# **Interner Bericht**

# DLR-IB-AE-GO-2025-131

Numerische Untersuchung des Forced Response Verhaltens eines Verdichters in Abhängigkeit der Einlaufgestaltung

# **Interner Bericht**

Patrick Hübert

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt

Institut für Aeroelastik Göttingen





# **Abstract**

Modern military aircraft are subject to demanding operational requirements. A key aspect of stealth technology is the shielding of engine components from radar detection, achieved through bend intake ducts. These intake geometries distort the incoming airflow, potentially degrading engine performance and introducing an external aerodynamic excitation. The disturbed inflow can lead to an increase in mechanical stress on the compressor blades, making aeroelastic analysis essential for ensuring engine longevity.

This thesis presents a numerical forced response analysis of a military compressor subjected to distorted inflow conditions. Three differently shaped intake geometries are investigated with respect to their forced responses. A modal approach is applied, enabling the evaluation of both resonant and off-resonant conditions.

It is shown that the frequency ratio, representing the proximity between excitation frequency and natural frequency, is the dominant factor influencing the forced response. As a result, intake geometry and its aerodynamics must be optimized taking into consideration the modal characteristics of the compressor blades. Also shock motion as the primary excitation mechanism is identified. A Fourier decomposition of the inlet distortion demonstrates that its variations in total pressure amplitude directly translate into corresponding unsteady pressure fields in their respective engine order. Finally, several opportunities for future work are identified.

# **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit ist im Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt am Institut für Aeroelastik entstanden. Für die Möglichkeit, sie in der Arbeitsgruppe für Turbomaschinen durchzuführen, danke ich Frau Dr. Virginie Chenaux und Herrn Dr. Joachim Belz herzlich. Auch gilt mein Dank bezüglich der Betreuung seitens der HSBI Herrn Prof. Dr. rer. nat. Martin Petry.

Ganz besonders danke ich Christoph Reiber für seine exzellente Betreuung am DLR, der in vielen Gesprächen meinem Fragenhagel standgehalten und durch hilfreiche Impulse (vorerst) zur Ruhe gebracht hat. Durch etliche wertvolle Diskussionen habe ich viel dazulernen dürfen.

Nicht zuletzt danke ich meinen Geschwistern, die mich dazu angespornt haben, meine Komfortzone zu verlassen, und meinen Eltern, deren bedingungslose Unterstützung der vergangenen vier Jahre mir dies ermöglicht hat.

Patrick Hübert, Göttingen, im Juli 2025

# Inhaltsverzeichnis

ΑI	ostra	ct		111
Vo	orwor	t		V
Ei	genst	ändigk	eitserklärung	VII
ΑI	bildı	ıngsver	rzeichnis	XII
N	omen	klatur		XII
1	Einl	eitung		1
	1.1	Aufga	benstellung	. 2
	1.2	Stand	der Forschung	. 2
	1.3	Zielset	tzung	. 3
	1.4	Aufba	u der Arbeit	. 3
2	The	oretisc	he Grundlagen	5
	2.1	Funkt	ion eines Verdichters	. 5
	2.2	Aeroel	lastik in Turbomaschinen	. 7
	2.3	Extern	ne aerodynamische Anregung im Verdichter	. 8
	2.4	Aeroel	lastisches Modell	. 10
		2.4.1	$\label{lem:algemeine} \mbox{Allgemeine Bewegungsgleichung eines Ein-Massen-Schwingers}  . \  \   .$	. 10
		2.4.2	Allgemeine Bewegungsgleichung eines diskretisierten Systems	. 10
		2.4.3	Zyklische Geometrien	. 11
		2.4.4	Bewegungsgleichung in modaler Schreibweise	. 12
		2.4.5	Bewegungsgleichung des aeroelastischen Systems	. 14
	2.5	Berech	nnungsansatz und Vorgehen	. 16
3	Мо	dell		19
	3.1	Verdic	hter	. 19
	3.2	Einlau	ıfkanäle	. 20
	3.3	FE-M	odell	. 22
	3 4	CFD-I	Modell	24

4	Erge	ebnisse		27
	4.1	Globa	le Auswertung der Ergebnisse	27
		4.1.1	Evaluation des Einflusses der Geometrie auf die Parameter	27
		4.1.2	Untersuchung der modalen Verschiebung	29
	4.2	Lokale	e Auswertung der Ergebnisse	46
		4.2.1	GAF in Anregungsordnung 3	46
		4.2.2	Verschiebung der sekundären Ausschläge	51
		4.2.3	GAF in Mode 6, Anregungsordnung 2	55
5	Fazi	it		57
	5.1	Zusam	umenfassung	57
	5.2	Ausbli	ck	58
Lit	teratı	urverze	ichnis	62
Ar	nhang	<u>r</u>		63

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Gekrümmte Einlaufkanäle des Lockheed Martin F-22 Raptor aus frontaler	
	Perspektive [1]	1
2.1	Schematische Darstellung eines militärischen Triebwerks (nach [2])	5
2.2	Geschwindigkeitsdreiecke von einem Verdichterlaufrad [3]	6
2.3	Collar-Dreieck (nach [4])	7
2.4	Aerodynamische Anregungsmechanismen (nach [5])	8
2.5	links: exemplarische Totaldruckstörung, rechts: harmonische Zerlegung der	
	Störung auf einem Radius	9
2.6	links: Schwingbewegung mit einem Knotendurchmesser, rechts: Schwing-	
	bewegung mit zwei Knotendurchmessern [6]	12
2.7	Schematische Darstellung eines Campbell-Diagramms [3]	14
2.8	Analyseablauf	17
2.9	Parameterraum	18
3.1	Aufbau des Verdichters (blau: IGV, orange: erste Rotor-Schaufelreihe)	19
3.2	Schaufelreihen des Verdichters	20
3.3	Geometrie der Einlaufkanäle (hier exemplarisch Geometrie a)	21
3.4	Campbell-Diagramm	22
3.5	Eigenformen der Schaufel	23
3.6	Splitting und Berechnungsnetz der Einlaufkanäle	24
3.7	Berechnungsnetz an den Blättern des IGV	24
3.8	Berechnungsgebiet an der Schaufel	25
4.1	Parameterraum mit farblicher Hervorhebung	28
4.2	Erste Eigenform der drei Geometrien a, b und c $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots$	29
4.3	Modale Verschiebung Mode 1 $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots$	30
4.4	$\eta\text{-Magnify Mode 1}$	31
4.5	GAF Mode 1	31
4.6	Dämpfungskoeffizient für Geometrie a aller Moden	32
4.7	Modale Verschiebung Mode 2	33
4.8	Verläufe der GAF aller Moden für die Geometrien a, b und c von EO 4 bis 8	34
4.9	$\eta$ -Magnify Mode 2	35
4.10	CAE Mode 2	35

4.11	$\eta$ -Magnify aller Moden	36
4.12	Modale Verschiebung Mode 3	37
4.13	$\eta$ -Magnify Mode 3	38
4.14	GAF Mode 3	38
4.15	Modale Verschiebung Mode 4	39
4.16	$\eta$ -Magnify Mode 4	40
4.17	GAF Mode 4	40
4.18	Modale Verschiebung Mode 5	41
4.19	$\eta$ -Magnify Mode 5	42
4.20	GAF Mode 5	42
4.21	Modale Verschiebung Mode 6	43
4.22	$\eta$ -Magnify Mode 6	44
4.23	GAF Mode 6	44
4.24	Umfangsharmonische des Totaldrucks am Austritt des Einlaufkanals auf	
	dem Radius r $=0,\!46$ m (90 % rel. Schaufelhöhe)	46
4.25	Umfangsharmonische des Totaldrucks am Austritt des IGVs auf dem Ra-	
	dius r = 0,46 m (90 % rel. Schaufelhöhe)	47
4.26	Betrag der Druckamplitude in EO 3	48
4.27	Druckfeld in Pa für Geometrie a bei 90 % relativer Schaufelhöhe	49
4.28	GAF in EO 3, Mode 5 auf der Hinterkante	50
4.29	Druckfeld in Pa für Geometrie b bei 90 % relativer Schaufelhöhe	51
4.30	Druckfeld in Pa für Geometrie c bei 90 % relativer Schaufelhöhe	52
4.31	Einlaufstörungen (Totaldruck in Pa) bei 80 % und 100 % rel. Kanallänge $% \left( 100000000000000000000000000000000000$	53
4.32	Druckamplituden der Einlaufstörung von EO 4 bis 8	54
4.33	Druckfeld in Pa für EO 2 bei 90 % relativer Schaufelhöhe	56
A1	Geometrien im Vergleich (a in rot, b in blau, c in grün)	63
A2	Aerodynamische Dämpfung Mode 1 aller Geometrien $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots$	64
A3	Aerodynamische Arbeit EO 3, Mode 1	64

# Nomenklatur

#### Lateinische Symbole

C	Komp	lexer	Vorfa	ktor

- D Lehr'sches Dämpfungsmaß
- $D_{fl}$  Modale Dämpfung
- F Modale Kraft / GAF
- I Anzahl der Schaufeln eines Rotors
- K Modale Steifigkeit
- M Modale Masse
- N Anzahl der Freiheitsgrade
- $V_{dyn}$  Vergrößerungsfunktion der dynamischen Krafterregung
- c Geschwindigkeit im Absolutsystem
- d Dämpfungskoeffizient
- e Eulersche Zahl
- f Externe Kraft
- h Zählervariable der Harmonischen
- i Zählervariable der Schaufeln
- j Imaginäre Einheit
- k Federsteifigkeit
- m Masse
- n Drehzahl
- q Modale Verschiebung
- r Radius
- t Zeit
- u Umfangsgeschwindigkeit
- v Geschwindigkeit im Relativsystem
- x Kartesische Wegkoordinate

XIV
Nomenklatur

#### Griechische Symbole

 $\underline{\underline{\Phi}}$  Eigenvektormatrix  $\Omega$  Anregungsfrequenz

 $\delta$  Abklingfaktor

 $\eta$  Frequenzverhältnis

 $\eta$ -Magnify Vergrößerungsfunktion der dynamischen Krafterregung

 $\theta$  Polarwinkel in Umfangsrichtung

 $\pi_V$  Gesamtdruckverhältnis  $\pi_{V.Stufe}$  Stufendruckverhältnis

 $\sigma$  IBPA

 $\phi$  Eigenvektor

 $\omega_0$  Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems  $\omega_D$  Eigenkreisfrequenz des gedämpften Systems

#### Abkürzungen

CFD Computational Fluid Dynamics

CPU Central Processing Unit

DGL Differentialgleichung

DLR Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt

EO Engine Order FE Finite Elemente

FFT Fast Fourier Transform

GAF Generalized Aerodynamic Force

IBPA Interblade Phase Angle

IGV Inlet Guide Vane

MEIRD Military Engine Intake Research Duct

ND Nodal Diameter

RANS Reynolds-Averaged Navier-Stokes

TRACE Turbomachinery Research Aerodynamic Computational Environment

# Subskripte

fl Fluid

h Laufindex der Harmonischen

hq Homogene Lösung

i Laufindex der Schaufeln

n Laufindex der Freiheitsgrade

p Partikuläre Lösung

st Struktur

Nomenklatur XV

# Superskripte

T Transponierte einer Matrix

# Mathematische Operatoren

det() Determinante einer Matrix

 $\dot{x}$  Zeitliche Ableitung der Variable x

# **Symbole**

- ^ (Komplexe) Amplitude
- \_ Vektor
- \_ Matrix

# 1 Einleitung

Seit den Anfängen der Luftfahrt bilden technologische Fortschritte und Innovationen die Grundlage für einen effizienten und zuverlässigen Einsatz von Luftfahrzeugen. Während die zivile Luftfahrt primär auf Effizienz und hohe Sicherheitsstandards ausgelegt ist, gelten für militärische Luftfahrzeuge darüber hinausgehende Anforderungen. Merkmale wie Agilität, Reichweite und Tarnung stellen eine Auswahl wesentlicher Anforderungen an moderne Kampfflugzeuge dar. Je nach Einsatzprofil und Missionsziel ist insbesondere eine effektive Tarnkappentechnologie entscheidend, um die Ortung des Luftfahrzeugs zu erschweren. Eine zentrale Maßnahme zur effektiven Tarnung besteht in der Abschirmung des Triebwerks, das durch direkte Sichtbarkeit einen erheblichen Beitrag zur Radarsignatur leisten kann. Gekrümmte Einlaufkanäle, die unter anderem aufgrund des beschränkten Bauraums im Flugzeugrumpf eine komplexe Formgebung aufweisen, haben sich ebenfalls als wirkungsvolle Lösung zur Reduktion der Radarrückstrahlung bewährt (vgl. Abb. 1.1).



Abbildung 1.1: Gekrümmte Einlaufkanäle des Lockheed Martin F-22 Raptor aus frontaler Perspektive [1]

Für einen effizienten Triebwerksbetrieb ist jedoch eine homogene, ungestörte Zuströmung essenziell. Die durch den gekrümmten Einlaufkanal verursachte Umlenkung kann das Strömungsfeld je nach Ausprägung stark beeinflussen und zu Leistungseinbußen führen. Darüber hinaus wirkt die gestörte Zuströmung insbesondere auf die vorderen Verdichterstufen als externe aerodynamische Anregung, welche die Schaufeln in Schwingung versetzt. Dies

erhöht die mechanische Belastung der Schaufeln und wirkt sich negativ auf ihre Lebensdauer aus. Eine aeroelastische Untersuchung ist daher erforderlich, um die Auswirkungen der Einlaufstörung auf das Schwingungsverhalten der Schaufeln zu quantifizieren.

# 1.1 Aufgabenstellung

Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten ist die Entwicklung eines neuen militärischen Triebwerks und dessen Integration in die Flugzeugzelle, einschließlich der Gestaltung der Einlaufkanäle. Neben der aerodynamischen, strukturmechanischen und thermodynamischen Auslegung ist hierfür auch eine umfassende aeroelastische Bewertung der Triebwerksschaufeln erforderlich. Die durch Einlaufstörungen verursachte externe aerodynamische Anregung führt in Turbomaschinen zu Schaufelschwingungen mit konstanter Amplitude (Forced Response), die potenziell zu Ermüdungsbrüchen führen können. Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Durchführung einer Forced Response Analyse an einem militärischen Verdichter mit drei unterschiedlich gestalteten Einlaufgeometrien. Im Mittelpunkt steht dabei die Ermittlung der resultierenden Amplituden und ihr Vergleich zwischen den Geometrien. Darüber hinaus sollen für die Analyse relevante Einflussgrößen identifiziert und hinsichtlich ihrer Wirkung auf die Schwingungsamplituden bewertet werden.

# 1.2 Stand der Forschung

KIELB UND CHIANG [7] identifizieren die Forced Response bei Resonanz der Schaufeln von Turbomaschinen als häufige Ursache ihres Versagens. Historisch wurde hinsichtlich dieser Problematik in der Entwicklungs- und Designphase versucht, Resonanzbedingungen im Betriebsbereich der Turbomaschine zu vermeiden. Dies ist, wie das Campbell-Diagramm in Kapitel 3.3 zeigen wird, besonders für die vorliegende breitbandige Anregung in niedrigen Anregungsordnungen nicht möglich [3]. KIELB UND CHIANG geben ferner einen Überblick über die häufigsten Anregungsmechanismen in Turbomaschinen.

Nachfolgende Bestrebungen, eine Analysemethode zu entwickeln, mit Hilfe derer die Forced Response nicht nur bestmöglich vermieden, sondern genau untersucht werden kann, führen zu der von Moffat et al. [8] vorgestellten Energiemethode. Diese basiert auf einem Berechnungsansatz bei dem Fluid und Struktur entkoppelt voneinander berechnet werden können. Eine weitere Vereinfachung liegt in der Annahme, dass sich die Arbeit der aerodynamischen Dämpfungskräfte und die Arbeit der externen aerodynamischen Anregung im Gleichgewicht befinden. Dies gilt ausschließlich dann, wenn Resonanz vorliegt, weshalb eine mit dieser Methode berechnete Schwingungsamplitude auch nur für die betrachtete Resonanzstelle gilt.

Um auch die Effekte von Anregungsordnungen zu berücksichtigen, die nicht in einer Re-

sonanz im Betriebsbereich liegen, stellen EICHNER UND BELZ [9] den modalen Superpositionsansatz vor. Ergebnisse der weit verbreiteten Energiemethode werden mit denjenigen des modalen Superpositionsansatzes verglichen. Die Gegenüberstellung der Methoden zeigt, dass die errechneten Schwingungsamplituden des modalen Superpositionsansatzes unter Umständen mehr als doppelt so hoch sein können wie diejenigen, die mit der Energiemethode berechnet werden. Die Bedeutung von Off-Resonanz-Anregungsordnungen wurde somit bestätigt.

Des Weiteren wurden bereits diverse Untersuchungen zur Aerodynamik eines generischen Einlaufkanals mit doppeltem S-Schlag durchgeführt. Der Military Engine Intake Research Duct (MEIRD) des ISA-Instituts der Bundeswehr wurde numerisch untersucht. MAX ET AL. [10] führen experimentelle Untersuchungen zu drei unterschiedlichen Ansätzen der Störungsabminderung mittels aktiver Strömungskontrolle durch. Die Ergebnisse zeigen, dass neben einer optimierten Geometrie als Primärmaßnahme auch Sekundärmaßnahmen, wie die Grenzschichtabsaugung im Ablösebereich des Kanals oder die Injektion schneller Luft stromab der Ablösung, wirksam zur Stabilisierung des Strömungsfeldes beitragen.

## 1.3 Zielsetzung

Basierend auf der in Kapitel 1.1 formulierten Aufgabenstellung besteht das Ziel darin, eine numerische Forced Response Analyse des Verdichters mit drei unterschiedlich gestalteten Einlaufgeometrien durchzuführen. Dabei wird der modale Superpositionsansatz verwendet, um modale Verschiebungen auch bei Off-Resonanz-Anregungsordnungen erfassen zu können. Die Ergebnisse der drei Geometrien werden miteinander verglichen und auf auffällige modale Verschiebungen untersucht. Diese werden hinsichtlich ihrer Ursachen analysiert und auf ihre Einflussfaktoren sowie geometriebedingte Unterschiede zurückgeführt.

#### 1.4 Aufbau der Arbeit

Um die Zielsetzung zu erreichen, untergliedert sich die vorliegende Arbeit in die folgenden Kapitel:

• In Kapitel 2 werden die theoretischen Hintergründe der Arbeit dargelegt. Dies betrifft die Funktion eines Verdichters als Turbomaschine, die zugrundeliegende mathematische Modellierung des aeroelastischen Problems und das daraus folgende Vorgehen im Analyseablauf.

- Die Modelle der drei Einlaufgeometrien sowie des Verdichters werden in **Kapitel** 3 vorgestellt. Dabei werden sowohl die jeweiligen Modellunterschiede als auch die zugrunde liegenden numerischen Netze und Berechnungsverfahren erläutert. Zum Einsatz kommen sowohl die Finite-Elemente-Methode (FEM) als auch Berechnungsverfahren der Computational Fluid Dynamics (CFD).
- Kapitel 4 beinhaltet die Ergebnisse der numerischen Forced Response Analyse. Diese werden in zwei Schritten analysiert. Zu Beginn erfolgt die globale Auswertung, bei der das Hauptaugenmerk auf die modale Verschiebung gelegt wird. Besonderheiten werden hier identifiziert, um anschließend im zweiten Schritt genauer im Hinblick auf die Aerodynamik an den Schaufeln untersucht zu werden.
- In **Kapitel 5** werden die Ergebnisse abschließend zusammengefasst und Vorschläge für weiterführende Untersuchungen und Fragestellungen gegeben.

# 2 Theoretische Grundlagen

In Kapitel 1 wurde das Thema der vorliegenden Arbeit und dessen Zielsetzung dargelegt. Nun werden die theoretischen Grundlagen für die nachfolgende Analyse erklärt. In Kapitel 2.1 wird vorerst ein Überblick über Zweck und Funktionsweise eines Verdichters im Flugtriebwerk gegeben. Anschließend wird das Gebiet der Aeroelastik in Kapitel 2.2 beschrieben, woraufhin ein Überblick über die im Verdichter auftretenden Anregungsmechanismen mit besonderem Fokus auf der Einlaufstörung in Kapitel 2.3 folgt. Die mathematische Modellierung des Systems wird in Kapitel 2.4 hergeleitet und schließt mit der Bewegungsgleichung des aeroelastischen Systems. Abschließend folgt in Kapitel 2.5 der gewählte Berechnungsansatz und die Vorstellung des daraus abgeleiteten Analyseablaufs.

#### 2.1 Funktion eines Verdichters

Die Funktion eines modernen Turbostrahltriebwerks kann in vier Phasen eingeteilt werden: Ansaugen, Verdichten, Verbrennen und Hinausstoßen. Diesen können Triebwerkskomponenten zugeordnet werden, welche zur Schuberzeugung eine oder mehrere Phasen umsetzen. Militärische Turbojet-Triebwerke bestehen klassischerweise aus drei Komponenten: Verdichter, Brennkammer und Turbine. Während die Verbrennung des eingespritzten Kraftstoffs in der Brennkammer und das Hinausstoßen des dadurch beschleunigten Abgases durch die Turbine und Düse geschieht, übernimmt der Verdichter das Ansaugen und Komprimieren der Luft. Abbildung 2.1 zeigt den schematischen Aufbau eines solchen Einstromtriebwerks.

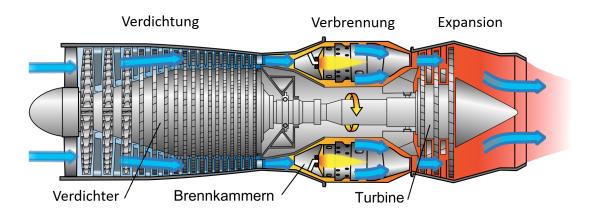


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung eines militärischen Triebwerks (nach [2])

Nach Bräunling [11] liegt die Hauptaufgabe eines Verdichters darin, den Druck der angesaugten Luft zu erhöhen, damit der darauffolgende Verbrennungsprozess und die Leistungsabgabe über die Turbine möglichst effizient ausfallen. Der Quotient des Druckniveaus nach dem Verdichter zu demjenigen vor dem Verdichter wird als Druckverhältnis  $\pi_V$  bezeichnet. Weil eine einzige Schaufelreihe nicht dazu in der Lage ist, die benötigten Gesamtdruckverhältnisse von  $\pi_V \approx 20$  .. 30 .. 46 zu erzeugen, werden, wie in Abbildung 2.1 zu erkennen, mehrere Verdichterstufen benötigt. Übliche Stufendruckverhältnisse liegen heute in einem Bereich von  $\pi_{V,Stufe} \approx 1,2$  .. 1,5. Liegt während des Betriebs des Triebwerks eine Einlaufstörung vor, so zeigen sich ihre Auswirkungen vor allem im Niederdruckverdichter am Eintritt des Triebwerks.

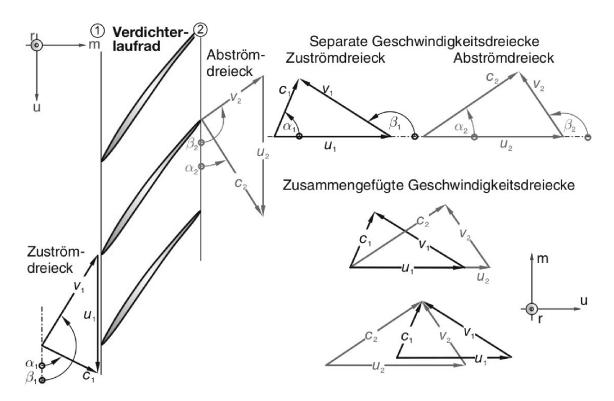


Abbildung 2.2: Geschwindigkeitsdreiecke von einem Verdichterlaufrad [3]

Die Druckerhöhung durch eine Verdichterstufe geschieht, wie anhand der schematischen Geschwindigkeitsdreiecke eines Verdichterlaufrades in Abbildung 2.2 zu erkennen, durch die Verzögerung der einströmenden Luft [11]. Die Verdichterschaufeln werden mit der Absolutgeschwindigkeit  $c_1$  angeströmt. Durch die Rotation des Laufrades und der daraus resultierenden Umfangsgeschwindigkeit  $u_1$  ergibt sich im Relativsystem der Schaufeln die relative Anströmgeschwindigkeit  $v_1$ . Durch den diffusorartigen Strömungskanal zwischen zwei Schaufeln wird die Relativgeschwindigkeit verzögert, was die Erhöhung des statischen Drucks zur Folge hat [3].

#### 2.2 Aeroelastik in Turbomaschinen

Das Gebiet der Aeroelastik (auch Aeroelastizität genannt) bildet die Schnittmenge der Aerodynamik und Elastomechanik. Die aerodynamischen Kräfte, die auf einen umströmten Körper wirken, hängen von seiner Geometrie ab. Verformt sich der Körper unter Einwirkung der aerodynamischen Last, kann sich dies wiederum in einer Rückkopplung auf die Aerodynamik auswirken [12]. In ihrer vollständigen Ausprägung beschäftigt sich die Aeroelastik mit der Wechselwirkung von aerodynamischen, elastischen und inertialen Kräften. Collar [4] stellte diesen Zusammenhang im sogenannten Collar-Dreieck dar, welches veranschaulicht, dass je nach Beteiligung der Kräfte zwischen verschiedenen Teilgebieten unterschieden wird (vgl. Abb. 2.3).

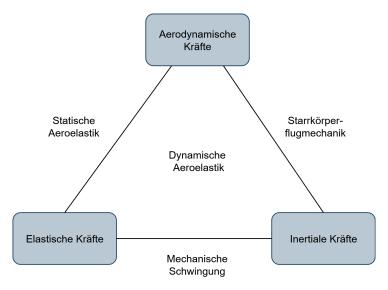


Abbildung 2.3: Collar-Dreieck (nach [4])

Die Untersuchung der aeroelastischen Eigenschaften von Turbomaschinen, insbesondere von gewichtsoptimierten Flugtriebwerken, wird zunehmend relevanter. Aktuelle Bestrebungen in der Triebwerksentwicklung sehen leichtere, größere und somit effizientere Ausführungen vor. Diese führen aufgrund der flexibleren Schaufeln jedoch zu besonderen Anforderungen an ihre aeroelastische Auslegung.

Dynamische aeroelastische Problemstellungen lassen sich ferner in Stabilitäts- und Antwortprobleme unterteilen [13]. Bei einem Stabilitätsproblem wird von einer selbsterregten Schwingung gesprochen. Durch die Interaktion von Fluid und Struktur wird das System instabil, sodass es zu einer exponentiell aufklingenden Schwingungsamplitude kommt [14].

Ein Antwortproblem (engl. Forced Response) hingegen liegt vor, wenn die Struktur durch äußere Kräfte fremderregt wird. Diese führen in der Regel zu einer Schwingungsantwort mit konstanter Amplitude, die im Betrieb der Turbomaschine zum Ermüdungsversagen der Schaufeln führen kann. In der Auslegung muss demnach berücksichtigt werden, dass auftretenden statischen und dynamischen Spannungen die Dauerfestigkeit nicht über-

schreiten. Historisch wurde dies hauptsächlich durch eine bestmögliche Vermeidung des stationären Betriebs in Resonanzbedingungen erreicht [7]. Aufgrund der stetigen Steigerung von Rechenleistung und der Weiterentwicklung effizienterer Berechnungsansätze, können heute Forced Response Analysen durchgeführt werden, um die zu erwartenden Verformungen und Spannungen genau zu bestimmen.

## 2.3 Externe aerodynamische Anregung im Verdichter

Bei Turbomaschinen wird die Forced Response nach Anregungsarten unterschieden. KIELB UND CHIANG [7] identifizieren und charakterisieren die relevantesten Anregungsmechanismen wie Nachlauf, Potentialfeld, Wirbel und Einlaufstörung. Abbildung 2.4 zeigt eine schematische Darstellung dieser Anregungsarten. Aufgrund ihrer Relevanz für den weiteren Verlauf der Arbeit werden die Anregungsarten Stoßwanderung und Einlaufstörung im Folgenden beschrieben.

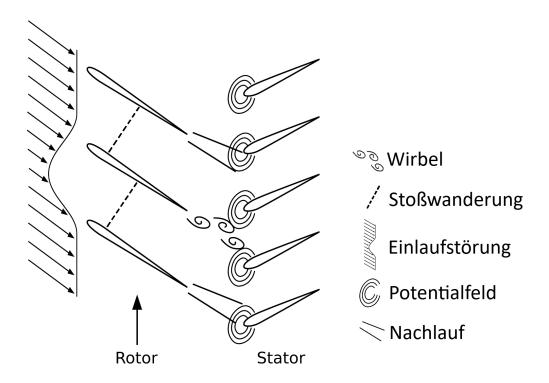


Abbildung 2.4: Aerodynamische Anregungsmechanismen (nach [5])

Der sogenannte Verdichtungsstoß bildet den Übergang einer supersonischen Strömung in den subsonischen Bereich. Für die Schaufeln eines Verdichters kann es bei ausreichend hoher Drehzahl an der Schaufelspitze zu supersonischen Strömungsbedingungen kommen. Die Stoßfront bildet eine unstetige Veränderung der Geschwindigkeit, des Drucks, der Dichte und der Temperatur. Die Bewegung dieser Stoßfront über die Schaufeloberfläche wird als Stoßwanderung bezeichnet. Sie führt zur aerodynamischen Anregung der Schaufel [11, 15].

Variiert das Strömungsfeld am Eintritt des Verdichters nicht nur in radialer Richtung sondern, auch entlang des Umfangs, liegt eine Einlaufstörung vor. Wie in Kapitel 1 beschrieben, liegt die Hauptursache für eine solche inhomogene Anströmung im Fall von Kampfflugzeugen im gekrümmten Einlaufkanal. Durch die Umlenkung der Strömung entsteht am Eintritt des Verdichters eine Totaldruckstörung. Diese führt zu einer ungleichmäßigen Verteilung des Massenstroms über den Umfang, sodass sich für jede Schaufelpassage lokal ein anderer Betriebspunkt einstellt [3]. Obwohl die Totaldruckstörung im Absolutsystem als stationär betrachtet wird, ergibt sich für die Schaufeln des Verdichters durch seine Rotation eine instationäre Anregung. Abbildung 2.5 zeigt exemplarisch eine solche Totaldruckstörung.

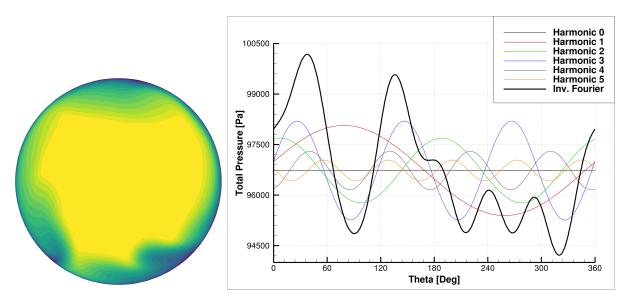


Abbildung 2.5: links: exemplarische Totaldruckstörung, rechts: harmonische Zerlegung der Störung auf einem Radius

Für einen Radius kann mit Hilfe der Fourier-Transformation eine harmonische Zerlegung vorgenommen werden. Hierfür wurde in der Programmiersprache Python ein Programm geschrieben, welches für eine beliebige Störung auf einem beliebigen Radius eine Fast Fourier Transform (FFT) durchführt. Die rechte Darstellung von Abbildung 2.5 zeigt beispielhaft, wie die harmonischen Komponenten aus der FFT nach Überlagerung den tatsächlichen Verlauf des Totaldrucks über den Umfang abbilden. Eine rotierende Schaufel sieht die Variation des Totaldrucks der ersten Harmonischen bei einer Umdrehung genau einmal. Die erste Harmonische regt die Schaufel demnach mit der Drehfrequenz des Rotors an. Die zweite Harmonische führt bei einer Umdrehung des Rotors zu einer zweifachen Variation des Totaldrucks. Die zweite Harmonische regt die Schaufel folglich mit doppelter Drehfrequenz an. Die Anregungsfrequenzen ergeben sich also als natürliche Vielfache h der Drehfrequenz n. Diese werden als Anregungsordnungen (Engine Order, EO) bezeichnet.

$$\Omega_h = h \frac{n}{60 \frac{s}{min}} \tag{2.1}$$

## 2.4 Aeroelastisches Modell

Im Folgenden wird das mathematische Modell hergeleitet. Anschließend wird der sich daraus ergebende Berechnungsansatz und Analyseablauf erläutert.

#### 2.4.1 Allgemeine Bewegungsgleichung eines Ein-Massen-Schwingers

Alle linearen Ein-Massen-Schwinger können durch die Bewegungsgleichung der Form

$$m\ddot{x}(t) + d\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \tag{2.2}$$

beschrieben werden. Diese formuliert das Verhalten der Masse m unter Einwirkung der Kraft f(t) als Funktion der Zeit. Die konstanten Koeffizienten k (Federsteifigkeit) und d (Dämpfungskoeffizient) charakterisieren das Verhalten der Feder und des viskosen Dämpfers. Die Lösung der Differentialgleichung (DGL) ergibt sich aus der Superposition der homogenen Lösung  $x_{hg}(t)$  und der partikulären Lösung  $x_p(t)$ .

$$x(t) = x_{hq}(t) + x_p(t)$$
 (2.3)

Falls die Erregung f(t) auf der rechten Seite verschwindet, beschreibt die homogene DGL eine freie Schwingung.

$$m\ddot{x}(t) + d\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \tag{2.4}$$

Die Lösung der homogenen DGL zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten lautet

$$x(t) = \left(C_1 e^{j\omega_D t} + C_2 e^{j\omega_D t}\right) e^{-\delta t} \quad \text{mit } C_1, C_2 \in \mathbb{C}.$$
 (2.5)

Darin ist  $\delta=\frac{d}{2m}$  die Dämpfungskonstante (oder der Abklingfaktor) der über die Abbzw. Aufklingrate der Schwingung bestimmt.  $\delta>0$  führt zu einer abklingenden Schwingung, wohingegen  $\delta<0$  zu einer aufklingenden Amplitude führt.  $\omega_D=\omega_0\sqrt{1-D^2}$  ist die Eigenkreisfrequenz der gedämpften Schwingung mit  $D=\frac{d}{2m\omega_0}$  als dem Lehr´schen Dämpfungsmaß und  $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$  als der Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems.

### 2.4.2 Allgemeine Bewegungsgleichung eines diskretisierten Systems

Soll ein Schwingungssystem mit einer diskreten Anzahl an schwingfähigen Massen beschrieben werden, so kann die in Gleichung 2.2 formulierte DGL diskretisiert werden.

$$\underline{m\ddot{x}}(t) + \underline{d\dot{x}}(t) + \underline{kx}(t) = f(t) \tag{2.6}$$

Die Strukturdämpfung kann an dieser Stelle vernachlässigt werden, weil sie im Fall von den metallischen Schaufeln des Verdichters ausreichend klein und somit für die nachfolgende Betrachtung insignifikant ist. Die DGL vereinfacht sich demnach zu der Form

$$\underline{m\ddot{x}}(t) + \underline{kx}(t) = f(t). \tag{2.7}$$

Die Massenmatrix  $\underline{\underline{m}}$  und die Steifigkeitsmatrix  $\underline{\underline{k}}$  sind quadratische  $N \times N$  Matrizen, die im Allgemeinen voll besetzt sind und somit die N Freiheitsgrade des Systems miteinander koppeln. Der Verschiebungsvektor  $\underline{x}(t)$  und der Kraftvektor  $\underline{f}(t)$  enthalten jeweils einen Eintrag für jeden Freiheitsgrad.

Die Lösung dieses Gleichungssystems setzt sich wiederum aus homogener und partikulärer Lösung zusammen. Das homogene Differentialgleichungssystem des diskretisierten Systems ohne Dämpfung lautet

$$\underline{m\ddot{x}}(t) + \underline{kx}(t) = \underline{0}. \tag{2.8}$$

Mit dem Lösungsansatz

$$\underline{x}(t) = \hat{\underline{x}} e^{j\omega t} \tag{2.9}$$

kann die DGL in ein Eigenwertproblem der Form

$$(\underline{\underline{k}} - \omega_n^2 \underline{\underline{m}}) \ \underline{\hat{x}} = 0 \tag{2.10}$$

überführt werden. Die Lösung dieses Eigenwertproblems kann mithilfe der sogenannten Charakteristischen Gleichung  $det(\underline{\underline{k}} - \omega_n^2 \underline{\underline{m}}) = 0$  bestimmt werden. Ergebnis sind N Eigenfrequenzen  $\omega_n$  und ihre zugehörigen Eigenvektoren  $\underline{\phi}_n$ , die in der Eigenvektormatrix  $\underline{\Phi}$  zusammengefasst werden können.

$$\underline{\underline{\Phi}} = [\underline{\phi_1}, \underline{\phi_2}, ..., \underline{\phi_N}] \tag{2.11}$$

### 2.4.3 Zyklische Geometrien

Wird nicht nur eine einzelne Schaufel, sondern der gesamte Rotor als schwingfähiges System betrachtet, so ergeben sich Schwingungsformen, die an die Eigenformen einer Kreisscheibe erinnern. Führt eine Kreisscheibe eine Schwingung aus, so lässt sich jede Mode durch sogenannte Knotendurchmesser (Nodal Diameter, ND) charakterisieren [13]. Knotendurchmesser sind gedachte Durchmesserlinien auf der Kreisscheibe, entlang derer bei einer Eigenschwingungsform keine Verformung auftritt. Dieses Verhalten kann auch bei der Schwingbewegung der Schaufeln eines Rotors beobachtet werden. Abbildung 2.6 zeigt exemplarisch zwei solcher Schwingungsformen.

Es existieren für einen Rotor mit I Schaufeln  $\frac{I}{2}$  Schwingungsformen, wobei für eine ungerade Schaufelanzahl auf die nächstkleinere ganze Zahl abgerundet wird. Die abgebildeten Schwingungsformen wandern außerdem in Umfangsrichtung um den Rotor. Diese Bewe-

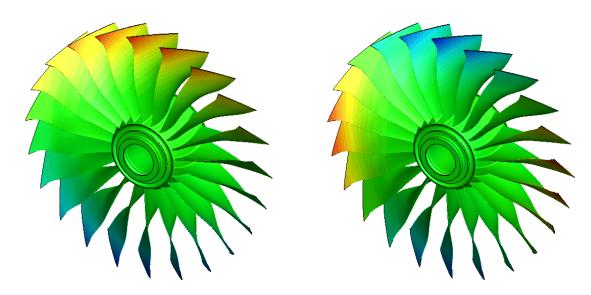


Abbildung 2.6: links: Schwingbewegung mit einem Knotendurchmesser, rechts: Schwingbewegung mit zwei Knotendurchmessern [6]

gung wird als Wanderwellen-Eigenform (Traveling Wave Mode) bezeichnet. Alle für eine einzelne Schaufel auftretenden Moden können somit in Modefamilien kategorisiert werden. Eine Modefamilie, beispielsweise die der ersten Biegeeigenform, enthält die Traveling Wave Modes dieser Mode mit allen Knotendurchmessern, die für den betrachteten Rotor in Frage kommen.

Mathematisch kann dieses Verhalten mit einem Phasenversatz der Schwingung zwischen den Schaufeln beschrieben werden. Der sogenannte Phasendifferenzwinkel (Interblade Phase Angle, IBPA) wurde erstmals von LANE [16] formuliert.

$$\sigma_i = \frac{2\pi i}{I} \qquad mit \ i = 0 \dots I - 1 \tag{2.12}$$

Bei einem Phasendifferenzwinkel von  $\sigma_i = 0^\circ$  führen alle Schaufeln ihre Schwingbewegung gleichzeitig in Phase aus. Im Extremfall bei einem Phasendifferenzwinkel von  $\sigma_i = 180^\circ$  (nur möglich, wenn I gerade ist) schwingen benachbarte Schaufeln exakt gegenphasig. Diese Formulierung reduziert den benötigten Berechnungsaufwand erheblich. Statt den gesamten Rotor berechnen zu müssen, kann lediglich eine Schaufelpassage simuliert werden. Die periodischen Strömungsfelder am Rand der Passage werden dann in separaten Simulationen als Randbedingung mittels Phasendifferenzwinkel vorgegeben.

## 2.4.4 Bewegungsgleichung in modaler Schreibweise

Sind die Eigenvektoren, wie in Kapitel 2.4.2 beschrieben, bestimmt worden, so kann die Bewegung der Massen als gewichtete Summe der Eigenvektoren geschrieben werden.

$$\underline{x}(t) = \underline{\underline{\Phi}} \ \underline{q}(t) \tag{2.13}$$

Dabei ist  $\underline{q}(t)$  der Vektor, der die Gewichtungsfaktoren für jeden Eigenvektor enthält. Die Gewichtungsfaktoren werden auch als modale Verschiebungen bezeichnet und bestimmen, wie groß der Beitrag jeder Eigenform zur Gesamtbewegung des Systems ist. Gleichung 2.13 ist die Vorschrift für eine Koordinatentransformation auf die modalen Koordinaten, die sogenannte Modaltransformation.

$$\underline{q}(t) = \begin{pmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \dots \\ q_N(t) \end{pmatrix} \tag{2.14}$$

Die in Gleichung 2.13 aufgestellte Beziehung kann nun in die diskretisierte Bewegungsgleichung 2.7 eingesetzt werden.

$$\underline{m}\underline{\Phi}\ddot{q}(t) + \underline{k}\underline{\Phi}q(t) = f(t) \tag{2.15}$$

Wird Gleichung 2.15 nun mit der transponierten Eigenvektormatrix vormultipliziert, ergibt sich die folgende modaltransformierte Bewegungsgleichung.

$$\underline{\underline{\Phi}}^T \underline{m}\underline{\Phi}\ddot{q}(t) + \underline{\underline{\Phi}}^T \underline{k}\underline{\Phi}q(t) = \underline{\underline{\Phi}}^T f(t)$$
 (2.16)

Aufgrund der Orthogonalität der Eigenvektoren werden die Systemmatrizen diagonalisiert und können als modale Massenmatrix  $\underline{\underline{M}}$  und modale Steifigkeitsmatrix  $\underline{\underline{K}}$  zusammengefasst werden. Der Kraftvektor auf der rechten Seite wird zur modalen Kraft  $\underline{\underline{F}}(t)$ .

$$\underline{\Phi}^{T}\underline{m}\underline{\Phi} = \underline{M} = \begin{bmatrix} M_{1} & & & \\ & M_{2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & M_{N} \end{bmatrix}$$
 (2.17)

$$\underline{\underline{\Phi}}^T \underline{\underline{k}} \underline{\Phi} = \underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} K_1 & & & \\ & K_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & K_N \end{bmatrix}$$
 (2.18)

Die Bewegungsgleichung in modaler Schreibweise lautet demnach:

$$M\ddot{q}(t) + Kq(t) = F(t). \tag{2.19}$$

Der entscheidende Vorteil dieser modalen Formulierung liegt in der Diagonalisierung der Systemmatrizen. Dadurch liegt das System in N entkoppelten modalen Freiheitsgraden vor, dessen modale Verschiebungen, wie im nachfolgenden Kapitel 2.4.5 beschrieben, mit den Gleichungen eines Ein-Massen-Schwingers bestimmt werden können. Des Weiteren

kann die Anzahl der betrachteten Eigenmoden frei gewählt werden. Wegen des abnehmenden Einflusses höherer Moden auf die physikalische Gesamtbewegung des Systems ist die Superposition weniger Moden niedriger Ordnung ausreichend, um die tatsächliche Bewegung ausreichend genau zu approximieren.

Die Steifigkeitsmatrix beinhaltet außerdem den Einfluss der Zentrifugalkräfte. Es ergibt sich also eine Drehzahlabhängigkeit der Eigenfrequenzen. Diese Tatsache ist im sogenannten Campbell-Diagramm zu erkennen (vgl. Abb. 2.7).

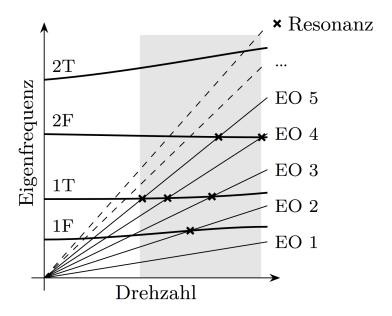


Abbildung 2.7: Schematische Darstellung eines Campbell-Diagramms [3]

Das Campbell-Diagramm kann für eine Turbomaschine erstellt werden, indem die Eigenfrequenzen und Eigenformen der Schaufel mit einer Finite Elemente Software in Abhängigkeit von Drehzahl und stationärer Druckverteilung auf der Schaufeloberfläche berechnet werden. Im Diagramm werden dann Eigenfrequenzen und Anregungsordnungen dargestellt. Ein Schnittpunkt einer Eigenfrequenz mit einer EO weist auf Resonanzbedingungen der betreffenden Mode hin [9].

### 2.4.5 Bewegungsgleichung des aeroelastischen Systems

In den vorangegangenen Kapiteln wurde die allgemeine Bewegungsgleichung bestimmt, diskretisiert und in Teilen bereits vereinfacht, um die Struktur der Verdichterschaufeln ohne Berücksichtigung von externen Kräften und dem Fluid zu modellieren. Wird die Aerodynamik an der Struktur jedoch miteinbezogen, kann die Bewegungsgleichung des nun vollständigen aeroelastischen Systems formuliert werden.

$$(\underline{\underline{m_{st}}} + \underline{m_{fl}})\underline{\ddot{x}}(t) + (\underline{\underline{d_{st}}} + \underline{d_{fl}})\underline{\dot{x}}(t) + (\underline{\underline{k_{st}}} + \underline{k_{fl}})\underline{x}(t) = \underline{f_{st}}(t) + \underline{f_{fl}}(t)$$
(2.20)

Dabei deutet der Index "st" auf die Struktur und der Index "ft" auf das Fluid hin.  $m_{st}$ 

ist beispielsweise die Masse der Struktur und  $f_{fl}$  die durch das Fluid wirkenden aerodynamischen Kräfte. Speziell für den vorliegenden Fall eines Verdichters können einige Modellvereinfachungen umgesetzt werden, ohne die Güte der Ergebnisse maßgeblich herunterzusetzen.

Für den Fall von klassischen metallischen Schaufeln kann die Annahme getroffen werden, dass die Masse der Struktur bedeutend größer als die Masse des Fluids ist. Letztere kann somit zu 0 angenommen werden ( $\underline{\underline{m_{fl}}} \approx 0$ ). Die strukturelle Dämpfung wurde oben bereits in der Herleitung der strukturmechanischen DGL vernachlässigt. Gleichermaßen betrifft dies auch die aeroelastische DGL ( $\underline{\underline{d_{st}}} \approx 0$ ). Die Steifigkeit des Fluids ist im Vergleich zu derjenigen der Struktur deutlich kleiner ( $\underline{\underline{k_{fl}}} \approx 0$ ). Auch die externen, durch die Struktur bedingten Kräfte können im Fall der Verdichterschaufeln zu null angenommen werden ( $f_{st}(t) \approx 0$ ). Diese Vereinfachungen reduzieren Gleichung 2.20 auf die folgende Form.

$$\underline{\underline{m_{st}}}\underline{\ddot{x}}(t) + \underline{d_{fl}}\underline{\dot{x}}(t) + \underline{\underline{k_{st}}}\underline{x}(t) = \underline{f_{fl}}(t)$$
(2.21)

Dies ist die allgemeine aeroelastische Bewegungsgleichung zur Beschreibung der Bewegung der Struktur unter Einwirkung äußerer aerodynamischer Kräfte. Die in Kapitel 2.4.4 beschriebene Modaltransformation kann nun auch auf diese Bewegungsgleichung angewendet werden.

$$\underline{\underline{M_{st}}}\underline{\ddot{q}}(t) + \underline{\underline{D_{fl}}}\underline{\dot{q}}(t) + \underline{\underline{K_{st}}}\underline{q}(t) = \underline{F_{fl}}(t)$$
(2.22)

Die modale Kraft auf der rechten Seite wird nun als generalisierte aerodynamische Kraft bezeichnet (generalized aerodynamic force, GAF). Eine Bedingung für die in Kapitel 2.4.4 beschriebene Entkoppelung der modalen Freiheitsgrade durch Diagonalisierung der Systemmatrizen ist, dass das System nur zwei unabhängige Matrizen enthält [13]. Folglich werden die modalen Massen- und Steifigkeitsmatrizen  $\underline{\underline{M_{st}}}$  und  $\underline{\underline{K_{st}}}$  nicht jedoch die modale Dämpfungsmatrix  $\underline{\underline{D_{fl}}}$  diagonalisiert. Die Moden des Systems koppeln also durch die Nicht-Diagonalelemente der Dämpfungsmatrix.

Weil die Eigenfrequenzen der einzelnen Moden jedoch im Allgemeinen ausreichend weit voneinander entfernt sind, kann die Annahme getroffen werden, dass die Modekopplung durch Dämpfungskräfte vernachlässigbar klein ist. Die Nicht-Diagonalelemente der Dämpfungsmatrix können also zu null angenommen werden, sodass das aeroelastische System nun in N entkoppelten modalen Ein-Massen-Schwingern vorliegt.

Wie das Verhalten eines physikalischen Ein-Massen-Schwingers berechnet werden kann, ist in der elementaren Literatur zur Schwingungslehre dokumentiert [17]. Gleicherweise, wie im physikalischen Raum eine Vergrößerungsfunktion aufgestellt werden kann, um die physikalische Schwingungsamplitude zu bestimmen, kann diese auch im modalen Raum formuliert werden, um die modale Schwingungsamplitude zu bestimmen. Gleichung 2.23

zeigt, dass die modale komplexwertige Schwingungsamplitude  $\hat{q}$  berechnet werden kann, indem die Vergrößerungsfunktion der dynamischen Krafterregung  $V_{dyn}$  mit der komplexen Amplitude der GAF und dem Kehrwert der modalen Steifigkeit multipliziert wird.

$$\hat{q} = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}} \frac{\hat{F}}{K} = V_{dyn} \frac{\hat{F}}{K}$$
(2.23)

Dabei ist  $\eta = \frac{\Omega}{\omega_0}$  das Frequenzverhältnis, das abbildet, wie nahe die Anregungsfrequenz  $\Omega$  an der Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  liegt und D das Lehr'sche Dämpfungsmaß der aerodynamischen Dämpfung. Die Bezeichnung Vergrößerungsfunktion für den Parameter  $V_{dyn}$  ist synonym zu den Begriffen Frequenzgang bzw.  $\eta$ -Magnify zu verstehen. Beide werden nachfolgend verwendet.

In Kapitel 2.5 wird aufgezeigt, wie die oben beschriebenen Parameter im gewählten Berechnungsansatz bestimmt werden können, um die modalen Verschiebungen möglichst effizient zu berechnen.

## 2.5 Berechnungsansatz und Vorgehen

Die Forced Response wird durch die Interaktion einer externen aerodynamischen Anregung mit der flexiblen Struktur der Schaufel hervorgerufen. Ihre Analyse setzt eine Fluid-Struktur-Kopplung voraus. In der Literatur gibt es unterschiedlich stark gekoppelte Berechnungsansätze, die von BLOCHER UND GÓMEZ FERNÁNDEZ in [18] zusammengefasst werden. Ein direkter Vergleich von entkoppelter und gekoppelter Berechnung ist in MOFFAT [19] zu finden. Da eine vollständige Kopplung einen sehr hohen Rechenaufwand zur Folge hat, wird eine weniger starke Kopplung für gewöhnliche Berechnungen bevorzugt. Hierbei können Fluid und Struktur separat voneinander mit einmaligem Informationsaustausch berechnet werden. Abbildung 2.8 zeigt den Analyseablauf nach dem modalen Superpositionsansatz, der im Folgenden beschrieben wird.

Die Simulation der Strömung (in blau) läuft im Sinne der entkoppelten Analyse getrennt von der Struktursimulation (in grün) ab. Zu Beginn erfolgt die Berechnung der stationären CFD für den gewählten Betriebspunkt. Diese dient einerseits als Initialisierung der darauffolgenden instationären CFD und andererseits als Eingabeparameter der Modalanalyse. Hier werden die Eigenfrequenzen und Eigenformen der Schaufelgeometrie unter Berücksichtigung der Zentrifugalkräfte und stationären aerodynamischen Drucklasten auf der Schaufeloberfläche bestimmt.

Nachdem die Eigenfrequenzen und Eigenformen bestimmt sind, kann die instationäre Strömungssimulation durchgeführt werden. Diese wird in eine sogenannte Dämpfungsanalyse und Anregungsanalyse unterteilt [7]. Die Dämpfungsanalyse dient der Bestimmung der instationären Drucklasten auf der Schaufeloberfläche, die durch die Eigenbewegungen

in den jeweiligen Moden verursacht werden. Wie in Gleichung 2.21 zu erkennen, ist diese instationäre Kraft im Sinne der viskosen Dämpfung proportional zur Geschwindigkeit. Ergebnis der Dämpfungsanalyse ist der in Gleichung 2.23 erwähnte Dämpfungskoeffizient. Die Anregungsanalyse hingegen dient der Bestimmung der instationären Drucklasten auf der Schaufeloberfläche, die durch die Rotation der Schaufel durch das inhomogene Strömungsfeld am Verdichtereintritt entstehen. Diese Drucklasten gelten aufgrund der geringen Deformation der Schaufel als unabhängig von ihrer Eigenbewegung. Ergebnis der Anregungsanalyse ist die komplexe Amplitude der GAF.

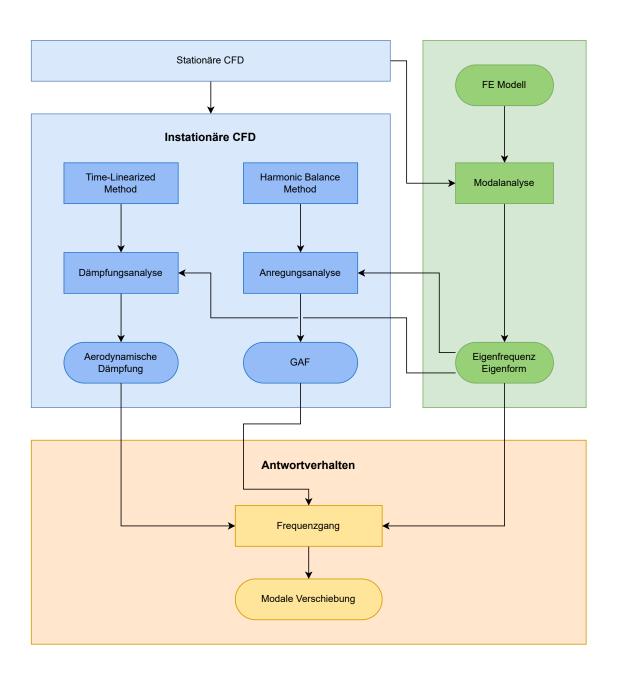


Abbildung 2.8: Analyseablauf

Die oben beschriebenen Parameter werden anschließend in Gleichung 2.23 eingesetzt, um die modalen Verschiebungen zu bestimmen. Dies muss sowohl für jede Mode (variierende Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$ , Dämpfung D und Steifigkeit K) als auch für jede betrachtete Anregungsordnung (variierende Anregungsfrequenz  $\Omega$  durch Höherharmonische, Dämpfung D und Kraftamplitude  $\hat{F}$ ) erfolgen.

Abbildung 2.9 zeigt den Parameterraum, der sich aus dem oben beschriebenen Berechnungsansatz ergibt. Dieser stellt die für die Analyse relevanten Parameter und ihre Abhängigkeiten dar und wird in Kapitel 4.1 herangezogen, um eine zielgerichtete Analyse der Ergebnisse zu gewährleisten.

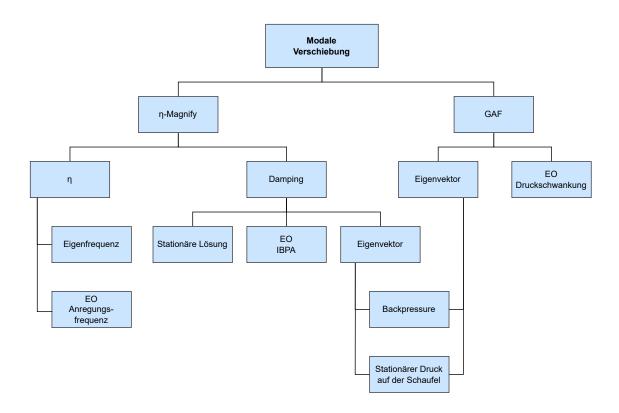


Abbildung 2.9: Parameterraum

# 3 Modell

Im Folgenden werden die in dieser Arbeit verwendeten Modelle näher erläutert. Kapitel 3.1 und 3.2 beschreiben zunächst die Geometrie des Verdichters sowie der drei Einlaufkanäle. Daran anschließend wird in Kapitel 3.3 das FE-Modell vorgestellt, einschließlich der berechneten Eigenmoden und des resultierenden Campbell-Diagramms. Kapitel 3.4 gibt abschließend einen Überblick über das Rechennetz des CFD-Modells sowie die verwendeten numerischen Solver.

#### 3.1 Verdichter

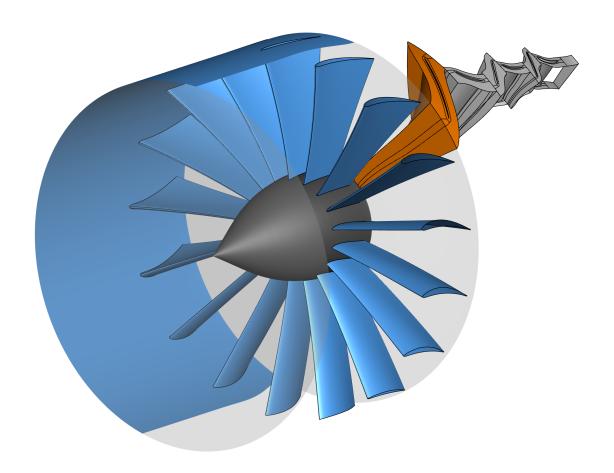


Abbildung 3.1: Aufbau des Verdichters (blau: IGV, orange: erste Rotor-Schaufelreihe)

Abbildung 3.1 zeigt den Aufbau des Verdichters. Die blau eingefärbten Komponenten gehören zum sogenannten Inlet Guide Vane (IGV), welches sich am Einlass vor den Schaufelreihen des Verdichters befindet. Das IGV lenkt die einströmende Luft so, dass sie im optimalen Winkel auf die Verdichterschaufeln trifft. Der Durchmesser des Strömungskanals unmittelbar vor dem IGV beträgt 1 m. Hinter dem IGV sind die Schaufelreihen des Verdichters erkennbar (vgl. auch Abbildung 3.2). Das Modell bildet pro Schaufelreihe lediglich eine Passage ab, da das Gesamtverhalten des Rotors mithilfe des in Kapitel 2.4.3 vorgestellten IBPA erfasst wird. Die orange eingefärbten Bereiche kennzeichnen Schaufel und Passage des ersten Rotors, dessen Schwingverhalten in der vorliegenden Arbeit untersucht wird.

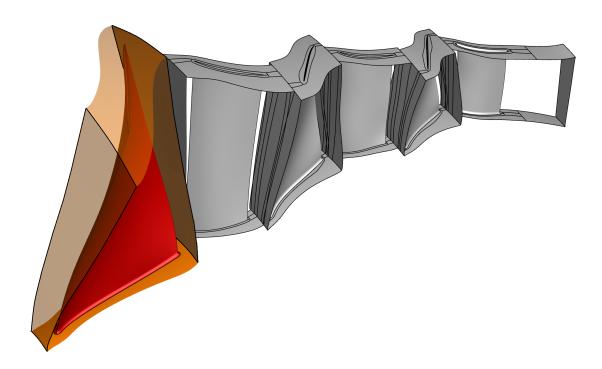


Abbildung 3.2: Schaufelreihen des Verdichters

In Abbildung 3.2 ist eine von insgesamt 22 Schaufeln des Rotors rot markiert dargestellt. Der Rotor dreht sich mit einer Drehzahl von 9776,76  $min^{-1}$ , was 100 % der Betriebsdrehzahl entspricht. Dieser Betriebspunkt bildet die Grundlage für die nachfolgend durchgeführte Analyse.

### 3.2 Einlaufkanäle

Die drei Geometrien der Einlaufkanäle unterscheiden sich nur geringfügig. Abbildung A1 im Anhang zeigt jeweils zwei Geometrien im direkten Vergleich. Beide werden dabei mit transparenter Oberfläche dargestellt, um Unterschiede in der Kontur sichtbar zu machen. Im Folgenden wird ausschließlich Geometrie a gezeigt, da sich der grundlegende Verlauf sowie die Geometriedaten sinngemäß auch auf Geometrie b und c übertragen lassen.

Kapitel 3. Modell 21

Abbildung 3.3 lässt den Verlauf der Einlaufgeometrien aus drei Perspektiven erkennen. Die Krümmung erfolgt im Gegensatz zum klassischen S-Bend in zwei Raumrichtungen. Die Kanäle weisen eine Länge von etwa 7 m auf. Der viereckig geformte Querschnitt am Einlass wandelt sich über die Lauflänge des Kanals in den kreisrunden Querschnitt am Eintritt des Verdichters.

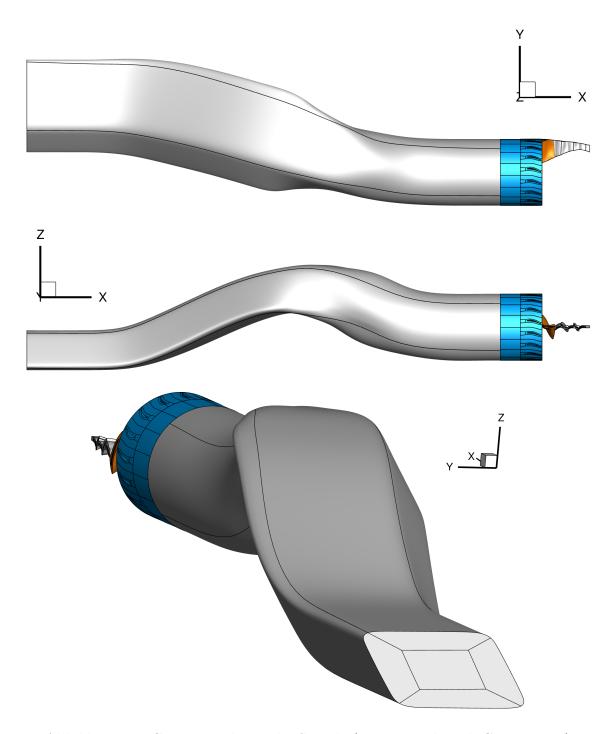


Abbildung 3.3: Geometrie der Einlaufkanäle (hier exemplarisch Geometrie a)

#### 3.3 FE-Modell

Das FE-Modell bildet die Geometrie einer Schaufel der ersten Schaufelreihe ab. Auf Basis dieses Modells wird eine Modalanalyse durchgeführt, bei der Zentrifugalkräfte sowie stationäre Drucklasten auf der Schaufeloberfläche berücksichtigt werden. Grundlage der Analyse ist die diskrete, homogene und lineare Bewegungsdifferentialgleichung der Struktur. Ergebnis der Modalanalyse sind die Eigenvektoren und ihre zugehörigen Eigenfrequenzen. Für ein diskretisiertes Modell ergeben sich ebenso viele Eigenmoden wie Freiheitsgrade. Da jedoch bereits wenige Eigenmoden eine hinreichend genaue Approximation der Schaufelauslenkung ermöglichen, werden in der vorliegenden Arbeit lediglich die ersten sechs Moden berücksichtigt. Die entsprechenden Modeformen sind in Abbildung 3.5 dargestellt. Abbildung 3.4 zeigt das Campbell-Diagramm des Rotors, in dem die Eigenfrequenzen der ersten sechs Moden in Abhängigkeit von der Rotordrehfrequenz aufgetragen sind. Zusätzlich sind die ersten acht Anregungsordnungen in blau dargestellt. Kritische Resonanzbedingungen ergeben sich überall dort, wo die Anregungsfrequenz einer EO und die Eigenfrequenz einer Mode sich im Betriebsbereich schneiden. Wie die Analyse zeigen wird, können ferner auch resonanznahe Bedingungen (Off-Resonanz-Anregungsordnungen) zu einer hohen Auslenkung in der entsprechenden Mode führen.

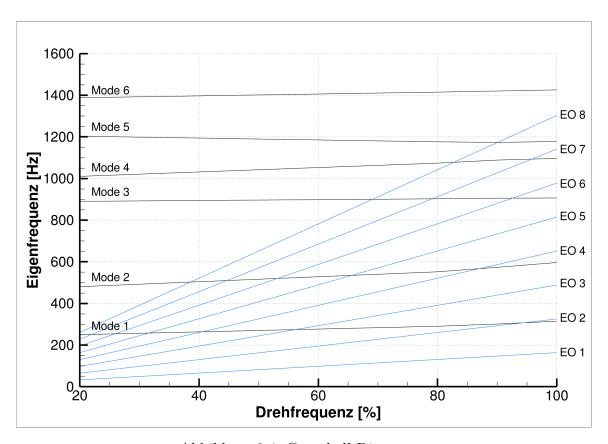


Abbildung 3.4: Campbell-Diagramm

Kapitel 3. Modell

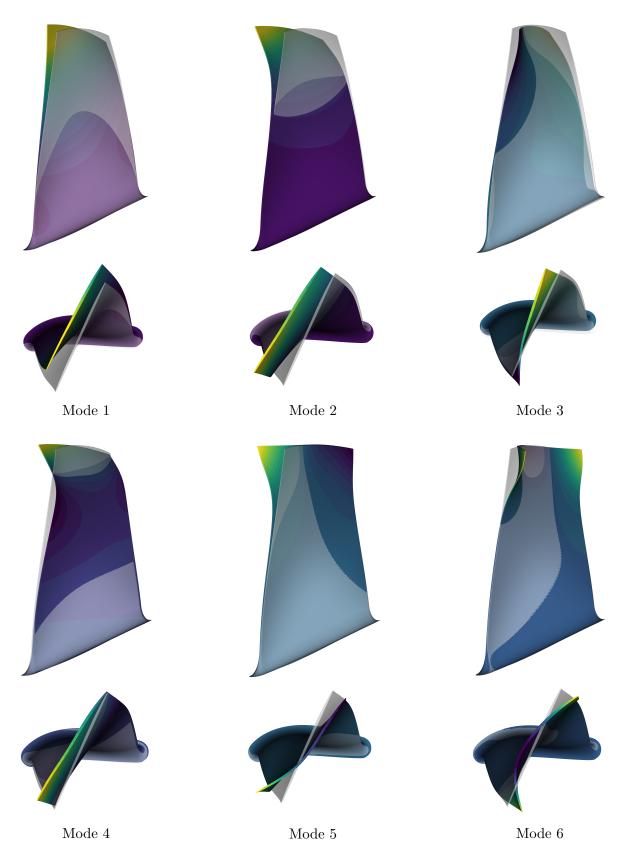


Abbildung 3.5: Eigenformen der Schaufel

#### 3.4 CFD-Modell

Für die CFD-Simulationen wird die in Abbildung 3.3 gezeigte Geometrie vernetzt. Dabei werden im gesamten Berechnungsgebiet rechteckige Elemente verwendet (vgl. Abb. 3.6 rechts). Außerdem wird das CFD-Modell durch Einteilung in mehrere Zonen parallelisiert berechenbar. Das linke Bild in Abbildung 3.6 zeigt das Splitting des Einlaufkanals, mit Hilfe dessen mehrere CPU-Kerne an der Simulation beteiligt sein können.

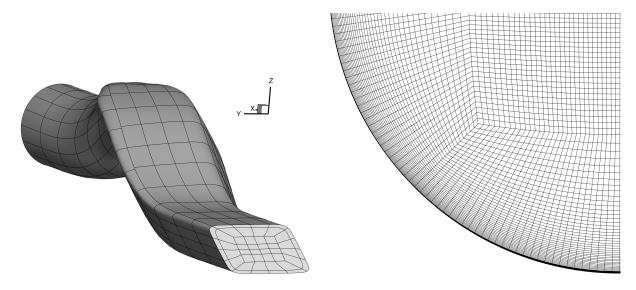


Abbildung 3.6: Splitting und Berechnungsnetz der Einlaufkanäle

Zusammen mit den Netzen des IGV (vgl. Abb. 3.7) und denjenigen der übrigen Verdichterstufen (vgl. Abb. 3.8) besteht das gesamte Berechnungsgebiet aus 6,4 Mio. Zellen und 7,7 Mio. Knoten. Im Übergang der Gebiete, beispielsweise vom IGV-Oulet zum Inlet der ersten Schaufelpassage, werden die Strömungsgrößen übergeben und auf die anliegenden Knoten interpoliert.

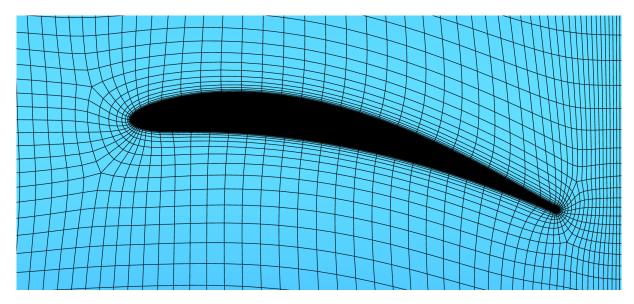


Abbildung 3.7: Berechnungsnetz an den Blättern des IGV

Kapitel 3. Modell 25

Die drei im Analyseablauf dargestellten CFD-Berechnungen werden mit dem *Turbomachinery Research Aerodynamic Computational Environment* (TRACE) berechnet. TRACE ist eine Simulationsumgebung, die seit den frühen 1990er-Jahren am DLR-Institut für Antriebstechnik entwickelt wird, um komplexe Strömungen in Turbomaschinen zu untersuchen. Dafür stehen in TRACE verschiedene Strömungslöser zu Verfügung, von denen drei in der vorliegenden Arbeit verwendet werden. Die stationäre Lösung wird mittels Steady Solver berechnet. Sie dient in den darauffolgenden instationären Simulationen als Initialisierung, um ihre Konvergenz zu beschleunigen bzw. sicherzustellen.

Die instationären Dämpfungssimulationen werden mit dem zeitlinearisierten Solver linear-TRACE durchgeführt. Dieser bietet die Möglichkeit die instationären Reynolds-Averaged Navier-Stokes-Gleichungen (RANS-Gleichungen) für harmonische Störungen mit kleiner Amplitude um das initialisierte stationäre Strömungsfeld zu lösen. Aufgrund der Annahme kleiner Amplituden verhalten sich die nichtlinearen Terme der Navier-Stokes-Gleichung näherungsweise linear. Der Solver löst die RANS-Gleichungen im Frequenzbereich und gibt als Ergebnis die Fourierkoeffizienten der Strömungsgrößen zurück.

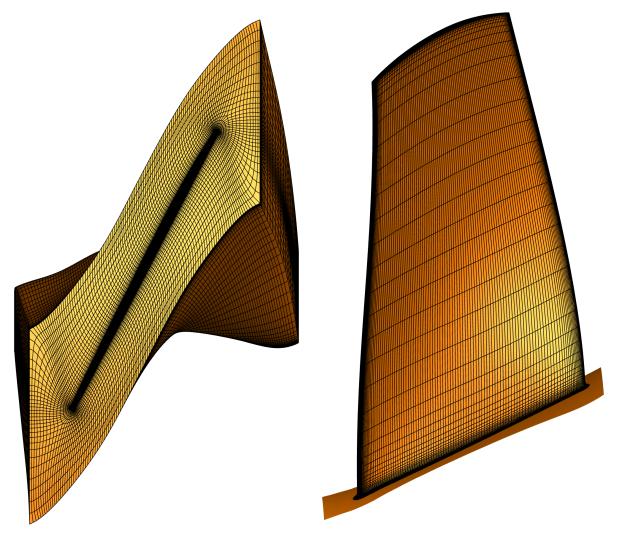


Abbildung 3.8: Berechnungsgebiet an der Schaufel

Mit den Dämpfungssimulationen werden, wie in Kapitel 2.5 beschrieben, die Dämpfungskoeffizienten der aerodynamischen Dämpfung berechnet, welche aufgrund der Eigenschwingung der Schaufel auftritt. Weil demnach keine Störung berücksichtigt werden muss, beschränkt sich das Strömungsgebiet der Dämpfungsanalyse auf die in Abbildung 3.8 gezeigte Passage. Die Eigenschwingungen werden als Randbedingung auf den Knoten der Schaufeloberfläche vorgegeben.

Die Anregungssimulation wird mit dem sogenannten Harmonic Balance Solver berechnet. Dieser löst die instationären RANS-Gleichungen ebenfalls im Frequenzbereich, jedoch ohne die beschriebene Linearitätsannahme. Ergebnis der Anregungsanalyse sind die Fourierkoeffizienten der Strömungsgrößen, insbesondere diejenigen der instationären Drucklasten auf der Schaufeloberfläche.

# 4 Ergebnisse

Nachdem in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen erläutert und in Kapitel 3 die Modellierung für die Geometrien vorgestellt wurden, werden nun die Ergebnisse präsentiert. Zunächst erfolgt die globale Auswertung in Kapitel 4.1, bei der die modale Verschiebung als Zielparameter untersucht wird. Daraufhin folgt in Kapitel 4.2 die lokale Auswertung zur Analyse der Aerodynamik an den Verdichterschaufeln.

### 4.1 Globale Auswertung der Ergebnisse

Die globale Auswertung der Simulationsergebnisse dient der Bewertung der in Kapitel 2.5 beschriebenen Parameter hinsichtlich ihres Einflusses auf die modale Verschiebung in Abhängigkeit der Einlaufgestaltung. Zunächst werden in Kapitel 4.1.1 diejenigen Parameter identifiziert, die für verschiedene Geometrien einen Einfluss auf die modale Verschiebung nehmen können. Anschließend folgt in Kapitel 4.1.2 die Untersuchung der modalen Verschiebung für die ersten sechs Eigenmoden der Schaufeln. Die modale Verschiebung als Zielgröße der Auswertung gibt Aufschluss über das Antwortverhalten der Schaufeln. Eine hohe modale Verschiebung in einer Mode korrespondiert durch die in Formel 2.13 beschriebene Rücktransformation linear mit einer erhöhten physikalischen Verschiebung. Dementsprechend ist sie im Vergleich der Einlaufgestaltung geeignet, um ihre Auswirkungen auf das physikalische Antwortverhalten der Schaufeln zu bewerten.

#### 4.1.1 Evaluation des Einflusses der Geometrie auf die Parameter

Um die Zielgröße der modalen Verschiebung untersuchen und die darin auftretenden Unterschiede in Abhängigkeit der Einlaufgestaltung bewerten zu können, wird vorerst nochmals Bezug auf den in Abbildung 2.9 gezeigten Parameterraum genommen. Dieser wurde in Kapitel 2.5 eingeführt und gibt einen Überblick über die für die modale Verschiebung relevanten Einflussparameter. Diese werden nun dahingehend bewertet, inwieweit sie Unterschiede der modalen Verschiebung in Abhängigkeit der Geometrie hervorrufen können. Abbildung 4.1 zeigt den Parameterraum mit entsprechender farblicher Hervorhebung. Im Vergleich der drei Geometrien zeigt eine grüne Markierung, dass der entsprechende Parameter keinen Einfluss auf seinen übergeordneten Parameter hat. Er unterscheidet sich von Geometrie zu Geometrie nicht und kann somit auch nicht zu einer Abweichung im übergeordneten Parameter führen. Ein orange hinterlegter Parameter nimmt im Vergleich

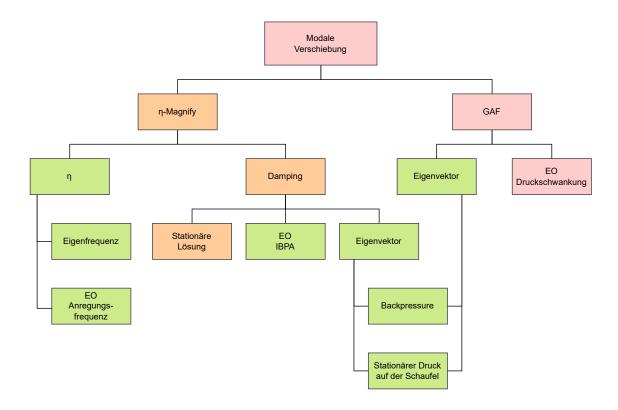


Abbildung 4.1: Parameterraum mit farblicher Hervorhebung

der drei Geometrien einen moderaten Einfluss auf seinen übergeordneten Parameter. Ist ein Parameter rot hinterlegt, dann führt er zu signifikanten Abweichungen und stellt somit in besonderer Weise einen geeigneten Kandidaten zur näheren Untersuchung im Vergleich der Einlaufgestaltung dar.

Das Eigenverhalten der Schaufeln weicht mit Variation der Einlaufgestaltung für den betrachteten Betriebspunkt nicht voneinander ab. Sowohl Eigenfrequenzen als auch Eigenvektoren sind für alle drei Geometrien identisch und somit in Abbildung 4.1 grün hinterlegt. Beide entstammen der Modalanalyse, welcher, wie in Abbildung 2.8 zu erkennen, die stationäre CFD zugrunde liegt. Obwohl sich hier durchaus Unterschiede zwischen den Geometrien ergeben (bspw. eine Variation des Auslassdrucks um 3 Pa), genügen diese offenbar nicht, um signifikante Auswirkungen auf das Eigenverhalten der Schaufeln zu nehmen. Die y-Komponenten der Eigenvektoren für alle drei Geometrien sind beispielhaft für die erste Mode mit einem Knotendurchmesser in Abbildung 4.2 als Konturplot dargestellt. Die visuelle Übereinstimmung der drei Eigenvektoren ist ersichtlich und wird zudem durch einen genaueren Vergleich der tatsächlichen Werte bestätigt.

Unterschiede der Parameter im linken Ast von Abbildung 4.1 können demnach lediglich durch einen variierenden Dämpfungskoeffizienten hervorgerufen werden. Dieser unterscheidet sich von Geometrie zu Geometrie durch die stationäre Lösung, die in der instationären zeit-linearisierten Dämpfungssimulation als Initialisierung dient. Beide Parameter sind entsprechend orange hinterlegt.

Im rechten Ast nimmt ausschließlich die Kraftamplitude der jeweiligen Anregungsord-

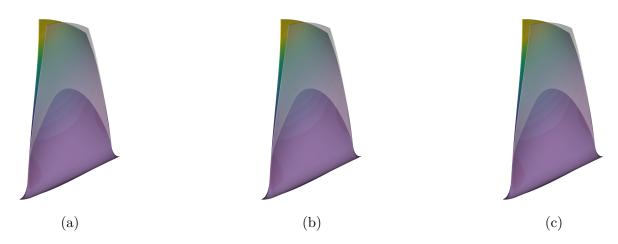


Abbildung 4.2: Erste Eigenform der drei Geometrien a, b und c

nung einen Einfluss auf Unterschiede in der GAF. Diese ist auch auf der obersten Ebene der entscheidende Parameter für eine Variation der modalen Verschiebung zwischen den Geometrien. Unterschiede im  $\eta$ -Magnify beschränken sich auf Größenordnungen von  $10^{-1}$ %, wohingegen Unterschiede in der GAF in einer Größenordnung von  $10^{1}$ % liegen. Diese ist folglich in Bezug auf die modale Verschiebung rot hinterlegt.

Zusammenfassend ist also festzuhalten, dass der treibende Parameter in der Frage nach dem größten Einfluss auf Unterschiede in der modalen Verschiebung zwischen den drei betrachteten Geometrien die Druckschwankung der Anregungsordnungen ist. Dies stellt insofern ein gewünschtes Ergebnis dar, als dass nun sichergestellt ist, dass ausschließlich das von der Einlaufgestaltung beeinflusste, inhomogene Druckfeld am Verdichtereintritt einen Einfluss auf die modale Verschiebung nimmt. Eine Änderung der Einlaufgestaltung nimmt keinen Einfluss auf das Eigenverhalten der Verdichterschaufeln, sodass es zu keinen unerwünschten Wechselwirkungen zwischen mehreren Parametern kommt.

### 4.1.2 Untersuchung der modalen Verschiebung

Nun folgend wird die modale Verschiebung der ersten sechs Eigenmoden untersucht und im Hinblick auf Unterschiede zwischen den drei Geometrien bewertet. Verbindungslinien zwischen den Datenpunkten der Diagramme dienen ausschließlich der besseren Lesbarkeit.

#### Mode 1

Die modale Verschiebung der ersten Eigenmode nimmt für die Anregungsordnungen 1 bis 3 relevante Größenordnungen an. Im Vergleich mit der in Abbildung 4.7 gezeigten modalen Verschiebung in Mode 2 ist diejenige von Mode 1 um eine ganze Größenordnung höher. Wie in Abbildung 4.3 zu erkennen, ergibt sich insbesondere für Anregungsordnung 2 ein ausgeprägter Peak, der in allen drei Geometrien vorhanden ist, dessen Wert jedoch für Geometrie c nahezu doppelt so hoch ist. Dieser Peak lässt sich durch den in Abbildung 4.4 dargestellten Parameter  $\eta$ -Magnify erklären.

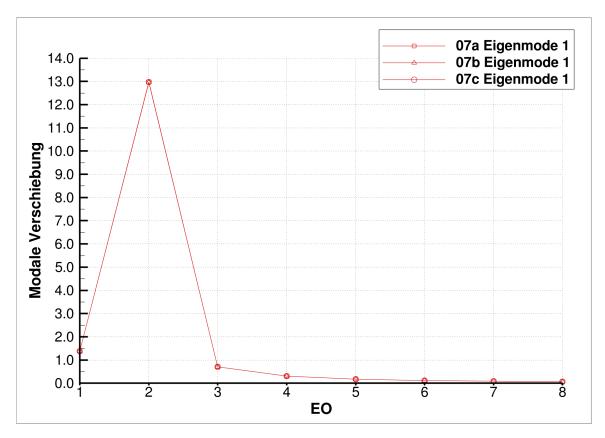


Abbildung 4.3: Modale Verschiebung Mode 1

Aufgrund der Frequenznähe der ersten Eigenfrequenz und der zweiten Anregungsordnung ergibt sich hier ein hohes  $\eta$ -Magnify von 13. Wie in Kapitel 4.1.1 gezeigt, werden Unterschiede in der modalen Verschiebung maßgeblich durch die GAF und ferner durch die Umfangsharmonischen der Einlaufstörung getrieben. Folglich ist die erhöhte modale Verschiebung von Geometrie c in der zweiten Anregungsordnung auf die in Abbildung 4.5 gezeigte GAF zurückzuführen, die in der entsprechenden Anregungsordnung einen nahezu doppelt so hohen Wert annimmt. Auffällig ist auch, dass die GAF aller drei Geometrien in Anregungsordnung 3 einen Peak verzeichnet, dieser sich jedoch nicht in einer auffällig hohen modalen Verschiebung niederschlägt. Ein ähnlicher Umstand ist in Anregungsordnung 5 zu erkennen. Hier weist die GAF ihre größte Variation zwischen den Geometrien auf, bewirkt jedoch keine besonders bemerkenswerte Variation in der modalen Verschiebung, zumal diese ab Anregungsordnung vier und aufwärts sowieso nahe null liegt. Zurückzuführen sind diese Beobachtungen auf den Parameter  $\eta$ -Magnify, der als eine Art Verstärker fungiert. Wie der Formel 2.23 zu entnehmen ist, werden geometriebedingte Unterschiede durch die GAF verstärkt, wenn das  $\eta$ -Magnify > 1 ist. Ist  $\eta$ -Magnify jedoch < 1, dann werden diese Unterschiede gemindert. Der Einfluss der Einlaufgestaltung auf Unterschiede in der modalen Verschiebung wird folglich durch Frequenznähe verstärkt und durch überkritische Frequenzferne  $(\eta > 1)$  reduziert.

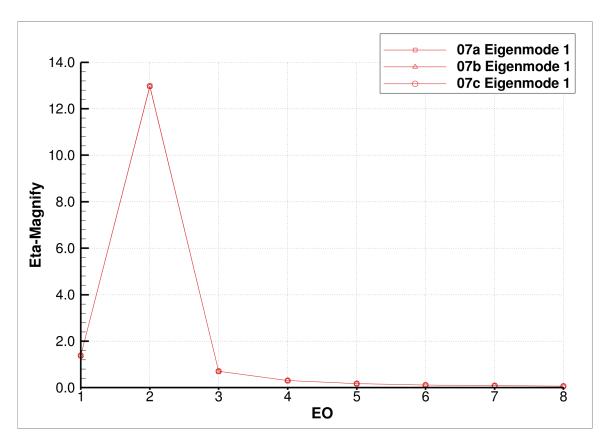


Abbildung 4.4:  $\eta\textsc{-Magnify}$  Mode 1

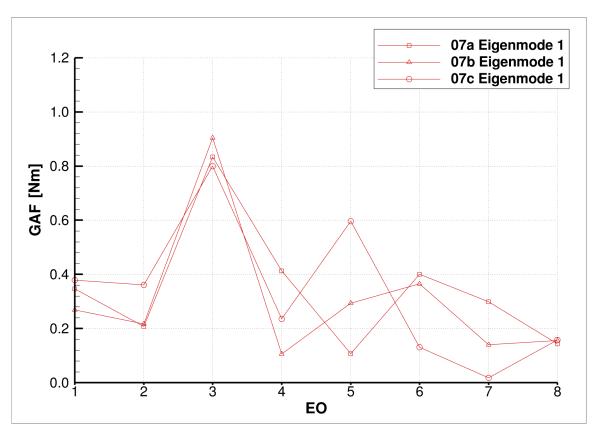


Abbildung 4.5: GAF Mode 1

Ebenfalls wirkt sich ein höherer Dämpfungskoeffizient mindernd auf die modale Verschiebung und potenzielle Unterschiede zwischen den Geometrien aus. Wie in Abbildung 4.6 zu erkennen, wird die aerodynamische Dämpfung mit steigender Anregungsordnung tendenziell größer. Ausnahmen sind einerseits in Mode 4, Anregungsordnung 3 und andererseits in dem Abwärtstrend des Dämpfungskoeffizienten ab Anregungsordnung 4 in Mode 6 zu erkennen. Die modalen Verschiebungen in Mode 1 und 2 gehen für höhere Anregungsordnungen gegen null, was durch einen ansteigenden Dämpfungskoeffizienten ferner begünstigt wird. Die höheren Moden jedoch zeigen auch, dass der Einfluss des Dämpfungskoeffizienten beschränkt ist und durch Ausschläge im  $\eta$ -Magnify oder in der GAF überschrieben wird (vgl. bspw. Abb. 4.12). Sein Einfluss ist somit eher als gering einzustufen.

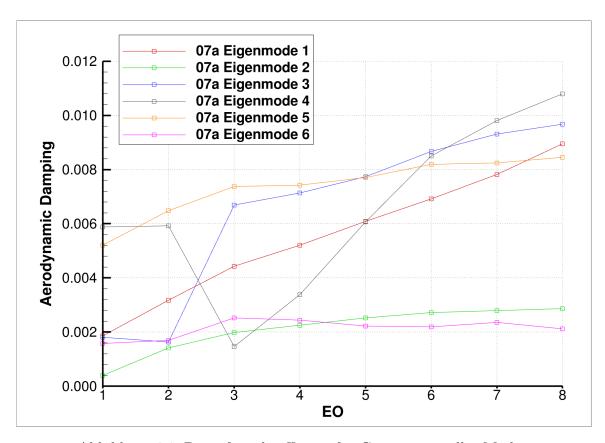


Abbildung 4.6: Dämpfungskoeffizient für Geometrie a aller Moden

Ebenfalls sei anzumerken, dass in Abbildung 4.6 lediglich die Dämpfungskoeffizienten von Geometrie a dargestellt werden. Dies ist für die Eigenmoden 2 bis 6 vollkommen ausreichend, da Unterschiede zwischen den Geometrien sich hier auf unter 1 % belaufen. In Eigenmode 1 hingegen treten Abweichungen von bis zu 20 % auf (vgl. Anhang A2). Dies ist vermutlich auf eine stärkere Variation der stationären Lösung in dieser Mode zurückzuführen (vgl. Abb. 4.1). Aufgrund des geringen Einflusses des Dämpfungskoeffizienten können diese Abweichungen vernachlässigt werden.

#### Mode 2

Die in Abbildung 4.7 gezeigte modale Verschiebung der zweiten Mode weist nach derjenigen von Mode 1 die zweitgrößten Werte auf. Dabei ergeben sich Auffälligkeiten in den Anregungsordnungen 3, 4 und 5. Der markanteste Peak in der modalen Verschiebung liegt in Anregungsordnung 3 und wird sowohl durch das in Abbildung 4.9 dargestellte  $\eta$ -Magnify, als auch die in Abbildung 4.10 dargestellte GAF verursacht. Das  $\eta$ -Magnify von 5.0 in der vierten Anregungsordnung liegt deutlich unterhalb des  $\eta$ -Magnifys von Mode 1. Der Verstärkungseffekt ist dementsprechend geringer. Dies ist auf einen größeren Frequenzabstand von der zweiten Eigenfrequenz und der vierten Anregungsordnung zurückzuführen. Wie im Campbell-Diagramm in Abbildung 3.4 zu erkennen ist, schneidet EO 2 die erste Mode deutlich näher an der Betriebsdrehzahl als EO 4 die zweite Mode. Das Frequenzverhältnis als entscheidender Parameter für  $\eta$ -Magnify ist somit niedriger. Unterschiede in der GAF schlagen sich, bedingt durch den Peak im  $\eta$ -Magnify, in Anregungsordnung 4 deutlicher nieder als in Anregungsordnung 5. Erneut hat die modale Verschiebung von Geometrie c hier den höchsten Wert. Der markante Peak der modalen Verschiebung in Anregungsordnung 3 wird, anders als in Mode 1, durch die GAF dominiert. Während das  $\eta$ -Magnify erst in Anregungsordnung 4 seinen höchsten Wert erreicht, erfahren alle drei Geometrien den höchsten Wert der GAF in Anregungsordnung 3.

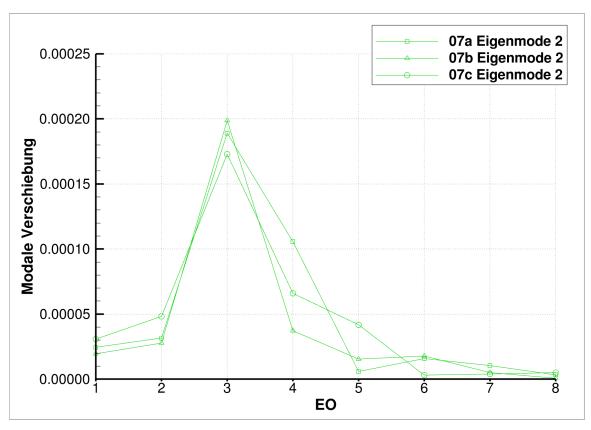


Abbildung 4.7: Modale Verschiebung Mode 2

Auffällig an der GAF in den höheren Anregungsordnungen ist die Verschiebung der sekundären Peaks in Abhängigkeit der Geometrie. Während Geometrie c einen Ausschlag in Anregungsordnung 5 verzeichnet, sieht Geometrie b einen in Anregungsordnung 6 und Geometrie a in Anregungsordnung 7. Die sekundären Peaks scheinen sich von Geometrie c nach a in Richtung höherer Anregungsordnungen zu verschieben und gleichzeitig abzuflachen. Während der Ausschlag von Geometrie c in Anregungsordnung 5 relativ markant und hoch ist, erstreckt sich derjenige von Geometrie a über mehrere Anregungsordnungen und fällt um etwa 20 % ab. Dies kann exakt so oder in einem ähnlichen Maß auch bei den anderen Moden beobachtet werden. In den Abbildungen 4.8 sind ebendiese Verläufe der GAF erkennbar. Auf eine potenzielle Erklärung dieser Beobachtung wird in Kapitel 4.2 eingegangen.

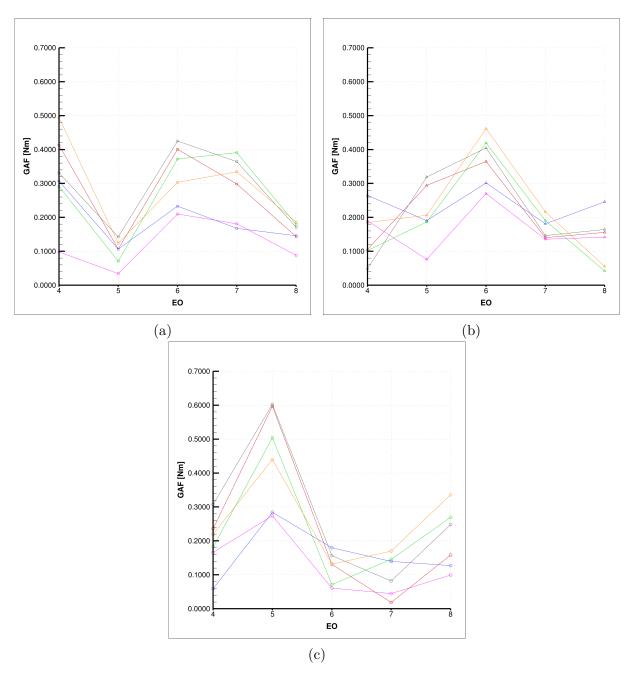


Abbildung 4.8: Verläufe der GAF aller Moden für die Geometrien a, b und c von EO 4 bis 8

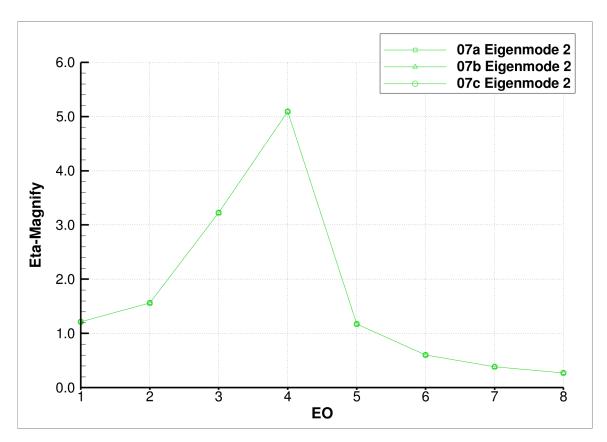


Abbildung 4.9:  $\eta\textsc{-Magnify}$  Mode 2

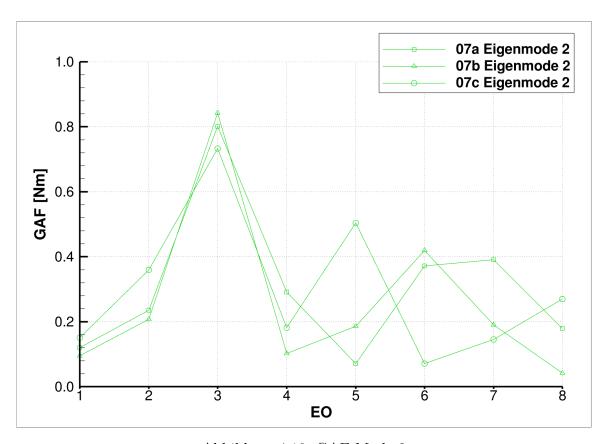


Abbildung 4.10: GAF Mode 2

Eine weitere Besonderheit in Mode 2 stellt das  $\eta$ -Magnify in Anregungsordnung 3 dar. Dieses erreicht für Mode 2 sein Maximum von 3,2 und führt somit in Verbindung mit der GAF zu der oben beschriebenen modalen Verschiebung. In Abbildung 4.11 ist zu erkennen, dass das  $\eta$ -Magnify in Anregungsordnung 3 mit einem Wert von 3,2 sein globales Minimum verzeichnet. Ausgerechnet in Anregungsordnung 3 jedoch hat die GAF aller Moden ihren größten Ausschlag. Es stellt sich heraus, dass das Eigenverhalten der Schaufeln derart beschaffen ist, dass keine kritische Frequenznähe einer Mode mit der dritten Anregungsordnung zustande kommt. Der Ausschlag in der GAF wird folglich nicht verstärkt und nimmt lediglich moderaten Einfluss auf die modale Verschiebung.

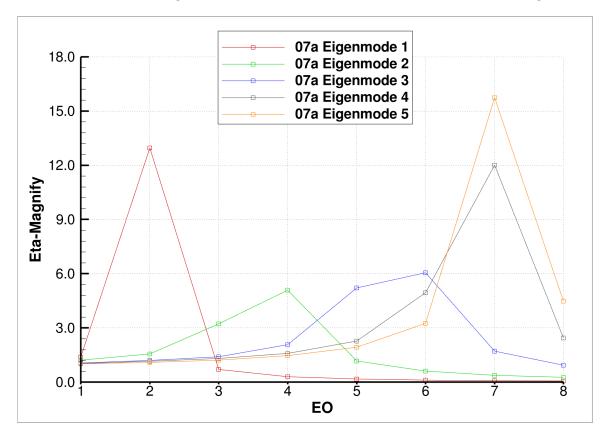


Abbildung 4.11:  $\eta$ -Magnify aller Moden

#### Mode 3

Die modale Verschiebung in Mode 3 ist diejenige, die von allen betrachteten Moden am flachsten verläuft. Ihre Werte beschränken sich auf eine Größenordnung von  $10^{-5}$ , die im Gesamtbild der Abbildung 4.12 und im Vergleich zu den anderen Moden nur geringe Schwankungen verzeichnen. Dies ist der Tatsache geschuldet, dass Ausschläge im  $\eta$ -Magnify und in der GAF in unterschiedlichen Anregungsordnungen liegen und sich somit nicht konstruktiv überlagern (vgl. Abb. 4.13 und 4.14). Das  $\eta$ -Magnify erfährt seinen höchsten Wert von 6,0 in Anregungsordnung 6. Dies ist auf den Schnittpunkt von der Eigenfrequenz in Mode 3 und der Anregungsordnung 6 nahe der Betriebsdrehzahl zurückzuführen (vgl. Abb. 3.4). Die GAF hingegen verzeichnet ihren charakteristischen Peak

in Anregungsordnung 3. Ergebnis ist der abgebildete Verlauf, der sowohl in Anregungsordnung 3 als auch in Anregungsordnung 5 bzw. 6 moderate Ausschläge aufweist. Dieser Umstand ist hinsichtlich der Auslegung erstrebenswert, da somit eine unerwünschte Überlagerung von Ausschlägen in  $\eta$ -Magnify und GAF vermieden wird. Die modale Verschiebung bleibt klein, sodass auch der Anteil der entsprechenden Mode an der physikalischen Auslenkung nach der Rücktransformation minimal ist (vgl. Formel 2.13). Besteht also in der Auslegung die Möglichkeit gezielt Einfluss auf die Position der Ausschläge im  $\eta$ -Magnify oder in der GAF zunehmen, dann sollte ein größtmöglicher Abstand angestrebt werden.

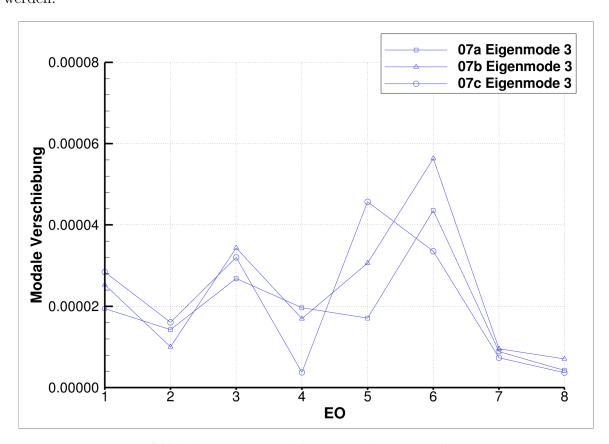


Abbildung 4.12: Modale Verschiebung Mode 3

Auffällig in Mode 3 ist außerdem, dass die GAF von Geometrie c in Anregungsordnung 5 im Vergleich zu den anderen Moden relativ gering ausfällt. Insbesondere in Mode 3 jedoch, kommt die Frequenz von Anregungsordnung 5 der Eigenfrequenz von Mode 3 am nächsten (vgl. Campbell-Diagramm in Abb. 3.4). Das  $\eta$ -Magnify erreicht folglich für Anregungsordnung 5 seinen höchsten Wert von 5,2. Dies resultiert jedoch für keine der Geometrien in einer besonders hohen modalen Verschiebung. Auch die modale Verschiebung von Geometrie c bleibt hier relativ klein, obwohl die GAF für Geometrie c im Allgemeinen, wie in Abbildung 4.8 gezeigt, ihren Ausschlag in Anregungsordnung 5 verzeichnet.

Dies stellt sich ferner als günstiger Umstand für Geometrie c<br/> heraus, da keine weiteren unerwünschten Überlagerungen von  $\eta$ -Magnify und GAF mehr in Frage kommen. Wie im Campbell-Diagramm zu erkennen, schneidet Anregungsordnung 5 lediglich die Moden

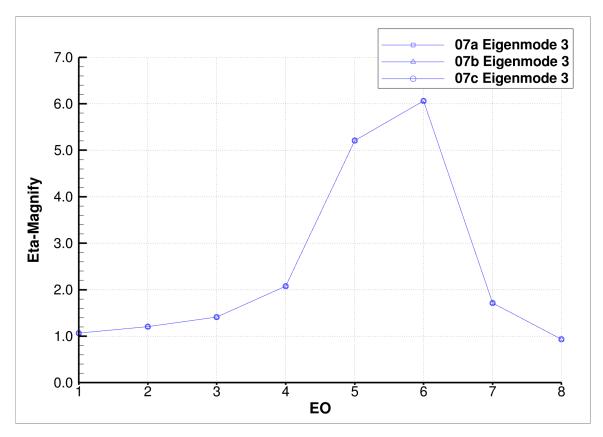


Abbildung 4.13:  $\eta\textsc{-Magnify}$  Mode 3

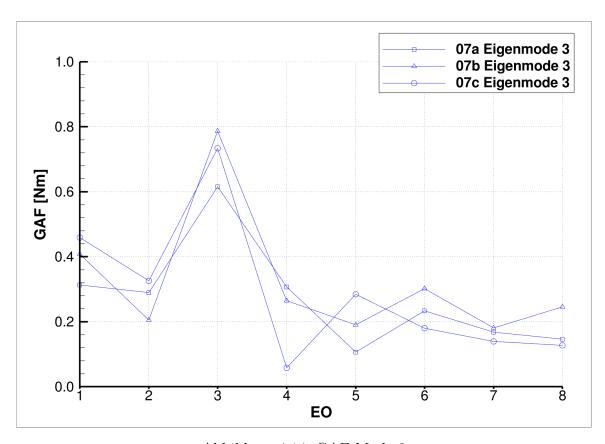


Abbildung 4.14: GAF Mode 3

1 und 2 weit außerhalb des Betriebsbereichs. Weil die Eigenfrequenzen von Mode 2 und 3 mit etwa 330 Hz weit voneinander entfernt liegen, kommt es für Anregungsordnung 5 zu keinen weiteren Schnittpunkten. Lediglich die Annäherung an Mode 3 für 100 % der Betriebsdrehzahl führt zu dem in Abbildung 4.13 erkennbaren moderaten Ausschlag in Anregungsordnung 5. Weil die GAF von Geometrie c für alle Moden in Anregungsordnung 5 ihren sekundären Peak verzeichnet, führen Ausschläge im  $\eta$ -Magnify in höheren Moden zu keiner Überlagerung, sodass die modale Verschiebung von Geometrie c eher niedrig ist.

#### Mode 4

Diese Beobachtung zeigt sich in der modalen Verschiebung von Mode 4 (vgl. Abb. 4.15). Auch hier ergibt sich, ähnlich wie für Mode 3, ein insgesamt eher flacher Verlauf. Eine Ausnahme stellt insbesondere die modale Verschiebung von Geometrie a in Anregungsordnung 7 dar. Auch Geometrie b zeigt für Anregungsordnungen 6 und 7 erhöhte Werte. Im Abgleich mit Abbildungen 4.16 und 4.17 lässt sich die oben beschriebene Erklärung finden. Aufgrund dessen, dass die GAF von Geometrie a und b erst für höhere Anregungsordnungen ihre sekundären Ausschläge verzeichnet, kommt es nun in den höheren Moden zur Überlagerung der Ausschläge der beiden Parameter  $\eta$ -Magnify und GAF. Das hohe  $\eta$ -Magnify von 12,0 verstärkt die Unterschiede zwischen den Geometrien in der GAF und führt zu den hohen Abweichungen der modalen Verschiebung.

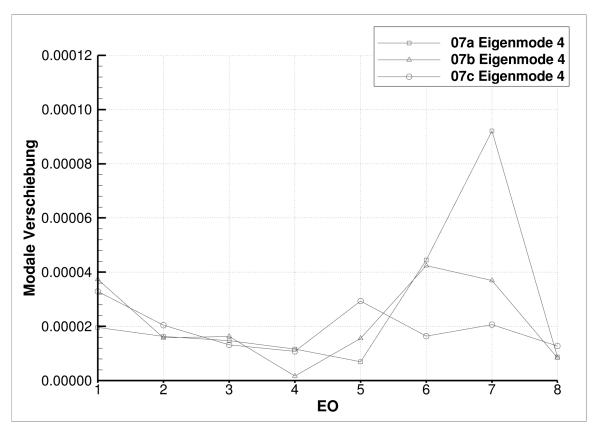


Abbildung 4.15: Modale Verschiebung Mode 4

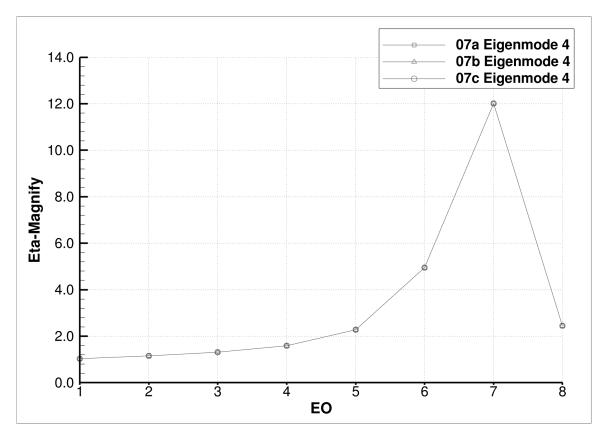


Abbildung 4.16:  $\eta\textsc{-Magnify}$  Mode 4

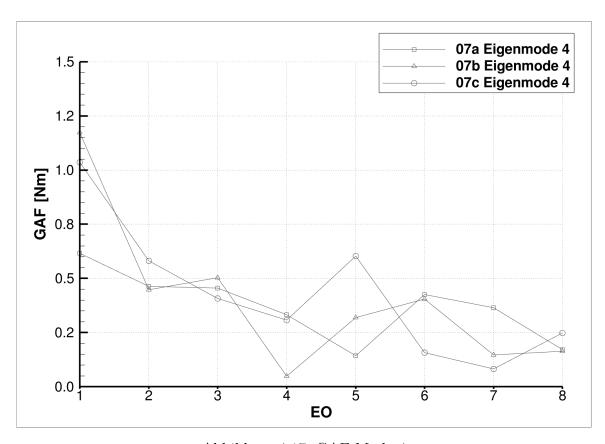


Abbildung 4.17: GAF Mode 4

In der GAF von Mode 4 ist neben dem typischen Verlauf der höheren Anregungsordnungen ein starker Unterschied in Anregungsordnung 1 und 2 zu beobachten (vgl. Abb. 4.17). Besonders Anregungsordnung 1 zeigt für alle drei Geometrien hohe Werte, wie sie in keiner anderen Mode zu finden sind.

#### Mode 5

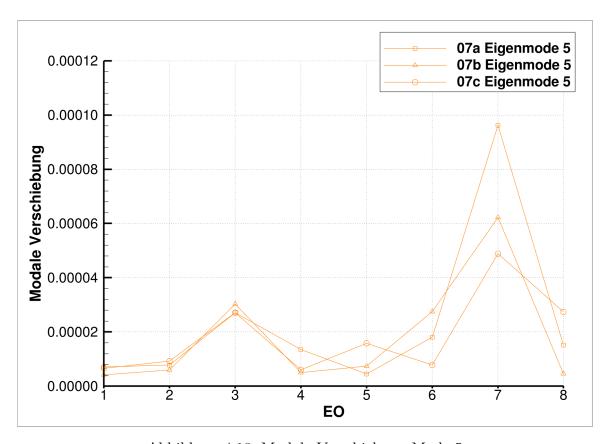


Abbildung 4.18: Modale Verschiebung Mode 5

Für höhere Anregungsordnungen weist die modale Verschiebung in Mode 5 den typischen Verlauf auf. Das  $\eta$ -Magnify erreicht mit einem Wert von nahezu 16,0 in Anregungsordnung 7 sein globales Maximum. Im Campbell-Diagramm ist zu erkennen, dass sich die beiden Eigenfrequenzen der Moden 4 und 5 bei der Betriebsdrehzahl nur um etwa 80 Hz unterscheiden (vgl. Abb. 3.4). Folglich ist der in Anregungsordnung 7 vorliegende Ausschlag nicht nur in Mode 4, sondern auch besonders in Mode 5 zu erkennen. Erneut weist Geometrie a die größte modale Verschiebung in Anregungsordnung 7 auf. Des Weiteren verzeichnen alle drei Geometrien einen sekundären Ausschlag in Anregungsordnung 3, der ausschließlich auf die GAF zurückzuführen ist (vgl. Abb. 4.20). Diese nimmt für Mode 5 maximale Werte an und führt somit, auch ohne Überlagerung mit einem erhöhten  $\eta$ -Magnify, zu einem signifikanten Ausschlag der modalen Verschiebung.

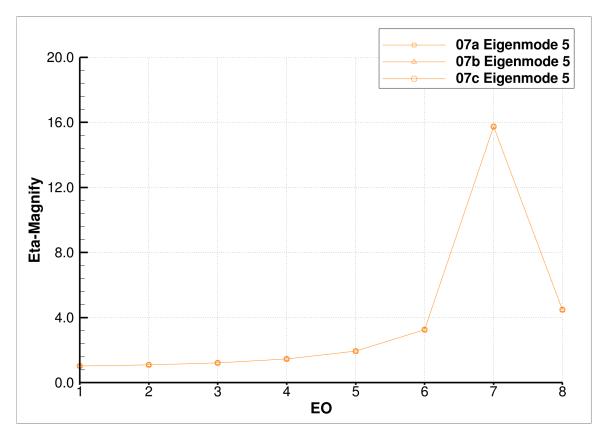


Abbildung 4.19:  $\eta\textsc{-Magnify}$  Mode 5

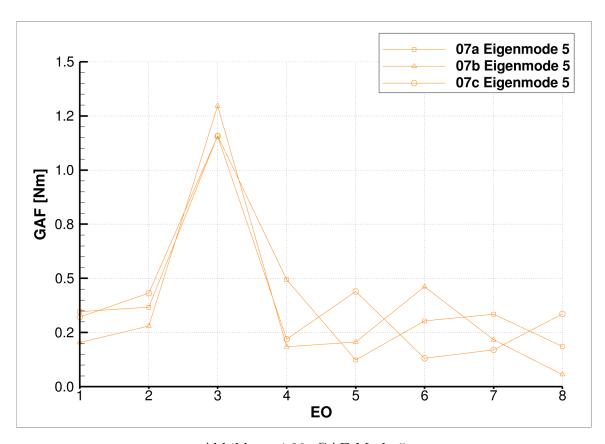


Abbildung 4.20: GAF Mode 5

#### Mode 6

Die modale Verschiebung der sechsten Mode lässt im allgemeinen Verlauf viele Charakteristika der bereits betrachteten Moden erkennen. Der ungewöhnliche, in Abbildung 4.22 gezeigte Verlauf von  $\eta$ -Magnify führt jedoch auch zu einer Besonderheit. Aufgrund dessen, dass die im Campbell-Diagramm abzulesende Eigenfrequenz der sechsten Mode für den gesamten Betriebsbereich oberhalb aller Anregungsordnungen liegt, ergibt sich der in Abbildung 4.22 erkennbare, streng monoton steigende Verlauf. Dieser verzeichnet für die meisten Anregungsordnungen sehr niedrige Werte; so wird beispielsweise erst mit Anregungsordnung 7 ein Wert von 2,0 überschritten. Dies führt dazu, dass der Parameter  $\eta$ -Magnify nur einen geringen Einfluss auf die modale Verschiebung nimmt und der in Abbildung 4.23 gezeigte Verlauf der GAF sich nahezu identisch in der modalen Verschiebung niederschlägt.

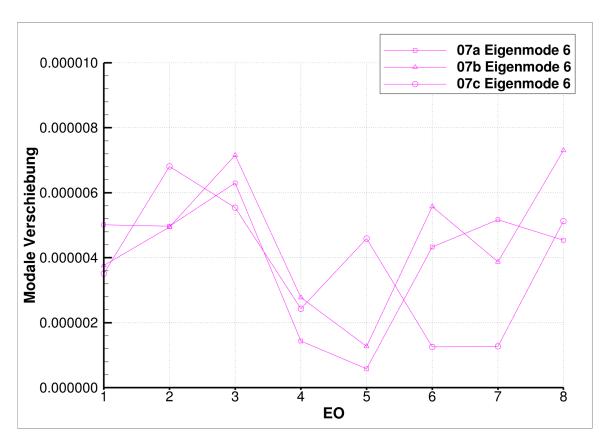


Abbildung 4.21: Modale Verschiebung Mode 6

Während die GAF ab Anregungsordnung 3 aufwärts den typischen Verlauf aufweist, ergeben sich für Anregungsordnungen 1 und 2, wie in Mode 4 bereits, Besonderheiten. Es fällt auf, dass die GAF vor dem Ausschlag in Anregungsordnung 3 nicht so schnell ansteigt wie in anderen Moden. Für Geometrie c liegt der höchste Wert nicht in Anregungsordnung 3, sondern 2 und ist um etwa 40 % größer als bei den Geometrien a und b. Worin die Ursache dafür liegt, wird im nachfolgenden Kapitel untersucht.

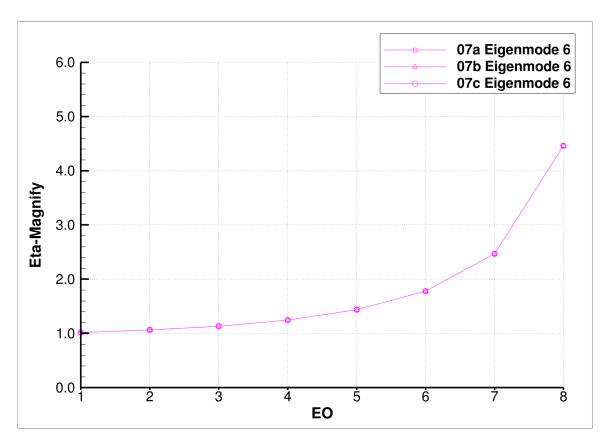


Abbildung 4.22:  $\eta\textsc{-Magnify}$  Mode 6

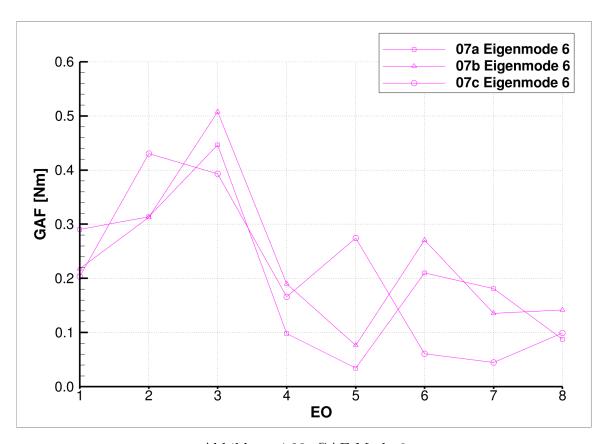


Abbildung 4.23: GAF Mode 6

### Überblick

Die nachfolgende Tabelle gibt einen Überblick über die oben identifizierten Besonderheiten in den untersuchten Parametern.

Geometrie Mode		Parameter	Abb.	Anmerkung	
a, b, c	1 - 6	GAF	4.5	Hohe GAF in EO 3 (in nahezu allen Moden der maximale Wert in EO 3)	
a	1 - 6	GAF	4.8	Sekundäre Ausschläge in EO 6 und 7	
b	1 - 6	GAF	4.8	Sekundäre Ausschläge in EO 6	
c	1 - 6	GAF	4.8	Sekundäre Ausschläge in EO 5	
a, b, c	1 - 6	$\eta$ -Magnify	4.11	Von allen EOs in EO 3, Mode 2 der geringste Wert	
a, b, c	1	Damping D	A2	Stärkere Unterschiede zwischen den Geometrien in Mode 1 als in anderen Moden	
a, b, c	3	Modale Ver- schiebung	4.12	Von allen Moden die geringsten modalen Verschiebungen	
a	4	Modale Ver- schiebung	4.15	Auffällig hoher Wert in EO 7	
a, b, c	4	GAF	4.17	Weniger stark ausgeprägte EO 3. Auffällig hohe Werte in EO 1	
a, b, c	5	Modale Ver- schiebung	4.18	Auffällig hoher Wert in EO 7	
a, b, c	5	GAF	4.20	Von allen Moden die höchste GAF in EO 3	
c	6	GAF	4.23	Höchster Wert in EO 2 statt 3	
a, b, c	6	$\eta$ -Magnify	4.22	Als einzige Mode in unterkritischer Anregung	

Tabelle 4.1: Überblick über Besonderheiten der untersuchten Parameter

### 4.2 Lokale Auswertung der Ergebnisse

In Kapitel 4.1 wurden die Simulationsergebnisse hinsichtlich der modalen Verschiebung global ausgewertet. Es wurden Auffälligkeiten im Zielparameter der modalen Verschiebung identifiziert und unter Berücksichtigung relevanter Einflussgrößen bezüglich der Einlaufgestaltung bewertet. Im Folgenden wird eine Auswahl dieser Auffälligkeiten näher untersucht und deren Ursachen auf lokale Effekte zurückgeführt.

#### 4.2.1 GAF in Anregungsordnung 3

Im vorherigen Kapitel wurde die GAF der dritten Anregungsordnung als zentrale Auffälligkeit herausgestellt. Diese nimmt nahezu in allen Moden für alle Geometrien maximale Werte an und stellt in einigen Moden den wesentlichen Beitrag in der modalen Verschiebung dar (vgl. bspw. Mode 2 in Abb. 4.7).

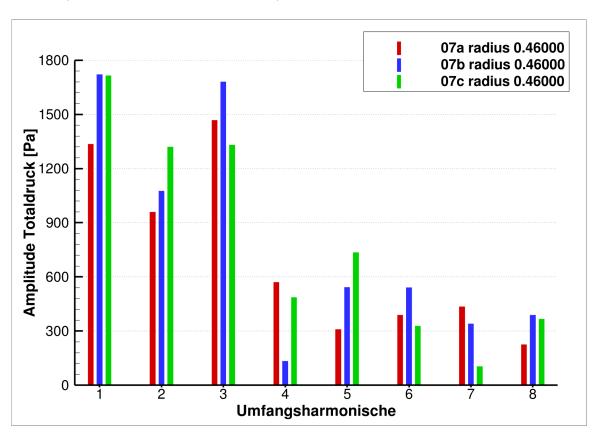


Abbildung 4.24: Umfangsharmonische des Totaldrucks am Austritt des Einlaufkanals auf dem Radius r = 0.46 m (90 % rel. Schaufelhöhe)

Abbildung 4.24 zeigt den Betrag der komplexen Amplituden des Totaldrucks für jede Umfangsharmonische. Die Fourieranalyse wurde für die Einlaufstörung am IGV-Inlet des Verdichters für den Radius r=0,46 m durchgeführt (etwa 90 % der relativen Schaufelhöhe). Die Umfangsharmonischen auf einem außen liegenden statt einem innen liegenden Radius zu betrachten ist in zweierlei Hinsicht sinnvoll. Einerseits ist an der Schaufelspitze natürlicherweise eine höhere Auslenkung zu erwarten als am Schaufelfuß. Die in Kapitel

3.3 abgebildeten Eigenmoden bestätigen diese Annahme und zeigen, dass die Eigenvektoren für größere z-Koordinaten höhere Werte annehmen. Andererseits zeigt die Betrachtung der aerodynamischen Arbeit, dass diese ebenfalls an der Schaufelspitze maximal ist (vgl. Anhang A3). Diese Beobachtungen belegen die Bedeutung der äußeren Radien und dienen somit als argumentative Grundlage, diese im Folgenden näher zu untersuchen. Anzumerken sei, dass die nun folgenden Abbildungen dieses Kapitels ausschließlich Geometrie a abbilden, qualitativ jedoch gleichermaßen auf Geometrie b und c zutreffen. Aufgrund des deutlich erkennbaren Trends der GAF aller Geometrien in Anregungsordnung 3 aller Moden, gelten die in diesem Kapitel getätigten Aussagen für alle Geometrien.

Die Druckamplitude in Abbildung 4.24 zeigt in allen drei Geometrien einen Ausschlag in der dritten Anregungsordnung. Offenbar führt die Einlaufgestaltung der Geometrien zu einer Einlaufstörung am Verdichtereintritt, die eine bemerkenswert hohen dritte Umfangsharmonische aufweist. Diese wiederum führt, wie in Formel 2.16 beschrieben, durch Multiplikation mit den entsprechenden Eigenvektoren zu der beobachteten, erhöhten GAF in der dritten Anregungsordnung. Dass Anregungsordnung 1 ähnlich stark wie Anregungsordnung 3 ausgeprägt ist, sich jedoch nicht gleichermaßen in der GAF von Anregungsordnung 1 niederschlägt, hängt mit dem Einfluss der restlichen Strecke bis zum tatsächlichen Eintritt der ersten Verdichterreihe zusammen.

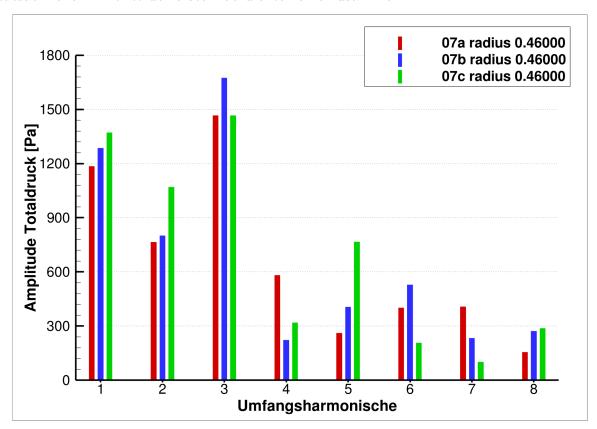


Abbildung 4.25: Umfangsharmonische des Totaldrucks am Austritt des IGVs auf dem Radius r=0.46 m (90 % rel. Schaufelhöhe)

Abbildung 4.25 zeigt die Zerlegung der Umfangsharmonischen am Austritt des IGVs, welches dem Eintritt des Verdichters entspricht. Die zusätzlich zurückgelegte Strecke in Kombination mit der Aerodynamik im IGV führt zu einer erheblichen Reduktion der ersten Umfangsharmonischen.

Bei Betrachtung der aerodynamischen Arbeit ist zu erkennen, dass diese überwiegend mittig an der Schaufelspitze verrichtet wird (vgl. Anhang A3). Diese Verteilung lässt sich auf das Phänomen des Verdichtungsstoßes zurückführen. Dieser entsteht auf der Schaufeloberfläche ab einer ausreichend hohen relativen Schaufelhöhe, weil die Bahngeschwindigkeit der Schaufel hier die lokale Schallgeschwindigkeit erreicht. Im Übergang zwischen supersonischer und subsonischer Strömung kommt es zu unstetigen Änderungen von Dichte, Temperatur, Geschwindigkeit und Druck, welche wiederum durch eine zeitliche Veränderung der Position des Stoßes als Anregungsmechanismus der Schaufelschwingung fungiert. Dieser Vorgang wird als Stoßwanderung bezeichnet und stellt für den Großteil der Moden und Anregungsordnungen den Hauptanregungsmechanismus dar. Die sprunghafte Druckänderung ist für die dritte Anregungsordnung in Abbildung 4.26 zu erkennen.

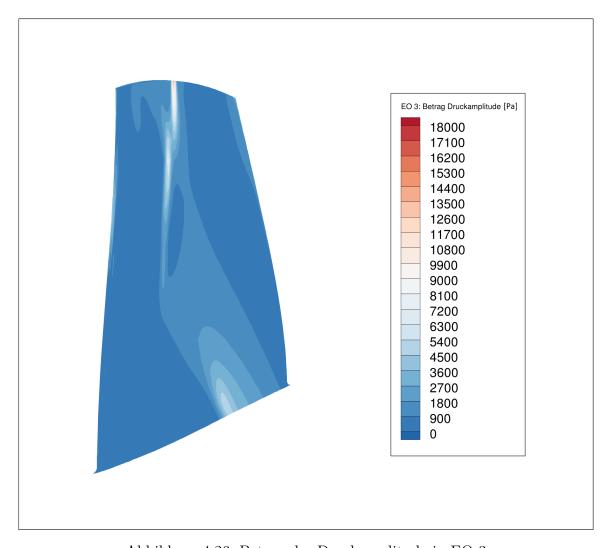


Abbildung 4.26: Betrag der Druckamplitude in EO 3

Die Druckamplitude weist für Anregungsordnung 3 maximale Werte auf. Während Anregungsordnung 1 und 2 wie zu erwarten erhöhte Druckamplituden von bis zu 15000 Pa verzeichnen, liegt der Höchstwert in Anregungsordnung 3 bei etwa 18000 Pa.

Die vergleichende Abbildung 4.27 zeigt für jede Anregungsordnung einen Umfangsschnitt des Druckfeldes bei 90 % relativer Schaufelhöhe.

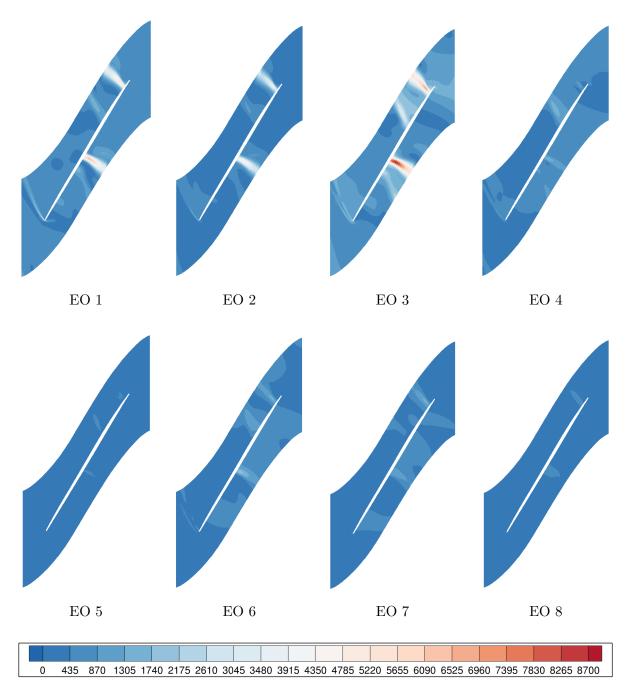


Abbildung 4.27: Druckfeld in Pa für Geometrie a bei 90 % relativer Schaufelhöhe

Im direkten Vergleich aller Anregungsordnungen ist zu erkennen, dass die größte Druckschwankung tatsächlich im Verdichtungsstoß liegt und die höchste Druckamplitude in Anregungsordnung 3 zu finden ist. Die im vorangegangenen Kapitel 4.1.2 identifizierte Auffälligkeit in der dritten Anregungsordnung wurde demnach auf die hohe dritte Um-

fangsharmonische der Einlaufstörung zurückgeführt. Diese hat eine hohe Druckschwankung im Verdichtungsstoß auf der Schaufeloberfläche zur Folge, welche wiederum die beobachtete erhöhte GAF bewirkt.

Abbildung 4.27 zeigt ebenfalls, warum die GAF in Anregungsordnung 3 gerade in Mode 5, im Vergleich mit den anderen Moden, maximal wird (vgl. Abb. 4.20). Für EO 3 ist neben dem Stoß auf der Druckseite auch der Stoß auf der Saugseite an der Hinterkante des Profils stärker ausgeprägt. Hier treten Druckamplituden von bis zu 7000 Pa auf. Im Abgleich mit der in Abbildung 3.5 gezeigten Eigenform von Mode 5 ist zu erkennen, dass der Stoß auf der Saugseite exakt auf einem Schwingungsbauch der Mode steht. Mathematisch bedeutet dies für die GAF, dass der Eigenvektor und der Vektor der Druckkräfte eher parallel als orthogonal zueinander stehen, sodass die GAF hier lokal höhere Werte annimmt (vgl. Abb. 4.28).

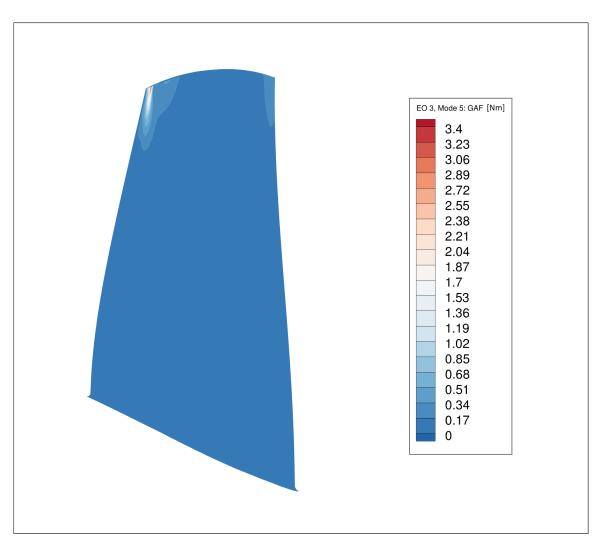


Abbildung 4.28: GAF in EO 3, Mode 5 auf der Hinterkante

#### 4.2.2 Verschiebung der sekundären Ausschläge

In der Betrachtung von Mode 2 in Kapitel 4.1.2 wurde in der GAF eine von der Geometrie abhängende Verschiebung der sekundären Ausschläge festgestellt (vgl. Abb. 4.8). Während Geometrie a einen Ausschlag in Anregungsordnung 7 und 6 verzeichnet, lässt Geometrie b einen in Anregungsordnung 6 und Geometrie c in Anregungsordnung 5 erkennen. Die Druckfelder in den Abbildungen 4.27, 4.29 und 4.30 zeigen diese Beobachtung. Es ist für alle drei Geometrien zu erkennen, dass die Druckfelder genau derjenigen Anregungsordnungen höhere Amplituden aufweisen, die auch in der GAF erhöhte Werte verzeichnen (vgl. Abb. 4.8).

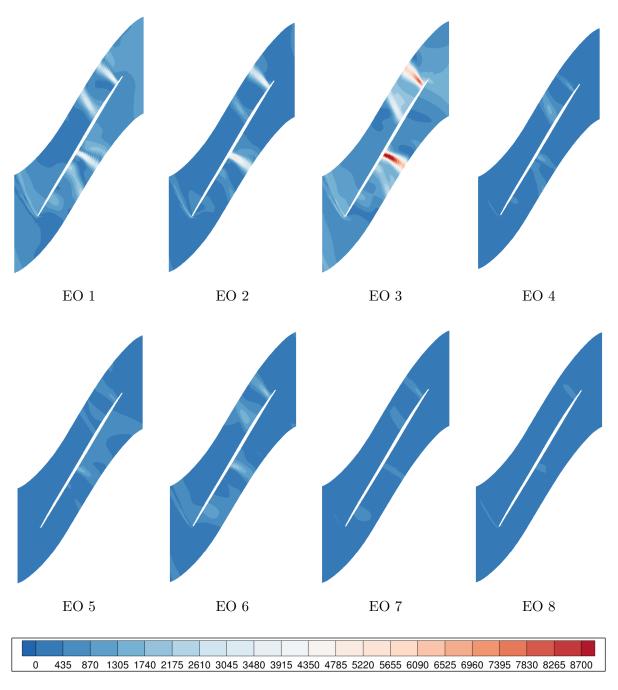


Abbildung 4.29: Druckfeld in Pa für Geometrie b bei 90 % relativer Schaufelhöhe

In der Frage nach der Ursache für die beobachteten Ausschläge der höheren Moden und deren geometrieabhängiges Verhalten muss die Aerodynamik im Einlaufkanal detailliert untersucht werden. Obwohl dies den Umfang der vorliegenden Arbeit weit übertrifft, sollen im Folgenden dennoch einige Beobachtungen dokumentiert und auf eine potenzielle Ursache zurückgeführt werden.

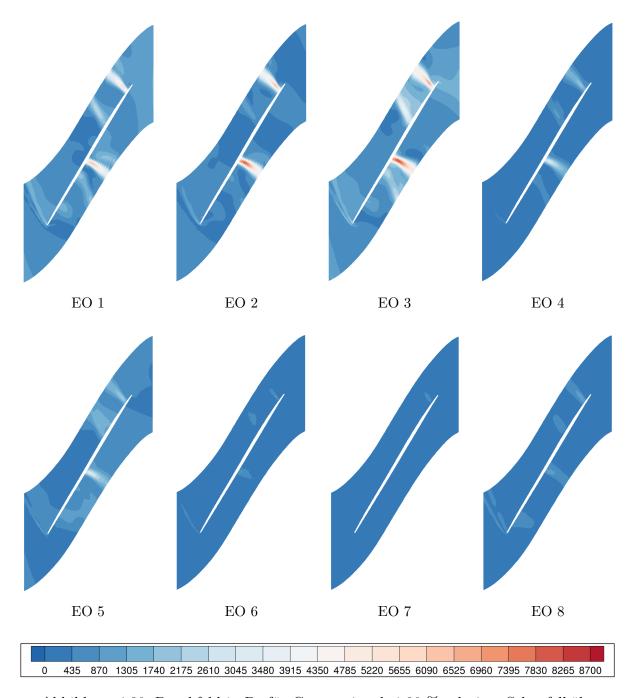


Abbildung 4.30: Druckfeld in Pa für Geometrie c bei 90 % relativer Schaufelhöhe

Vorerst sei festzuhalten, wie die drei Geometrien sich voneinander unterscheiden. Aufgrund der komplexen, freigeformten Kontur der Einlaufkanäle ist eine quantitativ parametrisierte Bewertung nicht realisierbar.

Der im Anhang A1 dargestellte Geometrievergleich stellt qualitative Unterschiede heraus.

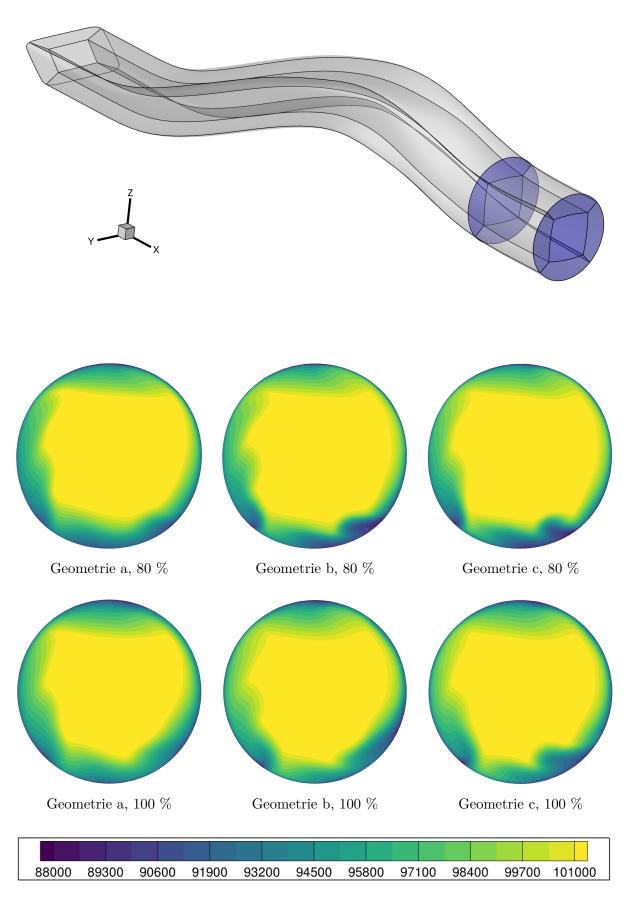


Abbildung 4.31: Einlaufstörungen (Totaldruck in Pa) bei 80 % und 100 % rel. Kanallänge

Es ist zu erkennen, dass Geometrie c eine weniger stark ausgeprägte Krümmung aufweist als Geometrie a und b, wobei die Krümmung von Geometrie a am stärksten ausfällt. Trotz dieser Beobachtung scheint für diese Geometrien keine eindeutige Korrelation zwischen dem Krümmungsgrad einer Geometrie und ihrer Totaldruckstörung vorzuliegen. Abbildung 4.31 zeigt das Totaldruckfeld im Kanalquerschnitt bei 80 % und 100 % relativer Kanallänge. Erkennbar ist, dass die Bereiche konstanten Drucks am rechten Rand des Kanals relativ konzentrisch angeordnet sind. Der größte Gradient in radialer Richtung ergibt sich am unteren Rand vor allem für die Geometrien b und c. Geometrie a zeigt trotz ihrer ausgeprägten Krümmung das am wenigsten gestörte Druckfeld. Dies ist auch im Balkendiagramm 4.24 zu erkennen. Geometrie a weist mit einer über die Anregungsordnungen gemittelten Druckamplitude von 711 Pa den niedrigsten Wert auf. Geometrie b und c liegen mit 803 Pa und 798 Pa nahe beieinander und um etwa 90 Pa höher als Geometrie a.

Die beobachtete Verschiebung der sekundären Ausschläge ist nicht nur in der GAF zu erkennen (vgl. Abb. 4.8), sondern auch in der Zerlegung der Einlaufstörung. Abbildung 4.32 zeigt einen Ausschnitt des Balkendiagramms, wobei die Amplituden zur besseren Lesbarkeit durch Linien verbunden sind.

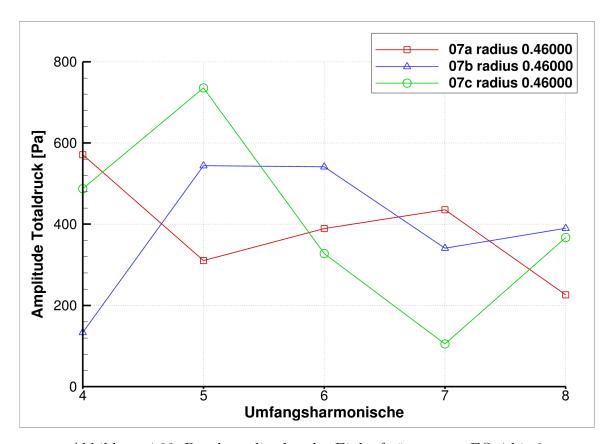


Abbildung 4.32: Druckamplituden der Einlaufstörung von EO 4 bis 8

Es ist zu beobachten, dass vor allem Geometrie c, die nach der Krümmung die längste Strecke bis zum IGV aufweist, in der niedrigsten Anregungsordnung ausschlägt. Geometrie

a hingegen weist die kürzeste Strecke nach der Krümmung auf und schlägt in der höchsten Anregungsordnung aus. Offenbar korreliert eine längere Strecke hinter der Krümmung mit einer erhöhten Amplitude in einer niedrigeren Anregungsordnung. Ein kausaler Zusammenhang könnte ferner durch die Tatsache der Impulsdiffusion hergestellt werden. Impulsdiffusion ist ein vom Gradienten des Geschwindigkeitsfeldes angetriebener Prozess, bei dem Impuls von Gebieten mit hoher Geschwindigkeit zu Gebieten mit niedriger Geschwindigkeit diffundiert. Je höher dabei der Gradient ist, desto schneller diffundiert der Impuls (vgl. Petry [20]).

Bei dem über den Umfang variierenden Geschwindigkeitsfeld ergeben sich harmonische Komponenten mit unterschiedlich hohen räumlichen Frequenzen, die im rotierenden Relativsystem den Anregungsordnungen entsprechen. Hat die Luft im Einlaufkanal mehr Strecke hinter der Krümmung bis zum IGV zur Verfügung - wie es für Geometrie c der Fall ist - so können die hochfrequenten Harmonischen hin zu den niedrigfrequenten diffundieren. Dies könnte ein Effekt beim Auslaufen der Einlaufstörung darstellen. Es sei jedoch anzumerken, dass die Entwicklung der Einlaufstörung entlang des Kanals eine durchaus komplexe Thematik darstellt, die, wie oben beschrieben, einer eigenen Untersuchung bedarf. Die hier vorgeschlagene Ursache ist demnach als mögliche Teilerklärung der Gesamtursache zu betrachten.

### 4.2.3 GAF in Mode 6, Anregungsordnung 2

Die in Abbildung 4.23 dargestellte GAF von Mode 6 zeigt für Geometrie c einen auffällig hohen Wert in Anregungsordnung 2. In der Regel erreicht die GAF ihr Maximum in Anregungsordnung 3, wohingegen Geometrie c hier bereits in Anregungsordnung 2 maximal wird. Bei Betrachtung der anderen Moden ist außerdem erkennbar, dass die GAF von Geometrie c in Anregungsordnung 2 ausnahmslos den höchsten Wert annimmt. Die Ursache dafür ist im Balkendiagramm der Umfangsharmonischen zu erkennen (vgl. Abb. 4.24). Die Totaldruckamplitude von Geometrie c ist in Anregungsordnung 2 um etwa 30 % höher als diejenige von Geometrie a und b. Dies resultiert für Geometrie c in einer höheren Schwankung im instationären Druckfeld. Abbildung 4.33 zeigt, dass die im Verdichtungsstoß liegende Druckamplitude für Geometrie c deutlich höher ausfällt.

Die Tatsache, dass die geometrieabhängigen Unterschiede im Druckfeld insbesondere in Mode 6 zu größeren Unterschieden zwischen den Geometrien in der GAF führen, hängt mit ihrem Eigenvektor zusammen. Offenbar befinden sich die Druckschwankungen in Anregungsordnung 2 genau an den Positionen, die zu einer effektiven Anregung von Mode 6 führen. Die in Abbildung 3.5 gezeigte Eigenform von Mode 6 lässt dies erahnen. Sowohl der Verdichtungsstoß auf der Druckseite, als auch derjenige auf der Saugseite befinden sich räumlich an der Stelle eines Schwingungsbauches.

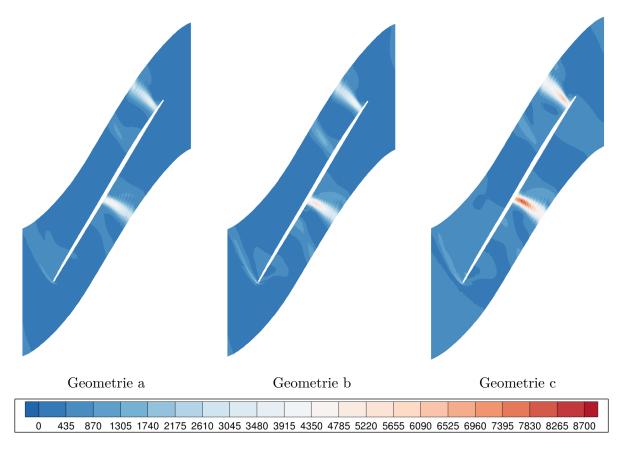


Abbildung 4.33: Druckfeld in Pa für EO 2 bei 90 % relativer Schaufelhöhe

## 5 Fazit

Nachfolgend werden die Ergebnisse aus Kapitel 4 zusammengeführt und im Hinblick auf die Erfüllung der in der Einleitung formulierten Aufgabenstellung bewertet. Abschließend wird ein Ausblick auf mögliche zukünftige Forschungsarbeiten gegeben, die an die vorliegende Arbeit anknüpfen.

### 5.1 Zusammenfassung

Die Untersuchung der modalen Verschiebung in Kapitel 4.1 hat gezeigt, dass der wichtigste Einflussparameter mit der größten Auswirkung auf die modale Verschiebung nach wie vor das Frequenzverhältnis  $\eta$  ist. Wie nah die Eigenfrequenz einer Mode an der Anregungsfrequenz liegt, bestimmt maßgeblich wie groß die modale Verschiebung der entsprechenden Anregungsordnung wird. Durch die Geometrie bedingte, große Ausschläge der GAF werden, wie beispielhaft in Mode 3, EO 3 zu erkennen, durch ein kleines  $\eta$ -Magnify insignifikant klein (vgl. Abb. 4.12). Besonders für eine überkritische Anregung, bei welcher  $\eta$ -Magnify < 1 werden kann, kommt dieser Effekt zum Tragen (vgl. Mode 1, Abb. 4.3). Für die Auslegung bedeutet dies, dass das Hauptaugenmerk weiterhin auf der Vermeidung von Resonanz im Betriebsbereich liegen sollte. In der Praxis ist dies jedoch nur bedingt möglich, sodass ferner zusätzlich auf die Vermeidung der Überlagerung von Resonanzstellen und Ausschlägen in der GAF zu achten ist.

Die drei betrachteten Geometrien stellen exzellente Beispiele dar, um dies zu veranschaulichen. Die Einlaufgestaltung jeder Geometrie führt zu einer hohen GAF in Anregungsordnung 3. Gleichzeitig zeigt Abbildung 4.11, dass  $\eta$ -Magnify für Anregungsordnung 3 den global kleinsten Wert annimmt. Die modale Verschiebung bleibt also für Moden 1 und 2 klein, obwohl die Einlaufgestaltung dies nicht begünstigt. Die modalen Eigenschaften der Schaufeln führen demnach zu einer vorteilhaften Verteilung von Ausschlägen im Frequenzabstand und der GAF.

Ein Negativbeispiel für die höheren Anregungsordnungen ist bei den Geometrien a und b zu erkennen. Diese weisen in Anregungsordnung 6 und 7 höhere Werte in der GAF auf. Gleichzeitig führen die modalen Eigenschaften der Schaufeln zu resonanznahen Punkten der Moden 4 und 5 mit Anregungsordnungen 6 und 7 (vgl. Campbell-Diagramm in Abb. 3.4). In diesem Fall also überlagern sich  $\eta$ -Magnify und GAF konstruktiv, sodass hohe modale Verschiebungen die Folge sind. Zusammenfassend sei festzuhalten, dass sich die 58 Kapitel 5. Fazit

modalen Verschiebungen aus einer Kombination von Schaufel- und Einlaufgestaltung ergeben. Die Aerodynamik im Einlaufkanal und die daraus resultierende Einlaufstörung muss folglich unter sorgfältiger Berücksichtigung der modalen Eigenschaften der Verdichterschaufeln optimiert werden.

In der lokalen Untersuchung von Kapitel 4.2 konnte die Wanderung des Verdichtungsstoßes als Hauptanregungsmechanismus identifiziert werden. Dieser führt auf der Druckseite mittig und auf der Saugseite an der Hinterkante der Schaufelspitze zu einer hohen lokalen GAF. Insbesondere diejenigen Moden, die an den entsprechenden Positionen hohe Auslenkungen aufweisen, verzeichnen eine erhöhte GAF.

Ferner diente das Python-Skript zur Auswertung der Umfangsharmonischen einer Einlaufstörung. Mit Hilfe der Balkendiagramme konnte gezeigt werden, dass sich die Amplituden der Totaldruckstörung unmittelbar in dem instationären Druckfeld auf der Schaufeloberfläche niederschlagen. So weisen alle Geometrien eine hohe dritte Umfangsharmonische auf, die vor allem im Stoß zu erhöhten Druckamplituden der dritten Anregungsordnung führt.

Auch die geometrieabhängige Verschiebung der Ausschläge in höheren Anregungsordnungen wurde untersucht. Es wurde zunächst herausgestellt, dass die im Rahmen dieser Arbeit durchaus unvollständige Betrachtung der Aerodynamik im Einlaufkanal keine eindeutige Korrelation zwischen Geometrieparametern der Kanäle und ihrer Totaldruckstörungen zulässt. Sowohl diese Untersuchung als auch diejenige zur Impulsdiffusion als potenziellem Mechanismus des Störungsabbaus bedürfen einer weiterführenden Analyse.

Die in der Einleitung formulierte Aufgabenstellung wurde demnach erfüllt. Nach dem modalen Superpositionsansatz wurde eine Forced Response Untersuchung des Verdichters mit drei verschieden gestalteten Einläufen durchgeführt. So konnten auch Off-Resonanz-Anregungsordnungen, wie im Fall von EO 3, berücksichtigt werden. Besonderheiten und Unterschiede zwischen den Geometrien wurden in der modalen Verschiebung identifiziert und auf die GAF und ferner auf aerodynamische Phänomene zurückgeführt.

### 5.2 Ausblick

Die vorgestellten Ergebnisse bieten eine Vielzahl an Anknüpfungspunkten für weiterführende Untersuchungen. Neben dem Verdichtungsstoß sind in einigen Moden und Anregungsordnungen weitere Regionen erhöhter Druckamplituden zu erkennen. Eine detailliertere Untersuchung der auf der Schaufeloberfläche auftretenden aerodynamischen Phänomene könnte Aufschluss über zusätzliche Anregungsmechanismen geben.

Außerdem könnte der Einfluss anderer Radien in der harmonischen Zerlegung der Einlaufstörung untersucht werden. In Kapitel 4.2.1 wurde für die Analyse der Radius auf 90

Kapitel 5. Fazit 59

% relativer Schaufelhöhe gewählt. Obwohl die angeführte Begründung stichhaltig ist und die nachfolgend vorgestellten Ergebnisse kohärent sind, bleibt die Frage offen, ob ergänzende Informationen auf den übrigen Radien zu einem differenzierteren Verständnis der Einlaufstörung führen könnten. Gegebenenfalls existiert eine Mittelung über alle Radien, welche die Auswirkung der Umfangsharmonischen auf die Druckamplituden der Schaufeloberfläche besser abbildet.

Des Weiteren besteht die Frage, wie sich die errechneten modalen Verschiebungen auf die mechanischen Spannungen der Schaufel auswirken. Zur Bestimmung der Gesamtbelastung unter Berücksichtigung aller Moden muss eine Schadensakkumulation durchgeführt werden. Mit Hilfe dieser Analyse kann der tatsächliche Einfluss einzelner Moden bewertet und die Lebensdauer der Schaufel bestimmt werden. Entsprechende Ergebnisse können wiederum genutzt werden, um kritische Moden durch Anpassung ihrer Eigenfrequenz idealerweise überkritisch und entfernt von Ausschlägen der GAF anzuregen.

Final eröffnen sich hinsichtlich der Aerodynamik im Einlaufkanal zahlreiche Möglichkeiten, diese genauer zu charakterisieren, um Aussagen über die Güte einer bestimmten Geometrie treffen zu können. Konkrete Fragen in diesem Zusammenhang lauten:

- Wie entwickelt sich die Einlaufstörung entlang der Kanallänge?
- Welche Mechanismen neben der Impulsdiffusion führen zum Abbau der Störung und wie können diese gefördert werden?
- Wie kann die Geometrie des Einlaufkanals parametrisiert werden?
- Wie wirken sich die Parameter der Geometrie auf die Einlaufstörung aus?
- Welchen Einfluss nehmen andere Betriebspunkte und Flugzustände auf die Einlaufstörung?
- Wie beeinflusst die Anzahl der Schaufeln des IGVs die harmonischen Komponenten der Einlaufstörung?

# Literaturverzeichnis

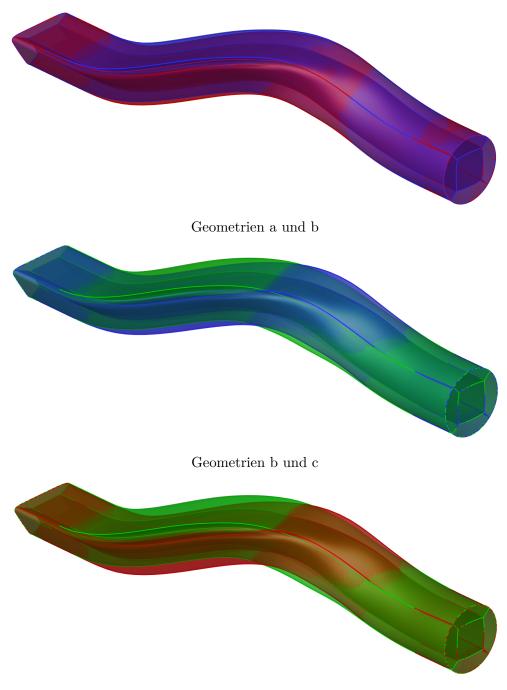
- [1] WIKIPEDIA: Lockheed Martin F-22 Raptor. https://ja.wikipedia.org/wiki/F-22\_(%E8%88%AA%E7%A9%BA%E6%A9%9F). Aufgerufen am 11.07.2025
- [2] WIKIPEDIA: Turbinen-Strahltriebwerk. https://de.wikipedia.org/wiki/ Turbinen-Strahltriebwerk. - Aufgerufen am 07.07.2025
- [3] EICHNER, F.: Stationäres und Transientes Antwortverhalten von Fanschaufeln unter dem Einfluss inhomogener Zuströmung. Göttingen, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), Diss., 2024
- [4] COLLAR, A. R.: The Expanding Domain of Aeroelasticity. The Journal of the Royal Aeronautical Society 50, Nr. 428, 1946
- [5] MAYORCA, M. A.: Numerical Methods for Turbomachinery Aeromechanical Predictions. Stockholm, Sweden, Royal Institute of Technology, Diss., 2011
- [6] BLOCHER, M.: Traveling Wave und Nodal Diameter. Göttingen, 2023. Eintrag im DLR-Wiki
- [7] KIELB, R. E.; CHIANG, H. D.: Recent Advancements in Turbomachinery Forced Response Analyses. In: *Proceedings of the 30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, 1992
- [8] MOFFAT, S.; NING, W.; LI, Y.; WELLS, R. G.; HE, L.: Blade Forced Response Prediction for Industrial Gas Turbines. Durham, UK, 2005
- [9] EICHNER, F.; Belz, J.: Application of the Modal Approach for Prediction of Forced Response Amplitudes for Fan Blades. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo*, 2018
- [10] MAX, P.; STÖSSEL, M.; KOŽULOVIC, D.; KRUMMENAUER, M.; NIEHUIS, R.: Comparison of Active Flow Control Measures in an Advanced S-Shaped Engine Intake by using a Turbo-Compressor. University of the Bundeswehr Munich, 2022
- [11] BRÄUNLING, W. J. G.: Flugzeugtriebwerke. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2009. – ISBN 978–3–540–76368–0
- [12] Campanile, L. F.; Righi, M.: Grundlagen der klassischen Aeroelastik. Wiesbaden
   : Springer-Verlag, 2024. ISBN 978-3-658-43480-9

62 Literaturverzeichnis

[13] Belz, J.; Carstens, V.; Hennings, H.: Aeroelastik von Triebwerksbeschaufelungen. Göttingen, 2008. – Foliensatz eines Seminars an der BTU Cottbus

- [14] FÖRSCHING, H. W.: Grundlagen der Aeroelastik. Berlin Heidelberg New-York: Springer-Verlag, 1974. ISBN 978–3-642-48286-1
- [15] BLOCHER, M.: Investigations into Rapid Aeroelastic Stability Estimation in Turbomachines for Preliminary Design. Göttingen, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), Diss., 2023
- [16] Lane, F.: System Mode Shapes in the Flutter of Compressor Blade Rows. New York University, 1956
- [17] HERMELER, J.: Vorlesungskript im Modul Maschinendynamik. Bielefeld, 2024
- [18] Blocher, M.; Gómez Fernández, I. E.: Time-Linearized Forced Response Analysis of a Counter Rotating Fan Part 1 Theoretical Concept of a Fully Time-Linear Forced Response Analysis. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo*, 2014
- [19] MOFFAT, S.; HE, L.: On decoupled and fully-coupled methods for blade forced response prediction. Durham, UK, 2005
- [20] Petry, M.: Vorlesungskript im Modul Strömungsmechanik. Bielefeld, 2023

# **A**nhang



Geometrien a und c

Abbildung A1: Geometrien im Vergleich (a in rot, b in blau, c in grün)

64 Literaturverzeichnis

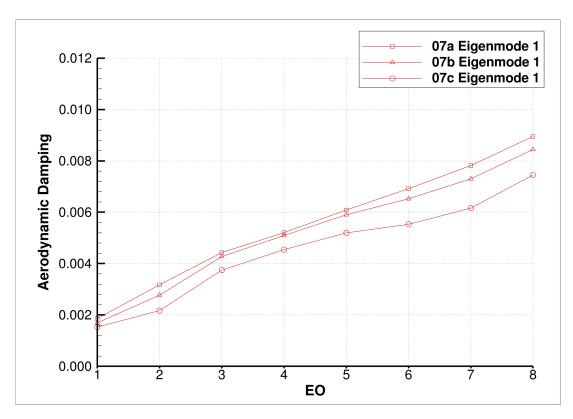


Abbildung A2: Aerodynamische Dämpfung Mode 1 aller Geometrien

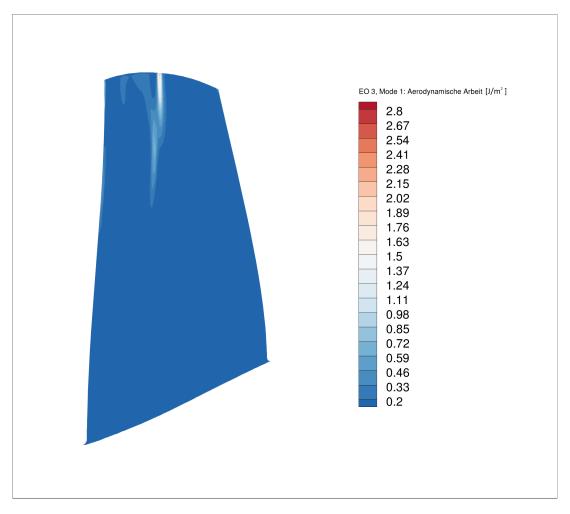


Abbildung A3: Aerodynamische Arbeit EO 3, Mode 1