

Masterarbeit

Erarbeitung einer Modellierungsstrategie für die progressive Schädigungsanalyse von druckbelasteten Prüfkörpern aus faserverstärktem Kunststoff unter Berücksichtigung intralaminarer Plastizität

Author: Keidi Zyka
Matrikelnummer: 3201100

Betreuer: Patrick Makiela
1. Prüfer: Dr.-Ing. Dustin Jantos
2. Prüfer: Dr.-Ing. Mathias Wangenheim

31. Dezember 2025

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die am 31. Dezember 2025 eingereichte studentische Arbeit zum Thema „Erarbeitung einer Modellierungsstrategie für die progressive Schädigungsanalyse von druckbelasteten Prüfkörpern aus faserverstärktem Kunststoff unter Berücksichtigung intralaminarer Plastizität“ unter Betreuung von Patrick Makiela selbstständig erarbeitet habe. Eine KI-Unterstützung wurde genutzt, um den Schreibprozess effizienter zu gestalten sowie die sprachliche Klarheit und Struktur der Masterarbeit zu verbessern.

Hannover, 31. Dezember 2025: _____
Keidi Zyka

Inhaltsverzeichnis

Erklärung	i
1 Einleitung	1
2 Modellierungsstrategien	3
2.1 Der Bausteinansatz und Abstraktionsebenen	3
2.1.1 Mikroebene	4
2.1.2 Mesoebene	4
2.1.3 Makroebene	5
2.2 Modellierungsansätze für Faserverbunde	5
2.2.1 Äquivalente Einzellage Theorien	5
2.2.2 Lagenweise Theorie	6
2.3 Elementtypen	6
2.3.1 Kontinuumsschalenelemente	6
2.3.2 Volumenelemente	6
2.4 Mesoskalige Modellierung von Laminaten	6
2.5 Intralaminares Verhalten	8
2.5.1 Faserdominiertes Verhalten	9
2.5.2 Matrixdominiertes Verhalten	10
2.6 Intralaminare Nichtlinearitätsmechanismen	12
3 3D elastoplastisches Kontinuumsschädigungsmodell	15
3.1 Konstitutives Modell	15
3.2 Intralaminares Plastizitätsmodell	17
3.3 Versagenskriterien	18
3.3.1 Hashin	18
3.3.2 Cuntze	19
3.4 Dehnungsgesteuerte Schadensprogression	21
4 Numerische Implementierung und Verifizierung	23
4.1 Einbindung der VUMAT in den expliziten Berechnungsprozess	23
4.2 Berechnungsalgorithmus bei Annahme kleiner Dehnungen	24
4.3 Bestimmung von Materialparametern	27
4.3.1 Materialkennwerte	27
4.3.2 Plastizitätsparameter	27
4.4 Parameterbestimmung von Cuntze-Reibwerten	32
4.5 Modellverifizierung durch 1-Element-Versuche	33
4.6 Analytische Auswertung zum Einfluss der Elementwahl	36
5 Validierung des Materialmodells für OAC-Prüfkörper	38
5.1 Modellierung der OAC-Prüfkörper	38
5.2 Einfluss der Plastizität	40
5.3 Netzkonvergenzanalyse	43
5.3.1 Einfluss der Elementwahl	44
5.4 Validierungsübung OAC	47
5.5 Versagensverhalten	48

6 Validierung des Materialmodells für OHC-Prüfkörper	51
6.1 Darstellung experimenteller Ergebnisse des Materialverhaltens von IM7/8552 während OHC-Tests	51
6.1.1 Darstellung aktueller Modellierungsstrategien	52
6.2 Modellierung der OHC-Probe	53
6.3 Spannungs-Dehnungs-Verläufe in OHC-Simulation	54
6.4 Versagensverhalten	55
6.5 Erste OHC Validierungsübung und Einfluss der Elementwahl in VSS	56
6.6 Zweite OHC Validierungsübung	57
6.6.1 Modellbeschreibung	57
6.6.2 Einfluss der Berücksichtigung der Plastizität	59
6.7 Vergleich des Materialmodells mit EST und CompDam	61
7 Zusammenfassung und Ausblick	63
Literatur	65
Anhang	I
A Evaluierung von Versagenskriterien	I
A.1 Bruchkurve Cuntze	I
B Programmcode zur Berechnung des Plastizitätspfameters	I

Abbildungsverzeichnis

2.1 Der Bausteinansatz: experimentelle und virtuelle Versuchspyramiden. [12]	3
2.2 Abstraktionsebenen: a) Mikro-, b) Meso- und c) Makroebene [15]	4
2.3 Skalenbezogene Elementformulierungen [20].	7
2.4 Laminat mit globalen und lagenweise lokalen x-y-z-Koordinaten [21]	7
2.5 Schematische Darstellung des Kraft-Verschiebungsverlaufs zur Verdeutlichung des Unterschieds zwischen FPF und LPF.	8
2.6 Versagensarten in einer UD-Lage [20]	9
2.7 Kinkbande in IM7/8551-7 [28].	10
2.8 In-situ-Beobachtung des Wachstums eines Mikroschadens mittels Laser-Rastermikroskop (a bis c), der schließlich zu einem Zwischenfaserbruch infolge einer Zugspannung σ_2 führt (d); Nahaufnahmen: (i) REM-Aufnahme vor der Riesspitze, (ii) beginnende Mikrodellaminierung [15].	11
2.9 Matrixdominiertes Versagen in einer Einzellage unter Druck und Orientierung der Bruchebene [21].	11
2.10 Schematische Darstellung zur Aufweitung von Rissen in der Matrix: A) bestehende und wachsende Mikrorisse, B) erster Makroriss, C) Totalversagen.	12
2.11 Auswirkung des nicht-hooke'schen longitudinalen E-Moduls auf die Spannung-Dehnungs-Vorhersage eines unidirektionalen 0°-Laminats [27].	13
2.12 Verschiedene Fließvorgänge in einer Einzellage in Abhängigkeit der Belastung [27].	14
3.1 Allgemeines Materialverhalten aufgeteilt in Bereiche des Materialmodells	15
3.2 Versagensmodi einer transversal isotropen UD-Lage unter dreidimensionaler Belastung [64]	19
3.3 Schematischer Verlauf der effektiven Spannung und äquivalenten Dehnung unter Berücksichtigung einer linearen Steifigkeitsdegradation	22

4.1	Flussdiagramm eines expliziten Berechnungsverfahrens angelehnt an [6]	24
4.2	Flussdiagramm der VUMAT-Subroutine in Anlehnung an [3]	26
4.3	Experimentelle Kurven für Schrägfaserwinkelversuche, extrahiert aus [7]	28
4.4	Flussdiagramm zur iterativen Bestimmung von $a_{66,opt}$	30
4.5	Darstellung der Parameterbestimmung in Zusammenhang mit der Regressionsgüte	30
4.6	Masterkurve des Plastizitätsmodells beim berechneten Plastizitätsparameter $a_{66,opt} = 4.2$	31
4.7	1-Element-Modell unter transversaler Druckspannung	32
4.8	Darstellung eines 1-Element-Modells	33
4.9	Darstellung eines 1-Element-Modells unter Druckbelastung und periodischen Randbedingungen	34
4.10	Experimentelle und numerische Ergebnisse für unidirektionale Faserverbunde mit unterschiedlichen Schrägfaserwinkeln basierend auf 1-Element-Modellen	35
4.11	Verifizierungsübung für OAC-Proben mittels SET	37
5.1	Schematische Darstellung des Simulationsmodells für unidirektionale Prüfkörper und Randbedingungen.	39
5.2	Materialzuordnung und Vernetzung.	39
5.3	Spannung-Dehnungs-Verlauf des longitudinal belasteten unidirektionalen Prüfkörpers	40
5.4	Spannungs-Dehnungs-Verläufe bei unterschiedlichen Schrägfaserwinkeln belasteter unidirektionaler Prüfkörper	42
5.5	Darstellung der vorhergesagten Bruchfestigkeiten bei unterschiedlichen Schrägfaserwinkeln im Vergleich zu experimentellen Bruchfestigkeiten	44
5.6	Vergleich der Rechenzeit der Simulationen mit Kontinuumschalen- und Volumenelementen	45
5.7	Einfluss der Elementwahl	46
5.8	Versagensverhalten aufgrund von IFF3: Drei Prüfkörper von oben nach unten: 15°, 30° und 45°. Experimentelle Schädigungsbilder rechts aus [7] entnommen.	49
5.9	Versagensverhalten aufgrund von IFF2: Drei Prüfkörper von oben nach unten: 60°, 75° und 90°. Experimentelle Schädigungsbilder rechts aus [7] entnommen.	50
6.1	Unterbrochener OHC-Test an der Probe mit Laminataufbau [45°/90°/-45°/0°]4s, angelehnt an [39].	51
6.2	Darstellung der strukturierten Vernetzung und Modellierung des OHC-Modells, das in dieser Arbeit verwendet wurde, als ein Viertel des Prüfkörpers.	53
6.3	Spannung-Dehnungs-Verläufe in der OHC-Simulation	54
6.4	Darstellung des Schädigungsverhaltens in den Lagen 90°, 0° und 45° von links nach rechts kurz vor dem Lastabfall (oberste Reihe) und unmittelbar nach dem Lastabfall (unterste Reihe)	56
6.5	Spannung-Dehnungs-Verläufe in der OHC-Simulation	57
6.6	Übersicht des Finite Elementen Models in der x-y-Ebene und Darstellung des verwendeten Materialverhaltens.	58
6.7	Spannungs-Dehnungs-Verläufe für OHC-Proben - Hard, Quasi, Soft - bei Modellierung mit und ohne Plastizität	60

Tabellenverzeichnis

3.1	Zuordnung von Versagenmodi zu Schädigungsvariablen [5]	21
4.1	Materialparameter IM7/8552	27

4.2	Plastizitätsparameter IM7/8552 [73]	31
4.3	Cuntzes Parameter für IM7/8552	33
5.1	Geometrie- und Materialparameter der UD-Modelle.	38
5.2	Überblick der verwendeten Modelle und Vernetzungsstrategien	47
5.3	OAC-Validierungsübung: Vergleich mit EST und CompDam	47
6.1	Geometrieparameter des untersuchten OHC-Modells nach Norm AITM 1-0008 .	54
6.2	Darstellung der aufgetretenen Versagensmodi in den einzelnen Lagen durch drei wesentlichen Punkten	55
6.3	Vergleich der vorhergesagten Versagensfestigkeit durch VSS mit Kontinuumschalen- und Volumenelemente, Ding und Experiment.	56
6.4	Geometrieparameter der untersuchten OHC-Modelle nach Norm ASTM D6484 .	58
6.5	Probenbezeichnungen und Laminataufbau der auf Norm ASTM D6484 basierten OHC-Proben [97]	59
6.6	Experimentelle gemittelte Kennwerte der untersuchten Proben [97].	59
6.7	Übersicht der Abweichungen zwischen Simulationsergebnissen und Experimenten unter Berücksichtigung ausschließlich elastischen sowie elastoplastischen Materialverhalten.	60
6.8	Zweite OHC-Validierungsübung: Vergleich mit EST und CompDam	61

Abkürzungsverzeichnis

AITM Airbus Industries Test Method.

ASTM American Society for Testing and Materials.

BBA Building Block Approach.

C3D8R Achtknotiges dreidimensionales Volumenelement mit reduzierter Integration.

CZM Cohesive Zone Model.

DGD Deformation Gradient Decomposition.

ESL Equivalent Single-Layer.

EST Enhanced Shapery Theory.

FE Finite Elemente.

FEA Finite-Elemente-Analyse.

FF2 Faserversagen unter Druck.

FPF First Ply Failure.

IFF Zwischenfaserbruch (*Inter-Fiber Failure*).

IFF2 Zwischenfaserbruch unter Druck.

IFF3 Schubdominierter Zwischenfaserbruch.

IM7/8552 Kohlenstofffaser/Harzsystem IM7 mit Epoxidharz 8552.

LPF Last Ply Failure.

LW Layer-Wise.

NASA National Aeronautics and Space Administration.

OAC Off-Axis Compression.

OHC Open-Hole Compression.

PDA Progressive Damage Analysis.

RMA Return-Mapping-Algorithmus.

RVE Repräsentatives Volumenelement.

S4R Vierknotiges Schalenelement mit reduzierter Integration.

SC8R Achtknotiges Kontinuumsschalenelement mit reduzierter Integration.

SDV State Data Variables.

UD Unidirektional.

UMAT User Material (implizite Abaqus-Subroutine).

VSS Völkerink Small Strain (Materialmodell).

VUMAT User Material (explizite Abaqus-Subroutine).

1. Einleitung

Der zunehmende Einsatz von Faserverbundwerkstoffen, insbesondere karbonfaserverstärkten Kunststoffen (CFRP), ermöglicht im Leichtbau eine wesentliche Massenreduktion bei höheren spezifischen Eigenschaften wie Steifigkeit und Festigkeit gegenüber herkömmlichen metallischen Werkstoffen wie z. B. Aluminium [1]. Diese Vorteile führen dazu, dass CFRP heute in sehr unterschiedlichen ingenieurtechnischen Anwendungen eingesetzt wird, die von Luft- und Raumfahrtstrukturen bis hin zu erneuerbaren Energiesystemen wie Windenergieanlagen reichen. Besonders ausgeprägt ist dieser Trend in der Luft- und Raumfahrtindustrie, da das eingesparte Gewicht die Gesamtauslegung des Systems beeinflusst und sich auf Treibstoffverbrauch und Leistungsfähigkeit auswirkt. Ein anschauliches Beispiel stellt das Verkehrsflugzeug Boeing 787 dar, bei dem über 50% der Strukturmasse auf Verbundwerkstoffen entfallen. Der 787 enthält insgesamt rund 35 Tonnen Verbundwerkstoffen, wovon etwa 23 Tonnen auf CFRP entfallen. Diese Werkstoffe werden großflächig in Rumpf, Flügeln sowie weiteren primären und sekundären Strukturen eingesetzt [2].

Vor diesem Hintergrund stellen experimentelle Untersuchungen ein notwendiges Mittel zur Charakterisierung von Verbundwerkstoffen dar und bilden die Grundlage für den Entwurf von neuartigen Verbundstrukturen. Rein experimentelle Entwicklungsansätze erweisen sich bei komplexen Verbundstrukturen als zeit- und kostenintensiv, weshalb der ergänzende Einsatz numerischer Methoden im Entwicklungs- und Auslegungsprozess erforderlich ist [3]. Die Reduzierung der Entwicklungs- und Zertifizierungsdauer von Verbundstrukturen stellt seit vielen Jahren ein wichtiges Ziel der Luft- und Raumfahrtindustrie dar. Daher gewinnen numerische Verfahren zunehmend an Bedeutung, um experimentelle Untersuchungen zu unterstützen oder teilweise zu ersetzen [4]. Das grundsätzliche Ziel ist dabei die zuverlässige Vorhersage von Schädigung in Faserverbundlaminaten unter Berücksichtigung von unterschiedlichen Belastungsarten. Dabei stellen Druckbelastungen wie z. B. die Drucktragfähigkeit nach Aufprall (CAI. compression After Impact) eine herausfordernde Nachweisgröße dar.

Zur Schädigungsmodellierung in Faserverbundwerkstoffen werden verschiedene numerische Strategien verwendet, darunter die Kontinuums-Schädigungsmechanik (CDM. Continuum Damage Mechanics), Kohäsivzonenmodelle (CZM. Cohesive Zone Models), die erweiterte Finite-Elemente-Methode (XFEM. Extended Finite Element Method), Phasenfeldmodelle (PFM, Phase-Field Models) sowie die Peridynamik (PD. Peridynamics). Aufgrund der Vielzahl unterschiedlicher Schädigungsmechanismen in Faserverbundstrukturen und deren maßgeblichem Einfluss auf die strukturelle Leistungsfähigkeit ist der Einsatz einer progressiven Schädigungsanalyse (PDA. Progressive Damage Analysis) unerlässlich. Sie ermöglicht eine strukturierte numerische Abbildung der Schädigungsentstehung, -fortentwicklung und -wechselwirkung innerhalb des Verbundsystems, welches aus mehreren Lagen besteht. Üblicherweise werden dabei zwei voneinander getrennte Schädigungsbereiche unterschieden und getrennt modelliert: Schädigungen innerhalb der Lagen bzw intralaminare Schädigung sowie Schädigungen durch Aufspaltung der Lagen bzw interlaminare Schädigung.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein CDM-Ansatz im Rahmen der PDA für rein uniaxial druckbelastete Prüfkörper auf Couponebene verwendet. Dabei wird ausschließlich die intralaminare Schädigung berücksichtigt. Untersucht werden die Einflüsse wesentlicher Modellbestandteile wie das Versagenskriterium und Plastizitätsansatz. Grundlage der Untersuchungen bildet ein dreidimensionales elastoplastisches Materialmodell, das von Völkerink [5] entwickelt und von Makiela

[6] erweitert wurde. Besonders relevante Fragestellung dieser Arbeit ist die Untersuchung der Berücksichtigung plastischer Effekte bei Proben auf Couponebene, welche experimentell mehrfach nachgewiesen wurden [7–9]. Darauf aufbauend wird der Verifizierungs- und Validierungsrahmen (V&V Framework) [10] zur Überprüfung der technischen Reife des Materialmodells verwendet und die Prognosegüte mit bewährten Materialmodellen aus der Literatur verglichen. Als Referenzwerkstoff wird IM7/8552 verwendet, ein häufig eingesetztes Luft- und Raumfahrtmaterial [11]. Eine weitere ebenso relevante Fragestellung, die behandelt wird, ist die Erarbeitung einer effizienten und pragmatischen Modellierungsstrategie, welche den Einfluss der Elementenwahl bei der Vernetzung der Finite-Elementen-Modellen untersucht. Dabei werden Handlungsempfehlungen vorgeschlagen, die für weiterführenden Studien relevant sein könnten.

2. Modellierungsstrategien

Faserverbundwerkstoffe werden häufig in Form von mehrschichtigen Laminaten mit unidirektionaler Faserausrichtung eingesetzt. Durch geeignete Kombination der Lagenorientierungen lassen sich die anisotropen Eigenschaften, d.h. die richtungsabhängigen mechanischen Eigenschaften der Lamine, an die vorherrschenden Belastungen anpassen. Gleichzeitig stellt dies den Entwurfsprozess vor Herausforderungen, da die mechanische Antwort des Materials durch komplexe Wechselwirkungen zwischen Faser und Matrix bestimmt wird. In diesem Kapitel erfolgt eine Übersicht der Modellierungsstrategien, welche dem Bausteinansatz unterliegen. Folglich werden Modellierungsansätze erörtert, die Ergebnis einer umfassenden Literaturrecherche sind, welche hier implizit über mehrere Abschnitte vermittelt wird.

2.1. Der Bausteinansatz und Abstraktionsebenen

Bei der Entwicklung von Bauteilen aus Verbundwerkstoffen wird üblicherweise ein umfassendes Konstruktionsprogramm durchgeführt, das die strukturelle Leistungsfähigkeit des Designs vor der Anwendung überprüft [12]. In der Luftfahrtindustrie kommt dabei häufig der sogenannte Bausteinansatz (BBA. Building Block Approach) zum Einsatz, der ein hierarchisches Vorgehensmodell zur Entwicklung, Analyse, Verifizierung und Validierung von Faserverbundstrukturen beschreibt [13]. Dabei werden mehrere aufeinander aufbauende Prüf- und Analyseebenen durchlaufen, beginnend mit der Material- bzw. Coupon-Ebene über Strukturelemente und Teilstrukturen bis hin zu vollständigen Bauteilen oder Gesamtstrukturen, siehe Abb. 2.1. Jede dieser Ebenen liefert Erkenntnisse, die zur Kalibrierung und Validierung numerischer Modelle beitragen und als Grundlage für die Freigabe der nächsthöheren Ebene dienen. Durch dieses stufenweise Vorgehen können Entwicklungsrisiken reduziert, Testumfänge optimiert und Kosten gesenkt werden, während gleichzeitig die strukturelle Integrität und Zuverlässigkeit der Verbundkonstruktion sichergestellt wird [13].

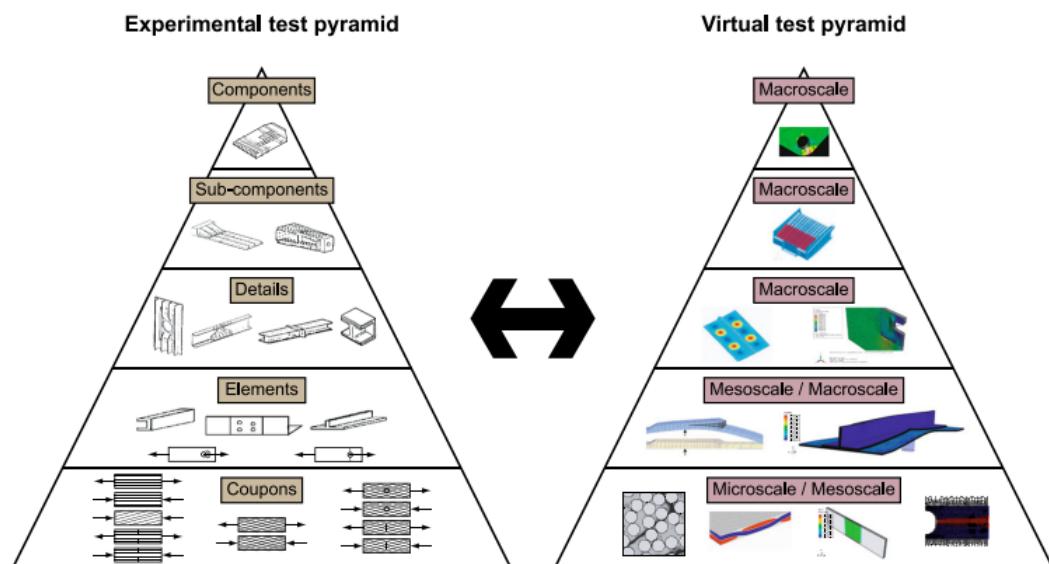


Abbildung 2.1: Der Bausteinansatz: experimentelle und virtuelle Versuchspyramiden. [12]

Abbildung 2.1 veranschaulicht, wie der Bausteinansatz experimentelle Tests (Experimental test

pyramid) und numerische Methoden (virtual test pyramid) zu einem integrierten Validierungsprozess kombiniert. Dies ermöglicht eine abgesicherte Vorhersage des Strukturverhaltens. Der BBA-Ansatz basiert auf der Betrachtung von Faserverbunden auf unterschiedlichen Abstraktionsebenen: Mikro-, Meso- und Makroebene. Demnach erfolgt eine erste Kategorisierung der Modellierungsstrategien. Wie in der Einleitung eingeführt, werden in dieser Arbeit ausschließlich Proben auf Couponebene untersucht, welche die Grundlage der experimentellen Versuchspyramide bilden. In der virtuellen versuchspyramide, definiert der BBA zwei mögliche Modellierungsstrategien, die der Coupon-Ebene in dem experimentell Pyramide gegenüber stehen: Mikro- und Mesoskaligemodellierungsstrategien. Höhere Pyramidenstufen sind mit einer steigenden Modellkomplexität verbunden, gehen jedoch mit einer geringeren Genauigkeit der unteren Stufen einher.

2.1.1. Mikroebene

Eine detaillierte Betrachtung der Fasern und der Matrix eines Faserverbunds als unterschiedliche Werkstoffe mit jeweils eigenem Materialverhalten ist nur auf der Mikroebene möglich. Mikromechanische Modelle ermöglichen die Abbildung lokaler Schädigungsmechanismen wie beispielsweise der Ablösung von Fasern und Matrix. Grundlage solcher Modelle ist meist ein repräsentatives Volumenelement (RVE), das die reale Mikrostruktur hinsichtlich Faseranordnung und Volumenanteil möglichst genau widerspiegelt [12]. Aus wissenschaftlicher Sicht zielen mikromechanische Analysen darauf ab, die Zusammenwirkung von Faser-Faser- und Faser-Matrix-Interaktionen besser zu verstehen. Aus industrieller Perspektive werden Untersuchungen auf dieser Ebene zur Bestimmung verschmierter Eigenschaften für die Mesoskala genutzt. Verschmierte Eigenschaften bzw. Homogenisierungsmethoden sowie Mehrskalenansätze sind hierbei notwendig, da die explizite bzw. vollständige Darstellung der Mikrostrukturen kompletter Bauteile den Speicherbedarf bzw. Rechenaufwand aktueller Rechnereinheiten überlasten würde [5].

2.1.2. Mesoebene

In der Mesoebene werden die mechanischen Eigenschaften von Fasern und Matrix einer einzelnen Schicht als verschmiert betrachtet und auf das gesamte Volumen übertragen. Dies führt dazu, dass die Lage als homogenes und anisotropes Material beschrieben werden kann. Die Bestimmung der verschmierten Eigenschaften kann durch Untersuchungen auf der Mikroebene, experimentell oder mithilfe analytischer Mischungsregeln erfolgen [14]. Das Materialkoordinatensystem wird so gewählt, dass die Richtung (1) entlang der Fasern verläuft, die Richtung (2) senkrecht dazu in der Schichtebene liegt und die Richtung (3) die Dickenrichtung beschreibt, siehe Abbildung 2.2.

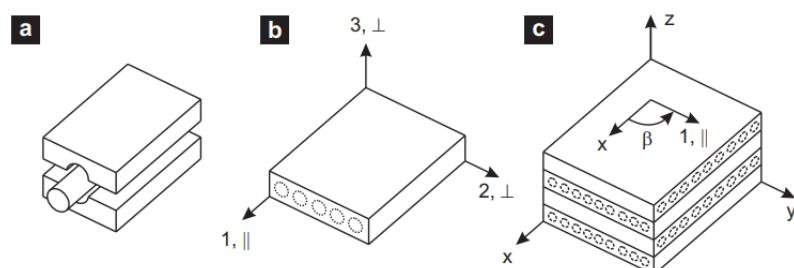


Abbildung 2.2: Abstraktionsebenen: a) Mikro-, b) Meso- und c) Makroebene [15]

Aufgrund der wesensbedingten Richtungen – parallel und senkrecht zur Faserrichtung – zeigt eine unidirektionale Laminatschicht im Allgemeinen ein transversal-isotropes Materialverhalten [15]. Wird die Annahme der transversalen Isotropie getroffen, welche gleiche Eigenschaften in der (2)- und (3)-Richtung voraussetzt, reduziert sich die Anzahl der erforderlichen Parameter zur Beschreibung des Materialverhaltens. Im Fall eines linear-elastischen Materialverhaltens sind dies lediglich fünf unabhängige Parameter. Eine weitere oft verwendete Vereinfachung bei mesoskaligen Modellierungen betrifft die Annahme eines ebenen Spannungszustands. Dabei werden alle Spannungen außerhalb der 1-2-Ebene vernachlässigt. Dieser Ansatz wird mit der Schalentheorie begründet und findet Einsatz in numerischen Methoden, die auf der Äquivalente-Einzellage-Theorie basieren [5], siehe Abschnitt 2.2.1.

2.1.3. Makroebene

Auf der Makroebene wird die Betrachtung auf den Mehrschichtverbund ausgeweitet, der aus gestapelten Einzellagen mit unterschiedlicher Faserorientierung besteht. Dabei wird die Stapelreihenfolge der Lagen als Materialeigenschaft verstanden, die durch die Schichtdicken und -winkel definiert wird. Das globale Verhalten des Verbunds lässt sich durch verschmierte Eigenschaften beschreiben. Diese können analytisch oder numerisch aus den mesoskaligen Eigenschaften der Einzellagen, der Faserorientierung und der Verbundgeometrie bestimmt werden. Analysen auf dieser Ebene geben Aufschluss über die durchschnittliche Antwort des gesamten Verbunds [5]. Es ist anzumerken, dass die makromechanische Modellierung Spannungsfelder in Dickenrichtung nicht korrekt abbilden kann. So können beispielsweise bei ausgeprägten dreidimensionalen Spannungsfeldern Berechnungsungenauigkeiten auftreten [16].

2.2. Modellierungsansätze für Faserverbunde

Unter Berücksichtigung der Meso- und Makroebene werden für die Modellierung von Faserverbunden in einer FE-Software grundsätzlich zwei Ansätze verwendet: Äquivalente Einzellage (ESL, Equivalent Single-Layer) Theorien und Lagenweise Theorien (LW, Layer-Wise). Diese werden im Folgenden kurz eingeführt, um eine Übersicht der Vor- und Nachteile zu geben, auf deren Grundlage eine Auswahl für den Zweck dieser Arbeit erfolgen wird.

2.2.1. Äquivalente Einzellage Theorien

FVS sind typischerweise dünnwandig im Vergleich zu ihrer Länge und Breite, weshalb es gerechtfertigt ist, sie auf eine 2D-Problemstellung bzw. Schalenmodell zu reduzieren. Diese Vereinfachung basiert auf Annahmen hinsichtlich der Deformations- und Spannungsverteilung in der Dickenrichtung des Laminats [17]. Die Dickenkoordinate wird durch Integration entlang der Dicke eliminiert [18]. In diesem Zusammenhang erlauben ESL-Theorien die Darstellung eines Faserverbunds mit nur einem Element in Dickenrichtung. Die Stapelanordnung, die Dicke und die Orientierung der einzelnen Schichten werden numerisch zu Materialeigenschaften in der FEA [5]. Der Ansatz eignet sich für Schalen- und Kontinuumsschalelemente. Die notwendige Integration in Dickenrichtung kann über die Anzahl der Integrationspunkte gesteuert werden, um die gewünschte Auflösung von Spannungen und Dehnungen zu erreichen [15]. ESL-Theorien sind rechnerisch effizient, aber häufig ungenau bei dicken Laminaten oder beim Auftreten stark variierender Eigenschaften zwischen Einzellagen [16]. Deuschle [15] weist darauf hin, dass ESL-Modelle auf die Beschreibung des globalen strukturellen Verhaltens beschränkt sind. Deshalb werden diese in dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt.

2.2.2. Lagenweise Theorie

Die LW-Theorie basiert auf der vollständigen dreidimensionalen anisotropen Elastizität und wird auf der Mesoskala angewandt [17]. Dabei wird jede Einzellage hinsichtlich Material- und Geometrieeigenschaften individuell definiert und mit mindestens einem Element in Dickenrichtung diskretisiert. Anders als bei ESL-Theorien, bei denen der Aufwand vor allem in der Materialbeschreibung liegt, entsteht der Aufwand bei der LW-Theorie durch die geometrische Darstellung [15]. Im Allgemeinen liefert dieser Ansatz genauere Ergebnisse, jedoch auf Kosten eines höheren Rechenaufwands, der von der gewünschten Auflösung abhängt. Zudem ermöglicht der Ansatz die Kombination mit Modellen, die Delaminationen als diskrete Schäden darstellen. Die LW-Modellierung eignet sich für Kontinuumsschalen- und Volumenelemente. Für eine vertiefte Übersicht zur Entwicklung der LW-Theorie, deren numerischer Implementierung und Anwendung wird auf Liew et al. [16] verwiesen.

2.3. Elementtypen

In diesem Abschnitt werden die Elemente eingeführt, die in der FEA berücksichtigt werden: Kontinuumsschalen- und Volumenelemente. Auf eine Einführung in klassische Schalenelemente wird verzichtet, da sie für die LW-Modellierung ungeeignet sind. Eine ausführliche Beschreibung der Elemente ist im Abaqus Manual [19] zu finden.

2.3.1. Kontinuumsschalenelemente

Kontinuumsschalenelemente übernehmen die vereinfachte Verformungskinematik konventioneller Schalen (Mindlin–Reissner–Annahmen), obwohl sie geometrisch wie 3D-Volumen aufgebaut sind. Sie liefern robuste und genaue Ergebnisse sowohl für dünne als auch für dicke Schalenprobleme. Diese Elemente eignen sich für ebene und Biegeprobleme sowie für schubdominierte Belastungen senkrecht zur Schalenebene. Transversale Schubspannungen und Spannungen in Dickenrichtung können im Post-Processing über Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden [5]. Es wird empfohlen, sie nur in Fällen einzusetzen, in denen die Dickenänderung weniger als 10% beträgt [19]. Die Abbildung eines komplexen dreidimensionalen Materialverhaltens erfordert die Vernetzung mit Volumenelementen.

2.3.2. Volumenelemente

Volumenelemente erfassen die vollständige dreidimensionale Geometrie eines Körpers, ohne dass vereinfachende theoretische Annahmen notwendig sind. Dadurch können alle räumlichen Spannungs- und Dehnungsgrößen direkt ausgewertet werden, was jedoch mit erhöhtem Rechenaufwand verbunden ist. Bei sachgemäßer Anwendung ermöglichen sie aufgrund der vollständigen Erfassung des Spannungs- und Dehnungsfeldes sehr genaue und detaillierte Ergebnisse.

In der mesomechanischen Modellierung entstehen häufig sehr dünne Schichten, weshalb bei Volumenelementen unbedingt auf geeignete Seitenverhältnisse geachtet werden muss, da ihre Genauigkeit bei zu starker Verzerrung der Elementgeometrie abnimmt.

2.4. Mesoskalige Modellierung von Laminaten

Im Rahmen der mesoskaligen Modellierung wird jede Einzellage eines Faserverbundlaminats als homogenes, transversalisotropes Kontinuum betrachtet. Durch diese Annahme werden mikroskopische Spannungs- und Dehnungsfelder innerhalb der Faser- und Matrixbereiche nicht

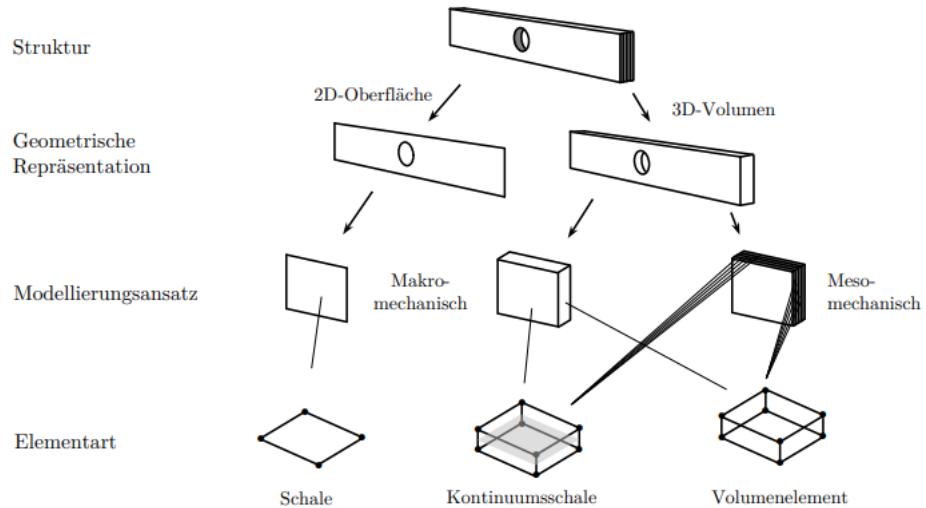


Abbildung 2.3: Skalenbezogene Elementformulierungen [20].

explizit aufgelöst. Der wesentliche Vorteil dieses Ansatzes liegt in seiner guten Übertragbarkeit auf die Makroebene, weshalb die Mesoskala in ingenieurwissenschaftlichen Anwendungen eine bevorzugte Modellierungsebene darstellt.

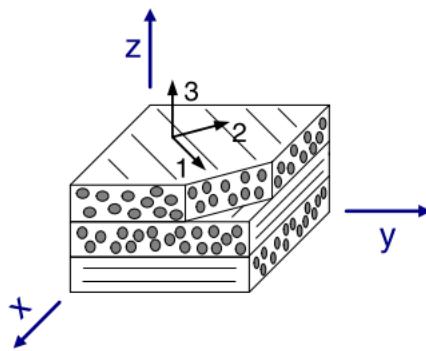


Abbildung 2.4: Laminat mit globalen und lagenweise lokalen x-y-z-Koordinaten [21]

Zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens einer Einzellage wird zusätzlich zum globalen x-y-z-Koordinatensystem ein lokales Lagenkoordinatensystem eingeführt. Dieses ist mit den Hauptmaterialrichtungen der jeweiligen Lage verknüpft und orientiert sich entlang der Faserrichtung (1-Richtung), quer dazu (2-Richtung) sowie in Dickenrichtung (3-Richtung), vgl. Abbildung 2.4. Die für die mesoskalige Beschreibung erforderlichen Materialparameter werden in der Regel experimentell bestimmt. Dabei ist zu berücksichtigen, dass das Versagensverhalten einer isolierten Lage nicht dem einer in ein Laminat eingebetteten Lage entspricht. Eingebettete Lagen zeigen erfahrungsgemäß höhere Festigkeiten als isolierte UD-Lagen. Dieser Effekt, häufig als In-Situ-Effekt bezeichnet [22], ist bei dünnen Lagen besonders ausgeprägt. Das Versagen der Einzellage kann nur mithilfe geeigneter Versagenskriterien erfasst werden, die Spannungen oder Verzerrungen auswerten, siehe Abschnitt 3.3.

In einem mehrlagigen Laminat führt das Versagen der ersten Lage (FPF, First Ply Failure) jedoch nicht zwangsläufig zum strukturellen Versagen des Gesamtsystems (LPF, Last Ply Failure),

weil bei geeigneter Faserorientierung die Last umverteilt werden kann. Dies ist beispielsweise bei Matrixversagen der Fall, bei dem die Fasern weiterhin in der Lage sind, höhere Lasten zu tragen. Abbildung 2.5 zeigt schematisch den Verlauf einer Kraft-Dehnungskurve unter Berücksichtigung von FPF und LPF. Der Bereich zwischen FPF und LPF wird durch eine progressive Schädigungsanalyse beschrieben. Dadurch können sowohl Nichtlinearitäten, die bereits vor FPF auftreten, als auch Lastumverteilungen erfasst werden. Beide Ansätze haben spezifische Anwendungsbereiche und können modular kombiniert werden [5].

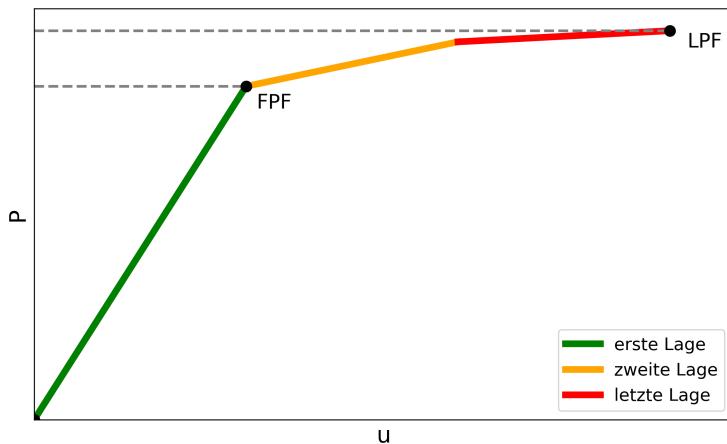


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung des Kraft-Verschiebungsverlaufs zur Verdeutlichung des Unterschieds zwischen FPF und LPF.

Mehrere umfassende Studien [23–26] zeigten die Leistungsfähigkeit von FPF-Theorien, die Schücker et al. [21] als die am häufigsten verwendete Methode zur Versagensvorhersage von Faserverbunden bezeichneten. Die weite Verbreitung dieser Theorien wird auf ihre hohe Recheneffizienz und die geringe Anzahl erforderlicher Materialparameter zurückgeführt. Zudem liefern mechanismenbasierte bzw. phänomenologische Versagenskriterien zuverlässige Festigkeitsvorhersagen und Informationen über die zu erwartende Versagensart.

2.5. Intralaminares Verhalten

Eine möglichst realitätsnahe Modellierung von Faserverbunden muss die experimentell beobachtete Materialantwort berücksichtigen. Zur experimentellen Charakterisierung von Faserverbundlaminaten kommen üblicherweise zwei Vorgehensweisen zum Einsatz: Entweder wird der Spannungs-Dehnungs-Verlauf eines bereits geschädigten Laminats analysiert oder die Entstehung und Ausbreitung von Zwischenfaserbrüchen systematisch erfasst. Die Erfassung des globalen Laminatverhaltens liefert lediglich eine gemittelte Steifigkeitsabnahme und erlaubt keine eindeutige Zuordnung zu einer bestimmten Versagensart, da verschiedene nichtlineare Materialmechanismen ursächlich sein können. Die Beobachtung einzelner Schädigungseignisse setzt hingegen sichtbare Risse voraus, weshalb meist nur durchgehende Risse über die Dicke einer Lage gezählt werden. Der Rissfortschritt wird typischerweise mikroskopisch untersucht – entweder in situ mittels zerstörungsfreier Verfahren oder nach dem Versuch anhand entnommener Proben [27].

Das intralaminare Verhalten beschreibt die mechanischen Eigenschaften einer einzelnen Lage bis zu deren Versagen. Entlang der Faserrichtung bestimmen vor allem die Festigkeitseigenschaften

der Fasern das Antwortverhalten, während quer zur Faser sowie im Schub die Matrixeigenschaften dominieren. Grundsätzlich treten zwei Versagensmechanismen auf: Faserbruch (FF, Fiber Failure) und Zwischenfaserbruch (IFF, Inter Fiber Failure). Diese Mechanismen sind für Zug-, Druck- und Schubbelastungen definiert und werden in Abbildung 2.6 dargestellt.

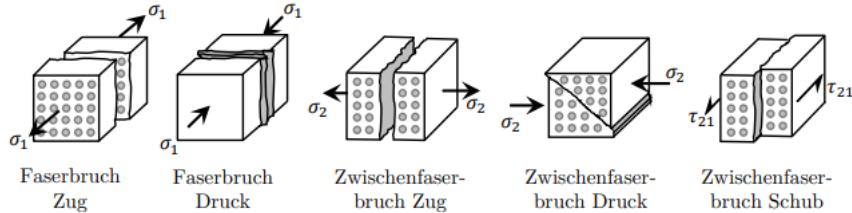


Abbildung 2.6: Versagensarten in einer UD-Lage [20]

Es ist anzumerken, dass Faserbruch aufgrund der in der Regel spröden Faserwerkstoffe sehr schlagartig eintritt und häufig weitere gravierende Schädigungen in angrenzenden Lagen sowie ein nachfolgendes Strukturversagen verursacht. Die zusätzliche Lastaufnahme zwischen FPF und LPF ist daher meist gering, weshalb die detaillierte Modellierung von Faserbruch in vielen Anwendungen als nachrangig bewertet wird [21]. In dieser Arbeit werden jedoch unidirektionale Faserverbunde mit unterschiedlichen Schrägfaserwinkeln untersucht. Dementsprechend ist eine ausführliche Analyse des faser- und matrixdominierten Verhaltens sinnvoll und Gegenstand des nächsten Abschnitts.

2.5.1. Faserdominiertes Verhalten

Unter Faserbruch wird nicht das frühzeitige, statistische Reißen einzelner Fasern verstanden, das bereits bei etwa 50–70% der maximalen Faserfestigkeit auftreten kann, sondern das nahezu gleichzeitige Versagen eines Großteils der Fasern innerhalb einer Lage. Dieser Modus führt zu einem abrupten Versagen entlang einer zur Faserrichtung orientierten Ebene. Wird die Lage als homogenisiertes Material betrachtet, beziehen sich Faserbruchkriterien auf die maximal tragfähige longitudinale Belastung. In Faserrichtung zeigt die Lamina ein deutlich unterschiedliches Verhalten unter Zug- bzw. Druckbelastung. Unter Zugbeanspruchung entsteht der Bruch auf einer zur Faserrichtung senkrechten Ebene, wobei die Lastaufnahme überwiegend durch die Fasern erfolgt. Dabei lassen sich teilweise leichte Steifigkeitszunahmen beobachten, die auf verschiedene Mechanismen wie geometrisch bedingte Dehnungseffekte oder eine verbesserte Orientierung der Graphitstrukturen in Kohlenstofffasern zurückgeführt werden [20].

Das Verhalten der Fasern unter Druck ist im Vergleich zur Zugbeanspruchung weniger umfassend untersucht. In den meisten Fällen bauen Fasern Drucklast nicht durch Bruch, sondern durch Instabilitäten (Knicken) ab. Je nach Materialsystem und Faservolumenanteil kann dieser Mechanismus auf unterschiedlichen Größenskalen auftreten – von lokal begrenztem Mikroknicken bis hin zu makroskopischem Kinking, bei dem größere Faserareale gemeinsam ausknicken.

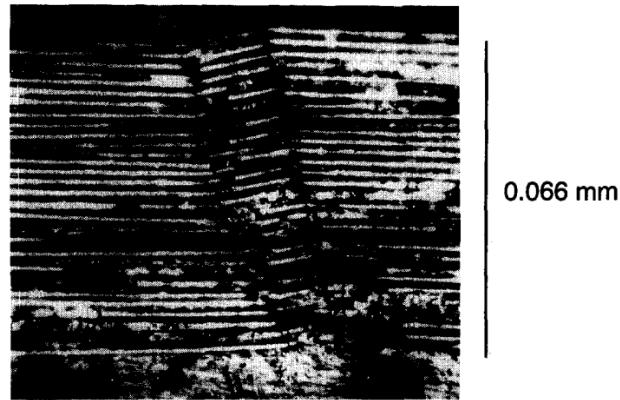


Abbildung 2.7: Kinkbande in IM7/8551-7 [28].

Schultheisz et al. [28] führten eine detaillierte Analyse des Faserverhaltens unter Druck durch. Mikroknicken wurde dabei als häufigste Versagensart in Verbundwerkstoffen mit steifen Fasern und Matrix identifiziert. Zudem wurde festgestellt, dass Mikroknicken bei Verbundwerkstoffen mit hohem Faseranteil primär durch die Schubsteifigkeit der Matrix bestimmt wird. Anders als im Zugversagensfall, bei dem die Fasern die Tragfähigkeit dominieren, hat unter Druckbeanspruchung insbesondere die stützende Wirkung der Matrix einen wesentlichen Einfluss auf das Lastabtragverhalten [15]. Es konnte gezeigt werden, dass Fertigungsdefekte wie Faserfehlstellungen Mikroknicken begünstigen [29]. Hierfür wurden Proben mittels optischer Mikroskopie vermessen und lokale Faserwinkel bestimmt; die Methode wurde später auf CT-Bildgebung ausgeweitet [30]. Die Ergebnisse zeigten, dass Prepreg-Verfahren im Vergleich zu Injektionsmethoden eine bessere Faserausrichtung erzielen.

Faserfehlstellungen lassen sich je nach Größenordnung in Lagenfehlstellungen und Einzelfaserfehlstellungen unterscheiden. Lagenfehlstellungen, häufig als Faser- oder Lagenwelligkeit sowie Faltenbildung bezeichnet, treten in Dickenrichtung deutlich hervor und werden meist in klar definierten geometrischen Formen wie Sinuswellen modelliert [31]. Fedulov et al. [32] zeigten mittels Finite-Elemente-Analysen eine Drucksteifigkeitsreduktion von bis zu 49% für CFRP. Experimentelle Untersuchungen von Wilhelmsson et al. [33] bestätigten ähnliche Ergebnisse bei einer Faserfehllausrichtung von 6° . Eine umfassende Übersicht fertigungsbedingter Defekte und deren Auswirkungen findet sich in [34].

2.5.2. Matrixdominiertes Verhalten

Zwischenfaserbrüche werden sowohl durch Zug- und Druckbelastungen orthogonal zur Faserrichtung als auch durch Schubbeanspruchungen verursacht. Sie bezeichnen makroskopische Rissbildungen, die sich als faserparallel orientierte Trennflächen über die gesamte Dicke einer Lage ausbreiten und erst an versetzt angeordneten Fasern benachbarter Lagen gestoppt werden [20]. Die Ursache liegt auf mikroskopischer Ebene in der Ablösung von Fasern aus der Matrix oder der Initiierung kleiner Mikrorisse. Diese entstehen häufig bereits während des Aushärtungsprozesses der Matrix: Die Schrumpfung des Harzes sowie die unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Faser und Matrix erzeugen Eigenspannungen, die Mikrorissbildung begünstigen. Diese Mikrorisse können sich unter Belastung weiter ausbreiten (siehe Abbildung 2.8). Die resultierenden Aufweitungen der Risse führen zu einer Reduktion der Steifigkeit, was die Gefahr von Delaminationen an Lagenübergängen erhöht [35].

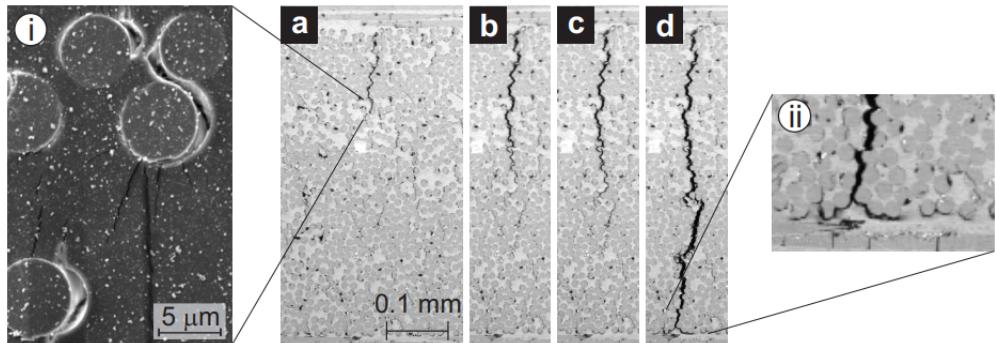


Abbildung 2.8: In-situ-Beobachtung des Wachstums eines Mikroschadens mittels Laser-Rastermikroskop (a bis c), der schließlich zu einem Zwischenfaserbruch infolge einer Zugspannung σ_2 führt (d); Nahaufnahmen: (i) REM-Aufnahme vor der Rissspitze, (ii) beginnende Mikrodellaminierung [15].

Puck [36] zeigte, dass geneigte Risse nur entstehen, wenn das Verhältnis aus transversaler Druckspannung zu Schubspannung einen kritischen Grenzwert überschreitet. Die größte Neigung der Bruchfläche tritt bei reiner transversaler Druckspannung auf und liegt typischerweise zwischen 45° und 55° . Das Verhalten wird durch die Orientierung der Bruchebene charakterisiert und die Richtung der Rissaufweitung in der Literatur [15, 36] durch den Bruchwinkel θ_{fp} beschrieben, siehe Abbildung 2.10. Höhere Neigungswinkel werden nur unter triaxialen Spannungszuständen beobachtet.

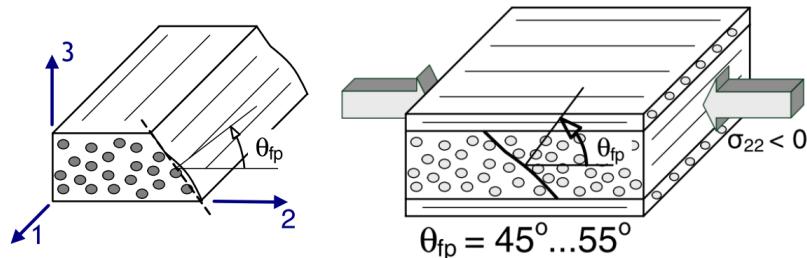


Abbildung 2.9: Matrixdominiertes Versagen in einer Einzellage unter Druck und Orientierung der Bruchebene [21].

Ähnlich wie bei Faserbrüchen bedeutet das Auftreten von Zwischenfaserbrüchen nicht zwangsläufig einen sofortigen Verlust der strukturellen Integrität. Dieser tritt erst ein, wenn das Laminat in den Bereich der Entfestigung gelangt. Dieser Bereich ist nicht explizit in der Abbildung 2.10 dargestellt, wird jedoch durch eine steile Entfestigung nach dem Punkt C vorgestellt. Der Bereich der Entfestigung ist nicht Gegenstand der Forschung dieser Arbeit, weshalb hier nicht tiefer darauf eingegangen wird. Wie bereits erwähnt, treten Zwischenfaserbrüche nicht schlagartig sondern bauen sich allmählich auf. Die Entwicklung matrixdominierter Schädigung in einer Laminatlage lässt sich in drei Abschnitte gliedern. Zunächst zeigt die Lage trotz vorhandener Mikrodefekte ein nahezu elastisches Verhalten. Das ist schematisch bis Punkt A in Abbildung 2.10) dargestellt. Je nach Laminataufbau können jedoch bereits erste Abweichungen von der Linearität auftreten.

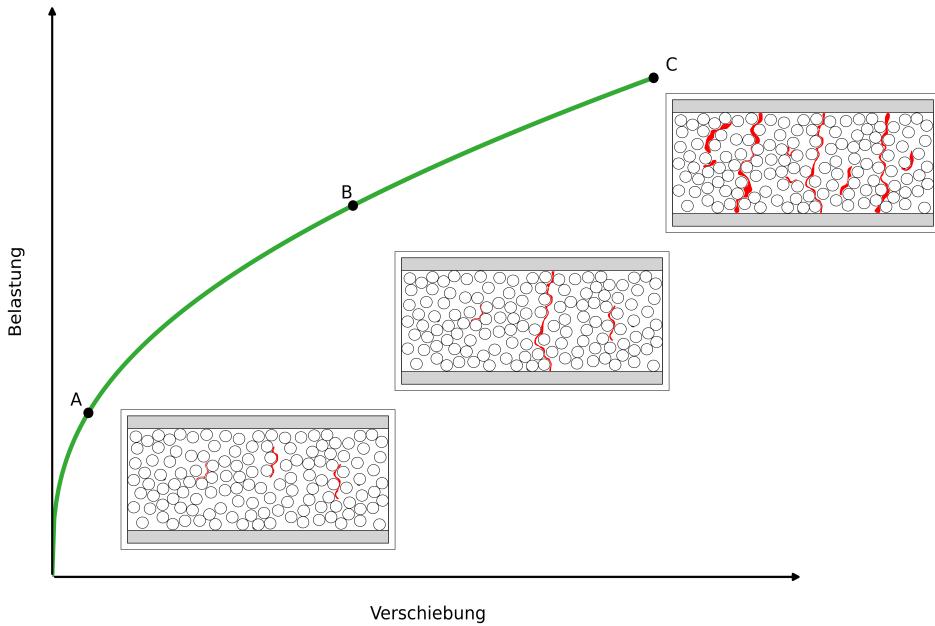


Abbildung 2.10: Schematische Darstellung zur Aufweitung von Rissen in der Matrix: A) bestehende und wachsende Mikrorisse, B) erster Makroriss, C) Totalversagen.

Mit zunehmender Beanspruchung setzt ab Punkt A ein deutlich nichtlineares Verhalten ein, das durch die Ausbreitung bestehender Mikrorisse, zusätzliche Matrixschädigungen sowie plastische Deformationen verursacht wird. Die fortschreitende Mikrostrukturdegradation führt schließlich zu Punkt B, an dem der erste makroskopisch erkennbare Zwischenfaserbruch entsteht. Bei weiter steigenden Dehnungen nimmt die Anzahl dieser Makrorisse zu, wodurch die Steifigkeit weiter abfällt, bis in Punkt C das vollständige Versagen der Laminatlage eintritt. In diesem fortgeschrittenen Stadium können zudem Delaminationen initiiert werden, bevorzugt an Bereichen mit erhöhten interlaminaren Spannungen, etwa an freien Kanten, Krafteinleitungszonen oder stark gekrümmten Laminaten [37]. Delaminationen werden ferner durch Spannungsspitzen und reduzierte Steifigkeiten in den Schichtgrenzen begünstigt, die wiederum auf Fertigungsfehler zurückzuführen sind [38]. Einige experimentelle Studien [39, 40] zeigen, dass Delaminationen unter monotoner Druckbelastung vernachlässigbar klein sind – insbesondere in sublaminatskalierten Verbunden [41]. Dieser Effekt wird in der vorliegenden Arbeit nicht untersucht.

2.6. Intralaminare Nichtlinearitätsmechanismen

Ein Begriff, der in der Literatur häufig im Zusammenhang mit Nichtlinearitäten vor dem Versagen auftaucht, ist die Pseudoplastizität. Experimentelle Beobachtungen zu nichtlinearem Materialverhalten vor dem Versagen sind vielfach dokumentiert [7, 9, 42–44]. Die Pseudoplastizität ist auf Matrixeigenschaften, Faserrotationen und Mikrorisse zurückzuführen [27]. In seiner Dissertation entwickelte Taubert [27] ein nichtlineares Konstitutivmodell, das das Verhalten von CFRP in multidirektionalen Laminaten beschreibt. Drei von ihm identifizierte Nichtlinearitätsmechanismen werden nachfolgend kurz vorgestellt.

Faserrotation

Experimentelle Daten in [27] zeigen, dass große Deformationen und die damit verbundene Rotation der Fasern einen wesentlichen Einfluss auf die Steifigkeit besitzen. Auch Fuller et al. [45] beschreiben einen intrinsischen Verstärkungseffekt, der auf die verformungsabhängige Neuausrichtung der Fasern zurückzuführen ist. Eine Vernachlässigung dieses Effekts kann das vorhergesagte Spannungs-Dehnungs-Verhalten deutlich verfälschen. Darüber hinaus ist eine präzise Erfassung lokaler Dehnungen in den einzelnen Lagen entscheidend, um die tatsächlich wirkenden Spannungen korrekt abzuleiten und potenzielle Schädigungsmechanismen verlässlich beurteilen zu können. Gleichzeitig beeinflusst die Faserrotation unmittelbar die Interpretation des nichtlinearen Laminatverhaltens, wodurch eine Fehleinschätzung anderer Materialmechanismen drohen kann.

Nichtlineare longitudinale Elastizität

Experimente an kohlenstofffaserverstärkten Epoxiden zeigen ein nicht-hooke'sches Spannungs-Dehnungs-Verhalten, das auf materialspezifische Eigenschaften der Fasern zurückzuführen ist und in der Literatur ausführlich dokumentiert wurde [46–48]. Taubert argumentiert daher für die Notwendigkeit, die belastungsabhängige Veränderung des longitudinalen Steifigkeitsmoduls in das Konstitutivmodell zu integrieren [27]. Er verwendete hierfür einen empirischen Ansatz, bei dem die Steifigkeit als Funktion der Dehnung in Längsrichtung berechnet wird.

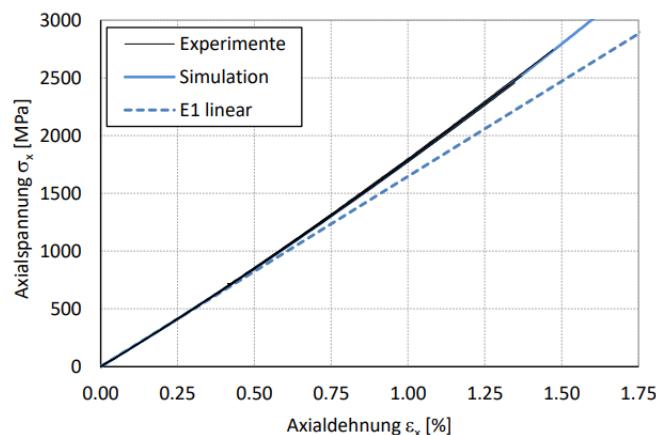


Abbildung 2.11: Auswirkung des nicht-hooke'schen longitudinalen E-Moduls auf die Spannung-Dehnungs-Vorhersage eines unidirektionalen 0°-Laminats [27].

Demnach steigt der Steifigkeitsmodul in Faserrichtung einer Einzellage proportional mit zunehmender Zugdehnung und sinkt bei Druckdehnung entsprechend ab. Dieses Verhalten ist reversibel [49].

Plastizität der Matrix

In dem hier untersuchten Faserverbundwerkstoff IM7-8552 beträgt der Matrixanteil im ausgehärteten Zustand rund 40%, sodass die plastischen Mechanismen des duroplastischen Polymers einen maßgeblichen Einfluss auf das nichtlineare Lagenverhalten besitzen. Das Strecken und Entwirren der Polymerketten unter Last führt zu irreversiblen Formänderungen, die nach Entlastung bestehen bleiben. Unter ebenem Spannungszustand wird die plastische Deformation jedoch nicht

nur durch das isolierte Wirken der transversalen Spannung σ_{22} und der longitudinalen Schubspannung τ_{12} bestimmt, sondern hängt zusätzlich von deren möglicher Wechselwirkung ab.

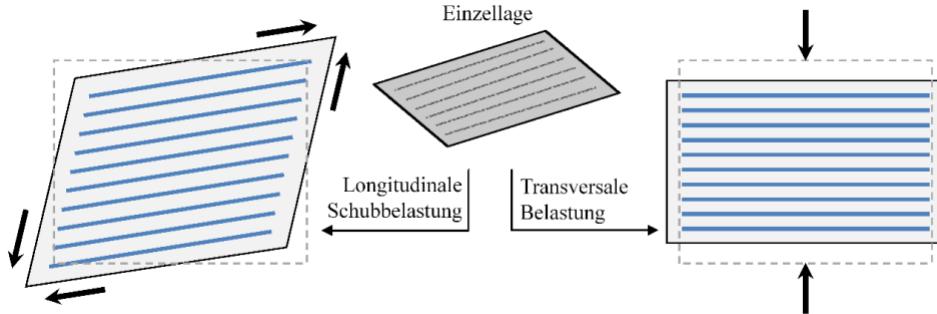


Abbildung 2.12: Verschiedene Fließvorgänge in einer Einzellage in Abhängigkeit der Belastung [27].

Eine Vielzahl etablierter Plastizitätskriterien – etwa die von Hill [50] oder Drucker-Prager [51] – beschreibt das Fließen auf Basis deviatorischer und hydrostatischer Spannungsterme und geht damit von einem vollständig interagierenden Verhalten der Spannungsanteile aus. Für Faserverbunde mit hohem Faseranteil zeigt sich jedoch, dass die Fließprozesse je nach Lastrichtung unterschiedlichen Mechanismen folgen, da plastische Verschiebungen zwischen den Fasern auf getrennten Ebenen stattfinden. Dementsprechend können transversale Normalspannungen und longitudinale Schubspannungen eigenständige Fließvorgänge auslösen, deren Beiträge zur plastischen Dehnungskumulation getrennt zu betrachten sind. Modelle, die diese Trennung berücksichtigen, ordnen den beiden Mechanismen spezifische Schub- bzw. Gleitebenen zu, die sich an den für unidirektionale Laminate bekannten Bruchebenen orientieren. Während ein hydrostatischer Druckzustand das Schubgleiten im Allgemeinen verzögert und somit die effektive Schubfestigkeit erhöht, ist der Einfluss einer überlagerten transversalen Normalspannung auf das Schubfließen experimentell nicht eindeutig belegt. Einige Studien zeigen eine erkennbare Modifikation des nichtlinearen Schubverhaltens durch σ_{22} , während andere Untersuchungen keinen solchen Zusammenhang finden. Die Auswertung wird zusätzlich dadurch erschwert, dass Nebeneffekte wie Faserrotation das gemessene nichtlineare Verhalten überlagern können. Für die Modellierung der Plastizität einer Einzellage bedeutet dies, dass sowohl interagierende als auch voneinander getrennte Fließmechanismen berücksichtigt werden müssen, um plastische Dehnungen unter multiaxialen Spannungszuständen zuverlässig vorherzusagen.

3. 3D elastoplastisches Kontinuumsschädigungsmodell

Basierend auf dem dreidimensionalen Materialmodell von Völkerink et al. [3] werden in diesem Kapitel die Bestandteile des Materialmodells erläutert. Dieses Modell ermöglicht die Abbildung des nichtlinearen Materialverhaltens durch plastische Mechanismen sowie die Erkennung, Auslösung und Berücksichtigung von Schädigungen einschließlich der damit verbundenen Steifigkeitsreduktion.

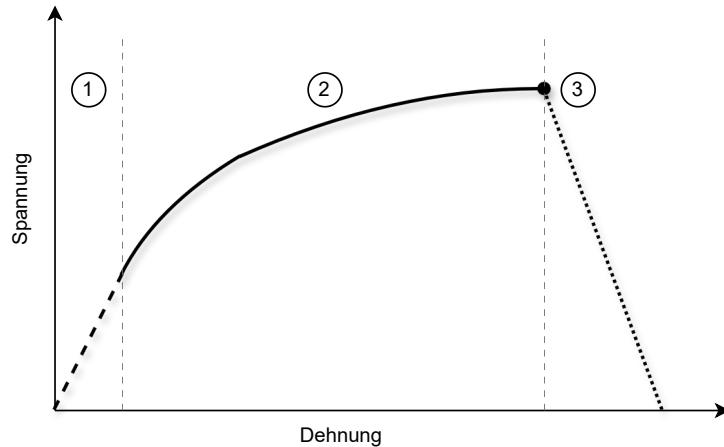


Abbildung 3.1: Allgemeines Materialverhalten aufgeteilt in Bereiche des Materialmodells

Das Materialverhalten kann grundsätzlich in drei Bereiche unterteilt werden, wie in Abbildung 3.1 dargestellt. Im ersten Bereich zeigt das Material ein linear-elastisches Antwortverhalten, das mit steigender Belastung in den zweiten, plastisch dominierten Bereich übergeht. Die Plastizität der Matrix wird mithilfe des Plastizitätsmodells nach Sun und Chen [52] beschrieben. Das Auftreten von Faser- und Zwischenfaserbrüchen wird durch das Versagenskriterium nach Cuntze [53] erkannt, woraufhin die Steifigkeitsdegradation im dritten Bereich ausgelöst wird. Basierend auf diesen drei Bereichen beschreiben die folgenden Abschnitte die zugrunde liegenden theoretischen Konzepte der Modellbausteine zusammenfassend.

3.1. Konstitutives Modell

Das Materialmodell wird zur Untersuchung makroskopischer Strukturen verwendet, weshalb keine diskrete Schädigung in den einzelnen Lagen modelliert wird, sondern der Schädigungsansatz von Kachanov [54] bevorzugt wird. Der Kontinuumsschädigungsansatz nach Kachanov beschreibt Schädigungen eines Materials als homogen über ein betrachtetes Volumen verteilt. Die Schädigung wird als isotrop angenommen und durch eine homogenisierte Reduktion der Steifigkeit beschrieben. Die nominale Spannung σ ergibt sich im uniaxialen Fall aus der auf die ungeschädigte Fläche A_0 wirkenden Last P zu $\sigma = P/A_0$.

Es wird angenommen, dass die wirksam zur Kraftübertragung verbleibende Querschnittsfläche im Zuge der fortschreitenden Schädigung kleiner wird. Dadurch ergibt sich eine erhöhte effektive Spannung $\tilde{\sigma} = P/A_{\text{eff}}$, da dieselbe äußere Last P auf eine reduzierte Tragfläche A_{eff} wirkt.

Das darauf aufbauende Schädigungsmodell nach Matzenmiller et al. [55] nutzt dieses Verhältnis zwischen nominaler und effektiver Spannung zur Beschreibung der Schädigungsevolution und der damit verbundenen Steifigkeitsabnahme. Dieser Ansatz wird von den meisten Kontinuumsschädigungsmodellen in der Literatur verwendet [3]. Die effektive Spannung ergibt sich über den Schadensoperator $\mathbf{M}(d)$ aus der nominalen Spannung:

$$\tilde{\sigma} = \mathbf{M}(d) \sigma \quad (1)$$

und in Voigt-Notation:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\sigma} = \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{11} \\ \tilde{\sigma}_{22} \\ \tilde{\sigma}_{33} \\ \tilde{\tau}_{12} \\ \tilde{\tau}_{23} \\ \tilde{\tau}_{13} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Der in dieser Arbeit verwendete laminatspezifische Schadensoperator besitzt die Form:

$$\mathbf{M}(d) = \text{diag} \left[\frac{1}{1 - d_f}, \frac{1}{1 - d_m}, \frac{1}{1 - d_m}, \frac{1}{1 - d_s}, \frac{1}{1 - d_s}, \frac{1}{1 - d_m} \right] \quad (3)$$

Dabei beschreiben d_f und d_m die Schädigung aufgrund von Faserbruch bzw. Zwischenfaserbruch unter transversaler Belastung; d_s erfasst Zwischenfaserbrüche unter Schubbeanspruchung. Die skalaren Schadensvariablen liegen zwischen 0 (ungeschädigt) und 1 (vollständig geschädigt). Numerisch wird d auf maximal 0,99 begrenzt, um Singularitäten durch Division durch Null zu vermeiden. Zudem unterscheiden d_f und d_m zwischen Zug- und Druckschädigung. Reinoso et al. [56] formulierten hierfür folgende verschmierte Schadensgrößen:

$$d_f = d_{ft} + d_{fc} - d_{ft}d_{fc} \quad (4)$$

$$d_m = d_{mt} + d_{mc} - d_{mt}d_{mc} \quad (5)$$

Das mechanische Verhalten des Laminats wird neben der Schädigung auch durch plastische Effekte beeinflusst. Die Gesamtdehnung ε wird daher in einen elastischen und einen plastischen Anteil zerlegt:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (6)$$

Die effektive Spannung ergibt sich aus dem elastischen Dehnungsanteil über den ungeschädigten Steifigkeitstensor \mathbf{C}_0 :

$$\tilde{\sigma} = \mathbf{C}_0 \varepsilon^e \quad (7)$$

Unter Berücksichtigung von Gl. (1) und (7) ergibt sich die nominale Spannung zu:

$$\sigma = \mathbf{M}(d)^{-1} \mathbf{C}_0 \varepsilon^e \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} = \mathbf{M}(d)^{-1} \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{2222} & C_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & C_{1212} & 0 & 0 \\ & & & & C_{1313} & 0 \\ & & & & & C_{2323} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \varepsilon_{33}^e \\ \gamma_{12}^e \\ \gamma_{13}^e \\ \gamma_{23}^e \end{bmatrix}$$

Die Steifigkeitseinträge der \mathbf{C}_0 lauten:

$$C_{1111} = E_{11}(1 - \nu_{23}\nu_{32})\Gamma \quad (9)$$

$$C_{2222} = E_{22}(1 - \nu_{13}\nu_{31})\Gamma \quad (10)$$

$$C_{3333} = E_{33}(1 - \nu_{12}\nu_{21})\Gamma \quad (11)$$

$$C_{1122} = E_{11}(\nu_{21} - \nu_{31}\nu_{23})\Gamma = E_{22}(\nu_{12} - \nu_{32}\nu_{13})\Gamma \quad (12)$$

$$C_{1133} = E_{11}(\nu_{31} - \nu_{21}\nu_{32})\Gamma = E_{33}(\nu_{13} - \nu_{12}\nu_{23})\Gamma \quad (13)$$

$$C_{2233} = E_{22}(\nu_{32} - \nu_{12}\nu_{31})\Gamma = E_{33}(\nu_{23} - \nu_{21}\nu_{13})\Gamma \quad (14)$$

$$C_{1212} = G_{12} \quad (15)$$

$$C_{1313} = G_{13} \quad (16)$$

$$C_{2323} = G_{23} \quad (17)$$

mit

$$\Gamma = \frac{1}{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}. \quad (18)$$

3.2. Intralaminares Plastizitätsmodell

Die Gesamtdehnung wird wie in Gl. (6) in elastische und plastische Anteile zerlegt, wobei ε^p die irreversiblen Verformungen beschreibt. Die plastischen Dehnungen sowie die unter Berücksichtigung der Plastizität korrigierten Spannungen werden mithilfe eines transversal-isotropen Plastizitätsmodells mit assoziierter Fließregel bestimmt [52]. Es wird angenommen, dass plastische Dehnungen entlang der Faserrichtung vernachlässigbar sind und die transversale Isotropie in der 2-3-Ebene gilt. Das plastische Potenzial im dreidimensionalen Fall lautet [57]:

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2} \left[(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 4\tau_{23}^2 + 2a(\tau_{13}^2 + \tau_{12}^2) \right] \quad (19)$$

Das Potenzial basiert auf Sun und Chens mikromechanischen Beobachtungen [52], die zeigten, dass hydrostatische Spannungen keine plastischen Verformungen verursachen. Der Parameter a quantifiziert das Verhältnis zwischen plastischer Dehnung infolge von Schub- bzw. Normalspannungsanteilen quer zur Faserrichtung und wird als anisotroper Parameter bezeichnet [52, 58]. Zur Unterscheidung zwischen elastischem und plastischem Verhalten dient die Fließbedingung:

$$f(\tilde{\sigma}, \tilde{p}) = \sqrt{3f} - \bar{\sigma}_y(\tilde{p}) \leq 0 \quad (20)$$

In Matrixform gilt [59]:

$$F(\tilde{\sigma}, \tilde{p}) = \frac{1}{2} \tilde{\sigma}^T : \mathbf{P} : \tilde{\sigma} - \bar{\sigma}_y^2(\tilde{p}) \quad (21)$$

mit

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 6a & 0 & 0 & 0 \\ sym. & & & 6a & 0 & 0 \\ & & & & & 12 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Die plastischen Dehnungssinkremente ergeben sich aus der assoziierten Fließregel:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda \quad (23)$$

Plastizität ist vollständig irreversibel und hängt von der akkumulierten plastischen Dehnung \tilde{p} ab, da UD-Werkstoffe mit nichtlinearem Verhalten keinen klaren Streckgrenzwert zeigen [57]. Die Fließgrenze folgt einem Verfestigungsgesetz:

$$\bar{\sigma}_y(\tilde{p}) = \beta \tilde{p}^\alpha \quad (24)$$

Damit lässt sich das plastische Verhalten eines transversal isotropen Materials mithilfe von nur drei Parametern beschreiben, die aus Off-Axis-Versuchen bestimmt werden können. Für UD-Druckversuche wird das Vorgehen im nächsten Abschnitt erläutert.

3.3. Versagenskriterien

Versagenskriterien definieren mathematisch, unter welchen Spannungszuständen eine Struktur versagt. Sie ermöglichen eine nachvollziehbare Analyse möglicher Versagenszustände auf Basis der auftretenden Spannungen. Während sich isotrope Materialien häufig an Vergleichsspannungen wie Mises orientieren, erfordern anisotrope Materialien eine richtungsabhängige Formulierung. Für unidirektionale Lagen wird das Versagen über eine Funktion der Form $F(\sigma, \varepsilon, R)$ beschrieben; Versagen tritt ein, wenn $F \geq 1$.

In der Literatur werden differenzierende und pauschale Versagenskriterien unterschieden. Differenzierende Kriterien, wie jene von Hashin, Puck oder Cuntze, erlauben die physikalisch plausible Trennung verschiedener Versagensmodi. Pauschalkriterien sind einfacher, jedoch weniger präzise, werden allerdings in der Industrie aufgrund ihrer leichten Implementierbarkeit bevorzugt. Eine umfassende Übersicht findet sich in [60]. Im Folgenden werden Hashins und Cuntzes Kriterien vorgestellt.

3.3.1. Hashin

Hashin [61, 62] entwickelte Kriterien zur Unterscheidung von Faser- und Zwischenfaserbruch und differenzierte später zwischen Zug- und Druckbelastung. Die Gleichungen für den 3D-Spannungszustand lauten:

Faserbruch (FF) bei $\sigma_{11} > 0$:

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{R_{11}^{(+)}} \right)^2 + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{R_{12}^2} = 1 \quad (25)$$

Faserbruch (FF) bei $\sigma_{11} \leq 0$:

$$-\frac{\sigma_{11}}{R_{11}^{(-)}} = 1 \quad (26)$$

Zwischenfaserbruch (IFF) bei $\sigma_{22} + \sigma_{33} \geq 0$:

$$\frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{R_{22}^{(+)^2}} + \frac{\tau_{23}^2 + \sigma_{22}\sigma_{33}}{R_{23}^2} + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{R_{12}^2} = 1 \quad (27)$$

Zwischenfaserbruch (IFF) bei $\sigma_{22} + \sigma_{33} < 0$:

$$\frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{4R_{23}^2} + \frac{\tau_{23}^2 + \sigma_{22}\sigma_{33}}{R_{23}^2} + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{R_{12}^2} + \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{R_{22}^{(-)}} \left(\frac{R_{22}^{(-)^2}}{4R_{23}^2} - 1 \right) = 1 \quad (28)$$

Es ist anzumerken, dass Hashin [62] in der Formulierung des Versagenskriteriums für Zwischenfaserbrüche auf die Überlegungen von Mohr-Coulomb basierte, welche bei Puck und Cuntze ähnlich berücksichtigt sind. In derselben Veröffentlichung [62] hat Hashin Versagenskriterien vorgestellt, die auf Spannungsinvarianten basieren, jedoch auf Kalibrierung durch Kurvenanpassung und keinen physikalischen Hintergrund stützten. Das World-Wide Failure Exercise II (WWFE-II), berichtete, dass das Versagenskriterium von Hashin weniger genau als das von Puck und Cuntze ist [63], wobei die beiden im Vergleich mit anderen 3D-Versagenskriterien, die höchste Vorhersagefähigkeiten zeigten. Völkerink zeigte in seiner Arbeit [3], dass Pucks Methode vergleichsweise ähnliche Genauigkeit mit Cuntze bei der Detektion der Schädigungsinitiierung liefert, jedoch deutlich längere Simulationszeiten benötigt. Aus diesem Grund wird auf Puck hier nicht weiter eingegangen.

3.3.2. Cuntze

Cuntze und Freund [53] entwickelten das Failure Mode Concept (FMC), ein interaktives Versagensmodell, das fünf unabhängige Versagensmodi für UD-Laminate unterscheidet: zwei Faserversagen (FF1 Zug, FF2 Druck) und drei Zwischenfaserversagen (IFF1 Zug, IFF2 Druck, IFF3 Schub).

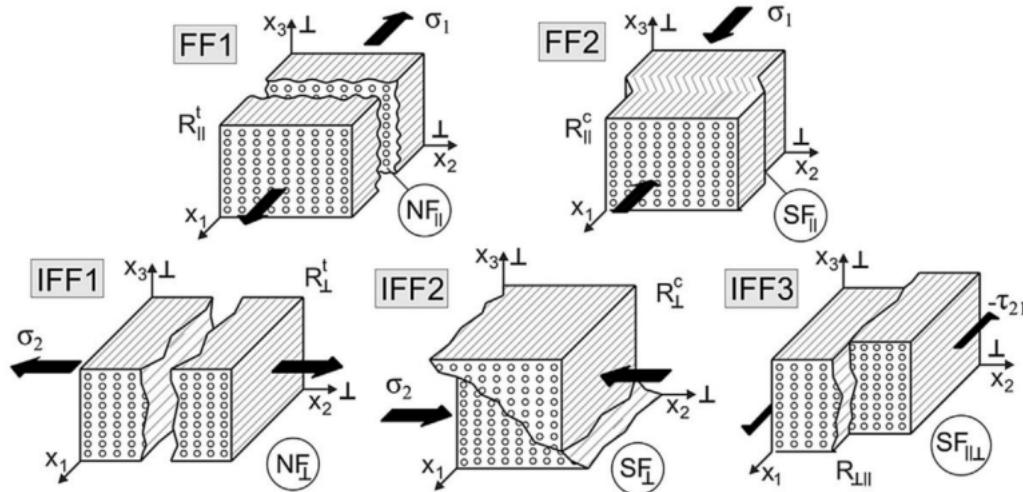


Abbildung 3.2: Versagensmodi einer transversal isotropen UD-Lage unter dreidimensionaler Belastung [64]

Jeder Modus wird durch eine entsprechende Festigkeit ($R_{\parallel}^t, R_{\parallel}^c, R_{\perp}^t, R_{\perp}^c, R_{\perp\parallel}$) und eine äquivalente Spannung, die für das Einzelversagen verantwortliche Spannung gekennzeichnet $\sigma_{\text{eq}}^{\parallel\sigma}, \sigma_{\text{eq}}^{\parallel\tau}, \sigma_{\text{eq}}^{\perp\sigma}, \sigma_{\text{eq}}^{\perp\tau}, \sigma_{\text{eq}}^{\perp\parallel}$.

Es ist anzumerken, dass in der ursprünglichen Version die äquivalenten Spannungen in Form von Invarianten angegeben worden sind. In dieser Arbeit wird die Formulierung von Petersen et. al. [64] verwendet. Jedem Modus wird ein Materialanstrengungswert (engl. Effort) $Eff^{(mode)}$ zugeordnet.

$$FF1: Eff^{\parallel\sigma} = \frac{\sigma_1}{R_{\parallel}^t} = \frac{\sigma_{eq}^{\parallel\sigma}}{R_{\parallel}^t} \quad (29)$$

$$FF2: Eff^{\parallel\tau} = \frac{\sigma_1}{R_{\parallel}^c} = \frac{\sigma_{eq}^{\parallel\tau}}{R_{\parallel}^c} \quad (30)$$

$$IFF1: Eff^{\perp\sigma} = \frac{(\sigma_2 + \sigma_3) + \sqrt{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2}}{2R_{\perp}^t} = \frac{\sigma_{eq}^{\perp\sigma}}{R_{\perp}^t} \quad (31)$$

$$IFF2: Eff^{\perp\tau} = \frac{b_{\perp\perp}\sqrt{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2} + (b_{\perp\perp} - 1)(\sigma_2 + \sigma_3)}{R_{\perp}^c} = \frac{\sigma_{eq}^{\perp\tau}}{R_{\perp}^c} \quad (32)$$

$$IFF3: Eff^{\perp\parallel} = \left(\frac{\sqrt{b_{\perp\parallel}^2 I_{23-5}^2 + 4R_{\perp\parallel}^2(\tau_{13}^2 + \tau_{12}^2)^2} + b_{\perp\parallel} I_{23-5}}{2R_{\perp\parallel}^3} \right)^{1/2} = \frac{\sigma_{eq}^{\perp\parallel}}{R_{\perp\parallel}} \quad (33)$$

mit

$$I_{23-5} = 2\sigma_2\tau_{12}^2 + 2\sigma_3\tau_{13}^2 + 4\tau_{23}\tau_{13}\tau_{12}.$$

Dabei werden die Indizes σ, τ absichtlich anstelle von t und c verwendet, um zu verdeutlichen, dass die versagensauslösende Spannung in der äquivalenten Spannung den Brucharten Normalbruch bzw. Schubbruch zugeordnet ist. Die Parameter $b_{\perp\perp}$ und $b_{\perp\parallel}$ beschreiben die innere Reibung und werden experimentell kalibriert.

Der Beitrag eines einzelnen Versagenmodi $Eff^{(mode)}$ zur globalen Materialanstrengung Eff lässt sich berechnen zu:

$$Eff^m = \sum_{i=1}^5 Eff^{(mode)} = \left(\frac{\sigma_{eq}^{\parallel\sigma}}{R_{\parallel}^t} \right)^m + \left(\frac{\sigma_{eq}^{\parallel\tau}}{R_{\parallel}^c} \right)^m + \left(\frac{\sigma_{eq}^{\perp\sigma}}{R_{\perp}^t} \right)^m + \left(\frac{\sigma_{eq}^{\perp\tau}}{R_{\perp}^c} \right)^m + \left(\frac{\sigma_{eq}^{\perp\parallel}}{R_{\perp\parallel}} \right)^m \quad (34)$$

Der Parameter m , welcher die Interaktion der einzelnen Versagensmodi ermöglicht, verknüpft die mechanische und probabilistische Effekte. Dessen Wert wird nicht direkt aus Materialparametern abgeleitet, sondern durch Anpassung an experimentelle Daten. Cuntze empfiehlt aus numerischen Gründen eine ungerade Zahl zwischen 2.5 und 4, wobei in dem Bereich niedrige Werte auf der sicheren Seite liegen sollte. Dafür wird von dem Author auch die Begrifflichkeit - Abrundungskoeffizient auf der sicheren Seite - [53] verwendet. Solange $Eff^m < 1$ ist, gilt das Material als intakt und verhält sich elastoplastisch. Sobald der Wert $Eff^m \geq 1$ an einem Integrationspunkt erreicht wird, wird der Schadensbeginn ausgelöst und die Steifigkeit des Materials schrittweise reduziert. Zunächst werden die Steifigkeiten jener Versagensmodi abgebaut, deren einzelne Materialanstrengung am höchsten ist. Sobald zusätzliche Einzelmaterialeanstrengungen ebenfalls den Wert 1 erreichen, werden auch die zugehörigen Steifigkeiten reduziert. Welche Steifigkeiten den jeweiligen Versagensmodi zugeordnet sind, ist in der Tabelle 3.1 dargestellt

Tabelle 3.1: Zuordnung von Versagenmodi zu Schädigungsvariablen [5]

Versagensmodi	FF1	FF2	IFF1	IFF2	IFF3
Schädigungsvariable	d_{ft}	d_{fc}	d_{mt}	d_{mc}	d_s

Durch den kontinuierlichen Ansatz des CDM wird der Schaden nicht mehr als lokalisierter Riss, sondern als auf das jeweilige Finite-Elemente verteilte Größe beschrieben, welche sich auf die räumliche Ausdehnung bezieht. Dadurch lassen sich reale Risspfade nur indirekt erfassen, indem ganze Elemente schrittweise steifigkeitsgemindert bzw. gelöscht werden, was die makroskopische Ausbreitung eines Risses approximiert. Im nächsten Abschnitt wird erörtert, wie die Schädigungsvariablen formuliert werden.

3.4. Dehnungsgesteuerte Schadensprogression

In der Fachliteratur zur Schadensprogression in Faserverbunden wird der Fortschritt der Schädigung häufig über die Entwicklung der Versagensindizes der jeweiligen Initiierungskriterien gesteuert [56, 65–67]. Die meisten Versagenskriterien sind spannungsbasiert [68], weshalb auch die Schädigungsprogression in der Regel spannungsgesteuert ist. Bei Berücksichtigung der Plastizität werden jedoch die maximalen effektiven Spannungen durch das Fließverhalten des Materials eingeschränkt, siehe Gl. (21). Dies würde wiederum die Progression der Schädigung einschränken, weshalb die Schadensprogression in dieser Arbeit dehnungsgesteuert wird.

Sobald im Faserverbundwerkstoff Schädigung einsetzt, verteilt sich die Deformation nicht länger homogen über das Bauteil. Stattdessen konzentrieren sich die Dehnungssinkemente zunehmend in lokal begrenzten Bereichen, während große Teile der Struktur nur noch gering belastet werden. Dieses lokalisierte Deformationsverhalten führt zur Notwendigkeit der korrekten Abbildung der dissipierten Energie insbesondere in der Bruchzone. Diese Anforderung wird in der klassischen Finite-Elemente-Theorie nicht ohne Weiteres erfüllt, weil die dissipierte Energie mit zunehmender Verfeinerung der Vernetzung künstlich abnimmt [69]. Damit einhergehend ist eine deutliche Abhängigkeit der Lösung von der Elementgröße ersichtlich. Kleinere Elemente führen nicht zwangsläufig zu einer konvergenten oder physikalisch sinnvollen Antwort.

Um diese Problematik zu vermeiden, wird die Energiefreisetzungsraten über den Rissband-Ansatz (CBA. Crack Band Approach) nach Bažant [70] regularisiert, ähnlich wie bei dem Berechnungsmodell von Lapczyk und Hurtado [71]. Die material- und modusspezifische Energiefreisetzungsraten g_M beschreibt die Energie, die für die Ausbreitung eines Risses erforderlich ist bzw. währenddessen freigesetzt wird:

$$g_M = \frac{G_M}{L_c} \quad \text{mit } M \in \{ft, fc, mt, mc, s\} \quad (35)$$

Dabei ist G_M der Bruchwiderstand für den Modus M und L_c die charakteristische Elementlänge, welche folgendermaßen berechnet wird:

$$L_{c,abq} = \sqrt{\frac{V_{el}}{t_{Lage}}} \quad (36)$$

Das Volumen des Elements V_{el} sowie die Dicke einer Lage t_{Lage} sind bekannte Modellgeometrien. Darüber wird die äquivalente und elementspezifische Dehnung berechnet:

$$\delta = \frac{\varepsilon}{L_c} \quad (37)$$

Jede Schädigungsvariable wird mit der folgenden Gleichung berechnet:

$$d_M = \frac{\delta_{M,\text{eq}}^f (\delta_{M,\text{eq}} - \delta_{M,\text{eq}}^0)}{\delta_{M,\text{eq}} (\delta_{M,\text{eq}}^f - \delta_{M,\text{eq}}^0)} \quad \text{with } \delta_{M,\text{eq}}^0 \leq \delta_{M,\text{eq}} \leq \delta_{M,\text{eq}}^f. \quad (38)$$

Dabei beschreibt die äquivalente Dehnung δ_M^0 die Dehnung bei der die Schädigungsinitierung erfolgt. Folglich wird die effektive Spannung mit Gl. (37) berechnet. Die äquivalente Dehnung beim totalen Versagen $\delta_{M,\text{eq}}^f$, welche dem $d_M = 1$ entspricht, lässt sich berechnen:

$$\delta_{M,\text{eq}}^f = \frac{2G_M}{\sigma_M^0 L_c}. \quad (39)$$

In der Abbildung 3.3 lassen sich diese Zusammenhänge vereinfacht darstellen.

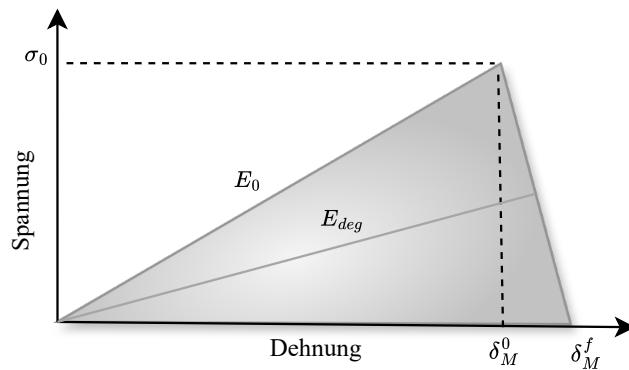


Abbildung 3.3: Schematischer Verlauf der effektiven Spannung und äquivalenten Dehnung unter Berücksichtigung einer linearen Steifigkeitsdegradation

Der Verlauf vor dem Schädigungsinitiierungspunkt ist rein elastisch und sobald die Dehnung den Wert der äquivalenten Dehnung δ_M^0 erreicht, degradiert die Steifigkeit in einer linearen Weise zur Versagensdehnung δ_M^f

4. Numerische Implementierung und Verifizierung

Das Konstitutivgesetz, das im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird, ist als nutzerdefiniertes Materialmodell VUMAT für Abaqus programmiert. Der Vorteil von expliziten Modellen im Vergleich zu impliziten Lösungsverfahren besteht darin, dass ausgeprägtes nichtlineares Verhalten bei relativ geringem Implementierungsaufwand stabil abgebildet werden kann. Dabei ist zu beachten, dass die Konvergenz bei expliziten Verfahren nur bei ausreichend kleinen Zeitschritten gewährleistet ist. In diesem Abschnitt erfolgt die Beschreibung des von Völkerink [3] entwickelten Materialmodells mit den Erweiterungen, die von Makiela [6] vorgeschlagen wurden. Zur Validierung wird das Material IM7/8552 verwendet, welches häufig in der Luftfahrt eingesetzt wird. Die dazugehörigen Materialparameter werden ausführlich im nächsten Abschnitt beschrieben.

4.1. Einbindung der VUMAT in den expliziten Berechnungsprozess

Bei der expliziten Zeitintegration werden die Bewegungsgleichungen zunächst zum Zeitpunkt t_n formuliert und anschließend zur Bestimmung des Systemzustands zum darauffolgenden Zeitpunkt t_{n+1} fortgeschrieben. Die Festlegung der zulässigen Zeitschrittgröße erfolgt automatisch durch die FE-Software und hängt unter anderem vom Elastizitätsmodul, der kleinsten Elementkante, der Materialdichte sowie gegebenenfalls von der Querkontraktionszahl ab.

Im Verlauf der Simulation wird die Berechnungsroutine für jedes Element, in jedem Inkrement und an jedem Integrationspunkt aufgerufen. Ziel dieser Routine ist es, die mechanische Antwort des Elements auf die anliegende Verformung zu bestimmen. Hierfür erhält die VUMAT verschiedene Eingabeparameter wie Materialdaten, den Deformationsgradienten sowie gegebenenfalls Dehnungen, Dehnungssinkemente und interne, lösungsabhängige Zustandsvariablen (SDV, State Data Variables). Nach der Ausführung der in der VUMAT implementierten Berechnungslogik werden die resultierenden Spannungen und aktualisierten SDV an die FE-Software zurückgegeben und in den weiteren Berechnungsschritten berücksichtigt. Die Funktionsweise der VUMAT innerhalb eines expliziten FE-Berechnungsverfahrens ist in Abbildung 4.1 schematisch dargestellt.

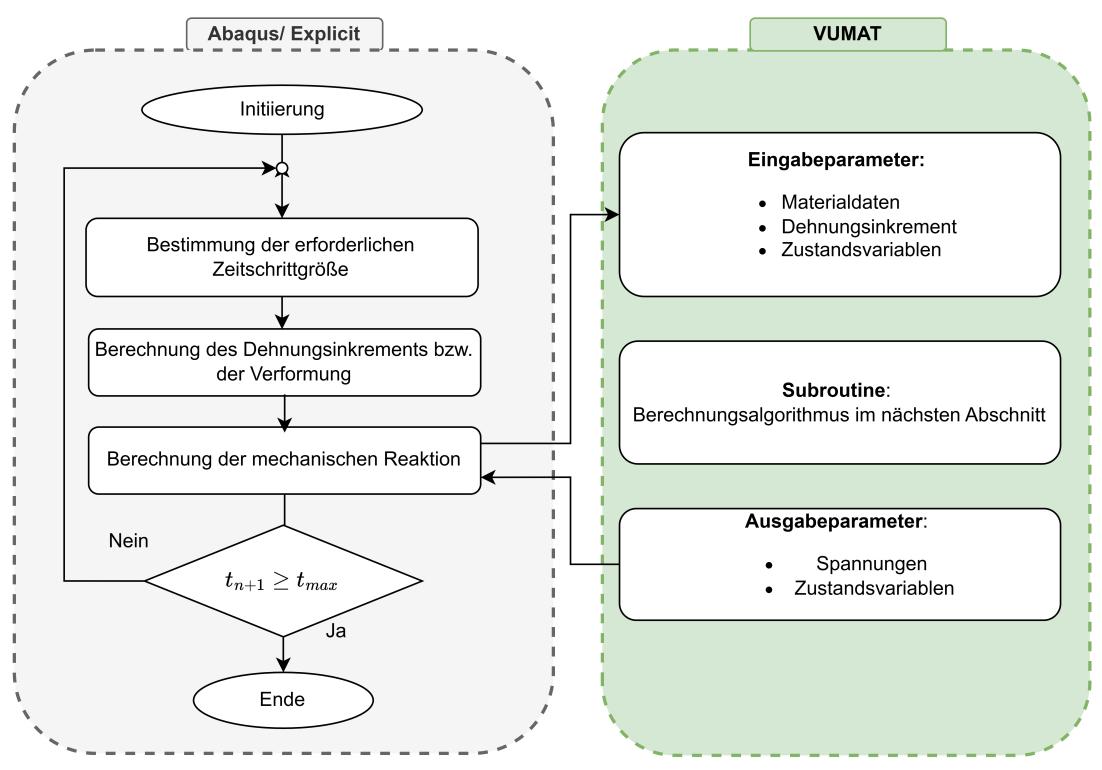


Abbildung 4.1: Flussdiagramm eines expliziten Berechnungsverfahrens angelehnt an [6]

4.2. Berechnungsalgorithmus bei Annahme kleiner Dehnungen

Zu Beginn jedes Inkrementen werden die elastische Dehnung ε_n^e und die plastische Dehnung ε_n^p sowie das Dehnungssinkment $\Delta\varepsilon$, die äquivalente plastische Dehnung \tilde{p}_n und die Spannung aus dem vorherigen Inkrement σ_n herangezogen. Darauf aufbauend wird die effektive Spannung zum Zeitpunkt n durch Gl. (1) berechnet. Aus diesen Informationen wird ein elastischer Prädiktor bestimmt, der eine Testdehnung $\varepsilon_{n+1}^{\text{trial}}$ und eine zugehörige Testspannung $\tilde{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}}$ umfasst. Die Testspannung dient der Überprüfung des Fließkriteriums. Liegt ein elastisches Inkrement vor, werden die Spannungen und Dehnungen für den Zustand $n + 1$ direkt aus dem Prädiktor übernommen. Tritt plastisches Verhalten auf, müssen hingegen die tatsächliche effektive Spannung $\tilde{\sigma}_{n+1}$ sowie die im Inkrement akkumulierte plastische Dehnung neu berechnet werden. Die effektive Spannung ergibt sich als Funktion der Testdehnung:

$$\tilde{\sigma}_{n+1} = (\mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{D}^e \mathbf{M} \mathbf{P})^{-1} \tilde{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}} \quad (40)$$

Dabei bezeichnet \mathbf{I} die Identitätsmatrix, $\Delta\lambda$ den plastischen Multiplikator und \mathbf{D}^e die elastische Nachgiebigkeitsmatrix. Die äquivalente plastische Dehnung des Inkrementen $n + 1$ wird anschließend anhand einer ergänzenden Gleichung bestimmt. Die zuvor formulierte Spannungsaktualisierung bildet die Grundlage für die Bestimmung der äquivalenten plastischen Dehnung im Inkrement $n + 1$. Hierzu wird der Wert des vorangegangenen Schritts um einen zusätzlichen Beitrag erweitert, der vom plastischen Multiplikator $\Delta\lambda$ sowie den effektiven Spannungsgrößen abhängt. Dieser Beitrag ergibt sich aus der folgenden Beziehung:

$$\tilde{p}_{n+1} = \tilde{p}_n + \Delta\lambda \sqrt{(\mathbf{P} \cdot \tilde{\sigma}_{n+1})^T : \mathbf{Z} : (\mathbf{P} \cdot \tilde{\sigma}_{n+1})}. \quad (41)$$

Dabei beschreibt die Matrix \mathbf{Z} eine Abbildungsgröße, welche die relevanten Spannungsanteile in skalierte Komponenten überführt. Sie weist eine symmetrische Struktur auf:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{3a} & 0 & 0 \\ & & & \text{sym.} & \frac{1}{3a} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{6} \end{bmatrix}. \quad (42)$$

Da der plastische Multiplikator $\Delta\lambda$ in allen zuvor eingeführten Ausdrücken als einzige unbekannte Größe verbleibt, wird für seine Bestimmung ein Return-Mapping-Algorithmus (RMA) eingesetzt. Dieser wurde für zweidimensionale Spannungszustände in [67] verwendet und ursprünglich in [59] entwickelt. Der plastische Multiplikator $\Delta\lambda$ dient zur Korrektur des elastischen Prädiktors, sodass sowohl elastische als auch plastische Effekte konsistent berücksichtigt werden. Unabhängig davon, ob das betrachtete Inkrement elastisch bleibt oder eine plastische Anpassung erfährt, wird im nächsten Schritt das Versagenskriterium eingeleitet. Im Laufe dieser Arbeit wurde festgestellt, dass das Versagenskriterium von Cuntze die Schädigung besser abbilden kann. Die Erkenntnisse dazu werden im Abschnitt 4.11 detailliert erläutert. In diesem Zusammenhang wird im Flussdiagramm in Abbildung 4.2 nur auf Cuntze angedeutet. Die Schädigungsvariablen d_{ft} , d_{fc} , d_{mt} , d_{mc} und d_s werden nur dann aktualisiert, wenn die globale Materialanstrengung Eff^m gleich oder größer als 1 wird. Danach werden die elastischen sowie plastischen Dehnungsanteile bestimmt und der nominale Spannungsvektor σ_{n+1} unter Berücksichtigung der aktualisierten Schädigungsgrößen neu berechnet. Abschließend gibt die Routine die aktualisierten Zustandsvariablen zurück. In der nächsten Abbildung wird der Berechnungsablauf für jedes Inkrement an jedem Integrationspunkt dargestellt.

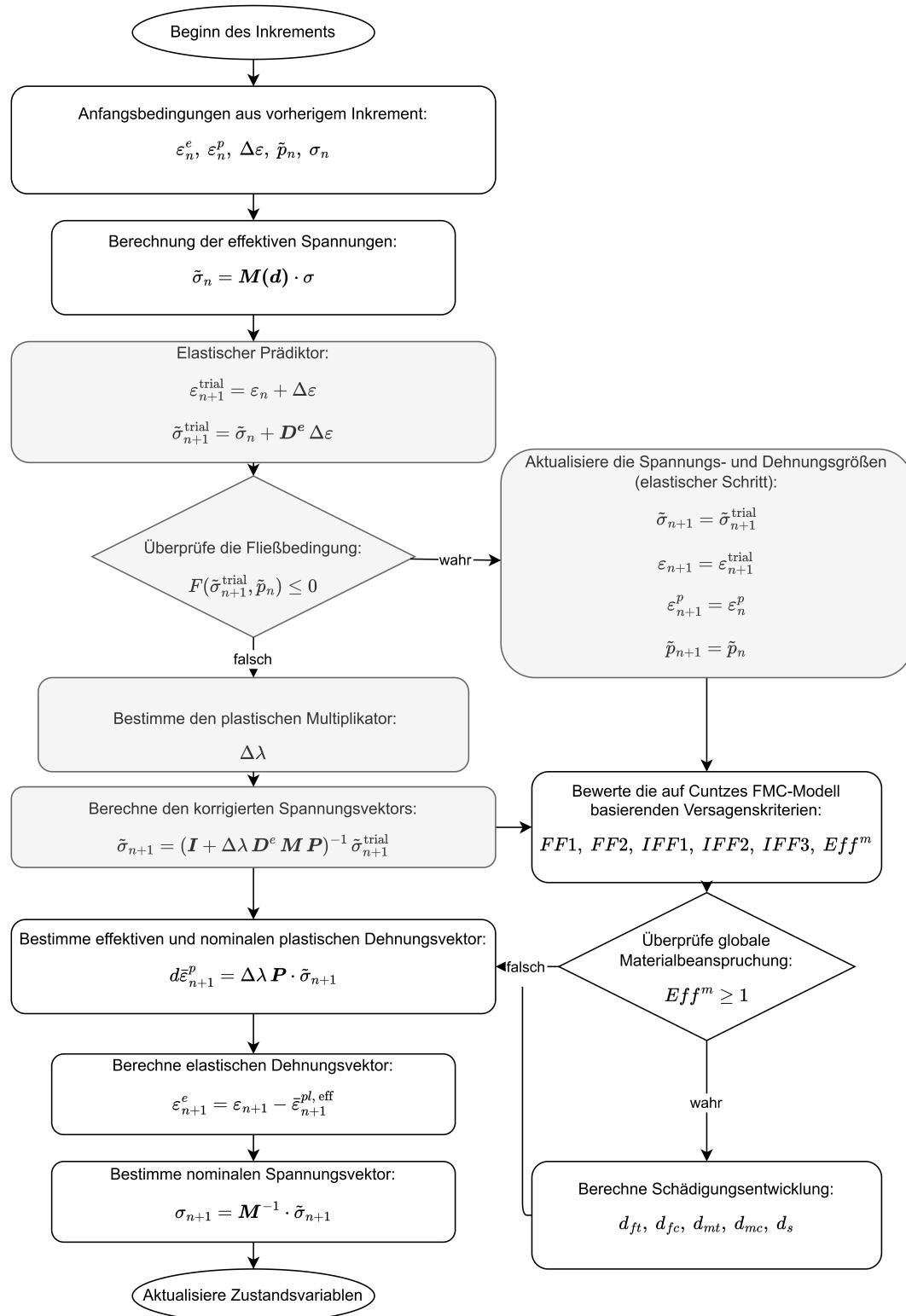


Abbildung 4.2: Flussdiagramm der VUMAT-Subroutine in Anlehnung an [3].

In der Abbildung 4.2 werden die notwendigen Rechenschritte der VUMAT-Subroutine dargestellt. Diese Schritte müssen an jedem Integrationspunkt für jedes Inkrement der Simulation durchlaufen werden. Die grauen Kästchen beschreiben den RMA-Algorithmus, welcher wesentlicher Bestandteil der oben dargestellte VUMAT-Subroutine ist. Eine ausführliche Herleitung der Abbildungsmatrix Z sowie der genannten Gleichungen ist nicht Anspruch dieser Arbeit und lässt sich in [67] finden.

4.3. Bestimmung von Materialparametern

Die Überprüfung der Fähigkeiten des Materialmodells bedarf möglichst genauer Materialparameter. Diese umfassen die Materialkennwerte sowie die Plastizitäts- und Reibungsparameter. Im Folgenden wird eine Übersicht dieser Parameter und deren Herkunft dargestellt.

4.3.1. Materialkennwerte

Im Rahmen dieser Arbeit konnten keine experimentellen Versuche durchgeführt werden, deshalb stellte sich eine sorgfältige Aufbereitung der Materialparameter aus verschiedenen Quellen als notwendig heraus. Die Ergebnisse zur Verifizierung und Validierung des Materialmodells werden in Tabelle 4.1 dargestellt:

Tabelle 4.1: Materialparameter IM7/8552

E_{11} 154,5 GPa [72]	$E_{22} = E_{33}$ 8,4 GPa [73]	$G_{12} = G_{13}$ 5,6 GPa [73]	G_{23} 2,8 GPa [73]	$\nu_{12} = \nu_{13}$ 0,34 [73]	ν_{23} 0,49 [73]
R_{\parallel}^t 2560,0 MPa [73]	R_{\parallel}^c 1017,0 MPa [72]	R_{\perp}^t 73,0 MPa [73]	R_{\perp}^c 255,0 MPa [73]	$R_{\perp\parallel}$ 89,0 MPa [73]	
G_{ft} 92,0 N/mm [72]	G_{fc} 80,0 N/mm [73]	G_{mt} 0,24 N/mm [74]	G_{mc} 0,739 N/mm [74]	G_s 0,739 N/mm [74]	

4.3.2. Plastizitätsparameter

Das Besondere am Plastizitätsmodell von Sun und Chen [52] ist die pragmatische Art, das plastische Verhalten bei Berücksichtigung der transversalen Isotropie mit lediglich einem Parameter abzubilden. Das Modell wurde für 3D-Spannungszustände von Weeks und Sun [57] erweitert und zeigte gute Übereinstimmung mit experimentellen Versuchen an zugbelasteten Prüfkörpern, wie bei [3] dargestellt wurde. Der Plastizitätsparameter wird durch eine iterative Methode mittels Kurvenanpassung an experimentelle Versuche bestimmt. Es ist zu erwähnen, dass ein explizites Verfahren zur Berechnung dieses Parameters in [39] vorgestellt wird, jedoch wenig von anderen Autoren behandelt wird [20]. Deshalb wird in dieser Arbeit die iterative Methode verwendet, die auch dem Standardvorgehen von Sun und Chen entspricht. Im nächsten Abschnitt wird das Verfahren zur Berechnung der Plastizitätsparameter a_{66} anhand von Daten aus Versuchen an druckbelasteten Prüfkörpern mit Schrägfaserwinkeln (OAC, Off-Axis-Compression) [7] beschrieben.

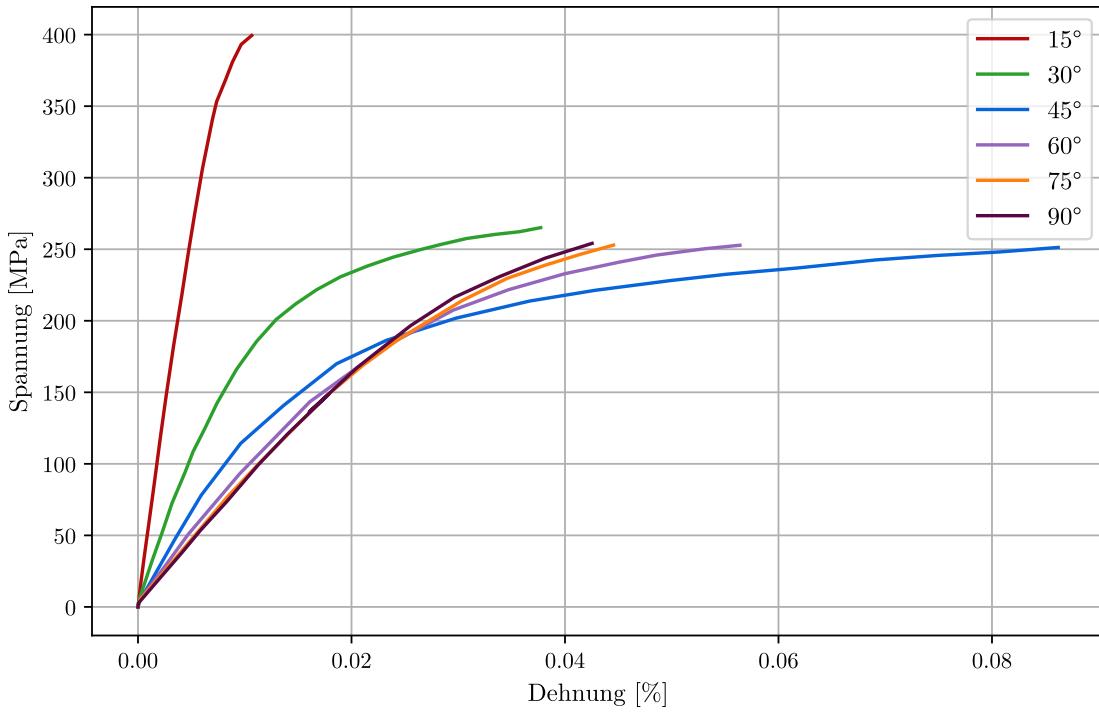


Abbildung 4.3: Experimentelle Kurven für Schrägfaserwinkelversuche, extrahiert aus [7]

Diese Kurven stellen jedoch keine streng gemittelten Werte dar, da sie mithilfe des Tools Web-PlotDigitizers extrahiert wurden. So fällt z. B. auf, dass der Verlauf für den Schrägfaserwinkel $\theta_{off} = 45^\circ$ im Bereich 1–2 % Dehnung über zwei Knicke verfügt. Nichtsdestotrotz werden sie für eine erste Bewertung des Parameters a_{66} als solche angesehen und nach Durchführung eigener Versuche angepasst.

Parameterbestimmung nach Sun & Chen

Unter Berücksichtigung des Schrägwinkels θ_{off} lassen sich die in Lastrichtung gemessenen Spannungen σ_x in das Materialkoordinatensystem überführen:

$$\sigma_{11} = \cos^2(\theta_{off})\sigma_x, \quad \sigma_{22} = \sin^2(\theta_{off})\sigma_x, \quad \sigma_{12} = -\sin(\theta_{off})\cos(\theta_{off})\sigma_x \quad (43)$$

Für den ebenen Spannungszustand lassen sie sich zur effektiven Spannung $\tilde{\sigma}$ zusammenfassen:

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} (\sigma_{22}^2 + 2a_{66}\sigma_{12}^2)} \quad (44)$$

Durch Einsetzen von Gl. 43 in 44 lässt sich über die Transformationsfunktion $h(\Theta_{off}, a_{66})$ der Zusammenhang herstellen:

$$\tilde{\sigma} = h(\Theta_{off}, a_{66}) \sigma_x \quad (45)$$

mit:

$$h(\Theta_{off}, a_{66}) = \sqrt{\frac{3}{2} (\sin^4(\Theta_{off}) + 2a_{66}\sin^2(\Theta_{off})\cos^2(\Theta_{off}))} \quad (46)$$

In ähnlicher Weise lassen sich die gemessenen Dehnungen in das Materialkoordinatensystem überführen. Unter Berücksichtigung der Zerlegung der Dehnungsanteile wie in Gl. (6) sowie des Elastizitätsmoduls E_x in Lastrichtung lassen sich die plastischen Dehnungen wie folgt berechnen:

$$\varepsilon_x^p = \varepsilon_x - \frac{\sigma_x}{E_x(\theta_{off})} \quad (47)$$

Es ist anzumerken, dass E_x das Elastizitätsmodul in Belastungsrichtung für den jeweiligen Schrägfaserwinkelversuch beschreibt. Die plastische Dehnung in Belastungsrichtung lässt sich ins Materialkoordinatensystem überführen:

$$\tilde{\varepsilon}^p = \frac{\varepsilon_x^p}{h(\theta_{off}, a_{66})} \quad (48)$$

Mithilfe von Gl. (45) und (48) sowie der Transformationsfunktion lassen sich für die experimentellen Datenpaare $(\sigma_x, \varepsilon_x)$ sechs transformierte und winkelunabhängige Kurven der Form $\tilde{\sigma}(\tilde{\varepsilon}^p)$ herleiten. Bei idealer Betrachtung fallen diese Kurven zu einer Masterkurve zusammen [3]. Zur Ermittlung der Masterkurve wird ein Potenzgesetz verwendet, welches die isotrope Verfestigung beschreibt:

$$\tilde{\varepsilon}^p = A \tilde{\sigma}^n, \quad (49)$$

Die Koeffizienten A und n werden mithilfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt, und das Skript dazu lässt sich im Anhang finden. Die Güte der Regression wird basierend auf dem Bestimmtheitskoeffizienten R^2 für den Parametersatz (a_{66}, A, n) bewertet, wobei A und n als Koeffizienten angesehen werden, welche aus dem optimalen Plastizitätsparameter $a_{66,opt}$ ermittelt werden:

$$a_{66,opt} \rightarrow R^2(a_{66}, \theta, A, n)_{\max}, \quad a_{66} \in [a_{66,\min}, a_{66,\max}]. \quad (50)$$

Die Parameter der Verfestigungsfunktion α und β beschreiben die Verfestigung als Potenzgesetz. Dabei wird die effektive Spannung in Abhängigkeit von der effektiven plastischen Dehnung beschrieben:

$$\tilde{\sigma}(\tilde{\varepsilon}^p) = A^{-1/n} (\tilde{\varepsilon}^p)^{1/n} = \beta (\tilde{\varepsilon}^p)^\alpha \quad (51)$$

Das Vorgehen wird anhand von Abb. 4.4 verdeutlicht. Die Bereichsbestimmung stellt die erste Aufgabe dar. Durch Trial-and-Error kann überprüft werden, ob sich ein Maximum der Regressionsgüte einstellt. Tritt ein Randmaximum auf, ist der Bereich zu erweitern. Der Bereich wird anschließend durch genügend Punkte diskretisiert, und die effektive plastische Dehnung ε_p sowie die zugehörige effektive Spannung werden aus den Gleichungen (44) und (48) mithilfe der Transformationsfunktion bestimmt. Danach erfolgt die Kurvenanpassung an Gleichung (49) durch Variation der Parameter (A, n) nach der Methode der nichtlinearen kleinsten Quadrate. Die Python-Bibliotheken *Scipy* und *sklearn* wurden hierzu verwendet.

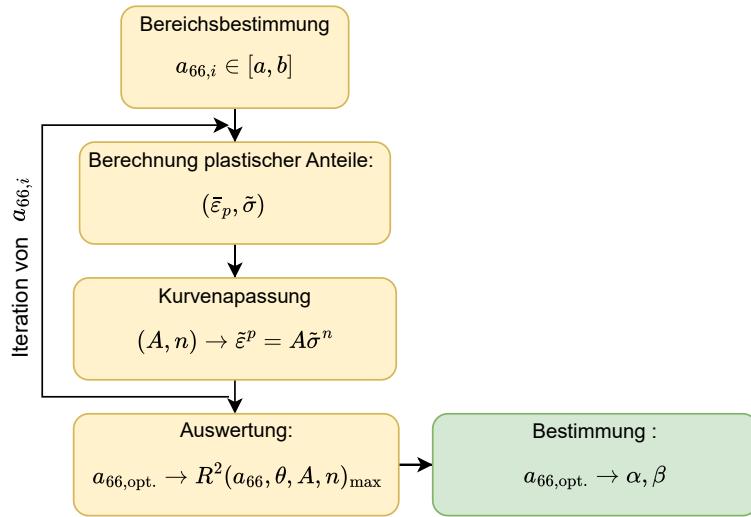


Abbildung 4.4: Flussdiagramm zur iterativen Bestimmung von $a_{66,\text{opt}}$

Es ist anzumerken, dass sich die Regressionsgüte als Funktion des Plastizitätsparameters a_{66} darstellen lässt, wie in Abb. 4.6 gezeigt.

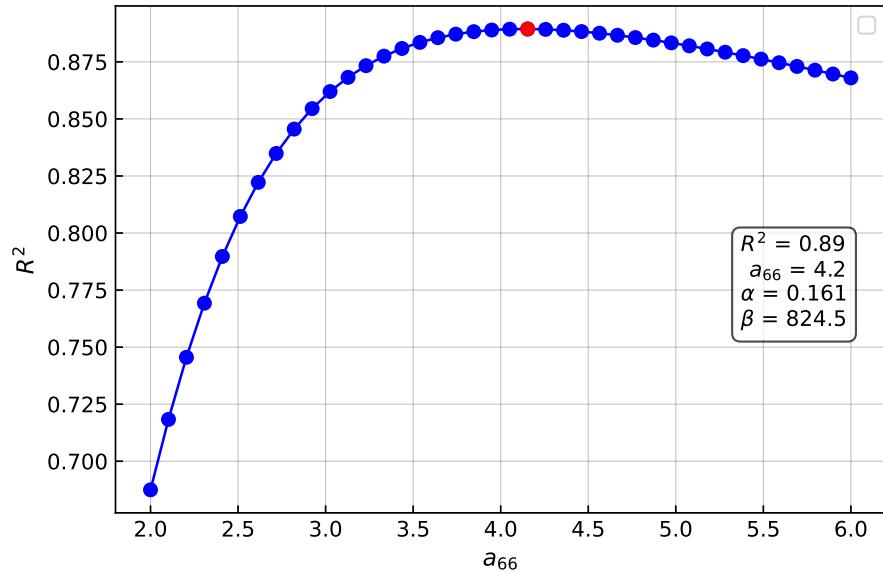


Abbildung 4.5: Darstellung der Parameterbestimmung in Zusammenhang mit der Regressionsgüte

Die maximale Regressionsgüte beträgt ca. 90 %. An dieser Stelle beträgt der Plastizitätsparameter etwa $a_{66,\text{opt}} = 4.2$, woraufhin auch die Parameter der Verfestigungsfunktion α und β ermittelt werden können. Eine weitere nützliche Darstellung bezieht sich auf die oben genannte Masterkurve. Die transformierten Kurven sollen bei idealer Betrachtung in die Masterkurve fallen.

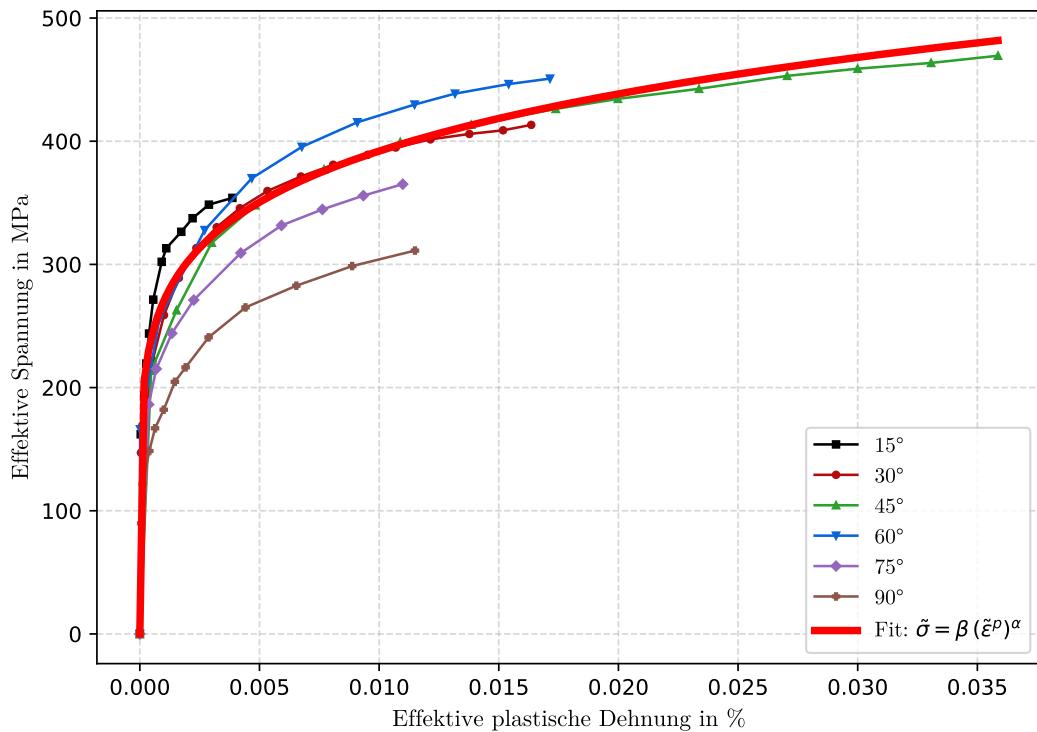


Abbildung 4.6: Masterkurve des Plastizitätsmodells beim berechneten Plastizitätsparameter $a_{66, \text{opt}} = 4.2$

Zur Verifizierung dieses Vorgehens wurden mit den ermittelten Materialparametern 1-Element-Versuche durchgeführt. Dabei werden aus der Literatur [73] folgende Parameter herangezogen:

Tabelle 4.2: Plastizitätsparameter IM7/8552 [73]

a_{66}	α	β
2.6	0.25	950.1

Ein Volumenelement, siehe Abb. 4.8, wird unter transversaler Druckbelastung geprüft. Der Einfluss der Plastizitätsparameter auf die Materialantwort wird in Abb. 4.9 dargestellt:

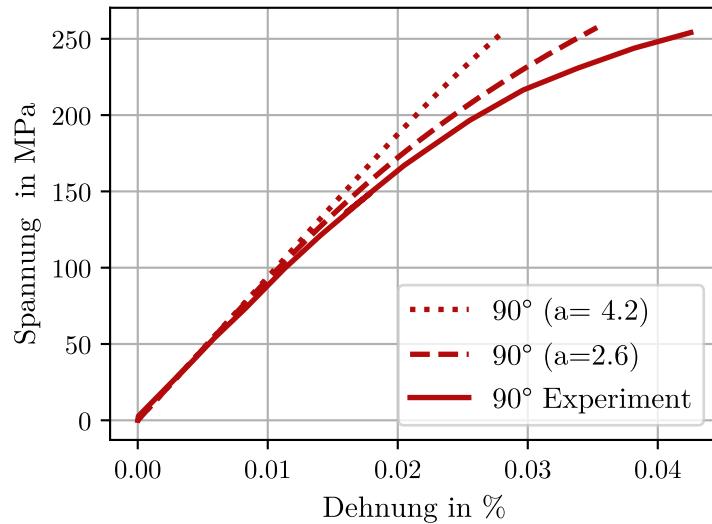


Abbildung 4.7: 1-Element-Modell unter transversaler Druckspannung

Es scheint, als ob das Materialmodell mit den Plastizitätsparametern aus der Literatur [73] die experimentellen Werte des Prüfkörpers unter transversaler Druckbelastung besser abbildet. Die Abweichung kann grundsätzlich mit der Art der Extrahierung der experimentellen Daten durch das Tool WebPlotDigitizer begründet werden. Bei sorgfältiger Verwendung des Tools und korrekter Implementierung des Kalibrierungsalgorithmus, siehe Abb. 4.4, lassen sich Abweichungen in den berechneten Plastizitätsparametern lediglich durch Abweichungen in den experimentell ermittelten Spannungsantworten begründen. Im Rahmen dieser Arbeit weder vom Author noch von anderen DLR-Beschäftigten keine eigene Experimente zu rein uniaxial druckbelasteten IM7/8552-Proben, weshalb die Daten aus der Literatur mithilfe von WebPlotDigitizer extrahiert worden sind. Zur Verifizierung des Kalibrierungsalgorithmus wurden weitere Untersuchungen mit Messdaten aus zugbelasteten Prüfkörpern herangezogen, die hier nicht berichtet worden sind. Es konnte gezeigt werden, dass die Verwendung des Webplotdigitizers keinen wesentlichen Einfluss auf die Ermittlung von möglich genauen Plastizitätsparametern hat, wie sie bei Verwendung von explizit gemessenen Spannungsantworten erwartet werden.

Es ist erwähnenswert, dass Xue et al. ein auf Drucker–Prager basiertes Fließkriterium verwendeten, welches hydrostatische Druckspannungen berücksichtigt. Zudem wurde der Effekt der Zug- und Druckasymmetrie im Fließkriterium berücksichtigt und damit weitere Materialparameter eingeführt. Diese beeinflussen sich gegenseitig hinsichtlich der Bestimmung der Regressionsgüte und des anisotropischen Parameters. Im Abschnitt 4.5 wird die Simulationsmethode von 1-Element-Versuchen als Verifizierungsmittel verwendet, um Erkenntnisse darüber zu erhalten, welcher anisotropischer Plastizitätsparameter experimentelle Ergebnisse besser abbildet. Eine systematische Untersuchung der Plastizitätsparameter durch Simulationen von 1-Element-Versuchen ist erst bei Festlegung der Cuntze Parameter möglich.

4.4. Parameterbestimmung von Cuntze-Reibwerten

Für das Versagenskriterium von Cuntze werden zusätzliche materialabhängige Parameter benötigt. Diese beziehen sich neben den üblichen Festigkeiten auf die innere Reibung. Petersen et al. [64] führten Arcan-Versuche durch, damit im Material möglichst reine IFF2- und IFF3-

Spannungszustände entstehen. In den fünf Versagensformulierungen von Cuntze ist der Einfluss der Reibungsparameter nur in den beiden genannten Versagensmodi vorhanden. Bis zum Zeitpunkt der Verfassung dieser Arbeit wurden keine experimentellen Versuche zur Ermittlung dieser Parameter für das Material IM7/8552 durchgeführt. Nichtsdestotrotz konnte Völkerink [5] in seiner Dissertation zeigen, dass die von Petersen et al. [64] ermittelten Werte für das Material M21-T700GC sich grundsätzlich auch für IM7/8552 eignen, da beide Materialien eine gehärtete Epoxidmatrix besitzen. Die zur Berücksichtigung der Reibung benötigten Materialparameter in Cuntzes Versagenskriterium sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

Tabelle 4.3: Cuntzes Parameter für IM7/8552

$b_{\perp\parallel}$	$b_{\perp\perp}$	m
2.6	0.25	950.1

4.5. Modellverifizierung durch 1-Element-Versuche

Das Ziel der 1-Element-Versuche (SET, Single Element Testing) ist die Überprüfung der Fähigkeit des Modells, die analytische Bruchkurve zum Matrixversagen abzubilden. Aufbauend auf diesem Zweck erfolgt die grundlegende Modellverifizierung anhand isolierter, repräsentativer Einzelelemente, die als vereinfachte Spezialfälle dienen. Durch die Untersuchung eines einzelnen Elements können die verschiedenen Modellbestandteile getrennt bewertet werden, wodurch mögliche Inkonsistenzen besonders schnell und eindeutig identifiziert werden können.

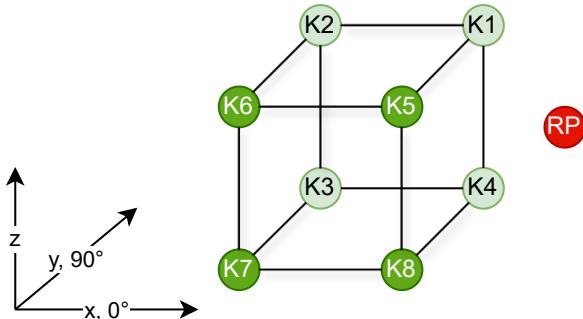


Abbildung 4.8: Darstellung eines 1-Element-Modells

Für diese Validierung wird ein einzelnes C3D8R-Volumenelement mit einer Kantenlänge von 1 mm herangezogen (vgl. Abbildung 4.8). Die Simulation erfolgt mit variabler Zeitschrittweite, wobei maximale und minimale Inkrementgrößen vorgegeben werden. Um im Element möglichst reine eindimensionale Spannungszustände zu realisieren, werden periodische Randbedingungen zur kontrollierten Umsetzung von Lagerung und Belastung eingesetzt. Für die Implementierung dieser Randbedingungen wird das Abaqus-Plug-In *EasyPBC* nach Omairey et al. [75] verwendet. Dieses koppelt die Freiheitsgrade der relevanten Knotenpunkte sowohl untereinander als auch mit einem Referenzpunkt *RP*, über dessen Verschiebung die äußere Last eingeleitet wird.

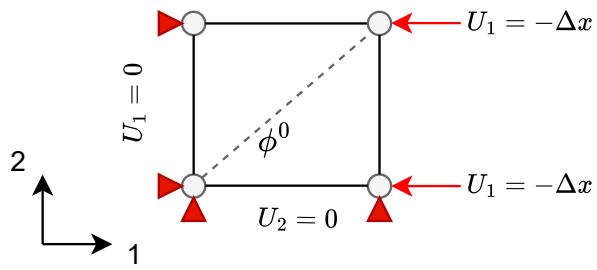


Abbildung 4.9: Darstellung eines 1-Element-Modells unter Druckbelastung und periodischen Randbedingungen

Die Knotenverschiebungen und Randbedingungen, die über den Referenzpunkt eingeleitet werden, sind in Abbildung 4.9 dargestellt. Dabei beschreibt ϕ_0 die Faserausrichtung zur Belastung bzw. den Schrägfaserwinkel, welcher von 0° bis 90° in 15° -Schritten variiert wird. Im vorherigen Abschnitt wurde die Materialantwort unter transversaler Druckbelastung betrachtet. Im Folgenden werden die Materialantworten weiterer Schrägfaserwinkelversuche dargestellt:

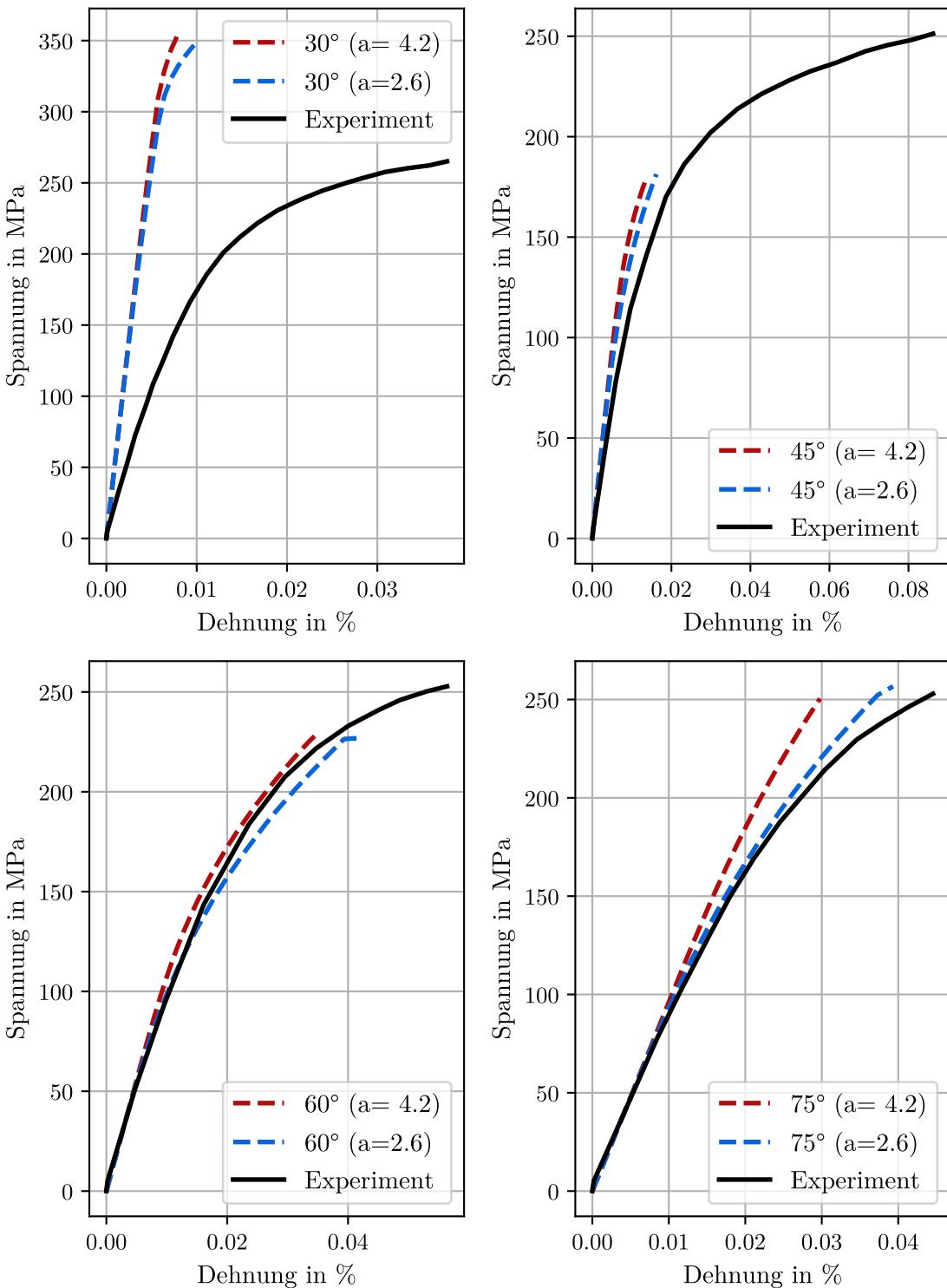


Abbildung 4.10: Experimentelle und numerische Ergebnisse für unidirektionale Faserverbunde mit unterschiedlichen Schrägfaserwinkeln basierend auf 1-Element-Modellen

Die blaue Kurve, welche die Literaturparameter darstellt, scheint die experimentelle Kurve in Schwarz grundsätzlich besser abzubilden. Dies ist mit Ausnahme der 60°-Probe in Abbildung

4.10 ersichtlich. Bei der 30° -Probe wird die Steifigkeit nicht getroffen, und die Versagensspannung überschätzt. Unterschätzt wird die Versagensspannung bei den 45° - und 60° -Proben, während die 75° - und 90° -Proben (vgl. Abb. 4.9) gut approximiert werden. Es ist erwähnenswert, dass Simulationen von 1-Element-Modellen nur Verifizierungszwecken dienen. Sie liefern jedoch die Erkenntnis, dass der Parameter $a_{66} = 2.6$ in den meisten der hier betrachteten Fälle eine bessere Abbildungsfähigkeit besitzt als der berechnete Parameter. Die weiteren Untersuchungen beschäftigen sich mit der Validierung des Materialmodells auf Couponebene.

4.6. Analytische Auswertung zum Einfluss der Elementwahl

Die Validierung des Materialmodells auf Couponebene bedarf zunächst Untersuchungsergebnisse darüber, welche Elemente sich zur Modellierung am besten eignen: Kontinuumsschalen- oder Volumenelemente. In diesem Zusammenhang erfolgt in diesem Abschnitt eine analytische Auswertung zum Einfluss der Elementwahl. Diese basiert auf Simulationsergebnissen zu beiden Elementtypen. Die Ergebnisse werden im weiteren Verlauf der Arbeit (siehe 5) ausführlich untersucht. Zum Zwecke der Untersuchung des Einflusses des Elementtyps sind die globalen Versagensspannungen für die unterschiedlichen Schrägfaserwinkelversuche herangezogen worden. Diese werden im Verhältnis zu einer Bruchkurve dargestellt, um das Potenzial der Elementwahl sowie Auffälligkeiten zu erkennen.

Bruchkurven sind Funktionsdarstellungen, die zeigen, wie verschiedene Spannungsgrößen beim Versagen miteinander zusammenhängen. Dafür werden üblicherweise zwei Spannungen ausgewählt und alle anderen auf Null gesetzt, sodass lediglich der Einfluss dieser beiden betrachteten Spannungsanteile sichtbar wird. Eine Bruchkurve lässt sich als Grenze im Spannungsraum auffassen, die den Bereich des sicheren Betriebs vom Bereich des Versagens trennt. Liegt ein gegebener Spannungszustand innerhalb dieser Grenze, bleibt das Material intakt. Befindet er sich jedoch außerhalb des abgegrenzten Bereichs, tritt Materialversagen ein. Zur Auswertung von Simulationsergebnissen werden die Bruchkurven von Hashin und Cuntze herangezogen. Die globalen Versagensspannungen sollen nahe an der analytischen Bruchkurve liegen und im optimalen Fall darunter. In der Abbildung 4.11 werden die Ergebnisse der Verifizierungstübung mittels 1-Element-Versuchen (SET. Single-Element-Testing) für alle untersuchten OAC-Proben dargestellt. Die experimentellen Versagensspannungen sind aus [76] herangezogen worden und sind mit schwarzen Kreuzchen dargestellt. Die durchgezogenen Kurven stellen, die analytische Lösungen zu den Bruchkurven von Hashin und Cuntze.

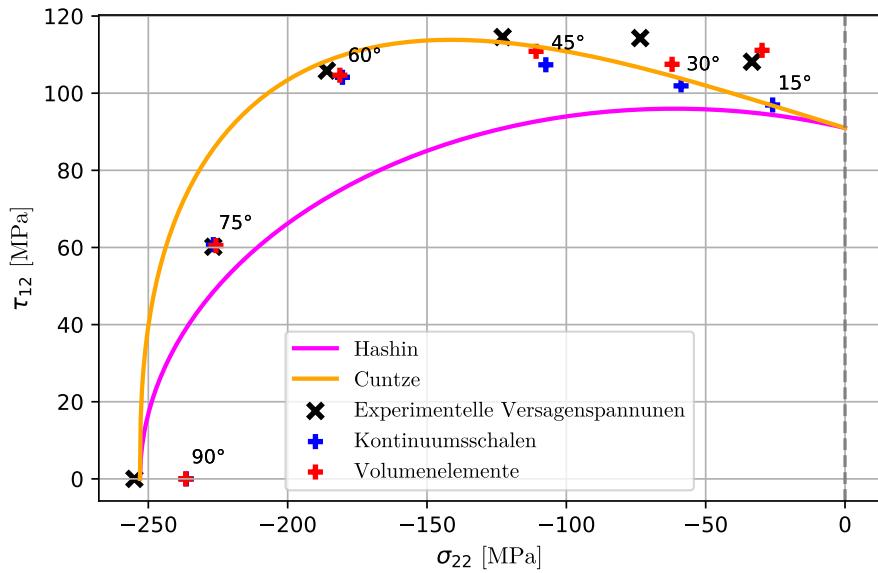


Abbildung 4.11: Verifizierungsübung für OAC-Proben mittels SET

Auf dem Bild sind die experimentellen Versagensspannungen für alle OAC-Prüfkörper oberhalb der Hashin-Bruchkurve, unabhängig von dem Elementtyp. Simulationen, die auf Hashins Versagenskriterium aufbauen würden, würden unterhalb dieser Kurve liegen und damit weiter von den experimentellen Versagensspannungen entfernt sein. Die Ursache lässt sich durch die Berücksichtigung des Versagensmodus durch Schubspannungen erklären, welcher in Cuntze durch IFF3 beschrieben wird, in Hashin jedoch nicht spezifisch berücksichtigt wird. Diese Ergebnisse sind in Übereinstimmung mit den Ergebnissen in der WWFE-Übung [63], die in dem Zusammenhang darüber berichtet, das Cuntzes Versagenskriterium sich besser als das von Hashin zur Abbildung von 3D-Spannungszuständen eignet. Deshalb sind keine Simulationen mit Hashins Versagenskriterium durchgeführt worden und weiterführenden Untersuchungen basieren nur auf Cuntzes Versagenskriterium. Die durch Simulationen mit Volumenelementen vorhergesagten Versagensspannungen sind näher an den experimentellen Versagensspannungen. Die Simulationsergebnisse zu den Prüfkörpern mit 15° und 30° Schrägfaserwinkel liegen oberhalb der Cuntze-Kurve. Dies ist allerdings nur bei Simulationen der Fall, die auf Volumenelementen basieren. Deshalb scheint es empfehlenswert, die Prüfkörper mit 15°- und 30°-Schrägfaserwinkel, welche als auffällig betrachtet werden durch Kontinuumsschalen zu modellieren. Diese Auffälligkeit wird im nächsten Kapitel behandelt.

5. Validierung des Materialmodells für OAC-Prüfkörper

Im Abschnitt 4.8 wurde das Materialmodell durch 1-Element-Versuche verifiziert. Zudem wurden die Simulationsergebnisse zu den Versagensspannungen basierend auf der Bruchkurve ausgewertet. In diesem Kapitel wird der Aufbau der Simulationsmodelle von unidirektionalen (UD) Prüfkörpern mit Schrägfaserwinkel bzw- OAC-Tests erläutert. Darüber hinaus erfolgt eine Auswertung in Bezug auf Steifigkeiten, Bruchfestigkeiten sowie Schädigungs- und Plastizitätsverhalten.

5.1. Modellierung der OAC-Prüfkörper

Die Modellierung von UD-Prüfkörpern mit Schrägfaserwinkeln $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ sowie von transversal druckbelasteten Prüfkörpern (90°) basiert auf dem Teststandard ASTM D695 [77]. Die Modellierung longitudinaler Prüfkörper ($\theta = 0^\circ$) basiert auf dem für quasistatische Belastungen bewährten Teststandard ASTM D3410 [78]. In Tabelle 5.1 werden die Geometrieparameter der UD-Modelle dargestellt:

UD-Modelle	Lagenaufbau []	Lagendicke in mm	Länge l in mm	Breite w in mm	Dicke t in mm
UD-0°	[0°/0°/0°]2s	0,125	23	7	1,5
UD-15°	[15°/15°/15°/15°]4s	0,125	20	10	4
UD-30°	[30°/30°/30°/30°]4s	0,125	20	10	4
UD-45°	[45°/45°/45°/45°]4s	0,125	20	10	4
UD-60°	[60°/60°/60°/60°]4s	0,125	20	10	4
UD-75°	[75°/75°/75°/75°]4s	0,125	20	10	4
UD-90°	[90°/90°/90°/90°]4s	0,125	20	10	4

Tabelle 5.1: Geometrie- und Materialparameter der UD-Modelle.

Der Lagenaufbau sowie die Lagendicke sind entsprechend den beiden genannten Normen modelliert. In der Literatur ist der Einfluss der Lagendicke auf das Druckverhalten von gekerbten sowie ungekerbten Prüfkörpern von einigen Autoren untersucht worden [79–81]. Arteiro et al. [80] zeigten, dass die Lagendicke bei quasistatisch druckbelasteten unidirektionalen Prüfkörpern keinen wesentlichen Einfluss auf das Druckverhalten hat. Ausnahmen seien Versuche bei faserdominiertem Verhalten, bei denen Mechanismen wie Fasermikroknicken eine Rolle spielen. Die Erkenntnis ist, dass dünnerne Lagen grundsätzlich zu höherem Widerstand gegen Mikroknicken führen.

In Abb. 5.1 wird das Simulationsmodell für druckbelastete UD-Prüfkörper schematisch dargestellt. Die Berücksichtigung der Schrägfaserwinkel erfolgt wie in Abschnitt 4.9 erläutert. Zur Verringerung der Rechenzeit sind die Lamine aufgrund des symmetrischen Lagenaufbaus in Dickenrichtung (z) sowie Breitenrichtung (y) halbiert. Coelho et al. [82] zeigten, dass eine weitere Symmetrieebene in Belastungsrichtung insbesondere für faserdominiertes Verhalten ein verändertes Spannungsfeld zur Folge haben könnte. Aus diesem Grund ist in x -Richtung keine Symmetrieebene vorgesehen.

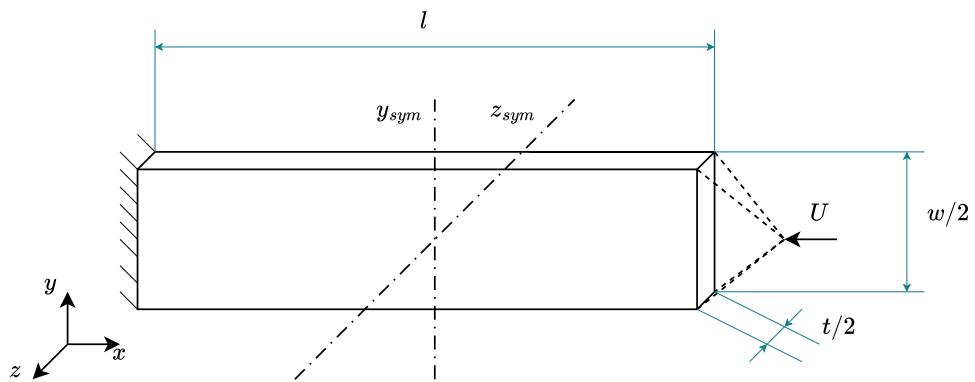


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung des Simulationsmodells für unidirektionale Prüfkörper und Randbedingungen.

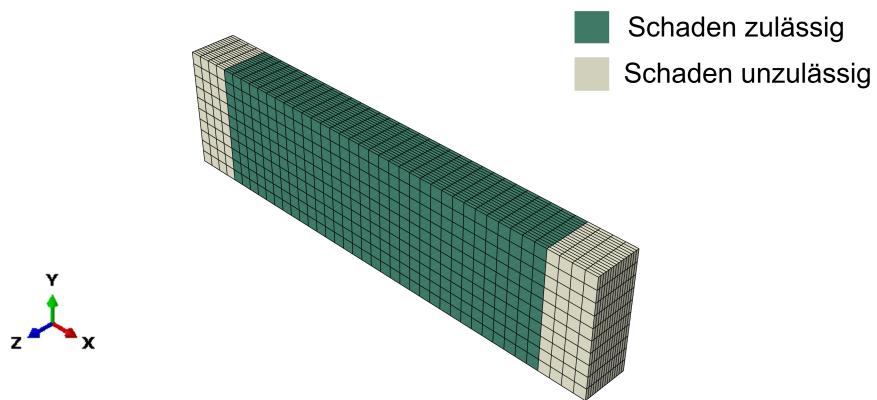


Abbildung 5.2: Materialzuordnung und Vernetzung.

Dem Modell werden numerisch betrachtet zwei Materialien zugeordnet. Normstandards wie in [77, 78] nutzen Aufleimer, um eine gleichmäßige Krafteinleitung zu ermöglichen sowie frühzeitige lokale Schäden zu vermeiden, die zu unzulässigen Versagensmodi führen können. In diesem Zusammenhang werden in der Simulation die Randbereiche ohne Schädigung modelliert, während Schädigung nur im mittleren Bereich auftreten dürfte. Überlegungen zur genauen Länge der Randbereiche basieren auf Bildern der geschädigten Prüfkörper, die im Abschnitt 5.5 zu finden

sind.

5.2. Einfluss der Plastizität

Ein wichtiger Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der Modellierung der Plastizität basierend auf dem Sun-und-Chen-Modell [52]. In den Abschnitten 4.3.2 und 4.5 wurden die berechneten Parameter nach dem Standardvorgehen von Sun und Chen mit Literaturwerten verglichen, um ihre Fähigkeit zur Vorhersage der Materialantwort auf 1-Element-Ebene zu beurteilen. Es stellte sich heraus, dass der Literaturparameter $a_{66} = 2.6$ grundsätzlich bessere Ergebnisse lieferte, weshalb dieser Wert für die weiteren Untersuchungen verwendet wurde. Darauf aufbauend wird in diesem Abschnitt der Einfluss der Plastizität auf Coupon-Ebene analysiert. Simuliert wurden Prüfkörper nach der Norm ASTMD695 [77] mit Schrägfaserwinkeln, jeweils mit und ohne Berücksichtigung der Plastizität. Die Ergebnisse dazu werden in Abb. 5.4 dargestellt. Zunächst wird der Materialantwortverlauf des longitudinal belasteten Prüfkörpers gezeigt. Simulationen mit und ohne Plastizität wurden durchgeführt, ebenso mit zwei Elementtypen: C3D8R (Volumenelemente) und SC8R (Kontinuumschalenelemente) mit reduzierter Integration. Die reduzierte Integration kann Hourglass-Effekte ermöglichen, weshalb diese Elemente mit einem Mechanismus versehen werden, der eine Hourglass-Stabilisierung ermöglicht [19]. Es wird erwartet, dass hierbei keine plastischen Effekte auftreten, da die Fasern spröde Eigenschaften besitzen. Die experimentelle Kurve ist hier ebenso mithilfe des Tools WebPlotDigitizer aus der Literatur [83] extrahiert worden.

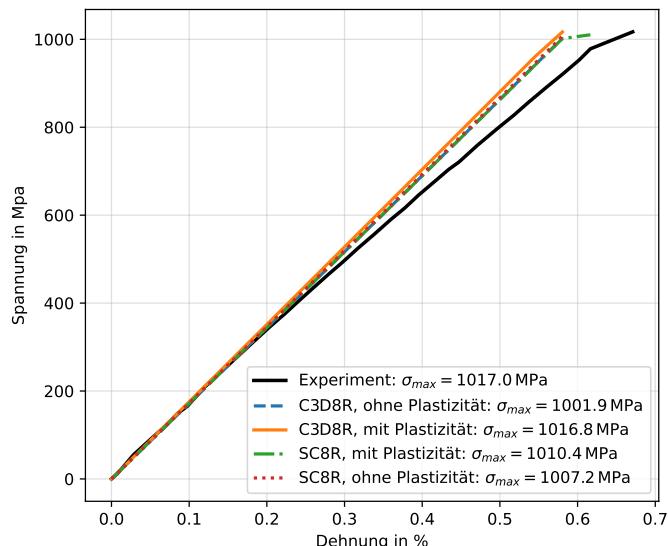


Abbildung 5.3: Spannung-Dehnungs-Verlauf des longitudinal belasteten unidirektionalen Prüfkörpers

Das linear-elastische Verhalten ist in allen Simulationen sichtbar, unabhängig vom Elementtyp und der Berücksichtigung von Plastizität. Die Steifigkeiten werden bis ca. 0,25 % Dehnung getroffen. Danach tritt in den Experimenten der im Abschnitt 2.6 beschriebene Nichtlinearitätsmechanismus des nicht-hookeischen Verhaltens auf. Dabei sinkt der Steifigkeitsmodul bei erhöhten Druckdehnungen. Denkbar wäre es, das Materialmodell zur Berücksichtigung des nichtlinearen longitudinalen Elastizitätsverhaltens zu erweitern, um genauere Ergebnisse im faserdominier-ten Verhalten abbilden zu können. Zwei Auffälligkeiten beziehen sich auf Knicke in den jeweils grünen und schwarzen Kurven. Die erste stellt ein numerisches Artefakt dar, das zur besseren

Erkennung der vier ähnlichen Kurven nicht entfernt wurde. Das Artefakt beschreibt dynamische Effekte in der Simulation. Dieses Verhalten wurde auch von Makiela [6] beobachtet und lässt sich mit der expliziten Zeitintegration begründen, welche zu plötzlichen Spannungsumlagerungen durch das Versagen von Elementen führen kann. Makiela [6] untersuchte diesen Effekt und implementierte ein Elementlöschungskriterium, um zu verhindern, dass Elemente, die keine physikalische Tragfähigkeit mehr besitzen, weiterhin im Modell verbleiben und durch ihre ausgeprägten Verzerrungen Schwingungen auslösen. In dieser Arbeit konnte diese Auffälligkeit nur für den longitudinal belasteten Prüfkörper beobachtet werden. Deshalb werden für weiterführende Untersuchungen auf Erkenntnisse in der Arbeit von Makiela [6] hingewiesen. Die zweite Auffälligkeit in der Abb. 5.3 ist der Knick in der experimentellen Kurve, der auf die Datenaufbereitung aus [83] zurückzuführen ist. Aus den experimentellen Daten [83] ist für den in Abb. 5.3 dargestellt Verlauf, nur die mittlere Kurve extrahiert worden. Diese wurde dann nachträglich so bearbeitet, dass nur die Versagensspannung der explizit angegebenen maximalen Spannung entspricht. Zum besseren Vergleich der Kurven werden auch die Versagensspannungen angegeben. Basierend auf der in den Experimenten [83] angegebenen Standardabweichung von 53 MPa lässt sich erkennen, dass beide Elementtypen die Versagensspannung gut abbilden. Zudem zeigt sich, dass die Berücksichtigung der Plastizität, wie erwartet, keinen wesentlichen Einfluss auf die Vorhersagefähigkeit hat. Wenn die Fasern eines UD-Prüfkörpers schräg zur Belastungsrichtung orientiert sind, sollte die Berücksichtigung plastischer Effekte das Materialmodell zumindest qualitativ näher an das experimentelle Verhalten heranführen. Dazu wurden Simulationen mit unterschiedlichen Schrägfaserwinkeln durchgeführt und die Ergebnisse sind in der Abbildung 5.4 dargestellt. Die unterbrochene rote Linie stellt den Verlauf der simulierten Spannungsantwort ohne Aktivierung der Plastizität dar, während die durchgezogene Linie die Berücksichtigung der Plastizität zeigt. Die grünen Punkte entsprechen den experimentellen Daten, die mithilfe des WebPlotDigitizer-Tools extrahiert wurden.

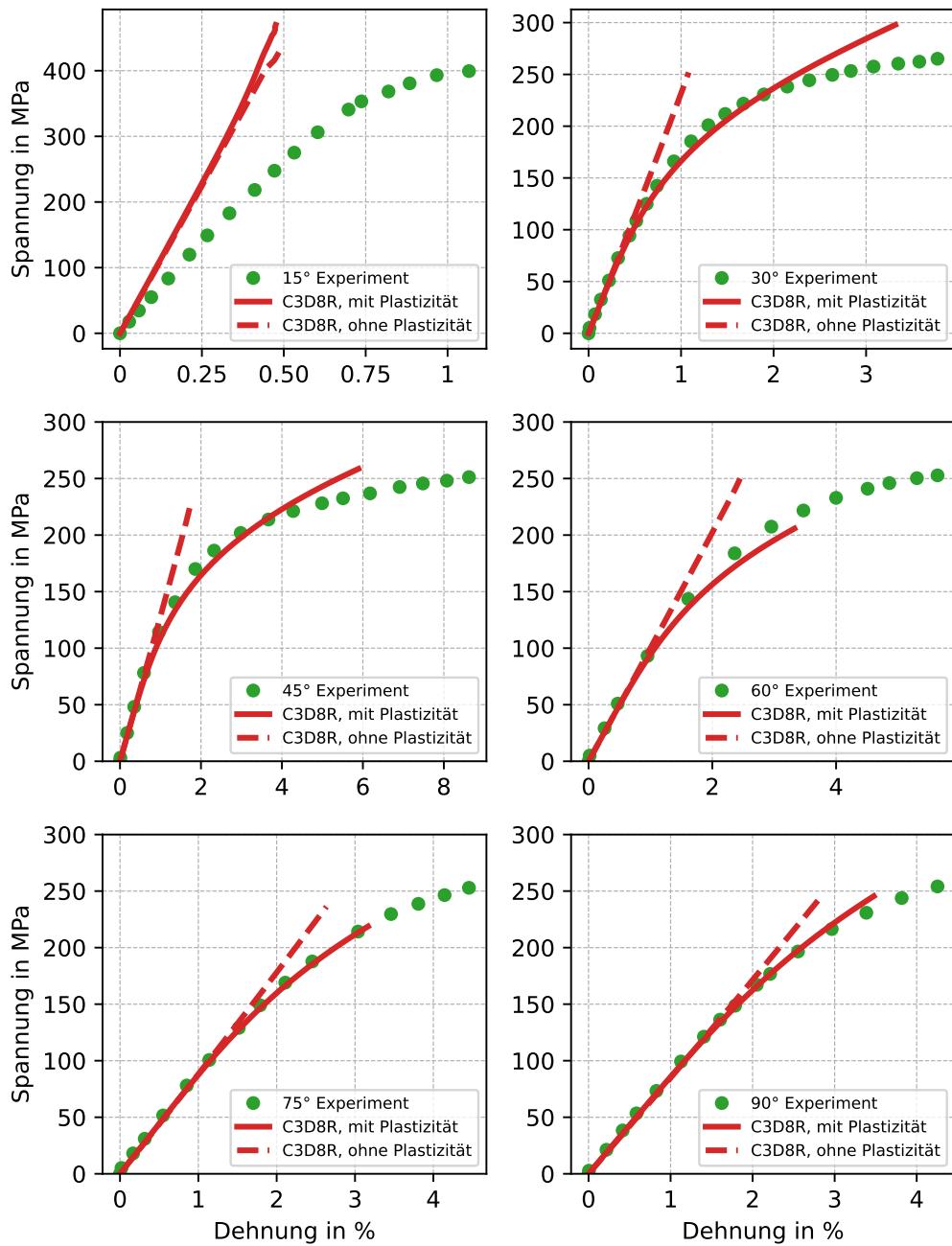


Abbildung 5.4: Spannungs-Dehnungs-Verläufe bei unterschiedlichen Schrägfaserwinkeln belasteter unidirektionaler Prüfkörper

Die Simulationsergebnisse legen nahe, dass die Berücksichtigung der Plastizität durch die Integration des Plastizitätskriteriums in das Materialmodell realistischere Ergebnisse liefert. Die Steifigkeiten werden bis auf die Simulation des Prüfkörpers mit 15° Schrägfaserwinkel gut getroffen. Diese Simulationsergebnisse zu OAC-15° deuten darauf hin, dass hierzu keine Akkumulation plastischer Dehnungen stattfinden konnte. In den Experimenten [7] versagte dieser Prüfkörper in neun von zwölf Versuchen durch Faserknicken – ein Versagensmodus, der im Materialmodell nicht berücksichtigt ist. In den drei weiteren Fällen versagte der Prüfkörper durch

Schubspannungen bzw. durch den hier berücksichtigten Versagensmodus IFF3. Untersuchungen von Kawai et al. [84] zeigten, dass Prüfkörper, die durch Schubspannungen versagten, eine niedrigere Bruchfestigkeit hatten als diejenigen, die durch Faserknicken versagten. Dies konnte Koerber et al. [7] in seinen Experimenten nicht bestätigen. Außerdem wurden in den experimentellen Versuchen erhebliche Faserdrehungen beobachtet, die die Pseudoplastizität beeinflussen und durch geeignete Modellierung des nichtlinearen Verhaltens besser abgebildet werden könnten. Dies wäre beispielsweise durch die Integration von Makielas [6] Materialmodell zur Berücksichtigung großer Deformationen möglich. Die Simulationen der Prüfkörper von 45° bis 90° deuten auf eine Unterschätzung der Versagensdehnung und -Spannung. Dies liegt vermutlich in der 3D-Formulierung des Sun und Chen [52] Kriteriums durch die Abbildungsmatrix Z . Diese beeinflusst implizit die Einschränkung der effektiven Spannungen, wenn plastischen Dehnungen größer werden, wie das bei OAC45-90° der Fall ist. Die Herleitung und Implementierung dieser Matrix in einer 3D-Formulierung ist in weiterführenden Studie zu untersuchen. Eine weitere Ursache könnte auch die Anhäufung von Fehlern durch verstärkte Poisson Effekte in 3D-Eleemnten. Dies könnte ein weiterer Untersuchungsgegenstand sein. Im folgenden Abschnitt wird der Einfluss des Elementtyps auf das Spannungs-Dehnungs-Verhalten untersucht.

5.3. Netzkonvergenzanalyse

Zur Bewertung, ob eine weitere Verfeinerung des Finite-Elemente-Netzes zu wesentlichen Änderungen der vorhergesagten Spannungen führt, wurde eine systematische Netzkonvergenzanalyse durchgeführt. In Abb. 5.5 sind die resultierenden Bruchspannungen für drei gewählte Elementgrößen und verschiedene Schrägfaserwinkel den experimentell ermittelten Bruchfestigkeiten gegenübergestellt. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass die berechneten Spannungen für alle Netzgrößen denselben charakteristischen Verlauf mit abnehmender Festigkeit bei zunehmendem Faserwinkel aufweisen und sich die Abweichungen zwischen den Netzen nur geringfügig unterscheiden. Besonders auffällig ist, dass die Spannungswerte des feinsten und des gröbsten Netzes meist innerhalb eines engen Bereichs liegen, der kleiner ist als die experimentelle Streuung, was auf eine numerische Stabilität der Simulationen hinweist. Die größten Unterschiede treten bei kleinen Faserwinkeln auf; jedoch zeigen auch hier alle Netze denselben Trend, sodass die qualitative Aussagefähigkeit unbeeinträchtigt bleibt.

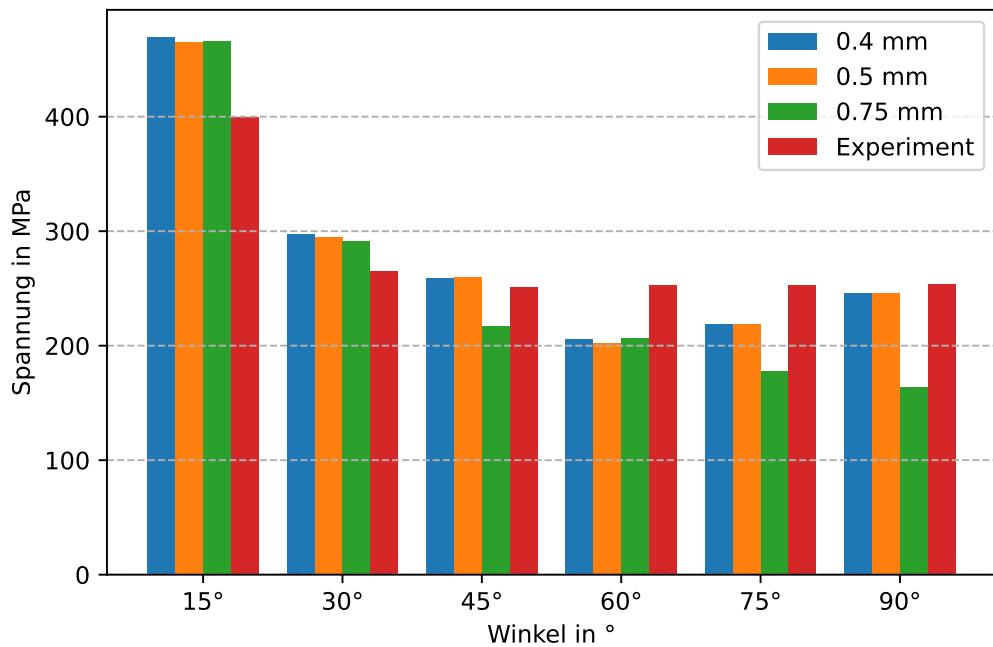


Abbildung 5.5: Darstellung der vorhergesagten Bruchfestigkeiten bei unterschiedlichen Schrägfaserwinkeln im Vergleich zu experimentellen Bruchfestigkeiten

Ein Vergleich der Simulationen mit den experimentellen Daten zeigt außerdem, dass die Modellergebnisse bei niedrigen Winkeln tendenziell höhere Festigkeiten vorhersagen, während sie bei hohen Winkeln näher an die gemessenen Werte heranreichen oder diese leicht unterschreiten. Da die Änderungen der Bruchspannungen zwischen den betrachteten Elementgrößen deutlich geringer ausfallen als die Abweichungen zu den Experimenten, würde eine weitere Netzverfeinerung keine merkliche Verbesserung der Ergebnisgenauigkeit bewirken. Darüber hinaus ist zu erwarten, dass zusätzlicher Rechenaufwand nicht in einem physikalischen Erkenntnisgewinn resultiert, da das Modellverhalten bereits durch die untersuchten Netzgrößen ausreichend gut erfasst wird. Daher kann das verwendete Netz als hinreichend fein angesehen werden, um die relevanten Spannungsmechanismen über den gesamten Winkelbereich zuverlässig abzubilden. Die weiteren Untersuchungen, werden mit einer Elementgröße von 0.4 mm durchgeführt.

5.3.1. Einfluss der Elementwahl

Simulationen für verschiedene Schrägfaserwinkel wurden mit zwei Elementtypen durchgeführt: Kontinuumschalenelementen und Volumenelementen mit reduzierter Integration. Die reduzierte Integration macht die Simulationen recheneffizienter, jedoch auf Kosten potenzieller unphysikalischer Verzerrungen (engl. Hourglassing). Gegenüber vollintegrierten Elementen sind sie jedoch robuster gegenüber Scher- und Volumenverriegelung (engl. shear/volumetric locking) [19]. Eine erste Untersuchung bezieht sich auf einen Vergleich der Simulationszeiten beider Elementtypen.

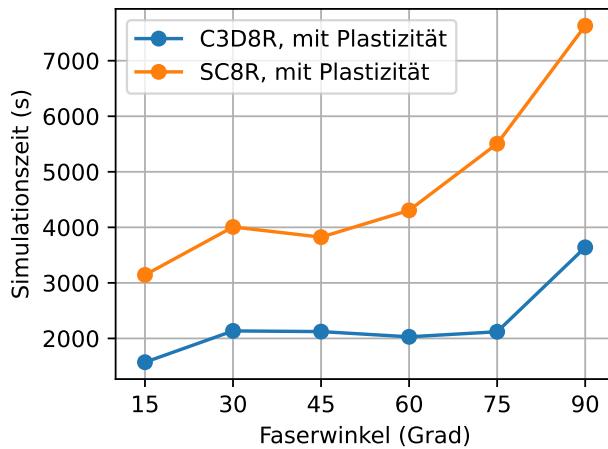


Abbildung 5.6: Vergleich der Rechenzeit der Simulationen mit Kontinuumschalen- und Volumenelementen

Die Abbildung 5.6 legt nahe – in Übereinstimmung mit den Ergebnissen in Völkerink et al. [85] –, dass Volumenelemente recheneffizienter sind als Kontinuumschalenelemente. Für Modelle, bei denen keine diskreten Informationen über Delaminationsflächen erforderlich sind (wie in dieser Arbeit), wird deshalb empfohlen, Volumenelemente zu verwenden. In Abb. 5.7 werden die Spannungs-Dehnungs-Verläufe von OAC-Simulationen für beide Elementtypen dargestellt:

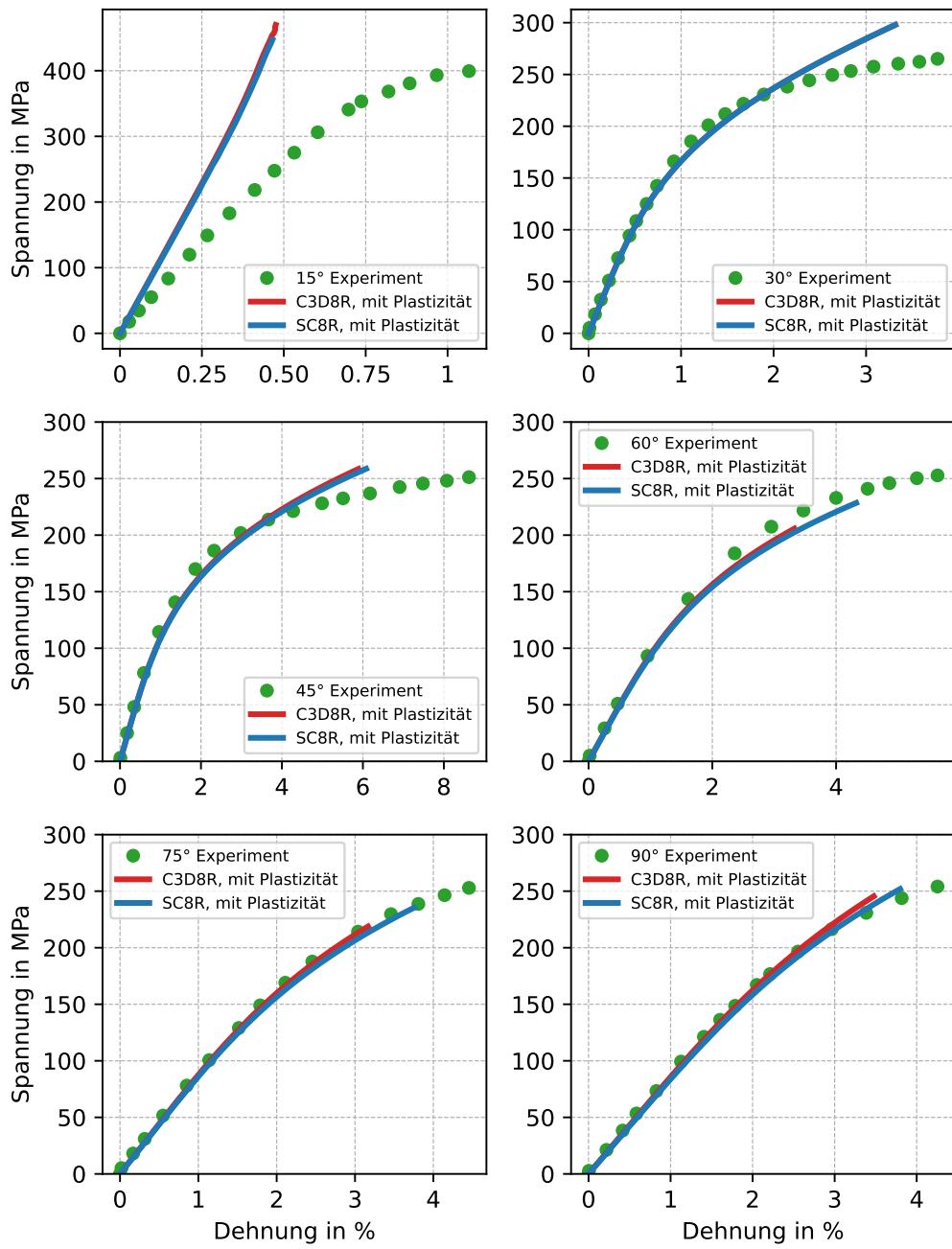


Abbildung 5.7: Einfluss der Elementwahl

Die Spannungs-Dehnungs-Verläufe deuten darauf hin, dass Kontinuumschalenelemente genauere Ergebnisse liefern. Nur im Falle der 90°-Probe sehen die Ergebnisse sehr ähnlich aus. Diese Erkenntnis hebt die Notwendigkeit hervor, die Herleitung und Implementierung der Z -Matrix in weiterführenden Studien genauer zu untersuchen. Die bisherigen Ergebnissen verdeutlichen, dass für den bisherigen Entwicklungsstand des VSS-Materialmodells Kontinuumsschalenelemente genauere Ergebnisse für OAC-Proben liefern, jedoch zulasten der Rechenkapazität. Da einer Schwerpunkt dieser Arbeit die effiziente Modellierung war, wird hier der Kompromiss getroffen die Proben mit 3D-Volumenelementen zu modellieren. Dies könnte für komplexere Proben erparre

Rechenkapazitäten bedeuten, wie in Abbildung 5.6 gezeigt wurde.

5.4. Validierungsübung OAC

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Schrägfaserwinkelsimulationen zum entwickelten Materialmodell, welches hier als VSS (Völkerink Small Strain) bezeichnet wird, mit Ergebnissen aus zwei bewährten Methoden zur progressiven Schädigungs- und Versagensanalyse verglichen: EST (Enhanced Shapery Theory) [86] und CompDam [87]. Beide Modelle werden im Abschnitt 6.1.1 ausführlich erläutert. Die Ergebnisse werden genutzt, um die technische Reife des VSS zu bewerten. Die Simulationsergebnisse zu EST und CompDam wurden aus Hyder et al. [88] entnommen, während die Simulationsergebnisse zum VSS aus den Simulationen mit dem 3D-elastoplastischen Materialmodell stammen. Alle Simulationen wurden mit Abaqus/Explicit durchgeführt und analysieren OAC-Modelle unter Verwendung der IM7/8552-Materialeigenschaften, wobei die Materialkarte in Hyder et al. [88] nicht explizit angegeben ist. Diese lässt sich jedoch in Rose et al. [89] finden und ist im Anhang dieser Arbeit aufgeführt.

EST wurde mit Schalenelementen des Typs S4R modelliert, während CompDam – analog zu VSS – auf Volumenelemente des Typs C3D8R zurückgreift. EST und CompDam verwenden eine Elementgröße von 0,25 mm, VSS dagegen 0,40 mm. Die Vernetzungsstrategie von EST entspricht im Wesentlichen derjenigen von VSS und basiert auf einem strukturierten Netz. CompDam nutzt hingegen eine faserorientierte („fiber-aligned“) Vernetzung, die der lokalen Faserarchitektur folgt. Diese Eigenschaften werden in Tabelle 5.2 dargestellt:

Tabelle 5.2: Überblick der verwendeten Modelle und Vernetzungsstrategien

	EST	CompDam	VSS
Elementtyp	S4R (Schalenelement)	C3D8R (Volumenelement)	C3D8R (Volumenelement)
Elementgröße	0,25 mm	0,25 mm	0,40 mm
Vernetzungsart	strukturiertes Netz	faserorientiertes Netz (fiber-aligned)	strukturiertes Netz

Die Ergebnisse der OAC-Simulationen sind in Tabelle 5.3 dargestellt. Zur Bewertung wird der Verifizierungs- und Validierungsrahmen (V&V Framework) [10] herangezogen. Hyder et al. [88] verwendeten diesen Rahmen, um die Fähigkeiten von EST und CompDam zu bewerten. Als Validierungsübung werden in dieser Arbeit die Systemantwortmerkmale Steifigkeit und Versagensspannung betrachtet. Zum Vergleich der Versuchsdaten im VSS werden die Experimente aus Koerber et al. [7] verwendet.

Tabelle 5.3: OAC-Validierungsübung: Vergleich mit EST und CompDam

OAC	EST		CompDam		VSS	
	Steifigkeit	Versagensspannung	Steifigkeit	Versagensspannung	Steifigkeit	Versagensspannung
15°	2 %	-13 %	-8%	-25 %	65	18
30°	-4%	-14%	0%	-23%	3	12
45°	1%	-52%	3%	-35%	-3%	3%
60°	10%	-38%	12%	-21%	2%	-19%
75°	-12%	-5%	-12%	5%	1%	-14%
90°	-1%	2%	-2%	-2%	-4%	-3%

 < 15%

 < 20%

 > 20% Abweichung von Versuchsdaten

In Grün sind Simulationsergebnisse dargestellt, die eine Abweichung von weniger als 15% zu den Versuchsdaten aufweisen, während Simulationsergebnisse mit mehr als 20% Abweichung in hellem Rot hervorgehoben sind. Der Bereich zwischen 15–20% ist in Gelb dargestellt. Das VSS zeigt gut vergleichbare Ergebnisse für das Steifigkeitskriterium; jedoch stellt sich der OAC-15°-Prüfkörper als problematisch dar, da Faserrotationen im Modell nicht berücksichtigt sind. Allgemein lassen sich gute Ergebnisse auch bei der Vorhersage der Versagensspannung zeigen, wobei keine der Simulationen mehr als 20% Abweichung von den Versuchsdaten aufweist. Zudem konvergiert VSS bei einer größeren Elementgröße, was in Verbindung mit C3D8R-Elementen eine effizientere Modellierung hinsichtlich der Bewertungsmerkmale Steifigkeit und Versagensspannung ermöglicht. Es ist zu erwähnen, dass EST und CompDam in [88] auch hinsichtlich des Bewertungsmerkmals Versagensdehnung verglichen wurden, wobei keine zufriedenstellenden Ergebnisse erreicht wurden.

5.5. Versagensverhalten

Die experimentellen Ergebnisse [7] zeigen, dass das Versagensverhalten stark vom Schrägfaserwinkel abhängt und sich die dominanten Mechanismen mit zunehmender Schrägstellung systematisch verändern. Für die 15°-Prüfkörper traten zwei Versagensmodi auf: das Kink-Band-Versagen (engl. kink-band failure) und ein schubdominierter Versagensmodus in der Laminatbene (engl. in-plane shear failure), was die Beobachtungen in Kawai et al. [84] bestätigt. Auffällig war ein ausgeprägtes Stick-Slip-Verhalten, das auf erhöhte Reibung an den Endflächen hinweist. Es wurde berichtet, dass dieses Verhalten die Spannungs-Dehnungs-Verläufe verfälschen konnte [7], weshalb keine eindeutige Bestimmung der Streckgrenze erfolgte. Im Gegensatz zu den Ergebnissen von Kawai [84] konnte in den hier untersuchten Versuchen weder eine höhere Festigkeit für im Kink-Band-Modus versagende Proben noch ein frühzeitig einsetzendes plastisches Fließen der schubversagenden Proben bestätigt werden.

Bei einem Winkel von 30° dominierte das Schubversagen in der Laminatbene (engl. in-plane shear failure), wobei die Bruchflächen auf eine geringe Beeinflussung durch matrixdominiertes Verhalten unter Druck (engl. transverse compression) hindeuteten; dabei trat vereinzelt Stick-Slip auf. Für größere Schrägfaserwinkel zwischen 45° und 90° wurde ein matrixdominiertes Versagen (engl. transverse-compression-dominated failure) beobachtet, das meist in der Nähe der Lastlinie oder in der Probenmitte auftrat, jedoch ohne Einfluss auf die gemessene Bruchfestigkeit. Insgesamt bestätigen die Ergebnisse den kontinuierlichen Übergang von schubdominiertem (IFF2) zu druckdominiertem (IFF3) Versagen mit zunehmendem Faserwinkel, während im niedrigen Winkelbereich Abweichungen zu früheren Studien vor allem auf Reibungseffekte zurückzuführen sind.

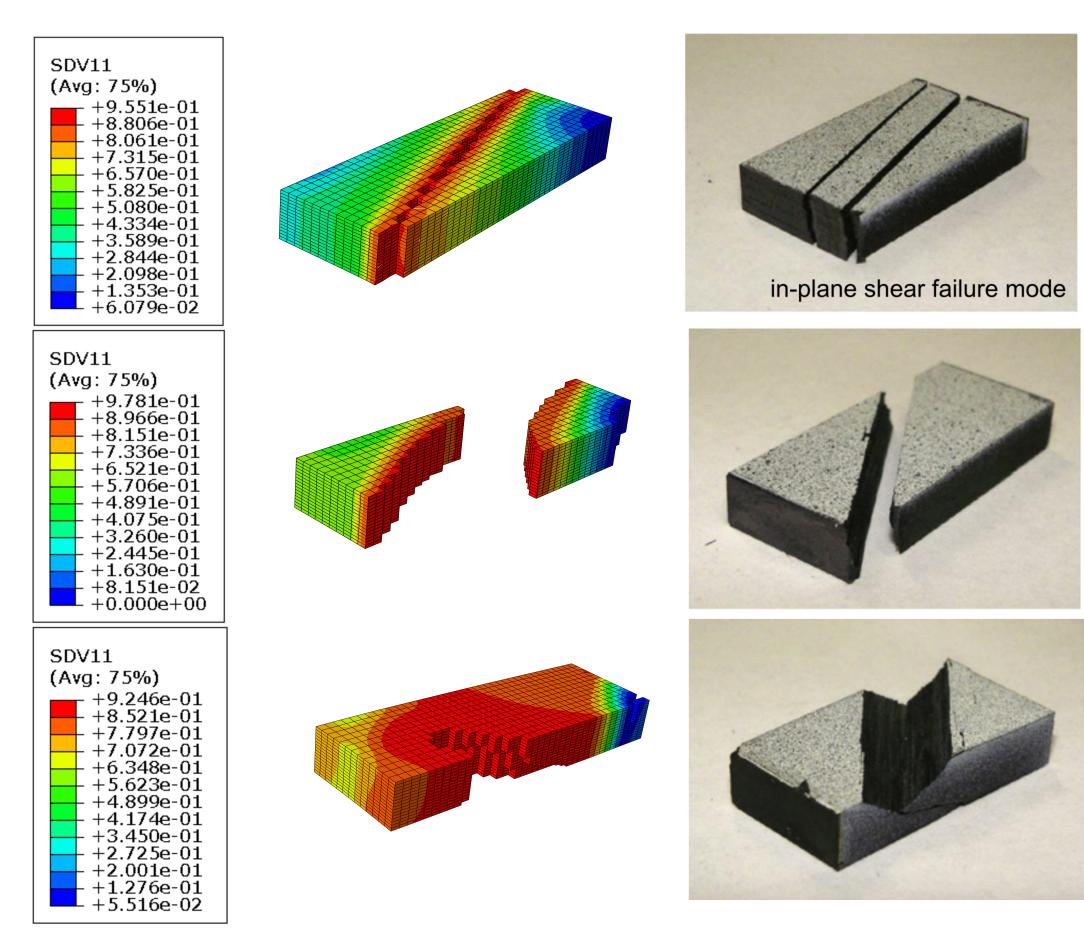


Abbildung 5.8: Versagensverhalten aufgrund von IFF3: Drei Prüfkörper von oben nach unten: 15°, 30° und 45°. Experimentelle Schädigungsbilder rechts aus [7] entnommen.

Simulationsergebnisse konnten die experimentellen Beobachtungen zum Versagensverhalten gut abbilden. Der Verlauf der Schädigungsvariable (SDV11) bestätigt ein schubdominiertes Versagen bzw. einen Zwischenfaserbruch (IFF3), wobei beim 15°-Prüfkörper kein dominierendes faserdominiertes Versagen in Form eines Kink-Bandes abgebildet werden konnte. Die Ursache liegt in der Formulierung des Faserbruchkriteriums FF2 in Cuntzes Versagenskriterium, das isoliert betrachtet das Abbilden eines Kink-Bandes nicht ermöglicht. Nichtsdestotrotz war bei dieser Probe faserdominiertes Versagen der zweitdominante Mechanismus. Bei den Proben mit 30° und 45°-Faserrichtung dominierte auch in den Simulationen das Schubversagen, was teilweise die experimentellen Beobachtungen bestätigt, da die Bruchflächen auf matrixdominiertes Verhalten hindeuteten.

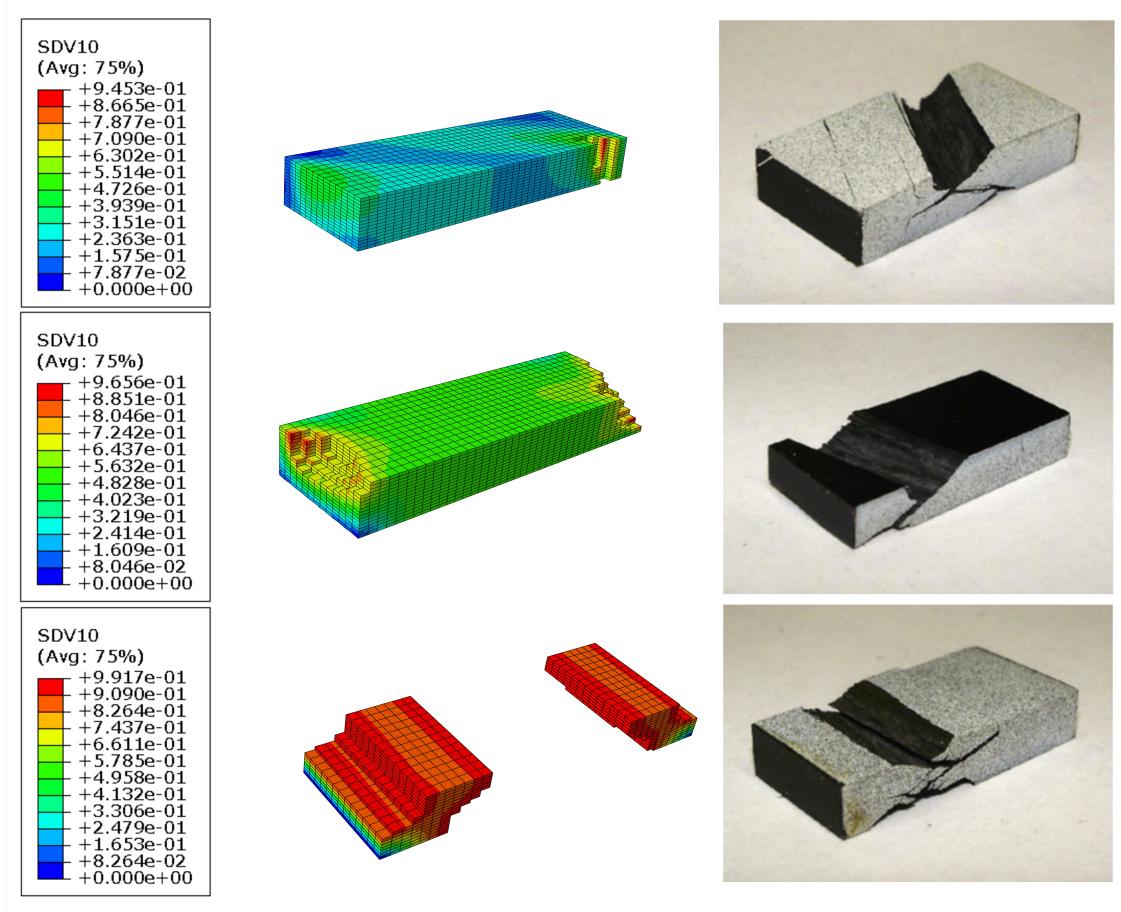


Abbildung 5.9: Versagensverhalten aufgrund von IFF2: Drei Prüfkörper von oben nach unten: 60°, 75° und 90°. Experimentelle Schädigungsbilder rechts aus [7] entnommen.

Die 60°-, 75°- und 90°-Proben zeigten die beste Übereinstimmung mit den Experimenten hinsichtlich der vorhergesagten dominierenden Versagensmodi, Zwischenfaserbruch unter Druck (IFF2). Dabei trat das Versagen bei den 60°- und 75°-Proben am Randbereich und in der Nähe der Lastlinie auf, während es bei der 90°-Probe in der Mitte der Probe auftrat.

6. Validierung des Materialmodells für OHC-Prüfkörper

FVS in Flugzeugen weisen eine große Anzahl an Bohrungen für Nieten und die Montage von Baugruppen auf. Der OHC-Test dient dazu, die Druckfestigkeit von Verbundlaminaten mit solchen Öffnungen zu analysieren. In den letzten 30 Jahren haben mehrere Forschende experimentelle, analytische und numerische Untersuchungen zur PDA während OHC-Tests durchgeführt. Dennoch sind die Versagensmechanismen von OHC-Präfkörper noch nicht vollständig geklärt und ihre Aufklärung stellt eine Herausforderung dar. Eine zusammenfassende experimentelle und numerische Studie über PDA zu OHC-Tests wurde in Higuchi et al. [90] durchgeführt.

6.1. Darstellung experimenteller Ergebnisse des Materialverhaltens von IM7/8552 während OHC-Tests

Die Validierung des Materialmodells anhand eines OHC Prüfkörpers stellt eine der komplexesten Aufgaben dar, aufgrund von verschiedenen Versagensmechanismen, die über verschiedene Lageorientierungen zusammenwirken sowie Spannungskonzentrationen am Lochrand. Experimentelle Untersuchungen über das Verhalten von IM7//8552 während OHC-Tests wurden von Lee et al. und Wisnom et al. [39, 91] unter Verwendung der ICSTM-Prüfvorrichtung basierend auf der Norm AITM 1-0008[92] durchgeführt. Dabei untersuchten die Autoren Skalierungseffekte in Laminaten mit zwei quasi-isotropen Stapelreihen: Ply-Level-Skalierung (geblockte Lagen, $[45^\circ_n/90^\circ_n/-45^\circ_n/0^\circ_n]_s$) und Sublamine-Level-Skalierung (ungeblockte Lagen, $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{ns}$). Bei sublaminat-skalierten Proben wurde ein spröder Bruch quer durch das Laminat beobachtet. Um die progressive Schädigung und die Initierung des Versagens beobachten zu können, wurden die OHC-Proben bei 98% der finalen Last unterbrochen.

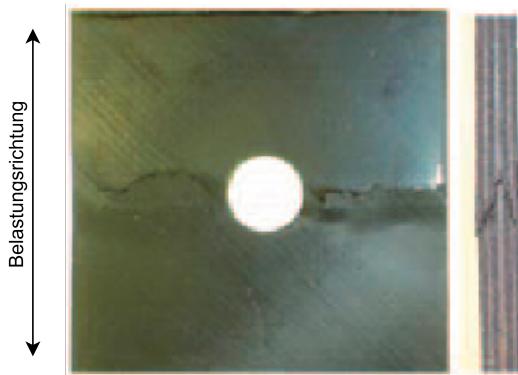


Abbildung 6.1: Unterbrochener OHC-Test an der Probe mit Laminataufbau $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{4s}$, angelehnt an [39].

Für eine bessere Vergleichbarkeit mit anderen Materialmodellen wird in dieser Arbeit der OHC-Prüfkörper mit ungeblockten Lagen, $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{4s}$) ausgewählt. Die Autoren der experimentellen Studien berichteten [39, 91], dass dieser Prüfkörper hinsichtlich der Messqualität im Vergleich mit den anderen Prüfkörpern der zuverlässigste war. Dabei wurde das Verhältnis der gültigen zu der gesamten Anzahl der durchgeführten Versuche für ein Prüfkörper als Maßstab zur Bewertung der Zuverlässigkeit der Messdaten verwendet. Allgemein stellten die Autoren in ihren experimentellen Beobachtungen fest, dass die progressive Schädigung überwiegend durch den Eintritt des Knickbandversagens in der 0° -Lage initiiert wurde. In diesem Zusammenhang,

wurde auch keine makroskopische Vorwarnung vor dem katastrophalen Endversagen beobachtet [39]. Somit wurden keine sichtbaren Nichtlinearitäten vor dem Versagen beobachtet, weshalb das Materialverhalten bis zum Versagen als quasi-linear angenommen wird. Folglich haben die Autoren keine Spannungs-Dehnungs-Verläufe veröffentlicht, jedoch die hinreichenden Messungen zur Steifigkeit und Bruchfestigkeit bereitgestellt, die zur Validierung des Materialmodells anhand eines OHC-Prüfkörpers im Rahmen dieser Arbeit einbezogen werden. Es ist anzumerken, dass dem Autor zum Zeitpunkt der Verfassung dieser Arbeit keine weiteren experimentellen Ergebnisse des Materialverhaltens von IM7/8552 während OHC-Tests bekannt sind.

6.1.1. Darstellung aktueller Modellierungsstrategien

In der Literatur wurden zwei bewährte und geeignete mesoskalige Ansätze zur progressiven Schädigungsanalyse von OHC-Prüfkörpern identifiziert. Beide sind als benutzerdefinierte Materialmodelle (VUMAT) implementiert und basieren auf Konzepten der Kontinuumschädigungsmechanik. Das erste Modell ist das CompDam-Modell, entwickelt von Leone et al. [87, 89]. Der Ansatz nutzt die Deformationgradientenzerlegung (DGD. Deformation Gradient Decomposition), um die Gesamtverformung in eine Volumenverformung und einen kohäsiven Verschiebungssprung zu zerlegen. Das CompDam-Materialmodell ist ein frei zugängliches NASA-Modell, das speziell zur detaillierten Erfassung der Kinematik faserverstärkter Kunststoffe entwickelt wurde. Matrixrisse werden als kohäsive Risse innerhalb eines deformierbaren Volumens interpretiert, wodurch die Rissöffnung und die volumetrische Antwort konsistent aus dem DGD-Ansatz bestimmt werden können. Ein wesentlicher Vorteil dieser Kinematik liegt in der unmittelbaren Kopplung zwischen Rissorientierung und lokaler Schadensentwicklung, sodass gekoppelte Versagensmodi direkt aus den Verschiebungssprüngen abgeleitet werden können. Das Verhalten vor dem Versagen wird durch die Ramberg-Osgood-Gleichung beschrieben. Das spannungsbasierte Versagenskriterium basiert auf LARC-04 [93]. Das Nach-Maximum-Verhalten berücksichtigt den 3D-Rissbandansatz, der ursprünglich von Bažant et al. [70] entwickelt wurde.

Das zweite Modell von Pineda et al. [86], bezeichnet als EST (Enhanced Shapery Theory), basiert auf einer thermodynamisch gestützten Arbeitspotenzialtheorie und verwendet mehrere interne Zustandsvariablen, um Schädigung und Versagen explizit voneinander zu trennen. Die Schädigung beschreibt strukturelle Veränderungen wie Mikrorisse, die sich als Nichtlinearität vor dem Versagen manifestieren und zu einer Degradation führen. Die Matrixmikroschädigung wird mit einer einzigen Variable beschrieben, die die Shapery-Mikroschädigung repräsentiert. Als Folge der Schädigungslokalisierung tritt Versagen auf, welches sich als Nach-Maximum-Dehnungserweichung manifestiert. Dazu wird das dehnungsbasierte Versagenskriterium von Hashin-Rotem [94] einbezogen und mit einem 2D-Rissbandansatz [70] verknüpft, der die charakteristische Länge in die Formulierung der Versagensvariablen einbezieht. Nach der Versagensinitiierung wird das Material nicht mehr als reines Kontinuum betrachtet, sondern als Kontinuum mit einer eingebetteten Diskontinuität (engl. cohesive crack) [86]. Die Evolution des Versagens wird dann durch Traktions-Separations-Gesetze gesteuert, die auf den entsprechenden Bruchenergien des Materials basieren.

Hyder et al. [88] führten eine Bewertung beider Methoden hinsichtlich ihrer Fähigkeiten zur progressiven Schädigungs- und Versagensanalyse durch, unter anderem an verschiedenen OHC-Proben. Die Analyse ergab, dass beide Methoden (CompDam und EST) die elastische Steifigkeit korrekt wiedergeben. Allerdings konnte keine der beiden Methoden die Versagensspannung und

die Versagensdehnung konsistent vorhersagen. Die Ursache für diese Inkonsistenz lag darin, dass beide Modelle diskrete Matrix-Splitting-Ereignisse nicht korrekt abbilden konnten. Diese diskreten Schädigungsergebnisse treten typischerweise in den Spannungskonzentrationsbereichen der 0°-Lagen auf, bevor es zum endgültigen Versagen kommt. Folglich wurden vorzeitige Versagensvorhersagen getroffen. Hyder et al. merkten an, dass die Erhaltung einer korrekten physikalischen Reaktion des Materials die korrekte Freisetzung der Energie in Form dieser diskreten Matrix-Splitting-Ereignisse im Modell erfordert.

Ding et al. [95] entwickelten ein 3D elastoplastisches Materialmodell, welches nichtlineare Verformungen objektiv abbilden kann. Dabei wird die Objektivität als Maß für die Berücksichtigung dreidimensionaler Spannungszustände angesehen. Zudem wurden in das Materialmodell Plastizitätseffekte berücksichtigt, wie sie durch OAC-Tests experimentell bekannt waren. Im Gegensatz zu Sun und Chens Plastizitätskriterium [52], entwickelten die Autoren eine nicht-assoziierte Fließregel, die mit dem Problem der unphysikalischen plastischen Dehnungen in Querrichtung besser umgehen sollte [95]. In einer späteren Veröffentlichung [41] konnte gezeigt werden, dass das Materialmodell für faserdominannten Lasten in Druckrichtung mit einem Versagenskriterium erweitern lässt, welches Fasermikroknicken berücksichtigt. Dabei konnte eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Daten und eine bessere Genauigkeit als beim Modell ohne Berücksichtigung der Plastizität gezeigt werden. Ihr Materialmodell ist als UMAT implementiert und das Schädigungsgesetz im Koordinatensystem der Bruchebene definiert.

6.2. Modellierung der OHC-Probe

Zur Verringerung der Rechenzeiten wurde nach den Erkenntnissen von Coelho et al. [82] eine Halbierung der Geometrie in y - und z -Richtung vorgenommen. Dies ist zulässig, weil die Lamine in Dickenrichtung symmetrisch sind, weshalb auch keine Veränderung des Spannungsfeldes im Material zu erwarten wäre. Damit wird die OHC-Probe ähnlich wie die OAC-Probe in Kapitel 5.1 als ein Viertel der Gesamtgeometrie modelliert und mit einer strukturierten Vernetzungsart diskretisiert:

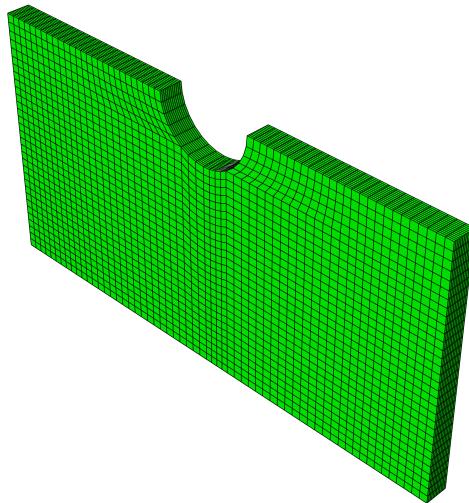


Abbildung 6.2: Darstellung der strukturierten Vernetzung und Modellierung des OHC-Modells, das in dieser Arbeit verwendet wurde, als ein Viertel des Prüfkörpers.

In dieser Arbeit wurden der OHC-Prüfkörper simuliert, welcher in der Norm AITM 1-0008[92] definiert ist. Die Bezeichnung S2 wird der ursprünglichen experimentellen Quelle [91] entnommen. Die Materialzuordnung ist ähnlich dem OAC-Prüfkörper in 5.9.

OHC-Modell	Lagenaufbau []	Lagendicke in mm	Länge l in mm	Breite w in mm	Dicke t in mm
OHC-S2	$[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{4s}$	0,125	32	32	4

Tabelle 6.1: Geometrieparameter des untersuchten OHC-Modells nach Norm AITM 1-0008

6.3. Spannungs-Dehnungs-Verläufe in OHC-Simulation

In diesem Abschnitt werden die Spannung-Dehnungs-Verläufe von zwei Simulationen dargestellt. Dabei wird das in dieser Arbeit entwickelte Materialmodell VSS verwendet, um den OHC-Test zu simulieren. Die Ergebnisse werden mit einer Referenzkurve, welches Produkt der Simulation von Ding et al. [41] ist. Die Referenzkurve ist mithilfe des Tools WebPlotDigitizers extrahiert worden, basierend auf der Abbildung in [41] bei dem der Verlauf dargestellt wird.

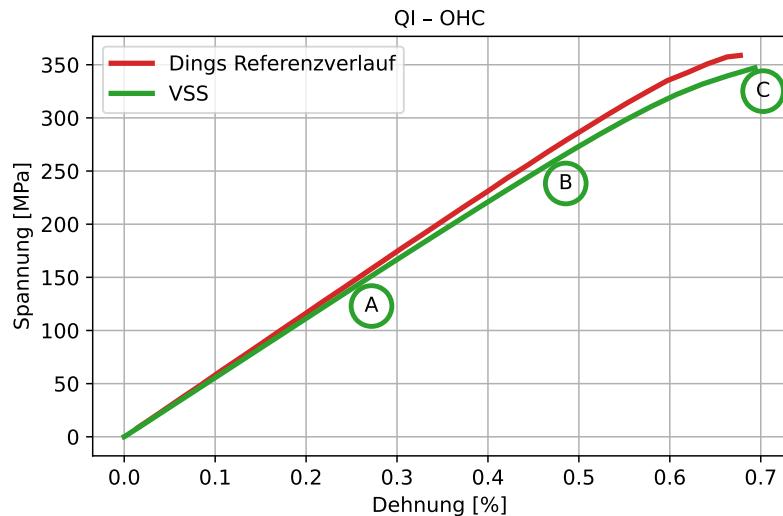


Abbildung 6.3: Spannung-Dehnungs-Verläufe in der OHC-Simulation

Die berechnete Abweichung der E-Module bei einer Dehnung von 0,1% beträgt 4,8%. Diese Abweichung lässt sich durch leichte Unterschiede in den verwendeten Materialkarten erklären. Da weder in Lee et al. [91] noch in Wisnom et al. [39] explizite Werte zu den E-Modulen angegeben worden sind, lassen sich hierzu keine weiteren objektiven Aussagen treffen. Der Referenzverlauf aus der Arbeit von Ding et al. [41] zeigt eine gute Ähnlichkeit mit dem Verlauf von VSS. In der Abbildung 6.3 sind für den Verlauf durch VSS drei Punkte dargestellt, welche basierend auf den modusabhängigen sowie globalen Materialanstrengungswert E_{ff}^m die progressive Schädigung bis zum totalen Versagen abbilden. Numerisch wurden diese Punkt durch eine Untersuchung der moduspezifischen für die Materialanstrengung verantwortlichen Zustandsvariablen bestimmt.

Punkt	Lage	Versagensmodi
A	0°	FF2
B	45°	IFF3
C	90°	IFF2

Tabelle 6.2: Darstellung der aufgetretenen Versagensmodi in den einzelnen Lagen durch drei wesentlichen Punkten

Punkt A beschreibt die Schädigungsinitiierung, welche in der äußersten Einzellage mit 0° Faserrichtung stattfindet. Dabei wurde festgestellt, dass die Materialanstrengung FF2, als Erste den Grenzwert 1 erreicht. Experimentellen Beobachtungen zufolge beginnt der Schaden am Lochrand in der 0°-Lage durch Bildung von Mikrofaserknicken an, weshalb der lokale Faserbruch durch Knickinitiierung der dominierende Mechanismus sei. Dies konnte auch in der Simulation bestätigt werden, da die Materialanstrengung FF2 den Grenzwert 1 als Erstes erreicht. Am Punkt B versagt die äußerste 45°-Lage als nächstes aufgrund des matrixschubdominannten Versagensmodi IFF3. Am Punkt C folgt der matrixdruckdominante Versagensmodi IFF2 an der äußersten 90°-Lage. Unmittelbar danach erfolgt das Totalversagen, welches im Abschnitt 6.4 näher erörtert wird. Die durch VSS vorhergesagten Versagenmodi für die entsprechenden Lagen stimmen gut mit den experimentellen Beobachtungen [39, 91] überein. Es ist anzumerken, dass die hier bezeichneten Punkten A, B und C nicht experimentell nach bestimmten Dehnungswerten bestimmt worden sind, weil wie bereits erwähnt, der Schaden sprödartig ist. Nichtsdestotrotz zeigen die Punkte die Reihenfolge sowie Zusammenwirkung von dominanten Versagensmechanismen, welche experimentell beobachtet worden sind.

6.4. Versagensverhalten

In Ergänzung zu den modusabhängigen Materialanstrengungen, die bei Grenzwertüberschreitung, auf die Initiierung der Schädigung durch einen bestimmten Versagensmodi hindeuten, beschreiben die entsprechenden Schädigungsvariablen die Evolution der Schädigung, die durch die jeweilige Versagensmodi hervorgerufen wird. In diesem Abschnitt wird die Vorhersagefähigkeit des Modells hinsichtlich der Abbildung der im Abschnitt 6.3 berichteten drei dominanten Versagensmechanismen untersucht. Dabei werden die Verhältnisse der drei Schädigungsvariablen kurz vor (oberste Reihe) und unmittelbar nach dem Lastabfall (unterste Reihe) in der Abbildung 6.4 dargestellt:

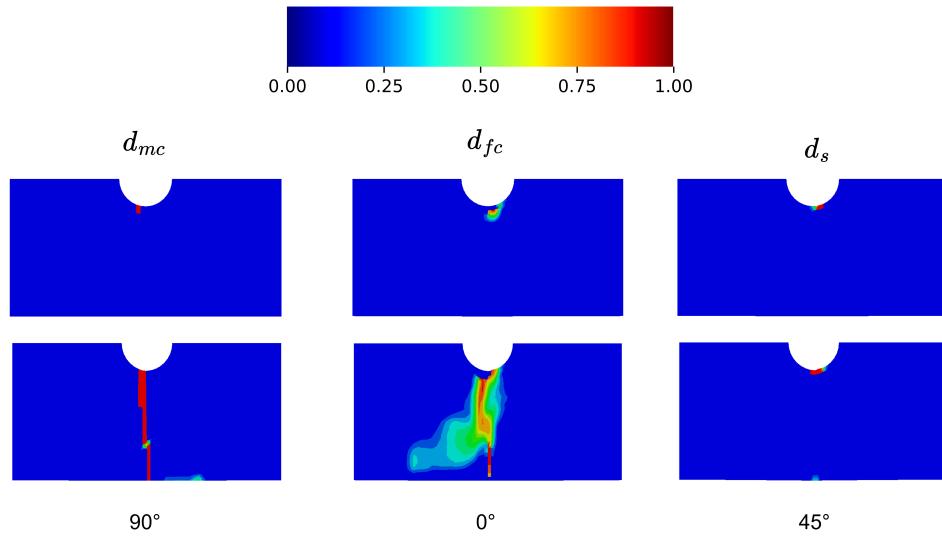


Abbildung 6.4: Darstellung des Schädigungsverhaltens in den Lagen 90° , 0° und 45° von links nach rechts kurz vor dem Lastabfall (oberste Reihe) und unmittelbar nach dem Lastabfall (unterste Reihe)

Die Schadensinitiierung erfolgt am Lochrand für alle drei dominierenden Versagensmechanismen. Die Schädigung breitet sich in einem geraden Pfad senkrecht zur Belastungsrichtung in Richtung der freien Kanten des Laminats aus. Das ist sowohl für die 90° - als auch für die 0° -Lage der Fall. Dieses Verhalten ist in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen, zumindest für die beobachtbare 0° -Lage, dargestellt in Abb. 6.1. Im Vergleich mit den Ergebnissen von Ding et al. [41] ist die vorhergesagte Ausbreitung der Schädigung sehr ähnlich. Bei dem Vergleich ist auffällig, dass die Ausbreitung der Schädigungsvariable d_s zum Versagensmodi IFF3 nicht wiederholbar ist. Nichtsdestotrotz lassen sich in den experimentellen Studien [39, 91], keine Referenzdaten dazu finden, wie die Schädigung in den 45° - und 90° -Lage ausbreitet.

6.5. Erste OHC Validierungsübung und Einfluss der Elementwahl in VSS

In diesem Abschnitt erfolgt eine Übersicht der vorhergesagten Versagensfestigkeiten durch VSS bei Modellierung mit Kontinuumschalen- und Volumenelementen, sowie der Simulationsergebnisse von Ding et al.[41] und der experimentellen Ergebnissen für die S2-Probe [91]. Die Simulationsergebnisse sind mit den Genauigkeitsabweichungen versehen, die als Referenz die experimentell ermittelte Bruchfestigkeit verwenden. Selbst die Referenz ist mit einem Variationskoeffizienten versehen, welcher als Maß für die Streuung der Ergebnisse angesehen wird.

VSS (C3D8R) in MPa	VSS (SC8R) in MPa	Ding in MPa	Experiment in MPa
347.1 (1.1%)	292.12 (20.2%)	359 (2.3 %)	351 (^a 2.9%)

^a Variationskoeffizient.

Tabelle 6.3: Vergleich der vorhergesagten Versagensfestigkeit durch VSS mit Kontinuumschalen- und Volumenelemente, Ding und Experiment.

Die gewählte Modellierungsstrategie für die VSS mit Volumenelementen scheint auch für OHC-

Prüfkörper die beste Vorhersagefähigkeit zu zeigen. Das Modell mit Kontinuumschalenelementen unterschätzt die Bruchfestigkeit mit ca. 20% und bedarf einen größeren Rechenaufwand. Eine visuell einfache Darstellung zur Verdeutlichung der Fähigkeiten der unterschiedlichen Modellierungsstrategien wird in der Abb. 6.5 gezeigt.

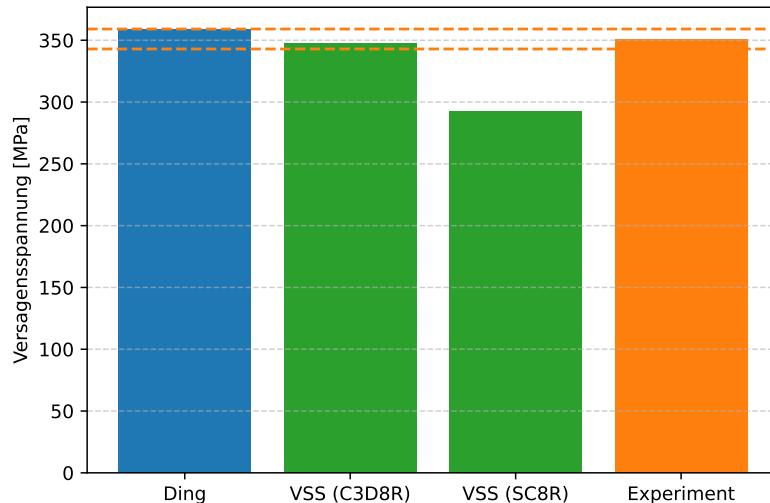


Abbildung 6.5: Spannung-Dehnungs-Verläufe in der OHC-Simulation

Sowohl das Modell von Ding als auch VSS mit Volumenelementen zeigen sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Die berechneten Versagensspannungen liegen unter Berücksichtigung der Streuung der experimentellen Daten innerhalb der experimentellen Unsicherheitsgrenzen.

6.6. Zweite OHC Validierungsübung

Die Validierung eines PDA-Modells anhand eines einzelnen Lagenaufbaus stellt zwar eine sinnvolle Übung dar, ist jedoch nicht ausreichend, um die Robustheit des Materialmodells zu bewerten. Eine zweite Validierungsübung, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurde, bezieht sich auf drei unterschiedliche OHC-Prüfkörper, die auf der Norm ASTM D6484 definiert werden [96].

6.6.1. Modellbeschreibung

In Abschnitt 5.2 konnte gezeigt werden, dass OAC-Simulationen mit SC8R-Elementen im Vergleich zu OAC-Simulationen mit C3D8R-Elementen längere Rechenzeiten benötigen. Darauf aufbauend zeigte die erste Validierungsübung, dass die Vernetzung der OHC-Probe mit C3D8R Elementen genauere Ergebnisse als mit SC8R liefert, siehe Abschnitt 6.5. Deshalb sind die hier betrachteten OHC-Proben auch mit Volumenelementen modelliert. Eine Darstellung des verwendeten Finite-Elemente-Modells unter Berücksichtigung einer strukturierten Vernetzung mit C3D8R-Elementen ist in der Abbildung 6.6 dargestellt.

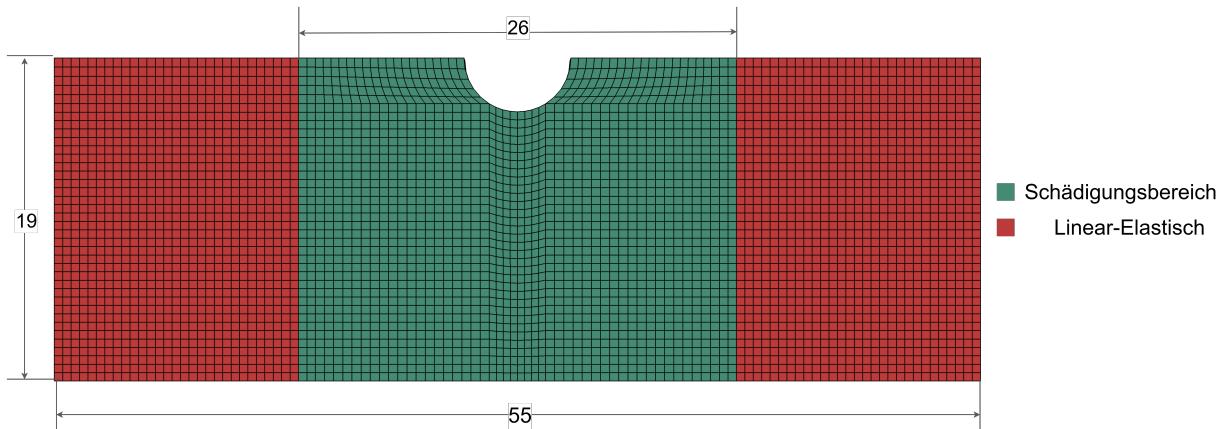


Abbildung 6.6: Übersicht des Finite Elementen Models in der x-y-Ebene und Darstellung des verwendeten Materialverhaltens.

Die Modellbreite und der Lochdurchmesser sind den nominalen Dimensionen der Prüfkörper nach der Norm ASTM D6484 [96] entsprechend. Die Modellänge wurde reduziert, da es nicht notwendig ist die gesamte Länge außerhalb des Schädigungsbereichs zu modellieren. Dies hat den Grund zur Folge, dass Versagen ausschliesslich im Schädigungsbereich auftritt. Auf diese Reduktion wird auch in Bergan et al. [97] hingewiesen. Der modellierte Schädigungsbereich ist in der Abbildung 6.6 in grün dargestellt. Hierbei werden die Elemente durch ein elastoplastisches Materialverhalten charakterisiert. In rot werden die Elemente durch ein linear-elastisches Verhalten beschrieben, wobei keine Schädigung zulässig ist. Es ist anzumerken, dass weiterführende numerischen Untersuchungen notwendig sind, um den Einfluss der nominalen Probenlänge auf die Vorhersagekraft des Materialmodells zu bewerten. Die drei verwendeten Proben werden wie in Abschnitt 6.2 für den ersten Validierungsversuch begründet, als ein Viertel der Gesamtgeometrie modelliert. Zur Modellierung der Proben sind in Anlehnung an Bergan et al. [97] die Geometrieparameter bestimmt, welche in der Tabelle 6.4 dargestellt sind.

Tabelle 6.4: Geometrieparameter der untersuchten OHC-Modelle nach Norm ASTM D6484

Probenbezeichnung Lochdurchmesser	Lagendicke in mm	Länge l in mm	Breite w in mm	Messlänge in mm
in mm				
Hard, Quasi, Soft 6.35	0.183	55	38.1	24

Die Materialkarte ist aus Wanthal et al. [98] entnommen, da sie eine grundsätzliche Vergleichbarkeit mit den Modellen ermöglichen kann, die Hyder et al. [88] untersuchten. Es ist anzumerken, dass Bergan et al. [97] die gleichen Laminataufbauten verwendete, jedoch andere Bezeichnungen verwendet. In dieser Arbeit werden die OHC Modelle nach den Probenbezeichnungen von Bergan et al. [97] genannt.

Tabelle 6.5: Probenbezeichnungen und Laminataufbau der auf Norm ASTM D6484 basierten OHC-Proben [97]

Probe	Laminataufbau	% Lagen 0/±45/90
Hard	$[(45/ - 45/0_2)_3]_s$	50/50/0
Quasi	$[(45/0/ - 45/90)_3]_s$	25/50/25
Soft	$[45/ - 45/0/45/ - 45/90/(45/ - 45)_2]_s$	10/80/10

Die Probenbezeichnung Hard, Quasi und Soft lassen sich grundsätzlich anhand des Anteils der 0°-Lagen im Laminataufbau einordnen. Während die Probe Hard aus 50% 0°-Lagen besteht, was sie spröder macht, hat die Probe Soft einen akkumulierten Anteil von 90% an ±45° und 90°-Lagen. Die Laminataufbauten der quasiisotropischen (Quasi) und der spröderen Probe (Hard) bestehen aus 24 Lagen, während die etwas weichere Probe (Soft) über 20 Lagen verfügt. In der Tabelle 6.6 werden die in Bergan et al. [97] experimentell gemittelten Steifigkeiten, Versagensspannungen und Versagendehnungen angegeben.

Tabelle 6.6: Experimentelle gemittelte Kennwerte der untersuchten Proben [97].

Laminataufbau	Steifigkeit [GPa]	Versagensspannung [MPa]	Versagensdehnung [%]
Hard	79.7	456.2	0.63
Quasi	51.4	334.0	0.71
Soft	33.9	280.5	1.12

6.6.2. Einfluss der Berücksichtigung der Plastizität

Die Berücksichtigung der Plastizität im Materialmodell VSS zeigte für OAC-Proben eine Verbesserung der Vorhersagefähigkeit, siehe Abschnitt 5.2. Durch diese Validierungsübung soll der Einfluss der Berücksichtigung der Plastizität auf die Vorhersagefähigkeit der Materialkennwerten von OHC-Proben untersucht werden. Die drei modellierten OHC-Proben - Hard, Quasi und Soft - wurden mit und ohne Aktivierung der Plastizität simuliert. Bei Aktivierung der Plastizität stellt sich ein elastoplastisches Materialverhalten ein, während bei Nichtaktivierung ein rein elastisches Verhalten vorliegt. In der Abbildung 6.7 werden die Spannungs-Dehnungs-Verläufe für alle sechs simulierten OHC-Modellen dargestellt:

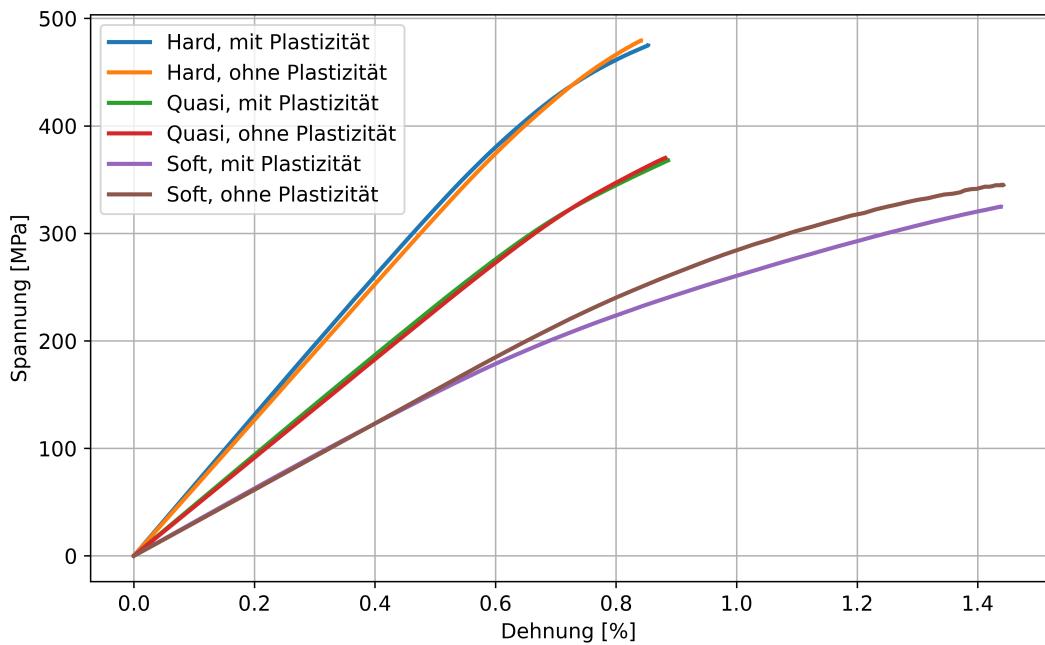


Abbildung 6.7: Spannungs-Dehnungs-Verläufe für OHC-Proben - Hard, Quasi, Soft - bei Modellierung mit und ohne Plastizität

Die erste Auffälligkeit bezieht sich auf das nichtlineare Verhalten der Simulationen, bei denen keine Plastizität berücksichtigt wird. In OAC-Simulationen, die keine Plastizität berücksichtigt haben, war das Verhalten durchgängig rein-elastisch. Die OAC-Proben bestanden allerdings nur aus unidirektionalen Lagen, weshalb FPF und LPF aus Symmetriegründen gleichzeitig am Versagenspunkt auftreten. Die OHC-Proben bestehen aus multidirektionalen Lagen, und die Schädigung fängt vor dem totalen Versagen an wie in der Abbildung 6.3 durch die Punkte A, B und C gezeigt wurde. Folglich wird die Steifigkeit schrittweise reduziert und führt zu einem frühen nichtlinearen Verhalten. Grundsätzlich verstärkt die Berücksichtigung der Plastizität bei allen Simulationen das nichtlineare Verhalten. Dies macht sich bemerkbar in der OHC-Soft-Probe durch den Vergleich der braunen und lila Kurve in der Abbildung 6.7. Eine quantitative Auswertung der Ergebnisse ist in der Tabelle 6.7 dargestellt. Dabei wurde die Steifigkeit bei 0.1% Dehnung ausgewertet, die Versagensspannung bei der maximal erreichten Spannung σ_{max} und die Versagensdehnung ε_{max} am selben Punkt bestimmt.

Tabelle 6.7: Übersicht der Abweichungen zwischen Simulationsergebnissen und Experimenten unter Berücksichtigung ausschließlich elastischen sowie elastoplastischen Materialverhalten.

OHC-Simulationsmodell	Materialverhalten	ΔE [%]	$\Delta \sigma_{max}$ [%]	$\Delta \varepsilon_{max}$ [%]
Hard	Elastoplastisch	-17.7	4	35.4
	Elastisch	-20.8	5.1	33.5
Quasi	Elastoplastisch	-8.6	10.1	24.8
	Elastisch	-11.2	10.8	24.2
Soft	Elastoplastisch	-7.4	15.8	28.4
	Elastisch	-9.7	23.1	28.5

Das in dieser Arbeit untersuchte elastoplastische Materialmodell VSS weist für alle OHC-Simulationsmodelle geringere Abweichungen ΔE der Steifigkeit auf. Auch bei der Versagensspannung sind die Abweichungen $\Delta\sigma_{max}$ bei Berücksichtigung der Plastizität geringer für alle hier betrachteten OHC-Modelle. Für die Versagensdehnung $\Delta\varepsilon_{max}$ ergeben sich hingegen keine einheitlichen Vorteile des elastoplastischen Ansatzes. Zudem deuten die Abweichungen in den Versagensdehnungen darauhin, dass der Versagenspunkt überschätzt wird. Das lässt sich durch die positiven Abweichungen der Versagensspannungen auch bestätigen. Die Simulationsergebnisse weisen auf eine systematische Unterschätzung der Steifigkeit für alle untersuchten Proben hin. Eine mögliche Ursache ist die reduzierte Modelllänge des linear-elastischen Bereichs, in dem keine Schädigung zugelassen ist. Eine Verlängerung dieses Bereichs in Längsrichtung könnte zu einem erhöhten globalen Steifigkeitsverhalten führen, da die an den Messabschnitt angrenzenden Bereiche durch eine größere Anzahl von Elementen steifer wirken. Grundsätzlich deuten die Ergebnisse daraufhin, dass eine Untersuchung des Einflusses der Elementgröße mittels einer Netzkonvergenzanalyse künftig notwendig ist. Vergleichsliteraturen [88, 97] nutzen geringere Elementgrößen, insbesondere am Lochrandbereich, die tendenziell zu besseren Ergebnissen führen könnten. Zudem ist der Einfluss von Elementlöschungskriterien als Maßnahme zur Verbesserung der Vorhersagefähigkeit anzusehen und muss in weiterführenden Untersuchungen behandelt werden. Denkbar wäre es statt nur die Steifigkeit nach dem Schädigungsbeginn zu reduzieren, die Elemente ab einem bestimmten Schädigungswert zu löschen. Dies würde zu einem früheren Versagenspunkt und geringeren Abweichungen führen. Damit wurde eine wesentliche Fragestellung dieser Arbeit behandelt, welche den Einfluss der Berücksichtigung der Plastizität auf die Qualität der numerischen Vorhersagen von Steifigkeit, Versagensspannung und -dehnung in uniaxial druckbelasteten OHC-Proben aufgreift.

6.7. Vergleich des Materialmodells mit EST und CompDam

Die Ergebnisse der OHC-Simulationen bei elastoplastischem Materialverhalten aus Tabelle 6.7 werden neben den Ergebnissen der zwei bewährten Materialmodelle EST und CompDam in Abbildung 6.8 dargestellt, welche aus Hyder et al. [88] entnommen wurden. Die farbliche Kennzeichnung verdeutlicht die Güte der Übereinstimmung: grün kennzeichnet Abweichungen unter 15%, gelb Abweichungen unter 20% und rot Abweichungen über 20%. Zur Gewährleistung der Vergleichbarkeit der Ergebnisse wird derselbe Farbcode wie in Hyder et al. [88] verwendet.

Tabelle 6.8: Zweite OHC-Validierungsübung: Vergleich mit EST und CompDam

OAC	EST			CompDam			VSS		
	ΔE [%]	$\Delta\sigma_{max}$ [%]	$\Delta\varepsilon_{max}$	ΔE [%]	$\Delta\sigma_{max}$ [%]	$\Delta\varepsilon_{max}$	ΔE [%]	$\Delta\sigma_{max}$ [%]	$\Delta\varepsilon_{max}$
Hard	2	-4%	-13%	2	-23%	-31	-17.7	4	35.4
Quasi	-2%	-23%	-41%	3	-11	-32	-8.6	10.1%	24.8
Soft	3%	-16%	-22%	3%	-30%	-35%	-7.4	15.8%	28.4

 < 15%  < 20%  > 20% Abweichung von Versuchsdaten

EST und CompDam treffen die Steifigkeit insgesamt mit einer höheren Güte als VSS, welches diese möglicherweise aufgrund der reduzierten Modelllänge im linear-elastischen Bereich unterschätzt, siehe Abschnitt 6.6.2. Hinsichtlich der Versagensspannung weist VSS jedoch eine bessere Übereinstimmung mit den Versuchsdaten auf als EST und CompDam, auch wenn diese insbesondere bei der Soft-Probe leicht überschätzt wird. EST und CompDam neigen demgegenüber zu

einer ausgeprägteren Unterschätzung der Versagensspannung. Alle drei Materialmodelle zeigen die größten Abweichungen bei der Vorhersage der Versagensdehnung. Hyder et al. [88] berichteten, dass die Unterschätzung der Versagensdehnung in CompDam und EST auf die mangelnde Fähigkeit zur Abbildung diskreter Matrixrisse zurückzuführen ist. Diese Risse traten experimentell in den 0°-Lagen auf und entlasteten Spannungskonzentrationen am Lochrand, wodurch das endgültige Versagen verzögert wurde. Ein numerischer Versuch zur Abbildung der Matrixrisse in OHC-Proben wurde in Iyer et al. [99] durchgeführt. Diese nutzten einen semi-diskreten Modellierungsansatz, welcher auf Kontinuumschädigungs- und Bruchmechanik basiert, um erfolgreich Versagensmechanismen wie z. B. Matrixrisse sowie Versagensfestigkeit abzubilden. Es konnten dabei keine Erkenntnisse darüber gewonnen werden, ob die Abbildung der Matrixrisse eine erhöhte Güte bei der Vorhersage der Versagensdehnung liefert.

Die systematische Überschätzung der Versagensspannung und -dehnung bei VSS legt nahe, dass der gezielte Einsatz von Elementlöschungskriterien eine höhere Güte hinsichtlich dieser beiden Kennwerten ermöglichen könnte. Darüber hinaus könnte die Berücksichtigung von CZM zur Abbildung von Delaminationen, insbesondere bei Skalierung auf Lagenebene bzw. ungeblockten Lagen, weiteres Untersuchungspotenzial bieten. Sowohl EST als auch CompDam haben CZM implementiert, allerdings ist es bisher unklar, inwiefern die Prognosegüte dadurch verbessert werden kann. Experimentell [91] konnte gezeigt werden, dass im Fall einer Skalierung auf Lagenebene Delaminationen zwar häufiger auftreten, jedoch selten den initierenden Versagensmechanismus darstellen. Zudem stellt der Einfluss der Elementgröße einen relevanten Untersuchungsgegenstand für zukünftige Arbeiten dar. Es ist erneut anzumerken, dass in EST und CompDam kleinere Elementgrößen als in VSS verwendet worden sind.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war die Untersuchung eines elastoplastischen Materialmodells zur Beschreibung des progressiven Schädigungs- und Versagensverhaltens unidirektionaler und multidirektionaler Faserverbundlamine unter uniaxialer Druckbelastung. Der Fokus lag dabei auf der Abbildung des intralaminaren Schädigungsverhaltens für OAC- und OHC-Prüfkörpern, da diese Lastfälle für strukturelle Anwendungen in der Luftfahrt von besonderer Relevanz sind und gleichzeitig hohe Anforderungen an die numerische Modellierung stellen. In diesem Zusammenhang wurde eine umfassende Recherche über die Modellierungsstrategien von Faserverbundlaminaten durchgeführt und die Ergebnisse in Kapitel 2 bereitgestellt. Dabei wurde der mesoskalige Ansatz zur Modellierung der OAC- und OHC-Proben bestimmt. Weiterhin wurde der Verifizierungs- und Validierungsrahmen zur Bewertung der technischen Reife des Materialmodells VSS verwendet, welches im Kapitel 3 eingeführt wurde. Dessen numerische Implementierung wurde in Kapitel 4 erörtert.

Das Materialmodell VSS wurde zunächst anhand von 1-Element-Simulationen untersucht, um die Fähigkeit der Abbildung von analytisch bekannten Lösungen nachzuweisen. Dabei zeigte das Versagenskriterium von Cuntze eine bessere Prognosegüte als das Versagenskriterium von Hashin in Bezug auf experimentellen Ergebnissen. In diesem Zusammenhang konnte VSS bei Berücksichtigung von Cuntze gute Ergebnisse hinsichtlich der Verifizierungslösung. Außerdem wurde für das Plastizitätsmodell ein Kalibrierungsalgorithmus entwickelt, welcher die Bestimmung des Plastizitätspараметers a_{66} ermöglichten. Bei der Durchführung von 1-Element-Simulationen zur Untersuchung des Einflusses dieses Parameters stellte sich fest, dass Literaturwerte geringfügig bessere Übereinstimmungen mit experimentellen Daten lieferten, weshalb die hier verwendete Materialkarte den Literaturwert berücksichtigt.

Im Kapitel 5 zeigte die Berücksichtigung des Plastizitätsmodells für alle simulierten OAC-Proben eine realistischere Abbildung des nichtlinearen Materialverhaltens. Besondere Schwierigkeiten zeigten sich bei der OHC-15° Probe, bei der die Steifigkeit nicht zufriedenstellend vorhergesagt werden konnte. Dieses Verhalten wird auf die in den Experimenten beobachteten ausgeprägten Faserrotationen zurückgeführt, die im aktuellen Modellierungsansatz nicht abgebildet werden. Insbesondere für schub- und matrixdominierte Lastzustände zeigte sich eine erhöhte Prognosegüte im Vergleich zu Simulationsergebnissen mit rein-elastischem Materialverhalten. Für longitudinal belastete Prüfkörper bestätigte sich erwartungsgemäß, dass plastische Effekte nur eine untergeordnete Rolle spielen. Darüber hinaus konnte der Einfluss der Elementwahl untersucht werden. Dabei zeigte sich für OAC-Proben, dass Volumenelemente des Typs C3D8R zwar recheneffizienter, jedoch weniger genau in der Vorhersage der Versagensspannung als Kontinuumschalelemente des Typs SC8R sind. Die durchgeführte Netzkonvergenzanalyse bestätigte die numerische Stabilität der Simulationen und zeigte, dass eine weitere Netzverfeinerung keine wesentliche Erhöhung der Prognosegüte erwarten lässt. Schließlich wurden hier zwei bewährten PDA-Modelle aus der Literatur wie CompDam und EST zu einem Vergleich mit VSS bei gezogenen. VSS zeigte bei der Modellierung von OAC-Proben eine leicht bessere Prognosegüte bei der Versagensspannung als die Literaturmodelle.

Im Kapitel 6 wurde das Materialmodell auf OHC-Prüfkörper übertragen, die aufgrund von Spannungskonzentrationen am Lochrand und des Zusammenwirkens mehrerer Versagensmechanismen eine deutlich höhere Komplexität aufweisen. Am zunächst betrachteten OHC-S2-Prüfkörper nach AITM 1-0008 konnte gezeigt werden, dass das VSS-Materialmodell sowohl die Reihenfolge

als auch die Art der dominanten Versagensmechanismen (FF2, IFF3, IFF2) in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Beobachtungen abbildet. Die vorhergesagte Versagensfestigkeit stimmte bei Verwendung von Volumenelementen gut mit den experimentellen Werten überein, während Kontinuumschalenelemente die Versagensspannung systematisch unterschätzten. Eine zweite Validierungsübung auf Basis von drei OHC-Prüfkörpern (Hard, Quasi, Soft) nach ASTM D6484 ermöglichte eine differenzierte Bewertung der Modellrobustheit. Dabei zeigte sich, dass die Berücksichtigung der Plastizität systematisch zu einer verbesserten Vorhersage der Steifigkeit und der Versagensspannung führt. Die Versagensdehnung konnte hingegen nicht mit vergleichbarer Güte abgebildet werden und wurde überwiegend überschätzt. Die dazugehörige Überschätzung der Versagensspannung zeigt einen plausiblen Ansatzpunkt zur Verbesserung der Prognosegüte durch den gezielten Einsatz von Elementlöschungskriterien. Im Vergleich mit den etablierten Materialmodellen EST und CompDam zeigte VSS eine insgesamt gute Leistungsfähigkeit, insbesondere bei der Vorhersage der Versagensspannung, während EST und CompDam die Steifigkeit tendenziell besser abbildeten. Weiterführende Arbeiten sollten hierbei den Einfluss der Modelllänge im elastischen Bereich untersuchen, in dem keine Schädigung zugelassen ist. Dadurch könnte eine höhere Güte in der Steifigkeitsvorhersage erreicht werden.

Zusammenfassend konnte gezeigt werden, dass das entwickelte Materialmodell VSS durch Berücksichtigung des Cuntze-Versagenkriteriums eine physikalisch plausible Beschreibung des uniaxialen Druckverhaltens auf Couponebene für OAC- und OHC-Proben zeigt. Die Berücksichtigung des Plastizitätsmodells zeigt eine systematische verbesserte Vorhersage der Versagensspannung. Das war der Fall auch in den OHC-Proben und insbesondere in der OHC-Soft Probe. Weiterführende Arbeiten zu OHC-Proben sollten hierbei den Einfluss der Modelllänge im elastischen Bereich untersuchen, in dem keine Schädigung zugelassen ist. Dadurch könnte eine höhere Güte in der Steifigkeitsvorhersage erreicht werden. Zudem sollte der Einfluss von Elementlöschungskriterien bei OHC-Proben näher untersucht werden, da sie die Prognosegüte zur Versagensspannung und -dehnung erhöhen könnten. Ein weiterer Ansatzpunkt für weiterführenden Untersuchungen könnte die Untersuchung einer nachvollziehbaren Herleitung und Implementierung der Abbildungsmatrix \mathbf{Z} in das Plastizitätsmodell, da diese bei Modellierung der OAC-Proben durch Volumenelemente Verbesserungspotenzial zeigt. Eine Erweiterung des VSS-Materialmodells zur Berücksichtigung von Faserrotationen könnte insbesondere für die OAC-15°-Probe zu einer erhöhten Prognosegüte beitragen.

Literatur

- [1] Emilie J. Siochi. *Polymers and Composites for Aerospace Applications*. Conference Presentation. Denver, CO, USA: NASA Langley Research Center, 18.–20. Aug. 2024.
- [2] Darrel R. Tenney u. a. *Structural Framework for Flight I: NASA's Role in Development of Advanced Composite Materials for Aircraft and Space Structures*. Contractor Report NASA/CR-2019-220267. NASA Langley Research Center, Apr. 2019.
- [3] O. Völkerink u. a. „A Pragmatic Approach for a 3D Material Model Considering Elasto-Plastic Behaviour, Damage Initiation by Puck or Cuntze and Progressive Failure of Fibre-Reinforced Plastics“. In: *Computers & Structures* 236 (Aug. 2020), S. 106280. ISSN: 00457949. DOI: 10.1016/j.compstruc.2020.106280. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0045794920300833> (besucht am 03.05.2025).
- [4] European Aviation Safety Agency. *Proposed CM-S-014 Modelling & Simulation – CS-25 Structural Certification Specifications*. Certification Memorandum (Proposed), Issue 01. For consultation. European Aviation Safety Agency, Juli 2020. URL: https://www.easa.europa.eu/sites/default/files/dfu/proposed_cm-s-014_modelling_simulation_-for_consultation.pdf.
- [5] Oliver Völkerink. „Simulation-Driven Design of Bonded Joints in Fibre Composite Aircraft Structures Using Progressive Damage Analyses“. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), 2022. DOI: 10.57676/HYA4-2A09. URL: <https://elib.dlr.de/190592/> (besucht am 28.04.2025).
- [6] Patrick Adrian Makiela und Oliver Völkerink. „Untersuchung des Einflusses großer Deformationen in Kontinuumsschädigungsmodellen auf die Abbildung des Phänomens der Lagenauflösung an Lochrändern in Faserverbundstrukturen“. Masterarbeit. Braunschweig: Technische Universität Braunschweig, Sep. 2023. URL: <https://elib.dlr.de/200935/>.
- [7] H. Koerber, J. Xavier und P.P. Camanho. „High Strain Rate Characterisation of Unidirectional Carbon-Epoxy IM7-8552 in Transverse Compression and in-Plane Shear Using Digital Image Correlation“. In: *Mechanics of Materials* 42.11 (Nov. 2010), S. 1004–1019. ISSN: 01676636. DOI: 10.1016/j.mechmat.2010.09.003. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167663610001262> (besucht am 28.04.2025).
- [8] JD Schaefer, BT Werner und IM Daniel. „Strain-rate-dependent failure of a toughened matrix composite“. In: *Experimental Mechanics* 54.6 (2014), S. 1111–1120.
- [9] TJ Vogler und S Kyriakides. „Inelastic behavior of an AS4/PEEK composite under combined transverse compression and shear. Part I: experiments“. In: *International Journal of Plasticity* 15.8 (1999), S. 783–806.
- [10] H. Razi u. a. „Rapid Integration of New Analysis Methods in Production“. In: *Proceedings of the 31st American Society for Composites Technical Conference*. Williamsburg, VA, 2016.
- [11] Pedro Ponces Camanho und Michel Lambert. „A design methodology for mechanically fastened joints in laminated composite materials“. In: *Composites Science and Technology* 66.15 (2006), S. 3004–3020.
- [12] Albertino Arteiro u. a. „Simulation of the mechanical response of thin-ply composites: from computational micro-mechanics to structural analysis“. In: *Archives of Computational Methods in Engineering* 26.5 (2019), S. 1445–1487.

- [13] CMH-17: Wichita State. *Composite Materials Handbook Volume 3. Polymer Matrix Composites-Materials Usage, Design, and Analysis*. SAE International, 2012.
- [14] Alfred Puck. „Zur Beanspruchung und Verformung von GFK-Mehrschichten-Verbund-Bauelementen“. Diss. Hanser, 1967.
- [15] H Matthias Deusche. „3D failure analysis of UD fibre reinforced composites: Puck's theory within FEA“. Diss. Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 2010, 2010.
- [16] K.M. Liew, Z.Z. Pan und L.W. Zhang. „An overview of layerwise theories for composite laminates and structures: Development, numerical implementation and application“. In: *Composite Structures* 216 (2019), S. 240–259. ISSN: 0263-8223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.02.074>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822319300820>.
- [17] Holm Altenbach, Jürgen Altenbach und Wolfgang Kissing. *Mechanics of Composite Structural Elements*. 2. Aufl. Zitiert auf S. 43-44. Springer, 2018.
- [18] Kiyoshi Washizu. *Variational Methods in Elasticity and Plasticity*. Oxford: Elsevier Science und Technology, 1982.
- [19] Dassault Systèmes Simulia Corp. *Abaqus 2020 Analysis User's Manual*. Zitiert auf S. 44–45. Dassault Systèmes, 2020.
- [20] Joshua Moll und Oliver Völkerink. „Erarbeitung einer Modellierungsstrategie für die progressive Schädigungsanalyse von Open Hole Tension Prüfkörpern aus faserverstärktem Kunststoff unter Berücksichtigung intralaminarer Plastizität“. Masterarbeit. Technische Universität Dresden, 2021.
- [21] C. Schuecker und H. Pettermann. „Fiber reinforced laminates: Progressive damage modeling based on failure mechanisms“. In: *Archives of Computational Methods in Engineering* 15 (2008).
- [22] P. P. Camanho u. a. „Prediction of *in situ* strengths and matrix cracking in composites under transverse tension and in-plane shear“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 37 (2006), S. 165–176. DOI: 10.1016/j.compositesa.2005.04.023.
- [23] P. D. Soden, A. S. Kaddour und M. J. Hinton. „Special Issue“. In: *Composites Science and Technology* 58.7 (1998).
- [24] P. D. Soden, A. S. Kaddour und M. J. Hinton. „Special Issue“. In: *Composites Science and Technology* 62.12-13 (2002).
- [25] P. D. Soden, A. S. Kaddour und M. J. Hinton. „Special Issue“. In: *Composites Science and Technology* 64.3-4 (2004).
- [26] M. Hinton, A. S. Kaddour und P. D. Soden. *Failure Criteria in Fibre-Reinforced-Polymer Composites: The World-Wide Failure Exercise*. Amsterdam: Elsevier, 2004.
- [27] R. Taubert. „Einfluss von nichtlinearem Materialverhalten auf die Entwicklung und Auswirkung von Zwischenfaserbrüchen in Verbundlaminaten“. Dissertation. 2017.
- [28] C. Schultheisz und A. Waas. „Compressive failure of composites, part I: Testing and micromechanical theories“. In: *Progress in Aerospace Sciences* 32.1 (1996), S. 1–42. DOI: 10.1016/0376-0421(94)00002-3.
- [29] CJ Creighton, MPF Sutcliffe und TW Clyne. „A multiple field image analysis procedure for characterisation of fibre alignment in composites“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 32.2 (2001), S. 221–229.

- [30] M. P. F. Sutcliffe, S. L. Lemanski und A. E. Scott. „Measurement of fibre waviness in industrial composite components“. In: *Composites Science and Technology* 72 (2012), S. 2016–2023. DOI: 10.1016/j.compscitech.2012.09.011.
- [31] T. Sebaey, G. Catalanotti und N. O’Dowd. „A microscale integrated approach to measure and model fibre misalignment in fibre-reinforced composites“. In: *Composites Science and Technology* 183 (2019), S. 107793. DOI: 10.1016/j.compscitech.2019.107793.
- [32] BN Fedulov u. a. „Influence of fibre misalignment and voids on composite laminate strength“. In: *Journal of Composite Materials* 49.23 (2015), S. 2887–2896.
- [33] D Wilhelmsson u. a. „An experimental study of fibre waviness and its effects on compressive properties of unidirectional NCF composites“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 107 (2018), S. 665–674.
- [34] R. Talreja. „Manufacturing defects in composites and their effects on performance“. In: *Polymer Composites in the Aerospace Industry*. Elsevier, 2020, S. 83–97.
- [35] F. Van der Meer. „Computational Modeling of Failure in Composite Laminates“. Dissertation. 2010.
- [36] A. Puck. *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten*. München: Carl Hanser Verlag, 1996.
- [37] D. H. Pahr und F. G. Rammerstorfer. „A fast Multiscale Analysing Tool for the Investigation of Perforated Laminates“. In: *Composite Structures* 82.2-3 (2004), S. 227–239.
- [38] O. Allix, L. Daudeville und P. Ladevèze. „Delamination and Damage Mechanics“. In: *Mechanics and Mechanisms of Damage in Composites and Multi-Materials*. Hrsg. von D. Baptiste. London: Mechanical Engineering Publications, 1991, S. 143–158.
- [39] M.R. Wisnom, S.R. Hallett und C. Soutis. „Scaling Effects in Notched Composites“. In: *Journal of Composite Materials* 44.2 (1. Jan. 2010), S. 195–210. ISSN: 0021-9983. DOI: 10.1177/0021998309339865. URL: <https://doi.org/10.1177/0021998309339865> (besucht am 06.04.2025).
- [40] M. H. Nagaraj u. a. „Compressive damage modeling of fiber-reinforced composite laminates using 2D higher-order layer-wise models“. In: *Composites Part B: Engineering* 215 (2021), S. 108753.
- [41] Junfeng Ding u. a. „A 3D Elasto-Plastic Damage Model for Fiber-Reinforced Polymer Composites with Fiber Kinking: Formulation and Efficient Numerical Implementation“. In: *Composites Science and Technology* 263 (Apr. 2025), S. 111085. ISSN: 02663538. DOI: 10.1016/j.compscitech.2025.111085. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266353825000533> (besucht am 28.04.2025).
- [42] MC Lafarie-Frenot und F Touchard. „Comparative In-Plane Shear Behaviour of Long-Carbon-Fibre Composites with Thermoset or Thermoplastic Matrix“. In: *Composites science and technology* 52.3 (1994), S. 417–425.
- [43] J Wang, PJ Callus und MK Bannister. „Experimental and Numerical Investigation of the Tension and Compression Strength of Un-Notched and Notched Quasi-Isotropic Laminates“. In: *Composite Structures* 64.3–4 (2004), S. 297–306.
- [44] Wim Van Paepegem, Ives De Baere und Joris Degrieck. „Modelling the Nonlinear Shear Stress–Strain Response of Glass Fibre-Reinforced Composites. Part I: Experimental Results“. In: *Composites science and technology* 66.10 (2006), S. 1455–1464.

- [45] J. D. Fuller und M. R. Wisnom. „Pseudo-ductility and damage suppression in thin ply CFRP angle-ply laminates“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 69 (2015), S. 64–71.
- [46] G. J. Curtis, J. M. Milne und W. N. Reynolds. „Non-Hookean Behaviour of Strong Carbon Fibres“. In: *Nature* 220.5171 (1968), S. 1024–1025.
- [47] N. Toyama und J. Takatsubo. „An investigation of non-linear elastic behavior of CFRP laminates and strain measurement using Lamb waves“. In: *Composites Science and Technology* 64.16 (2004), S. 2509–2516.
- [48] I. M. Djordjevic u. a. „Non-Hookean Elastic Behavior and Crystallite Orientation in Carbon Fibers“. In: *Journal of Composite Materials* 44.14 (2010), S. 1717–1727.
- [49] I. Djordjevic, D. Sekulic und M. Stevanovic. „Non-linear elastic behavior of carbon fibres of different structural and mechanical characteristic“. In: *Journal of the Serbian Chemical Society* 72.5 (2007), S. 513–521.
- [50] Rodney Hill. *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford: Clarendon Press, 1998. ISBN: 978-0198503675.
- [51] Daniel C. Drucker und William Prager. „Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design“. In: *Quarterly of Applied Mathematics* 10.2 (1952), S. 157–165.
- [52] C.T. Sun und J.L. Chen. „A Simple Flow Rule for Characterizing Nonlinear Behavior of Fiber Composites“. In: *Journal of Composite Materials* 23.10 (1. Okt. 1989), S. 1009–1020. ISSN: 0021-9983. DOI: 10.1177/002199838902301004. URL: <https://doi.org/10.1177/002199838902301004> (besucht am 19. 05. 2025).
- [53] R.G. Cuntze und A. Freund. „The Predictive Capability of Failure Mode Concept-Based Strength Criteria for Multidirectional Laminates“. In: *Composites Science and Technology* 64.3–4 (März 2004), S. 343–377. ISSN: 02663538. DOI: 10.1016/S0266-3538(03)00218-5. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266353803002185> (besucht am 18. 08. 2025).
- [54] Lasar Kachanov. *Introduction to Continuum Damage Mechanics*. Bd. 10. Springer Science & Business Media, 2013.
- [55] A. Matzenmiller, J. Lubliner und R.L. Taylor. „A Constitutive Model for Anisotropic Damage in Fiber-Composites“. In: *Mechanics of Materials* 20.2 (Apr. 1995), S. 125–152. ISSN: 01676636. DOI: 10.1016/0167-6636(94)00053-0. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0167663694000530> (besucht am 15. 05. 2025).
- [56] J. Reinoso u. a. „A consistent anisotropic damage model for laminated fiber-reinforced composites using the 3D-version of the Puck failure criterion“. In: *International Journal of Solids and Structures* 126 (2017), S. 37–53.
- [57] C.A. Weeks und C.T. Sun. „Modeling Non-Linear Rate-Dependent Behavior in Fiber-Reinforced Composites“. In: *Composites Science and Technology* 58.3–4 (März 1998), S. 603–611. ISSN: 02663538. DOI: 10.1016/S0266-3538(97)00183-8. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266353897001838> (besucht am 19. 05. 2025).
- [58] Jie Wang und Yi Xiao. „Some improvements on Sun–Chen’s one-parameter plasticity model for fibrous composites–Part I: Constitutive modelling for tension–compression asymmetry response“. In: *Journal of Composite Materials* 51.3 (2017), S. 405–418.
- [59] E. de Souza Neto, D. Perić und D. R. J. Owen. *Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications*. cit. on pp. 54, 59, 60. John Wiley & Sons, 2009.

- [60] Serge Abrate. „Modeling Damage Initiation and Propagation in Composite Structures“. In: *Encyclopedia of Continuum Mechanics*. Hrsg. von Holm Altenbach und Andreas Öchsner. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2020, S. 1674–1691. ISBN: 978-3-662-55771-6. DOI: 10.1007/978-3-662-55771-6_211. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-662-55771-6_211.
- [61] H. Thomas Hahn und Stephen W. Tsai. „Nonlinear Elastic Behavior of Unidirectional Composite Laminae“. In: *Journal of Composite Materials* 7 (1973), S. 102–118. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:136570538>.
- [62] Zvi Hashin. „Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites“. In: (1980).
- [63] A. Kaddour und M. Hinton. „Maturity of 3D Failure Criteria for Fibre-Reinforced Composites: Comparison Between Theories and Experiments: Part B of WWFE-II“. In: *Journal of Composite Materials* 47.6-7 (2013). cit. on pp. 29, 50, 55, S. 925–966.
- [64] E. Petersen, R. Cuntze und C. Hühne. „Experimental determination of material parameters in Cuntze's Failure-Mode-Concept-based UD strength failure conditions“. In: *Composites Science and Technology* 134 (Okt. 2016), S. 12–25.
- [65] J.F. Chen, E.V. Morozov und K. Shankar. „A Combined Elastoplastic Damage Model for Progressive Failure Analysis of Composite Materials and Structures“. In: *Composite Structures* 94.12 (Dez. 2012), S. 3478–3489. ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2012.04.021. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S026382231200181X> (besucht am 19.05.2025).
- [66] P. Maimí u. a. „A Continuum Damage Model for Composite Laminates: Part I – Constitutive Model“. In: *Mechanics of Materials* 39.10 (Okt. 2007), S. 897–908. ISSN: 01676636. DOI: 10.1016/j.mechmat.2007.03.005. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167663607000543> (besucht am 15.05.2025).
- [67] I. U. Din u. a. „Elastoplastic CDM Model Based on Puck's Theory for the Prediction of Mechanical Behavior of Fiber Reinforced Polymer (FRP) Composites“. In: *Composite Structures* 201 (Okt. 2018), S. 291–302. ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.06.010. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263822318309309> (besucht am 19.05.2025).
- [68] K. Rohwer. „Predicting fiber composite damage and failure“. In: *Journal of Composite Materials* 49.21 (2015), S. 2673–2683.
- [69] M. Jirásek. „Nonlocal damage mechanics“. In: *Revue européenne de génie civil* 11.7-8 (2007), S. 993–1021.
- [70] Zdeněk P. Bažant und B. H. Oh. „Crack band theory for fracture of concrete“. In: *Materials and Structures* 16 (1983), S. 155–177. DOI: 10.1007/BF02486267.
- [71] Ireneusz Lapczyk und John Hurtado. „Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38.11 (2007), S. 2333–2341. ISSN: 1359-835X. DOI: 10.1016/j.compositesa.2007.01.017.
- [72] Hannes Körber und Pedro P Camanho. „Characterisation of unidirectional Carbon-Epoxy IM7-8552 in longitudinal compression under high strain rates“. In: *Proceedings of the 3rd International Conference on Integrity, Reliab. Fail.* 2009.
- [73] Xue Kang u. a. „Compression progressive failure of unidirectional fiber reinforced polymer composites“. In: (Sep. 2018). DOI: 10.13801/j.cnki.fhclxb.20180816.002.

- [74] Carlos G. Dávila. *From SN to the Paris Law with a New Mixed-Mode Cohesive Fatigue Model*. Techn. Ber. NASA Langley Research Center, 2018.
- [75] S. Omairey, P. Dunning und S. Sriramula. „Development of an ABAQUS Plugin Tool for Periodic RVE Homogenisation“. In: *Engineering with Computers* 35 (2019). DOI: 10.1007/s00366-018-0616-4.
- [76] Hannes Koerber u. a. „Experimental characterization and constitutive modeling of the non-linear stress-strain behavior of unidirectional carbon-epoxy under high strain rate loading“. In: *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences* 5.1 (2018), S. 17.
- [77] *Standard Test Method for Compressive Properties of Rigid Plastics*. ASTM Standard. West Conshohocken, PA, USA: ASTM International, 2002.
- [78] *Standard Test Method for Compressive Properties of Polymer Matrix Composite Materials with Unsupported Gage Section by Shear Loading*. ASTM Standard. West Conshohocken, PA, USA: ASTM International, 2002.
- [79] C. Soutis. „Compression failure of laminated composites“. In: Bd. 2. Elsevier BV, 2017, S. 221–231. DOI: 10.1016/B978-0-12-803581-8.09913-6.
- [80] A. Arteiro u. a. „Micro-mechanical analysis of the effect of ply thickness on the transverse compressive strength of polymer composites“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 79 (2015), S. 127–137. DOI: 10.1016/j.compositesa.2015.09.015.
- [81] I.M. Daniel und Hao-Ming Hsiao. „Is there a thickness effect on compressive strength of unnotched composite laminates?“ In: *International Journal of Fracture* 95 (Jan. 1999), S. 143–158. DOI: 10.1023/A:1018692032303.
- [82] A. Coelho, J. Mottram und K. Harries. „Finite element guidelines for simulation of fibre-tension dominated failures in composite materials validated by case studies“. In: *Composite Structures* 126 (2015), S. 299–313. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.02.071.
- [83] H. Koerber und P. P. Camanho. „High strain rate characterisation of unidirectional carbon-epoxy IM7-8552 in longitudinal compression“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 42.5 (2011).
- [84] Masahito Kawai und Shin Saito. „Off-axis strength differential effects in unidirectional carbon/epoxy laminates at different strain rates and predictions of associated failure envelopes“. In: *Composites Part A* 40 (2009), S. 1632–1649.
- [85] O. Völkerink u. a. „Comparison of Continuum Shell and Solid Element-Based Modeling Strategies for Mesoscale Progressive Damage Analysis of Fiber Composites“. In: *Mechanics of Composite Materials* 59.2 (2023), S. 219–238. DOI: 10.1007/s11029-023-10093-y.
- [86] Evan J. Pineda und Anthony M. Waas. „Numerical implementation of a multiple-ISV thermodynamically-based work potential theory for modeling progressive damage and failure in fiber-reinforced laminates“. In: *International Journal of Fracture* 182 (2013), S. 93–122. DOI: 10.1007/s10704-013-9860-1.
- [87] Frank A. Leone. „Deformation Gradient Tensor Decomposition for Representing Matrix Cracks in Fiber-Reinforced Materials“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 76 (Sep. 2015), S. 334–341. ISSN: 1359835X. DOI: 10.1016/j.compositesa.2015.06.014. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1359835X15002134> (besucht am 15.05.2025).

- [88] Imran Hyder u. a. „Assessment of Intralaminar Progressive Damage and Failure Analysis Methods Using an Efficient Evaluation Framework“. In: *Proceedings of the American Society for Composites Annual Technical Conference*. Paper Number: Session Topic: Verification and Validation of Progressive Damage/Failure Analysis for Stiffened Composite Structures. American Society for Composites, 2017.
- [89] Cheryl A. Rose, Carlos G. Dávila und Frank A. Leone. *Analysis Methods for Progressive Damage of Composite Structures*. Technical Memorandum NASA/TM-2013-218024. NASA Langley Research Center, Juli 2013.
- [90] R. Higuchi u. a. „Experimental and Numerical Study on Progressive Damage and Failure in Composite Laminates during Open-Hole Compression Tests“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 145 (Juni 2021), S. 106300. ISSN: 1359835X. DOI: 10.1016/j.compositesa.2021.106300. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1359835X21000300> (besucht am 06.04.2025).
- [91] J. Lee und C. Soutis. „Measuring the Notched Compressive Strength of Composite Laminates: Specimen Size Effects“. In: *Composites Science and Technology* 68.12 (Sep. 2008), S. 2359–2366. ISSN: 02663538. DOI: 10.1016/j.compscitech.2007.09.003. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266353807003533> (besucht am 06.04.2025).
- [92] *Airbus Industry Test Methods: AITM-1.0008*. Techn. Ber. Issue 2. Airbus Industry, Juni 1994.
- [93] Silvestre T Pinho u. a. „Failure Models and Criteria for FRP Under In-Plane or Three-Dimensional Stress States Including Shear Non-Linearity“. In: (2005).
- [94] Z. Hashin und A. Rotem. „A fatigue failure criterion for fiber reinforced composite materials“. In: *Journal of Composite Materials* 7 (1973), S. 448–464.
- [95] Junfeng Ding u. a. „A 3D Objective Material Model for Elastic–Plastic Damage Behavior of Fiber Reinforced Polymer Composites“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 175 (Dez. 2023), S. 107804. ISSN: 1359835X. DOI: 10.1016/j.compositesa.2023.107804. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1359835X23003809> (besucht am 28.04.2025).
- [96] *ASTM D6484: Standard test method for Open-Hole Compressive Strength of Polymer Matrix Composite Laminates*. Annual Book of ASTM Standards. 2014.
- [97] Andrew C Bergan, Sarah J Murphy und Lillian F Miles. „Analysis of Open Hole Compression Specimens Using the CompDam Continuum Damage Mechanics Model“. In: () .
- [98] S. Wanthal u. a. „Verification and Validation Process for Progressive Damage and Failure Analysis Methods in the NASA Advanced Composites Consortium“. In: *Proceedings of the American Society for Composites 32nd Technical Conference*. American Society for Composites. West Lafayette, Indiana, Okt. 2017.
- [99] Vignesh Shankar Iyer u. a. „Progressive failure analysis of laminates with an open hole subjected to compressive loading (OHC) using the enhanced semi-discrete modeling framework“. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 193 (2024), S. 105902. ISSN: 0022-5096. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2024.105902>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022509624003685>.

Anhang

A. Evaluierung von Versagenskriterien

Bruchkurven dienen der grafischen Darstellung von Zusammenhängen zwischen Spannungszuständen beim Materialversagen. Dafür werden in der Regel zwei Spannungsgrößen variiert, während alle übrigen Komponenten auf null gesetzt werden, sodass ausschließlich der Einfluss der ausgewählten Spannungen berücksichtigt wird. Eine solche Bruchkurve lässt sich als Grenze im Raum der Spannungszustände interpretieren, welche die Bereiche von Versagen und Nicht-versagen voneinander trennt. Liegt ein gegebener Spannungszustand innerhalb des durch die Kurve abgegrenzten Bereichs, bleibt das Material intakt; liegt er außerhalb, ist ein Versagen zu erwarten.

A.1. Bruchkurve Cuntze

Bruchkurve $\tau_{12}(\sigma_{22})$ bei Druckbelastung

Das grundsätzliche Vorgehen zur Bestimmung von Bruchkurven besteht darin, zunächst die Gleichung der globalen Gesamtanstrengung (34) auf den Wert Eins zu setzen, da dieser Punkt den Übergang vom sicheren Bereich zum Versagen markiert. Anschließend werden alle nicht relevanten Spannungsgrößen auf null gesetzt. In diesem Zusammenhang werden die Spannungen σ_1 , σ_3 , τ_{31} und τ_{32} genullt. Da $\sigma_2 < 0$ lauten die Anstrengungen:

$$Eff(IFF1) = \frac{0}{R_{\perp}^t} = 0 \quad (52)$$

$$Eff(IFF2) = \frac{-\sigma_2}{R_{\perp}^c} > 0 \quad (53)$$

$$Eff(IFF3) = \tau_{21} \sqrt{\frac{b_{\perp\parallel}^2 \sigma_2^2 + (R_{\perp\parallel})^2 + b_{\perp\parallel} \sigma_2}{(R_{\perp\parallel})^3}} \quad (54)$$

Durch einsetzen von (53) und (54) in (34) und auflösen nach τ_{12} ergibt sich der Zusammenhang für die Bruchkurve:

$$\tau_{21}(\sigma_2) = \sqrt{\frac{R_{\perp\parallel}^3}{\sqrt{b_{\perp\parallel}^2 \sigma_2^2 + R_{\perp\parallel}^2} + b_{\perp\parallel} \sigma_2} \cdot \left(1 - \left(\frac{-\sigma_2}{R_{\perp}^c}\right)^m\right)^{\frac{1}{m}}} \quad (55)$$

B. Programmcode zur Berechnung des Plastizitätsparameters

```

1 #Ziel: Bestimmung der Materialparameter a66, alpha und beta für das Sun &
  Chen Modell
2 #Author: Keidi Zyka
3 #Datum: Oktober 2025
4
5 import numpy as np
6 import pandas as pd
7 import matplotlib.pyplot as plt
8 from scipy.optimize import curve_fit

```

```

9  from sklearn.metrics import r2_score
10
11 # -----
12 # 0. Experimentelle Daten initialisieren
13 # -----
14 folder_path = "C:\\\\Users\\\\...\\\\02_Experimente"
15 angles = [15, 30, 45, 60, 75]
16
17
18 data = {
19     angle: pd.read_csv(f"{folder_path}\\UD_{angle}.csv", sep=';', header=
20         None, names=["epsilon_x", "sigma_x"])
21         .apply(lambda x: x.str.replace(',', '.').astype(float))
22         .sort_values(by="sigma_x")
23         .reset_index(drop=True)
24     for angle in angles
25 }
26
27 E_x = {
28     15: 55284,
29     30: 21691,
30     45: 13084,
31     60: 9790,
32     75: 8818
33 }
34
35
36
37 #=====FUNKTIONEN=====
38
39 # -----
40 # 1. Transformationsfunktion
41 # -----
42
43 def h(theta_off_deg, a66):
44     """Transformation function h (_off, a66) from Eq. (4.59)."""
45     theta = np.deg2rad(theta_off_deg)
46     s = np.sin(theta)
47     c = np.cos(theta)
48     return np.sqrt(1.5 * (s**4 + 2 * a66 * s**2 * c**2))
49
50 # -----
51 # 2. Isotrope Verfestigungsfunktion
52 # -----
53
54 def eps_p_eff_model(sigma_eff, A_SC, n_SC):
55     """Power law:  $\epsilon_p = A_{SC} * \sigma_{eff}^{n_{SC}}$ """
56     return A_SC * sigma_eff ** n_SC
57
58
59 # -----
60 # 3. Effektive Spannungs- und Dehnungswerte berechnen
61 # -----

```

```

62
63 def compute_effective_values(data, a66, E_x_values):
64     results = []
65     for theta, df in data.items():
66         h_val = h(theta, a66)
67         sigma_eff = df["sigma_x"] * h_val
68         eps_p_x = df["epsilon_x"] - df["sigma_x"] / E_x_values[theta]
69         eps_p_eff = eps_p_x / h_val
70         mask = eps_p_eff > 0 # remove negatives
71         results.append((sigma_eff[mask].values, eps_p_eff[mask].values))
72     return results
73
74 # -----
75 # 4. Berechne den optimalen Parametersatz R2(a66, theta, A_SC, n_SC) -
76     # Methoden der kleinsten Quadrate
77 # -----
78
79 a66_values = np.linspace(3, 7, 40)
80 A_SC_list = []
81 n_SC_list = []
82 r2_values = []
83
84 for a66 in a66_values:
85     eff_data = compute_effective_values(data, a66, E_x)
86     sigma_eff_all = np.concatenate([d[0] for d in eff_data])
87     eps_p_eff_all = np.concatenate([d[1] for d in eff_data])
88
89     # --- CLEAN AND FILTER THE DATA ---
90     mask = (
91         np.isfinite(sigma_eff_all) &
92         np.isfinite(eps_p_eff_all) &
93         (sigma_eff_all > 0) &
94         (eps_p_eff_all > 0)
95     )
96     sigma_eff_all = sigma_eff_all[mask]
97     eps_p_eff_all = eps_p_eff_all[mask]
98
99     # Skip if too few valid points
100    if len(sigma_eff_all) < 10:
101        print(f"  Not enough valid data for a66 = {a66:.2f}")
102        r2_values.append(np.nan)
103        continue
104
105    # --- FIT MODEL ---
106    try:
107        popt, _ = curve_fit(
108            eps_p_eff_model,
109            sigma_eff_all,
110            eps_p_eff_all,
111            maxfev=10000
112        )
113    except RuntimeError:
114        print(f"  Fit did not converge for a66 = {a66:.2f}")
115        r2_values.append(np.nan)

```

```

115     continue
116
117     # --- COMPUTE PREDICTIONS AND R2 ---
118     eps_p_pred = eps_p_eff_model(sigma_eff_all, *popt)
119
120     #eps_p_pred = eps_p_eff_model(sigma_eff_all, A_SC, n_SC)
121     A_SC, n_SC = popt
122     A_SC_list.append(A_SC)
123     n_SC_list.append(n_SC)
124     r2 = r2_score(eps_p_eff_all, eps_p_pred)
125     r2_values.append(r2)
126
127
128 # -----
129 # 5. Ausgabe der besten Parameter
130 # -----
131
132 best_idx = np.argmax(r2_values)
133 best_a66 = a66_values[best_idx]
134 A_best = A_SC_list[best_idx]
135 n_best = n_SC_list[best_idx]
136 R2=np.max(r2_values)
137
138 alpha = 1.0 / n_best
139 beta = A_best ** (-1.0 / n_best)
140
141 print(f"R2 = {R2:.3f}")
142 print(f"a66 = {best_a66:.3f}")
143 print(f"A_SC = {A_best:.6e}")
144 print(f"n_SC = {n_best:.6f}")
145 print(f"alpha = {alpha:.6f}")
146 print(f"beta = {beta:.6e}")
147
148
149 # -----
150 # 5. Plot R2 vs a66
151 # -----
152
153 plt.figure(figsize=(6, 4))
154
155 plt.plot(a66_values, r2_values, 'o', color='blue', markersize=6)
156 plt.plot(a66_values, r2_values, '-', color='blue', linewidth=1.2)
157
158 # --- Axis styling to match paper ---
159 plt.xlabel(r"$a_{66}$", fontsize=12)
160 plt.ylabel(r"$R^2$", fontsize=12)
161 plt.title(r"Goodness of fit for different $a_{66}$ values", fontsize=13)
162
163 textstr = (
164     f"$R^2$ = {R2:.3f}\n"
165     f"$a_{66}$ = {best_a66:.1f}\n"
166     f"$\\alpha$ = {alpha:.3f}\n"
167     f"$\\beta$ = {beta:.1f}"
168 )

```

```

169
170
171 # Thinner gridlines similar to the paper
172 plt.grid(True, which='both', linestyle='--', linewidth=0.5, color='gray',
173           alpha=0.5)
174
175 # Optional: clean axes look (ticks only at bottom and left)
176 plt.tick_params(direction='in', top=False, right=False)
177
178 # --- Optional annotations ---
179 best_idx = np.argmax(r2_values)
180 plt.scatter(a66_values[best_idx], r2_values[best_idx], color='red', zorder
181             =5)
182
183 plt.gca().text(
184     0.95, 0.95, textstr,
185     transform=plt.gca().transAxes,
186     fontsize=11,
187     verticalalignment='top',
188     horizontalalignment='right',
189     bbox=dict(boxstyle="round", pad=0.4, facecolor="white", alpha=0.7)
190 )
191
192 plt.tight_layout()
193 plt.show()
194
195
196 # -----
197 # Plot Master Curve
198 # -----
199 best_a66 = best_a66 # from your R2 optimization
200 eff_data_best = compute_effective_values(data, best_a66, E_x)
201 for i, (sigma_eff, eps_p_eff) in enumerate(eff_data_best):
202     # Remove nonpositive or invalid data
203     mask = (sigma_eff > 0) & (eps_p_eff > 0) & np.isfinite(sigma_eff)
204     sigma_eff = sigma_eff[mask]
205     eps_p_eff = eps_p_eff[mask]
206
207     # Sort by strain for smooth plotting
208     order = np.argsort(eps_p_eff)
209     sigma_eff = sigma_eff[order]
210     eps_p_eff = eps_p_eff[order]
211
212     eff_data_best[i] = (sigma_eff, eps_p_eff)
213
214 eff_data_best = compute_effective_values(data, best_a66, E_x)
215 sigma_eff_all = np.concatenate([d[0] for d in eff_data_best])
216 eps_p_eff_all = np.concatenate([d[1] for d in eff_data_best])
217
218 # Filter valid values
219 mask = (eps_p_eff_all > 0) & (sigma_eff_all > 0)
220 sigma_eff_all = sigma_eff_all[mask]

```

```

221 eps_p_eff_all = eps_p_eff_all[mask]
222
223
224
225 colors = ["#000000", "#b30b0b", '#2ca02c', "#0864DBFF", '#9467bd', '#8c564b', "#5
226 a0841"]
227
228 plt.figure(figsize=(7, 5))
229
230 linestyles = [
231     ("-", "s"),
232     ("-", "o"),
233     ("-", "^"),
234     ("-", "v"),
235     ("-", "D"),
236     ("-", "P"),
237     ("-", "*")]
238
239 for (angle, (sigma_eff, eps_p_eff)), color, (ls, marker) in zip(zip(data.
240 keys(), eff_data_best), colors, linestyles):
241     mask = (sigma_eff > 0) & (eps_p_eff > 0) & np.isfinite(sigma_eff)
242     sigma_eff = sigma_eff[mask]
243     eps_p_eff = eps_p_eff[mask]
244     order = np.argsort(eps_p_eff)
245     sigma_eff = sigma_eff[order]
246     eps_p_eff = eps_p_eff[order]
247
248     plt.plot(eps_p_eff, sigma_eff,
249             linestyle=ls,
250             color=color,
251             linewidth=1.2,
252             marker=marker,
253             markersize=3,
254             label=f"{angle}° transformed")
255
256 # --- Add master fit curve ---
257 eps_p_fit = np.linspace(min(eps_p_eff_all), max(eps_p_eff_all), 200)
258 sigma_fit = beta * eps_p_fit ** alpha
259 plt.plot(eps_p_fit, sigma_fit, 'r-', linewidth=3.5, label=r'Fit: $\tilde{\sigma} = \beta(\tilde{\epsilon})^{\alpha}$')
260
261 # --- Styling ---
262 plt.xlabel(r'Effective plastic strain $\tilde{\epsilon}$')
263 plt.ylabel(r'Effective stress $\tilde{\sigma}$ [MPa]')
264 plt.title('Masterkurve', fontsize=13)
265 plt.legend(frameon=False)
266 plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.5)
267 plt.tight_layout()
268 plt.show()

```

Listing 1: Auswertung der Plastizitätsparameter