichen Flügeltiefen- und Spannweitenposition angegeben werden kann.

Um nachfolgend den induzierten Widerstand berechnen zu können, muss in Analogie zu Gl. 2.48 noch ein weiteres Gleichungssystem, zur Bestimmung der induzierten Abwindgeschwindigkeiten:

$$\mathbf{w}_{ind} = \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\Gamma} \quad (2.50)$$

gelöst werden. Hier beinhaltet die Matrix  $\mathbf{B}$  nun die Einflusskoeffizienten  $b_{k,l}$ , welche sich durch die induzierten Geschwindigkeiten der *nichttragenden* Wirbelleiterstücke (also der parallel zur Strömung verlaufenden) ergeben. Diese können analog zu den vorherigen Einflusskoeffizienten ( $a_{k,l}$ ) über eine entsprechend angepasste Form der *Biot-Savart'schen* Beziehung (Gl. 2.45, *halb-unendlicher* Wirbelleiter) bestimmt werden. Der Lösungsvektor  $\mathbf{w}_{ind}$  enthält dann die induzierten Abwindgeschwindigkeiten pro Plattenelement  $w_{ind,i,j}$ .

### Resultierende Kräfte und Momente

Nach Ermittlung der Zirkulationsverteilung, sowie der induzierten Geschwindigkeiten, können die eigentlichen Kräfte und Momente bzw. deren Koeffizienten berechnet werden. Aus gegebener Zirkulation ergibt sich für den Auftrieb eines Plattenelements nach der *Joukowsky*-Beziehung:

$$\Delta A_{i,j} = \begin{cases} \rho V_\infty \Gamma_{i,j} \Delta y_{i,j} & i = 1, \\ \rho V_\infty (\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i-1,j}) \Delta y_{i,j} & i > 1. \end{cases} \quad (2.51)$$

wobei  $\Delta y_{i,j}$  die lokale Spannweite eines einzelnen Plattenelements ist und die Fallunterscheidung für die Berechnung des lokalen Auftriebs des Vorderkanten-Elements pro Spannweiten-Sektion notwendig ist. Bei der Berechnung des Widerstandsanteils kommt nun der Einfluss der nichttragenden Wirbel bzw. der durch sie induzierten Abwindverteilung (vgl. 2.10 und 2.50) zum

Ausdruck:

$$\Delta W_{i,j} = \begin{cases} -\rho w_{ind_{i,j}} \Gamma_{i,j} \Delta y_{i,j} & i = 1, \\ -\rho w_{ind_{i,j}} (\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i-1,j}) \Delta y_{i,j} & i > 1. \end{cases} \quad (2.52)$$

Der Gesamt-Auftrieb und -Widerstand ist schließlich gleich der Summe der elementweisen Auftriebe und Widerstände:

$$A_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \Delta A_{i,j}, \quad (2.53)$$

$$W_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \Delta W_{i,j}, \quad (2.54)$$

Die Momente um die drei Körperachsen ergeben sich durch Multiplikation der resultierenden Kräfte  $\vec{\mathbf{R}}_{i,j}$  mit den jeweiligen Hebelarmen zwischen Element-Aufpunkten und einem Bezugspunkt (z.B. dem Schwerpunkt)  $\vec{\mathbf{r}}_{i,j}$ :

$$\vec{\mathbf{M}}_{i,j} = \vec{\mathbf{r}}_{i,j} \times \vec{\mathbf{R}}_{i,j} \quad (2.55)$$

Durch Division mit dem Staudruck und entsprechenden Referenzflächen bzw. -längen, können dann die zugehörigen Koeffizienten in der klassischen dimensionslosen Schreibweise bestimmt werden.

### 2.3.2. CFD

Die Methoden der numerischen Strömungsmechanik stellen ein zentrales Werkzeug zur Simulation einer Vielzahl von Strömungsvorgängen in unterschiedlichsten Anwendungsfeldern dar. Im Folgenden sollen die grundlegenden Erhaltungsgleichungen, auf denen diese Lösungsverfahren basieren, vorgestellt werden. Darüber hinaus werden die Grundlagen der Turbulenz sowie deren Modellierung innerhalb numerischen Verfahren erläutert.

Die Grundgleichungen der Strömungsmechanik lassen sich allesamt aus dem Erhaltungsprinzip ableiten, welches besagt, dass Strömungsgrößen wie Masse, Impuls und Energie innerhalb eines Kontrollvolumens konstant bleiben, solange keine äußeren Einflüsse auf diese einwirken. Über das *Reynold'sche Transporttheorem* geht daraus hervor, dass die zeitliche Änderung der absoluten Menge einer generischen Größe  $\phi$  im Kontrollvolumen  $V$  sowie die Mengen, welche durch *konvektive* und *diffusive* Flüsse über die Oberflächen  $S$  (des Kontrollvolumens  $V$ ) ein- und austreten, gleich der Menge  $\phi$  entsprechen muss, die durch Quellen und Senken  $Q$  erzeugt bzw. vernichtet wird. Mathematisch formuliert ergibt sich so die generische Form der Erhaltungsgleichung in integraler Schreibweise:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi \, dV + \oint_S \rho \phi \vec{\mathbf{v}} \, dS = \oint_S \Gamma \rho \vec{\nabla} \phi + \int_V Q_V \, dV + \oint_S \vec{\mathbf{Q}}_S \, d\vec{S} \quad (2.56)$$

wobei  $\vec{v}$  die Strömungsgeschwindigkeit,  $\rho$  die Dichte und  $\Gamma$  hier die *Diffusivität* bezeichnet (nicht zu verwechseln mit der Zirkulation in der Potentialtheorie). Diese generische Form gilt als Ausgangsgleichung für die Herleitung der nachfolgenden Erhaltungsgleichungen, welche eine vollständige Beschreibung des Strömungszustandes erlauben.

### Erhaltungsgleichungen

Die *Massenerhaltungsgleichung* (auch *Kontinuitätsgleichung* genannt) folgt aus der allgemeinen Erhaltungsgleichung, indem als Transportgröße  $\phi = 1$  gesetzt wird. Da Masse weder durch Diffusion übertragen noch erzeugt bzw. vernichtet werden kann, vereinfacht sich die Ausgangsgleichung (Gl. 2.56) zu:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \oint_S \rho \vec{v} dS = 0 \quad (2.57)$$

Mithilfe des *Gauß'schen Divergenztheorems* lässt sich das Oberflächenintegral des Konvektionsterms (2. Term Gl. 2.57) in ein Volumenintegral überführen. Bei Annäherung an ein unendlich kleines Kontrollvolumen erhält man aus der ursprünglichen Gleichung so die koordinatenfreie Vektorform der Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.58)$$

wobei  $\vec{\nabla}$  der Nabla-Operator ist, welcher der komponentenweisen partiellen Ableitungsoperation entspricht.

Die *Impulserhaltung* innerhalb eines Kontrollvolumens wird aus der generischen Erhaltungsgleichung abgeleitet, indem  $\phi = \vec{v}$  gesetzt wird. Im Gegensatz zur ursprünglichen Formulierung der Ausgangs-Gleichung (Gl. 2.56) wird die Impulsänderung durch Summation aller auf das Kontrollvolumen angreifenden Kräfte  $\vec{f}$  auf der *rechten* Seite definiert:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{v} dV + \oint_S \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot dS) = \sum \vec{f} \quad (2.59)$$

Die Kräfte, welche auf das Kontrollvolumen wirken, lassen sich in zwei Gruppen unterteilen. Zum einen gibt es die *Oberflächenkräfte*; hierzu zählen Druckkräfte, Normal- und Schubspannungen sowie durch das Medium selbst hervorgerufene Effekte wie etwa die Oberflächenspannung. Auf der anderen Seite sind die *Volumenkräfte* (auch Körperkräfte genannt), welche gleichermaßen auf alle Volumenelemente wirken. Dazu zählen unter anderem die Gravitationskraft oder Trägheitskräfte. In der aufgestellten Gleichung zur Impulserhaltung sind die *Oberflächenkräfte* zunächst Unbekannte. Bei Betrachtung auf mikroskopischer Ebene können jedoch auch Druck- und Schubspannungen als Impulsfluss durch die Oberfläche aufgefasst werden. Nach der *Stoke'schen Hypothese* lassen sich die Schubspannungen in einem Spannungstensor zusammenfassen, der anhand der Viskosität des Fluids einen Bezug zur Rate des Impulstransports herstellt, vgl. [52]. Aus

der ursprünglichen Form der Impulserhaltung (Gl.2.59) geht dann durch Umwandlung in differieller Schreibweise die partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung hervor (Darstellung der Übersichtlichkeit halber nach *Einstein'scher Summenkonvention*):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}, \quad (2.60)$$

wobei mit  $p$  der statische Druck, mit  $u_i$  bzw.  $u_j$  die räumlichen Komponenten der Geschwindigkeit und mit  $\nu$  die kinematische Viskosität bezeichnet ist. Zusammen mit der Kontinuitätsgleichung (Gl.2.57) stellt diese die Ausgangsgleichung für das bekannte *Navier-Stokes* Gleichungssystem dar, welches wiederum für die Berücksichtigung bzw. Modellierung der Turbulenz innerhalb eines CFD-Verfahrens eine essenzielle Rolle spielt, vgl. [52].

Die dritte und letzte Grundgleichung beschreibt die *Energieerhaltung* und geht durch Einsetzen der Totalenthalpie  $\phi = H$  und unter Nutzung einiger thermodynamischer Zusammenhänge ebenfalls aus Gl.2.56 hervor, vgl. [49]. Da in folgenden Untersuchungen ausschließlich *inkompressible, adiabate* Strömungsfälle, d.h. ohne Dichteänderung und ohne Wärmeaustausch, betrachtet werden, ist diese hier nicht von unmittelbarem Interesse und wird daher nicht näher erläutert.

Die in Gl.2.57 und Gl.2.59 vorgestellten Erhaltungsgleichungen bilden eine wichtige Grundlage zur mathematischen Beschreibung von (*newtonschen*) Fluid-Strömungen, da sich mit ihnen sowohl Geschwindigkeiten als auch Oberflächenkräfte als Funktion des Ortes und der Zeit darstellen lassen. Für das daraus hervorgehende Navier-Stokes Gleichungssystem kann jedoch ohne weitere Vereinfachungen keine geschlossene *analytische* Lösung bestimmt werden. Zur Ingenieurtechnischen Anwendung der Grundgleichungen, muss daher ein *numerischer* Ansatz gewählt werden, bei dem die Unbekannten des Navier-Stokes Gleichungssystem iterativ angenähert werden, bis entsprechende Residuen minimiert sind. Ein weiterer wesentlicher Aspekt ist dabei die Modellierung der Turbulenz, welche im Folgenden erläutert werden soll.

### Turbulenz-Modellierung

Eine Strömung gilt als turbulent, wenn die gleichförmige Bewegung einer Fluidströmung von einer stochastischen Schwankungsbewegung (*Fluktuation*) überlagert wird. Der hohe Energiegehalt und der verstärkte Impuls austausch innerhalb einer turbulenten Grenzschicht beeinflusst die charakteristischen Eigenschaften der Strömung nicht unwesentlich. Vor allem das Verhalten nahe des Strömungsabisses sowie der sich einstellenden Strömungswiderstand wird maßgeblich vom Turbulenzgrad bestimmt, vgl. [49]. Das Verständnis über die Mechanismen der Turbulenz und die damit einhergehende korrekte Abbildung derer innerhalb einer numerischen Strömungs simulation ist also von hohem Stellenwert, um realitätsnahe Ergebnisse in der Berechnung von Kräften und Momenten zu erhalten.

Da Turbulenz ein instationäres und zumeist drei-dimensionales Phänomen ist, kann dieses nur mit statistischen Methoden sinnvoll behandelt werden. Eine Möglichkeit hierbei bietet die sogenannte *Reynoldsmittelung*, bei welcher eine Aufteilung der instantanen Strömungsvariable  $\phi$  in

ihren Mittelwert  $\bar{\phi}$  und in den turbulenten Schwankungswert  $\phi'$  erfolgt:

$$\phi(x_i, t) = \bar{\phi}(x_i) + \phi'(x_i, t) \quad (2.61)$$

Zur Mittelwert-Bildung von  $\bar{\phi}$  muss eine Zeitskala gewählt werden, welche deutlich größer als die Skalen der mittleren turbulenten Schwankungsbewegungen ist. Nach Einsetzen der entsprechenden instantanen Größen in die differentielle Form der Impulsgleichung (Gl. 2.60) ergeben sich die bekannten *Reynolds-Averaged-Navier-Stokes* (RANS) Gleichungen. Dabei treten zusätzliche Terme aus den Fluktuationsgeschwindigkeiten der Turbulenz in Erscheinung, welche in ihrem Charakter jeweils einer zusätzlichen Schubspannung gleichkommen (vgl. Gl. 2.62), man spricht dann von den sogenannten *Reynoldsspannungen*. Diese bringen zusätzliche Unbekannte in das Navier-Stokes Gleichungssystem mit ein, sodass (weiterhin) keine geschlossene Lösung für dieses möglich ist. Abhilfe hierbei schafft die *Boussinesq-Approximation*, welche die Reynoldsspannungen analog zu der viskosen Schubspannung <sup>6</sup> beschreibt:

$$(\tau_{ij})_{\text{turb.}} = \rho \overline{u'_i u'_j} = -\mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.62)$$

Hierbei wird die *turbulente* Viskosität  $\mu_t$  als Skalierunggröße eingeführt, welche in kinematischer Schreibweise, d.h.  $\nu_t = \mu_t / \rho$ , auch unter dem Begriff der *Wirbelviskosität* bekannt ist. Damit reduziert sich die ursprüngliche Anzahl an unbekannten Reynoldsspannungen auf nunmehr nur noch eine einzige unbekannte skalare Größe. Dieser Ansatz der Einführung einer zusätzlichen "scheinbaren" Viskosität bildet die Grundlage einer ganzen Klasse an Turbulenz-Modellen, den sogenannten *Wirbelviskositätsmodellen*, vgl. [52].

Die Klasse der Wirbelviskositätsmodelle lässt sich in *Null-, Ein- und Zweigleichungsmodelle* gruppieren, welche sich jeweils in der Anzahl der zusätzlich benötigten Differentialgleichungen zur Lösung des RANS-Gleichungssystems unterscheiden. Das im Zuge der CFD-Untersuchungen in dieser Arbeit verwendete Modell nach *Spalart-Allmaras* (SA) ist der Gruppe der Ein-Gleichungsmodelle zuzuordnen. Dabei wird eine zusätzliche Transportgleichung nach einer kinematischen Ersatz-Wirbelviskosität ( $\tilde{\nu} \sim \nu_t$ ) als Transportvariable gelöst. Unter Einbeziehung einiger Hilfsfunktionen und empirisch ermittelter Kalibrierparameter verhält sich das Modell sehr gutmütig; auch bei "ungünstiger" Grenzschicht-Auflösung, vgl. [57]. Der Ansatz nach Spalart-Allmaras hat sich im Laufe der Zeit über eine Vielzahl an Varianten zu einem zuverlässigen und robusten Standard-Turbulenzmodell insbesondere für Luftfahrt-Anwendungen etabliert.

<sup>6</sup>also der durch molekulare Bewegung in *laminarer* Strömung (*Brownsche Molekularbewegung*) [52]

## 3. Modellierung und Simulation

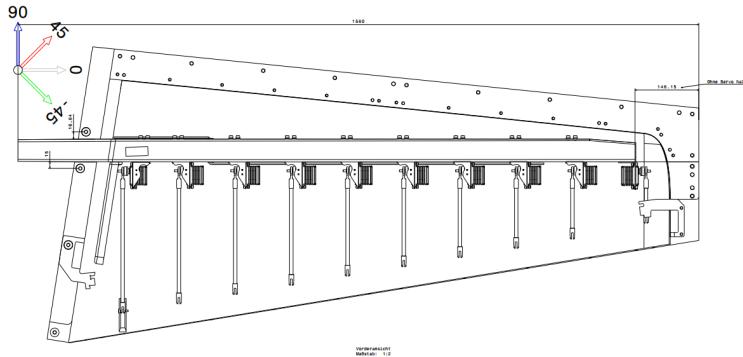
Nach den zuvor ausgeführten theoretischen Betrachtungen zu den wesentlichen Effekten der Formvariabilität sowie den Grundlagen der angewandten numerischen Verfahren, befasst sich dieses Kapitel mit der praktischen Umsetzung der Modellierung. Dafür wird zunächst die *geometrische* Modellierung des *Proteus*-Demonstrator für die nachfolgenden numerischen Untersuchungen erläutert, wobei aufgezeigt werden soll, wie die tatsächliche Vehikel-Geometrie erfasst und in eine für aerodynamische Analysen "nutzbare" Form abgebildet wird. Im Mittelpunkt der folgenden Betrachtungen steht der Tragflügel, da hier die Morphing-Technologie unmittelbar zum Einsatz kommt und dementsprechend die hauptsächlichen Effekte zu erwarten sind. Ein zentraler Bestandteil der geometrischen Modellierung ist deshalb die Abbildung der Formvariabilität sowohl in Flügeltiefen- als auch in Spannweiten-Richtung.

Der zweite Teil des Kapitels widmet sich der eigentlichen Aerodynamik-Modellierung im Sinne der Anwendung numerischer Verfahren zur Berechnung der aerodynamischen Kräfte und Momente. Ein elementarer Baustein ist hierbei ein bereits existierendes VLM-Verfahren, dessen Funktionsweise und Einbindung in die Modellumgebung aufgezeigt werden soll. Des Weiteren wird ein Korrekturansatz vorgestellt, welcher die Berücksichtigung weiterer Widerstandsanteile ermöglicht, die nicht vom Wirbelleiterverfahren erfasst werden können. Im Zuge einer Gitterkonvergenzstudie soll schließlich der Einfluss der Diskretisierung der konkreten Tragflügel-Geometrie auf die Genauigkeit der mittels VLM-Methode berechneten aerodynamischen Charakteristiken untersucht werden. Abschließend wird der verwendete CFD-Löser vorgestellt, wobei insbesondere die Diskretisierung sowie die verwendeten spezifischen Simulationsparameter innerhalb der CFD-Umgebung thematisiert werden.

### 3.1. Geometrie-Modellierung

Bevor es im Zuge dieses Unterkapitels zu einer ausführlicheren Beschreibung der geometrischen Modellierung des zu untersuchenden Demonstrator UA kommt, soll einleitend kurz auf die Besonderheiten des Vehikels bzw. dessen Tragflügel-Entwurf eingegangen werden.

Der Tragflügel ist ausgehend vom Original-Flügel der kommerziellen Variante des UA entworfen worden, wobei dessen Spannweite durch eine deutliche Verringerung der ursprünglichen Pfeilung erhöht wurde. Dem vorausgegangen waren erste vorläufige Konzept-Untersuchungen, bei denen sich gezeigt hatte, dass die Anwendung der Morphing-Technologie auf den Original-Flügel zu einem unerwünschten Strömungsabriss-Verhalten im Langsamflug führt, vgl. [43]. Folglich können



**Abbildung 3.1.:** Innenliegende Mechanik der formvariablen Tragfläche [Bildquelle intern]

die Anforderungen bezüglich der maximalen Landeanfluggeschwindigkeit ( $V_{min} \leq 28 m/s$ ) und des maximalen Anstellwinkels ( $\alpha_{max} \leq 8^\circ$ ) nicht erfüllt werden. Weiterhin soll eine gewisse Skalierbarkeit zu Luftfahrzeugen der LSA<sup>1</sup>- und ECHO-Klasse gegeben sein, vor allem hinsichtlich der maximalen Flächenbelastung, was zu einer Anpassung der Streckung und der Zuspitzung führte.

Die realisierte Morphing-Mechanik besteht aus *zehn* entlang der Spannweite gleichmäßig verteilten Servoaktuatoren, welche an der Hinterseite des Hauptholms befestigt und über Hebelarme im Hinterkantenbereich mit der Flügelunderschale verbunden sind, vgl. Abb.3.1. Die Flügeloberhaut ist mit der Flügelunderschale an der Hinterkante über eine elastische Klebeverbindung geschlossen. Zur Erhöhung des relativen Verschiebepotenzials zweier benachbarter Morphing-Sektionen ist die Flügelhaut in den Zwischenabschnitten jeweils *wellig* ausgeführt, vgl. Abb.3.7. Die Integration der Morphing-Mechanik führt im Flügel-Entwurf dazu, dass gerade im Flügelspitzenbereich eine veränderte Dickenverteilung entsprechend der benötigten Bauhöhe der Servoeinheiten berücksichtigt werden musste.

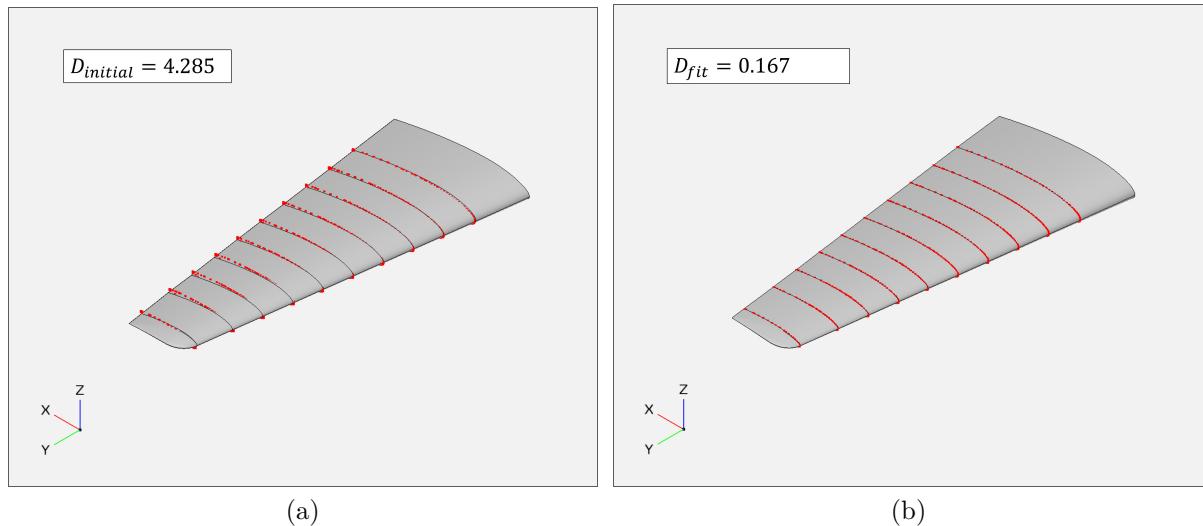
Neben dem eigentlichen Morphing-Tragflügel, wurde auch eine zweite Version gefertigt, welche dieselbe Grundriss-Geometrie und Querschnittsverteilung wie das formvariable Gegenstück besitzt, jedoch mit konventionellen Steuerflächen ausgestattet ist. Diese Konfiguration wurde für erste Flugversuche verwendet und dient als Vergleichsbasis für die kommenden Testflug-Kampagnen der formvariablen Version, weshalb sie auch als Referenzflügel bezeichnet wird. Im Rahmen dieser Arbeit wird diese Variante bzw. dessen aerodynamischen Eigenschaften im Zusammenhang mit den konventionellen Steuerflächen aber nicht explizit untersucht.

### 3.1.1. Parametrisches Flügel-Modell

Um die Aerodynamik des *Proteus*-Demonstrators in den nachfolgenden VLM -Untersuchungen korrekt abilden zu können, ist es notwendig dessen Geometrie in *parametrischer* Form (d.h.

<sup>1</sup> 'Light Sport Aircraft'

mithilfe konventioneller Flügelparameter: *Spannweite, Flügeltiefenverteilung, Verwindung, usw.*) zu beschreiben. Aus den vorhandenen CAD-Daten, die mithilfe von Laser-Scans des Referenz-Flügels angefertigt wurden, muss daher ein parametrisches Modell abgeleitet werden, welches als Basis-Geometrie für alle weiteren Betrachtungen dienen soll. Hierbei werden im Rahmen dieser Arbeit jedoch nur die primären aerodynamischen Flächen, also Hauptflügel und Heckleitwerk (d.h. Höhen- und Seitenleitwerk), berücksichtigt. Wie sich in Kap.[4.1](#) zeigen wird, hat der Rumpf in der Gesamt-Konfiguration einen nicht unerheblichen Einfluss auf das Strömungsfeld; da es in den folgenden Untersuchungen jedoch vor allem um die Effekte der Formvariabilität auf die isolierte Tragflügelaerodynamik geht, wird dieser bei der Modellierung gänzlich außen vor gelassen.



**Abbildung 3.2.:** Parametrisches Modell (grau) und Referenz-Punktwolken(rot); manuelle Grundriss-Anpassung (a) und automatisierte Profilschnitt-Anpassung (b)

Zur Erzeugung des parametrischen Modells wurde die Open-Source-Software *OpenVSP* ([\[37\]](#)) herangezogen, welche die Möglichkeit bietet eine nahezu beliebige Anzahl an geometrischen Parametern automatisiert an eine Referenzgeometrie anzupassen ('*FitModel*', [\[36\]](#)). Hierfür wurden zunächst die Profilkonturen an den spannweitigen Servo-Positionen (siehe Abb.[3.1](#)) der Referenzgeometrie extrahiert und in der *OpenVSP*-Umgebung als Punktwolke importiert. Daraufhin wurde die Grundrissform (also Spannweite, Flügeltiefe, Pfeilung und V-Stellung) manuell an die einzelnen Schnitte angepasst (vgl. Abb.[3.2](#) (a)) und dann mittels der *FitModel*-Funktion sektionsweise die lokale Verwindung sowie die lokalen Profilparameter optimiert, vgl. Abb.[3.2](#) (b). In dem Verfahren werden dabei die Fehlerquadrate, welche sich aus den Distanzen zwischen den vorgegebenen Zielpunkten und den Knotenpunkten der parametrischen Geometrie ergeben, mithilfe eines Optimierungs-Algorithmus minimiert. Die resultierende Fehlerquadrat-Abweichung zwischen den Ziel- und Knotenpunkten wird in Form eines Distanzmaßes  $D$  quantifiziert. Für eine ausführlichere Beschreibung der Funktionsweise der Routine sei an [\[36\]](#) verwiesen. Die wellige Oberfläche der tatsächlichen Geometrie wird in den nachfolgenden Analysen nicht abgebildet und dementsprechend wurden die betreffenden Abschnitte als *ebene* Verbindungsflächen zwischen den jeweiligen Servo-Sektionen modelliert.

Bei dem 'Fitting'-Prozedere wurde festgestellt, dass eine Vereinfachung der Flügelschnitte als 4-ziffrige NACA-Profile (NACA-4) eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Referenzpunkten des CAD-Modells liefert. Im nachfolgenden Abschnitt wird die darauf aufbauende Systematik zur Modellierung des formvariablen Profils in der Ebene im Detail beschrieben. Die sich aus dem Parametrisierungsprozess ergebenden Werte für die Grundrissparameter des Hauptflügel sind in Tab.3.1 hinterlegt. Der Wert der Verwindung bezieht sich hierbei auf den maximalen Wert des Einstellwinkels am äußersten Querschnitt, da diese zur Spitze hin im Betrag kontinuierlich zunimmt (das Vorzeichen ist dabei jedoch durchwegs negativ → 'Washout'-Design).

**Tabelle 3.1.:** Grundrissparameter der Auftriebsflächen

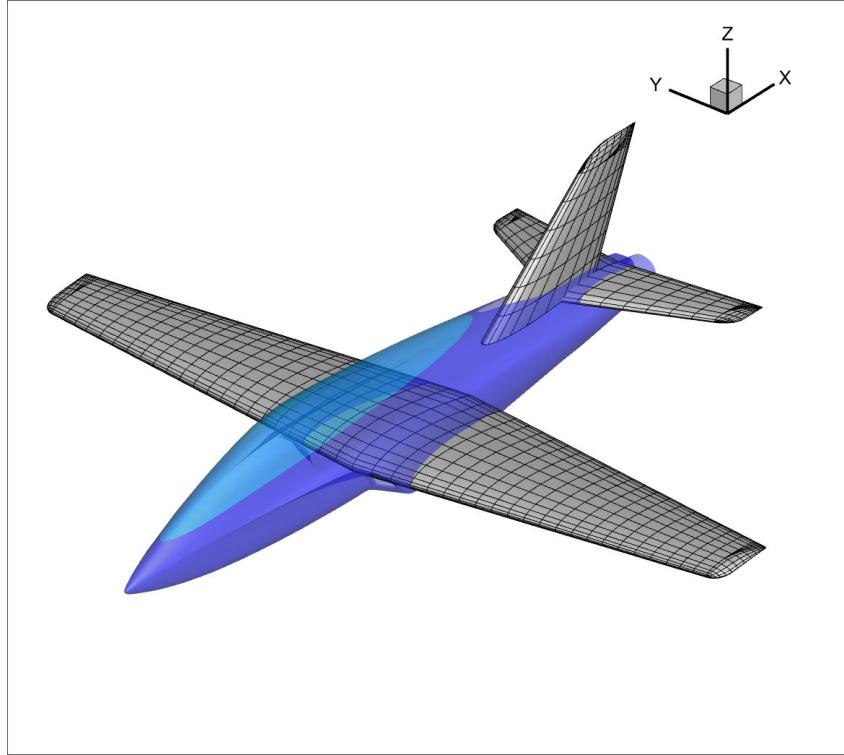
Parameter	Hauptflügel	HLW	SLW
Spannweite [m]	2.996	0.957	0.440 (*)
Fläche [ $m^2$ ]	1.328	0.252	0.196
Streckung [-]	6.75	3.63	1.97
Pfeilung [ $^\circ$ ]	5.80	26.36	45.33
V-Stellung [ $^\circ$ ]	1.33	-4.65	-
Zuspitzung [-]	0.41	0.50	0.45
Verwindung [ $^\circ$ ]	-3.93	0.49	-
Mittlere Flächentiefe [m]	0.424	0.262	0.445

(\*) Halbspannweite

Die lokalen NACA-4-Profilparameter, sowie die lokale Verwindung pro Servo-Sektion, welche sich aus der automatisierten Anpassung ergeben haben, sind in Tab.3.2 verzeichnet. Eine genauere Beschreibung der Profilparameter erfolgt in Abs.3.1.2

**Tabelle 3.2.:** Profil-Parameter pro Servo-Sektion (Hauptflügel)

Sektion	Position	Profil-Parameter			Verwindung	
		#	y [m]	m	p	tt
1	0.235	0.014	0.356	0.144		-0.54
2	0.370	0.014	0.364	0.142		-0.74
3	0.500	0.015	0.368	0.140		-0.95
4	0.630	0.016	0.346	0.138		-1.14
5	0.760	0.016	0.374	0.137		-1.47
6	0.890	0.014	0.397	0.135		-1.70
7	1.015	0.014	0.394	0.133		-2.00
8	1.145	0.014	0.415	0.131		-2.40
9	1.275	0.015	0.403	0.127		-3.14
10	1.415	0.013	0.429	0.122		-3.94



**Abbildung 3.3.:** Parametrisierte Auftriebsflächen des *Proteus UA*

Das Höhen(HLW)- und Seiten(SLW)-Leitwerk wurde jeweils über einfache Trapezflügel-Segmente modelliert, deren Parameter ebenfalls in Tab.3.1 eingetragen sind. Als Profile wurden hier jeweils symmetrische NACA 0012 Profile gewählt. Die parametrisierte Gesamt-Konfiguration in Überlagerung mit der originalen Rumpfgeometrie (CAD) ist in Abb.3.3 zu sehen. Wie für VLM-Untersuchungen üblich wurden die Flächen über ein fiktionales Zwischenstück verbunden, sodass die Rumpflücken geschlossen sind und möglichst wenig verfälschende Wirbelbildungen durch freie Flächen-Ränder hervorgerufen werden, vgl. [14].

### 3.1.2. Formvariable Profil-Geometrie

Grundsätzlich wird für die Berechnung der aerodynamischen Kräfte und Momente mit der VLM-Methode nur die Skelettlinie im jeweiligen Profilschnitt benötigt, da die Dicke ohnehin vernachlässigt wird, vgl. Kap.2.3.1. Um in einem weiteren Schritt jedoch auch viskose Einflüsse berücksichtigen zu können, wird zusätzlich die Information über den genauen Oberflächen-Konturverlauf benötigt, vgl. Abs.3.2.2. Aus praktischen Gründen ist es zudem einfacher im verwendeten VLM-Lösungsverfahren (siehe Abs.3.2.1) klassische Profil-Koordinaten zu verwenden. Es muss also eine geeignete Methode gefunden werden, die es erlaubt den tatsächlichen Querschnitt der Flügelschnitte sowohl im undefinierten Ausgangszustand als auch bei Verformung korrekt zu repräsentieren. Wie zuvor schon angesprochen, ergab sich im Zuge der Grundriss-Modellierung, dass die tatsächlichen Profil-Querschnitte als NACA-4-Profile angenähert werden können. Demzufolge bietet es sich an die Modellierung der Formvariabilität ebenfalls an die-

ser Systematik zu orientieren. Im Folgenden wird das Schema der NACA-4 Parametrisierung kurz wiederholt und anschließend erläutert wie dieses für die Abbildung eines formvariablen Profil-Querschnitts modifiziert wurde.

Die geometrische Beschreibung eines vier-ziffrigen NACA-Profil wird durch drei ganzzahlige Parameter nach dem Schema 'mptt' definiert. Hierbei beschreibt die erste Ziffer (m) die maximale Profilwölbung in Prozent, die zweite Ziffer (p) die Wölbungsrücklage in Zehntel der Profiltiefe und der letzte zweistellige Wert (tt) die maximale Dicke in Prozent. Ausgehend hiervon kann die Skeletlinie analytisch als Polynom in Abhängigkeit der Profiltiefe beschrieben werden durch (vgl. [7]):

$$Z^{(s)} = \begin{cases} \frac{m}{p^2} (2pX - X^2), & X < p, \\ \frac{m}{(1-p)^2} (1 - 2p + 2pX - X^2) & X \geq p. \end{cases} \quad (3.1)$$

Zu beachten ist, dass die Vorschrift nur für die normalisierte Profiltiefe im Bereich  $0 < X < 1$  gilt; die erhaltenen Werte für  $Z^{(s)}$  sind somit auch normalisiert. Für die tatsächlichen, absoluten Koordinaten eines Profils beliebiger Profiltiefe  $l$  müssen die Werte  $X$  und  $Z^{(s)}$  dann entsprechend mit dieser multipliziert werden. Die letztendliche Bestimmung der Koordinaten von Ober- und Unterseite ( $Z_o, Z_u$ ) erfolgt unter Berücksichtigung der Dickenverteilung  $Z^{(t)}$ , welche hier wiederum durch ein Polynom vierten Grades (mit vorgeschriebenen Koeffizienten) gegeben ist, und in [7] näher beschrieben wird.

Zur numerischen Berechnung von Kontur und Skeletlinie muss eine Diskretisierung des Profils vorgenommen werden, wofür eine Anzahl an Stützpunkten  $N$  sowie deren Verteilung festgelegt wird. Für letzteres verwendet man üblicherweise eine Kosinus-Staffelung der Form (in Anlehnung an Gl. 2.1):

$$X_n = \frac{(1 - \cos \phi_n)}{2}, \quad (3.2)$$

wobei der Umlaufwinkel den Bereich  $0 < \phi_n < \pi$  mit der gleichmäßigen Winkel-Unterteilung  $\phi_n = n \frac{\pi}{N}$  ( $n = 1, \dots, N$ ) durchläuft. Dies sorgt für eine feinere Auflösung sowohl im Nasen- als auch im Hinterkantenbereich, da gerade hier große Gradienten in Druck und Geschwindigkeit zu erwarten sind.

### Morphing-Kinematik

Bevor die parametrische Beschreibung des *deformierten* Profils weiter ausgeführt wird, ist es sinnvoll auf die zugrunde liegende Kinematik der Querschnittsverformung einzugehen. Diese besteht pro Morphing-Sektion aus einem Hebelsystem, welches das Servohorn mit der Flügel-Hinterkante verbindet, vgl. Abb. 3.1. Genauer gesagt ist die Lagerung jedoch nicht direkt im Punkt der Hinterkante selbst angebracht, sondern kurz davor auf der Innenseite des hinteren Profilbereichs, vgl. Abb. 3.4. Die Hinterkante ist flexibel durch eine Elastomer-Verbindung geschlossen, welche ein Verformungspotenzial bereitstellt, damit sich die beiden Schalen-Hälften

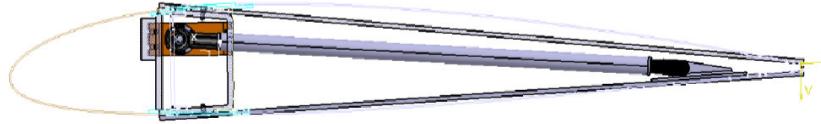


Abbildung 3.4.: CAD Querschnitt-Ansicht der Morphing-Kinematik (aus [58])

gegeneinander verschieben können. Der Profilvorderbereich ist strukturell komplett vom formvariablen Bereich entkoppelt, sodass die Kontur der Profilnase stets konstant bleibt.

Zur genaueren Bestimmung der Profilkonturen in Abhängigkeit des vorgegebenen Servoausschlags sind Lösungen aus einem struktur-mechanischen Modell vorhanden, welches auf einer analytischen Näherung der verformten Profilhaut als *Biegelinie* basiert, vgl. [59]. Hierbei werden nur die elastischen Eigenschaften der Profilhaut, nicht aber der Einfluss der aerodynamischen Kräfte auf die Verformung berücksichtigt. In erster Näherung wurden letztere aufgrund der vergleichsweisen hohen Steifigkeit der Struktur als vernachlässigbar angenommen und nur die Deformationen unter Berücksichtigung der Elastizität ermittelt.

Da für die Kontur-Lösungen des Biegelinien-Modells (*BLM*) nur einzelne Konfigurationen vorliegen, für die Modellierung im Aerodynamik-Modell jedoch eine kontinuierliche (d.h. für beliebige Ausschläge) Beschreibung erforderlich ist, wird die deformierte Kontur über ein Ersatz-Modell approximiert, welches auf der zuvor wiederholten NACA-4-Formulierung aufbaut. Dadurch kann implizit auch die Skelettlinie ermittelt werden, welche vor allem für die angewandte VLM-Methode essenziell ist.

Aus einer vorhergehenden Untersuchung zur parametrischen Modellierung des formvariablen Demonstrator-Tragflügels ist bereits ein entsprechend geeigneter Ansatz vorgestellt worden, welcher hier nun ebenfalls zur Anwendung kommen soll, vgl. [33]. Dabei wird zur Berechnung der deformierten Profil-Skelettlínie eine (virtuelle) Ersatz-Kinematik herangezogen in welcher sich der Servo-Anschlusspunkt direkt auf der Skelettlínie an der Position  $(x_s; z_s)$  befindet und über eine geradliniges Hebelstück der Länge:

$$l_{\text{Hebel}} = \sqrt{z_s^2 + (l - x_s)^2} \quad (3.3)$$

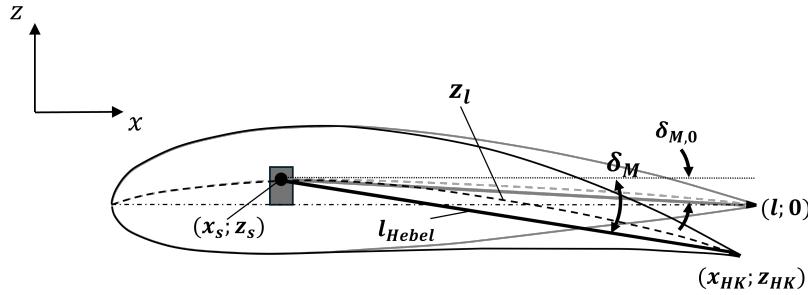
mit der Hinterkante verbunden ist, vgl. Abb. 3.5. Der Nullauslenkwinkel  $\delta_{M,0}$  beschreibt dann die Auslenkung des Verbindungsarmes relativ zur  $x$ -Achse in der Ruhelage:

$$\delta_{M,0} = \arctan\left(\frac{z_s}{l - x_s}\right) \text{ bzw. } \arccos\left(\frac{l - x_s}{l_{\text{Hebel}}}\right) \quad (3.4)$$

Die *absolute* Verschiebung der Hinterkante durch eine Auslenkung  $\delta_M$  kann somit berechnet werden zu:

$$\begin{pmatrix} x_{HK} \\ z_{HK} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_s + l_{\text{Hebel}} \cdot \cos(\delta_M + \delta_{M,0}) \\ z_s - l_{\text{Hebel}} \cdot \sin(\delta_M + \delta_{M,0}) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Demnach folgt bei *positiver* Auslenkung eine Absenkung der Hinterkante zu negativen  $z_{HK}$ -



**Abbildung 3.5.:** Schematische Darstellung der verwendeten Ersatz-Kinematik und zugehöriger Parameter

Werten (*Rechte-Hand-System*). Mit der bekannten verschobenen Position der Hinterkante, kann die *deformierte* Skeletlinie ( $z_l$ ) im Flügeltiefen-normalisierten Bereich  $X_s < X < 1$  nun über ein quadratisches Polynom (*Spline*) der Form  $Z = a_2 \cdot X^2 + a_1 \cdot X + a_0$  angenähert werden. Dieses Polynom muss sowohl die Servo-Achse ( $X_s; Z_s$ ) als auch die Hinterkantenkoordinaten ( $X_{HK}; Z_{HK}$ ) passieren und zudem an der Hinterkante die Steigung:

$$\frac{dZ}{dX} = \begin{cases} \frac{2m}{p^2} (p - X), & X < p, \\ \frac{2m}{(1-p)^2} (p - X), & X \geq p \end{cases} \quad (3.6)$$

aufweisen. Die letztgenannte Gl.3.6 geht dabei aus Ableitung der ursprünglichen NACA-4 Skeletlinien-Definition (Gl.3.1) nach  $X$  hervor.

Mit diesen Randbedingungen lässt sich schließlich ein lineares Gleichungssystem aufstellen, dessen Lösung die gesuchten Polynomkoeffizienten liefert. Die resultierende Verformung von Ober- und Unterseite folgt dann aus der Superposition der Skeletlinie mit der originalen NACA-4 Dickenverteilung nach [7].

In Abb.3.6 ist die sich mittels NACA-4 Modellierung ergebende Profilkontur einmal für die Ruheposition (d.h.  $\delta_M = 0^\circ$ ) und einmal für einen Servoausschlag von  $\delta_M = 3.3^\circ$  dargestellt. Die  $x$ -Position des Servohorns der Ersatz-Kinematik ist hierfür ausgehend von der tatsächlichen Position der "echten" Aktuatoren im Demonstrator-Flügel auf  $(x_s/l) = 0.25$  festgelegt worden. Zum Vergleich sind auch die Konturen aus dem BLM-Modell als Referenz abgebildet. Es lässt sich erkennen, dass die Konturlinien der beiden Modelle in der Ruheposition sehr deckungsgleich sind, wobei jedoch mit größer werdender Auslenkung zunehmend Abweichungen erkennbar werden. Diese sind vor allem auf der Profil-Unterseite (bzw. Druckseite) im Hinterkantenbereich am auffälligsten. Im Profilnasenbereich bleiben die Konturen durchwegs deckungsgleich, was zu erwarten ist, da dieser Bereich stromauf der Servo-Position liegt und somit hier keine Veränderung der ursprünglichen Skeletlinie stattfindet. Vermutlich stammen die Abweichungen daher, dass die tatsächliche Dickenverteilung entlang der Profiltiefe aus dem elastischen Modell eine mehr oder weniger schwache Abhängigkeit von der Hinterkantenverschiebung aufweist, wohingegen die Dickenverteilung der modifizierten NACA-4 Modellierung (Polynom vierten Grades) für alle Auslenkungen vereinfachend als konstant angenommen wird.

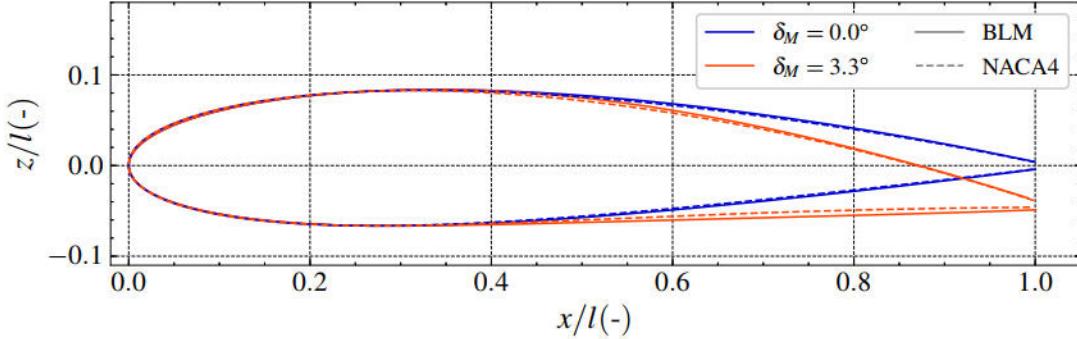


Abbildung 3.6.: Vergleich der Profilkonturen von BLM- und NACA-4-Modell

Aus den vorliegenden Konfigurationen des BLM-Modells geht - unter Berücksichtigung der struktur-mechanischen Grenzwerte der gegebenen Materialien - hervor, dass die zulässigen Auslenkungen auf einen Bereich von:

$$\delta_M \in [-5.0, \dots, 10.5]^\circ$$

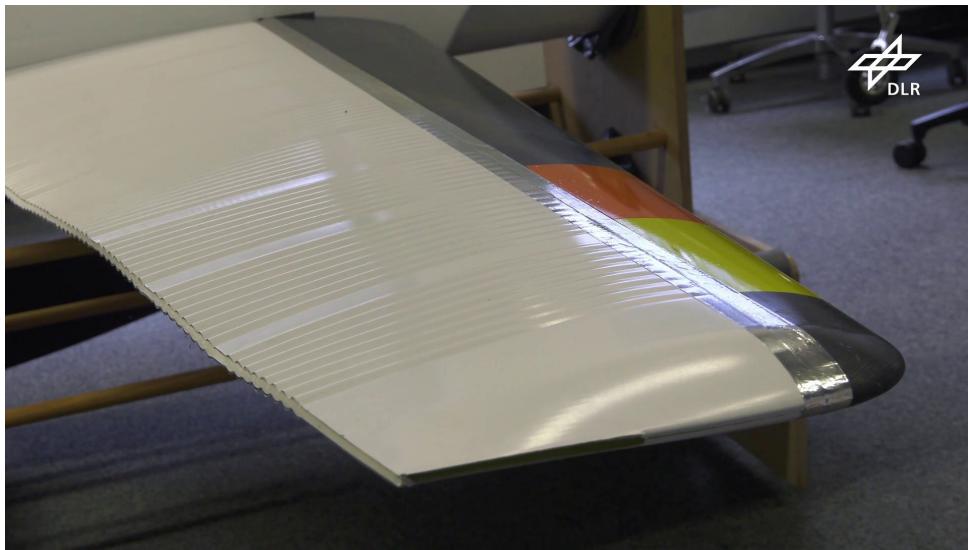
begrenzt sind. Wie sich die Verformung der Profilschnitte bzw. des ganzen Flügels in der Realität verhält, wird gegenwärtig noch experimentell untersucht und konnte zum Abschluss dieser Arbeit nicht mehr berücksichtigt werden. Zukünftige Verbesserungen des Aerodynamik-Modells, sollten dementsprechend auch zum Ziel haben, diese Ergebnisse im Rahmen einer höherwertigen und flexibleren Querschnitts-Modellierung (z.B. *CST*-Methode, vgl. [31]) miteinzubeziehen. Die Auswirkungen der Abweichungen zwischen den Konturlinien beider Modelle (BLM und NACA-4) hinsichtlich der aerodynamischen Charakteristiken werden noch ausführlicher in Kap.4.2 analysiert. Im Zuge der Analyse in Kap.4.2 wird auch ein Vergleich zwischen dem formvariablen und einem äquivalenten Profil mit konventioneller Klappen-Mechanik durchgeführt. Die hierfür benötigten Geometrien für verschiedene Klappen-Konfigurationen werden ausgehend vom undeformierten NACA-4-Ausgangsprofil mittels der *GDES*-Routine innerhalb des 2D-Panelverfahrens *XFOIL* (vgl. Abs.3.2.2) erzeugt. Diese dreht den angegebenen Profilbereich um die gewünschte Auslenkung und verrundet automatisch die entstehenden Unstetigkeitsstellen, sodass die Kontur in einem 2D-Panelverfahren verwendet werden kann. Als Position der Klappen-Scharnierlinie (*SL*) wurde hierfür  $(x_{SL}/l) = 0.71$  gewählt, was dem Klappentiefenverhältnis des Referenzflügels bei etwa  $y/(b/2) = 0.5$  entspricht.

### 3.1.3. Formvariabilität des Flügels

Für die Untersuchung des 3D-Effekts der Formvariabilität ist die korrekte Abbildung der spannweiten-Verformung des Tragflügels essenziell, wofür die gegebene, mechanische Implementierung des formvariablen Demonstrator-Flügels berücksichtigt werden muss.

Um eine Verformung der Profilschnitte in Spannweitenrichtung zu ermöglichen, ist die Oberfläche zwischen zwei Servosektionen "wellig" gestaltet, siehe Abb.3.7. Dieses Design stellt ein Verformungspotenzial zur Verfügung, das aufgrund der entstehenden Oberflächenvergrößerung bei ungleichmäßigen Servoausschlägen erforderlich ist.

Da der Profilschnitt an der Flügelspitze, nur an einer Seite (d.h. in Richtung Flügelwurzel) an der *Wellenhaut* angrenzt, ist hier folglich auch weniger Verformungspotenzial gegeben, was durch eine entsprechende Limitierung des erlaubten bzw. möglichen Deformations-Bereichs an dieser Stelle berücksichtigt werden muss, um die strukturelle Konformität zu gewährleisten. Die innerste Servo-Sektion (d.h. an der Flügelwurzel) ist ebenfalls nur einseitig mit der Wellenhaut verbunden, jedoch kann diese sich aufgrund des offenen Flügel-Querschnitts im Wurzelbereich im Prinzip frei bewegen. Die nicht-vertikale Fläche des Rumpfes an der Kontaktstelle (Rumpf-Flügelwurzel) lässt hier jedoch nur eine vertikale Verformung in Abwärtsrichtung zu (d.h.  $\delta_M > 0$ ). Für die beiden betroffenen Servo-Sektionen an der Flügelwurzel (Sek. 1) und an der Flügelspitze (Sek. 10) muss daher bei den folgenden Betrachtungen berücksichtigt werden, dass diese in der tatsächlichen Demonstrator-Konfiguration nur im Bereich  $\delta_{M,(1)} \in [0.0 \dots 10.5]^\circ$  bzw.  $\delta_{M,(10)} \in [-5.0 \dots 5.0]^\circ$  verfahren werden dürfen. Für alle dazwischen liegenden Servo-Positionen wird angenommen, dass diese (für sich isoliert betrachtet) den vollen strukturmechanisch zulässigen Bereich  $\delta_{M,(2-9)} \in [-5.0 \dots 10.5]^\circ$  (vgl. Abs. 3.1.2) abdecken können.



**Abbildung 3.7.:** Deformierter formvariabler Flügel (*Proteus III* Demonstrator)

### Servo-Allokation

Die spannweiteige Verteilung (Allokation) der Servoausschläge kann im Rahmen nachfolgender aerodynamischer Analysen oder auch innerhalb einer flugdynamischen Simulation auf drei Arten geschehen:

- **konventionell**
- **direkt**
- **polynomial**

Im *konventionellen* Modus werden die kommandierten Querruder-Ausschläge antisymmetrisch auf die äußersten 4 Sektionen (d.h. Servo 7 bis 10) verteilt. Die restlichen inneren Sektionen

(d.h. Servo 1 bis 6) verfahren gemäß der gewünschten Klappenposition symmetrisch im *positiven* Ausschlagsbereich. Dieser Modus ermöglicht die Anwendung konventioneller Regelungsverfahren, bei denen die Rollbewegung und die Hochauftriebs-Konfiguration über jeweils eine einzige Stellgröße gesteuert wird. Dies ist besonders für erste manuell gesteuerte Testflüge des Demonstrators im realen Flugbetrieb sinnvoll und eignet sich auch gut für das Testen innerhalb der Flugsimulationsumgebung.

Der *direkte* Modus ist selbsterklärend, insofern, als hier alle Aktuatoren unabhängig voneinander direkt angesprochen werden können. Eine klassische Rollsteuerung ist damit eher umständlich und ineffizient, da es sich um ein stark *übersteuertes* System handelt. Im Zuge dieser Arbeit kommt diese Art der Ansteuerung daher nur für analytische Zwecke zum Einsatz, wenn es um die Untersuchung der Widerstandsreduktion durch geeignete Anpassung der (aerodynamischen) Verwindung mittels spannweitig variabler Profil-Deformationen geht, vgl. Kap.[4.3](#).

Die *polynomiale* Ansteuerung ist ein Ansatz, der in vielen bisherigen Arbeiten zu formvariablen Flügeltechnologien herangezogen wurde, vgl. [\[41\]](#), [\[17\]](#), [\[3\]](#). Die Verteilung entlang der Spannweite ergibt sich hierbei durch Überlagerung von  $N$  gewichteten Chebyshev-Polynomen, sodass gilt (vgl. [\[32\]](#)):

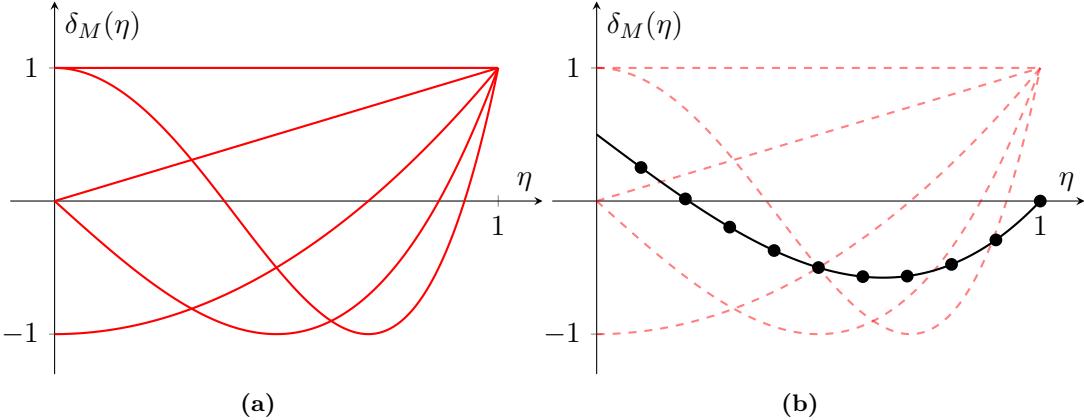
$$\delta_M(\eta) = \sum_{n=0}^{N<5} c_n T_n(\eta), \quad (3.7)$$

wobei  $c_n$  die Gewichtungskoeffizienten und  $T_n$  die ersten fünf Chebyshev'schen Basispolynome:

$$\begin{aligned} T_0(\eta) &= 1, \\ T_1(\eta) &= \eta, \\ T_2(\eta) &= 2\eta^2 - 1, \\ T_3(\eta) &= 4\eta^3 - 3\eta, \\ T_4(\eta) &= 8\eta^4 - 8\eta^2 + 1, \end{aligned} \quad (3.8)$$

bezeichnen. Als spannweite Koordinate wird hier die dimensionslose Halbspannweite  $\eta = y/(b/2)$  gewählt. Die fünf ersten Basispolynome sowie eine resultierende Beispiel-Verteilung durch zufällig gewählte Gewichtungskoeffizienten sind in Abb.[3.8](#) dargestellt.

Zur Begründung dieser Art der Allokation ist vor allem die Wahrung der strukturellen Konformität anzuführen, da durch den stetigen Charakter der resultierenden Verteilungen der begrenzten Verschiebbarkeit zweier Servo-Sektionen zueinander Rechnung getragen wird. Aber auch aus einer gewissen "aerodynamischen Intuition" sind weiche, kontinuierliche Verläufe der Hinterkanten-Verschiebungen zu bevorzugen, da hierdurch mutmaßlich weniger Wirbel- oder Ablöseerscheinungen initiiert werden, welche potenziell einen schädlichen Einfluss auf die aerodynamische Effizienz haben könnten, vgl. [\[62\]](#), [\[15\]](#). In rechentechnischer Hinsicht kann diese Art der reduzierten Beschreibung der möglichen Deformationen zu einer zuverlässigeren und stabileren Surrogats-Modellierung beitragen, vgl. [\[32\]](#). Damit einhergehend sollte sich aufgrund der reduzierten Anzahl an Design-Variablen zudem ein effizienteres Optimierungsverhalten ergeben, worauf im Ergebnis-Teil noch näher eingegangen wird, vgl. Kap.[4.3](#). Nicht zuletzt ist auch eine



**Abbildung 3.8.:** (a) Chebyshev Basis-Polynome  $T_i(\eta)$  ( $i = 0, \dots, 4$ ); (b) resultierende Beispiel-Verteilung aus zufällig gewählten Koeffizienten  $c_i$

hierauf aufbauende Anwendung im Bereich der flugmechanischen Steuerung denkbar, da durch entsprechende Vorzeichenumkehr auch geeignete, *asymmetrische* Ausschlags- bzw. Auftriebsverteilungen erreicht werden könnten. Eine generelle Schwierigkeit des Polynom-basierten Ansatzes liegt in der Berücksichtigung der Begrenzung der Servoausschläge, welche zudem lokal verschieden sein können (z.B. limitierter Verschiebbarkeit im Flügelwurzel bzw. -spitzenbereich), da aus diesen keine direkte Vorgabe zur Beschränkung der Polynom-Koeffizienten abgeleitet werden kann. Im Zuge der Optimierung in Kap. 4.3 wird diese Problematik durch Einführung zusätzlicher Nebenbedingungen umgangen.

Die letztendliche Erzeugung der deformierten Plattenelemente-Geometrie findet, unabhängig von den zuvor vorgestellten Allokationsarten, in der VLM-Umgebung des Aerodynamik-Moduls selbst statt. Dies geschieht durch lineare Interpolation zwischen den vorgegebenen deformierten Profilkonturen (14), und wird im folgenden Kapitel noch näher erläutert, vgl. Kap. 3.2.1

## 3.2. Aerodynamik-Modellierung

Nachdem zuvor die Modellierung der formvariablen Geometrie aufgezeigt worden ist, soll in diesem Abschnitt nun die Berechnung der resultierenden Kräfte und Momente in Abhängigkeit von Flugzustand und Geometrie der betrachteten Konfigurationen genauer beschrieben werden. Besonderes Augenmerk gilt dabei der Behandlung der formvariablen Flügelgeometrien innerhalb des VLM-Prozedere. Darüber hinaus wird eine vorläufige Methode zur Korrektur des reibungslosen Widerstandsbeiwertes aus dem Potenzialströmungsverfahren mithilfe eines viskosen 2D-Lösungsverfahrens vorgestellt. Das hierbei entstandene Modell ist in einer eigenständigen *Python*-Klasse zusammengefasst und kann dabei entweder isoliert für einzelne aerodynamische Analysen und Optimierungsaufgaben oder auch als Modul direkt innerhalb einer flugdynamischen Simulation (z.B. *PyFDM*) verwendet werden.

### 3.2.1. AVL

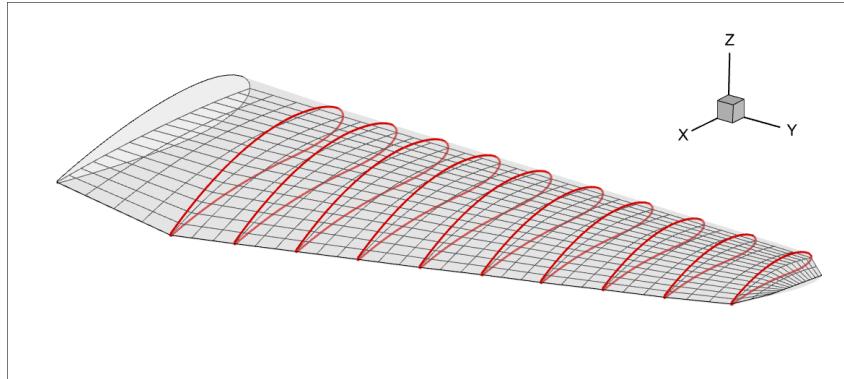
Zur eigentlichen Durchführung des VLM-Lösungsverfahren, vgl. Abs. 2.3.1, kommt das weit verbreitete Programm *AVL* zum Einsatz. Mit dieser Anwendung können die charakteristischen aerodynamischen Beiwerte für beliebige, starre Flächen-Konfiguration ermittelt und auch eine Bewertung des flugdynamischen Verhaltens mittels Linearisierung vorgenommen werden [14]. Obwohl die Veröffentlichung des Programms schon weit zurückliegt, findet es nach wie vor Anwendung sowohl in luftfahrttechnischen Entwicklungen, als auch für wissenschaftliche Untersuchungen, vgl. [17] [67] [34].

Für die Einbindung des Kommandozeilen-basierten *AVL*-Programms in die verwendete Python-Umgebung existiert eine Open-Source Python-API, namens *OptVL* [2]. Neben den klassischen Funktionalitäten der originalen Fortran-Anwendung können hierin noch weitere spezifischere Funktionen bezüglich Entwurf und Optimierung genutzt werden.

#### Geometrie-Definition

Zur Ausführung des Programms sind üblicherweise drei Dateien mit den programmspezifischen Endungen `.avl`, `.mass` und `.run` vorgesehen, welche jeweils Information zur Geometrie (`.avl`), zur Masse- bzw. Trägheitsmomenten-Verteilung (`.mass`) und zur Programmausführung (`.run`) enthalten. Die beiden letzteren sind jedoch nicht zwangsläufig notwendig und werden bis auf Weiteres in den folgenden Analysen nicht weiter verwendet. Die Vorgabe der Vehikel-Geometrie erfolgt über die KEYWORD-basierte `.avl` Konfigurationsdatei. Vollständige Auszüge aus den entsprechenden Konfigurations-Dateien, sowohl für den isolierten Tragflügel, als auch für die Gesamt-Konfiguration des *Proteus UA* sind im Anhang (A.1) zu finden. Hierbei wird eine Geometrie in *Auftriebsflächen* (**SURFACE**) unterteilt, welche ihrerseits wiederum durch spannweitige *Sektionen* (**SECTION**) definiert werden. Im Falle des formvariablen Tragflügels sind diese über die Positionen der einzelnen Servo-Sektionen in *y*-Richtung, siehe Tab. 3.2 Abs. 3.1.1, bestimmt. Die Auftriebsflächen können als Ganzes mit dem **TRANSLATE**-Keyword relativ zum Koordinatenursprung positioniert und deren Einstellwinkel über das **ANGLE**-Keyword festgelegt werden. Anders als in *OpenVSP* (vgl. Kap. 3.1) erfolgt die relative Positionierung der Flächen-Sektionen nicht über die Parameter *Pfeilung* und *V-Stellung* ('Dihedral'), sondern über die Angabe der absoluten Koordinaten der Profil-Vorderkante (**Xle,Yle,Zle**). Die übrigen lokalen Flügelparameter, also *Flügeltiefe* (**Chord**) und *Verwindung* (**Ainc**), können jedoch identisch übernommen werden. Die Art der Panel-Diskretisierung in Spannweiten- und Flügeltiefenrichtung wird entweder pro Auftriebsfläche oder pro Sektion vorgegeben, wobei die Element-Anzahl (**Nchord,Nspan**) sowie deren Staffelung ('Clustering') (**CSpace,Sspace**) vorgegeben werden muss. Für letzteres kann zwischen einer äquidistanten und einer Kosinus- bzw. Sinus-Staffelung gewählt werden, vgl. [14].

Die lokalen Profilkonturen pro Sektion lassen sich entweder direkt in der Konfigurations-Datei über die jeweiligen *x,z*-Koordinaten definieren oder können durch Pfad-Angaben konformer Dateien, eingebunden werden(**AFILE**). Im implementierten Aerodynamik-Modell werden die mittels



**Abbildung 3.9.:** Deformierte AVL Panel-Geometrie für  $\delta_{M,i} = \text{const.} = 10.5^\circ$

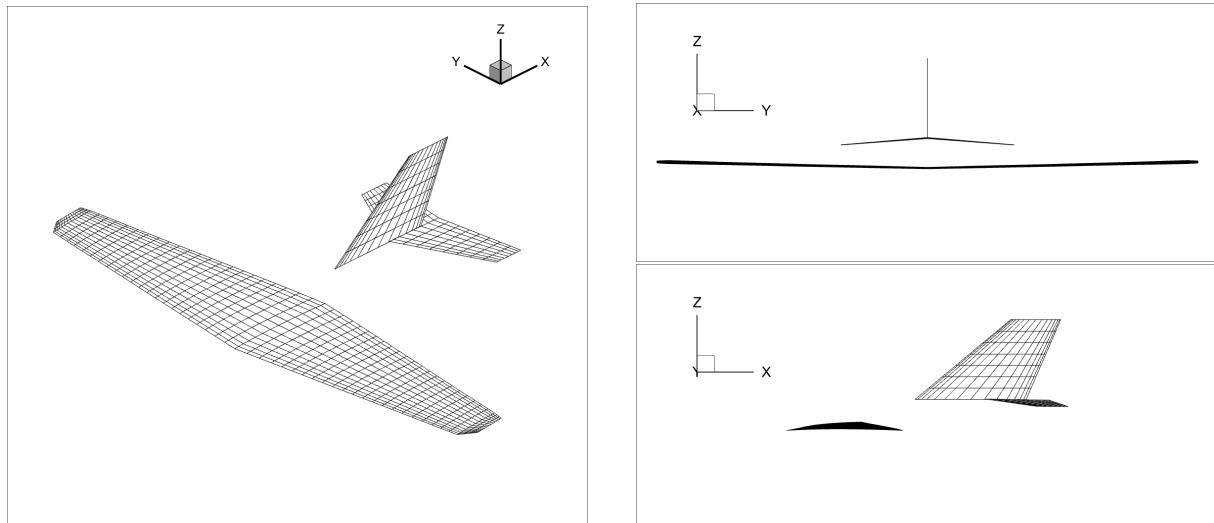
der vorgestellten NACA-4 Ersatz-Modellierung deformierten Profilkonturen jeweils als eigenständige Koordinaten-Dateien bereitgestellt. Über Interpolation der sektionsweisen Profildaten und der lokalen Grundrissparameter wird dann die für die VLM-Berechnung (vgl. Abs. 2.3.1) notwendige, *degenerierte*<sup>2</sup> Panel-Geometrie innerhalb des AVL-Programms erzeugt. In Abb. 3.9 ist diese in Überlagerung mit den erzeugenden deformierten Profilschnitten beispielhaft für eine spannweitig konstante Auslenkung von  $\delta_{M,i} = 10.5^\circ$  (max. Auslenkwinkel) verdeutlicht. Angesichts der kontinuierlichen Deformationen, die sich durch die gegebene Morphing-Mechanik des tatsächlichen Flügels ergeben, vgl. Abs. 3.1.3, wird angenommen, dass mit dieser Art der Modellierung die tatsächliche Flügel-Verformung hinreichend genau abgebildet werden kann.

Die Flügel spitzen werden als Trapeze vereinfacht, da es seitens AVL keine Möglichkeit der gesonderten Behandlung von komplexen Freiform-Geometrien gibt. Zwar hat die Flügel spitze in der Realität gewiss einen Einfluss auf die Art des Wirbelabgangs am Flügelrand, jedoch werden für folgende Untersuchungen etwaige Abweichungen in der dortigen lokalen Zirkulationsverteilung in Kauf genommen, da vor allem die Effekte der Formvariabilität auf die Auftriebsverteilung entlang der *gesamten* Spannweite von primärem Interesse sind. Angesichts der niedrigen Ordnung des Verfahrens ist es zudem mit einer gewissen Unsicherheit behaftet, inwieweit sich entsprechende Details akkurat durch eine fein diskretisierte Nachbildung der tatsächlichen Flügel spitzen-Form abbilden ließen. In bisherigen Arbeiten aus der Literatur wurde hinsichtlich der Behandlung der Tragflügel spitzen-Geometrie innerhalb eines Wirbelleiter-Verfahrens ähnlich argumentiert, vgl. [63].

Die Flächen des Heckleitwerks können direkt aus der zuvor vorgenommenen Parametrisierung, vgl. Tab. 3.1, übernommen werden, wobei auch hier wieder eine entsprechende Umwandlung hinsichtlich der beiden Parameter Pfeilung und V-Stellung beachtet werden muss. Die Nachbildung von Steuerflächen (also im Fall der formvariablen Gesamt-Konfiguration lediglich Höhen- und Seitenruder) erfolgt, entsprechend der jeweiligen Abmessungen, über die Definition der Anfangs- und Endpunkte der Scharnierlinien und über die Angabe der benötigten Klappentiefenverhältnisse. Eine Darstellung der resultierenden degenerierten AVL-Geometrie der *Proteus* Gesamt-Konfiguration ist in Abb. 3.10 zu sehen. In Abs. 3.3 wird der Einfluss der Diskretisierung

<sup>2</sup>Reduktion der tatsächlichen Flügeloberfläche auf eine planare Fläche der Dicke null, welche letztendlich durch die (deformierten) Profil-Skelettlinien der einzelnen Sektionen aufgespannt wird.

des formvariablen Tragflügels auf die Vorhersage der aerodynamischen Kräfte und Momente im Rahmen einer Gitterkonvergenzstudie näher untersucht.



**Abbildung 3.10.:** Panel-Diskretisierung der *Proteus* Gesamt-Konfiguration in *AVL*

### Besonderheiten *AVL*

Bezüglich des genauen Verfahrens zur Lösung des VLM-Gleichungssystems (vgl. Gl.2.48) in *AVL* existiert neben dem Quellcode keine gesonderte Beschreibung. Das Verfahren sollte jedoch grundsätzlich dem in Kap.2.3.1 dargelegten Standard-Prozedere für Wirbelleiter-basierte Potentiallöser entsprechen. Nachfolgend sollen noch kurz einige Besonderheiten angesprochen werden, welche der offiziellen Dokumentation der Anwendung entnommen werden können, vgl. [14].

So werden hier beispielsweise zur Berücksichtigung des Einflusses der geometrischen Verwindung, die sektionsweisen Plattenelemente *nicht* entsprechend des lokalen Einstellwinkels geneigt; stattdessen werden die kinematischen Strömungsbedingungen (vgl. Gl.2.14) entlang der Wölbungs- bzw. Skeletlinie lokal angepasst, was näherungsweise im Einklang mit der "linearisierten Profiltheorie" [14] (entspricht vermutlich dem Begriff der *Skelettheorie für dünne Profile* im Deutschen) steht.

In Bezug auf die grundlegenden Annahmen kleiner Winkel und Auslenkungen im Kontext von Potential-Lösungsverfahren, erfolgt die Modellierung der Nachlauf ('Wake')-Geometrie in *AVL* stets parallel zur x-Achse des Vehikels. Das bedeutet, dass sich die Fläche aus Hufeisenwirbeln, welche sich ab der Flügel-Hinterkante bis an die Grenze des Kontrollvolumens erstreckt, nicht an variable Anströmbedingungen (also vor allem durch veränderlichen Anstell- und Schiebewinkel) anpasst. Demzufolge muss davon ausgegangen werden, dass Störkräfte und -momente, die aus der Interferenz des Hauptflügel-Nachlaufs mit dem Heckleitwerk entstehen, hier nur bedingt korrekt abgebildet werden können und gerade für größere Strömungswinkel zunehmende Unsicherheiten zu erwarten sind.

Der Widerstand, welcher in Potenzialströmungsverfahren ausschließlich den induzierten Widerstand umfasst, wird in *AVL* auf zwei Arten berechnet: zum einen durch "einfache" *Oberflächen-Integration* und zum anderen mittels der sogenannten *Fernfeld-Methode*. Für letztere Methode wird die Geschwindigkeits-Verteilung, die sich aufgrund der Wirbelfläche des Nachlaufs ergibt, in einer Ebene weit stromab der Tragflügel-Hinterkante analysiert (sog. *Trefftz-Ebene*). Ausgehend von der integralen Form der Impulserhaltung, kann dann über Integration der Störgeschwindigkeitsanteile *senkrecht* zur freien Anströmung sowohl der Auftrieb, als auch der induzierte Widerstand ermittelt werden, vgl. [27]. Laut der offiziellen Programm-Dokumentation, ist diese Variante der Widerstandsermittlung präziser als die "klassische" Oberflächen-Integration und sollte daher in Analysen bezüglich aerodynamischer Leistungscharakteristiken bevorzugt herangezogen werden, vgl. [14]. Die von *AVL* angegebene Spannweiten-Effizienz bezieht sich zudem auch auf den mittels Fernfeld-Methode ermittelten induzierten Widerstand.

Zuletzt sei noch darauf hingewiesen, dass die Ergebnisse der VLM für *instationäre* Flugzustände, also mit Drehraten ungleich *null*, nur für einen beschränkten Bereich gültig sind; konkrete Grenzwerte für Roll-, Nick- und Gierrate sind in [14] angegeben. Da die resultierenden Gültigkeitsbereiche unter Berücksichtigung der vorliegenden Geometrie und Flugzustände (siehe Kap. 4.1) sehr groß sind, kann davon ausgegangen werden, dass diese bei "normalen", nicht-akrobatischen Flugmanövern keinesfalls überschritten werden. Die Berücksichtigung von Kompressibilitäts-Effekten, welche vor allem im Bereich höherer *Ma*-Zahlen einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss haben, erfolgt mittels des klassischen Korrekturansatzes nach *Prandtl-Glauert*<sup>3</sup>. Da das in dieser Arbeit zu untersuchende Vehikel im Extremfall, d.h. bei höchster Fluggeschwindigkeit, maximal am oberen Ende des inkompressiblen *Ma*-Bereichs ( $Ma_{ink.} \leq 0.3$ , vgl. [1]) operiert, ist eine komplexere Betrachtung dieser Einflüsse nicht weiter erforderlich.

#### 3.2.2. Korrektur Profilwiderstand

Da neben dem Einfluss der Formvariabilität auf den induzierten Widerstand auch das Verhalten bezüglich des *Form-* bzw. *Profilwiderstands* von Interesse ist, soll hierfür ebenfalls eine geeignete Modellierung stattfinden. Da sich die Widerstandsberechnung in allen VLM-Verfahren intrinsisch auf den induzierten Widerstandsanteil beschränkt, müssen alternative Berechnungsmethoden herangezogen werden, welche in der Lage sind auch die reibungsbehafteten Einflüsse, siehe Kap. 2.1, abzubilden. Zwar bietet *AVL* hier die Möglichkeit einer Korrektur über Vorgabe einer konstanten Widerstandspolare pro Sektion (CDCL-Keyword), jedoch werden diese hierfür als *parabolisch* (d.h.  $\sim c_A^2$ ) angenommen, was für viele reale Profilströmungen meist zu ungenau oder gänzlich unzutreffend ist, vgl. [61]. Deshalb wurde eine externe Routine implementiert, welche es erlaubt die Widerstandsberechnung des verwendeten reibungslosen VLM-Verfahrens (also *AVL*) um den viskosen Profilwiderstandsanteil ( $c_{W,v}$ ) zu korrigieren.

Zur Bestimmung der charakteristischen Beiwerte der reibungsbehafteten Profilströmung wird

---

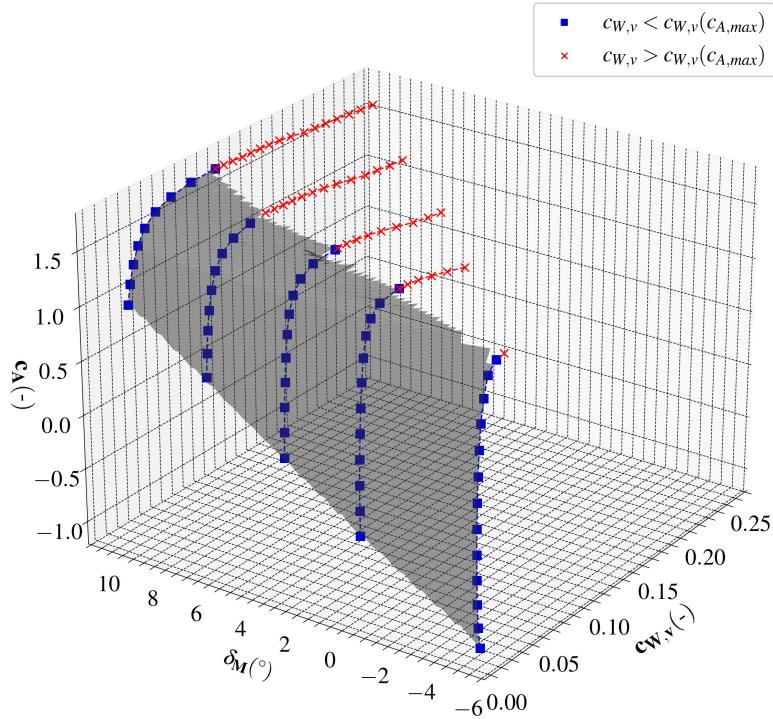
<sup>3</sup>Korrektur der (Längs-)Beiwerte um  $1/\sqrt{1 - Ma_\infty^2}$  (*Prandtl-Glauert-Faktor*); beträgt bei  $Ma_\infty = 0.3$  beispielsweise ca. 5 %

das ebenso weit verbreitete 2D-Panelverfahren *Xfoil* [13] genutzt. Dieses Verfahren beruht ebenfalls auf der Potentialtheorie, wobei die Betrachtung der Strömung hier jedoch ausschließlich im zwei-dimensionalen erfolgt. Über eine *Grenzschicht-Kopplungs-Methode* ('*fully-coupled viscous/inviscid interaction method*', vgl. [13]) können die viskosen Eigenschaften der Strömung berücksichtigt und deren Einfluss auf das resultierende Druckfeld (durch typische Effekte wie *Verdrängung*, *Entwölbung*, siehe Kap. 2.1.2) abgebildet werden. Durch eine Implementierung der  $e^N$ -Methode ist es zudem möglich (gebietsweise) laminare Strömungsfälle sowie das Transitionsverhalten zu modellieren. Mittels benutzerdefinierter Festlegung der Transitionsstelle<sup>4</sup> können jedoch auch *voll-turbulente* Strömungszustände berechnet werden; beide Arten werden im Rahmen des Korrektur-Ansatzes berücksichtigt.

Zur Ermittlung des Korrektur-Widerstandes innerhalb der Aerodynamik-Modellierung werden zunächst einmalig einige Widerstandspolen  $c_{W,v} = f(\alpha, \delta_{M,i})$  für ausgewählte deformierte Profile ( $\delta_{M,i}$ ) in einem definierten Anstellwinkelbereich berechnet. Durch die zwei Variablen Servoaußenschlag  $\delta_{M,i}$  und Anstellwinkel, bzw. dem daraus resultierenden Auftriebsbeiwert  $c_A$ , kann mithilfe der Stützwerte der Polaren eine Lösung für beliebige Ausschläge und Auftriebsbeiwerte zweidimensional interpoliert werden. Die gegebenen Werte dürfen hierbei jedoch die Maximal- bzw. Minimalwerte der *Stützpolaren*, d.h.  $\min(\delta_{M,i})$  und  $\max(\delta_{M,i})$  sowie die zugehörigen Minimal- und Maximal-Auftriebsbeiwerte,  $\min(c_A(\delta_{M,i}))$  und  $\max(c_A(\delta_{M,i}))$ , nicht überschreiten. Aufgrund des im 2D-Panelverfahren modellierten Auftriebszusammenbruchs können sich für hohe Auftriebsbeiwerte mehrere Lösungen (typischerweise zwei) für den Widerstandsbeiwert ergeben. Da das Widerstandsverhalten nach Auftriebszusammenbruch ('*Post-Stall*-Verhalten) im Zuge der folgenden Untersuchungen vorerst nicht von Interesse ist, werden die entsprechenden Bereiche der Polaren gekürzt. Die resultierenden Stützpolaren sind also für eine gegebene Profil-Konfiguration nur noch im Bereich des minimalen und maximalen Auftriebsbeiwerts (d.h.  $c_{W,v} < c_{W,v}(c_{A,max})$ ) definiert. Zur Veranschaulichung sind in Abb. 3.11 beispielhaft die Stützpolaren von fünf verschiedenen deformierten Profil-Konfigurationen, sowie die sich daraus ergebende "gültige" Interpolationsfläche dargestellt.

Für die letztendliche Korrektur des mittels *AVL* berechneten, induzierten Widerstandsbeiwertes müssen nach Durchlauf der *VLM*-Berechnung zunächst die lokalen viskosen Widerstandsbeiwerte entlang der  $N$  Spannweitelemente bestimmt werden. Dafür wird zum einen die spannweite Verteilung der lokalen flügeltiefenbezogenen Auftriebsbeiwerte  $c_{a,j}$  ( $0 < j < N$ ) aus der *AVL*-Lösung und zum anderen die Verteilung der Servoaußenschläge  $\delta_{M,j}$  entlang der Spannweite benötigt. Letztere wird wieder durch lineare Interpolation zwischen den gegebenen Servoaußenschlägen der Servo-Sektionen bestimmt. Mit den erhaltenen Werten kann dann pro Spannweitelement mithilfe der eingangs initialisierten Stützpolaren der viskose Widerstandsbeiwert  $c_{W,v,j}$  interpoliert werden. Hierfür findet die *scipy*-Funktion `griddata()` Anwendung, welche eine relativ einfache Handhabung der Interpolation in  $n$ -dimensionalen Datensätzen ermöglicht. Im Sonderfall, dass der lokale Auftriebsbeiwert den maximal bzw. minimal zulässigen Auftriebsbeiwert über-

<sup>4</sup>mittels `XtripT/B` (T: Top/B: Bottom) Parameter (*Xfoil VPAR*-Routine); hierbei muss jedoch auf die Lage des Staupunktes relativ zur gewünschten Umschlagposition geachtet werden. Befindet sich letztere *stromauf* des Staupunktes, so verläuft die Rechnung erfahrungsgemäß instabil und bricht schließlich ab.



**Abbildung 3.11.:** Visualisierung des gültigen Interpolationsbereichs (graue Fläche) bei fünf Stützpolaren ( $\delta_{M,i} = [-5.0, 0.0, 3.3, 6.8, 10.5]^\circ$ ;  $\alpha = [-5.0...20]^\circ$ ; voll-turbulent)

oder unterschreitet wird der Widerstand zu  $\infty$  gesetzt und eine Nutzerwarnung ausgegeben. Um schlussendlich den integralen Beiwert des Profilwiderstands für die gesamte Auftriebsfläche zu erhalten werden die lokalen Beiwerte pro Spannweitenelement mit der lokalen Flügeltiefe  $l_j$  multipliziert und die sich so ergebende Verteilung entlang der Spannweite aufintegriert. Der aus der ursprünglichen VLM-Berechnung erhaltene induzierte Widerstand, kann schließlich mit dem resultierenden, viskosen Widerstand korrigiert werden.

Neben den hier verwendeten Profilpolaren, welche mittels eines 2D-Panelverfahren (*Xfoil*) bestimmt wurden, könnten im Zuge einer Weiterentwicklung des Korrekturverfahrens auch "höherwertige" Polaren herangezogen werden. Hier bietet es sich zum Beispiel an auf 2D-RANS Lösungsverfahren zurückzugreifen, vgl. [21] [44] [4]. In der genannten Literatur findet zudem jeweils auch eine *2.5D*-Korrektur statt, welche es erlaubt Querströmungseffekte in der zweidimensionalen Strömungslösung zu berücksichtigen. Da der formvariable Flügel des *Proteus*-Demonstrator jedoch eine sehr geringfügige Pfeilung aufweist, kann davon ausgegangen werden, dass die aerodynamischen Eigenschaften aus der *ebenen* 2D-Betrachtung näherungsweise auf den drei-dimensionalen Flügel übertragbar sind (vgl. [52]) und eine entsprechende Erweiterung demnach nicht wirklich begründet scheint.

Stattdessen wäre es sinnvoll ausgehend von dem bisher implementierten *Korrektur*-Ansatz ein *Kopplungs*-Verfahren zu entwickeln, bei welchem neben dem viskosen Profil-*Widerstandsbeiwert* auch der viskose Profil-*Auftriebsbeiwert* berücksichtigt wird. Aufgrund der bereits besprochenen Reibungseffekte in der 2D-Profil aerodynamik muss davon ausgegangen werden, dass der viskose

Auftrieb – abhängig vom Flugzustand – von der mittels VLM-Verfahren ermittelten Auftriebsverteilung abweicht. Infolgedessen ist es üblich eine iterative Prozedur zu implementieren, bei welcher die Strömungsparameter innerhalb der VLM so angepasst werden, dass sich hinsichtlich der lokalen Auftriebsverteilung der VLM-Lösung und der Sektions-weisen Auftriebsbeiwerte der 2D-Profil-Lösung Konvergenz einstellt, vgl. [65]. Dies kann zum Beispiel durch direkte Manipulation der lokalen Strömungsbedingungen entlang der diskretisierten Geometrie erfolgen oder indirekt über eine "virtuelle" Anpassung der geometrischen Verwindung der Flügelschnitte, vgl. [21].

### 3.3. Gitterkonvergenzstudie

Da es sich bei der Panel-Geometrie des Tragflügels bzw. des Gesamt-Flugzeugs um eine diskretisierte und degenerierte (Vernachlässigung der Dicke) Abbildung der tatsächlichen Geometrie handelt, soll in diesem Abschnitt der Einfluss der Diskretisierung auf die Lösung des VLM-Verfahrens im Rahmen einer sog. *Gitterkonvergenzstudie* untersucht werden. Mit dem Hintergrund des Einsatzes des Aerodynamik-Modells in *RL*-Trainings oder in Optimierungsaufgaben ist ein weiterer interessanter Aspekt auch das Verhältnis zwischen Laufzeit und der zu erwartenden Genauigkeit. Üblicherweise werden Gitterkonvergenzstudien, auch *Netzkonvergenz-* oder *Netzverfeinerungsstudien* genannt, im Zuge von CFD-Untersuchungen durchgeführt, da hier nicht unerhebliche Einflüsse der Netzbeschaffenheit auf die Lösung zu erwarten sind; unter Netzbeschaffenheit wird in diesem Zusammenhang hauptsächlich die Zellengeometrie sowie die Zellenanzahl und -größe verstanden. Bei zu grob diskretisierten Geometrien könnten etwa gewisse Strömungsphänomene, welche sich beispielsweise in hohen Gradienten oder Wirbelstrukturen äußern, nicht mehr physikalisch korrekt oder nur numerische verzerrt dargestellt werden, vgl. [54].

Da in dem für folgende Untersuchungen verwendeten Wirbelleiterverfahren ebenfalls eine Unterteilung in diskrete Elemente stattfindet, welche sich jedoch im Gegensatz zu numerischen Strömungslösern nur auf die Oberfläche und nicht das ganze Volumen beschränkt, wird angenommen, dass sich entsprechende Prozeduren einer Konvergenzstudie, welche sonst überwiegend nur bei *High-Fidelity* Methoden Anwendung finden, auch analog auf Verfahren geringerer Ordnung (also *Low-Fidelity*) übertragen lassen. Hierbei sollen verschiedenste Randbedingungen, wie die Netzeigenschaften, die Flugbedingungen und die Geometrie selbst, berücksichtigt werden, um, falls möglich, eine geeignete Einstellung zu finden mit der ein möglichst großes Spektrum der theoretisch möglichen Flugzustände adäquat abgedeckt werden kann.

Konkret sollen im Folgenden zuerst die Einflüsse der wesentlichen VLM-Gitterparameter:

- Gesamt-Elementanzahl  $n_{Total}$
- Aspektverhältnis  $AR$
- mit/ohne *Clustering*

auf die Werte der integralen Kräfte und Momente bzw. der sich daraus ergebenden dimensionslosen Beiwerte untersucht werden. Dabei ist die Gesamt-Elementanzahl  $n_{Total}$  direkt proportional zur Anzahl der spannweitigen Elemente, die wiederum über das Aspektverhältnis AR mit der Anzahl der Elemente in Flügeltiefen-Richtung gekoppelt ist:

$$AR = \frac{n_{Spannweite}}{n_{Tiefe}} \quad (3.9)$$

Es sei angemerkt, dass sich das Aspektverhältnis lediglich auf das Verhältnis der Elementanzahlen bezieht und nicht zwangsläufig mit dem Kantenlängen-Verhältnis der einzelnen Plattenelemente gleichzusetzen ist; dies ist nur bei einer gleichmäßigen Verteilung, d.h. ohne *Clustering*, der Fall. Bei Gittern mit *Clustering* findet in allen Fällen eine gleichartige Kosinus-Verteilung sowohl in Spannweiten- als auch in Flügeltiefenrichtung statt. Die Unterteilung der Geometrie in feste Flügelabschnitte in Abhängigkeit der Servo-Positionen (siehe 3.1.1) bringt zudem eine restriktive Randbedingung bei der Auswahl der möglichen spannweitigen Diskretisierung mit sich, da hierdurch keine beliebige Stückelung mehr möglich ist. Deshalb wird festgelegt, dass für die Verteilungen der Elemente in Spannweitenrichtung, zwecks kontinuierlicher Übergänge zwischen den Sektionen, stets die Bedingung:

$$n_{\text{Spannweite}} = 2 \times (f_{W-S} \times n_{\text{Servo}} + 9 \times n_{\text{Servo}} + f_{S-S} \times n_{\text{Servo}}), \quad (3.10)$$

mit:

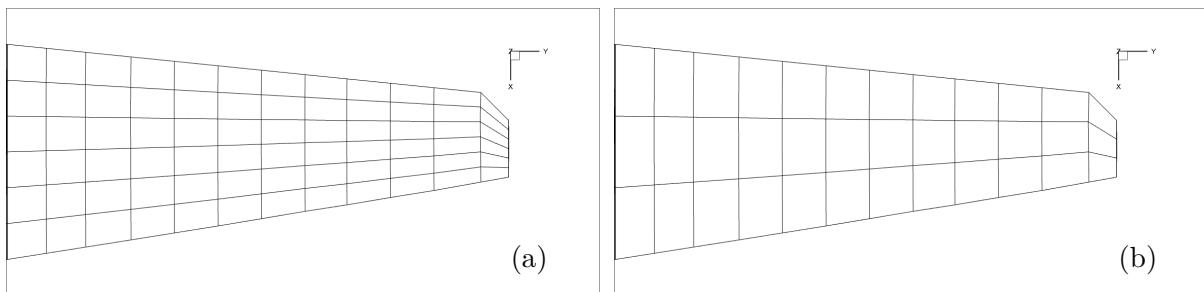
$$n_{\text{Servo}} = 1, 2, \dots, 9 \quad , \quad f_{W-S} = 1 \dots 2 \quad , \quad f_{S-S} = 0 \dots 1$$

erfüllt werden muss. Hierbei ist  $n_{\text{Servo}}$  die ganzzahlige Anzahl der spannweitigen Elemente pro Servo-Sektion und  $f_{W-S}$  sowie  $f_{S-S}$  jeweils das spannweite Längenverhältnis zwischen dem Wurzel- bzw. Flügelspitzen-Segment und den Servo-Segmenten. Letztere werden manuell entsprechend eines kontinuierlichen Erscheinungsbildes in den jeweiligen Übergangsregionen angepasst. Im Falle eines Clusterings bei niedrigen  $n_{\text{Spannweite}}$ , kann die Zellenaufteilung nicht sauber durchgeführt werden, ohne, dass dabei die eben vorgestellte Vorschrift Gl.3.10 verletzt werden würde. Infolgedessen sehen die resultierenden Netze mit geringer spannweiter Diskretisierung ( $n_{\text{Spannweite}} < 90$ ) zum Teil sichtbar unregelmäßig aus. Dies könnte durch manuelles Hinzufügen von Elementen an entsprechenden Stellen behoben werden, jedoch würde dann das Aspektverhältnis verletzt werden und ein Vergleich mit den Varianten ohne Clustering demzufolge inkonsistent.

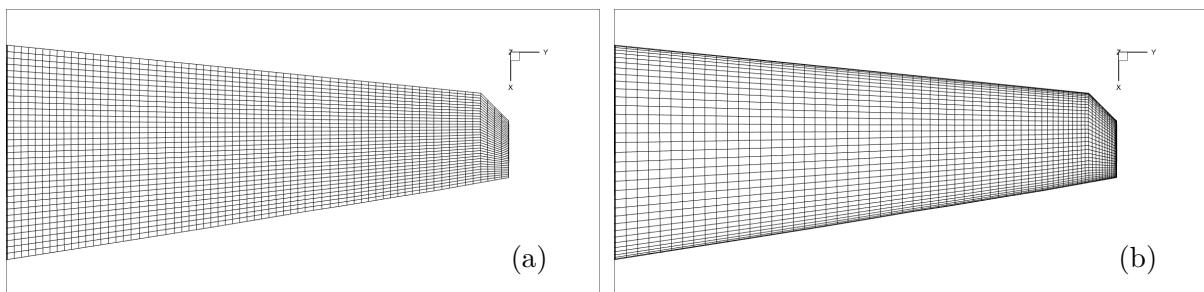
Für die erste Betrachtung wird die undeformierte Basis-Konfiguration des isolierten Tragflügels herangezogen und für jeweils zwei Aspektverhältnisse  $AR = 4 : 1$  und  $8 : 1$ , das Konvergenzverhalten von Auftrieb, induziertem Widerstand, Spannweiten-Effizienz und Nickmoment bei zunehmender Gesamt-Elementanzahl  $n_{\text{Total}}$  analysiert. Hierbei wird auch zwischen Gittern mit und ohne Clustering unterschieden. Die verschiedenen Konfigurationen sind in Tab.3.3 gelistet, wobei erwähnt sei, dass sich im Falle der Gitter mit einem angestrebten Aspektverhältnis von  $AR = 8 : 1$  ein leicht abweichendes *tatsächliches AR* ergibt, da nicht jeder Wert von  $n_{\text{Spannweite}}$  restefrei sowohl durch '4' als auch durch '8' teilbar ist. Aufgrund einer Limitierung seitens der verwendeten VLM-Methode (AVL) können nur Gitter mit einer maximalen Größe von  $n_{\text{Total,max}} < 6000$  gerechnet werden. Im Fall des höheren Aspektverhältnis  $AR = 8 : 1$  können daher zwei zusätzliche Konfigurationen mit höherer spannweiter Elementanzahl gerechnet werden, vgl. Tab.3.3. Um einen Eindruck der Variation der Netzgestalt im Hinblick auf die variierenden Gestaltungsparameter zu bekommen, sind einige in Abb.3.12 bis Abb.3.13 dargestellt.

**Tabelle 3.3.:** Netzeinstellung der untersuchten Konfigurationen

$AR$	$AR_{tats.}$	$n_{Spannweite}$	$n_{Tiefe}$	$n_{Total}$
4:1	4:1	24	6	144
	4:1	44	11	484
	4:1	68	17	1156
	4:1	92	23	2116
	4:1	112	28	3136
	4:1	136	34	4624
	4:1	152	38	5776
8:1	8:1	24	3	72
	7.33:1	44	6	264
	8.5:1	68	8	544
	7.66:1	92	12	1104
	8:1	112	14	1568
	8:1	136	17	2312
	8:1	152	19	2888
	8.1:1	178	22	3916
	8:1	200	25	5000



**Abbildung 3.12.:** Grobe Netzauflösung mit  $n_{Spannweite} = 24$  ((a):  $AR = 4 : 1$ , (b):  $AR = 8 : 1$ )



**Abbildung 3.13.:** Feine Netzauflösung ohne (a) und mit Clustering (b) ( $n_{Spannweite} = 136$ ,  $AR = 4 : 1$ )

Soweit nicht anders angegeben, gelten in der folgenden Betrachtung als Referenz-Bedingungen eine Anströmgeschwindigkeit von  $Ma_{\infty,ref} = 0.1$  auf einer Flughöhe von  $H_{ref} = 0 \text{ m}$  (Dichte entsprechend nach ISA-Standardatmosphäre [60]) bei einem konstanten Anstellwinkel von  $\alpha_{ref} = 4^\circ$ .

### 3.3.1. Einfluss Netzparameter

In Abb. 3.14 sind die sich ergebenden Verläufe der gewählten integralen Größen in Abhängigkeit der variablen Gittergröße zu sehen. Hierbei ist es üblich die Kräfte und Momente *absolut* bezüglich des konstanten Referenz-Staudruckes  $q_{ref}$  anzugeben, vgl. [55]. Allen Diagrammen gemein ist, dass sich - wie zu erwarten - ein näherungsweise *asymptotisches* Verhalten der jeweiligen Charakteristiken mit zunehmender Panel-Anzahl  $n_{Total}$  erkennen lässt. Auch wenn die Veränderungen nur sehr marginal sind, lässt sich für die Gitter-Varianten mit Clustering im Allgemeinen ein konservativeres, d.h. aus aerodynamischer Sicht ineffizienteres, Verhalten feststellen. So ist hier der Auftrieb tendenziell geringer, wohingegen der Widerstand zu höheren Werten tendiert. Infolgedessen fällt der Wert der Spannweiten-Effizienz auch geringer aus, vgl. 2.27. Dieses Verhalten bestätigt auch die diesbezüglich geäußerten Hinweise des Autors der VLM-Methode in [14].

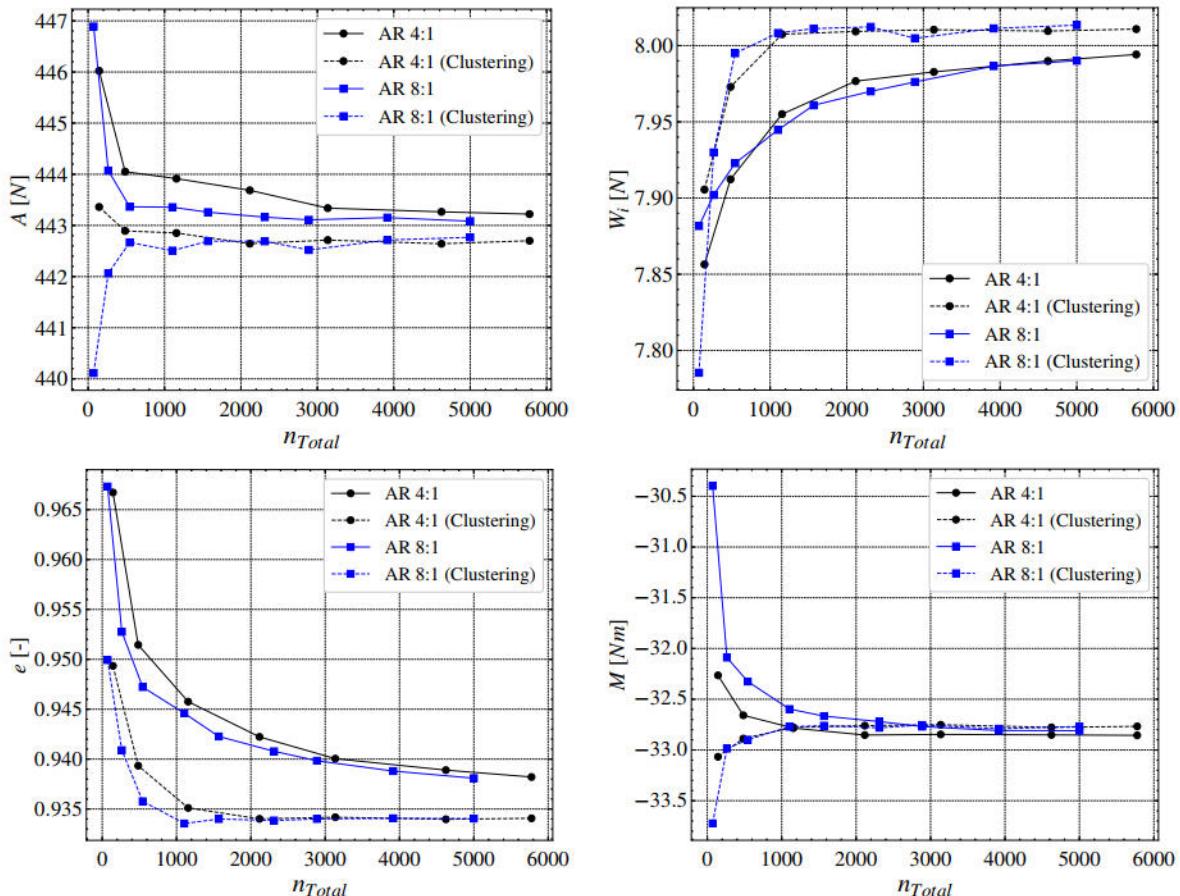


Abbildung 3.14.: Konvergenzverläufe der typischen Charakteristiken der Längsbewegung bei verschiedenen Netzeinstellungen (Basis-Flügel)

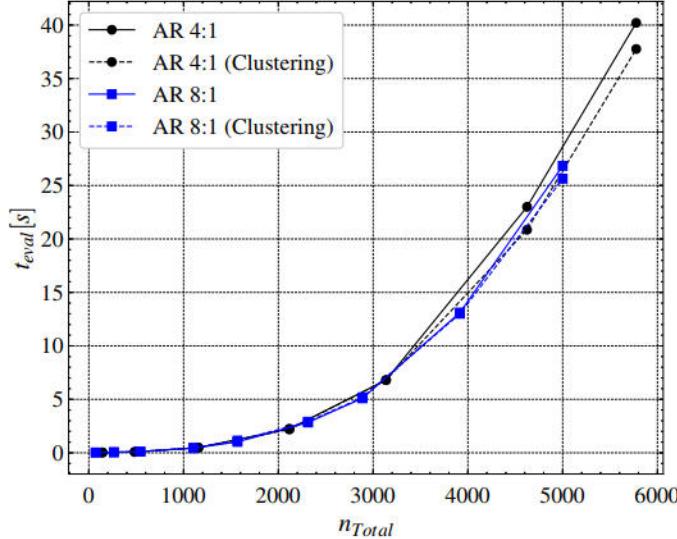


Abbildung 3.15.: Verhalten der Evaluationszeit in Abhängigkeit der Element-Anzahl

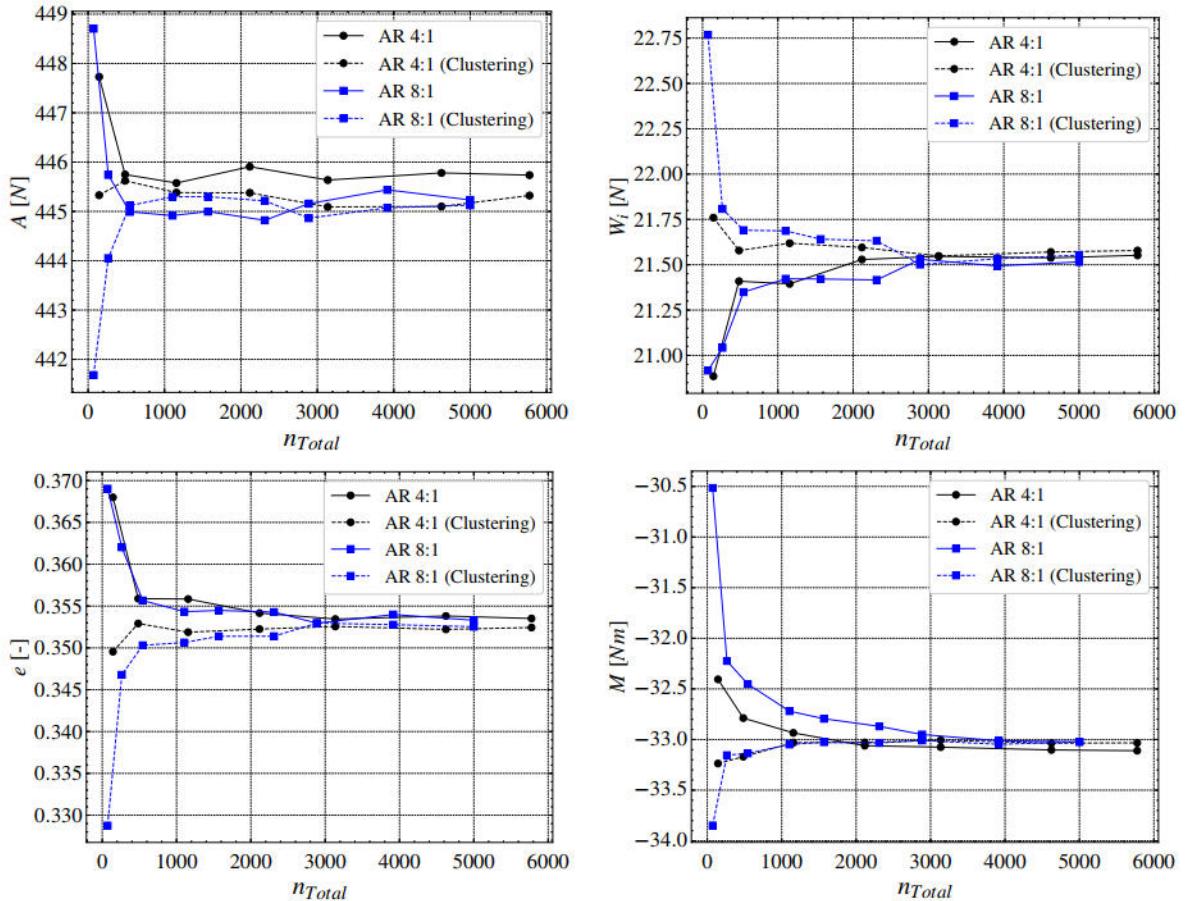
Bezüglich des Konvergenzverhaltens als solches lässt sich zudem erkennen, dass gerade im Fall des induzierten Widerstandes die Werte der Gitter-Varianten mit Clustering sich "früher", d.h. bei geringeren  $n_{Total}$ , dem finalen Wert bei  $n_{Total,max}$  annähern. Dieses Verhalten ist auch für die Verläufe der Spannweiten-Effizienz zu beobachten. Die Werte für das Nickmoment ändern sich im Gesamten, ähnlich wie beim Auftrieb, nur sehr geringfügig und werden daher nicht weiter diskutiert. Bei Betrachtung der Laufzeiten  $t_{eval}$ , lässt sich eine näherungsweise quadratische Abhängigkeit von der Elementanzahl:  $t_{eval} \sim n_{Total}^2$  erkennen, vgl. Abb. 3.15. Hierbei gibt es bei kleiner bis mittlerer Zellenanzahl ( $n_{Total} < 2500$ ) keine sichtbaren Unterschiede zwischen den verschiedenen Netztypen (sowohl hinsichtlich der Element-Anzahl als auch der Clustering-Art); erst bei einer höheren Gittergröße sind die Laufzeiten der Netze mit dem höheren Aspektverhältnis  $AR = 8 : 1$  etwas geringer.

Die Größenordnung der Veränderungen der Kräfte und Momente ist deutlich kleiner als erwartet, wenn man die erhaltenen Verläufe mit Ergebnissen aus der Literatur vergleicht, in welcher ähnliche Analysen durchgeführt wurden, vgl. [66] und [55]. In [66] sind die Unterschiede bei variierender Netz-Auflösung des AVL-Modells jedoch auch sichtbar geringer als beispielsweise die eines vergleichbaren VSPAero<sup>5</sup>-Modells, welches demnach eine deutlich größere Sensitivität gegenüber der Gittergröße aufweist.

### 3.3.2. Einfluss Formvariabilität

In einer weiteren Betrachtung wurde das Konvergenzverhalten bei verformter Flügelgeometrie untersucht und bewertet. Hierbei wurde die Flügel-Hinterkante entlang der Spannweite asymmetrisch, sinusförmig (Amplitudenwert  $\hat{\delta}_M = 10^\circ$ ) verformt, vgl. Abb. 3.17, sodass auch eine Beurteilung über das Konvergenzverhalten hinsichtlich der lateralen Kräfte und Momente ( $Y, L, N$ )

<sup>5</sup>VLM-Verfahren innerhalb des OpenVSP-Programms, vgl. [37].

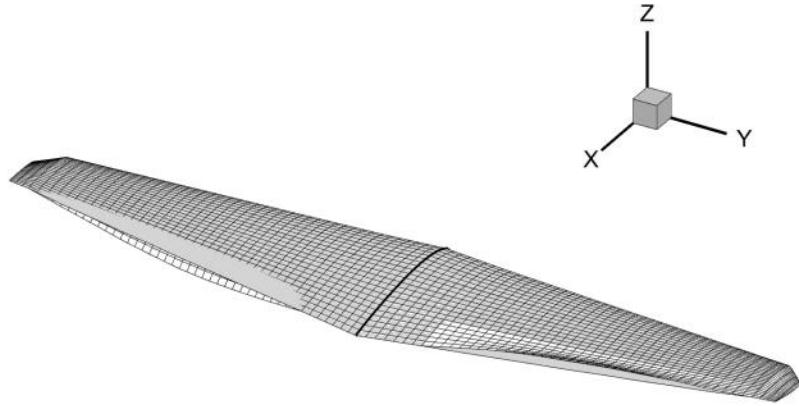


**Abbildung 3.16.:** Konvergenzverläufe der typischen Charakteristiken der Längsbewegung für verschiedene Netzeinstellungen (*deformierte* Tragflügel-Geometrie)

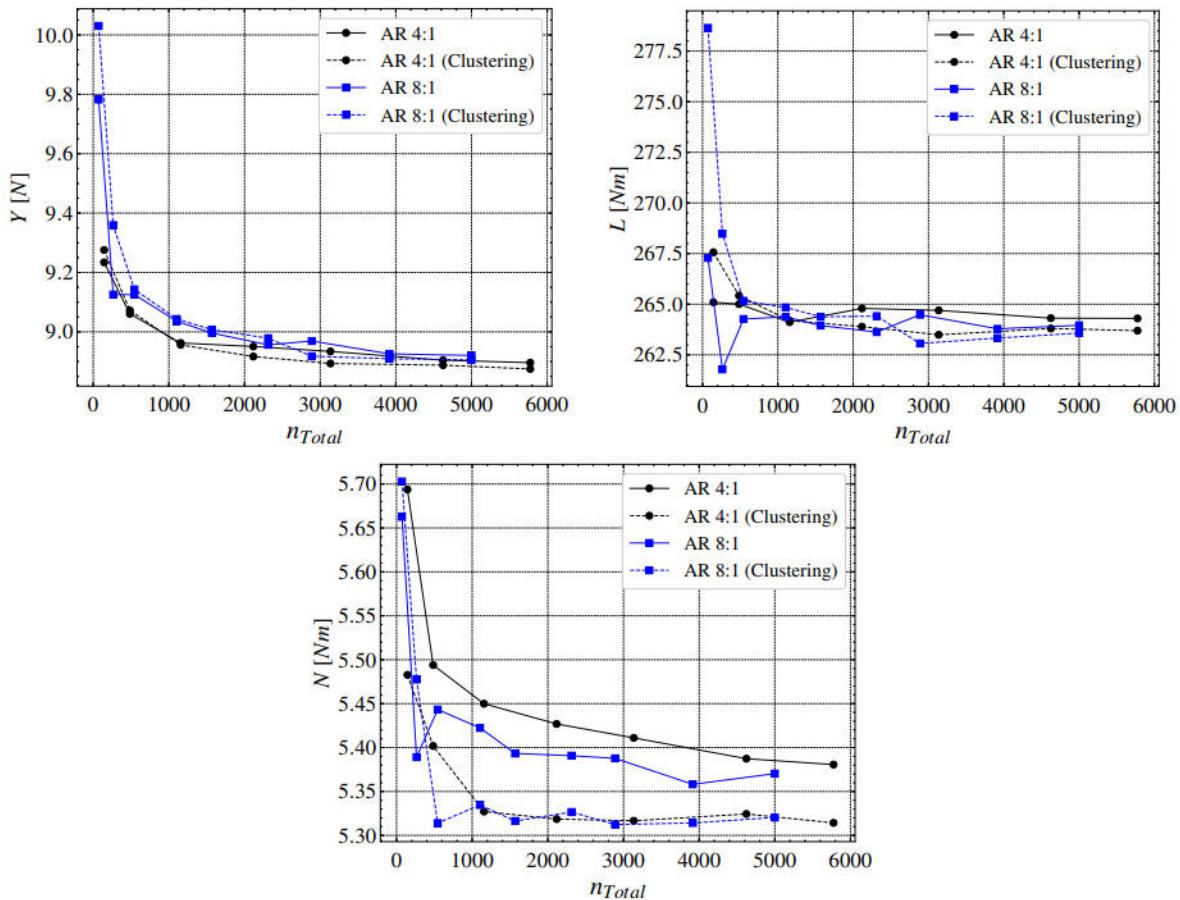
getroffen werden kann. Bezuglich der Netzeinstellungen wurden hier wieder alle vier Kombinationen ( $AR = 4:1$  und  $8:1$ ; mit/ohne Clustering) aus der initialen Untersuchung berücksichtigt, da vermutet wird, dass diese hier einen dominanteren Einfluss haben könnten, als im Falle des undeformierten Tragflügels. Beim Betrachten der resultierenden Konvergenz-Verläufe zeigt sich jedoch auch hier, dass die Netzfeinheit einen nahezu vernachlässigbaren Einfluss auf die Abweichungen der Ergebnisse hat. Für die Verläufe der Kräfte der Längsbewegung (Abb.3.16) ist jedoch auffällig, dass die Trends für Netze mit und ohne Clustering im Vergleich zu denen des undeformierten Basis-Flügels umgekehrt sind; so nimmt der Widerstand für die Netze mit Clustering mit zunehmender Feinheit ab, während der Widerstand der gleichförmig diskretisierten Netze zunimmt. Ein analoges Verhalten trifft für die Verläufe der Auftriebskraft und der resultierenden Spannweiten-Effizienz zu.

Die resultierenden Kräfte und Momente der Seitenbewegung sind in diesem Betrachtungsfall aufgrund der asymmetrischen Ausschläge nun deutlich von Null verschieden, vgl. Abb.3.18. Insbesondere bezüglich Seitenkraft ( $Y$ ) und Giermoment ( $N$ ), lässt sich auch hier ein konvergentes Verhalten feststellen. Betrachtet man das Rollmoment ( $L$ ), ist die entsprechende Konvergenz nur relativ gering ausgeprägt und kaum von der Wahl der berücksichtigten Netzparameter beeinflusst. Im Allgemeinen können hier die maximalen Abweichungen der Kräfte und Momente von ihrem jeweiligen konvergierten Wert, als verhältnismäßig gering und damit vernachlässigbar

eingestuft werden.



**Abbildung 3.17.:** Asymmetrisch deformierter Flügel ( $\hat{\delta}_M = 10^\circ, n_{Spannweite} = 92$ ) (Deformationen vergrößert dargestellt zwecks besserer Sichtbarkeit; grau: Basis-Flügel)



**Abbildung 3.18.:** Konvergenzverläufe der typischen Charakteristiken der Seitenbewegung für verschiedene Netzeinstellungen (deformierte Tragflügel-Geometrie)

Nachdem in den vorhergehenden Untersuchungen das Konvergenzverhalten unter Berücksichtigung verschiedener Aspekte analysiert und bewertet wurde, wird vorerst die Gitter-Variante

mit einer Gesamt-Elementanzahl von  $n_{Total} = 2116$  und mit einem Aspektverhältnis  $AR = 4 : 1$  präferiert, da hier die Werte im Durchschnitt bereits hinreichend nahe an den finalen Wert konvergiert scheinen. Zudem sollte die bisherige Art des Clustering in Spannweiten- und Tiefe Richtung beibehalten werden, da dieses im Vergleich zum gleichmäßig diskretisierten Netz nicht zu einer Überschätzung bzw. Unterschätzung des Auftriebs bzw. des Widerstands und somit zu konservativeren Ergebnissen hinsichtlich der aerodynamischen Leistung führt. Auch die durchschnittliche Rechenzeit von ca.  $t_{eval} = 2.3\text{ s}$  erscheint vorerst als ausreichend gering.

### 3.3.3. Gitterkonvergenz-Index (GCI)

Zur quantitativen Beurteilung der Qualität eines Rechennetzes kommt folgend das *GCI*-Verfahren (*GCI*: *Grid Convergency Index*) nach [8] zur Anwendung, welches auf der sog. *Richardson-Extrapolation* beruht und ein Maß für die Unsicherheit aufgrund der *endlichen* Diskretisierung eines Rechengebiets bereitstellt, vgl. [56]. Bei diesem Verfahren, das überwiegend im CFD-Bereich zur Anwendung kommt, kann mittels einer Reihe "standardisierter" Rechenschritte das Konvergenz-Verhalten der zu untersuchenden Geometrie bei veränderlicher Netzfeinheit berechnet und in konkreten Kennzahlen ausgedrückt werden, vgl. [8]. Gerade im Bereich der High-Fidelity Strömungslöser ist das Vorgehen sehr nützlich, da hier bereits mit wenigen Simulationen eine Abschätzung über die Genauigkeit in Abhängigkeit variierender Netzgröße getroffen werden kann, ohne, dass eine Vielzahl schrittweiser Verfeinerungsstufen durchlaufen werden muss, was zusätzliche Zeit benötigt und Kosten verursachen würde. Ziel ist es also für eine vorgegebene Toleranz das grösste Netz zu bestimmen oder umgekehrt für ein gegebenes Netz die zu erwartende Unsicherheit zu quantifizieren. Durch die standardisierte Art des Verfahrens ist zudem auch eine gewisse Vergleichbarkeit zwischen Ergebnissen aus verschiedenen Studien in der Literatur gegeben.

Bei dem Verfahren müssen mindestens *drei* Netze mit einem deutlich verschiedenen Grad an Diskretisierung bzw. "Feinheit" ausgewählt werden, wobei die Faktoren  $r_{ij}$  jeweils den Verfeinerungsgrad zwischen zwei Netzen  $N_i$  und  $N_j$  bzw. deren repräsentativen Panelgrößen  $h_i$  und  $h_j$  beschreiben. Letztere werden bestimmt mit:

$$h_i = \left[ \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} (\Delta S_k) \right]^{1/2} \quad (3.11)$$

wobei  $N$  hier die Gesamtanzahl der Panels ist und  $\Delta S_k$  die individuelle/lokale Panelgröße. In Kombination mit den pro Netz berechneten Zielgrößen  $\Phi_i$  wird daraufhin die Konvergenzordnung  $p$  berechnet. Damit kann wiederum der extrapolierte Wert der Zielgröße  $\Phi_{ij}^{\text{ext}}$  (in Abhängigkeit von  $r_{ij}, \Phi_i$  und  $\Phi_j$ ) ermittelt werden. Mit  $e_{ij}^a$  bzw.  $e_{ij}^{\text{ext}}$  werden die relativen Abweichungen zwischen den tatsächlichen ('a') bzw. den extrapolierten ('ext.') Größen angegeben. Der eigentliche Konvergenz-Index *GCI* wird abschließend mit:

$$GCI_{ij} = \frac{1.25 e_{ij}^a}{r_{ij}^p - 1} \quad (3.12)$$

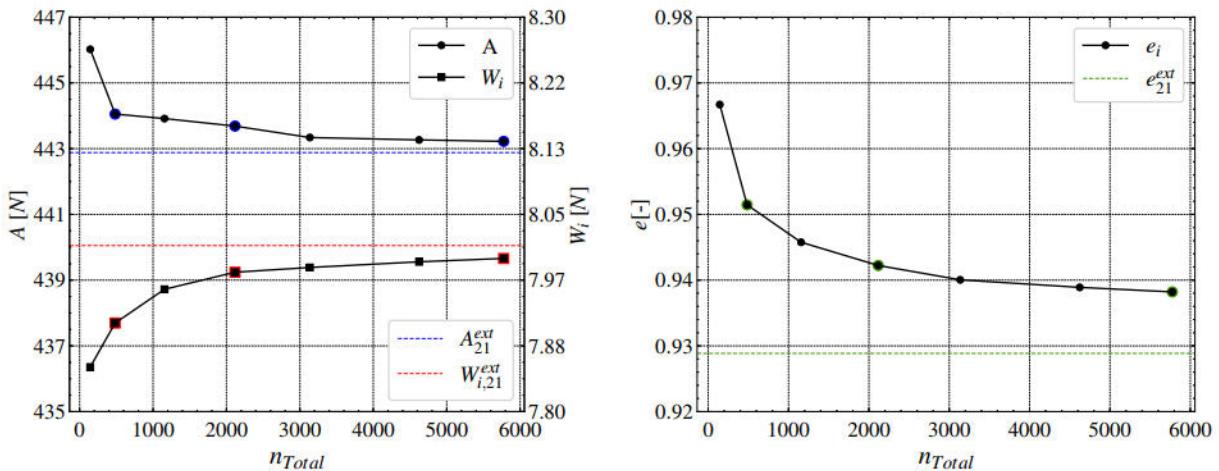
berechnet, und gibt an wie weit der Wert des Netzes  $N_i$  vom asymptotischen Zielwert entfernt ist oder in anderen Worten, wie sich der Fehler bei einer weiteren, gleichartigen Verfeinerung noch entwickeln würde, vgl. [56]. Für eine ausführlichere Beschreibung der Methode sei an [8] verwiesen.

Da die Verläufe der in den vorhergehenden Abschnitten untersuchten Größen ein konvergentes und asymptotisches Verhalten aufweisen, was jedoch bis hierher lediglich qualitativ aus visuellen Eindrücken hervorgeht, soll im Folgenden beispielhaft auch hier die standardisierte Bewertung nach dem *GCI*-Schema vorgenommen werden. Dafür werden die folgenden drei Netze:

**Tabelle 3.4.:** Ausgewählte Netze für GCI-Betrachtung

	$n_{Total}$	$n_{Spannweite}$	$n_{Tiefe}$
$N_1$	5776	152	38
$N_2$	2116	92	23
$N_3$	484	44	11

aus dem ersten Untersuchungsfall mit einem Aspektverhältnis  $AR = 4:1$  (ohne Clustering) herangezogen, wobei  $N_2$  dem Gitter mit der favorisierten Diskretisierung entspricht. Die Ergebnisse aus der Anwendung des zuvor beschriebenen Verfahrens auf die Werte der VLM-Konvergenzstudie sind in Tab. 3.5 festgehalten. In Abb. 3.19 sind zudem die isolierten Verläufe der untersuchten Größen sowie die zugehörigen extrapolierten Werte hervorgehoben. Letztere befinden sich sehr nahe an den jeweiligen Werten für die feinste Diskretisierung  $N_1$ , was sich auch an den zu erwarteten Extrapolationsfehlern  $e_{21}^{ext}$  wiederholt, welche stets kleiner als 1% sind. Die gefundenen Konvergenzordnungen ( $p$ ) befinden sich, bei Vergleich mit entsprechender Literatur, vgl. [56] und [8], in einem für CFD-Untersuchungen typischen Wertebereich.



**Abbildung 3.19.:** Betrachtete Konvergenzverläufe der GCI-Untersuchung (links: Auftrieb und Widerstand; rechts: Spannweiten-Effizienz)

Letztendlich entscheidend sind jedoch die resultierenden GCI-Werte  $GCI_{21}$ , die die Abweichung zwischen dem favorisierten Netz ( $N_2$ ) und der theoretisch feinsten Diskretisierung wiedergeben. Diese sind im Falle des Auftriebs und des induzierten Widerstandes deutlich *unter* 1%, wohingegen der zu erwartende Fehler im Falle der Spannweiten-Effizienz *über* 1% liegt, was sich

auch im entsprechenden Konvergenz-Verlauf zeigt (vgl. Abb. 3.19 rechts), da hier der Abstand des feinsten Netzwertes zum konvergierten Wert noch relativ deutlich ist. Für Widerstand und Spannweiten-Effizienz sind die GCI-Werte in Bezug auf das feinste Netz ( $GCI_{21}$ ) stets kleiner als der GCI-Wert bezüglich der gröbsten Netzes ( $GCI_{32}$ ), was das beobachte asymptotische Konvergenzverhalten bestätigt; beim Auftrieb verhält es sich umgekehrt, was auf ein tendenziell andersartiges Konvergenzverhalten hindeutet. Da die Abweichungen jedoch im Allgemeinen sehr gering sind, wird dem nicht weiter Beachtung geschenkt. Trotz des erhöhten GCI-Kennwertes hinsichtlich der Spannweiten-Effizienz, wird das favorisierte Netz  $N_2$  für die im Folgenden durchgeführten Untersuchungen als ausreichend diskretisiert erachtet.

**Tabelle 3.5.:** Ergebnisse der GCI-Analyse

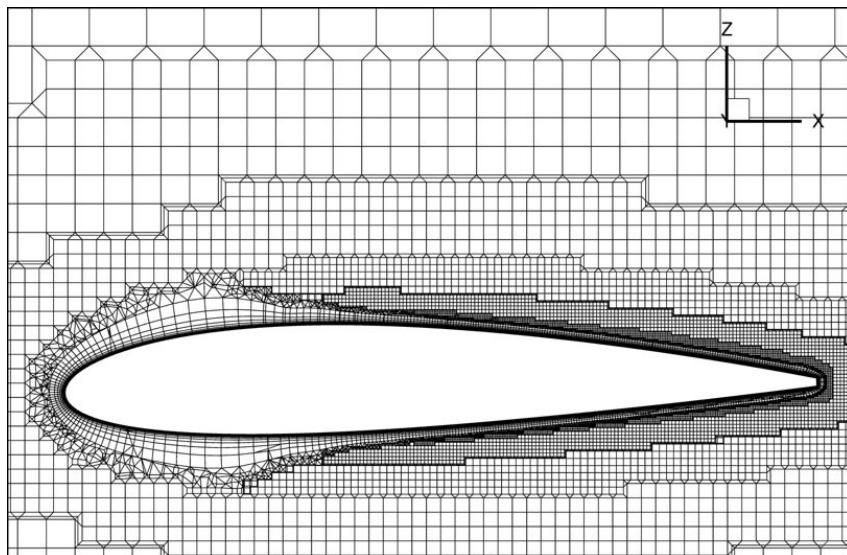
	Auftrieb $A$	Widerstand $W_i$	Spannw. Effizienz $e$
$N_1, N_2, N_3$		5776, 2116, 484	
$r_{21}$		1.67	
$r_{32}$		2.10	
$\phi_1$	443.20 N	7.99 N	0.938
$\phi_2$	443.68 N	7.97 N	0.942
$\phi_3$	444.05 N	7.91 N	0.951
$p$	1.62	1.49	0.73
$\phi_{21}^{\text{ext}}$	442.84 N	8.00 N	0.92
$e_{21}^a$	0.11%	0.22%	0.43%
$e_{21}^{\text{ext}}$	0.08%	0.19%	0.95%
$GCI_{21}$	0.10%	0.23%	1.18%
$GCI_{32}$	0.04%	0.50%	1.71%

### 3.4. CFD-Simulation

Sowohl für die nachfolgende Untersuchung der grundlegenden aerodynamischen Charakteristiken des *Proteus*-Demonstrators, als auch zur Beurteilung der Genauigkeit des VLM-basierten Aerodynamik-Modells, sollen jeweils vergleichbare Ergebnisse eines höherwertigen CFD-Verfahrens herangezogen werden. Hierzu wird der am DLR entwickelte *TAU* Code verwendet, welcher die RANS-Gleichungen (vgl. Abs. 2.3.2) speziell für hybrid, unstrukturiert vernetzte Kontrollvolumen lösen kann. Dies geschieht unter Verwendung einer Finite-Volumen-Diskretisierung mit Knoten-basierter Metrik, wobei eine große Auswahl an Turbulenzmodellen zur Verfügung steht, vgl. [53]. Zum Teil sind bereits Ergebnisse aus vorhergehenden Studien des *Proteus*-Demonstrators als Gesamt-Konfiguration vorhanden. Für eine isolierte Untersuchung des Einflusses der Formvariabilität auf die aerodynamische Effizienz des Tragflügels wurden jedoch weitere Simulationen mit entsprechend angepasster, reduzierter Geometrie durchgeführt. Dafür wurde die CFD-Geometrie wiederum aus dem im Vorhergehenden beschriebenen parametrisierten Flügel-Modell erzeugt. Die Merkmale hinsichtlich der Gestaltung der 3D-Netze sowie die verwendeten Einstellungen des *TAU*-Strömungslösers, sollen im Folgenden kurz angesprochen werden.

### 3.4.1. Diskretisierung

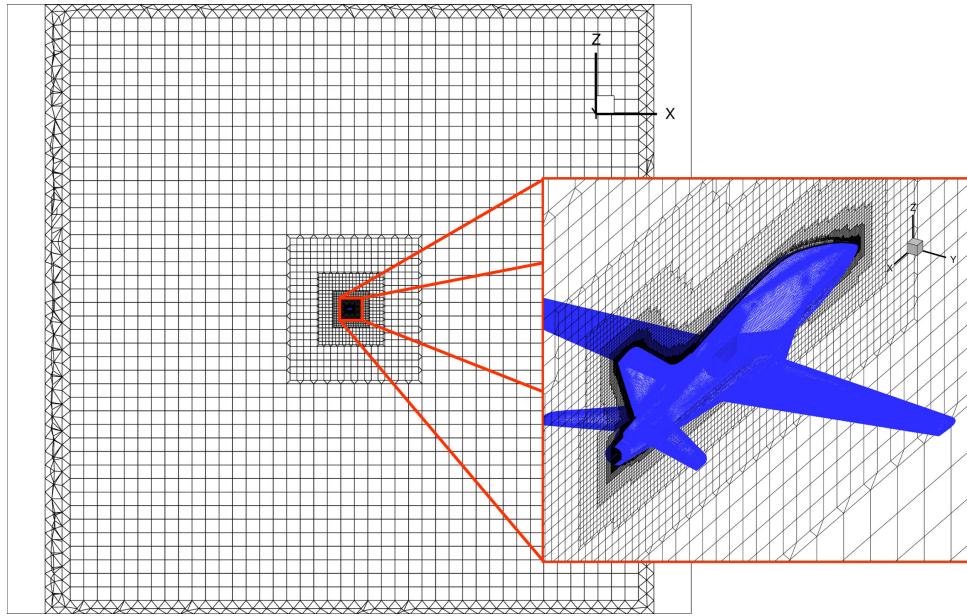
Für die Simulation der Gesamt-Konfiguration wurde eine würfelförmige Domäne als Fernfeld gewählt. Um etwaige negative numerische Einflüsse durch die Berandung zu umgehen, ist die Kantenlänge des Fernfeldes sehr groß gewählt worden und beträgt ca.  $1000 \cdot l_{ref}$  ( $l_{ref} = 0.458$ , vgl. Kap. 4.1). Die benetzte Oberfläche des gesamten Vehikels wird standardmäßig durch *reibungsbehaftete Wände* modelliert, wohingegen der Triebwerksein- und auslass gesondert als dedizierte Ein- und Auslass-Flächen berücksichtigt werden (`engine_inflow`, `engine_outflow` Flächentypen, vgl. [11]). Die "internen" Einlass- und Auslass-Kanäle wurden zwar auch als viskose Wände modelliert, jedoch werden deren Kraft- und Momentenbeiträge in den nachfolgenden Auswertungen nicht weiter berücksichtigt, da angenommen wird, dass deren Strömung weitestgehend entkoppelt von der externen Umströmung stattfindet. Diese werden erst relevant, wenn im Rahmen weiterführender Untersuchungen die Reibungsverluste, v.a. im Einlaufbereich, bestimmt werden sollen, um eine Aussage über die Gesamt-Effizienz des Vehikels treffen zu können. Das Rechengebiet für die Betrachtungen des isolierten Flügels entspricht dem der Gesamt-Konfiguration, wobei auch dieselben Fernfeld-Dimensionen übernommen wurden.



**Abbildung 3.20.:** Grenzschicht-Vernetzung im Bereich des Hauptflügels

Für die Netzerstellung wurde der automatisierte Gittergenerator *ANSA* eingesetzt. Unter Vorgabe zahlreicher Parameter – etwa Zellgrößen und Vergrößerungsraten – erzeugt er ein hybrides, unstrukturiertes Netz. 'Hybrid' bedeutet in diesem Kontext, dass mindestens zwei verschiedene Zelltypen kombiniert werden. Diese Mischung erlaubt es, die Netzdichte gezielt an lokale Gegebenheiten und Komplexitäten anzupassen, sodass große Strömungsgradienten mit ausreichender Auflösung erfasst werden können. Durch die nicht-homogene Netzgestalt lässt sich Rechenzeiten einsparen, ohne dabei signifikant an Genauigkeit zu verlieren. Bei den folgend betrachteten Konfigurationen wird der Grenzschichtbereich an der reibungsbehafteten Wandoberfläche nicht über eine Wandfunktion (nicht-lineare Beschreibung der Grenzschicht-Strömungsgrößen in Abhängigkeit des Wandabstandes, vgl. [18]), sondern vollständig mittels *prismatischer* Schichten

numerisch aufgelöst, vgl. Abb. 3.20. Dabei ist zu berücksichtigen, dass wand-integrierende Turbulenzmodelle (wie das verwendete Spalart-Allmaras-Modell, vgl. Abs. 3.4.2) voraussetzen, dass die erste Gitterzelle der Grenzschicht-Auflösung innerhalb der viskosen Unterschicht liegt, sodass für deren *dimensionslosen Wandabstand* gilt:  $y+ < 1$ , vgl. [26]. Das restliche Rechengebiet wird mit Hexaeder-Zellen gefüllt, deren Volumen zur Fernfeld-Berandung hin stufenweise zunimmt, wobei ein möglichst homogener Übergang zwischen der Prismen-Schicht der Grenzschichtvernetzung und den ersten Volumenzellen berücksichtigt wurde, vgl. Abb. 3.21. Da das freie Volumen größtenteils *strukturiert* und mit einem anderen Zelltyp vernetzt wird, müssen dafür im Übergangsbereich unstrukturierte Tetraeder-Zellen zur "Füllung" eingesetzt werden.



**Abbildung 3.21.:** Schnittansicht des verwen- deten Rechennetzes (Gesamt-Konfiguration)

### 3.4.2. Randbedingungen

Die Definition der Randbedingungen erfolgt über die Vorgabe des Ruhezustandes (also statischer Druck  $p_\infty$ , Umgebungs-Temperatur  $T_\infty$ , Anströmgeschwindigkeit  $V_\infty$  und Anstellwinkel  $\alpha$ ) an den Fernfeld-Rändern. Die entsprechenden konkreten Zahlenwerte gehen aus den in Kap. 4.1 einleitend vorgestellten Parametern des konstanten Referenz-Flugzustandes hervor. Zur Berechnung der damit verbundenen temperaturabhängigen Stoffwerte (Dichte  $\rho$ , Machzahl  $Ma$ , usw.) macht sich der Strömungslöser das ideale Gasgesetz und die *Sutherland*-Beziehung zunutze, vgl. [11].

Anstelle eines konstanten Anstellwinkels kann, zwecks erleichterter Vergleichbarkeit unterschiedlicher Konfigurationen (vgl. Abs. 4.3.5), auch ein konstanter Auftriebsbeiwert als Randbedingung definiert werden. Die CFD-Rechnung erfolgt dann iterativ für verschiedene Anstellwinkel so lange, bis der gewünschte Auftriebsbeiwert erreicht worden ist.

Zur Modellierung der Triebwerks-Zuströmung wird für die Einlass-Flächen ein konstanter Massenstrom sowie ein konstanter Druck vorgegeben. Über Vorgabe des Druck- und Temperaturverhältnisses am Triebwerks-Auslass ist dann der Strömungszustand in der Auslass-Fläche de-

finiert (Annahme:  $\dot{m}_{Ein} \approx \dot{m}_{Aus}$ ). Für die Modellierung des Turbulenz-Einflusses mithilfe der RANS-Gleichungen, kommt das weit verbreitete Turbulenzmodell nach *Spalart-Allmaras* (*SA*) zum Einsatz, vgl.[\[2.3.2\]](#). Hierbei wird die *SA-neg* Variante verwendet, welche robuster gegenüber numerischer Ungenauigkeiten bezüglich der berechneten Ersatz-Wirbelviskosität ist, vgl.[\[11\]](#).

## 4. Ergebnisse

Nach vorhergehender Beschreibung der Modellierungsansätze und der verwendeten Lösungsverfahren werden diese im Rahmen der folgenden Betrachtungen nun zur Anwendung kommen. Zunächst erfolgt eine Analyse der grundlegenden aerodynamischen Charakteristiken des *Proteus* Demonstrator-UA in der Basis-Konfiguration, also ohne formvariable Flügeldeformation. Im Anschluss daran sollen die wesentlichen Effekte der Formvariabilität auf das Auftriebs- und Widerstandsverhalten des deformierten Profils anhand von 2D-Untersuchungen herausgestellt werden. Dabei wird auch die implementierte parametrische Ersatzmodellierung durch Gegenüberstellung mit entsprechenden Referenz-Lösungen beurteilt sowie ein Vergleich mit dem Auftriebs- und Widerstandsverhalten eines äquivalenten konventionellen Klappenprofil angestellt. Zuletzt erfolgt eine Analyse der drei-dimensionalen Formvariabilität im Rahmen einer Optimierungsbetrachtung zur Minimierung des Widerstandes. Dadurch soll zum einen die Nutzbarkeit des VLM-basierten Aerodynamik-Modells zur Simulation von Live-Optimierungen des *Proteus* UA (z.B. in Vorbereitung auf entsprechende Testflüge) demonstriert werden. Zum anderen soll somit eine vorläufige Prognose getroffen werden, welche Widerstandsreduktion bzw. welche Effizienzsteigerungen durch Anwendung der Morphing-Technologie zu erwarten sind.

### 4.1. Aerodynamik des *Proteus*-Demonstrator

In diesem Abschnitt soll eine vorbereitende Untersuchung zur Erörterung grundlegender aerodynamischer Eigenschaften des *Proteus*-Demonstrators stattfinden und eine Bewertung des gewählten Modellierungsverfahrens der VLM-Methode mit viskoser Widerstandskorrektur stattfinden. Als Referenz-Lösung werden hierfür jeweils die Ergebnisse aus entsprechenden CFD-Analysen unter Verwendung des *TAU*-Strömungslösers herangezogen.

Im Rahmen dieser vorläufigen Betrachtungen werden vor allem zwei Aspekte berücksichtigt. Einerseits sollen mithilfe der höherwertigen CFD-Rechnungen die besonderen Merkmale der spezifischen Konfigurationsaerodynamik ermittelt werden. Andererseits ist zu bewerten, inwieweit diese Eigenschaften vom weniger präzisen VLM-Verfahren abgebildet werden können und, ob eine akkurate Abbildungen derer hinsichtlich der zu untersuchenden Morphing-Technologie erforderlich ist. Dafür wird zuerst der *isolierte* Tragflügel und daran anschließend die gesamte Flugzeug-Konfiguration des Demonstrators, jeweils im undeformierten Ausgangszustand (d.h. ohne Auslenkung der Servoaktuatoren), betrachtet. Im Mittelpunkt stehen hierbei die Charakteristiken hinsichtlich der typischen aerodynamischen Kenngrößen der Längsbewegung, also

Auftrieb, Nickmoment und Widerstand. Des Weiteren soll im Hinblick auf die Widerstandsreduktion mittels Morphing im Falle der Gesamt-Konfiguration auch eine komponentenweise Betrachtung des Auftriebs und des Widerstands erfolgen.

#### 4.1.1. Referenzgrößen und Strömungszustand

Für alle folgenden Untersuchungen wird ein konstanter Strömungszustand mit einer Mach-Zahl von:

$$Ma_{\infty} = 0.108$$

auf Meereshöhe, d.h.  $H = 0 \text{ m}$  (*AMSL*), angenommen. Mit der entsprechenden Dichte nach Normatmosphäre<sup>1</sup> ( $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ ) und Temperatur ( $T = 288.15 \text{ K}$ ) ergibt sich eine Reynoldszahl von:

$$Re_{\infty} = 1.203 \times 10^6.$$

Letztere ist ausschließlich für die im Folgenden verwendeten reibungsbehafteten Methoden (also CFD, 2D-Panelverfahren) relevant und hat keinen Einfluss auf die direkten Ergebnisse der VLM (d.h. ohne Berücksichtigung der nachträglichen Korrektur des Profilwiderstandes).

Für die geometrischen Referenzgrößen gilt bis auf Weiteres:

$$\begin{aligned} \text{Referenz-Fläche } S_{ref} &= 1.306 \text{ m}^2, \\ \text{Referenz-Flügeltiefe } l_{ref} &= 0.458 \text{ m}, \\ \text{Referenz-Spannweite } b_{ref} &= 2.997 \text{ m}. \end{aligned}$$

Da die Effekte der Morphing-Technologie besonders für Reiseflugbedingungen und entsprechend geringe bis mittlere Auftriebsbeiwerte von Interesse sind, wird als Referenz-Flugzustand der unbeschleunigte Geradeausflug auf Meereshöhe angesetzt. Mit der zuvor festgelegten Geschwindigkeit  $Ma_{\infty,ref} = 0.108$  (entspricht  $V_{\infty,ref} = 36.7 \text{ m/s}$  bei  $H_{ref} = 0 \text{ m}$ ) ergibt sich bei einer Flugzeug-Masse von ungefähr  $m_{Flz} = 45 \text{ kg}$  mit:

$$c_{A,ref} = \frac{m_{Flz} \cdot g}{0.5 \cdot \rho \cdot V_{\infty,ref}^2 \cdot S_{ref}}$$

ein Auftriebsbeiwert von  $c_{A,ref} = 0.4$ , welcher im folgenden als Referenzwert für alle weiteren Betrachtungen herangezogen wird.

Die CFD-Berechnungen werden allesamt voll-turbulent durchgeführt, da die Erfahrung in der Anwendung des *TAU*-Strömungslösers gezeigt hat, dass auch potenziell laminare bzw. gebietsweise laminare Strömungsfälle hiermit hinreichend genau abgebildet werden können (interne Kommunikation). Infolgedessen werden im Korrekturverfahren des zu untersuchenden Aerodynamik-Modells ebenfalls die voll-turbulenten 2D-Profilpolaren (vgl. Kap. 3.2) verwendet.

---

<sup>1</sup> International Standard Atmosphere (ISA), vgl. [60] (Appendix B)

### 4.1.2. Isolierter Tragflügel

Zunächst wird der isolierte, undeformierte Tragflügel (d.h.  $\delta_{M,i} = 0$ ), welcher im folgenden auch Basis-Konfiguration bzw. -Flügel genannt wird, analysiert, wobei einleitend die Betrachtung der spannweitigen Zirkulationsverteilung in Form der  $c_{a,l,ref}(y)$ -Verteilung im Referenz-Auftriebsbeiwert  $c_{A,ref} = 0.4$  erfolgt. Bei direkter Berechnung der ermittelten parametrisierten Geometrie in *AVL* ergibt sich der in Abb. 4.1 gezeigte Verlauf. Im Vergleich zur Auftriebsverteilung aus der entsprechenden CFD-Lösung (*TAU*) lässt sich eine deutliche Abweichung feststellen, welche darin besteht, dass der lokale Auftrieb in der VLM-Lösung (*AVL*) deutlich überschätzt wird. Als Ursache hierfür ist vor allem die fehlende Berücksichtigung der Reibungseffekte innerhalb der Potentiallösung zu nennen, sodass Auftriebs-vermindernde Phänomene wie z.B. *Entwölbung*<sup>2</sup> oder *Verdrängung* durch die Grenzschicht (vgl. Abs. 2.1.2), nicht zum Tragen kommen.

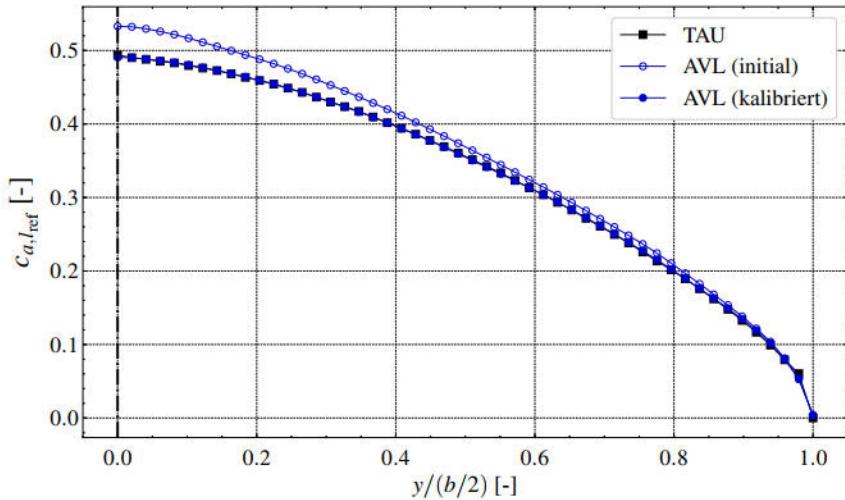


Abbildung 4.1.: Vergleich der Auftriebsverteilungen des Basis-Flügels ( $c_{A,ref} = 0.4$ )

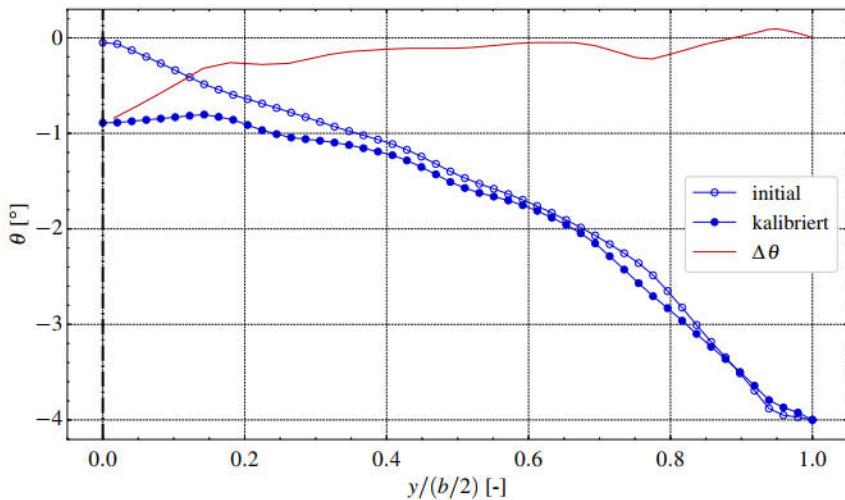
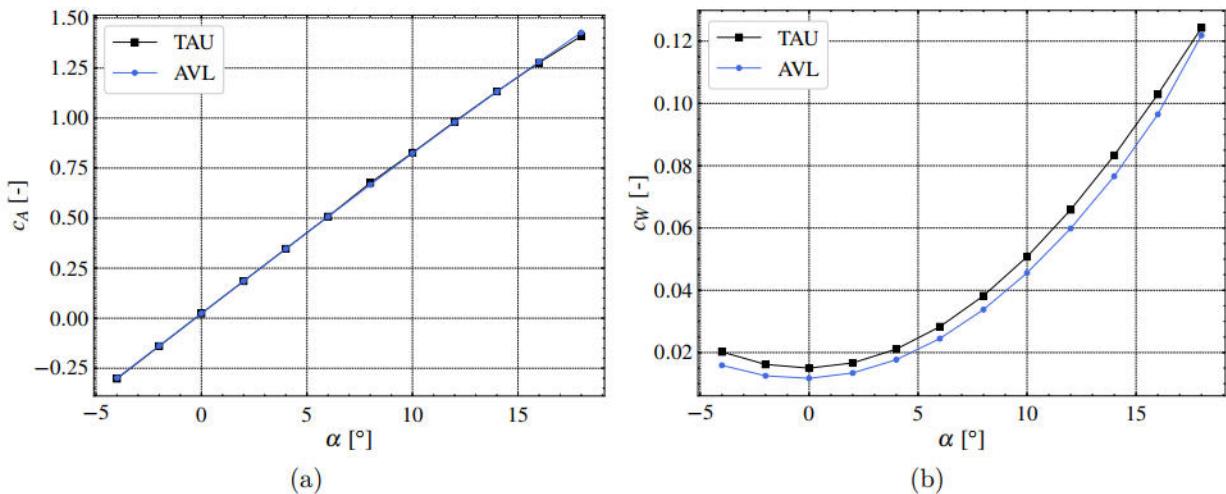


Abbildung 4.2.: Anpassung der Verwindung des Basis-Flügels

<sup>2</sup>Effekt in der reibungsbehafteten Betrachtung, bei dem das Aufdicken der Grenzschicht eine Verminderung der effektiven Profilwölbung bewirkt, vgl. [48]

Da sich die Abweichungen auch in alle weiteren integralen Beiwerte fortpflanzt (v.a. Auftrieb und induzierter Widerstand), wird vor Durchführung aller weiteren Betrachtungen eine Anpassung bzw. Kalibrierung des parametrischen Flügelmodells durchgeführt. Dazu wird der initialen Panel-Geometrie eine geeignete "virtuelle" Verwindung  $\Delta\theta(y)$  aufgeprägt, sodass die daraus resultierende Auftriebsverteilung bestmöglich mit der der CFD-Lösung übereinstimmt, siehe Abb.4.2 und Abb.4.1. Hier lässt sich erkennen, dass aufgrund der größeren Abweichung im Flügel-Innenbereich die Verwindung vor allem auch dort (in ihrem Betrag) vergrößert werden muss.

Die sich daraufhin ergebenden Verläufe der integralen Charakteristiken der Längsbewegung sind in Abb.4.3 bis Abb.4.4 zu sehen. Die Auftriebskurve des korrigierten AVL VLM-Modells stimmt hierbei sehr genau mit der höherwertigen CFD-Lösung überein, wobei in beiden Fällen der Auftrieb mit wachsenden Anstellwinkeln weitestgehend linear verläuft. Nur bei sehr hohen Anstellwinkeln sieht man bei genauerem Hinsehen, dass sich der Auftriebsanstieg der TAU-Lösung leicht zu verringern beginnt, was einen beginnenden Auftriebszusammenbruch ankündigt. In Vorausschau auf die folgenden Ergebnisse hinsichtlich des Verhaltens der Gesamt-Konfiguration (siehe nachfolgender Abschnitt) und der Profilaerodynamik des formvariablen Profils (vgl. Kap.4.2) lässt sich hier bereits ein "gutmütiges" Strömungsabriss-Verhalten absehen.

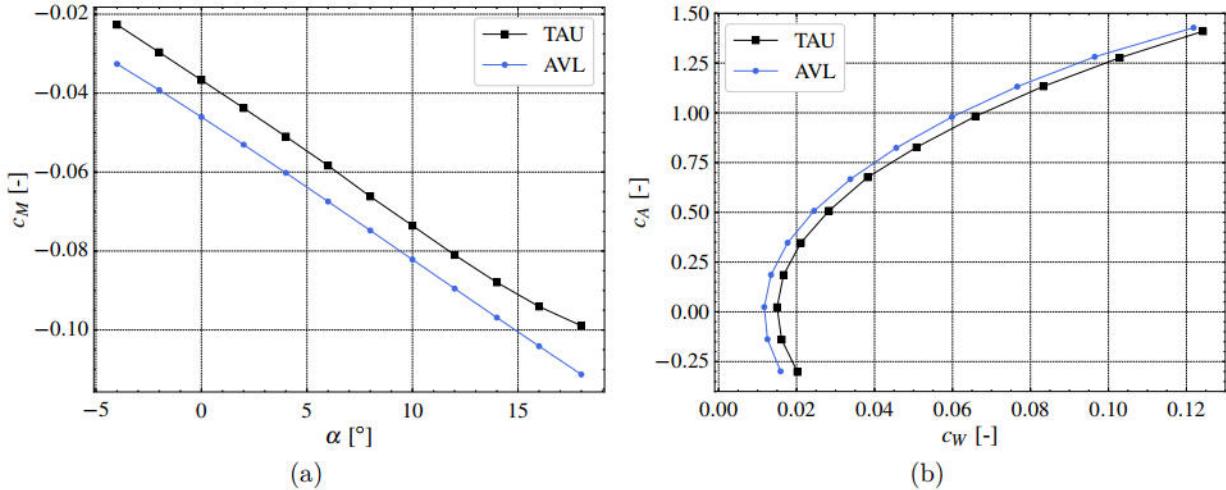


**Abbildung 4.3.:** Vergleich des Auftriebs (a) und des Widerstands (b) bei variablem Anstellwinkel (Isolierter Tragflügel)

Für die Analyse des Nickmoments des isolierten Flügels (IF) wurde als aerodynamischer Momenten-Referenzpunkt (*MRP*) die Position der Flügelvorderkante in der Symmetrieebene ( $y = 0$ ) gewählt, d.h.:

$$x_{MRP,IF} = [0.0, 0.0, 0.0] \text{ m}$$

Der Verlauf des Nickmoments ist für die beiden Modellierungen ebenfalls weitestgehend linear, vgl. Abb.4.4(a). Im Falle der CFD-Lösung ist eine leichte Abnahme des  $dc_M/d\alpha$ -Derivativ für hohe Anstellwinkel sichtbar, was als weiterer Indikator für den einsetzenden Auftriebszusammenbruchs (AZB) interpretiert werden kann, bei dem der Druckpunkt zunehmend in Richtung Vorderkante wandert, siehe auch Kap.4.2. Der vertikale Abstand in den Absolutwerten, welcher



**Abbildung 4.4.:** Vergleich des Nickmoments (a) und der Widerstandspolare (b) (Isolierter Tragflügel)

zu allgemein (im Betrag) verringerten Nickmomenten im CFD-Ergebnis führt, ist hier wohl größtenteils durch den Entwölbungseffekt zu erklären, bei dem sich folglich auch das *Nullmoment* entsprechend verringert (vgl. Fußnote S. 69). Da die Steigungen der beiden Verläufe circa gleich sind, scheint auch die Neutralpunktllage (also die Distanz zwischen Momenten-Referenzpunkt  $x_{MRP}$  und Neutralpunkt  $x_{NP}$ ) gut für beide Lösungen übereinzustimmen<sup>3</sup>.

Die Verläufe der Widerstandspolaren der beiden Lösungen, vgl. Abb.4.4(b), stimmen im Trend gut überein, wobei das quadratische Verhalten aus der Theorie gut zu erkennen ist. Jedoch ist auch ersichtlich, dass im Vergleich zum CFD-Ergebnis der Widerstand der VLM-Lösung durchwegs unterschätzt wird. Die naheliegendste Erklärung hierfür liegt wohl in den unterschiedlichen Ansätzen zur Turbulenzmodellierung in beiden Verfahren, siehe hierzu Abs.3.2.2 und Kap.3.4. Im Falle der VLM-Lösung erfolgt diese lediglich indirekt über die 2D-Profilberechnung, woraufhin die resultierenden viskosen Widerstandsbeiwerte korrigierend pro Flügelschnitt aufgeprägt werden, vgl. Abs.3.2.2.

Die Verläufe der Druck- und Reibungsanteile ( $c_{W,p}$  und  $c_{W,f}$ ) des Widerstands der CFD-Lösung sind in Abb.4.5 zu sehen. Nach den im Theorie-Teil besprochenen Grundlagen zur Widerstandszusammensetzung, kann davon ausgegangen werden, dass sich der induzierte Widerstand nahezu vollständig im Druckanteil "abbildet" und keinen nennenswerten Einfluss auf den Reibungsanteil ausübt, vgl. Abs. 2.1.2. In den Verläufen bestätigt sich dieses Verhalten, da der Druckwiderstand mit zunehmendem Auftrieb sichtbar parabolisch ansteigt, wohingegen der Reibungsanteil nahezu konstant bleibt und zu höheren Auftriebsbeiwerte hin leicht abnimmt. Letzteres ist wieder mit dem einsetzenden Auftriebszusammenbruch und der damit einhergehenden Hinterkanten-Ablösung zu erklären (siehe auch Kap.4.2), wobei sich hier die "benetzte" Fläche des Flügels zunehmend verringert (Annahme: Ablösekriterium  $c_w \sim \tau_w = 0$ , vgl. 49) und somit auch der integrale Reibungswiderstand reduziert wird. Im Zuge der Optimierung der Stellaußenschläge zur Minimierung des Gesamtwiderstandes, vgl. Kap.4.3, soll dieses charakteristische Verhalten

<sup>3</sup>Zusammenhang:  $c_{M,\alpha} = \frac{x_N}{l_{ref}} c_{A,\alpha} = \frac{x_{NP}-x_{MRP}}{l_{ref}} c_{A,\alpha}$

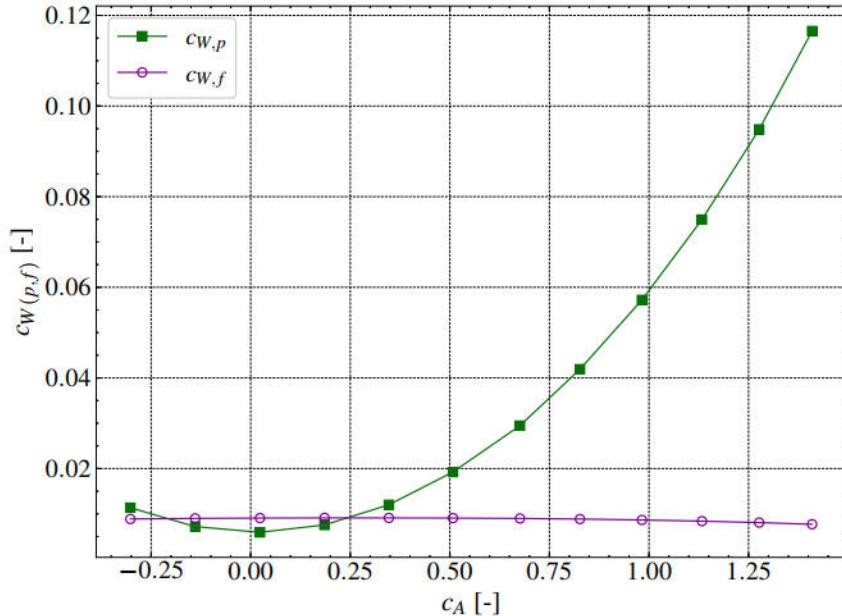


Abbildung 4.5.: Getrennte Betrachtung von Druckwiderstand ( $c_{W,p}$ ) und Reibungswiderstand ( $c_{W,f}$ ) (TAU-Lösung)

wieder aufgegriffen und auch eine Bewertung der Veränderungen hinsichtlich dieser Art der Widerstandsaufteilung vorgenommen werden.

#### 4.1.3. Gesamt-Konfiguration

Zur Auswertung der CFD-Lösung der Gesamt-Konfiguration wurde das DLR-interne *AeroForce*-Programm<sup>4</sup> verwendet, welches die Unterteilung der vorhandenen Kräfte der gesamten Oberflächenlösung auf beliebig definierte Komponenten-Gruppen ermöglicht. Hierbei findet eine übliche Gliederung der Gesamt-Konfiguration in Flügel, Rumpf, Höhenleitwerk und Seitenleitwerk statt. Um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wurde für die Beiwerte aller Komponenten eine konstante Referenzfläche und -flügeltiefe von  $S_{ref} = 1.306 m^2$  und  $l_{ref} = 0.458 m$ , also gleich der vorherigen Betrachtung, gewählt. Das Verhalten der aerodynamischen Charakteristiken der Gesamt-Konfiguration (GK), Abb.4.6 bis Abb.4.9, unterscheidet sich nun sichtbar von der vorherigen Analyse des isolierten Tragflügels. Bei Betrachtung des Auftriebs, Abb.4.6, lässt sich erkennen, dass der Auftriebsanstieg des Flügelanteils deutlich reduziert ist, was zu erwarten ist, da das mittlere Flügelsegment hier nicht in die Auftriebsbilanz des Flügels mit eingeht und somit die effektive Auftriebs-erzeugende Fläche geringer ist. Dies wird auch ersichtlich, wenn man sich die zugehörige spannweite Verteilung  $c_{a,l_{ref}}(y)$  des Flügelanteils, Abb.4.7, ansieht. Neben dem fehlenden Auftrieb im Rumpfbereich des Flügels, lässt sich hier zudem feststellen, dass entlang eines großen Teils der Spannweite der lokale Auftrieb deutlich über dem des isolierten Tragflügels liegt. Ursache hierfür ist die Verdrängungswirkung des Rumpfes, welche eine zusätzliche lokale Vertikalkomponente der Anströmung induziert und damit eine Erhöhung des lokalen effektiven Anstellwinkels bewirkt, vgl. [48]; dieser Effekt nimmt mit zunehmender Entfernung zur

<sup>4</sup> AeroForce - Thrust/Drag Bookkeeping and Aerodynamic Force Breakdown over Components (J. Wild); vgl. [64]

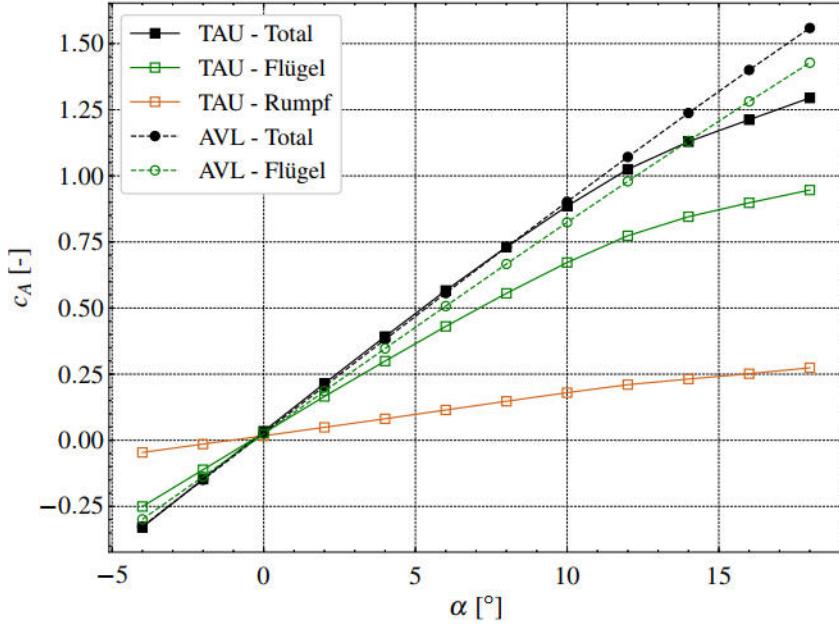


Abbildung 4.6.: Vergleich der anteiligen Auftriebsverläufe der Gesamt-Konfiguration

Flügelwurzel ab. Der "Ausreißer" an der Position der Flügelwurzel ist wohl auf die komplexere Strömung aufgrund des relativ kantigen Rumpfquerschnitts in der Region der Triebwerkseinlässe (vgl. Abb.1.1) zurückzuführen. Das Einsetzen des Auftriebszusammenbruchs ist für die Gesamt-Konfiguration nun ebenfalls klar erkennbar und setzt hier deutlich "früher" ( $\alpha_{AZB} \approx 10^\circ$ ) als beim isolierten Tragflügel (vgl. Abb.4.3) ein. Dennoch erscheint das Strömungsabriss-Verhalten insgesamt sehr gutmütig, da (im analysierten Abschnitt zumindest) keine abrupten Veränderungen im Auftrieb zu erkennen sind.

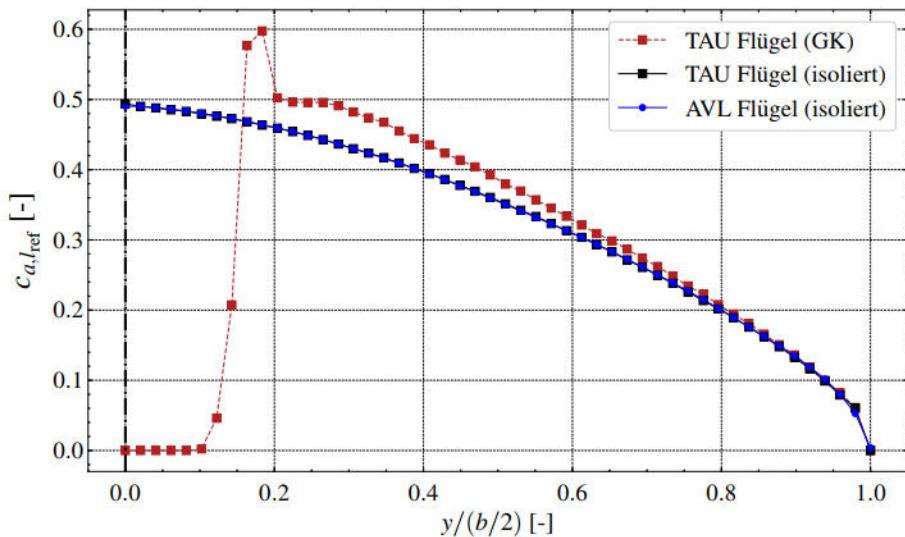


Abbildung 4.7.: Rumpfeinfluss auf die Auftriebsverteilung entlang der Spannweite ( $\alpha = 4^\circ$ )

Für die Basiskonfiguration mit unverändertem Tragflügel lässt sich hier ein maximaler Auftriebsbeiwert von ungefähr  $c_{A,max} = 1.3$  bei  $\alpha(c_{A,max}) = 20^\circ$  abschätzen. Betrachtet man den Auftriebsanteil des Rumpfes selbst, sowie die zunehmende Differenz zwischen Auftriebsverlauf

der totalen Gesamt-Konfiguration und der des Flügelanteils, wird ersichtlich, dass mit steigendem Anstellwinkel die Auftriebswirkung des Rumpfes deutlich zunimmt. Dies ist wohl vor allem der weitestgehend stromlinienförmigen Kontur des vorderen und oberen Rumpfbereiches zuzuschreiben, welche ein entsprechendes Druckfeld zur Erhöhung der resultierenden Auftriebswirkung begünstigt. Die Auftriebsverläufe der VLM-Lösung sind wie zu erwarten auch für hohe Anstellwinkel durchwegs linear, da hier durch den fehlenden Reibungseinfluss keine Auftriebsvermindernde Effekte abgebildet werden können. Interessant ist zudem, dass die Kurve des totalen Beiwerts für kleine bis mittlere Anstellwinkel gut mit der CFD-Lösung übereinstimmt, was wohl damit zusammenhängt, dass der Rumpf in der CFD-Konfiguration scheinbar ungefähr denselben Auftriebsbeitrag, wie der vorhandene Mittelteil des Flügels der VLM-Geometrie, bereitstellt.

Für die vergleichende Betrachtung des Nickmomenten-Verlaufs in Abhängigkeit des Anstellwinkels, wurde als allgemeiner Momenten-Referenzpunkt der Neutralpunkt des (isolierten) Tragflügels gewählt, welcher im konkreten Fall bei ca. 27 % der lokalen Flügeltiefe der Flügelwurzel liegt ( $y_{NP,Flügel} = z_{NP,Flügel} = 0 \text{ m}$ ). Für die CFD-Lösung der Gesamt-Konfiguration ergibt sich dabei eine *Schwerpunktvorlage* ('static margin')  $x_{NP,GK}/l_{ref}$  von ungefähr 10%, was der allgemeinen Forderung bzw. Konvention für statische Längsstabilität entspricht, vgl. [6] (S.95). Daher soll dieser Punkt auch im weiteren Verlauf jeweils als Momenten-Bezugspunkt  $x_{MRP,GK}$  herangezogen werden.

Durch die Festlegung des Referenzpunktes im Flügel-Neutralpunkt, lässt sich für den Flügelanteil der Gesamt-Konfiguration, sowohl in der *CFD*- als auch in der *VLM*-Lösung, kaum Veränderung des Nickmoments mit variierendem Anstellwinkel erkennen ( $c_{M,\alpha(Flügel)} \approx 0$ ), vgl. Abb. 4.8. Der Abstand bezüglich des Nullmoments ( $c_{M,c_A=0}$ ) zwischen CFD- und VLM-Lösung röhrt auch hier maßgeblich von der reduzierten überströmten Flügelfläche durch die Rumpflücke im Falle der CFD-Analyse.

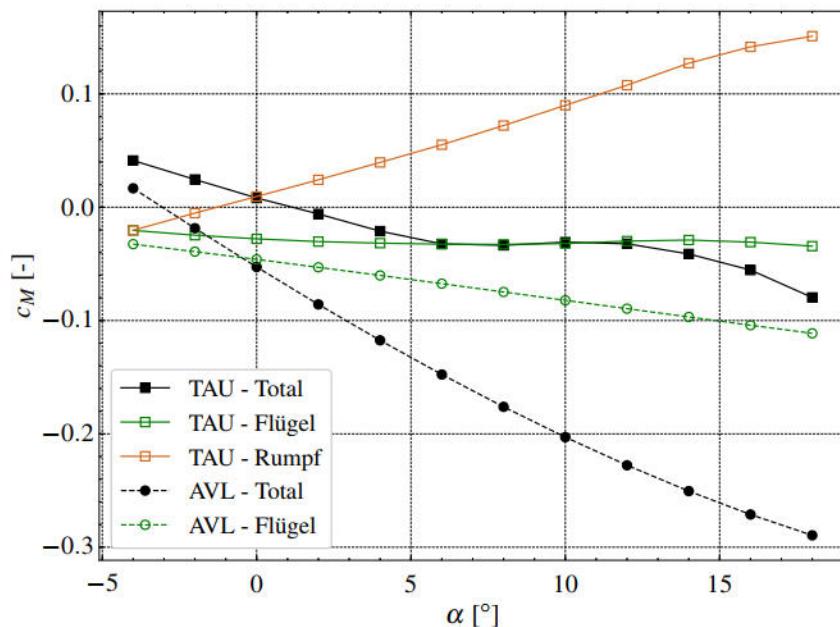


Abbildung 4.8.: Vergleich der anteiligen Nickmomenten-Verläufe der Gesamt-Konfiguration

Bei Betrachtung des Nickmomenten-Verlaufs des Rumpfes lässt sich ein klar positiver Anteil feststellen. Dieses Verhalten deckt sich mit theoretischen Überlegungen, wonach ein stromlinienförmiger Rumpfkörper<sup>5</sup> typischerweise eine Druckverteilung aufweist, sodass mit zunehmendem Anstellwinkel (und zunehmender *Flügelrücklage*) eine destabilisierende Wirkung auf die Flügel-Rumpf-Anordnung zu erwarten ist, vgl.[51]. Das Nickmoment der Gesamt-Konfiguration verläuft im Allgemeinen mit stets negativem Gradienten, sodass also die Längsstabilität (für Schwerpunktlagen  $x_{SP,GK} \leq x_{MRP,GK}$ ) durchwegs erfüllt ist. Auffallend ist jedoch, dass der Verlauf im Bereich mittlerer Anstellwinkel ( $6^\circ < \alpha < 10^\circ$ ) ein ungefähr horizontales "Plateau" aufweist. Die Erklärung hierfür liegt im Abwind-Einfluss des Flügel-Rumpf-Nachlaufs auf das Höhenleitwerk, welcher den effektiven Anstellwinkel dort derart verändert, sodass dieses weniger negatives Nickmoment in diesem Anstellwinkelbereich bereitstellen kann (vgl.[48]). Dabei gleicht sich in diesem Bereich offensichtlich der positive Momentenanteil des Rumpfes ziemlich genau mit dem nun abgeschwächten Höhenleitwerksanteil aus, sodass das resultierende Nickmoment sehr genau dem des Flügelanteils entspricht, vgl. *Flügel- und Total-Kurve (TAU)* in Abb.4.8. Der Nickmomenten-Verlauf bezüglich der Gesamt-Konfiguration aus der VLM-Lösung ist deutlich verschieden zum Verhalten der CFD-Lösung. Dies ist zum einen durch die fehlende Modellierung des Rumpfeinflusses zu erklären; zum anderen wird auch das nicht-lineare Verhalten des Abwindeinflusses des Tragflügels auf das Höhenleitwerk nicht korrekt abgebildet (kein „Knick“ im Verlauf), wie es bei der zuvor besprochenen CFD-Lösung der Fall ist. Als Ursache hierfür kann hauptsächlich die räumlich fixierte Nachlaufmodellierung in *AVL* angeführt werden, welche nicht in Abhängigkeit des effektiven Anströmwinkels angepasst wird, vgl. Abs.3.2.1.

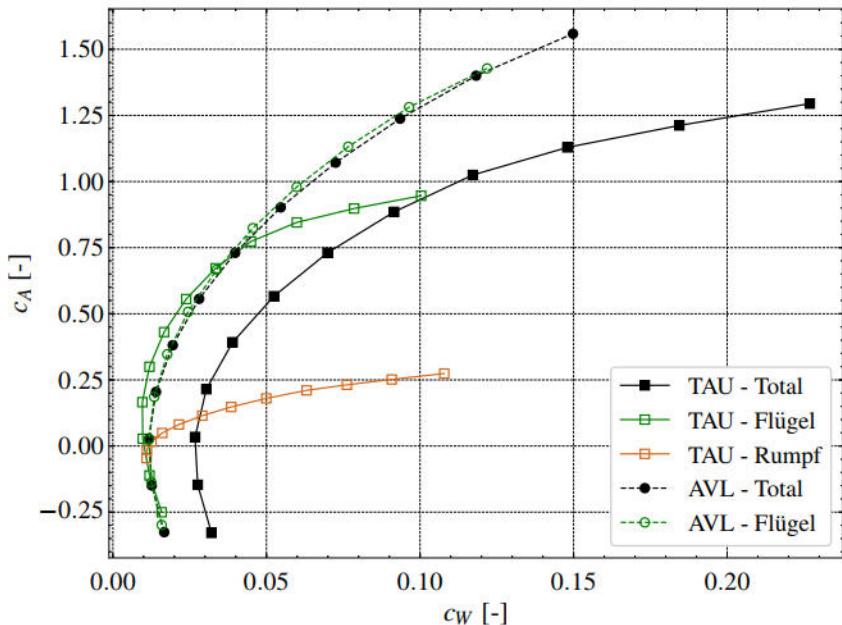


Abbildung 4.9.: Vergleich der anteiligen Widerstandspolen der Gesamt-Konfiguration

Die resultierende Widerstandspole der Gesamt-Konfiguration aus CFD- bzw. VLM-Analyse ist in Abb.4.9 zu sehen. Markant ist auch hier im Falle der CFD-Lösung wieder der Rumpfein-

<sup>5</sup>bzw. eine entsprechend rotationssymmetrischer Ersatzkörper; Vereinfachung für die vorliegende Rumpfgeometrie des *Proteus-Demonstrator* wird vor allem im Vorderbereich als zulässig angenommen.

fluss, welcher die Polare des totalen Widerstands zu höheren Werten verschiebt. Dementsprechend fällt die Verschiebung der Total-Kurve durch Vernachlässigung des Rumpfes in der VLM-Modellierung deutlich geringer aus (Widerstandserhöhung hier alleine durch den zusätzlichen induzierten Widerstand des Leitwerks). Bei Betrachtung der Form der CFD-Polaren wird zudem ersichtlich, dass diese mit höheren Auftriebsbeiwerten im Vergleich zur VLM-Lösung, deutlich stärker von der quadratischen Form abweichen. Dies ist zum einen wieder auf die komplexere bzw. genauere Modellierung der Reibungseinflüsse innerhalb der CFD-Berechnung (siehe Abs. 4.1.2) und zum anderen auf die Interferenz-Effekte der Flügel-Rumpf-Kombination zurückzuführen. Betrachtet man die Widerstands-Polare des Flügelanteils der CFD-Lösung, lässt sich für mittlere Auftriebsbeiwerte ( $0 < c_A < 0.75$ ) erkennen, dass hier ein verringelter Widerstand und somit eine verbesserte Gleitzahl vorliegt. Der Rumpfeinfluss hat also so gesehen auf die aerodynamische Effizienz des Flügels *an sich* eine positive Wirkung.

Abb. 4.10 a) und b) zeigen die relativen Auftriebs- und Widerstands-Anteile der Komponenten aus der CFD-Lösung für ausgewählte Anstellwinkel  $\alpha = [0.0, 4.0, 8.0, 12.0]^\circ$ . Die zugehörige prozentuale Aufschlüsselung ist in den Tabellen Tab. 4.1 und Tab. 4.2 zu finden. Für variierende Anstellwinkel lässt sich hier feststellen, dass die Verteilung der Auftriebskraft auf die zwei wesentlichen Komponenten Flügel und Rumpf näherungsweise konstant bleibt ( $c_{A,\text{Flügel}} \approx 75\%$  und  $c_{A,\text{Rumpf}} \approx 20\%$ ). Die Anteile des Höhen (HLW)- und Seitenleitwerks (SLW) variieren zwar bezogen auf ihre Anfangswerte stärker, was hier jedoch aufgrund ihrer geringen relativen Beiträge eine eher untergeordnete Rolle spielt. Da in der Auftriebsbilanz für  $\alpha = 0$  mit dem Anteil des Höhenleitwerks auch ein stark negativer Anteil auftritt, vgl. Tab. 4.1, wird der tatsächliche Auftriebsbeiwert in Abb. 4.10(a) durch den Rumpfanteil überschritten. Unter Berücksichtigung der Stapelfolge des Balkendiagramms (Flügel → Rumpf → HLW → SLW) erhält man jedoch letztendlich wieder einen summierten prozentualen Gesamtauftrieb von 100 %. Beim Widerstand ist die Aufteilung auf die Flügel-Rumpf-Anordnung quasi invers, da hier nun der Großteil dem Formwiderstand des Rumpfes zuzuschreiben ist, vgl. Abb. 4.10(b). Die Variation der Komponenten-Anteile mit wachsendem Anstellwinkel ist zudem etwas deutlicher ausgeprägt, als beim Auftrieb. Der Widerstandsbeitrag des Seitenleitwerks nimmt mit wachsendem Anstellwin-

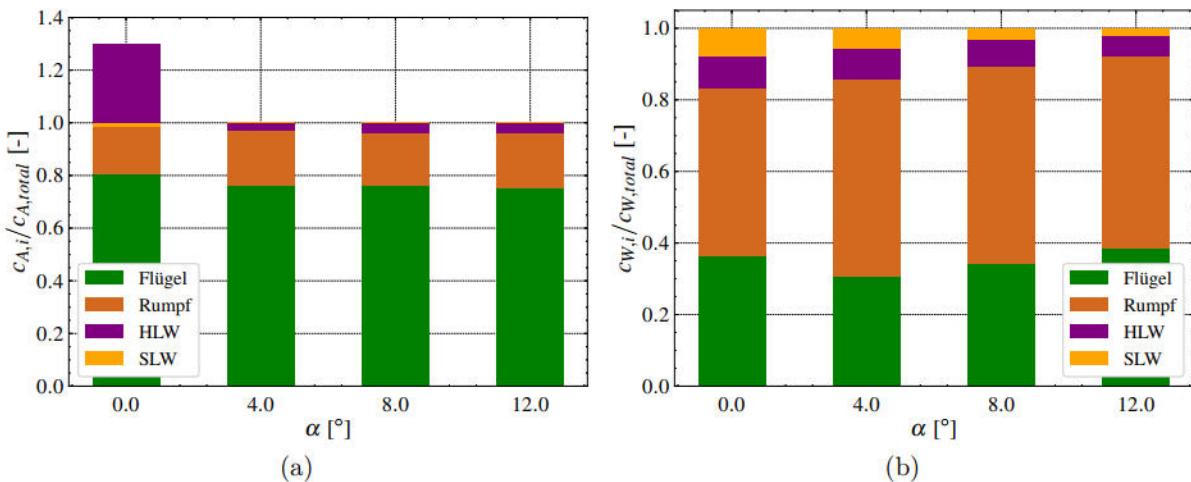


Abbildung 4.10.: Komponentenweise Aufteilung von Auftrieb (a) und Widerstand (b) (TAU-Lösung)

**Tabelle 4.1.:** Auftriebsbeiwerte und prozentuale Anteile der Komponenten (TAU Lösung)

$\alpha$ [°]	$c_{A,\text{total}}$ [-]	$c_{A,\text{Flügel}}$ [%]	$c_{A,\text{Rumpf}}$ [%]	$c_{A,\text{HLW}}$ [%]	$c_{A,\text{SLW}}$ [%]
0.0	0.03	80.63	49.32	-31.31	1.35
4.0	0.39	76.38	20.73	2.75	0.12
8.0	0.73	76.03	20.19	3.71	0.06
12.0	1.02	75.47	20.52	3.97	0.03

**Tabelle 4.2.:** Widerstandsbeiwerte und prozentuale Anteile der Komponenten (TAU Lösung)

$\alpha$ [°]	$c_{W,\text{total}}$ [dcts]	$c_{W,\text{Flügel}}$ [%]	$c_{W,\text{Rumpf}}$ [%]	$c_{W,\text{HLW}}$ [%]	$c_{W,\text{SLW}}$ [%]
0.0	267.7	36.35	47.05	8.77	7.82
4.0	389.9	30.59	55.16	8.64	5.61
8.0	699.9	34.15	55.12	7.56	3.16
12.0	1172.1	38.36	53.81	5.94	1.88

kel deutlich ab, was mutmaßlich mit der zunehmenden Verschattung durch die größer werdende Rumpf-Grenzschicht zu erklären ist.

Die im vorhergehenden dargelegten Verläufe und Aufteilungen der wesentlichen Charakteristiken Auftrieb und Widerstand sollten vor allem später bei der Bewertung der optimierten Flügelkonfigurationen, vgl. Kap. 4.3 berücksichtigt werden. So kann eine realistischere Abschätzung vorgenommen werden, inwieweit sich die Reduktion des induzierten Widerstands des isolierten Tragflügels auf die Bilanz des Widerstandes der Gesamt-Konfiguration auswirkt.

### Anmerkung

Da es in VLM-Untersuchungen im Allgemeinen nicht trivial ist nicht-schlanke Körper darzustellen, werden diese meist nur berücksichtigt, um deren Momentenbeitrag zu erfassen oder oft auch gänzlich ignoriert vgl. [67], [29], [10]. In früheren Veröffentlichungen zur Untersuchung von formvariablen Tragflügeln wurde zudem festgestellt, dass die erhöhte Komplexität aufgrund der Flügel-Leitwerk Interaktion die Genauigkeit der Vorhersage der Effizienz-steigernden Effekte beeinträchtigen kann, vgl. [32]. Für zukünftige Weiterentwicklungen und Verbesserungen der bisher angewandten Modellierungsansätze kann es durchaus sinnvoll sein auch eine explizite physikalische Modellierung des Rumpfes bzw. der Flügel-Rumpf Interferenz-Effekte in Betracht zu ziehen, vgl. [40]. In Anbetracht des stark nicht-linearen Verhaltens, scheinen diesbezüglich jedoch auch datenbasierte Methoden lohnenswert; so könnten mit höherwertigen Surrogat-Modellen (d.h. durch Anwendung von High-/Multi-Fidelity-Ansätzen) der Rumpf- und Leitwerks-Einfluss ganz ohne eine aufwändige physikalische Modellierung hinreichend genau abgebildet werden, vgl. [39] [10].

In den weiteren Untersuchungen innerhalb dieser Arbeit wird der Rumpf vorerst vernachlässigt, da sein parasitärer Einfluss (in Bezug auf die Widerstandserhöhung) zwar signifikant, aber nicht von unmittelbarem Interesse ist. Des Weiteren wird die simple Leitwerks-Modellierung nicht weiter angepasst und nur im Rahmen der aerodynamischen Modellierung innerhalb des

Flugdynamik-Modells als notwendige Steuereinheit beibehalten. Die damit einhergehenden und zuvor erörterten Abweichungen im Widerstand und Nickmoment sollten für die Interpretationen im Verlauf der weiteren Analysen (z.B. Widerstandsoptimierung des formvariablen Flügels) berücksichtigt werden, sodass jeweils auch eine adäquate Einordnung hinsichtlich der Effekte auf die Gesamt-Konfiguration vorgenommen werden kann.

## 4.2. Formvariabilität - 2D-Analyse

In diesem Abschnitt soll der Einfluss der Formvariabilität auf die wesentlichen aerodynamischen Charakteristiken der *ebenen* Profilaerodynamik untersucht werden. Zu diesem Zweck wurde beispielhaft der Profil-Querschnitt aus der Mitte des Flügel ( $y/(b/2) = 0.5$ ) extrahiert, welches im Folgenden als Basis-Profil referenziert wird. Die Analysen erfolgen mithilfe des 2D-Panelverfahrens *Xfoil*, das auch schon für die Bestimmung der Korrektur-Polaren des Aerodynamik-Modells zum Einsatz kam (vgl. Abs. 3.2.2), wobei die entscheidenden Strömungsparameter gemäß der zuvor in Kap. 4.1 festgelegten Referenzwerte gewählt wurden:

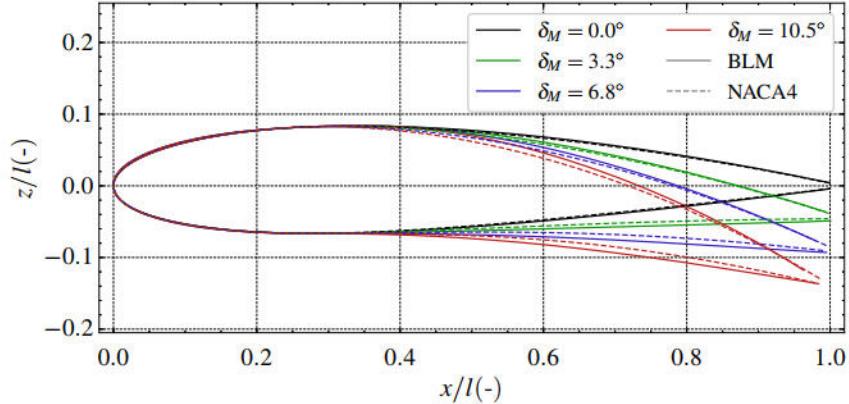
$$Re_{\infty,2D} = 1.2 \times 10^6, \quad Ma_{\infty,2D} = 0.1, \quad N_{\text{krit}} = 9.$$

Mit  $N_{\text{krit}}$  wird der Umschlag von laminaren auf turbulenten Strömungszustand und somit das Transitionsverhalten beeinflusst; der gewählte Wert entspricht dem Standardwert, vgl. [12]. Der Strömungszustand ist im Rahmen dieser Untersuchungen also nicht voll-turbulent (wie bei der vorherigen Betrachtung der Konfigurationsaerodynamik des *Proteus*-Demonstrators), sodass hier auch potenzielle Effekte aufgrund von laminaren oder gebietsweise laminaren Strömungsgebieten erfasst werden können.

### 4.2.1. Einfluss auf charakteristische Kennzahlen $c_A$ , $c_W$ und $c_M$

Um den Einfluss der Formvariabilität auf die aerodynamischen Eigenschaften des originalen Profils (*BLM*-Geometrie, siehe Abs. 3.1.2) zu untersuchen, wurden zunächst vier entsprechende Konfigurationen mit gleichmäßig verteiltem Ausschlagswinkel zwischen  $\delta_M = 0^\circ$  (Basiskonfiguration) und dem Maximalausschlag bei  $\delta_M = 10.5^\circ$  festgelegt, vgl. Abb. 4.11. Für jede der deformierten Konfiguration wurde dann ein Anstellwinkelbereich zwischen  $-5^\circ$  und  $20^\circ$  durchfahren.

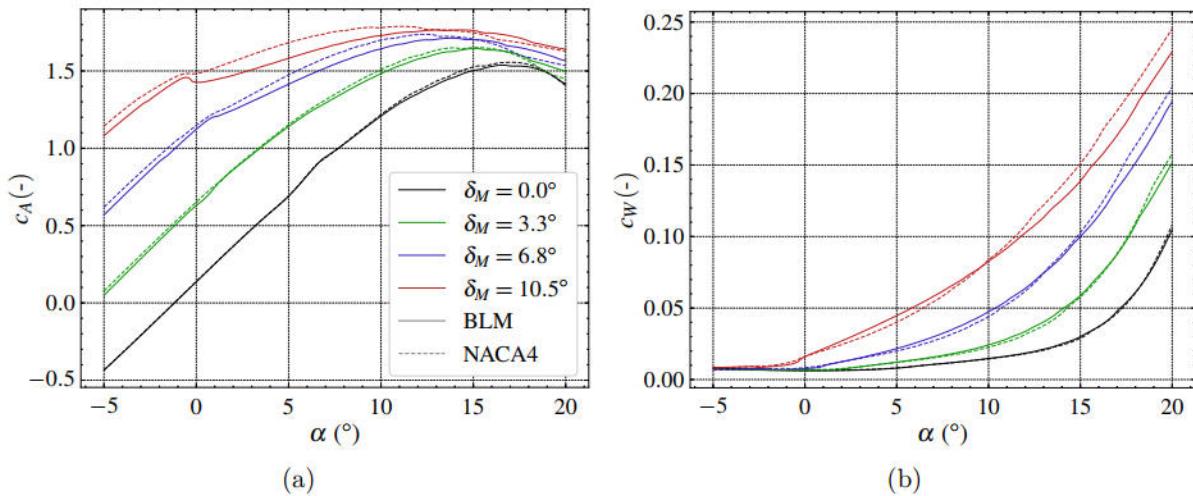
Die sich so ergebenden Verläufe der charakteristischen aerodynamischen Kennzahlen ( $c_A$ ,  $c_W$ ,  $c_M$ ) sind in Abb. 4.12 bis Abb. 4.13 dargestellt (die Verläufe der NACA-4 Ersatz-Modellierung werden im nächsten Abschnitt gesondert besprochen). Bei Analyse der Auftriebsbeiwerte der originalen BLM Referenz-Profile lässt sich erkennen, dass dieses in der *undefinierten* Basis-Konfiguration einen sehr "typischen" Verlauf aufweisen; d.h. mit näherungsweise linearem Auftriebsanstieg bei kleinen bis mittleren Anstellwinkeln ( $\alpha < 10^\circ$ ) gefolgt von einem graduellen



**Abbildung 4.11.:** Deformierte Profilkonturen des Referenzmodells (BLM) und des Ersatzmodells (NACA4)

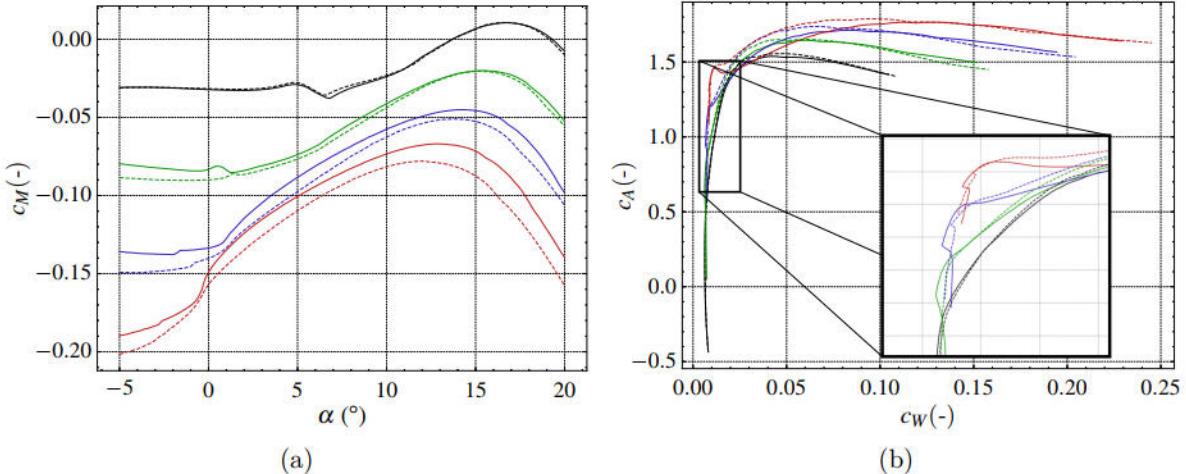
Auftriebszusammenbruch, vgl. Abb. 4.12(a). Diese Art des Auftriebszusammenbruches lässt üblicherweise auf eine einsetzende Strömungsablösung im Hinterkanten-Bereich schließen, welche sich mit zunehmendem Anstellwinkel in Richtung Vorderkante fortsetzt ('Trailing Edge Stall', vgl. [22]).

Mit größer werdenden Ausschlägen verschieben sich die Auftriebskurven wie zu erwarten zu insgesamt höheren Werten, wobei die Verläufe jedoch zunehmend "nicht-linearer" werden und auch der Auftriebsanstieg ( $dc_A/d\alpha$ ) insgesamt deutlich reduziert wird. Es lässt sich zudem beobachten, dass sich mit stärker werdender Deformation eine Art Unstetigkeitsstelle im Bereich  $\alpha \approx 0^\circ$  abzeichnet. Vermutlich liegt dies in einer sprunghaften Veränderung der Transitionsstelle (Position des laminar-turbulenten Umschlags entlang der Profiltiefe) in Richtung der Profilvorderkante begründet.



**Abbildung 4.12.:** Auftrieb (a) und Widerstand (b) bei variablem Anstellwinkel (BLM und NACA-4)

Bei Betrachtung des Profilwiderstandes in Abb. 4.12 (b) ist zu erkennen, dass dieser für kleine Ausschläge ( $\delta_M < 6.8^\circ$ ) und bei negativen Anstellwinkeln nahezu unabhängig von der Deformation des Profils ist. Bei größer werdenden Ausschlägen wird die Zunahme des Widerstandes in Abhängigkeit der Anstellwinkel jedoch sehr deutlich. In der Polaren-Darstellung kann man



**Abbildung 4.13.:** Nickmoment (a) und Widerstandspolare (b) bei variablem Anstellwinkel (BLM und NACA-4)

feststellen, dass die maximale Effizienz (max. Verhältnis  $c_A/c_W \rightarrow$  Polaren-Tangente durch Ursprung) der deformierten Profile jeweils zunimmt. Dies äußert sich in zunehmend ausgeprägten *Laminardellen*<sup>6</sup>, wobei sich die Region geringen Widerstandes zu immer höheren Auftriebsbeiwerten erstreckt, vgl. Abb. 4.13(b). Der Nickmomentenbeiwert ist in der 2D-Betrachtung auf den kartesischen Referenzpunkt  $[x_{MRP}, z_{MRP}] = [0.25, 0.0]$  bezogen, welcher jedoch nicht zwangsläufig auch dem "Viertelpunkt" (d.h. bei  $l_{ref}/4$ ) des Profils entspricht, vgl. [12]. Es lässt sich feststellen, dass das Nickmoment stets negativ ist (mit Ausnahme der Basis-Konfiguration bei hohen Anstellwinkeln  $\alpha > 13^\circ$ ), wobei jedoch der zugehörige Gradient ( $dc_M/d\alpha$ ) mit größer werdenden Ausschlägen immer positiver wird, vgl. Abb. 4.13(a). Dies steht im Einklang mit der sich nach vorne ausbreitenden Hinterkanten-Ablösung während des Auftriebszusammenbruch, bei welcher sich der Druckpunkt ebenfalls zunehmend in Richtung Vorderkante bewegt und so eine Reduktion des Nickmoments herbeiführt, vgl. [6].

Die dargelegten Beobachtungen der Verhaltensweisen der charakteristischen Größen sind mit Vorsicht zu genießen, da in dem genutzten 2D-Panelverfahren eine verhältnismäßig (im Vergleich zu CFD-Ansätzen) einfache Modellierung des laminar-turbulenten Übergangs ( $e^N$ -Methode) sowie von Ablösevorgängen stattfindet (siehe [13]); im Rahmen weiterführender Untersuchungen mittels z.B. höherwertiger 2D-RANS-Verfahren wäre es interessant zu prüfen, ob ähnliche Verhaltensweisen zu erkennen sind, vgl. [28].

### NACA-4-Ersatzmodell

Wie in Kap. 3.1 bereits festgestellt wurde, ergeben sich bei der Ersatz-Darstellung des deformierten Flügelprofils Abweichungen in den Profilkonturen der beiden Varianten (BLM und NACA-4) vor allem für größere Ausschläge, vgl. Kap. 3.1.2. Um einschätzen zu können wie erheblich sich die

<sup>6</sup>Phänomen bei laminaren bzw. gebietsweise laminaren Profilströmungen, wobei sich in einem gewissen Auftriesbereich eine relativ große laminare Lauflänge ( $40 \text{--} 60 \% \cdot l_{ref}$ ) ergibt, sodass hier der resultierende Widerstand sehr gering und näherungsweise konstant ist. Mit weiter zunehmendem Auftrieb reduziert sich die laminare Lauflänge drastisch, wodurch es zu einem rapiden Widerstandsanstieg kommt, vgl. [27].

Abweichungen auf die aerodynamischen Charakteristiken auswirken, wurden die entsprechenden Profile bei gleichartiger Verformung untersucht. Das bedeutet, dass für die NACA-4-Varianten jeweils eine deformierte Konfiguration gewählt wird, bei der sich eine möglichst große Übereinstimmung mit der Saugseiten-Konturlinie des BLM-Modells ergibt, vgl. Abb.4.11.

Hinsichtlich der Abweichungen zwischen den Beiwerten der unterschiedlichen Geometrie-Modelle kann gesagt werden, dass die Unterschiede in der undefinierten Basis-Konfiguration sehr geringfügig ausfallen. Mit zunehmender Auslenkung weichen die Verläufe jedoch immer deutlicher ab, wobei größere Anstellwinkel auch zu größeren Unterschieden führen. Dennoch lässt sich beobachten, dass auch die nicht-linearen Tendenzen gut erfasst werden. So lassen sich die zuvor erörterten Unstetigkeitsstellen in der Auftriebs- und Widerstandskurve auch hier beobachten - wenn auch in weniger markanter Form. Die charakteristischen *Laminardellen* bilden sich ebenso in der Widerstandspolare der NACA-4-Modellierung ab, vgl. Abb.4.13(b).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass zwar nicht unerhebliche Abweichungen zwischen den beiden Profil-Modellen vorhanden sind, diese aber zunächst hingenommen werden und hier primär besprochen wurden, um die Unsicherheiten hinsichtlich der Modellbildung zu quantifizieren. Da die Modellierung der Tragflügelaerodynamik insgesamt auf einem Ansatz niedriger Ordnung beruht, ist es vor allem von Interesse, dass wichtige *Trends* der Profilaerodynamik bezüglich der Formvariabilität korrekt repräsentiert werden, da ohnehin mehr oder weniger drastische Abweichungen zu den tatsächlichen aerodynamischen Eigenschaften in Kauf genommen werden müssen, vgl. Kap.4.1. In Konsequenz an die beobachteten Abweichungen bietet es sich im Rahmen zukünftiger Verbesserungen und Erweiterungen an, auf Geometrie-Repräsentationen höherer Ordnung, wie z.B. die *CST*-Methode [31], zurückzugreifen. Dies wurde jedoch im Kontext dieser Arbeit und aufgrund der zuvor genannten Argumentation vorerst nicht weiter verfolgt.

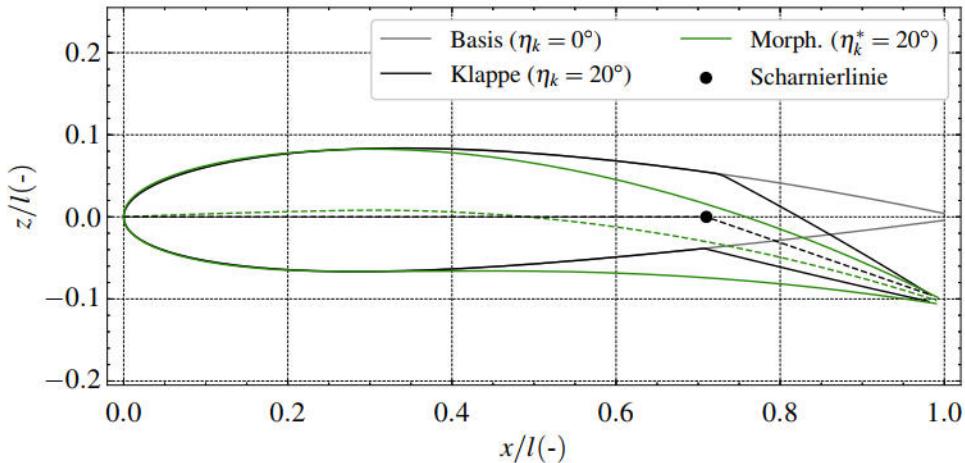
### 4.2.2. Vergleich mit Klappenprofil

Ein weiterer, interessanter Aspekt neben der isolierten Betrachtung des Einflusses der Formvariabilität auf die klassischen Charakteristiken der Profilaerodynamik, ist der Vergleich mit einem konventionellen Klappenprofil, wie es auch schon zuvor in der Theorie (vgl. Abs.2.2.1) durchgeführt wurde. Dazu wird ein Klappenprofil herangezogen, welches der Basis-Kontur des NACA-4-Modells entspricht und bei  $(x_{SL}/l) = 0.71$  den Knickpunkt des Klappensegments ('Scharnierlinie') aufweist, vgl. Abb.4.14. Dies entspricht der Klappen-Auslegung des konventionellen Referenzflügels, vgl. Abs.3.1.2.

Für beide Konfigurationen werden dann die Effekte der Hinterkanten-Auslenkung im Bereich der maximalen *positiven* Ausschläge:

$$\delta_M = [0.0, \dots, \delta_{M,max} = 10.5^\circ] \text{ bzw.}$$

$$\eta_k = [0.0, \dots, \eta_{k,max} = 30.0^\circ]$$



**Abbildung 4.14.:** Profilkonturen des formvariablen und des konventionellen Profils bei gleichem (äquivalenten) Klappenausschlag  $\eta_k^{(*)} = 20^\circ$

und bei konstantem Anstellwinkel untersucht. Letzterer wurde hier so gewählt, dass das Basis-Profil den Referenz-Auftriebsbeiwert von  $c_A = 0.4$  (vgl. Kap. 4.1) aufweist.

Um die beiden Konfigurationen besser vergleichen zu können, werden die Ergebnisse des formvariablen Wölbprofils in Bezug zu den in Kap. 2.2.1 eingeführten Vergleichsgrößen  $\eta_k^*$  (*äquivalenter Klappewinkel*, Gl. 2.36) und  $\eta'_k$  (*Hinterkantensteigung*, Gl. 2.37) dargestellt, vgl. Abb. 4.15 und Abb. 4.16. Hierbei kann festgestellt werden, dass das Wölbprofil bezüglich seines äquivalenten Klappewinkels  $\eta_k^*$ , verglichen mit dem konventionellen Klappenprofil, zunächst kleinere Auftriebsbeiwerte liefert. Bei größer werdenden Ausschlägen kehrt sich jedoch das Verhältnis um, sodass das formvariable Profil bei gleichem Ausschlag einen höheren Auftrieb erzielt. Vergleicht man stattdessen die Verläufe beider Konfigurationen in Bezug auf die *Hinterkantensteigungen*, so ist der Auftriebsanstieg für beide zunächst sehr ähnlich (für ca.  $\eta_k < 5^\circ$ ), wobei mit wachsendem Ausschlag das Auftriebspotential des Morphing-Profiles stets größer als das des Klappenprofils ist. Es lässt sich zudem visuell erkennen, dass die tatsächlichen Auftriebsanstiege in Abhängigkeit der Hinterkantensteigung für kleine Werte sehr gut mit dem theoretischen Wert nach Gl. 2.31 übereinstimmen. Die theoretischen sowie die tatsächlichen Ruderwirkungen, die sich für die jeweiligen Betrachtungen ergeben, sind in Tab. 4.3 eingetragen (jeweils bestimmt bei  $\eta_k^{(*,l)} = 0$ ). Die tatsächliche Ruderwirkung des Wölbprofils bezüglich des äquivalenten Klappewinkels ( $\eta_k^*$ ) ist demnach deutlich geringer als der theoretische Wert.

Wird das Verhalten des Widerstandsbeiwertes in Abhängigkeit des Hinterkantenausschlages betrachtet, Abb. 4.15(b), kann man erkennen, dass dieser für das formvariable Profil unter beiden Vergleichsgrößen,  $\eta_k^*$  und  $\eta'_k$ , durchwegs geringer ausfällt als für das Klappenprofil. Für den Verlauf aller Beiwerte des konventionellen Klappenprofils lässt sich eine gewisse Unstetigkeitsstelle ("Knick") ausmachen, die darauf schließen lässt, dass es ab einem bestimmten Ausschlagswinkel ( $\eta_k \approx 7.5^\circ$ ) wahrscheinlich zu einer sprungartigen Verschiebung der Ablösestelle auf der Saugseite stromauf kommt. Dadurch nimmt vor allem der Widerstand deutlich stärker zu, bei gleichzeitig verringertem Auftriebsanstieg, vgl. Abb. 4.15(a).

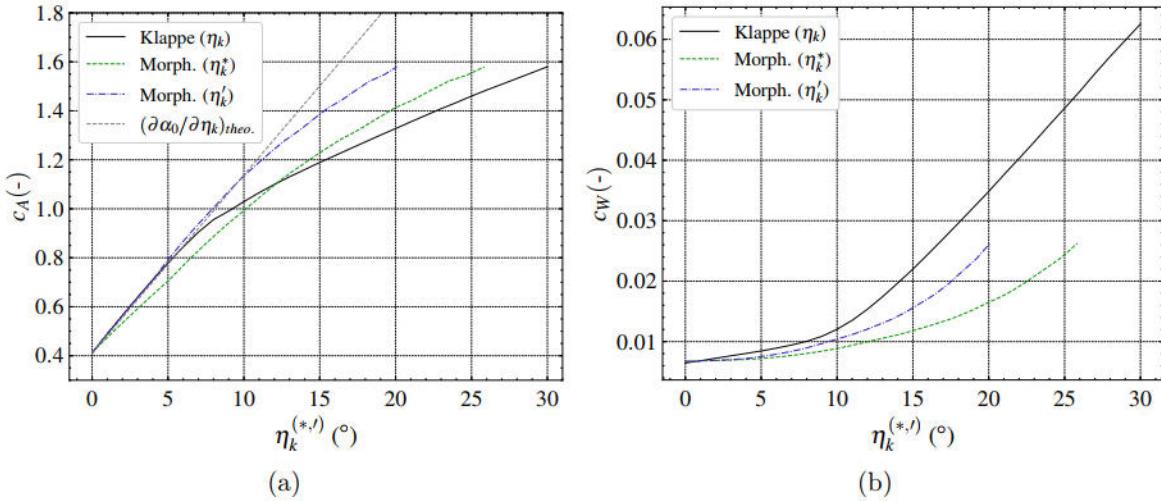


Abbildung 4.15.: Vergleich von Auftrieb (a) und Widerstand (b) ( $\alpha = 2.4^\circ$ ,  $c_A(\eta_K=0) = 0.4$ )

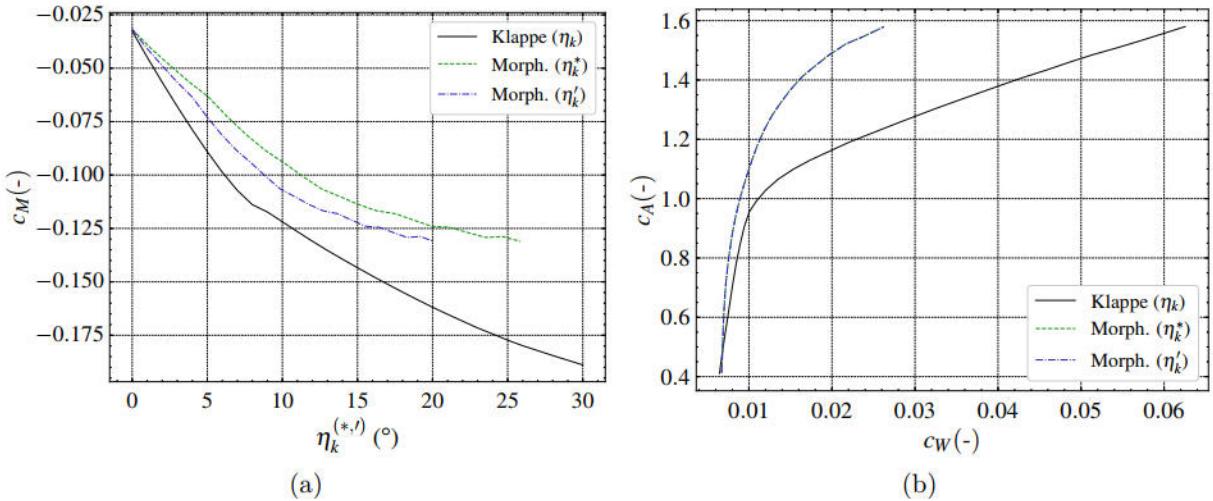


Abbildung 4.16.: Vergleich von Nickmoment (a) und Widerstandspolare (b) ( $\alpha = 2.4^\circ$ ,  $c_A(\eta_K=0) = 0.4$ )

Auch in der resultierenden  $c_A$ - $c_W$ -Polare, Abb. 4.16(b), spiegelt sich das Verhalten wider, wobei das formvariable Profil einen deutlich reduzierten Widerstand bei gleichem Auftrieb und demzufolge eine deutlich höhere aerodynamische Effizienz aufweist (Hinweis: Kurve für  $\eta_k^*$  und  $\eta'_k$  liegen exakt übereinander, da der Auftrieb unabhängig von der Definition des Ausschlagwinkels ist). Bei Betrachtung des Nickmoments, Abb. 4.16(a), lässt sich erkennen, dass dieses für das formvariable Profil im gesamten Ausschlagsbereich sichtbar positiver bzw. weniger negativ ausfällt. Die "abnickende" Wirkung des deformierten Flügels im Vergleich zum voll-ausgeschlagenen Klappen-Flügel im 3D Betrachtungsfall ist also dementsprechend auch geringer zu erwarten (Verhalten des Gesamt-Nickmoment ist hier jedoch vor allem von der gewählten relativen Schwerpunktlage abhängig, vgl. Kap. 4.1 zuvor).

Das Auftriebsverhalten widerspricht in Teilen der in Kap. 2.2.1 hergeleiteten theoretischen Verhaltensweise, in der geschlussfolgert wurde, dass ein äquivalentes Wölbungsprofil meist mehr Auftrieb liefert, als das zugehörige Klappenprofil. Einschränkend wird dabei jedoch angenommen, dass die Wölbung bzw. die maximale Erhebungen (relativ zur Verbindungsline Proflinase

**Tabelle 4.3.:** Vergleich der Ruderwirkungen hinsichtlich unterschiedlicher Profil-Betrachtungen

Konfiguration	$d\alpha_0/d\eta$ (theo.) [-]	$d\alpha_0/d\eta$ (tats.) [-]	Abweichung [%]
Klappe ( $\eta_K$ )	-0.651	-0.679	4.3
Morphing ( $\eta_K^*$ )	-0.651	-0.532	-18.3
Morphing ( $\eta'_K$ )	-0.651	-0.676	4.1

↔ Hinterkante) der resultierenden Skelettlinien für beide Profil-Varianten stets gleich ist, was im hier betrachteten realen Fall augenscheinlich nicht vorausgesetzt werden kann, vgl. Abb. 2.7 und Abb. 4.14. Auch lässt sich abschätzen, dass die Position der Wölbungsrücklage des realen formvariablen Profils ungefähr auf Höhe der halben Profiltiefe:  $X_f \approx 1/2$  und damit deutlich vor dem Knickpunkt des Klappenprofils liegt. Ein modifiziertes Profil mit weiter stromab liegender Wölbungsrücklage könnte also womöglich das Auftriebs-steigernde Potenzial vergrößern, vgl. Abb. 2.8.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Effizienzsteigerung des untersuchten formvariablen Profils maßgeblich durch einen vergleichsweise deutlich reduzierten Widerstand verursacht werden. Dieser Aspekt kann aus theoretischer Perspektive (siehe Abs. 2.1.1) aber nur phänomenologisch damit erklärt werden, dass bei den "weichen", kontinuierlichen Konturen des formvariablen Profils die Ablöseneigung der Strömung deutlich geringer ist als bei den unstetigen Übergängen von Klappenprofilen. Dadurch verringert sich beim formvariablen Profil vor allem bei hohen Auftriebsbeiwerten die *Verdrängungswirkung*<sup>7</sup>, sodass der Profilwiderstand infolgedessen weniger stark zunimmt.

### 4.3. Offline-Optimierung

In zukünftigen Flugversuchen mit dem *Proteus*-Demonstrator soll unter anderem auch erprobt werden, inwiefern sich eine Optimierung der aerodynamischen Effizienz mithilfe der Morphing-Technologie während des Fluges erreichen lässt. Dabei sollen vor allem auch neuartige Reinforcement Learning-Verfahren zur Anwendung kommen, um etwaige Modellunsicherheiten zu kompensieren und so ein performanteres Regelungsverhalten zu ermöglichen. Im Kontext einer flugdynamischen Simulation oder in Form von realen Testflügen würde man dann von einer *Online*- oder *Live*-Optimierung sprechen. Ein thematisch verwandtes Beispiel aus der Literatur ist in [17] gegeben, wobei eine Widerstandsoptimierung für ein Verkehrsflugzeug mit verteilten Klappen innerhalb einer Flugsimulation durchgeführt wurde. Um Prognosen über eine mögliche Effizienzsteigerung des *Proteus*-Demonstrator treffen zu können und, um zu beurteilen, welchen Einfluss die Formvariabilität hierbei hat, soll im Folgenden eine erste vorläufige Optimierung unter Anwendung des erstellten Aerodynamik-Modells stattfinden. Dabei wird, aufgrund der Unzulänglichkeiten des Modells hinsichtlich der Abbildung der Rumpfeinflüsse (vgl. Kap. 4.1), ausschließlich der isolierte Tragflügel betrachtet. Da die Optimierung nur für stationäre Flug-

<sup>7</sup>Vergrößerung der effektiven Profilkontur durch eine immer größer werdende Grenzschicht, vgl. Abs. 2.1.2

zustände und im Voraus (d.h. nicht innerhalb einer flugdynamischen Simulation) erfolgt, kann hier auch von einer *Offline*-Optimierung gesprochen werden.

### 4.3.1. CMA-ES

Auf dem Gebiet der Optimierung ist eine Vielzahl an Methoden vorhanden, welche von *gradienten-basierten* über *gradienten-freie* bis hin zu *genetischen* Verfahren reichen, vgl.[\[68\]](#). Das *CMA-ES* (*Covariance Matrix Adaption - Evolution Strategy*) Optimierungsverfahren wurde in bisherigen Veröffentlichungen für die Analyse von Tragflügelaerodynamik und im Tragflügel-Entwurf verwendet, vgl.[\[19\]](#),[\[44\]](#). Der Algorithmus basiert auf einer evolutionären, derivativ-freien Systematik, bei welcher schrittweise mittels multivariater Normalverteilung neue "Nachkommen" bestimmt werden, vgl.[\[23\]](#). Dies wird in mehreren Iterationen so lange wiederholt, bis ein (*globales*) Optimum – je nach Konvergenzkriterium – erreicht worden ist.

Mit diesem Verfahren wurde z.B. in [\[44\]](#) die Verwindung eines Tragflügels unter Verwendung eines erweiterten nicht-linearen VLM-Verfahren optimiert, wobei ein sehr zuverlässiges und stabiles Verhalten beobachtet werden konnte. Dieser Anwendungsfall lässt sich auf die in dieser Arbeit vorliegenden Problemstellung übertragen, da die Optimierung der Verteilung der formvariablen Stellausschläge ebenfalls einer Optimierung der aerodynamischen Verwindungsverteilung gleichkommt, vgl. Kap.[\[2.2.2\]](#). In Vorausschau auf zukünftige Weiterentwicklungen zur Abbildung zusätzlicher nicht-linearer Effekte (wie z.B. Rumpf-Einfluss, lokaler Auftriebszusammenbruch, aeroelastische Verformungen usw.) kann zudem davon ausgegangen werden, dass das Verfahren eine robuste Methode zur Bestimmung von entsprechenden Optimal-Konfigurationen bereitstellt.

#### Vor- und Nachteile

Aufgrund des genetischen Ansatzes ist das CMA-ES Verfahren besonders vorteilhaft für Untersuchungen von nicht-linearen und möglicherweise diskontinuierlichen oder gar verrauschten Kosten-Funktionen, vgl.[\[23\]](#). Da Potentialströmungsverfahren aufgrund numerischer Ungenauigkeiten für sehr kleine Variationen (z.B. in der Geometrie oder im Anstellwinkel) ein diskontinuierliches Verhalten aufweisen, würde dies für gradienten-basierte Optimierungsverfahren zum Nachteil werden. Des Weiteren bringt die Korrektur des Profilwiderstandes, bzw. das dahinter stehende Interpolationsverfahren, eine weitere potentielle nicht-lineare Komponente in die Modellierung mit ein. Für die Anwendung einer derivativ-basierten Optimierungsmethode, müsste die Gradienten-Information dann mehr oder weniger aufwändig im Voraus berechnet und zur Verfügung gestellt werden, vgl.[\[16\]](#). Zu den weiteren Vorteilen des Optimierungsverfahren zählen die einfache Einbindung (Python-API vorhanden) sowie die unkomplizierte Anwendung, bei der verhältnismäßig wenig Vorbereitung seitens des Nutzers erforderlich ist. Ein wesentlicher Nachteil des CMA-ES Verfahrens ist die relativ hohe Anzahl an Evaluationen, die zu potenziell hohen Laufzeiten und damit hohen Kosten führen können. Da das vorliegend VLM-basierte

Aerodynamik-Modell jedoch nur verhältnismäßig geringe Laufzeiten aufweist (im Vergleich zu z.B. 3D RANS CFD-Untersuchungen), wird die hohe Anzahl an Evaluationen jedoch als noch vertretbar hingenommen.

### 4.3.2. Formulierung Optimierungs-Problem

Das Ziel der folgenden Optimierung ist die Minimierung des Gesamtwiderstandes  $c_{W,total}$  des isolierten Tragflügels unter Einhaltung eines Ziel-Auftriebsbeiwertes  $c_{A,opt}$ . Dafür werden dem Optimierer die Servoausschläge  $\delta_{M,i}$  sowie der Anstellwinkel  $\alpha$  als Variablen übergeben (Variablenvektor  $\mathbf{x}$ ). Zunächst soll das Problem weitestgehend unbeschränkt sein, sodass der mögliche Lösungsraum so wenig wie möglich im Vorhinein eingeschränkt ist. Da die Servoaktuatoren an der Flügelwurzel und Flügelspitze im Vergleich zu den übrigen Sektionen aufgrund der strukturellen Randbedingungen nur begrenzt verfahren werden können (vgl. Abs. 3.1.3), müssen hier jedoch die Optimierungs-Variablen entsprechend begrenzt werden. Auch bezüglich der Korrektur des viskosen Profilwiderstandes innerhalb des Aerodynamik-Moduls, muss berücksichtigt werden, dass diese nur in einem begrenzten Bereich hinsichtlich der Stellaußschläge und des Anstellwinkels valide ist, vgl. Abs. 3.2.2. Sollte es doch zu einer Verletzung des Interpolations-Raumes kommen, wird der Profilwiderstand auf  $c_{W,v} = \infty$  gesetzt, wobei davon ausgegangen wird, dass dies für ein genetisches Verfahren keine Probleme darstellen sollte, da hier keine Gradienten berechnet werden müssen und der zugrunde liegende Algorithmus derartige Unstetigkeiten handhaben können sollte, vgl. [23]. Die maximalen *relativen* Ausschläge zweier benachbarter Aktuatoren zueinander werden zunächst nicht limitiert, da erwartet wird, dass die optimale Verteilung entlang der Spannweite keine signifikanten Sprünge aufweisen sollte. Für eine polynomiale Allokation der Stellaußschläge ist zudem aufgrund der Stetigkeit der zugrunde liegenden Basis-Funktionen implizit eine Beschränkung der Ausschläge zueinander gegeben.

Schließlich lautet die mathematische Formulierung des Optimierungs- bzw. Minimierungs-Problems:

$$\min(c_{W,total})$$

bezüglich:

$$\mathbf{x} = [\delta_{M,1}, \dots, \delta_{M,10}, \alpha]$$

wobei:

$$c_A \geq c_{A,opt}$$

und:

$$\begin{aligned} \delta_{M,i,\min} &\leq \delta_{M,i} \leq \delta_{M,i,\max} \\ \alpha_{\min} &\leq \alpha \leq \alpha_{\max} \end{aligned}$$

### Spezifische Einstellungen CMA-ES

Zur Lösung des Optimierungsproblems wird die Kostenfunktion  $f(\mathbf{x}) = c_{W,total}$  an die `fmin2`-Funktion des *CMA-ES* Moduls übergeben. An sich bietet *CMA-ES* über eine Hilfsklasse (*ConstrainedFitnessAL()*) die Möglichkeit der automatischen Integration von Gleichheits- und Ungleichheits-Nebenbedingungen in die Kostenfunktion, wobei eine erweiterte *Lagrange*-Formulierung mit variabler Anpassung der Koeffizienten zum Einsatz kommt (*Augmented Lagrangian*). Unter alleiniger Vorgabe der Ungleichheits-Randbedingung  $g_0(\mathbf{x}) = c_A(\mathbf{x}) - c_{A,opt} > 0$  zeigte sich später jedoch ein unbefriedigendes Konvergenzverhalten, weshalb die originale Kostenfunktion entsprechend erweitert wurde zu:

$$f^*(\mathbf{x}) = c_{W,total}(\mathbf{x}) + w_1 (c_A(\mathbf{x}) - c_{A,opt})^2$$

wobei  $w_1$  ein benutzerdefinierter Wert ist, welcher vorerst auf  $w_1 = 10$  gesetzt wird.

Für die Populationsgröße  $\lambda$ , welche die Anzahl der neuen Suchpunkte und damit die Anzahl der Evaluation pro Iteration bestimmt, wird  $\lambda = 8$  gewählt. Als Abbruchkriterien werden eine minimale Variation der Kostenfunktion  $f_{tol} \leq 1 \times 10^{-5}$  bzw. die minimale Standardabweichung der Normalverteilung des Variablenvektors  $\sigma_{x,tol} = 1 \times 10^{-2}$  gesetzt. Die maximale Anzahl an Iterationen ist auf  $K_{max} = 350$  begrenzt.

#### 4.3.3. Optimal-Konfigurationen

Die Optimierung soll im Folgenden für den isolierten Tragflügel aus der vorherigen aerodynamischen Analyse (vgl. Abs. 4.1.2) beispielhaft durchgeführt werden. Dabei wird eine symmetrische Verteilung der Servoausschläge entlang der gesamten Spannweite vorgegeben (d.h.  $\delta_{M,i,links} = \delta_{M,i,rechts}$ ), da aus Erfahrung zu erwarten ist, dass die Widerstands-optimale Konfiguration im stationären Geradeausflug von symmetrischer Gestalt ist. Zudem reduziert sich die Anzahl der Variablen um die Hälfte, was gerade im Hinblick der Verwendung eines genetischen Verfahrens hinsichtlich der benötigten Laufzeit durchaus relevant erscheint. Da der Vorteil formvariabler Flügel v.a. darin liegt adaptiv das Widerstandsverhalten bei *veränderlichen* Flugbedingungen bzw. -zuständen zu beeinflussen, sollen für einen größeren Auftriebsbereich die jeweiligen Optimal-Konfigurationen ermittelt werden. Konkret werden hierfür Optimierungs-Durchläufe für sieben Ziel-Auftriebsbeiwerte  $c_{A,opt} = [0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2]$  durchgeführt, wobei sowohl die direkte Variation der Servoausschläge, als auch die polynomial-basierte Allokation berücksichtigt werden soll. In letzterem Fall beinhaltet der Variablenvektor dann die Polynomkoeffizienten  $\mathbf{x} = [c_0, \dots, c_3, \alpha]$ .

Die zulässigen Servoausschläge werden lokal entsprechend der in Kap. 3.1.3 eingeführten Grenzwerte pro Sektion  $\delta_{M,(2-9)}$  und  $\delta_{M,(1)}$  bzw.  $\delta_{M,(10)}$  beschränkt. Hierbei ergibt sich im Falle der Polynom-Allokation zusätzlich die Schwierigkeit, dass die Limitierung der einzelnen Servo-Sektionen nicht direkt in eine entsprechende Limitierung der Polynomkoeffizienten übersetzt

werden kann, weshalb hierfür zusätzliche Nebenbedingungen:

$$g_{i,\max} = (\delta_{M,i} - \delta_{M,\max}), \quad \text{bzw.}$$

$$g_{i,\min} = -(\delta_{M,i} - \delta_{M,\min}), \quad i = 1, \dots, 10$$

hinzugefügt wurden, welche eine Überschreitung der lokal zulässigen Servoausschläge "bestrafen" ( $g_i > 0$ ).

Die optimierten Verteilungen der Ausschläge für beide Allokations-Arten (*direkt* und *polynomial*) in Abhängigkeit des Zielauftriebsbeiwertes sind in Abb. 4.17 und Abb. 4.18 dargestellt. Es sei darauf hingewiesen, dass die Ausschläge hier zwecks Veranschaulichung mit umgekehrten Vorzeichen dargestellt sind, da positive Werte laut Definition (vgl. Kap. 3.1) eine Verschiebung der Flügel-Hinterkante nach unten bedeuten (von hinten betrachtet). Zudem sollte die Verteilung der Ausschlagswinkel nicht direkt der Hinterkantenverschiebung gleichgesetzt werden, da die Hebelarme der Morphing-Kinematik (bzw. der Ersatz-Kinematik, vgl. Abs. 3.1.2) entlang der Spannweite nach außen kürzer werden (vgl. Abb. 3.1). Die vertikalen Verschiebungen sind so bei gleichem Ausschlag für unterschiedliche Hebelarme ebenfalls verschieden (*Strahlensatz*).

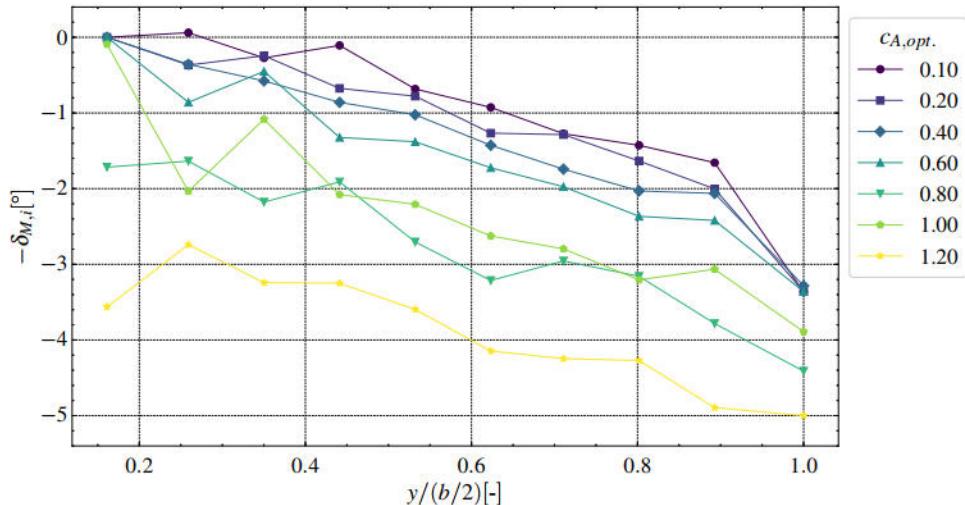


Abbildung 4.17.: Optimale Ausschläge für variable Auftriebsbeiwerte  $c_{A,\text{opt}}$  ('direkt')

Bei Betrachtung der gefundenen Konfigurationen lässt sich für alle Ziel-Auftriebsbeiwerte näherungsweise dasselbe Erscheinungsbild mit nach außen hin (zur Flügelspitze) größer werdenden Ausschlägen beobachten. Der Unterschied zwischen den beiden Allokations-Arten ist deutlich ersichtlich. Während die Ausschläge der direkten Ansteuerung stellenweise sehr "zackig" erscheinen, sehen die Optimal-Verteilungen im Falle der Polynomial-Allokation aufgrund der kontinuierlichen Chebyshev-Basispolynome deutlich gleichmäßiger aus. Da die Unstetigkeiten in den gefundenen Ausschlägen der direkten Allokation verhältnismäßig gering sind (max. Unterschied zweier benachbarter Servos  $\leq 2^\circ$ ) und man davon ausgehen kann, dass diese noch innerhalb der strukturellen Begrenzung liegen, muss hierfür zunächst keine zusätzliche Beschränkung durch entsprechende Nebenbedingungen im Optimierungsprozess vorgenommen werden.

Die resultierenden Auftriebsverteilungen der gefundenen Optimal-Konfigurationen für den

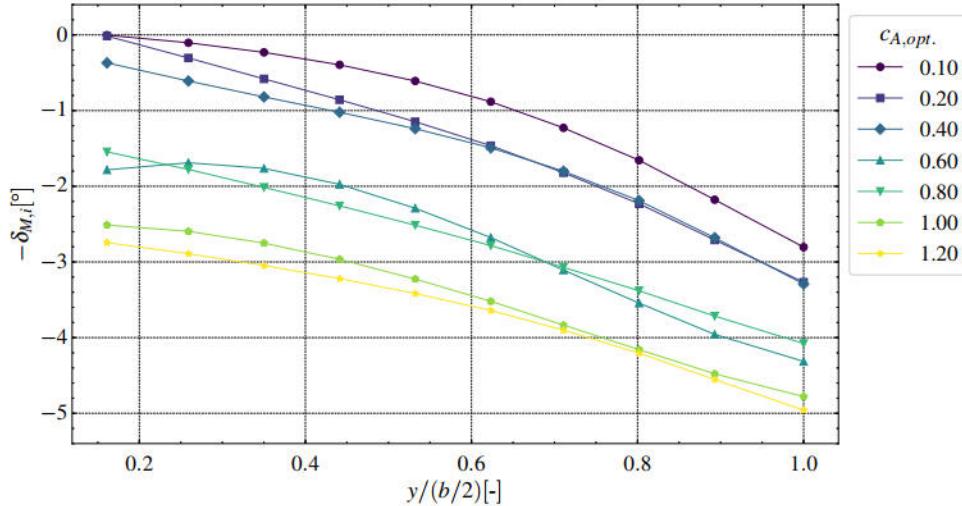


Abbildung 4.18.: Optimale Ausschläge für variable Auftriebsbeiwerte  $c_{A,opt}$  ('polynomial')

Referenz-Auftriebsbeiwert  $c_{A,ref} = 0.4$  sind in Abb. 4.19 dargestellt. Es lässt sich für beide Allokationen (*direkt* und *polynomial*) klar erkennen, dass die optimierten Konfigurationen nun, wie erwartet, eine nahezu *elliptische* Auftriebsverteilung aufweisen. Für die anderen Ziel-Auftriebsbeiwerte, welche der Übersichtlichkeit halber hier nicht abgebildet sind, ergeben sich sehr ähnlich veränderte Verteilungen.

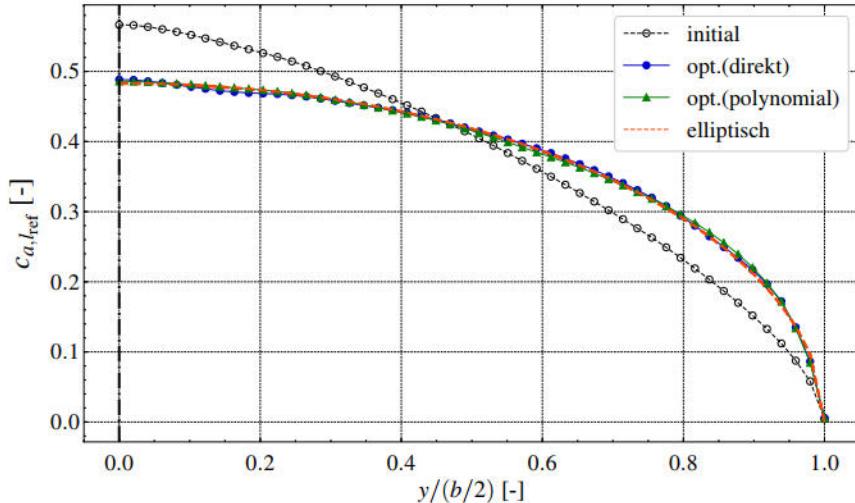
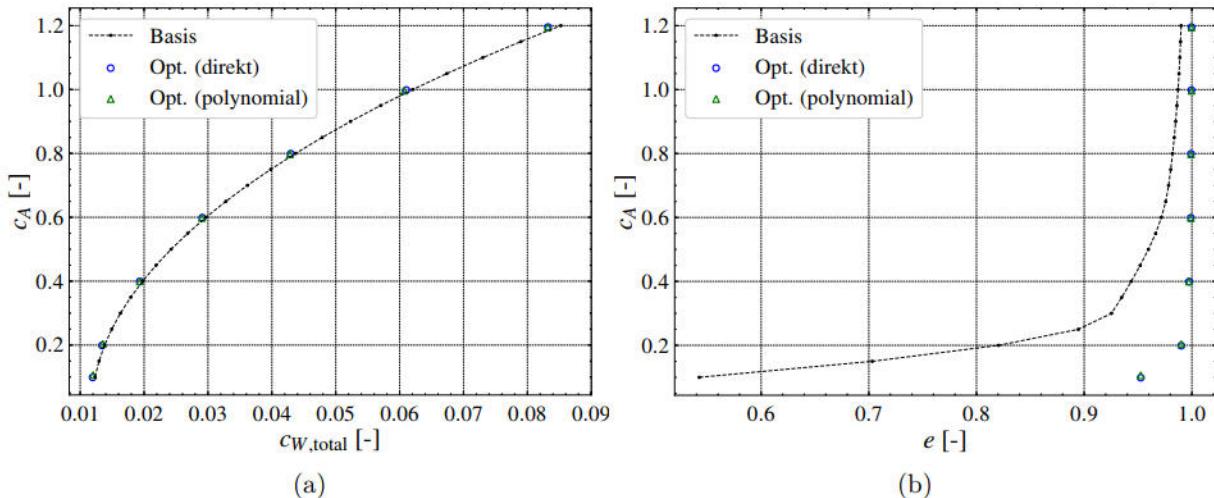


Abbildung 4.19.: Optimierte Auftriebsverteilungen für den Referenz-Flugzustand  $c_{A,opt} = 0.4$  ('direkt' und 'polynomial')

Um schließlich den Einfluss der optimierten Konfigurationen hinsichtlich ihrer aerodynamischen Leistungscharakteristik beurteilen zu können, sind in Abb. 4.20 (a) die sich ergebenden Gesamtwiderstandsbeiwerte (pro  $c_{A,opt}$ ) der Widerstandspolare des undeformierten Ausgangsflügels (Basis-Konfiguration) überlagert. Wie man erkennen kann, ist hier die Reduktion des Widerstandes pro Ziel-Auftriebsbeiwert zwar ersichtlich, jedoch nur sehr marginal, weshalb die zugehörigen Absolutwerte zudem in Tab. 4.4 eingetragen sind. Hieraus geht auch hervor, dass für beide Allokations-Methoden stets zu kleineren Anstellwinkeln, verglichen mit der Basis-Konfiguration, optimiert wird.



**Abbildung 4.20.:** Gesamtwiderstandsbeiwert (a) und Spannweiten-Effizienz (b) der optimierten Konfigurationen in ihrem jeweiligen Ziel-Auftriebsbeiwert  $c_{A,opt}$

In Abb. 4.20 (b) ist des Weiteren das Verhalten bezüglich der Spannweiten-Effizienz<sup>8</sup> zu sehen; gerade für kleine Auftriebsbeiwerte sind hier nun deutliche Steigerungen zu sehen. Interessant für beide Charakteristiken ist, dass die Wahl der Ansteuerung, *direkt* oder *polynomial*, scheinbar nur zu unwesentlichen Unterschieden hinsichtlich der resultierenden Optimal-Werte führt. Obwohl sich die gefundenen Verteilungen der Ausschläge pro Ziel-Auftrieb in ihrer Gestalt teilweise deutlich unterscheiden (siehe Abb. 4.17 und Abb. 4.18), sind die resultierenden Gesamtwiderstandsbeiwerte sehr ähnlich und die Spannweiten-Effizienzen näherungsweise sogar identisch, vgl. Tab. 4.4. Dies lässt schlussfolgern, dass die Sensitivitäten der Leistungscharakteristiken hinsichtlich der Servoausschläge (für generell eher kleine Auslenkungen) relativ gering sind.

**Tabelle 4.4.:** Charakteristische Kennzahlen für untersuchte  $c_{A,opt}$  (dets:  $c_W \times 10^4$ )

$c_{A,opt}$	$\alpha [^\circ]$			$c_{W,\text{total}} [\text{dcts}]$			$e [-]$		
	Basis	Opt. (d)	Opt. (p)	Basis	Opt. (d)	Opt. (p)	Basis	Opt. (d)	Opt. (p)
0.1	0.44	-0.41	-0.78	123.2	119.7	119.4	0.544	0.952	0.937
0.2	1.67	0.59	0.86	138.2	134.7	134.2	0.820	0.990	0.984
0.4	4.14	2.85	2.64	197.2	192.9	193.2	0.943	0.997	0.997
0.6	6.62	5.05	3.83	295.5	289.9	291.1	0.971	0.999	0.998
0.8	9.14	6.03	5.67	434.5	427.9	429.6	0.982	0.999	0.999
1.0	11.70	9.24	7.57	615.7	607.5	610.5	0.987	0.999	0.999
1.2	14.32	9.62	9.48	845.6	830.1	832.2	0.989	0.999	0.999

In Abb. 4.21 ist die Aufteilung der Widerstandsveränderungen nach den jeweiligen beteiligten Mechanismen (*induziert* und *viskos*) beispielhaft für den Fall der *direkten* Allokation dargestellt. Hierbei wird ersichtlich, dass die absolute Reduktion des induzierten Widerstandes mit zunehmendem Auftriebsbeiwert größer wird, wohingegen der Anteil des viskosen Profilwiderstands kaum Veränderung aufweist; erst bei sehr hohem Auftrieb ist eine leichte Reduktion dessen zu

<sup>8</sup>bezogen auf den mittels *Fernfeldmethode* berechneten induzierten Widerstand, vgl. Abs. 2.3.1

erkennen. Dieses Verhalten entspricht den Erwartungen, betrachtet man die zugrundeliegenden Polaren der Profilwiderstandskorrektur, vgl. Abb. 3.11 oder die charakteristischen Verläufe in Abb. 4.13(b). Hier verläuft der Profilwiderstand für geringe Servoausschläge in einem weiten Auftriebsbereich näherungsweise konstant.

Bei Betrachtung der *relativen* Veränderungen der Widerstandsanteile, ergibt sich ein tendenziell inverses Verhalten, bei dem die Reduktion des induzierten Widerstandes für geringe Auftriebsbeiwerte deutlich heraussticht. Diese signifikanten erscheinenden Veränderungen röhren jedoch lediglich von den generell geringen Werten des induzierten Widerstands im Bereich kleiner Auftriebsbeiwerte. Da hier der Anteil des auftriebsabhängigen, induzierten Widerstandes am Gesamtwiderstand deutlich geringer ist, sind die resultierenden *prozentualen* Veränderungen des Gesamtwiderstands dementsprechend wieder wesentlich kleiner.

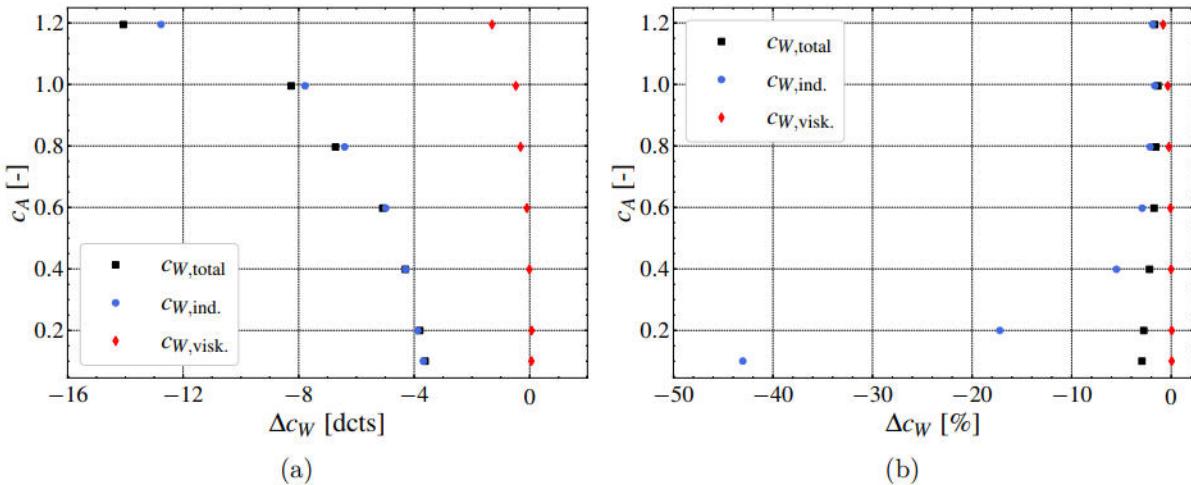


Abbildung 4.21.: Absolute (a) und prozentuale (b) Veränderung der Widerstandsanteile in Abhängigkeit des Ziel-Auftriebsbeiwertes  $c_{A,opt}$  (direkte Ansteuerung)

#### 4.3.4. Konvergenzverhalten

Die Optimierungs-Rechnungen selbst wurden auf einer lokalen Multi-Prozessor *Workstation* mittlerer Leistung (ca. 60 CPUs) parallel ausgeführt. Im Mittel waren ca. 2000 Evaluationen des Aerodynamik-Modells notwendig bis eines der Abbruchkriterien erreicht wurde. Dabei wurden jedoch nicht alle Durchläufe durch das Konvergenzkriterium  $\Delta f(x) < f_{tol}$  terminiert. Vor allem bei den Optimierungen mit direkter Steuerung der Servoausschläge erfolgte für die meisten Ziel-Auftriebsbeiwerte eine Terminierung durch Erreichen der maximalen Iterationsanzahl  $K_{max}$ , vgl. Tab. 4.5. Im Gegenzug dazu wurden für die Durchgänge mit Polynomial-Allokation die Konvergenzkriterien ( $f_{tol}$  oder  $\sigma_{x,tol}$ ) stets ausgelöst, vgl. Tab. 4.6. Auch war die Anzahl der durchschnittlich benötigten Evaluationen und damit die benötigte Gesamlaufzeit hier überwiegend geringer.

Je nach Konvergenzverhalten ergaben sich also sehr verschiedene Laufzeiten in einem Bereich von ca. 70 bis 200 Minuten. Das typische Verhalten des Variablenvektors ( $\mathbf{x}$ ), sowie das des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes während eines Optimierungsdurchgangs für  $c_{A,opt} = 0.4$  (*direkte Ansteuerung*) ist in Abb. 4.22 und Abb. 4.23 dargestellt.

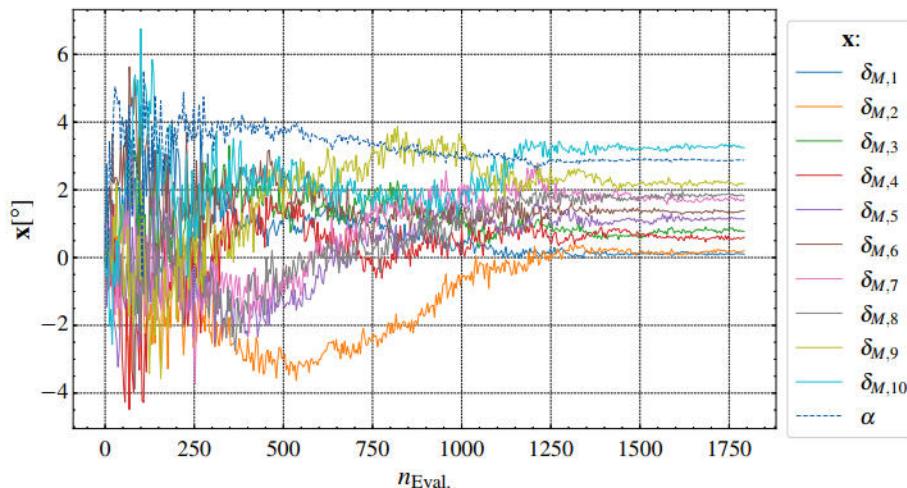
**Tabelle 4.5.:** Optimierung mittels *direkter Allokation*

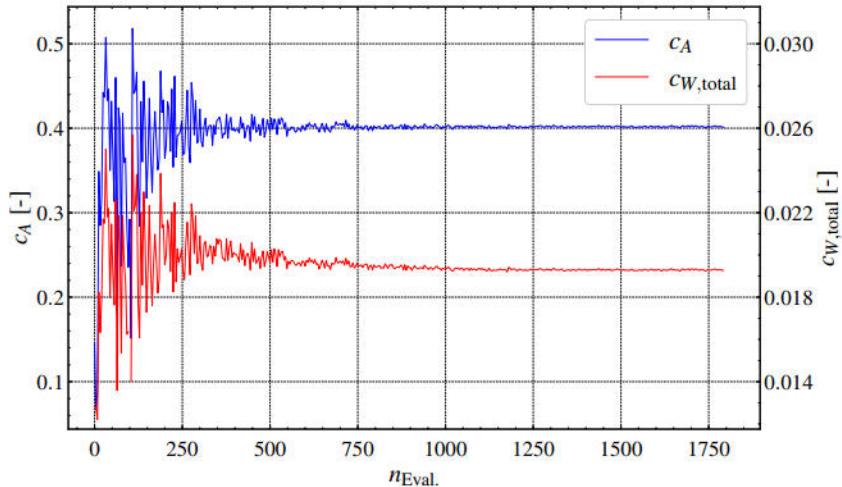
$c_{A,opt} [-]$	Evaluationen	Zeit [min]	Abbruchkriterium
0.1	2800	194.85	$K_{max}$
0.2	2800	195.52	$K_{max}$
0.4	1793	125.87	$\Delta f < f_{tol}$
0.6	1761	123.62	$\Delta f < f_{tol}$
0.8	2800	192.12	$K_{max}$
1.0	2800	197.82	$K_{max}$
1.2	2800	191.13	$K_{max}$

**Tabelle 4.6.:** Optimierung mittels *polynomialer Allokation*

$c_{A,opt} [-]$	Evaluationen	Zeit [min]	Abbruchkriterium
0.1	961	68.87	$\sigma(\mathbf{x}) < \sigma_{x,tol}$
0.2	1769	130.08	$\sigma(\mathbf{x}) < \sigma_{x,tol}$
0.4	1897	139.25	$\Delta f < f_{tol}$
0.6	2169	155.18	$\Delta f < f_{tol}$
0.8	1929	141.57	$\Delta f < f_{tol}$
1.0	1713	127.53	$\Delta f < f_{tol}$
1.2	953	68.85	$\Delta f < f_{tol}$

Interessant ist hierbei, dass die Konvergenz der Beiwerte schon recht "früh" erfolgt, ca. ab der Hälfte der Gesamt-Evaluationen, wohingegen für die Servoausschläge und den Anstellwinkel erst später, ungefähr im letzten Drittel des Optimierungsprozesses, konvergentes Verhalten auszumachen ist. Dies steht im Einklang mit der vorherigen Beobachtung, dass die Sensitivität der Zielfunktion (bzw. des induzierten Widerstands) bezüglich der Ausschläge wohl nicht für alle Servo-Sektionen gleichermaßen ausgeprägt ist und zum Teil sehr unterschiedlich aussehende Optimal-Verteilungen näherungsweise dieselbe Reduktion des Gesamtwiderstands bewirken, vgl. Abb.4.20.


**Abbildung 4.22.:** Konvergenz-Verhalten der Variablen ( $c_{A,opt} = 0.4$ ; direkte Allokation)



**Abbildung 4.23.:** Konvergenz-Verhalten von Auftriebs- und Widerstandsbeiwert ( $c_{A,opt} = 0.4$ ; direkte Allokation)

#### 4.3.5. Validierung

Im folgenden Abschnitt soll nun eine Validierung der zuvor im Rahmen der Offline-Optimierung mittels VLM-Verfahren gefundenen Flügelkonfigurationen stattfinden, wofür entsprechende CFD-Rechnungen (*TAU*) durchgeführt und deren Lösungen als Referenz herangezogen werden. Der Übersichtlichkeit halber werden nachfolgend nur die Optimal-Konfigurationen bezüglich der *direkten* Servo-Allokation betrachtet. Da hier die gefundenen Ausschlagsverteilungen zum Teil sehr ungleichmäßig aussehen, vgl. Abb. 4.17, könnte so auch beurteilt werden, ob sich dadurch etwaige sekundäre Effekte ergeben, die sich in einer Widerstandsreduktion oder -erhöhung äußern, welche mit dem VLM-Verfahren nicht erfasst werden können.

#### Deformierte CFD-Geometrie

Zur Erzeugung der deformierten Flügelgeometrien wurden die Optimal-Verteilungen der Ausschläge des isolierten Flügels wieder auf das initiale parametrische Flügelmodell (vgl. Kap. 3.1.1) zurück übertragen, wobei für letzteres ebenfalls eine Anpassung der Flügelspitze zur Trapez-Form (entsprechend der degenerierten AVL-Geometrie, vgl. Abb. 3.10) erfolgt ist, sodass eine bestmögliche Vergleichbarkeit mit der mittels VLM-Methode prognostizierten Widerstandsminderung gegeben ist. Die resultierende deformierte CFD-Geometrie der optimierten Konfiguration für einen Ziel-Auftriebsbeiwert  $c_{A,opt} = c_{A,ref} = 0.4$  ist beispielhaft in Abb. 4.24 zu sehen. Hier wird die tatsächliche, dreidimensionale Gestalt der Verformungen ersichtlich, wobei die vertikale Verschiebung der Hinterkante entlang der Spannweite tendenziell größer wird und in der Flügel spitzen-Region ca. 15 mm beträgt.

Um die Vergleichbarkeit zwischen der Basis-Konfiguration und den einzelnen optimierten Konfigurationen bestmöglich zu gewährleisten, wurden diese jeweils unter Vorgabe der entsprechenden Ziel-Auftriebsbeiwerte  $c_{A,opt}$  simuliert, wobei der CFD-Strömungslöser (*TAU*) iterativ den

Anstellwinkel so lange verändert bis der gewünschte Auftriebsbeiwert erreicht ist. Die Randbedingungen der CFD-Simulationen sowie die Rechendomäne (Dimensionen etc.) sind identisch zur Betrachtung der Aerodynamik des undeforinierten Flügels zu Beginn des Kapitels, vgl. Kap. 4.1. ( $Ma_\infty = 0.108$ ,  $Re = 1.203 \times 10^6$ )

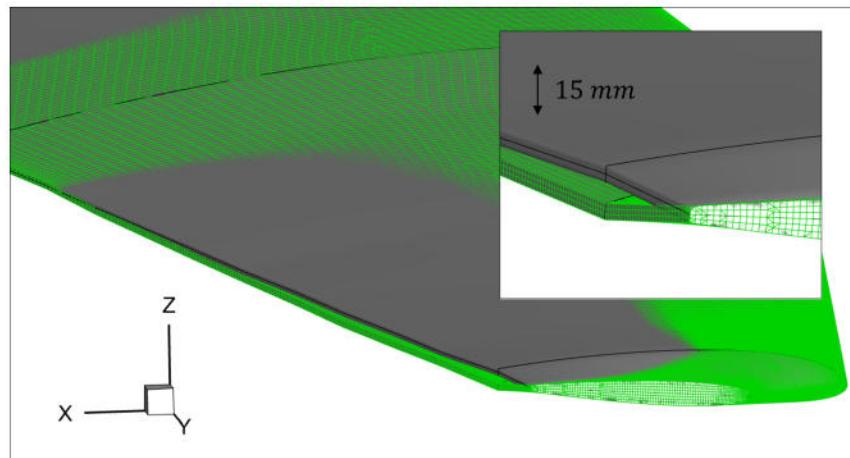


Abbildung 4.24.: Deformierte CFD-Geometrie (grün) im Vergleich zum Basis-Flügel (grau) [Konfiguration:  $c_{A,opt} = 0.4$ , 'direkt']

### CFD-Ergebnisse

Analog zur Auswertung der VLM-Ergebnisse sind hier die Widerstandsbeiwerte der einzelnen Optimal-Konfigurationen über der Widerstandspolare der Basis-Konfiguration aufgetragen, vgl. Abb. 4.25. Es ergeben sich ähnliche Tendenzen wie bei den vorhergehenden VLM-Untersuchungen, insofern als, dass die resultierenden Widerstandsbeiwerte der optimierten Konfigurationen durchwegs reduziert sind. Die absoluten Zahlenwerte, sowohl von der Basis- als auch Optimal-Konfiguration pro Ziel-Auftrieb sind in Tab. 4.7 verzeichnet.

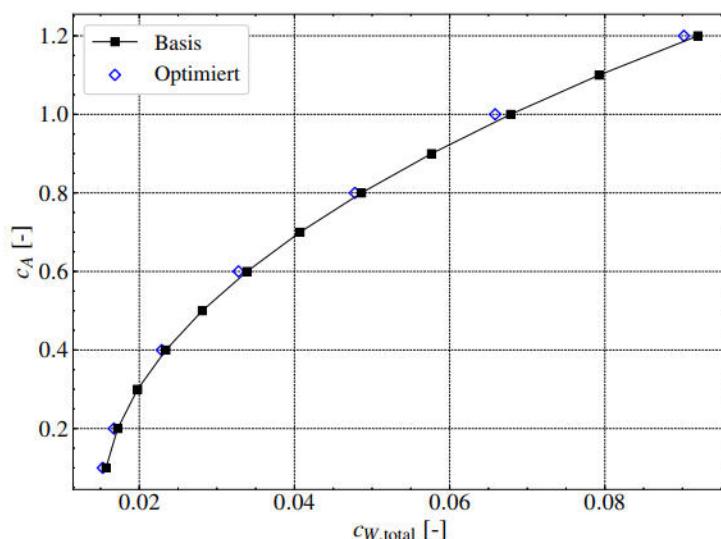


Abbildung 4.25.: Widerstandsbeiwerte der Optimal-Konfigurationen in Abhängigkeit des jeweiligen Ziel-Auftriebsbeiwertes  $c_{A,opt}$  (TAU-Lösung)

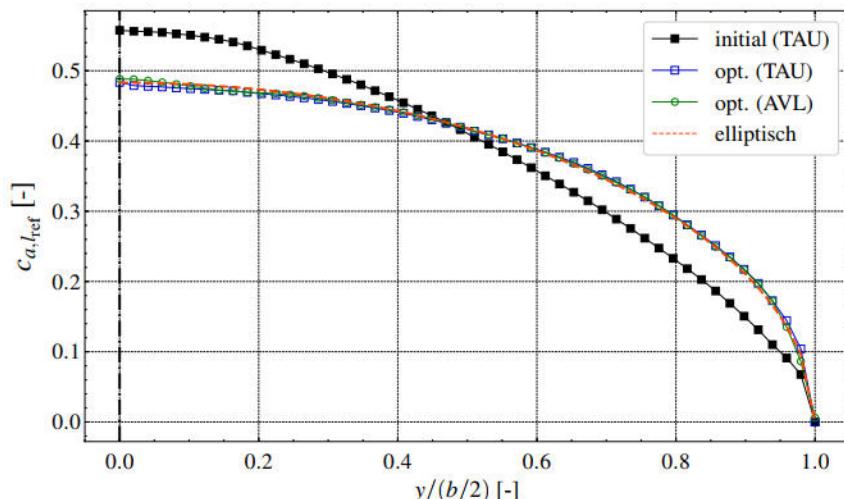
Hieraus geht auch hervor, dass die gefundenen Anstellwinkel der CFD-Lösungen sehr ähnlich zu den im Zuge der VLM-basierten Optimierung ermittelten optimalen Anstellwinkel sind, vgl. Tab. 4.4.

Das Verhalten der resultierenden Spannweiten-Effizienzen der verschiedenen Konfigurationen  $e(c_{A,opt})$  kann hier nicht direkt dargestellt werden (wie im Falle der VLM-Untersuchung zuvor, vgl. Abb. 4.20), da sich der dafür benötigte induzierte Widerstandsanteil nicht aus dem Gesamtwiderstand der CFD-Lösung extrahieren lässt, vgl. Abs. 2.1.2.

**Tabelle 4.7.:** Widerstandsbeiwerte und -reduktionen der CFD-Lösungen

$c_A$	$\alpha_{opt}$ [°]		$c_{W,\text{total}}$ [dcts]		$\Delta c_{W,\text{total}}$ [dcts %]	
	Basis	Opt.	Basis	Opt.	TAU (AVL)	TAU (AVL)
0.1	0.45	-0.42	157.1	152.9	-4.2 (-3.6)	-2.60 (-2.93)
0.2	1.68	0.57	172.1	167.2	-4.9 (-3.8)	-2.83 (-2.75)
0.4	4.16	2.83	234.2	228.9	-5.3 (-4.3)	-2.22 (-2.20)
0.6	6.65	5.03	338.8	327.8	-11.0 (-5.1)	-3.24 (-1.71)
0.8	9.18	6.04	486.3	477.8	-8.5 (-6.7)	-1.74 (-1.54)
1.0	11.76	9.28	678.5	658.4	-20.1 (-8.2)	-2.96 (-1.34)
1.2	14.46	9.80	919.8	901.9	-17.9 (-15.4)	-1.95 (-1.66)

Bei Betrachtung der Auftriebsverteilung der CFD-Lösung (TAU) im Referenz-Auftriebsbeiwert ( $c_{A,opt} = 0.4$ ) entspricht diese, wie zu erwarten, nun ebenso der *elliptischen* Ideal-Verteilung, vgl. Abb. 4.26. Zudem sind kaum Abweichungen zu der Auftriebsverteilung der entsprechenden VLM-Lösung (AVL) zu erkennen, womit die zuvor beobachtete gute Übereinstimmung der gefundenen Anstellwinkel beider Verfahren begründet werden kann. Die Oberflächenverläufe der Druckbeiwerte der CFD-Lösung lassen ebenso - wenn auch nur schwer ersichtlich - den Einfluss der optimierten Ausschlagsverteilungen erkennen, vgl. Abb. A.1 bis Abb. A.7 in Abs. A.2. Hier sind die signifikanten Unterschiede des Anstellwinkels maßgeblich für die Veränderung der jeweiligen Druckverteilungen verantwortlich, sodass der konkrete Effekt der lokalen Flügeldeformationen nur unscheinbar zur Geltung kommt.



**Abbildung 4.26.:** Optimierte Auftriebsverteilungen für den Referenz-Flugzustand  $c_{A,opt} = 0.4$  ( $Ma_\infty = 0.108$ ,  $Re_\infty = 1.203 \times 10^6$ )

Vergleicht man die Widerstandsreduktion, die sich aus der Analyse der Optimal-Konfigurationen mithilfe der beiden Verfahren ergeben, fällt auf, dass die *absoluten* Differenzen im Falle der CFD-Lösung stets größer ausfallen, vgl. Abb. 4.27 (a). Auch hier ergibt sich die Tendenz einer vergrößerten Abnahme des absoluten Widerstandsbeiwertes mit zunehmenden Auftrieb. Vor allem für die auf größere Zielauftriebsbeiwerte optimierten Konfigurationen ( $c_{A,opt} > 0.4$ ) sind die Unterschiede in den vorhergesagten Widerstandsreduktionen der beiden Verfahren signifikant. Im Falle der optimierten Varianten für die Ziel-Auftriebsbeiwerte  $c_{A,opt} = 0.6$  und  $c_{A,opt} = 1.0$  sind die aus der CFD-Analyse hervorgehenden Reduktionen sogar mehr als doppelt so groß wie die mittels VLM berechneten.

Bei Betrachtung der *relativen* Widerstandsveränderungen in Abb. 4.27 (b) ergeben sich ähnliche Unterschiede zwischen den beiden Verfahren. Für die in der VLM berechneten Konfigurationen findet mit größer werdendem Ziel-Auftriebsbeiwert eine generelle Abnahme der prozentualen Widerstandsreduktion statt, wohingegen dieser eindeutige Trend bei den CFD-Werten nicht zu erkennen ist. Interessanterweise stimmt die *relative* Widerstandsänderung der Optimal-Konfiguration für  $c_{A,opt} = c_{A,ref} = 0.4$  in der VLM-Lösung nahezu exakt mit dem Wert der CFD-Lösung überein, was damit begründet sein könnte, dass die Flügelgeometrie des VLM-Modells entsprechend der Auftriebsverteilung im Referenz-Auftriebsbeiwert kalibriert wurde, vgl. Abs. 4.1.2.

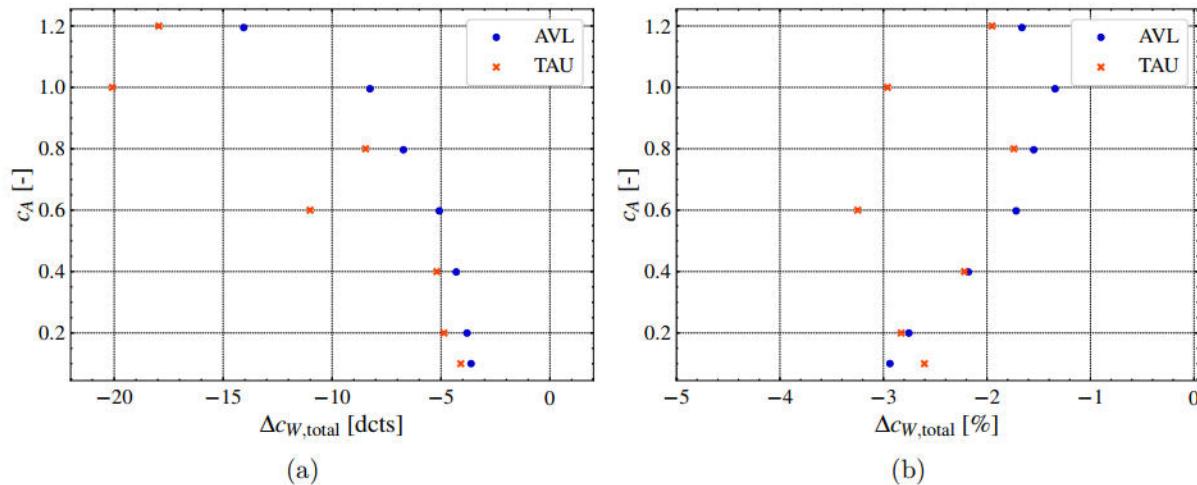
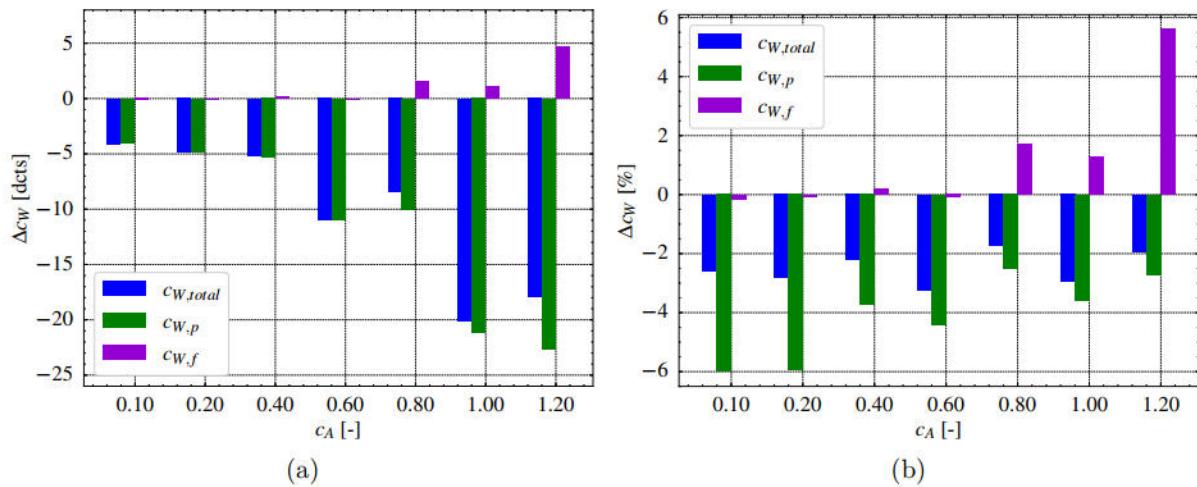


Abbildung 4.27.: Vergleich der ermittelten *absoluten* (a) und *relativen* (b) Reduktionen des Gesamt-widerstands

Die geschilderten Abweichungen der Ergebnisse der beiden Methoden legt die Vermutung nahe, dass in der CFD-Simulation Effekte abgebildet werden, welche so in der implementierten VLM-Modellierung nicht berücksichtigt werden können. Um möglicherweise weitere Erklärungsansätze hierfür zu finden, wird im nächsten Schritt die Dekomposition des Gesamtwiderstands (bzw. dessen Reduktion) in Druck- und Reibungsanteil betrachtet; ähnlich wie es zuvor in Kap. 4.1 schon für den *undefinierten* Flügel bei variablem Anstellwinkel demonstriert wurde.

Wie man in Abb. 4.28 erkennen kann, ist die Reduktion des Gesamtwiderstandes maßgeblich durch die Verringerung des Druckwiderstandes bestimmt. Für geringe Ziel-Auftriebsbeiwerte

tritt näherungsweise keine Veränderung im Reibungsanteil auf. Bei höheren  $c_{A,opt}$  nimmt der Reibungsanteil dagegen zu, wobei dessen Veränderung im Betrag durchwegs deutlich geringer ist als die des Druckanteils. Bei Betrachtung der *relativen* Veränderungen der Widerstandsanteile in Abb.4.28(b) lässt sich erkennen, dass die prozentuale Veränderung des Gesamtwiderstands für geringe Auftriebsbeiwerte deutlich geringer als die des Druckanteils ist, da der Gesamtwiderstand hier zu einem großen Teil auch durch den viskosen Profilwiderstand (bzw. dessen Reibungsanteil) bestimmt ist, vgl. Abb.4.5. Auch wenn bei großen Auftriebsbeiwerten die relative Zunahme des Reibungsanteils deutlicher wird, ist das Vorzeichen der relativen Veränderung des Gesamtwiderstands stets durch den Druckwiderstandsanteil bestimmt, da dieser nun den Großteil des Gesamtwiderstands ausmacht.



**Abbildung 4.28.:** Dekomposition der Widerstandsreduktion in Druck- und Reibungsanteile (a: absolut; b: prozentual)

Unter der Annahme, dass die Reduktion des induzierten Widerstandes sich ausschließlich bzw. vollständig in einer Verringerung des Druckanteils äußert, kann also geschlussfolgert werden, dass die optimierten Verteilungen der Servoausschläge eine Verringerung weiterer Druckwiderstandsanteile bewirkt, welche nicht mit dem VLM-Modell bzw. der entsprechend korrigierten Variante erfasst werden kann. Der genaue Mechanismus bzw. die Mechanismen, die für diesen Umstand verantwortlich sind, konnten noch nicht erklärt werden, jedoch könnte die Bildung von komplexeren Wirbelstrukturen durch die zum Teil unstetigen Ausschlagsverteilungen der optimierten Konfigurationen eine plausible Erklärung darstellen. So ist beispielsweise für die beiden Konfigurationen mit der größten Abweichung ( $c_{A,opt} = 0.6$  und  $1.0$ ) ein tendenziell ähnlich markanter Verlauf der Ausschlagsverteilung v.a. im Flügelinnernbereich (Servo 1 bis 4, vgl. Abb.4.17) zu erkennen, was schließen lässt, dass hier ein Effekt ausgelöst wird, welcher verstärkend den Druckwiderstand reduziert. Das beobachtete Verhalten sollte im Zuge weiterführender CFD-Untersuchungen und Validierungs-Betrachtungen berücksichtigt werden.

Mit den erhaltenen Ergebnissen der Optimierung kann abschließend eine überschlägige Prognose für die zu erwartende Widerstandsreduktion hinsichtlich der *Gesamt*-Konfiguration getroffen werden. Vergegenwärtigt man sich die Verteilung des Gesamtwiderstands auf die jeweiligen Komponenten, vgl. Abb.4.10, kann abgeschätzt werden, dass der Widerstandsanteil des unde-

formierten Flügels im Referenz-Zustand (Reiseflug mit  $c_{A,total} = 0.4$ ) ca. 30 % des Gesamtwiderstandes ausmacht. Unter der Annahme, dass sich der Flügelanteil bei Beaufschlagung der entsprechenden optimalen Ausschlagsverteilung im gleichen Maße ändert, wie der Widerstand des isoliert betrachteten Flügels ( $\sim 2.2\%$ , vgl. Tab.4.7), wäre nur noch mit einer deutlich abgeminderten Reduktion von etwa 0.66 % zu rechnen. Für größere Auftriebsbeiwerte, z.B.  $c_{A,total} = 1.0$ , in denen der Flügel einen etwas größeren Anteil des Gesamtwiderstands ausmacht (ca. 40%) und wo (in der isolierten Betrachtung) ein etwas gesteigertes Potenzial der Widerstandsreduktionen zu beobachten ist ( $\sim 3.0\%$  vgl. Tab.4.7), ließe sich so eine Reduktion des Gesamtwiderstandes um ca. 1.2 % abschätzen.

In den aufgezeigten Schätzungen wird idealisiert angenommen, dass die durch die Rumpfwirkung veränderte Flügel-Auftriebsverteilung (vgl. Abb.4.7) ebenso wie bei der isolierten Betrachtung mithilfe entsprechend angepasster Ausschläge hin zu einer optimierten, elliptischen Verteilung modifiziert werden kann. Der unmittelbare Einfluss der veränderten Flügelauftriebsverteilung auf den Widerstandsanteil des Rumpfes wird hierbei als vernachlässigbar angesehen. Jedoch kann davon ausgegangen werden, dass sich der Rumpfwiderstand tendenziell auch verändern wird, da die Veränderung der Auftriebsverteilung hin zu einer elliptischen Form erwartungsgemäß mit einer Verringerung des notwendigen Anstellwinkels einhergeht (vgl. Tab.4.7), was nach Abb.4.10 (b) und Tab.4.2 eine Reduktion des relativen Rumpfwiderstandsbeitrag zur Folge hat (für kleine Anstellwinkel  $\alpha < 4^\circ$ ). Des Weiteren ist der Einfluss der optimierten Flügelkonfigurationen hinsichtlich des Trimmwiderstandes <sup>9</sup> unklar, welcher bisher noch nicht in den Optimierungs-Betrachtungen berücksichtigt worden ist, da hierfür die Einbindung des Höhenleitwerks bzw. des Höhenruders als zusätzliche Variable in den Optimierungsprozess notwendig ist. Je nach Verhalten der gefundenen Optimal-Ausschläge bezüglich des resultierende Nickmoments des Flügelanteils, könnte sich die Formvariabilität begünstigend oder ungünstig auf den Trimmwiderstand auswirken, vgl. [67].

<sup>9</sup>Widerstandsanteil, welcher durch Einhaltung der Trimmbedingung ( $c_{M_y} = 0$ ) "entsteht".

## 4.4. Diskussion

Mit den im vorhergehenden präsentierten Ergebnissen konnten die wesentlichen positiven Effekte der Formvariabilität sowohl in der zwei-dimensionalen als auch in der drei-dimensionalen Betrachtung herausgestellt werden. Bei Untersuchung des Einflusses der Formvariabilität auf die Charakteristiken der ebenen Profilaerodynamik wurde nachgewiesen, dass das formvariable Profil des untersuchten Demonstrator-Tragflügels im Vergleich zum äquivalenten, konventionellen Klappenprofil eine durchwegs verbesserte aerodynamische Effizienz aufweist. Bei konkreter Betrachtung des Auftriebsverhaltens des formvariablen Profils hat sich herausgestellt, dass die Ruderwirkung dessen zudem wesentlich von der Definition der Ausschlagsgröße abhängt. So ist diese bei vergleichbarem Ausschlagswinkel (also *Äquivalenter Klappenwinkel*) für das konventionelle Klappenprofil zunächst deutlich größer, wobei sich die Verhältnisse mit zunehmendem Ausschlagswinkel umkehren.

In [25] wurden ähnliche Untersuchungen durchgeführt, jedoch ohne Festlegung von äquivalenten Vergleichsgrößen; stattdessen wurde von vorneherein (bedingt durch die spezielle mechanische Umsetzung der Formvariabilität) die Wölbung des Ausgangsprofils variiert. Dabei zeigte sich ebenfalls, dass für eine vergleichbare Auftriebserhöhung durch kleine Klappenausschläge zunächst relativ große Änderungen in der Wölbung des formvariablen Profils notwendig sind. Der dabei entstehende Profilwiderstand ist auch hier wesentlich geringer und die resultierende aerodynamische Effizienz dementsprechend deutlich verbessert.

In [28] wurden verschiedene formvariable Profil-Konfigurationen mit 2D-RANS CFD Verfahren hinsichtlich ihrer Ruderwirkung untersucht. Auch hier erzielte das äquivalente konventionelle Klappenprofil den höchsten Wert, wobei im Allgemeinen eine große Übereinstimmung zwischen den theoretischen (*Skelettheorie*) und numerisch berechneten Werten festgestellt werden konnte.

Die Berücksichtigung von entsprechenden Ergebnissen aus 2D-RANS Simulationen ist auch für die Weiterentwicklung des in dieser Arbeit implementierten Aerodynamik-Modells von Interesse, da hier präzisere Vorhersagen bezüglich Transition und Ablöseerscheinungen, vor allem bei höheren Anstellwinkeln und größeren Deformationen, zu erwarten sind. Dies ist besonders wichtig, wenn Aussagen zum Verhalten des formvariablen Tragflügels in Hochauftriebskonfigurationen oder bei kritischen Flugzuständen nahe des Strömungsabrisses getroffen werden müssen. Damit einhergehend ist eine genauere Geometrie-Modellierung der deformierten Profilkontur erstrebenswert, wobei durch ein höherwertiges parametrisches Modell (z.b. mithilfe von *B-Splines* (vgl. [54]) oder der *CST*-Methode (vgl. [31])) eine verbesserte Konturtreue im Vergleich zum hier verwendeten *ein-parametrischen* Ersatzmodell zu erwarten ist. Herausfordernd wird es jedoch sein die dabei benötigte Vielzahl an Parametern pro Sektion in Einklang mit einer geeigneten, spannweitigen Stell-Allokation zu bringen; vor allem im Hinblick auf die Verwendung des Aerodynamik-Modells im Kontext der Entwicklung spezifischer Flugregelung.

Bei Untersuchung der drei-dimensionalen Formvariabilität im Zuge einer Offline-Optimierung des Tragflügels konnten ebenfalls die zu erwartenden Verbesserungen hinsichtlich der aerodynamischen Effizienz nachgewiesen werden. Dabei führten die erhaltenen Optimal-Konfigurationen

des isolierten Tragflügels unter Berücksichtigung des VLM-basierten Aerodynamik-Modells auch durchwegs zu einem minimierten Widerstandsverhalten der korrespondierenden CFD-Lösungen. Die dabei gefundenen Optimierungsergebnisse bzw. Widerstandsreduktionen bewegen sich in einer ähnlichen Größenordnung wie der Großteil der Ergebnisse aus vergleichbaren Veröffentlichungen, vgl. u.a. [29] [67] [65]. Jedoch sollte bedacht werden, dass diese sich fast ausschließlich auf konventionelle Konfigurationen (d.h. Tragflügel mit hoher Streckung, schlanker Rumpf) beziehen, wobei vor allem auch signifikante aeroelastische Effekte in den Vordergrund rücken. Da hier üblicherweise transsonische Fluggeschwindigkeiten vorliegen, ergeben sich daraus zusätzlich abweichende Randbedingungen.

Neben der Minimierung des Gesamtwiderstandes, wurden im Rahmen dieser Arbeit auch noch weitere Optimierungen unter Verwendung anderer Zielfunktionen wie etwa der Spannweiten-Effizienz (d.h.  $\min(1 - e)$ ) oder des isolierten induzierten Widerstandes (d.h.  $\min(c_{W_i})$ ) untersucht. Die dabei gefundenen Konfigurationen unterscheiden sich jedoch nur unwesentlich von den zuvor gezeigten Optimal-Konfigurationen, da der induzierte Widerstand jeweils in allen Fällen der dominierende Faktor ist (vgl. Abb. 4.21). Im Falle der Spannweiten-Effizienz als Kostenfunktion ergibt sich begünstigend, dass keine zusätzliche Randbedingung hinsichtlich des Auftriebs in Form einer modifizierten Zielfunktion (vgl. Abs. 4.3.2) integriert werden muss, um ein stabiles Optimierungsverhalten zu erhalten, da dieser definitionsgemäß bereits in der Spannweiten-Effizienz enthalten ist. Ein tendenziell divergierendes Optimierungsverhalten zeigte sich bei Verwendung der beiden verschiedenen Varianten des induzierten Widerstandes der VLM (*Oberflächen-Integration* und *Fernfeld-Methode*, vgl. Abs. 3.2.1) als Kostenfunktion; gerade für höhere Auftriebsbeiwerte führte eine Minimierung des Oberflächen-integrierten Widerstandsbeiwerts zu einer geringeren Reduktion bzw. sogar zur Erhöhung des Fernfeld-Widerstandsbeiwertes und umgekehrt.

Darüber hinaus wurden auch andere nicht-genetische Optimierungs-Verfahren, wie z.B. der *BOBYQA*<sup>10</sup>-Algorithmus oder eine einfache *Newton-Methode* getestet, die jedoch jeweils das globale Optimum (der CMAES-Optimierung als Referenz) nicht erreichen konnten. Für das Anwenden der Newton-Methode war zudem eine Ersatzmodellierung des VLM Aerodynamik-Modells mithilfe eines gewöhnlichen *Least-Square*-Ansatzes notwendig. Dabei ergab sich zwar eine generell gute Übereinstimmung mit dem originalen VLM-Modell, jedoch musste diese hinsichtlich des induzierten Widerstandes in Anbetracht der zu erwartenden Widerstandsreduktionen trotzdem als unzureichend eingestuft werden. Für die zukünftige Untersuchung effizienterer Optimierungsverfahren sollten daher die erhaltenen Konfigurationen der CMAES-Optimierungen bis auf Weiteres als globale Referenz-Lösungen betrachtet werden.

In Konsequenz zur Optimierung des isolierten Tragflügels, empfiehlt es sich in weiterführenden Studien die Widerstandsoptimierung der Gesamt-Konfiguration unter Berücksichtigung der Trimmanforderung ( $c_M = 0$ ) durchzuführen. Hierbei wäre ein weiterer interessanter Aspekt zu untersuchen, wie sich die optimierte Konfigurationen hinsichtlich der Verteilung der Auftriebs- und Widerstandsanteile auf die einzelnen Komponenten auswirkt, vgl. [67]. Mit dem bisherigen

---

<sup>10</sup>derivativ-freier Optimierungs-Algorithmus, welcher auf iterativer *quadratischer* Approximation der Zielfunktion basiert, vgl. [45]

Modellierungsansatz ist es jedoch zweifelhaft, inwiefern valide Aussagen hierzu getroffen werden können, da aufgrund der fixierten Nachlaufmodellierung der genutzten VLM-Methode die Interaktion zwischen Flügel und Heckleitwerk bzw. das resultierende Nickmomentenverhalten nur bedingt physikalisch korrekt berücksichtigt werden kann. Darüber hinaus bedarf es einer Abbildung des stark nicht-linearen Einflusses der Rumpfaerodynamik, insbesondere der Rumpfwirkung auf die Tragflächenströmung. Durch die komplexe Rumpfgeometrie des Demonstrator-Vehikels erscheint eine physikalische Nachbildung dessen innerhalb der VLM-Modellierung jedoch nicht trivial, da hierfür zumeist schlanke, stromlinienförmige Körper (‘*slender bodies*’) vorausgesetzt werden, vgl. [14]. Ein vielversprechender Ansatz, um die angesprochenen Unzulänglichkeiten des standardmäßigen VLM-Verfahrens zu kompensieren, stellen entsprechend datenbasierte Ersatzmodelle (Surrogat-Modellierung) dar. Hierbei würde die ”einfache“ VLM-Methode als Trend-Funktion herangezogen werden und mit vereinzelten, sinnvoll gewählten Ergebnissen höherwertiger CFD-Lösungen ”verfeinert“ werden (→ *Multi-/Variable-Fidelity Surrogate*), vgl. [39], [10]. Ein weiterer Vorteil dabei ist, dass das entstehende Ersatzmodell selbst gegenüber dem vergleichsweise effizienten VLM-Verfahren mutmaßlich eine nochmals deutlich reduzierte Evaluationszeit aufweisen würde. Dadurch ließen sich nicht nur Optimierungsstudien – insbesondere unter Verwendung evolutionärer Algorithmen – erheblich beschleunigen, sondern auch flugdynamische Simulationen insgesamt schneller durchführen. Letzteres ist besonders für die künftigen *Reinforcement Learning*-Trainings essenziell wichtig, da hier – je nach Anwendungsfall – eine sehr hohe Anzahl an Evaluationen (Größenordnung: ca.  $1 \times 10^6$ ) zu erwarten ist.

## 5. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein Modell zur Abbildung der speziellen Aerodynamik der formvariablen Tragfläche des Proteus Demonstrator entwickelt. Mit der entstandenen aerodynamischen Modellierung können künftig Simulationen innerhalb der PyFDM-Flugsimulationsumgebung sowie RL-Trainings für die Entwicklung KI-gestützter Regelungsverfahren im Rahmen des *morphAIR* Projekts durchgeführt werden.

Da das verwendete Potentialströmungsverfahren einer parametrischen Geometriebeschreibung bedarf, musste die vorliegende CAD-Geometrie des Proteus Demonstrators zunächst in eine parametrisierte Form überführt werden. Die ebenfalls parametrische Beschreibung der deformierten Profilgeometrie erfolgt in Anlehnung an die tatsächliche mechanische Umsetzung der formvariablen Tragflügel-Sektionen. Dafür wurde eine Ersatz-Kinematik erstellt, welche auf einer modifizierten NACA-4 Systematik beruht, wobei die deformierte Skeletlinie über einen quadratischen *Spline* approximiert wird. Zur Modellierung der Formvariabilität in der dreidimensionalen Tragflügel-Betrachtung müssen ebenso strukturelle Randbedingungen aus der mechanischen Umsetzung des formvariablen Flügels berücksichtigt werden. In diesem Zuge wurden verschiedene Arten der Allokation der Servoausschläge in Spannweiten-Richtung definiert. Das eigentliche Aerodynamik-Modul besteht aus einer eigenständigen Python-Klasse, worin zur Berechnung der Kräfte und Momente das verbreitete VLM-Programm *AVL* integriert wurde. Die verformte Flügel-Geometrie wird hierbei über lineare Interpolation der Skeletlinien der vorgegebenen deformierten Profil-Sektionen entlang der Spannweite erzeugt. Zur Berücksichtigung des Einflusses der Formvariabilität auf den Profilwiderstand wurde eine Korrektur-Routine implementiert, worin zunächst mithilfe eines 2D-Panelverfahrens Widerstandspolen für verschiedene deformierte Profile im Voraus berechnet werden. Für jede VLM-Berechnung wird dann der Profilwiderstand pro Sektion aus gegebenem lokalen Auftriebsbeiwert und der örtlichen Profildeformation in den verfügbaren Stützpolaren interpoliert und entlang der Spannweite integriert.

Im Rahmen einer Gitterkonvergenzstudie wurde schließlich der Einfluss verschiedener Gitter- bzw. Netzparameter auf die Genauigkeit und Rechenzeit der VLM-Lösung untersucht. Dabei konnte festgestellt werden, dass bereits ab einer relativ geringen Elementanzahl ein asymptotisch konvergentes Verhalten in den berechneten Kräften und Momenten auszumachen ist.

Zur Bewertung der Abweichungen und Unsicherheiten der implementierten aerodynamischen Modellierung des Proteus UA wurden zunächst vergleichende Betrachtungen der aerodynamischen Charakteristiken der Längsbewegung mit entsprechenden höherwertigen CFD-Lösungen vorgenommen. Für den isolierten undeformierten Tragflügel konnte nach einer Kalibrierung der

zugrundeliegenden VLM-Geometrie eine sehr gute Übereinstimmung im Auftriebsverhalten der beiden Lösungen beobachtet werden. Das Widerstandsverhalten wird dabei ebenfalls im Trend gut erfasst, wobei jedoch für die CFD-Lösung eine Verschiebung zu insgesamt höheren Werten auszumachen ist. Bei komponentenweiser Betrachtung der Längscharakteristiken der Gesamt-Konfiguration aus der CFD-Simulation konnte jeweils ein signifikanter Einfluss des Rumpfes auf das Auftriebs-, Widerstands- und Nickmomentenverhalten festgestellt werden. Bei Unterteilung der Kräfte hinsichtlich der Vehikel-Komponenten bei variablem Anstellwinkel, zeigt sich, dass ein Großteil des Auftriebs stets auf den Flügelanteil entfällt, wohingegen ein Großteil des Gesamtwiderstandes stets dem Rumpf zuzuschreiben ist.

Zur Beurteilung der Effekte der Formvariabilität auf die Profilaerodynamik im zweidimensionalen wurden für verschieden deformierte Profilkonturen eines struktur-mechanischen Referenz-Modells (BLM) die Verläufe der charakteristischen Kenngrößen mithilfe eines 2D-Panelverfahrens berechnet. Dabei zeigte sich für größer werdende Deformationen ein zunehmend nicht-lineares Auftriebsverhalten sowie eine gesteigerte aerodynamische Effizienz bei hohen Auftriebsbeiwerten. Bei Vergleich der charakteristischen Kenngrößen mit den Lösungen des gleichsam deformierten NACA-4 Ersatzmodells ließ sich eine gute Übereinstimmung für kleine Profil-Deformationen feststellen, wobei mit zunehmender Verformung auch zunehmend Abweichungen in Erscheinung treten, welche auf geometrische Ungenauigkeiten des Ersatzmodells zurückzuführen sind. In einer Gegenüberstellung des formvariablen Profils mit einem vergleichbaren konventionellen Klappenprofil konnte gezeigt werden, dass sich das Verhalten der Kenngrößen mit variablem (äquivalentem) Ausschlag bzw. Deformation deutlich voneinander unterscheidet. Vor allem für große Ausschläge bzw. Deformationen wurde bei Betrachtung der jeweiligen Widerstandspolen ersichtlich, dass das formvariable Profil im Vergleich zum Klappenprofil durchwegs einen zum Teil signifikant geringeren Widerstand und damit eine deutlich gesteigerte aerodynamische Effizienz aufweist.

Zur Demonstration der Verwendung des Aerodynamik-Modells in zukünftigen Simulationen (z.B. Live-Optimierung des Widerstandes während des Fluges), wurde dessen Verhalten und das mögliche Potenzial der Widerstandsreduktion im Rahmen einer Offline-Optimierung untersucht. Dabei wurden in einem genetischen Optimierungsverfahren die Servoausschläge entlang der Spannweite des isolierten, formvariablen Flügels so lange variiert, bis ein Konvergenzkriterium erfüllt worden ist. Die so erhaltene Widerstandsreduktion (bezüglich des undeformierten Basisflügels) bildet sich primär in der Verringerung des induzierten Widerstandes ab, welche durch eine ideale elliptische Auftriebsverteilung hervorgerufen wird. Nur bei hohen Ziel-Auftriebsbeiwerten konnte auch eine erkennbare Beeinflussung des Profilwiderstandsanteils registriert werden. In Abhängigkeit der variablen Ziel-Auftriebsbeiwerte wurden im Allgemeinen Widerstandsreduktionen von ca. 3.6 bis 14 *dcts* erreicht. Trotz der Beobachtung deutlich unterschiedlicher spannweitiger Optimal-Verteilungen der Servoausschläge (*direkte* und *polynomiale* Servo-Allokation) konnte festgestellt werden, dass diese jeweils zu sehr ähnlichen Resultaten hinsichtlich der Effizienzsteigerung führen ( $e_{opt.} \approx 0.99$  für  $c_{A,opt.} > 0.2$ ). Im Rahmen einer abschließenden Validierung wurden die gefundenen Optimal-Konfigurationen (*direkte* Allokation) in entsprechenden CFD-

Simulationen untersucht und mit den Ergebnissen der VLM-Berechnungen verglichen. Im Falle der Optimal-Konfiguration im Referenz-Auftriebsbeiwert ( $c_A = 0.4$ ) ergibt sich eine relative Widerstandsreduktion von  $\Delta c_{W,TAU} = -2.20\%$ , welche sehr gut mit der korrespondierenden VLM-Lösung ( $\Delta c_{W,AVL} = -2.22\%$ ) übereinstimmt. Diese gute Übereinstimmung täuscht jedoch darüber hinweg, dass gerade für größere Zielauftriebsbeiwerte deutliche Abweichungen zwischen den CFD- und VLM-Lösungen zu beobachten sind. Diese gehen mutmaßlich auf dabei auftretende komplexere Strömungsmechanismen zurück, welche nicht mit der geringerwertigen VLM-Methode erfassbar sind. Dementsprechend muss geschlussfolgert werden, dass das implementierte Aerodynamik-Modell als höchstens teilweise validiert betrachtet werden kann. Aus der gefundenen Widerstandsreduktion des isolierten Tragflügels lässt sich schlussendlich eine überschlägige Prognose für die zu erwartende Widerstandsreduktion der Gesamt-Konfiguration ableiten. Unter Berücksichtigung des Widerstandsanteils des Flügels am Gesamtwiderstand (etwa 30 %) und unter Annahme einer gewissen physikalischen Übertragbarkeit, ist für die Gesamt-Konfiguration im Referenz-Fall eine Widerstandsreduktion von nur noch ca. 0.7 % zu erwarten (für höhere Auftriebsbeiwerte ca. 1.2 %).

In weiterführenden Studien soll das entwickelte Aerodynamik-Modell vor allem für Flugsimulationen zur Vorbereitung von Flugtests und für die Entwicklung KI-basierter Regelungsverfahren zur Anwendung kommen. Ein zentraler Schwerpunkt liegt zukünftig auf dem Erfassen von Modellunsicherheiten, also den Abweichungen zwischen der aerodynamischen Modellierung und dem *realen* Flugverhalten des Demonstrator-Vehikels. Hierbei ist die Durchführung von Flugtests unerlässlich, da nur durch die so erhaltenen Daten die Genauigkeit der verschiedenen Berechnungsmethoden (VLM, CFD) bewertet und ggf. validiert werden kann. Mithilfe von RL-Agenten, welche die Unsicherheiten erlernen und entsprechende Korrekturen ableiten, soll dann im Vergleich zu einer rein modellbasierten Regelung ein performanteres Regelungsergebnis erzielt werden können. Neben den klassischen flugdynamischen Regelungsaufgaben (z.B. Positions-, Raten-Regelung) ist vor allem die Optimierung der aerodynamischen Effizienz durch Reduktion des Widerstandes mittels optimierter Servoausschläge ein zentraler Aspekt der zukünftigen Untersuchungen und Entwicklungen. Dabei ist auch von Interesse, inwieweit die in dieser Arbeit prognostizierten Effizienzsteigerungen bei variablen Flugzuständen im realen Flug mithilfe eines geeigneten Regelungsverfahrens erreicht werden können.

# Literatur

- [1] Anderson, J. D. und Cadou, C. P.: *Fundamentals of aerodynamics*. Seventh edition, international student edition. McGraw-Hill series in aeronautical and aerospace engineering. New York, NY: McGraw Hill, 2024. ISBN: 1266076441.
- [2] Anibal, J.: *OptVL*. Github, 2025. URL: <https://github.com/joanibal/OptVL>.
- [3] Bartels, R. E., Stanford, B. und Waite, J.: „Performance Enhancement of the Flexible Transonic Truss-Braced Wing Aircraft Using Variable-Camber Continuous Trailing-Edge Flaps“. In: *AIAA Aviation 2019 Forum*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 6172019. ISBN: 978-1-62410-589-0. doi: [10.2514/6.2019-3160](https://doi.org/10.2514/6.2019-3160).
- [4] Beyer, Y., Ullah, J., Steen, M. u. a.: „Unsteady nonlinear lifting line model for active gust load alleviation of airplanes“. In: *CEAS Aeronautical Journal* 15(4) (2024), S. 917–932. ISSN: 1869-5590. doi: [10.1007/s13272-024-00760-8](https://doi.org/10.1007/s13272-024-00760-8). URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s13272-024-00760-8>.
- [5] Breuker, R. de, Mkhoyan, T., Nazeer, N. u. a.: „Overview of the SmartX Wing Technology Integrator“. In: *Actuators* 11(10) (2022), S. 302. ISSN: 2076-0825. doi: [10.3390/act11100302](https://doi.org/10.3390/act11100302). URL: <https://www.mdpi.com/2076-0825/11/10/302>.
- [6] Brockhaus, R., Alles, W. und Luckner, R.: *Flugregelung*. 3., neu bearb. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer, 2011. ISBN: 978-3-642-01442-0. doi: [10.1007/978-3-642-01443-7](https://doi.org/10.1007/978-3-642-01443-7).
- [7] Cantwell, B. J.: *The naca airfoil series*. Hrsg. von Brian J. Cantwell. 2013. URL: [https://web.stanford.edu/~cantwell/AA200\\_Course\\_Material/The%20NACA%20airfoil%20series.pdf](https://web.stanford.edu/~cantwell/AA200_Course_Material/The%20NACA%20airfoil%20series.pdf).
- [8] Celik, I., et. al.: „Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications“. In: *Journal of Fluids Engineering* 130(7) (2008), S. 078001. ISSN: 0098-2202. doi: [10.1115/1.2960953](https://doi.org/10.1115/1.2960953). URL: <https://asmedigitalcollection.asme.org/fluidseengineering/article/130/7/078001/444689/Procedure-for-Estimation-and-Reporting-of>.
- [9] Cumming, S. B., Smith, M. S., Ali, A. u. a.: „Aerodynamic Flight Test Results for the Adaptive Compliant Trailing Edge“. In: *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 6132016. ISBN: 978-1-62410-430-5. doi: [10.2514/6.2016-3855](https://doi.org/10.2514/6.2016-3855).

- [10] Da Ronch, A., Ghoreyshi, M. und Badcock, K. J.: „On the generation of flight dynamics aerodynamic tables by computational fluid dynamics“. In: *Progress in Aerospace Sciences* 47(8) (2011), S. 597–620. ISSN: 0376-0421. DOI: [10.1016/j.paerosci.2011.09.001](https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2011.09.001). URL: <https://eprints.soton.ac.uk/351509/>.
- [11] Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.: *TAU-Code User Guide: Release 2019.1.2*. Hrsg. von Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. Handbuch. 2020.
- [12] Drela, M.: *XFOIL*. -, 2013. URL: <https://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/>.
- [13] Drela, M.: „XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils“. In: *Low Reynolds Number Aerodynamics*. Hrsg. von Müller, T. J. Lecture Notes in Engineering. Berlin und Heidelberg: Springer, 1989, S. 1–12. ISBN: 978-3-642-84010-4. DOI: [10.1007/978-3-642-84010-4\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-84010-4_1). URL: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-84010-4\\_1](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-84010-4_1).
- [14] Drela, M., Youngren, H.: *MIT AVL User Primer: 3.36*. 2022. URL: <https://web.mit.edu/drela/Public/web/avl/>.
- [15] Eller, D. und Heinze, S.: „An Approach to Induced Drag Reduction and its Experimental Evaluation“. In: *45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 4192004. ISBN: 978-1-62410-079-6. DOI: [10.2514/6.2004-1513](https://doi.org/10.2514/6.2004-1513).
- [16] Feldwisch, J. M., Klimmek, T. und Keye, S.: „High-Fidelity Aero-Structural Optimization of the Wing Twist using the NASA Common Research Model“. In: 2018. URL: <https://elib.dlr.de/122152/>.
- [17] Ferrier, Y., Nguyen, N. T. und Ting, E.: „Real-Time Adaptive Least-Squares Drag Minimization for Performance Adaptive Aeroelastic Wing“. In: *34th AIAA Applied Aerodynamics Conference 2016*. DOI: [10.2514/6.2016-3567](https://doi.org/10.2514/6.2016-3567).
- [18] Ferziger, J. H., Perić, M. und Street, R. L.: *Numerische Strömungsmechanik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2020. ISBN: 978-3-662-46543-1. DOI: [10.1007/978-3-662-46544-8](https://doi.org/10.1007/978-3-662-46544-8).
- [19] Frank, K., Goetz, B. und Sven, S.: „An Efficient Methodology for Using a Multi-Objective Evolutionary Algorithm for Winglet Design“. In: *Technical Soaring* 37(3) (2013), S. 45–56. URL: <https://journals.sfu.ca/ts/index.php/ts/article/view/452>.
- [20] Geisbauer, S.: „Methoden zur Widerstandsbestimmung: Ergänzung zur Vorlesung Konfigurationsaerodynamik“. Braunschweig, 17.12.2020.
- [21] Goitia, H. und Llamas, R.: „Nonlinear vortex lattice method for stall prediction“. In: *MATEC Web of Conferences* 304 (2019), S. 02006. ISSN: 2261-236X. DOI: [10.1051/matecconf/201930402006](https://doi.org/10.1051/matecconf/201930402006).
- [22] Haines, A. B.: *Scale effects on aircraft and weapon aerodynamics: = Les effets d'echelles et l'aérodynamique des aéronefs et des systèmes d'armes*. Bd. 323. AGARDograph. Neuilly sur Seine, France: North Atlantic Treaty Organization, Advisory Group for Aerospace Research & Development, 1994. ISBN: 9283507541.

- [23] Hansen, N.: *The CMA Evolution Strategy: A Tutorial*. URL: <https://arxiv.org/pdf/1604.00772.pdf>.
- [24] Heinze, W.: „Entwerfen von Verkehrsluftzeugen: Vorlesungsmanuskript“. Braunschweig, 8/2012.
- [25] Joo, J. J., Marks, C. R., Zientarski, L. u. a.: „Variable Camber Compliant Wing - Design“. In: *23rd AIAA/AHS Adaptive Structures Conference 2015*. Red Hook, NY: Curran, 2015. ISBN: 978-1-62410-346-9. DOI: [10.2514/6.2015-1050](https://doi.org/10.2514/6.2015-1050).
- [26] Kalitzin, G., Medic, G., Iaccarino, G. u. a.: „Near-wall behavior of RANS turbulence models and implications for wall functions“. In: *Journal of Computational Physics* 204(1) (2005), S. 265–291. ISSN: 0021-9991. DOI: [10.1016/j.jcp.2004.10.018](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2004.10.018). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999104004164>.
- [27] Katz, J. und Plotkin, A.: *Low-speed aerodynamics*. 2. ed. Bd. 13. Cambridge aerospace series. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2001. ISBN: 9780521665520. DOI: [031270](https://doi.org/10.1017/CBO9780511541270). URL: <https://www.cambridge.org/core/books/lowspeed-aerodynamics/077FAF851C4582F1B7593809752C44AE>.
- [28] Kaul, U. K. und Nguyen, N. T.: „Drag Optimization Study of Variable Camber Continuous Trailing Edge Flap (VCCTEF) Using OVERFLOW“. In: *32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 6162014. ISBN: 978-1-62410-288-2. DOI: [10.2514/6.2014-2444](https://doi.org/10.2514/6.2014-2444).
- [29] Kier, T.: *An Integrated Flexible Aircraft Model for Optimal Control Surface Scheduling of Manoeuvre Load Alleviation and Wing Shape Control Functions*. 2022.
- [30] Kracke, L.: *DEVELOPMENT OF A HIGH SPEED UNMANNED AIRCRAFT FOR SCALED FLIGHT TESTING OF MORPHING WING STRUCTURES*. Hamburg, 2.10.2024.
- [31] Kulfan, B. und Bussolletti, J.: „Fundamental Parameteric Geometry Representations for Aircraft Component Shapes“. In: *11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*. Reston, Virigina: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006. ISBN: 978-1-62410-020-8. DOI: [10.2514/6.2006-6948](https://doi.org/10.2514/6.2006-6948).
- [32] Lebofsky, S., Ting, E., Nguyen, N. T. u. a.: „Aeroelastic Modeling and Drag Optimization of Flexible Wing Aircraft with Variable Camber Continuous Trailing Edge Flap“. In: *32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 6162014. ISBN: 978-1-62410-288-2. DOI: [10.2514/6.2014-2443](https://doi.org/10.2514/6.2014-2443).
- [33] Leniger, T.: „Internship report DLR Braunschweig“. (internes Dokument). Braunschweig, 31.01.2025. URL: [-](#).
- [34] Matos, N. M. B. und Marta, A. C.: „Longitudinal Motion System Identification of a Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicle Using Limited Unplanned Flight Data“. In: *Aerospace* 11(12) (2024), S. 959. ISSN: 2226-4310. DOI: [10.3390/aerospace11120959](https://doi.org/10.3390/aerospace11120959). URL: <https://www.mdpi.com/2226-4310/11/12/959>.

- [35] McCormick, B. W.: *Aerodynamics of VSTOL flight*. Dover ed. Mineola, N.Y: Dover Publications, 1999. ISBN: 0486404609. URL: <http://www.loc.gov/catdir/description/doover031/98048730.html>.
- [36] McDonald, R. A.: „Interactive Reconstruction of 3D Models in the OpenVSP Parametric Geometry Tool“. In: *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting 2015*. Red Hook, NY: Curran, 2015. ISBN: 978-1-62410-343-8. DOI: [10.2514/6.2015-1014](https://doi.org/10.2514/6.2015-1014).
- [37] McDonald, R. A. und Gloudemans, J. R.: „Open Vehicle Sketch Pad: An Open Source Parametric Geometry and Analysis Tool for Conceptual Aircraft Design“. In: *AIAA SCITECH 2022 Forum*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1032022. ISBN: 978-1-62410-631-6. DOI: [10.2514/6.2022-0004](https://doi.org/10.2514/6.2022-0004).
- [38] McLean, D.: *Understanding Aerodynamics*. Wiley, 2012. DOI: [10.1002/9781118454190](https://doi.org/10.1002/9781118454190). URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781118454190>.
- [39] Millidere, M., Gomec, F. S., Kurt, H. B. u. a.: „Multi-Fidelity Aerodynamic Dataset Generation of a Fighter Aircraft with a Deep Neural-Genetic Network“. In: *AIAA AVIATION 2021 FORUM*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 8022021. ISBN: 978-1-62410-610-1. DOI: [10.2514/6.2021-3007](https://doi.org/10.2514/6.2021-3007).
- [40] Moorthamers, B. und Anemaat, W. A.: „Multhopp’s Method for the Pitching Moment of Bodies Revisited“. In: *AIAA SCITECH 2023 Forum*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1232023. ISBN: 978-1-62410-699-6. DOI: [10.2514/6.2023-0033](https://doi.org/10.2514/6.2023-0033).
- [41] Nguyen, N. und Urnes, J.: „Aeroelastic Modeling of Elastically Shaped Aircraft Concept via Wing Shaping Control for Drag Reduction“. In: *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 8132012. ISBN: 978-1-62410-184-7. DOI: [10.2514/6.2012-4642](https://doi.org/10.2514/6.2012-4642).
- [42] Nguyen, N., Lebofsky, S., Ting, E. et. al.: „Development of Variable Camber Continuous Trailing Edge Flap for Performance Adaptive Aeroelastic Wing“. In: (2015). URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Development-of-Variable-Camber-Continuous-Trailing-Nguyen-Lebofsky/ef75cddb197263ddd04b46b653b712779f979d0c>.
- [43] Pai, Y. S.: *Morphair – Preliminary Design Review: (internes Dokument)*. Hrsg. von Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. 2023.
- [44] Parenteau, M., Sermeus, K. und Laurendeau, E.: „VLM Coupled with 2.5D RANS Sectional Data for High-Lift Design“. In: *2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1082018. ISBN: 978-1-62410-524-1. DOI: [10.2514/6.2018-1049](https://doi.org/10.2514/6.2018-1049).
- [45] Powell M.: „The BOBYQA algorithm for bound constrained optimization without derivatives“. In: (2009). URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/The-BOBYQA-algorithm-for-bound-constrained-without-Powell/0d2edc46f81f9a0b0b62937507ad977b46729f64>.

- [46] Radespiel, R.: „Berechnungsmethoden der Aerodynamik: Skript zur Vorlesung“. Braunschweig, 2022.
- [47] Radespiel, R.: „Tragflügelaerodynamik: Skript zur Vorlesung“. Braunschweig, 2008.
- [48] Rudnik, R.: „Vorlesung Konfigurationsaerodynamik“. Braunschweig, 2022.
- [49] Schlichting, H.: *Grenzschicht-Theorie: Mit 22 Tabellen*. 10., überarbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. ISBN: 3-540-23004-1. DOI: [10.1007/3-540-32985-4](https://doi.org/10.1007/3-540-32985-4).
- [50] Schlichting, H. und Truckenbrodt, E.: *Aerodynamik des Flugzeuges: Erster Band: Grundlagen aus der Strömungsmechanik Aerodynamik des Tragflügels (Teil I)*. 3. Auflage. Klassiker der Technik. Berlin, Heidelberg und s.l.: Springer Berlin Heidelberg, 2001. ISBN: 9783642569111. DOI: [10.1007/978-3-642-56911-1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-56911-1).
- [51] Schlichting, H. und Truckenbrodt, E.: *Aerodynamik des Flugzeuges: Zweiter Band: Aerodynamik des Tragflügels (Teil II), des Rumpfes, der Flügel-Rumpf-Anordnung und der Leitwerke*. Zweite neubearbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg und s.l.: Springer Berlin Heidelberg und Imprint: Springer, 1969. ISBN: 978-3-662-05620-2. DOI: [10.1007/978-3-662-05619-6](https://doi.org/10.1007/978-3-662-05619-6).
- [52] Scholz, P. und Rival, D.: *Vorlesung Turbulente Strömung*. Braunschweig: TU Braunschweig - Institut für Strömungsmechanik, 2023.
- [53] Schwamborn, D., Gerhold, T. und Heinrich, R.: „THE DLR TAU-CODE: RECENT APPLICATIONS IN RESEARCH AND INDUSTRY“. In: 2006. URL: <https://elib.dlr.de/22421/>.
- [54] Seelemeyer, P.: *Automatisierte aerodynamische Parameterstudien für die Experimentalturbine im Forschungspark WiValdi*. 2022. URL: <https://elib.dlr.de/191875/>.
- [55] Sheridan, C. N., Pham, D. D. und Whiteside, S.: „Evaluation of VSPAERO Analysis Capabilities for Conceptual Design of Aircraft with Propeller-Blown Wings“. In: *AIAA AVIATION 2021 FORUM*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 8022021. ISBN: 978-1-62410-610-1. DOI: [10.2514/6.2021-2510](https://doi.org/10.2514/6.2021-2510).
- [56] Slater, J. W.: *Examining Spatial (Grid) Convergence*. 2021. URL: <https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/tutorial/spatconv.html>.
- [57] Spalart, P. und Allmaras, S.: „A one-equation turbulence model for aerodynamic flows“. In: *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1061992. DOI: [10.2514/6.1992-439](https://doi.org/10.2514/6.1992-439).
- [58] Tikalsky, J.: „HyTEM Demonstrator: Design and Analysis of a Morphing Trailing Edge Demonstrator Using Hyperelastic Adhesive“. In: *ASME 2024 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems* (2024). DOI: [10.1115/SMASIS2024-140049](https://doi.org/10.1115/SMASIS2024-140049).

- [59] Tikalsky, J.: „Untersuchung von Nachgiebigen Mechanismen zur Umsetzung nicht geschlitzter formvariabler Tragflügel in einem UAV mit spannweitig differenzierbarer unebenen Profilsehnenvölbung“. Dissertation. Magdeburg: Universität Magdeburg, im Druck.
- [60] Torenbeek, E.: *Advanced aircraft design: Conceptual design, analysis, and optimization of subsonic civil airplanes*. Aerospace series. Chichester, West Sussex, United Kingdom: John Wiley & Sons Inc, 2013. ISBN: 1118568095. DOI: [10.1002/9781118568101](https://doi.org/10.1002/9781118568101). URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9781118568101>.
- [61] Traub, L. W.: „Analytic Drag Prediction for Cambered Wings with Partial Leading Edge Suction“. In: *Journal of Aircraft* 46(1) (2009), S. 312–319. ISSN: 0021-8669. DOI: [10.2514/1.38558](https://doi.org/10.2514/1.38558).
- [62] Urnes, J. und Nguyen, N.: „A Mission Adaptive Variable Camber Flap Control System to Optimize High Lift and Cruise Lift to Drag Ratios of Future N+3 Transport Aircraft“. In: *Software Verification Considerations for the ARTIS Unmanned Rotorcraft*. Hrsg. von Torens, C. und Adolf, F.-M. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013. ISBN: 978-1-62410-181-6. DOI: [10.2514/6.2013-214](https://doi.org/10.2514/6.2013-214).
- [63] Voß, A.: „Comparison between VLM and CFD Maneuver Loads Calculation at the Example of a Flying Wing Configuration“. In: *Journal of Aeroelasticity and Structural Dynamics* 7(1) (2019). ISSN: 1974-5117. DOI: [10.3293/asdj.v7i1.52](https://doi.org/10.3293/asdj.v7i1.52). URL: <https://www.asdjournal.org/index.php/ASD/article/view/52.html>.
- [64] Wild, J.: *AeroForce - Thrust/Drag Bookkeeping and Aerodynamic Force Breakdown over Components*. 1999. URL: <https://elib.dlr.de/13243/>.
- [65] Xiong, J., Nguyen, N. T. und Bartels, R. E.: „Aerodynamic Optimization of Mach 0.8 Transonic Truss-Braced Wing Aircraft Using Variable Camber Continuous Trailing Edge Flap“. In: *AIAA SCITECH 2022 Forum*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1032022. ISBN: 978-1-62410-631-6. DOI: [10.2514/6.2022-0016](https://doi.org/10.2514/6.2022-0016).
- [66] Yu, F., Bartasevicius, J. und Hornung, M.: „COMPARING POTENTIAL FLOW SOLVERS FOR AERODYNAMIC CHARACTERISTICS ESTIMATION OF THE T-FLEX UAV“. In: *33rd Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, ICAS 2022* (2022), S. 3277–3289. URL: <https://portal.fis.tum.de/en/publications/comparing-potential-flow-solvers-for-aerodynamic-characteristics-/>.
- [67] Yu, F., Saez, C. S., et. al.: „WING SHAPE CONTROL ON THE D150 MODEL WITH ASPECT RATIO TRADEOFFS FOR FUEL EFFICIENCY IMPROVEMENT“. In: *International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics IFASD 2024* 2024 (2024).
- [68] Zhoujie Lyu, Zelu Xu und Martins, J.: „Benchmarking Optimization Algorithms for Wing Aerodynamic Design Optimization“. In: (2014). URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Benchmarking-Optimization-Algorithms-for-Wing-Lyu-Xu/7a879f0ac23839f2be7df5c71d055887d2489497>.

# A. Anhang

## A.1. Verwendete AVL-Dateien

```
# Name
Proteus Demonstrator - Full Configuration

# all units in [m],[m2] or [deg]

# Mach number
0.1

# iYsym   iZsym   Zsym
0.0      0.0      0.0
# Sref    Cref    Bref
1.306    0.459    2.997
# Xref    Yref    Zref
1.418    0.0      0.0
# CDp (optional)
0.0

#=====
SURFACE
MAIN WING MORPHING
# Nchord   Cspace   Nspan   Sspace
17        1.0       34       -2.0
YDUPLICATE
    0.0
ANGLE
    0.0
TRANSLATE
#   dX          dY          dZ
    1.240       0.0       -0.072

#-----
#     Xle        Yle        Zle        chord      angle      Nspan      Sspace
SECTION
    0.0        0.0        0.0        0.642      0.0

AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Symmetry.dat
```

```

#-----
SECTION
      0.0239      0.235      0.0055      0.581      -0.35
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_0.dat
#-----
SECTION
      0.0376      0.370      0.0086      0.546      -0.42
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_1.dat
#-----
SECTION
      0.0508      0.500      0.0116      0.512      -0.60
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_2.dat
#-----
SECTION
      0.0640      0.630      0.0146      0.478      -0.80
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_3.dat
#-----
SECTION
      0.0772      0.760      0.0176      0.443      -0.90
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_4.dat
#-----
SECTION
      0.0904      0.890      0.0207      0.408      -1.30
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_5.dat
#-----
SECTION
      0.1031      1.015      0.0236      0.376      -1.60
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_6.dat
#-----
SECTION
      0.1163      1.145      0.0266      0.341      -2.20
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_7.dat
#-----
SECTION
      0.1295      1.275      0.0296      0.307      -2.80
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_8.dat
#-----
```

```

SECTION
      0.1437      1.415      0.0329      0.268      -4.20
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_9.dat
#-----
SECTION
      0.2267      1.498      0.0391      0.170      -4.00
NACA
      0010

#=====
SURFACE
HORIZONTAL TAIL
#Nchord   Cspace   Nspan   Sspace
10        0.0       18       0.0
YDUPLICATE
      0.0
ANGLE
      0.0
TRANSLATE
      2.340      0.0       0.100

#-----
#   Xle          Yle          Zle          chord        angle
SECTION
      0.0          0.0          0.0          0.350        0.99
NACA
0014
CONTROL
elevator  1.0  0.67  0.0  0.0  0.0  1.0

#-----
SECTION
      0.25          0.480         -0.044        0.175        0.49
NACA
0014
CONTROL
elevator  1.0  0.67  0.0  0.0  0.0  1.0

#=====
SURFACE
Vertical tail
!Nchord   Cspace   Nspan   Sspace
8          3.0       10       3.0
ANGLE
      0.00
TRANSLATE

```

```

    1.950      0.0      0.100

#-----
#   Xle      Yle      Zle      chord      angle
SECTION
    0.540      0.0      0.440      0.276      0.0
NACA
0014
CONTROL
rudder  1.0  0.67  0.0  0.0 -1.0  1.0

#-----
SECTION
    0.0      0.0      0.0      0.615      0.0
NACA
0014
CONTROL
rudder  1.0  0.67  0.0  0.0 -1.0  1.0

```

**Listing A.1:** AVL-Konfigurationsdatei Gesamtkonfiguration (*Proteus-Demonstrator*)

```

# Name
Proteus Demonstrator - Wing Only

# all units in [m],[m2] or [deg]

# Mach number
0.1

# iYsym  iZsym  Zsym
0.0      0.0      0.0
# Sref    Cref    Bref
1.306    0.459    2.997
# Xref    Yref    Zref
0.178    0.0      0.0
# CDp (optional)
0.0

#=====

SURFACE
MAIN WING MORPHING
# Nchord   Cspace   Nspan   Sspace
17        1.0       34       -2.0
YDUPLICATE
    0.0
ANGLE
    0.0

```

```

TRANSLATE
#   dX          dY          dZ
    0.0          0.0          0.0

#-----
#      Xle        Yle        Zle      chord     angle    Nspan    Sspace
SECTION
    0.0          0.0          0.0      0.642      0.0
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Symmetry.dat
#-----

SECTION
    0.0239      0.235      0.0055    0.581     -0.35
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_0.dat
#-----

SECTION
    0.0376      0.370      0.0086    0.546     -0.42
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_1.dat
#-----

SECTION
    0.0508      0.500      0.0116    0.512     -0.60
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_2.dat
#-----

SECTION
    0.0640      0.630      0.0146    0.478     -0.80
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_3.dat
#-----

SECTION
    0.0772      0.760      0.0176    0.443     -0.90
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_4.dat
#-----

SECTION
    0.0904      0.890      0.0207    0.408     -1.30
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_5.dat
#-----

SECTION
    0.1031      1.015      0.0236    0.376     -1.60
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_6.dat
#-----

SECTION

```

```
    0.1163      1.145      0.0266      0.341      -2.20
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_7.dat
#-----
SECTION
    0.1295      1.275      0.0296      0.307      -2.80
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_8.dat

#-----
SECTION
    0.1437      1.415      0.0329      0.268      -4.20
AFILE
<sys_path>/MorphFoils/MorphFoil_Servo_R_9.dat
#-----
SECTION
    0.2267      1.498      0.0391      0.170      -4.00
NACA
    0010
```

**Listing A.2:** AVL-Konfigurationsdatei Isolierter Flügel (*Proteus-Demonstrator*)

## A.2. Offline-Optimierung – CFD-Lösungen

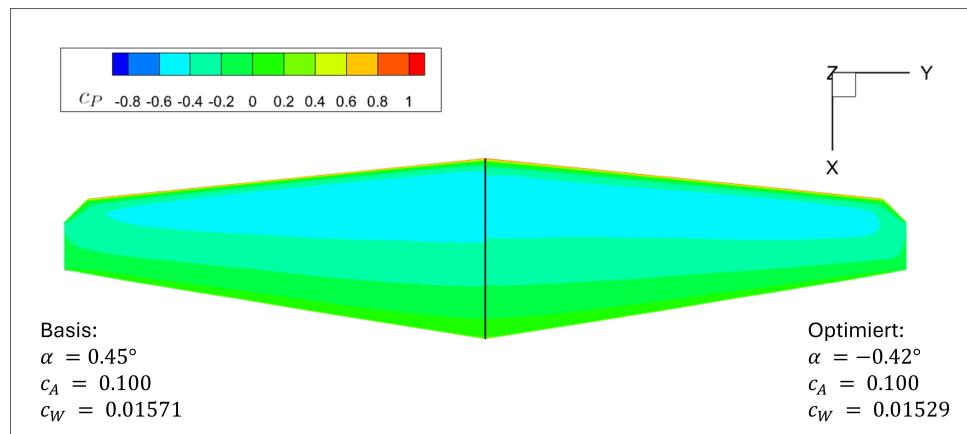


Abbildung A.1.:  $c_P$ -Druckverläufe für  $c_{A,\text{opt.}} = 0.1$

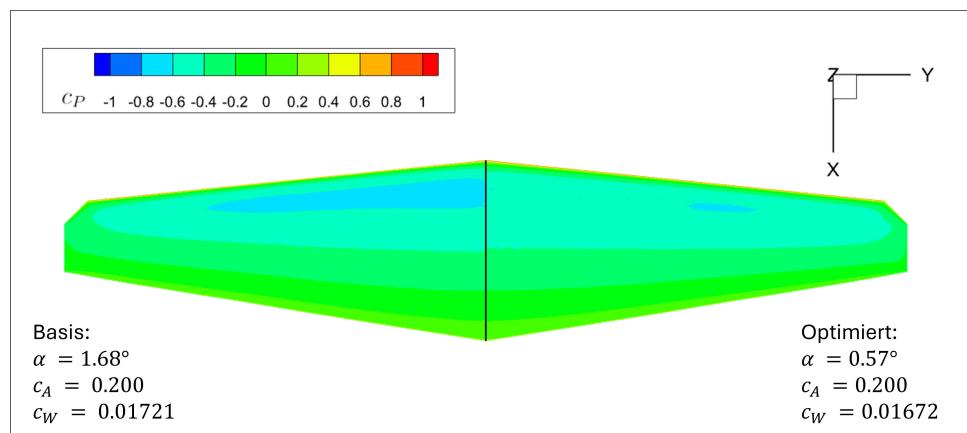


Abbildung A.2.:  $c_P$ -Druckverläufe für  $c_{A,\text{opt.}} = 0.2$

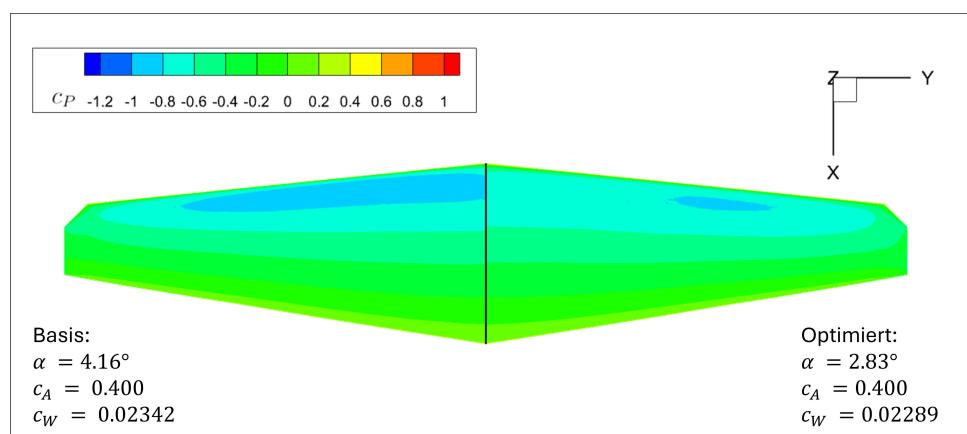


Abbildung A.3.:  $c_P$ -Druckverläufe für  $c_{A,\text{opt.}} = 0.4$

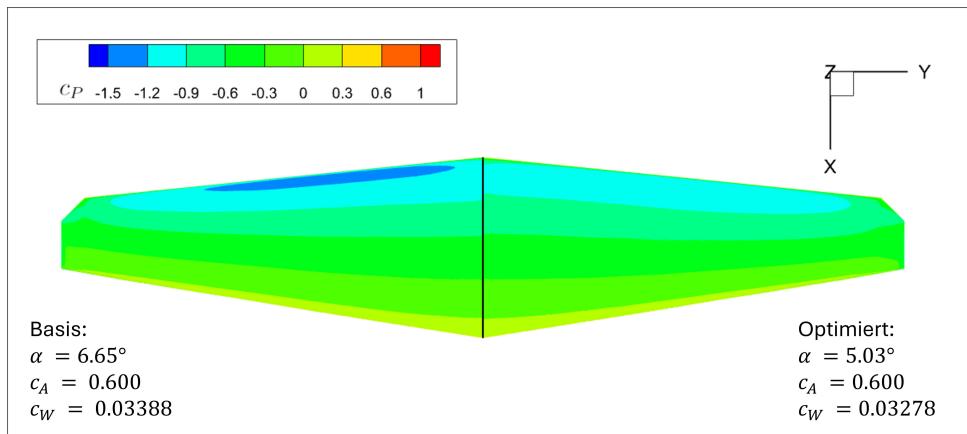


Abbildung A.4.:  $c_P$ -Druckverläufe für  $c_{A,\text{opt.}} = 0.6$

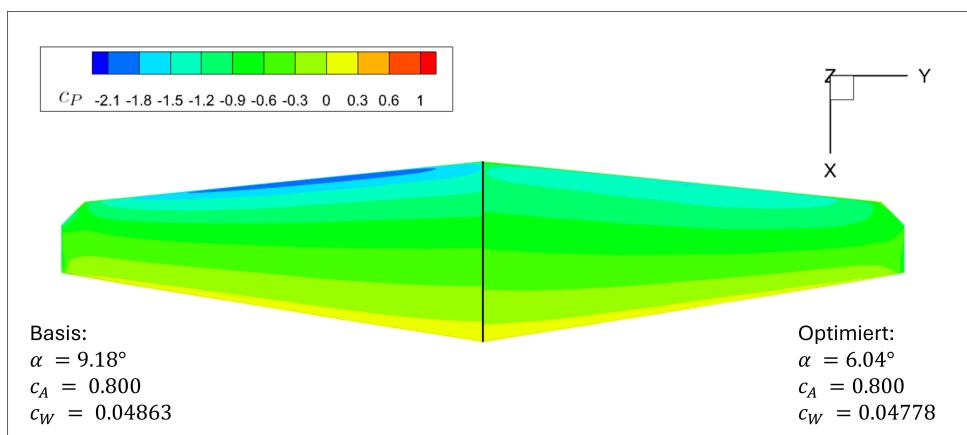


Abbildung A.5.:  $c_P$ -Druckverläufe für  $c_{A,\text{opt.}} = 0.8$

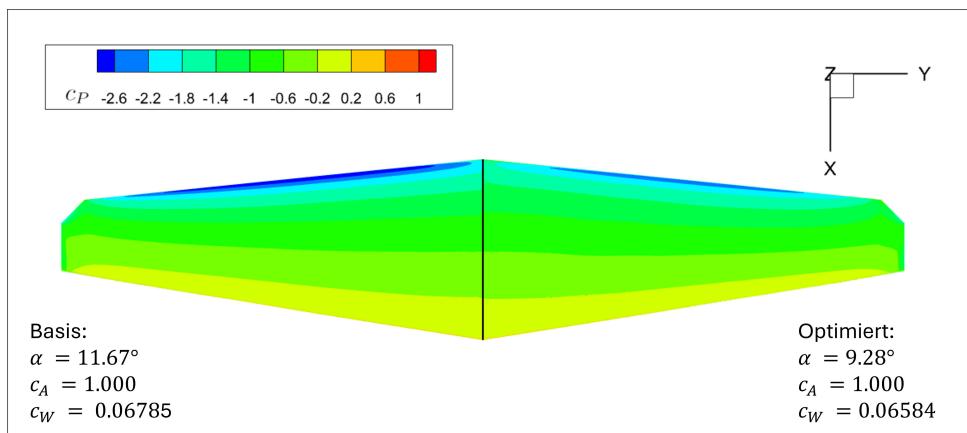


Abbildung A.6.:  $c_P$ -Druckverläufe für  $c_{A,\text{opt.}} = 1.0$

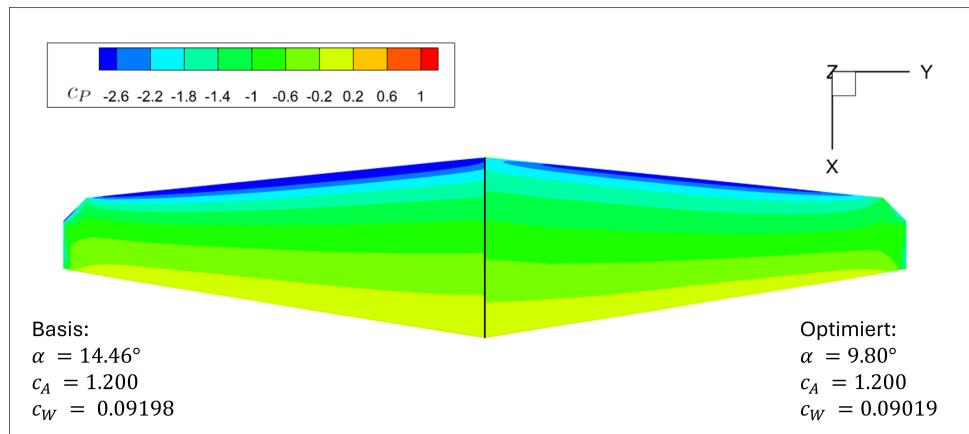


Abbildung A.7.:  $c_P$ -Druckverläufe für  $c_{A,\text{opt.}} = 1.2$

### A.3. Lösung Prandtl-Gleichung (Glauert-Integral)

Die analytische Lösung der im vorhergehenden, hergeleiteten Integralgleichung (Gl. 2.17) gestaltet sich durch das Vorhandensein eines singulären Kerns im zweiten Term als schwierig. Abhilfe hierbei schafft das Überführen der Spannweitenvariable  $\eta$  in den Winkelbereich:

$$\eta = \cos(\vartheta), \quad (\text{A.1})$$

wodurch sich die Zirkulationsverteilung als Fourier-Reihe ausdrücken lässt:

$$\gamma(\vartheta) = 2 \sum_{n=1}^N a_n \sin(n\vartheta) \quad (\text{A.2})$$

Eine beliebige Auftriebsverteilung - sowohl *symmetrisch* als auch *antimetrisch* – kann so also durch eine gewichtete Kombination von  $N$  Sinus- und Kosinus-Funktionen repräsentiert werden. In Abb. A.8 sind einige dieser Grundfunktion veranschaulicht. Für die erste Funktion ( $a_1$ ) lässt sich gut erkennen, dass diese eine *elliptische* Verteilung darstellt.

Mithilfe dieser Transformation kann für die Verteilung des induzierten Anstellwinkels das sog. *Glauert'sche Integral* formuliert werden:

$$\alpha_i(\vartheta) = - \sum_{n=1}^M a_n n \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\cos(n\vartheta')}{\cos(\vartheta) - \cos(\vartheta')} d\vartheta' \quad (\text{A.3})$$

Nach Lösung erhält man die Integral-freie Reihendarstellung:

$$\alpha_i(\vartheta) = - \sum_{n=1}^M a_n n \frac{\sin(n\vartheta)}{\sin(\vartheta)} \quad (\text{A.4})$$

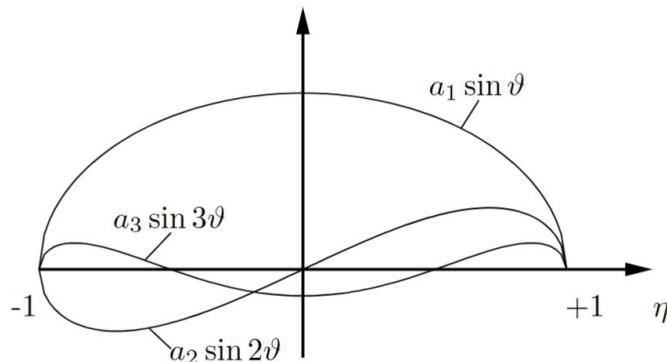


Abbildung A.8.: Die ersten drei Grundfunktionen des Fourier-Ansatzes ([47])

Für die gesamte ursprüngliche Integralgleichung, vgl. Gl.[2.17](#), ergibt sich dann:

$$\alpha_g(\vartheta) = \frac{2b}{\pi l(\vartheta)} \sum_{n=1}^M a_n \sin(n\vartheta) + \sum_{n=1}^M a_n n \frac{\sin(n\vartheta)}{\sin(\vartheta)}. \quad (\text{A.5})$$

Somit ist die Integration durch den Ansatz nach Glauert gelöst und die Prandtl'sche Integralgleichung in eine algebraische Reihenformulierung überführt worden. Zu Zeiten der Entwicklung der Traglinientheorie, konnten damit Verfahren entwickelt werden, mit denen sich die Entwurfs- bzw. Nachrechnungsaufgabe numerisch durch eine beliebig feine Diskretisierung eines Flügels in Spannweiten-Richtung bearbeiten lässt (z.B. Multhopp-Quadraturverfahren, vgl.[\[51\]](#)). Jedoch findet es darüber hinaus auch heute noch zur qualitativen Beschreibung von Auftriebs- bzw. Zirkulationsverteilungen und deren Einflüsse, beispielsweise auf die aerodynamische Effizienz, vielfach Anwendung (vgl.[\[38\]](#)) und wird auch zur analytischen Beschreibung des 3D-Effekts der Formvariabilität aufgegriffen, siehe Abs.[2.2.2](#)