



DLR-IB-AE-GO-2025-136

Machbarkeitsstudie für ein
neuartiges nichtlineares
Reibungsdämpfersystem für
Testmodelle im
Ringgitterprüfstand Göttingen
(Bachelorarbeit)

Kora Czerny
Institut für Aeroelastik



Technische Universität Berlin
Fakultät V für Verkehrs- und Maschinensysteme
Fachgebiet Luftfahrtantriebe



Bachelorarbeit

Zur Erlangung des akademischen Grades

Bachelor of Science

Machbarkeitsstudie für ein neuartiges nichtlineares Reibungsdämpfersystem für Testmodelle im Ringgitterprüfstand Göttingen

Vorgelegt von: Kora Czerny

Matrikelnummer: 400136

Erstprüfer: Prof. Dieter Peitsch

Zweitprüferin: Dr. Virginie Chenaux

Berlin, den 14.02.2025

Eigenständigkeitserklärung

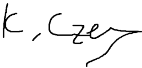
Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit eigenständig ohne Hilfe Dritter und ausschließlich unter Verwendung der aufgeführten Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen die den benutzten Quellen und Hilfsmitteln unverändert oder sinngemäß entnommen sind, habe ich als solche kenntlich gemacht.

Sofern generative KI-Tools verwendet wurden, habe ich Produktnamen, Hersteller, die jeweils verwendete Softwareversion und die jeweiligen Einsatzzwecke (z.B. sprachliche Überprüfung und Verbesserung der Texte, systematische Recherche) benannt. Ich verantworte die Auswahl, die Übernahme und sämtliche Ergebnisse des von mir verwendeten KI-generierten Outputs vollumfänglich selbst.

Die Satzung zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis an der TU Berlin vom 15. Februar 2023. https://www.static.tu.berlin/fileadmin/www/10002457/K3-AMBI/Amtsblatt_2023/Amtliches_Mitteilungsblatt_Nr._16_vom_30.05.2023.pdf habe ich zur Kenntnis genommen.

Ich erkläre weiterhin, dass ich die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt habe.

Berlin, den 14.02.2025

Unterschrift 

Kurzfassung

In dieser Arbeit geht es um das neue Dämpfungssystem für den Ringgitterprüfstand des DLRs in Göttingen. Für diesen Prüfstand werden verschiedene Konzepte entworfen, analysiert und bewertet. Diese Konzepte basieren auf verschiedenen physikalischen Effekten und können an unterschiedlichen Positionen im Prüfstand eingebaut werden. Nach der Bewertung wird das beste Konzept, der Reibungsdämpfer zwischen den Plattformen der Schaufeln, mit mehreren Finite Elemente Analysen untersucht. Zuerst wird eine Sensibilitätsanalyse durchgeführt, um die Genauigkeit des Modells für Modalanalysen zu testen. Anschließend werden bei einem für den Dämpfer angepassten Modell, das aus 7 Schaufeln besteht, zwei Eigenschaften untersucht. Die erste Eigenschaft ist die Kopplung zwischen den Schaufeln, die durch den Dämpfer entsteht. Die zweite Eigenschaft ist die Dämpfungswirkung des Dämpfersystems, welche durch eine transiente Analyse und anschließender Fast Fourier Transformation genauer betrachtet wird. Beide Eigenschaften lassen sich in dem für den Dämpfer angepassten System nachweisen. Abschließend werden Empfehlungen und ein Ausblick für den Ringgitterprüfstand Göttingen genannt.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	II
Abbildungsverzeichnis.....	IV
Tabellenverzeichnis	V
Abkürzungsverzeichnis	VI
1 Einleitung.....	1
1.1 Ziel der Arbeit	1
1.2 Flattern	1
1.3 Ringgitterprüfstand Göttingen (RPG)	2
2 Konzepte.....	6
2.1 Beschreibung.....	6
2.2 Bewertung	8
3 Analyse des Dämpfersystems.....	12
3.1 Finite Elemente Modell	12
3.1.1 Sensibilitätsanalyse	14
3.1.2 Modellanpassung an das Dämpfersystem	19
3.2 FE Analysen.....	24
3.2.1 Ziel der Analysen	24
3.2.2 Modalanalyse	24
3.2.3 Transiente Analyse	27
4 Fazit	31
4.1 Empfehlung für den RPG	31
4.2 Ausblick.....	31
Literaturverzeichnis	32

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Dämpfung einer Schaufel, Formel nach [3, p. 4]	2
Abbildung 2: Aufbau des Ringgitters im RPG	2
Abbildung 3: Aufbau einer Schaufeleinheit am RPG	3
Abbildung 4: Positionen für den Dämpfer im RPG	3
Abbildung 5: Aufbau: Reibungsdämpfer zwischen den Plattformen	10
Abbildung 6: Konzept: Reibungsdämpfer zwischen den Plattformen	11
Abbildung 7: Beschriftung der Bauteile	12
Abbildung 8: Modell mit Biegefeder, unvernetzt (links) und vernetzt (rechts)	13
Abbildung 9: Modell mit Torsionsfeder, unvernetzt (links) und vernetzt (rechts)	13
Abbildung 10: Originale Schaufel (links) und für den Dämpfer angepasste Schaufel (rechts)	20
Abbildung 11: Vergleich Mode 1, originale Schaufel (links), angepasste Schaufel (rechts)	20
Abbildung 12: Vergleich Mode 2, originale Schaufel (links), angepasste Schaufel (rechts)	21
Abbildung 13: Vergleich Mode 3, originale Schaufel (links), angepasste Schaufel (rechts)	21
Abbildung 14: Aufbau Modell mit 7 Schaufeln	22
Abbildung 15: Modell mit 7 Schaufeln: Druck	22
Abbildung 16: Modell mit 7 Schaufeln: Kraftanregung	23
Abbildung 17: Modell mit 7 Schaufeln: feste Einspannung	23
Abbildung 18: Modell mit 7 Schaufeln: Elastische Einspannung	23
Abbildung 19: Modalanalyse: Torsionsmoden 1-3 (von oben nach unten)	25
Abbildung 20: Modalanalyse: Biegemoden 1-7 (von oben nach unten)	26
Abbildung 21: Berechnungsschritte der transienten Analyse	27
Abbildung 22: Auslenkungen des ausgewerteten Knotens	28
Abbildung 23: FFT mit Rubber1 (schwarz) und Ersatzmaterial (rot)	28
Abbildung 24: Transiente Analyse: Konvergenz der Verschiebung, Rubber1	29
Abbildung 25: Transiente Analyse mit Rubber1: Konvergenz der Kraft, Rubber1	29
Abbildung 26: Transiente Analyse: Konvergenz der Kraft, Ersatzmaterial	30
Abbildung 27: Transiente Analyse: Konvergenz der Verschiebung, Ersatzmaterial	30

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Lastenheft, Teil 1	4
Tabelle 2: Lastenheft, Teil 2	5
Tabelle 3: Bewertung der Konzepte	10
Tabelle 4: Mechanische Materialeigenschaften Stavax und Aluminium 7075	13
Tabelle 5: Kriterien für die Sensibilitätsanalyse	16
Tabelle 6: Sensibilität Modell BF	16
Tabelle 7: Sensibilität Modell BB	17
Tabelle 8: Sensibilität Modell TF	17
Tabelle 9: Sensibilität Modell TB	18
Tabelle 10: Sensibilität der Biegemodelle	18
Tabelle 11: Sensibilität der Torsionsmodelle	19
Tabelle 12: Abweichungen der Eigenfrequenzen der angepassten Schaufel	20
Tabelle 13: Mechanische Materialeigenschaften des Ersatzmaterials	24
Tabelle 14: Modell mit 7 Schaufeln: Eigenfrequenzen.....	25

Abkürzungsverzeichnis

DLR	– Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
EM Feder	– Elektromagnetischer Dämpfer zwischen den Federn
EM Wand	– Elektromagnetischer Dämpfer an der äußeren Wand
FE	– Finite Elemente
FEM	– Finite Elemente Methode
FFT	– Fast Fourier Transformation
Hy. / Pn. Feder	– Hydraulische oder pneumatische Kolben zwischen den Federn
PE Feder	– Piezoelektrischer Dämpfer auf der Feder
Reib. PF	– Reibungsdämpfer zwischen den Plattformen
Reib. Wand	– Reibungsdämpfer an der äußeren Wand
RPG	– Ringgitterprüfstand Göttingen

1 Einleitung

Das Pariser Klimaschutzabkommen von 2015 erfordert neue Lösungen und Ideen, um den Energiebedarf und die Emissionen von Turbomaschinen wie Flugzeugtriebwerken zu reduzieren. Um dieses Ziel zu erreichen, muss die Effizienz der Turbomaschinen gesteigert werden, wodurch auch die Anforderungen an Turbinen- und Verdichterschaufeln steigen. Durch die zunehmende Komplexität der Schaufeln erhöht sich auch die Empfindlichkeit dieser gegenüber Schwingungen, die durch aeroelastische Phänomene entstehen können. Eines der Ziele des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Göttingen ist die Untersuchung dieser Phänomene durch numerische Modelle und Experimente [1]. Um diese Experimente durchzuführen, werden Prüfstände wie der Ringgitterprüfstand in Göttingen (RPG) benötigt. Dieser wird bereits dazu eingesetzt, um aeroelastische Effekte wie das Flattern zu untersuchen. Aber der Prüfstand soll erweitert werden, um auch den Einfluss eines Reibungsdämpfers an den Plattformen der Schaufeln auf diese Phänomene untersuchen zu können. Um dieses Ziel zu erreichen, soll ein Dämpfersystem in den RPG integriert werden, welches die Wirkung dieser Reibungsdämpfer nachbilden kann [2].

1.1 Ziel der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit besteht daraus verschiedene Konzepte für ein nichtlineares Dämpfersystem zu entwerfen. Die Konzepte für das Dämpfersystem können auf unterschiedlichen physikalischen Effekten basieren, solange sie den Effekt eines Reibungsdämpfers an der Schaufelplattform auf aeroelastische Phänomene darstellen können. Die Konzepte werden anschließend hinsichtlich ihrer Eignung und Umsetzbarkeit für den RPG untersucht und bewertet. Die Bewertung erfolgt anhand eines Lastenhefts, das vom DLR Göttingen bereitgestellt wird (Tabelle 1 und 2). Das beste Konzept wird anschließend mithilfe von Finite Elemente (FE) Analysen genauer untersucht, wobei vor allem das Schwingungsverhalten betrachtet wird. Anschließend wird eine umfassende Empfehlung für den RPG ausgesprochen.

1.2 Flattern

Um einen besseren Einblick auf die Ursache des aeroelastischen Phänomens Flattern und Wirkweise eines Reibungsdämpfers in diesem Fall zu erhalten, wird das Flattern in diesem Kapitel genauer beschrieben. Allgemein beschreibt die Aeroelastik Phänomene, die durch die Wechselwirkung von Aerodynamik mit der Strukturmechanik entstehen. Beim Flattern wird eine bestehende Schwingung durch die Strömung, die sich um die Struktur befindet, weiter entfacht. Die Strömung entfacht die Schwingung dabei so lange, bis nichtlineare Effekte, wie Reibung, dem entgegenwirken oder die Struktur versagt [3, p. 3].

Insgesamt ergeben sich drei mögliche Möglichkeiten, um Flattern nach dem Auftreten wieder vollständig zu stoppen, das Flattern auf ein für die Schaufel erträgliches Maß zu reduzieren oder komplett vorzubeugen.

1. Anpassung der Schaufel, sodass diese nicht durch die Strömung angeregt wird
2. Veränderung der Strömung, sodass diese die Schaufel nicht anregt
3. Nutzung eines Dämpfersystems

Um ein passendes Dämpfersystem für den RPG zu finden, muss Dämpfung einer Schaufel in einer Turbomaschine genauer betrachtet werden. Diese unterteilt sich in mehrere Anteile, welche in der Formel in Abbildung 1 aufgeführt sind.

$$D_{\text{total}} = D_{\text{aerodynamical}} + \underbrace{D_{\text{material}} + D_{\text{joints}}}_{D_{\text{mechanical}}} + D_{\text{rest}}$$

Abbildung 1: Dämpfung einer Schaufel, Formel nach [3, p. 4]

Allgemein wird beim Flattern der aerodynamische Anteil der Dämpfung ($D_{\text{aerodynamical}}$) negativ und regt somit eine bereits bestehende Schwingung weiter an. Folglich muss die Gesamtdämpfung (D_{total}) durch die anderen Anteile ($D_{\text{mechanical}}$ oder D_{rest}) so beeinflusst werden, dass die Gesamtdämpfung entweder positiv oder durch nichtlineare Effekte stabilisiert wird. Eine solche stabilisierte Schwingung wird Grenzyklusschwingung genannt. Im RPG soll die Wirkung eines Reibungsdämpfers untersucht werden, der diesen Effekt einer Grenzyklusschwingung erzeugt. Allerdings ist die Dämpfung durch Reibung (hier: D_{joints}) nicht die einzige Möglichkeit, um eine solche Dämpfungswirkung zu erzielen. Weitere Möglichkeiten sind beispielsweise die Nutzung des Piezoeffekts oder von Wirbelströmen (hier in D_{rest} enthalten) oder aber durch die materielle Dämpfung (D_{material}). Die materielle Dämpfung ist oft, aber nicht immer eher gering im Vergleich zu den anderen Anteilen [3, pp. 3-4]. Sie wird als Lösung für den RPG nicht weiter betrachtet, da sie zusätzlich schwer zu modellieren ist und hier ein konservativerer Ansatz bevorzugt wird, um die Sicherheit zu gewährleisten. Eine Auflistung der nutzbaren physikalischen Effekte, wie dem Piezoeffekt und Elektromagnetismus befindet sich in Kapitel 2.1.

1.3 Ringgitterprüfstand Göttingen (RPG)

Um Konzepte für das Dämpfersystem entwickeln zu können, muss der Aufbau des RPGs und die möglichen Positionen für dieses System betrachtet werden.

Im Gegensatz zu anderen Prüfständen steht das Ringgitter im RPG still und die Rotation der Schaufeln wird durch Vordrall in der Anströmung modelliert. Der Vorteil dieser Konfiguration ist die fehlende Zentrifugallast auf den Schaufeln, wodurch diese einfacher gestaltet und ausführlicher mit Messtechnik ausgerüstet werden können. Im RPG können sub-, trans- oder supersonische Verdichter- und Turbinenschaufeln untersucht werden. Die Schaufeln werden elektromagnetisch unterhalb des Strömungskanals angeregt (siehe Abbildung 7) [2].

Der Aufbau des Ringgitters ist in Abbildung 2 dargestellt. Es ist anzumerken, dass die einzelnen Schaufeleinheiten nicht miteinander verbunden sind. Abbildung 3 zeigt die Gestaltung einer dieser Schaufeleinheiten.

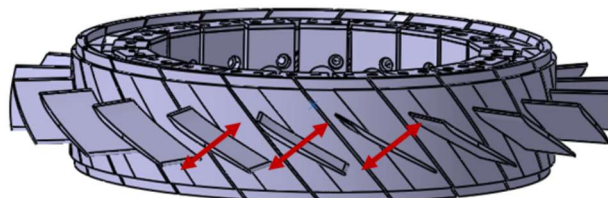


Abbildung 2: Aufbau des Ringgitters im RPG

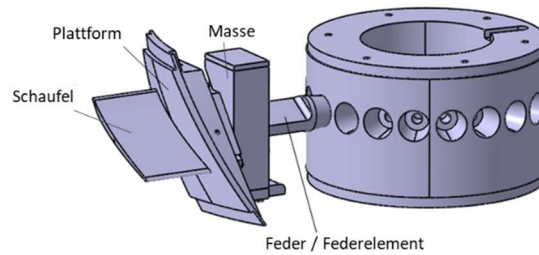


Abbildung 3: Aufbau einer Schaufeleinheit am RPG

Es lassen sich insgesamt vier Positionen finden, an denen ein Dämpfersystem im RPG untergebracht werden kann. Eine vereinfachte, bildliche Darstellung dieser Positionen befindet sich in Abbildung 4.

1. An der Feder
2. Zwischen den Federn zweier verschiedener Schaufeleinheiten
3. Zwischen den Plattformen zweier verschiedener Schaufeleinheiten
4. An der äußeren Wand des Strömungskanals

Generell existieren auch Konzepte für Dämpfersysteme, die sich innerhalb des Strömungskanals oder in der Schaufel selbst befinden. Dazu gehören beispielsweise Lacing Wires (hier werden Drähte zwischen die Schaufeln gespannt, [4, p. 3]) oder Einsätze in Hohlräume der Schaufel [4, p. 32]. Diese Positionen werden allerdings ausgeschlossen, da der RPG zur Messung der Strömung im Gitter dient und ein Dämpfersystem im Strömungskanal die zu messenden Ergebnisse verfälschen würde. Die Veränderung der Schaufeln ist ebenfalls ausgeschlossen, da sich hier Druckmessbohrungen befinden und diese den Platz innerhalb der Schaufel stark einschränken. Außerdem würde hier ebenfalls die Eigenschaft der Schaufeln durch ihre Masse beeinflusst.

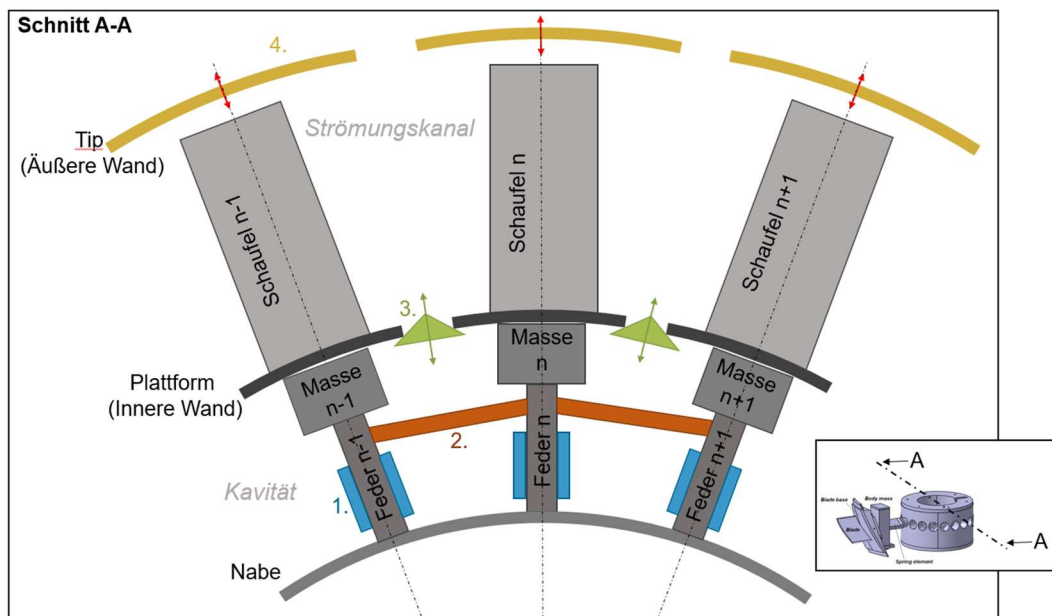


Abbildung 4: Positionen für den Dämpfer im RPG

An den vier beschriebenen Positionen aus Abbildung 4 besteht die Möglichkeit einen Dämpfer zu positionieren, auch wenn der verfügbare Platz gering ist. Aus diesem Grund ist der Platzanspruch des Dämpfersystems eines der wichtigsten Kriterien für den RPG. Eine vollständiges Lastenheft für das Dämpfersystem wurde vom DLR Göttingen bereitgestellt und ist in Tabelle 1 und 2 zu finden. Darin sind alle notwendigen Kriterien für ein zielführendes und sicheres System enthalten. Die rot unterlegten Kriterien (1, 5, 6, 11, 16, 18, 20) sind Ausschlusskriterien, welche zwangsweise vom Dämpfersystem erfüllt werden müssen.

Tabelle 1: Lastenheft, Teil 1

Nr.	Kriterium	Anforderung	Zielsetzung / Spezifikation	Anmerkung	Gewichtung
1	Platz	Sehr Kompakt	passt in dem Raum zwischen Schaufel und Nabe	-	2
2	Robustheit der Regelung	-	-	Nicht im Konzeptentwurf absehbar	1
3	Robustheit in der Zeit	Keinen Ausfall während der Messkampagnen	100 Stunden	-	1
4	Verschleiß	Keine Änderung der Funktionalität	-	Mit Prototyp zu testen	1
5	Kraft des Systems	Schwingungsamplitude	0.1° / 0.1 mm	Unterschiedlich mit / ohne Strömung	2
6	Wiederverwendbarkeit	System für verschiedene Modelle und Konfigurationen einsetzbar	Wiederverwendbare Bauteile	-	2
7	Empfindlichkeit auf die Umgebung	Möglichst gering	Temperatur, Strömung, Druck, Massenstrom, Physik	-	1
8	Temperatur	Stabil bei gegebenen Temperaturen	Bis zu 80° C	-	1
9	Frequenzbreite im Einsatz: 100 bis 1000 Hz	Kraft für diese Frequenzbreite	$100 < f < 1000 \text{ Hz}$	-	1
10	Material	Stabil bei den Randbedingungen	frei	-	1
11	Komplexität	Zuverlässigkeit gewährleisten, einfache Reparatur	Möglichst wenige Teile, robust	In Verbindung mit der Regelung	2
12	Geeignet für die Anwendung in Mehrkörpern (20 Schaufeln)	System muss x 20 einsetzbar sein	-	-	2

Anmerkung: Kriterien in Rot sind Ausschlusskriterien

Tabelle 2: Lastenheft, Teil 2

Nr.	Kriterium	Anforderung	Zielsetzung / Spezifikation	Anmerkung	Gewichtung
13	Art und Bereich der technischen Lösung (Elektrisch, Magnetisch, Hydraulisch, etc.)	Kein Risiko für den RPG, für das Modell und für die Mitarbeiter*Innen beim Ausfall	frei	-	2
14	Fertigungsaufwand	mittelschwer	< 30 T€	-	1
15	Kosten	Zuverlässigkeit > Kosten	< 30 T€	-	1
16	Zeitliche Aufwand das Konzept umzusetzen	Möglichst gering	6 Monate	-	2
17	Wiederverwendbarkeit	Langfristig	5 Jahre	Kosten- und Komplexitätsabhängig	2
18	Modellierbarkeit	System muss mit aktuellen num. Verfahren modellierbar sein	Exp. und num. Aktivität müssen kompatibel sein	Aufwand minimieren	2
19	Wiederholbarkeit	Identische Einstellungen führen zu gleichen Ergebnissen	pflichtig	-	1
20	Repräsentativität	Physik, Fragestellung beibehalten	= Reibungsdämpfer	-	2

Anmerkung: Kriterien in Rot sind Ausschlusskriterien

2 Konzepte

2.1 Beschreibung

In der Literatur gibt es neben den bereits genannten physikalischen Effekten viele Weitere auf denen Dämpfer basieren können. Die nachfolgende Aufzählung enthält alle Wirkmechanismen, die in der weiteren Arbeit untersucht werden. Dabei werden bevorzugt Mechanismen beschrieben, die in Turbomaschinen bereits Anwendung gefunden haben, aber nicht ausschließlich. Auch werden einige Mechanismen genannt, die zwar sehr effektiv sind, jedoch nicht für den RPG angewandt werden können.

Reibung. Nach [3, p. 4] sind Dämpfungsmechanismen, die auf Reibung basieren am weitesten verbreitet, um beschaufelte Rotoren zu dämpfen. Die Reibung kann entweder durch Verbindungen zwischen den einzelnen Schaufeln im Strömungskanal – durch „part-span-shrouds“ – oder durch den Einsatz von Dämpferelementen zwischen den Plattformen erzeugt werden [4, p. 27]. Da die Positionierung eines Dämpfers innerhalb des Strömungskanals im RPG bereits ausgeschlossen ist, werden „part-span-shrouds“ nicht weiter betrachtet. Die Dämpferelemente zwischen den Plattformen bieten allerdings ein großes Potenzial für den RPG, da sie genau dieselben Charakteristiken aufzeigen, wie die Dämpfer, die im RPG untersucht werden sollen.

Neben der Positionierung unter der Plattform bietet sich im RPG auch ein Reibungsdämpfer an der Schaufelspitze an, da in diesem Prüfstand die Schaufeln nicht rotieren. Sie bewegen sich nur, wenn sie sich durch die Aerodynamik verformen oder zum Schwingen angeregt werden. Wird hier also ein Dämpfer positioniert, kann er diese Bewegungen reduzieren.

Um die Reibung nutzen zu können, braucht es aber in jedem Fall eine Anpresskraft, die das Dämpferelement auf eine Reibfläche drückt. Der Mechanismus, um diese Kraft auf die Dämpferelemente aufzuprägen, muss bei der weiteren Betrachtung ebenfalls berücksichtigt werden.

Elektromagnetismus. Hier werden Wirbelströme durch die relative Bewegung zwischen Magneten und Kupferplatten induziert. Das führt dazu, dass die mechanische Energie der Bewegung in elektrische Energie umgewandelt wird, welche anschließend als Wärme abgegeben werden kann [5, p. 1].

Folglich muss dieser Dämpfer so positioniert werden, dass eine relative Bewegung zwischen Magnet und Kupferplatten vorliegt. Es bietet sich daher an, diesen Dämpfermechanismus unterhalb der Plattform, zwischen zwei benachbarte Federn zu positionieren.

Eine weitere Möglichkeit ist es, die Schaufeln zu magnetisieren und die Kupferplatten an der äußeren Wand des Ringraums zu befestigen. Auch diese Option besteht nur, weil die Schaufeln im RPG nicht rotieren.

Auch bei diesem Mechanismus muss die elektrische Ansteuerung der Elektromagneten berücksichtigt werden, die die Regelung des Systems ermöglicht.

Piezoeffekt. Der Piezoeffekt ist eine Materialeigenschaft, die beispielsweise bei Quarzkristallen vorkommt. Durch eine Verformung dieser Materialien in eine bestimmte Richtung, entsteht eine Spannung in den Kristallen, die genutzt werden kann. Dieser Effekt funktioniert auch andersherum, sodass ein Piezoelement sowohl als Sensor, aber auch als Aktuator genutzt werden kann [6, p. 2].

Um einen vollständigen Regelkreis mit Piezoelementen aufzubauen, werden also jeweils zwei Piezoelemente benötigt, wobei eins als Sensor und eins als Aktuator dient. Die Positionierung muss also so gewählt werden, dass sich die Piezoelemente verformen, wenn die Schaufel schwingt. Da eine Positionierung auf der Schaufel im Strömungskanal ausscheidet, ist nur eine Befestigung auf der Feder sinnvoll.

Hydraulik / Pneumatik. Klassische Stoßdämpfer eines Autos nutzen die Viskosität eines Öls aus, um eine Dämpfungswirkung zu erzeugen. Bei pneumatischen Systemen wird mit veränderlichen Luftdrücken gearbeitet. Beide Systeme benötigen eine Zu- und Abfuhr des Mediums (Öl oder Luft), um regelbar zu sein, da bei dem RPG eine konstante Dämpfungswirkung nicht ausreicht.

Ein solches System benötigt entsprechend viel Platz für die Ansteuerung und Leitungen. Aus diesem Grund ist nur eine Positionierung in der Kavität unter den Schaufelplattformen (siehe Abbildung 4) möglich. Die Dämpfung wird durch die Kopplung zweier benachbarter Federn mit einem Kolben erreicht, wobei die Stärke der Dämpfung durch die Zu- und Abfuhr des Mediums geregelt wird.

Schwungmassen. Bei dieser Methode wird in jede Schaufeleinheit ein abgestimmtes Feder-Masse-Subsystem integriert. Dieses absorbiert die Bewegung einer bestimmten Frequenz indem es selbst schwingt. Dadurch wird die Bewegung des ursprünglichen Systems bei einer bestimmten Frequenz stark gemindert, aber die Bewegung bei benachbarten Frequenzen teilweise stark verstärkt [7].

Insgesamt sind für eine Regelung dieses Systems entweder veränderbare Massen oder veränderliche Federn notwendig. Eine solche Lösung ist sehr komplex und erfordert viel Platz. Dieser Platz liegt im RPG nicht vor, weshalb dieses System für die weitere Untersuchung ausgeschlossen wird.

Mistuning. Dieses Phänomen liegt in jedem Schaufelgitter automatisch vor. Es entsteht durch kleine Unterschiede zwischen den einzelnen Schaufeln eines Systems. Die Unterschiede können kleine Geometrieabweichungen, leicht variierende Materialeigenschaften oder Unterschiede in den Verbindungsstellen sein. Durch diese Unterschiede werden die zyklische Symmetrie und Periodizität des Gesamtsystems verändert [8, p. 350]. Da dieses Prinzip auf minimalen Unterschieden zwischen den Schaufeln basiert, muss das gesamte System genau bekannt sein, um diesen Effekt aktiv auszunutzen zu können. Das bedeutet jede Schaufel, die ausgetauscht werden muss, müsste exakt vermessen werden. Das gesamte Dämpfersystem müsste dann auf diese neue Schaufel angepasst werden. Dasselbe Problem besteht, wenn zwei Schaufeln die Positionen tauschen.

Insgesamt ist Mistuning eine gute Möglichkeit, um die Flatterneigung eines bestimmten Gitters zu verändern, aber es eignet sich nicht als repräsentatives Dämpfersystem für einen Reibungsdämpfer im RPG. Daher wird auch diese Methode ausgeschlossen.

Basierend auf den physikalischen Effekten und der Position ergeben sich also 6 Konzepte, die weiter untersucht werden:

- a. Reibungsdämpfer zwischen den Plattformen
- b. Reibungsdämpfer an der äußeren Wand
- c. Elektromagnetischer Dämpfer zwischen den Federn
- d. Elektromagnetischer Dämpfer an der äußeren Wand
- e. Piezoelektrischer Dämpfer auf der Feder
- f. Hydraulische oder pneumatische Kolben zwischen den Federn

2.2 Bewertung

Die Bewertung der Konzepte erfolgt über die Ausschlusskriterien des Lastenhefts: die Platzanforderung, die Kraft des Systems, die Wiederverwendbarkeit in anderen Schaufeleinheiten, die Komplexität des Systems und Repräsentativität für einen Reibungsdämpfer zwischen den Plattformen. Auch die Modellierbarkeit ist ein Ausschlusskriterium und muss berücksichtigt werden. Für dieses Kriterium bekommen aber alle Konzepte die gleiche Bewertung, da die Modellierung aller Effekte einen ähnlichen Aufwand bedeutet. Um Reibung zu modellieren, wird eine nichtlineare Analyse benötigt, welchen zusätzlichen Zeitaufwand benötigt. Elektromagnetismus und Piezoeffekt können durch moderne Module gängiger Finite Elemente (FE) Programme analysiert werden, müssen aber korrekt modelliert werden. Selbiges gilt für detaillierte Betrachtungen von hydraulischen oder pneumatischen Systemen. Insgesamt wird für alle Modelle ein gewisser Aufwand benötigt, daher bekommen alle Systeme hier dieselbe Bewertung.

Die Gesamtbewertung in Form von Punkten befindet sich in Tabelle 3 am Ende des Kapitels. Um die Übersichtlichkeit innerhalb der Tabelle zu erhalten, werden dort nur die Buchstabenkürzel, sowie die in den Klammern genannten Abkürzungen der Konzepte genannt. Jedes Kriterium in der Tabelle wird mit 1 bis 5 Punkten bewertet, wobei eine höhere Punktzahl positiv ist. Die Begründungen zu der Punktevergabe sind in dem nachfolgenden Text aufgeführt.

a. Reibungsdämpfer zwischen den Plattformen (Reib. PF):

Für dieses Dämpfersystem muss die Plattform der Schaufeleinheit angepasst werden und an der Stelle, an der sich die Dämpfer befinden sollen, eine Kavität eingefügt werden. Außerdem benötigt dieses System eine zusätzliche Ansteuerung und Regelung. Daher kann der Platzbedarf nicht voll benotet werden.

Die Kraft des Dämpfers entsteht über die Anpresskraft, die auf das Dämpferbauteil aufgetragen wird. Dieser kann beispielsweise über kleine Kolben oder durch einen Druckluftschlauch aufgeprägt werden. Dieses Konzept bietet dadurch gute Möglichkeiten für die Kraftübertragung.

Die Reibungsdämpfer können außerdem jederzeit demontiert werden und in die Plattform einer anderen Schaufeleinheit eingesetzt werden, sofern die Plattform über die entsprechende Kavität verfügt. Das bedeutet eine gute Wiederverwendbarkeit, sofern das System bei allen Schaufeln gleich ist.

Die grundsätzliche Umsetzung dieses Konzepts ist nicht sehr komplex, allerdings muss zusätzlich eine Ansteuerung und ein umfangreiches Regelungssystem entworfen werden.

Da der zu untersuchende Effekt ein Reibungsdämpfer unter der Plattform ist, hat dieses Dämpfersystem die bestmögliche Bewertung für die Repräsentativität. Dieses Kriterium ist der größte Vorteil dieses Konzepts.

b. Reibungsdämpfer an der äußeren Wand (Reib. Wand):

Für dieses System muss der sehr stark eingeschränkte Platz an der Schaufelspitze am Gehäuse genutzt werden. Zusätzlich darf die Strömung nicht vom Dämpfer beeinflusst werden. Dadurch ergibt sich für die Position an der Wand eine reduzierte Bewertung für den Platz. Dasselbe gilt auch für Variante d., den elektromagnetischen Dämpfer an der äußeren Wand.

Die Kraftübertragung ist hier ebenso gut möglich wie in der ersten Variante und wird daher genauso bewertet. Allerdings führt die Notwendigkeit des Anpresssystems zu einem deutlichen Punktabzug in der Komplexität, da der Platz noch stärker beschränkt ist, als an oder unter der Plattform. Die Wiederverwendbarkeit wird genauso bewertet wie in der vorherigen Variante. Auch für dieses

System muss die bereits vorhandene Schaufeleinheit angepasst werden, in diesem Fall durch einen durch einen Reibbelag auf der Schaufel. Sobald das erfolgt ist, kann jede entsprechend angepasste Schaufel mit diesem System genutzt werden.

Für die Repräsentativität erhält dieses System Punktabzug, da es sich zwar um einen Reibungsdämpfer handelt, aber die Positionierung nicht mit der zu Erforschenden übereinstimmt. Da die Position dieses Dämpfers auch die Schwingungscharakteristik stark ändern kann, bekommt dieses System entsprechend wenige Punkte. Dasselbe gilt auch für den elektromagnetischen Dämpfer an der äußeren Wand.

c. Elektromagnetischer Dämpfer zwischen den Federn (EM Feder):

Der Elektromagnetische Dämpfer hat einen ähnlichen Platzbedarf wie der Reibungsdämpfer. Das liegt daran, dass hier zwar grundsätzlich Magneten und Kupferplatten zwischen den Federn befestigt werden müssen, dafür aber kein platzaufwändiges Regelungssystem notwendig ist, weil hier vergleichsweise schmale Stromkabel genügen.

Die Kraft des Systems ist abhängig von der Stärke des Elektromagneten, aber auch von der relativen Bewegung der Komponenten und der Größe des Magneten. Daher liegt die Bewertung im Mittelfeld. Durch die verschiedenen notwendigen Komponenten, der Bauweise und dem Zusammenhang der Dämpfungswirkung mit dem relativen Spalt ist dieses System mittelmäßig komplex aufgebaut. Dasselbe gilt auch für den Elektromagneten an der äußeren Wand.

Um den Reibungseffekt zu modellieren wird zwar grundsätzlich für dieses System eine aufwändige Regelung benötigt, aber insgesamt ist die Ansteuerung eines Elektromagneten über Stromkabel einfach und leicht zugänglich. Daher ist auch hier die Bewertung in die Mitte angesiedelt.

d. Elektromagnetischer Dämpfer an der äußeren Wand (EM Wand):

Zusätzlich zu den bereits beschriebenen Bewertungen ist die Wiederverwendbarkeit bei diesem System schwieriger umzusetzen als bei den Vorherigen, da die Schaufeln nicht nur mechanisch bearbeitet, sondern magnetisiert werden müssen. Das schränkt außerdem die Materialien der Schaufeln stark ein.

e. Piezoelektrischer Dämpfer auf der Feder (PE Feder):

Dieser Dämpfer benötigt zusätzlichen Platz für die Regelung, da hier ein Piezostreifen für die Messung des Systems benötigt wird und ein zweiter Piezostreifen dann für die Dämpfung zuständig ist, um einen vollständigen Regelkreis aufzubauen. Das beeinflusst sowohl den Platz, als auch die Komplexität des Systems. Die Komplexität steigt außerdem durch die Empfindlichkeit der Piezostreifen und da sie auf jede einzelne Feder manuell geklebt werden müssen. Das schränkt ebenfalls die Wiederverwendbarkeit stark ein.

Die Kraftübertragung ist stark von der Größe des Piezostreifens beeinflusst und der Platz auf der Feder selbst ist auch je nach Bauweise stark eingeschränkt. Daher gibt es hierfür eine geringe Bewertung. Insgesamt befindet sich dieser Dämpfer an der Feder und basiert nicht auf Reibung, weshalb der zu untersuchende Dämpfungseffekt künstlich über die Regelung modelliert werden muss. Auch das führt zu einem entsprechenden Punktabzug.

f. Hydraulische oder pneumatische Kolben zwischen den Federn (Hy. / Pn. Feder):

Einer der Nachteile dieses Systems ist die Platzanforderung. Durch die Regelung werden zusätzliche Schläuche, Ventile und ein Tank für das jeweilige Medium benötigt. Das steigert die Komplexität und mindert die Wiederverwendbarkeit deutlich.

Die Kraftübertragung ist hier allerdings positiv hervorzuheben. Sie ist direkt im System enthalten und einfach zu steuern.

Die Repräsentativität dieses Systems weist aber dieselben Schwächen auf, wie die vorherigen Modelle, bis auf den Reibungsdämpfer an der Schaufel. Zusätzlich beeinträchtigt auch die Trägheit der Regelung dieses Kriterium.

Tabelle 3: Bewertung der Konzepte

Nr.	Kriterium	a Reib. PF	b Reib. Wand	c EM Feder	d EM Wand	e PE Feder	f Hy. / Pn. Feder
1	Platz	3	2	3	2	2	2
5	Kraft des Systems	4	4	3	3	2	4
6	Wiederverwendbarkeit	4	3	3	2	2	2
11	Komplexität	3	1	3	3	3	2
18	Modellierbarkeit	3	3	3	3	3	3
20	Repräsentativität	5	2	3	2	2	1
Summe		22	15	18	15	14	14

Die Auswahl für das Modell, welches in der weiteren Arbeit genauer untersucht wird, fällt eindeutig auf den Reibungsdämpfer unter der Plattform. Der schematische Aufbau dieses Konzepts ist in Abbildung 5 und 6 zu erkennen. Die Reibungskraft soll im Weiteren durch einen Druckluftschlauch erzeugt werden, der im Betrieb aufgepumpt wird und somit die Anpresskraft erzeugt.

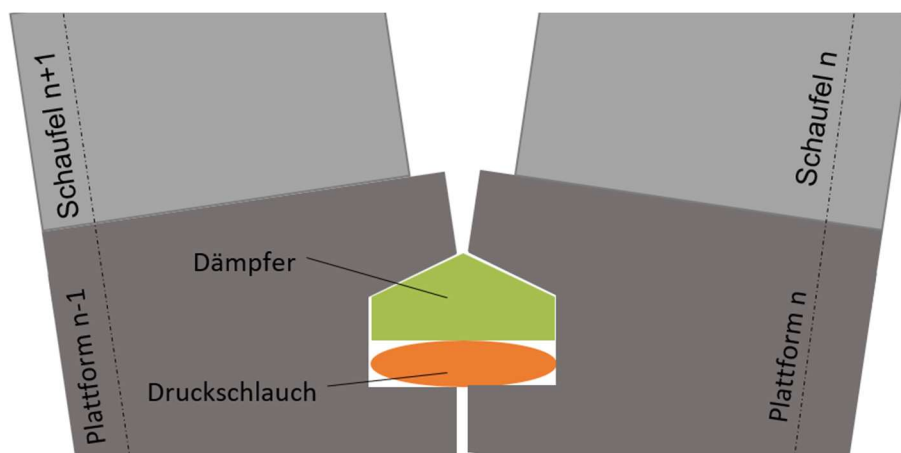


Abbildung 5: Aufbau: Reibungsdämpfer zwischen den Plattformen

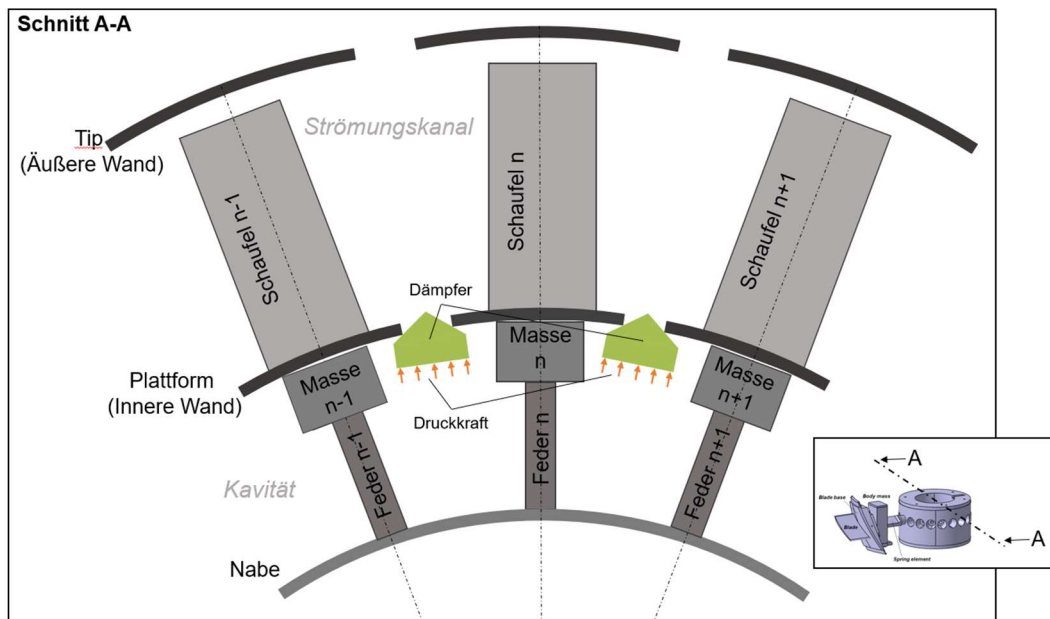


Abbildung 6: Konzept: Reibungsdämpfer zwischen den Plattformen

3 Analyse des Dämpfersystems

In diesem Kapitel sind die Abbildungen mit der Schaufelgeometrie verzerrt und verändert dargestellt. Ebenfalls sind die Werte für die Randbedingungen in Abbildung 21 normiert. Diese Maßnahmen dienen der Vertraulichkeit und dem Datenschutz.

3.1 Finite Elemente Modell

Die Geometrie eines Schaufelelements stammt vom DLR Göttingen und ist in Abbildung 7 festgehalten. Die zu untersuchende Schaufel in dieser Arbeit besteht aus einem Turbinenprofil für eine Dampfturbine. Sie stammt aus einer der letzten rotierenden Stufen der Turbine. Die Analysen werden in Ansys 2022 durchgeführt.

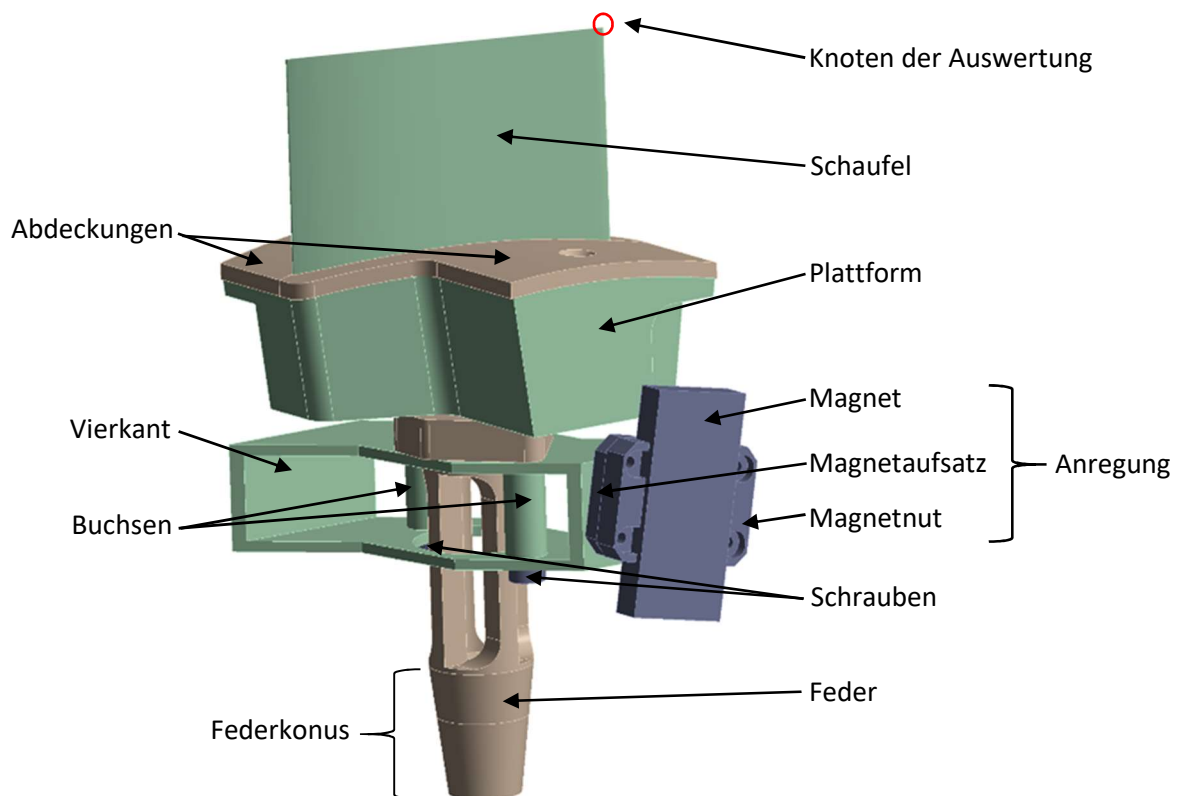


Abbildung 7: Beschriftung der Bauteile

Das Material ist wie folgt definiert:

- ● Grün: Aluminium 7075
- ● Orange: Stavax
- ● Schwarz: Structural Steel (Ansys 2022)

Structural Steel stammt aus der Materialsammlung von Ansys 2022 und wird daher nicht näher beschrieben. Stavax und Aluminium 7075 werden über Materialeigenschaften in Ansys implementiert. Die mechanischen Eigenschaften dieser beiden Materialien sind in Tabelle 4 aufgelistet. Weitere Materialeigenschaften sind den Quellen [9] und [10] zu entnehmen.

Tabelle 4: Mechanische Materialeigenschaften Stavax und Aluminium 7075

	Stavax	Aluminium 7075
Dichte $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$	7800	2810
E-Modul [MPa]	200 000	72 000
Querkontraktionszahl [-]	0.30	0.33

Für die Schaufelelemente gibt es zwei verschiedene Konfigurationen mit verschiedenen Federn. Die Biegefeder wird genutzt, um die erste Biegemode der Schaufeleinheit zu untersuchen. Durch die Geometrie dieser Feder wird nur diese Mode angeregt. Abbildung 8 zeigt diese Konfiguration im unvernetzten und vernetzten Zustand.

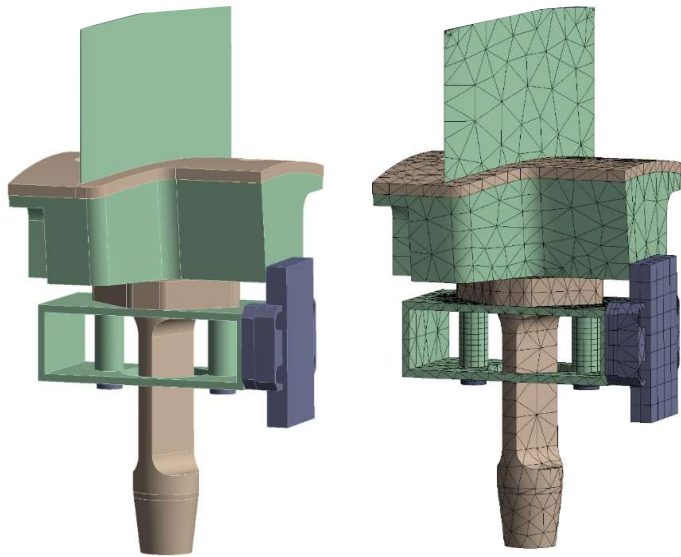


Abbildung 8: Modell mit Biegefeder, unvernetzt (links) und vernetzt (rechts)

Die zweite Konfiguration der Schaufeleinheit in Abbildung 9 enthält statt einer Biegefeder eine Torsionsfeder. Sie funktioniert genauso wie die Biegefeder, außer dass hier nur die erste Torsionsmode angeregt wird.

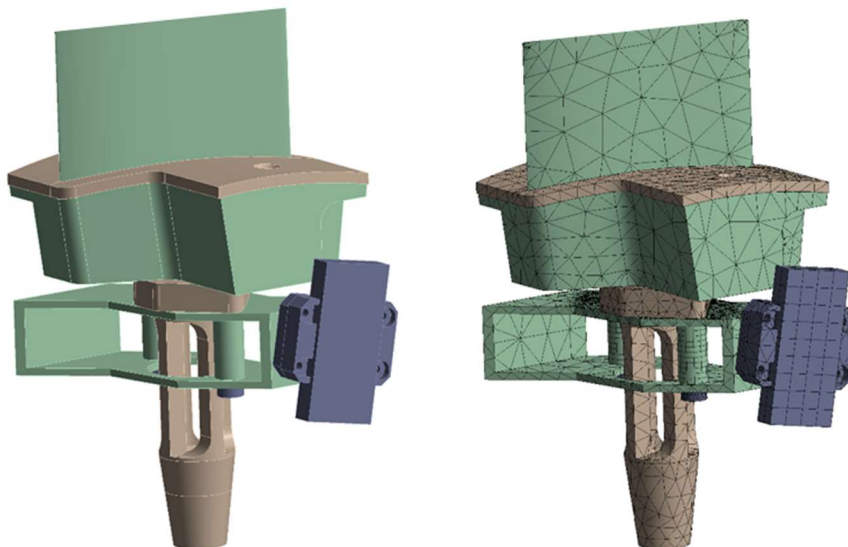


Abbildung 9: Modell mit Torsionsfeder, unvernetzt (links) und vernetzt (rechts)

Das Netz für den Magneten, den Magnetaufsatz und die Buchsen besteht aus Hexaedern, alle weiteren Bauteile haben ein Netz aus Tetraedern. Das Modell mit Biegefeder besteht aus 27 193 Elementen und 52 242 Knoten. Das Netz mit der Torsionsfeder aus 31 654 Elementen und 60 282 Knoten.

3.1.1 Sensibilitätsanalyse

Mit den beiden Modellen ist zwar die Geometrie grundsätzlich beschrieben, aber dennoch gibt es verschiedene Möglichkeiten die Analysen und Eigenschaften des FE Modells zu definieren. Aus diesem Grund beinhaltet dieser Abschnitt eine Sensibilitätsanalyse, um wichtige Einflüsse auf die Modelle zu bestimmen und ein möglichst genaues, aber gleichzeitig nicht zu komplexes Modell zu erstellen. Dadurch kann Rechenzeit minimiert und die Repräsentativität maximiert werden.

Da das Ziel der FE Analyse die Untersuchung des Schwingungsverhaltens der Schaufeln ist, wird dieses auch als Bewertungskriterium für die Unterschiede zwischen den Varianten gewählt. Dafür wird jede Variante einer Modalanalyse unterzogen und anschließend werden die ersten drei Eigenmoden hinsichtlich der Eigenfrequenz und der Form untersucht.

Eine Modalanalyse ist linear, das bedeutet Kontaktprobleme, Plastizität oder große Verformungen können nicht berechnet werden. Der Vorteil einer linearen Analyse ist aber die Berechnungszeit, die deutlich geringer ist, als bei einer nichtlinearen Analyse. Da insgesamt 20 Varianten untersucht werden, wird eine Modalanalyse einer nichtlinearen Analyse vorgezogen.

Die Eigenfrequenzen f_n sind grundsätzlich von der Steifigkeit k und der Masse m des Systems abhängig [11, p. 339].

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Das bedeutet, dass durch die Sensibilitätsanalyse untersucht wird, ob die einzelnen Untersuchungskriterien die Steifigkeit oder die Masse so stark beeinflussen, dass sich die Eigenfrequenzen ändern.

Insgesamt wird sowohl bei dem Biegemodell (Bezeichnung „B“), als auch bei dem Torsionsmodell (Bezeichnung „T“) zwischen zwei Modellversionen unterschieden. Bei der ersten Version werden alle Verbindungsflächen zwischen den Bauteilen als „bonded“ – also verbunden – definiert. Hier werden die Netze verschiedener Bauteile, die sich gemeinsame Flächen teilen, aufeinander geklebt. Diese Modelle sind mit dem zweiten Buchstaben „B“ bezeichnet.

Bei der zweiten Modellversion werden die folgenden Flächen reibungsbehaftet („frictional“) definiert:

- Fläche zwischen Feder und Vierkant
- Fläche zwischen Feder und Plattform

Durch diese Definition wird die Verschraubung realitätsnäher modelliert und die Steifigkeit der Modelle reduziert. Modelle dieser Art erhalten den zweiten Buchstaben „F“. Der Reibungskoeffizient an diesen Flächen beträgt 0.2, nach den Werkstoffpaarungen nach [12]. Die reibungsbehaftete Modellierung ist nichtlinear und kann in der Modalanalyse nicht berechnet werden. Deshalb wird bei diesen Modellen vor der Modalanalyse eine statische Strukturanalyse durchgeführt, bei der die Reibung modelliert werden kann. In dieser Analyse werden die Schrauben auch mit einer Vorspannkraft versehen, wodurch die einzelnen Reibungsflächen die notwendigen Anpresskraft

erhalten. Bei der Modalanalyse werden allerdings diese Kontaktflächen wieder als geklebt oder „bonded“ betrachtet, da die Modalanalyse sonst nicht berechnet werden können. Dabei wird allerdings das Ergebnis der vorangegangenen Strukturanalyse bei der Berechnung berücksichtigt.

Es ergeben sich insgesamt vier Modelle:

- Modell BB: Biegemodell mit „bonded“ Kontaktflächen
- Modell BF: Biegemodell mit „frictional“ Kontaktflächen
- Modell TB: Torsionsmodell mit „bonded“ Kontaktflächen
- Modell TF: Torsionsmodell mit „frictional“ Kontaktflächen

Diese Modelle werden dann je nach Kriterium verändert und dann untereinander verglichen. Das Urmodell beschreibt die Grundform jeden Modells mit der alle anderen Varianten verglichen werden. Dieses Urmodell wird hier als Variante Null beschrieben. Die genaue Definition der einzelnen Varianten ist in Tabelle 5 zu erkennen. Im nachfolgenden Text werden alle Kriterien genauer beschrieben.

Das erste Kriterium ist die Stärke der Schraubenvorspannkraft, welche nur in den „frictional“ Modellen analysiert werden kann. Die beiden Werte entsprechen denen für eine Schraube mit Festigkeitsklasse 8.8 und 10.9 [13, pp. 109, 113].

Die feste Einspannung betrifft den Federkonus, der in Abbildung 7 zu erkennen ist. Dieser kann in der FE Analyse entweder komplett als feste Einspannung definiert werden oder nur bis zu der Höhe, die er auch in der Realität am RPG eingespannt ist. Die Höhe der wahren, eingespannten Fläche unterscheidet sich bei Biege- und Torsionsfeder.

Das Kriterium zu den geometrischen Nichtlinearitäten betrifft ebenfalls nur die „frictional“ Varianten, da diese Einstellung nur für die Strukturanalyse vorliegt. In Ansys 2022 wird Einstellung als „large deflection“ bezeichnet und ist zu nutzen, wenn sich die Form des Modells durch die Belastungen stark ändert.

Das nächste Kriterium betrifft die Aerodynamik auf der Schaufel, durch die auf der gesamten Schaufeloberfläche eine Druckverteilung vorliegt. Um zu ermitteln, ob das Modell empfindlich auf diesen Druck reagiert, wird zuerst ein Mittelwert der Druckverteilung getestet. Sollte dieses Kriterium einen starken Einfluss auf Modalanalyse haben, wird der Druck genauer modelliert und der Einfluss erneut geprüft.

Das letzte Kriterium umfasst die Umgebungstemperatur. Auf dem RPG liegen höhere Temperaturen als 22°C vor, weshalb auch hier der Einfluss getestet wird.

Die Sensibilitätsanalyse wird außerdem in zwei Schritte unterteilt. Im ersten Schritt wird die Empfindlichkeit der vier Modelle auf die unterschiedlichen Kriterien untersucht. Im zweiten Schritt wird die Sensibilität zwischen den -B und -F Modellen analysiert.

Tabelle 5: Kriterien für die Sensibilitätsanalyse

Kriterium		Variante Null	Variante Schrauben-vorspannkraft	Variante feste Einspannung	Variante geometrische Nicht-linearitäten	Variante Schaufeldruck	Variante Temperatur
Schrauben-vorspannkraft*	3700 N	x	x		x	x	x
	5400 N			x			
Feste Einspannung	gesamter Konus	x		x	x	x	x
	wahre Fläche		x				
Geometrische Nichtlinearität*	aus	x	x	x	x		x
	an					x	
Druck auf der Schaufel	aus	x	x	x		x	x
	Mittelwert				x		
Temperatur	22°C	x	x	x	x	x	
	50°C						x

Anmerkung: Kriterien mit (*) werden nur bei den Modellen mit Schraubverbindung untersucht

In den nachfolgenden Tabellen 6 bis 9 befinden sich die Ergebnisse der einzelnen Analysen der vier Modelle. Außerdem enthalten die Tabellen die Abweichung von der jeweiligen Variante Null in Prozent. Auch die durchschnittliche Abweichung ist am Ende der Tabelle aufgelistet und die maximale Abweichung unterstrichen dargestellt.

Tabelle 6: Sensibilität Modell BF

Modell BF	1. Mode: Biegemode		2. Mode: Torsionsmode		3. Mode: Biegemode	
	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]
Variante Null	159.3	-	376.7	-	505.7	-
Variante Schrauben-vorspannkraft	159.3	0.04	377.3	0.15	505.8	0.03
Variante feste Einspannung	159.0	<u>-0.18</u>	375.6	<u>-0.29</u>	497.6	<u>-1.59</u>
Variante geometrische Nichtlinearitäten	159.2	-0.03	376.4	-0.07	506.2	0.10
Variante Schaufeldruck	159.2	-0.02	376.1	-0.16	504.8	-0.16
Variante Temperatur	159.3	0.00	376.1	-0.16	504.0	-0.33
Durchschnittliche Abweichung	-	-0.04%	-	-0.11	-	-0.39

Tabelle 7: Sensibilität Modell BB

Modell BB	1. Mode: Biegemode		2. Mode: Torsionsmode		3. Mode: Biegemode	
	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]
Variante Null	160.2	-	382.9	-	511.7	-
Variante feste Einspannung	159.9	<u>-0.16</u>	382.8	-0.03	503.5	<u>-1.61</u>
Variante Schaufeldruck	160.2	0.01	383.3	<u>0.11</u>	511.8	0.02
Variante Temperatur	160.2	-0.02	382.8	-0.02	511.7	0.00
Durchschnittliche Abweichung	-	-0.06	-	0.02	-	-0.53

Tabelle 8: Sensibilität Modell TF

Modell TF	1. Mode: Torsionsmode		2. Mode: Biegemode		3. Mode: Biegemode	
	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]
Variante Null	277.8	-	442.4	-	473.3	-
Variante Schrauben-vorspannkraft	278.1	0.08	442.6	0.03	473.5	0.04
Variante feste Einspannung	275.0	<u>-1.02</u>	408.3	<u>-7.71</u>	436.8	<u>-7.71</u>
Variante geometrische Nichtlinearitäten	278.1	0.11	443.0	0.12	474.2	0.19
Variante Schaufeldruck	277.6	-0.08	442.1	-0.08	471.6	-0.36
Variante Temperatur	277.4	-0.15	442.1	-0.07	473.3	-0.01
Durchschnittliche Abweichung	-	-0.21	-	-1.54	-	-1.57

Tabelle 9: Sensibilität Modell TB

Modell TB	1. Mode: Torsionsmode		2. Mode: Biegemode		3. Mode: Biegemode	
	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]	Frequenz [Hz]	Abweichung [%]
Variante Null	281.2	-	447.1	-	478.2	-
Variante feste Einspannung	278.3	<u>-1.01</u>	412.0	<u>-7.87</u>	440.7	<u>-7.83</u>
Variante Schaufeldruck	281.4	0.07	447.1	0.00	477.9	-0.06
Variante Temperatur	281.2	0.00	447.1	0.00	478.2	0.00
Durchschnittliche Abweichung	-	-0.31	-	-2.62	-	-2.63

Es ist zu erkennen, dass die Modelle zwischen den unterschiedlichen Varianten kaum Abweichungen aufweisen. Das einzige Kriterium, das einen sichtbaren Einfluss auf die Eigenmoden hat, ist die feste Einspannung. Außerdem reagieren die Torsionsmodelle empfindlicher auf die feste Einspannung als die Biegemodelle. Hintergrund dafür ist, dass der Konus im Biegemodell auf dem Prüfstand fast komplett eingespannt wird, wohingegen bei dem Torsionsmodell nur etwa 60% eingespannt werden. Deshalb ist das Biegemodell mit voll eingespanntem Konus der realen Einspannung ähnlicher, als bei dem Torsionsmodell und reagiert unempfindlicher. Folglich können für die beiden Biegemodelle die Varianten Null genutzt werden. Bei den Torsionsmodellen müssen die Varianten mit der korrekten festen Einspannung verwendet werden, um ein repräsentatives Ergebnis zu erzielen.

Wie bereits erwähnt, werden im zweiten Schritt der Sensibilitätsanalyse die Biegemodelle und Torsionsmodelle mit den unterschiedlichen Definitionen der Kontaktflächen miteinander verglichen. Dadurch lässt sich herausfinden, ob die Definition der Kontaktflächen und die vorangegangene, statische Strukturanalyse einen großen Einfluss auf die Genauigkeit des Modells haben. In Tabelle 10 und 11 sind die Abweichungen der Frequenzen aus Tabelle 7 von Tabelle 6 und Tabelle 9 von Tabelle 8 aufgeführt.

Tabelle 10: Sensibilität der Biegemodelle

Biegemodelle	1. Mode: Biegemode	2. Mode: Torsionsmode	3. Mode: Biegemode
	Abweichung [%]	Abweichung [%]	Abweichung [%]
Variante Null	-0.57	-1.62	-1.18
Variante feste Einspannung	-0.60	-1.88	-1.16
Variante Schaufeldruck	-0.60	-1.89	-1.36
Variante Temperatur	-0.56	-1.76	-1.51
Durchschnittliche Abweichung	-0.58	-1.79	-1.30

Tabelle 11: Sensibilität der Torsionsmodelle

Torsionsmodelle	1. Mode: Torsionsmode	2. Mode: Biegemode	3. Mode: Biegemode
	Abweichung [%]	Abweichung [%]	Abweichung [%]
Variante Null	-1.19	-1.05	-1.03
Variante feste Einspannung	-1.20	-0.88	-0.89
Variante Schaufeldruck	-1.33	-1.13	-1.33
Variante Temperatur	-1.34	-1.12	-1.04
Durchschnittliche Abweichung	-1.26	-1.04	-1.07

Auch hier lässt sich erkennen, dass die Abweichungen sehr gering sind. Aus den beiden vorangegangenen Untersuchungen geht also hervor, dass für die weitere Untersuchung der Biegefeder das Biegemodell BB in der Variante Null genutzt werden kann. Der Gewinn der Rechenzeit gegenüber dem Modell BF rechtfertigt die Nutzung des Modells mit vereinfachten Verbindungsflächen zwischen den Bauteilen, da die Abweichung zwischen diesen Modellen sehr gering ist. Der daraus entstehende Fehler ist akzeptabel.

Für die weitere Untersuchung der Torsionsfeder wird die Variante mit der korrekten festen Einspannung genutzt. Hier ist die Abweichung zu stark, um die Vereinfachung zu rechtfertigen. Aber auch hier kann das Modell TB anstelle des rechnerisch deutlich aufwändigeren Modells TF genutzt werden. Auch hier ist die Abweichung gering genug und der resultierende Fehler akzeptabel.

3.1.2 Modellanpassung an das Dämpfersystem

In der nachfolgenden Arbeit wird ausschließlich die Biegefeder untersucht, da sich alle weiteren Analysen auf das Dämpfersystem beziehen und nicht auf die jeweilige Feder. Sofern erforderlich, kann für eine genaue Analyse der Torsionsfeder analog vorgegangen werden.

Um die Schaufeleinheit an das Dämpfersystem anzupassen, wird die Plattform unterhalb der Abdeckungen verändert. Dafür wird die Nut für die Zusatzgewichte auf der Seite der Anregung symmetrisch umpositioniert. Die Größe der neuen Nuten wird so gewählt, dass die ersten drei Eigenmoden denen der originalen Baugruppe entsprechen. Das Bewertungskriterium dieses Abschnittes entspricht also dem aus der Sensibilitätsanalyse.

Die Nut auf der gegenüberliegenden Seite der Schaufeleinheit wird nicht verändert.

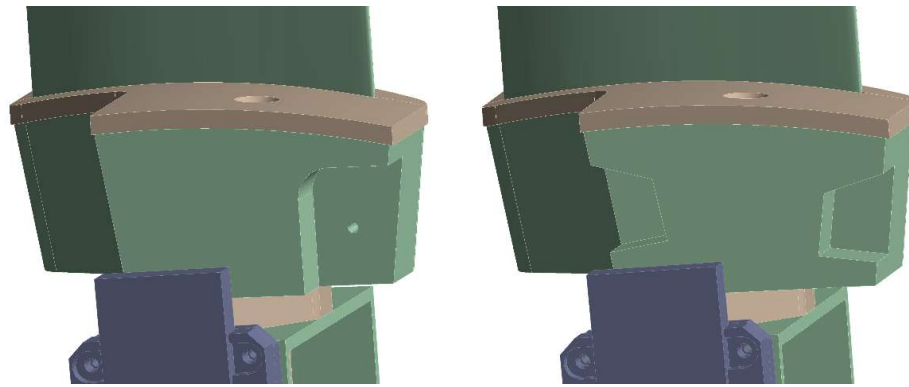


Abbildung 10: Originale Schaufel (links) und für den Dämpfer angepasste Schaufel (rechts)

Tabelle 12 enthält die ersten drei Eigenfrequenzen der angepassten Schaufeleinheit und die Abweichung von der originalen Schaufeleinheit. In den drei Abbildungen 11, 12 und 13 sind außerdem die Formen der ersten drei Moden dargestellt. Durch diesen Vergleich ist sichergestellt, dass sich die angepasste Schaufeleinheit in den Moden ähnlich zu der originalen Schaufeleinheit verhält.

Tabelle 12: Abweichungen der Eigenfrequenzen der angepassten Schaufel

	originale Schaufeleinheit	angepasste Schaufeleinheit	Abweichung [%]
Mode	Eigenfrequenz [Hz]	Eigenfrequenz [Hz]	
1. Mode: Biegemode	160.2	158.9	-0.81
2. Mode: Torsionsmode	382.9	372.0	-2.86
3. Mode: Biegemode	511.7	507.8	-0.76

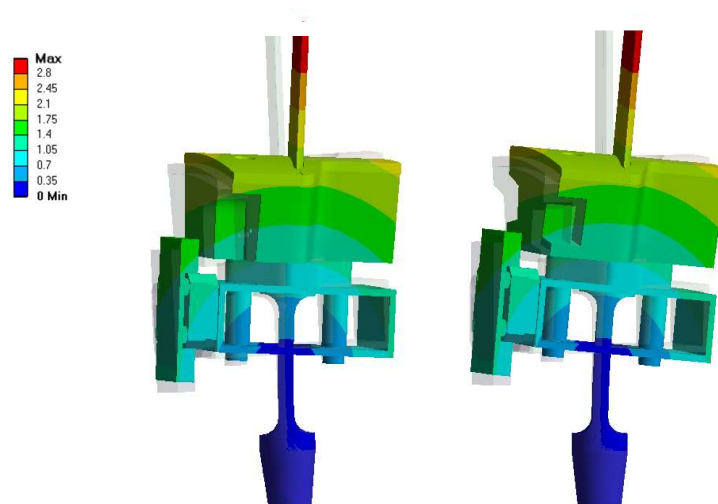


Abbildung 11: Vergleich Mode 1, originale Schaufel (links), angepasste Schaufel (rechts)

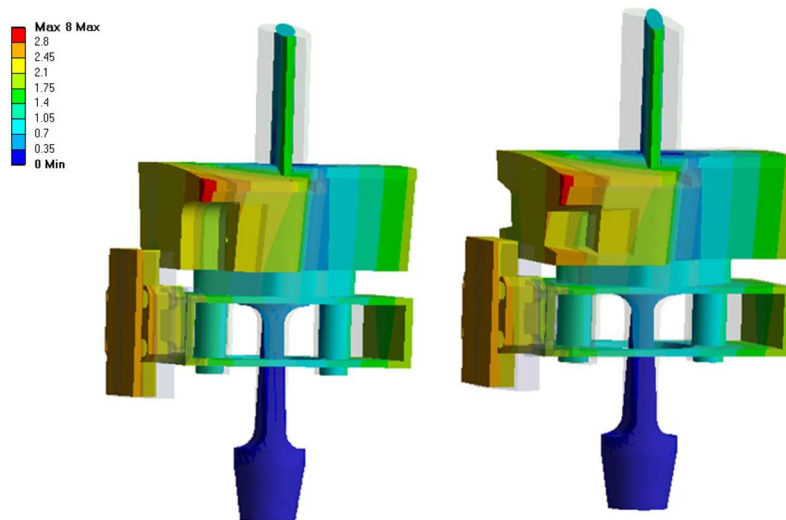


Abbildung 12: Vergleich Mode 2, originale Schaufel (links), angepasste Schaufel (rechts)

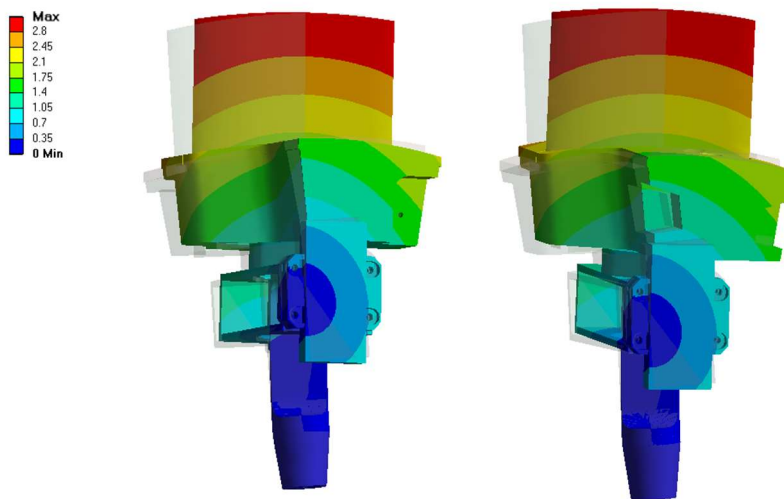


Abbildung 13: Vergleich Mode 3, originale Schaufel (links), angepasste Schaufel (rechts)

Die Form des Dämpferelements wird so gewählt, dass die Reibungskraft zwischen Dämpfer und den beiden Plattformen symmetrisch ist. Das Material des Dämpfers wird aus der Ansys 2022 Datenbank gewählt und heißt Rubber1. Es ist ein hyperelastisches Gummimaterial, dessen Materialeigenschaften nicht näher erläutert werden, da es zu Ansys gehört. Der Reibungskoeffizient zwischen Plattform und Dämpfer wird hier auf 0.2 gesetzt.

Um das Verhalten des Dämpfersystems in der Anwendung mit 20 Schaufeleinheiten abbilden zu können, muss das FE Modell mehr als eine Schaufeleinheit enthalten. Hintergrund dafür ist, dass eine Schaufel in einem Gitter mehrere bis alle anderen Schaufeln in diesem Gitter beeinflusst. In den nachfolgenden Analysen wird die aerodynamische Kopplung zwischen den Schaufeln vernachlässigt, aber durch das Dämpfersystem sind alle Schaufeleinheiten strukturell verbunden. Allerdings bedeutet jede zusätzliche modellierte Schaufeleinheit auch eine Vervielfältigung des rechnerischen Aufwands, da pro Schaufel mehr Knoten und mehr nichtlineare Verbindungsstellen dazukommen. Aus diesem Grund wird in den weiteren Analysen ein Modell mit 7 gekoppelten Schaufeleinheiten genutzt. Die Auswertung dieses Modells erfolgt für die Schaufeleinheit in der Mitte, um die Fehler an den Rändern ohne Nachbarschaufel so gering wie möglich zu halten. Das Modell mit den 7 Schaufeln ist in Abbildung 14 dargestellt.

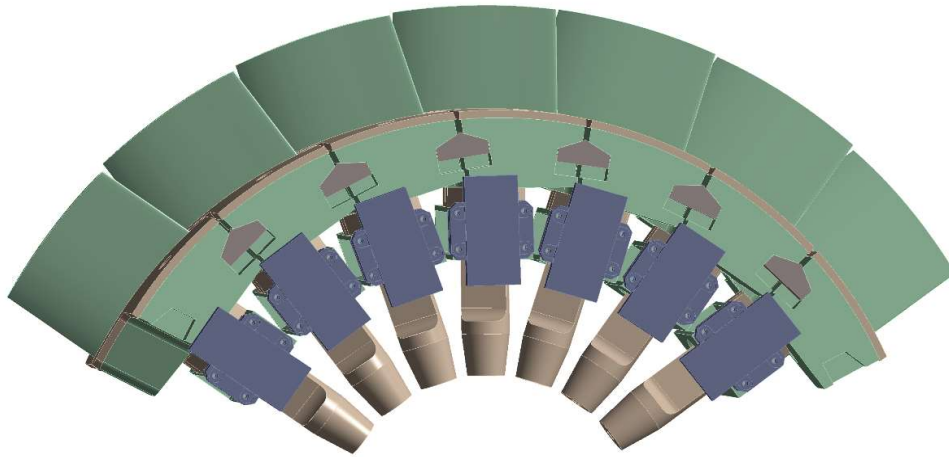


Abbildung 14: Aufbau Modell mit 7 Schaufeln

Die folgenden Abbildungen 15 bis 18 zeigen alle Randbedingungen des Modells. Die erste Randbedingung ist der Anpressdruck durch den Druckschlauch, dem die Dämpfer ausgesetzt sind. Die Richtung dieser Kraft ist senkrecht zu den Flächen, die hier in Rot dargestellt sind. Dabei wird vereinfachend angenommen, dass sich der Druck gleichmäßig auf der gesamten Dämpferfläche verteilt.

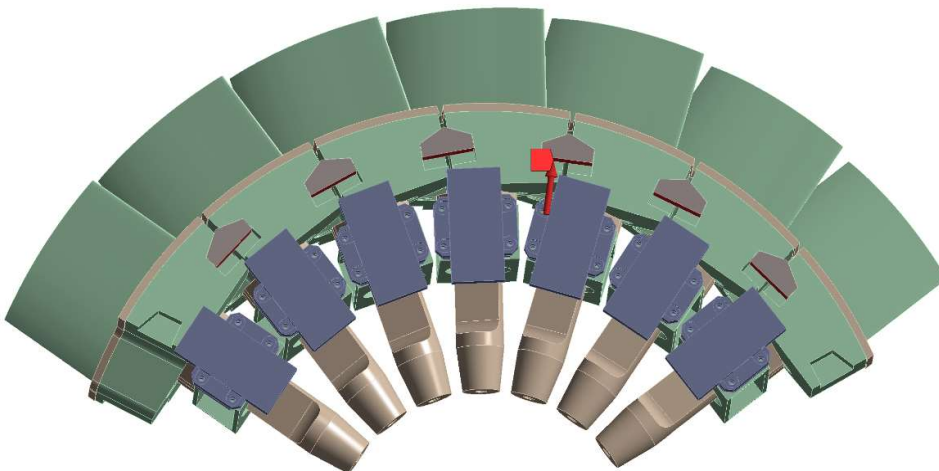


Abbildung 15: Modell mit 7 Schaufeln: Druck

Die zweite Randbedingung beschreibt die Anregung der Schaufeln. Die rote Fläche auf Abbildung 16 wird sinusförmig nahe der ersten Resonanzfrequenz, also mit 160 Hz angeregt. Die Richtung der Kraft ist senkrecht zu der Fläche.

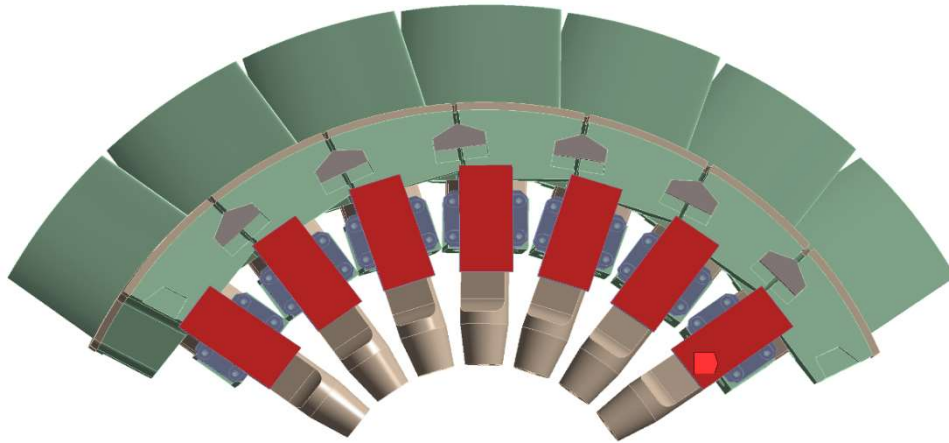


Abbildung 16: Modell mit 7 Schaufeln: Kraftanregung

Die dritte Randbedingung ist die feste Einspannung der Schaufeln. Die blaue Fläche in Abbildung 17 zeigt die eingespannten Koni der einzelnen Schaufeln. Da es sich um das Modell mit der Biegefeder handelt, wird der gesamte Konus eingespannt.

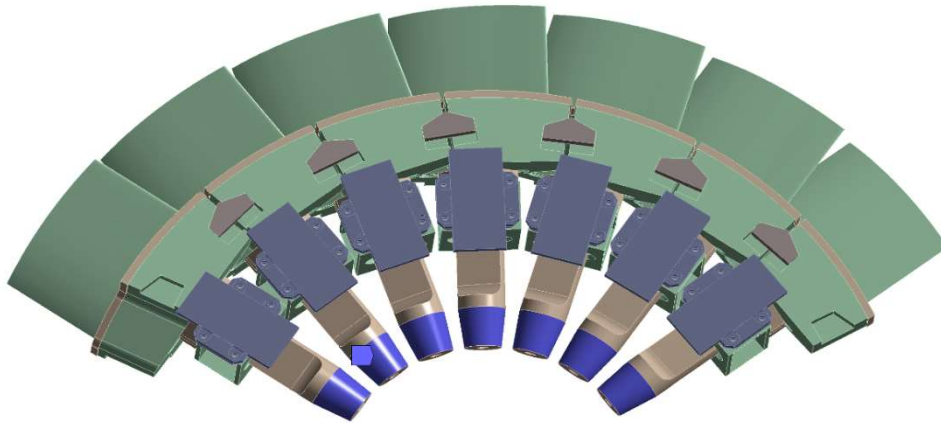


Abbildung 17: Modell mit 7 Schaufeln: feste Einspannung

Die letzte Randbedingung ist eine elastische Einspannung („elastic support“). Sie ist dient dazu, die Dämpfer von einer Bewegung in axiale Richtung abzuhalten. Die Flächen, die von dieser Randbedingung betroffen sind, sind im nachfolgenden Bild blau dargestellt.

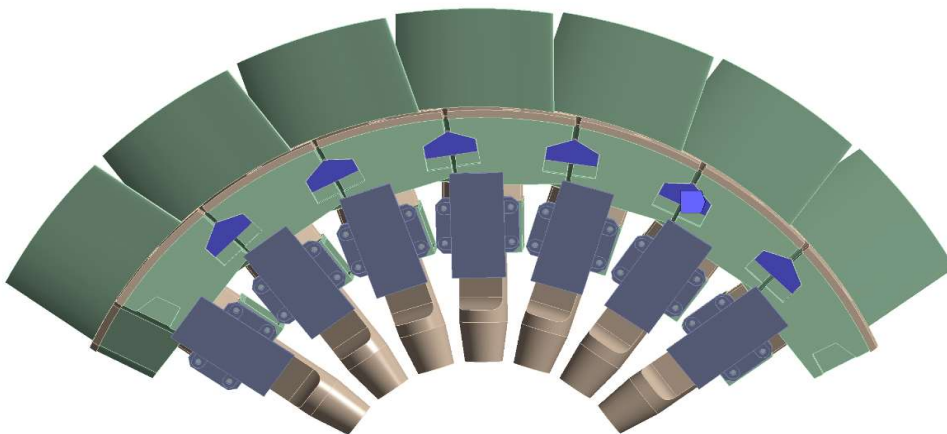


Abbildung 18: Modell mit 7 Schaufeln: Elastische Einspannung

3.2 FE Analysen

3.2.1 Ziel der Analysen

In Kapitel 3.2.2 wird eine Modalanalyse des Modells mit 7 Schaufeln durchgeführt. Die Modalanalyse ist, wie bereits beschrieben, eine lineare Analyse, bei der die Kontaktflächen zwischen Dämpfer und Schaufel fest verbunden werden. Die Reibung wird also nicht abgebildet. Durch die Linearität können auch keine materiellen nichtlinearen Eigenschaften, wie die Hyperelastizität des Gummis betrachtet werden. Daher wird für diese Analyse ein Ersatzmaterial in die Dämpfer eingesetzt. Die Eigenschaften dieses Materials sind in Tabelle 13 aufgeführt.

Tabelle 13: Mechanische Materialeigenschaften des Ersatzmaterials

	Ersatzmaterial
Dichte $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$	2200
E-Modul [MPa]	25
Querkontraktionszahl [-]	0.45

Aufgrund der Linearität dieser Analyse und der Definition der Verbindungsflächen, wird bei der Modalanalyse ausschließlich die Randbedingung der festen Einspannung verwendet. Insgesamt dient diese Analyse dazu, das Modell hinsichtlich seiner Unterschiede zum Schwingungsverhalten der einzelnen Schaufeleinheit zu untersuchen. Es werden die ersten 10 Moden genauer berechnet.

Die zweite Analyse in Kapitel 3.2.3 ist eine transiente Analyse. Diese berücksichtigt die Nichtlinearität des Dämpfermaterials, sowie die reibungsbehafteten Kontaktflächen zwischen Dämpfer und Schaufel.

Um Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wird die transiente Analyse sowohl mit dem Material Rubber1, als auch mit dem Ersatzmaterial durchgeführt. In der Analyse werden die Kopplung der Schaufeln und die Dämpfungswirkung des Dämpfersystems bei der Resonanzfrequenz von 160 Hz untersucht.

3.2.2 Modalanalyse

Die Ergebnisse der Modalanalyse zeigen, dass die ersten 7 Moden Biegemoden sind. Die Eigenfrequenzen dieser Moden beginnen bei der Eigenfrequenz der ersten Mode einer einzelnen Schaufel. Mit steigender Frequenz steigt auch die Komplexität der Schwingung an. Je höher die Mode, umso mehr Schaufeln werden gleichzeitig maximal ausgelenkt.

Nach den Biegemoden folgen die ersten drei Torsionsmoden, welche von der Eigenfrequenz nah an der Frequenz der zweiten Mode der einzelnen Schaufel beginnen und stetig ansteigen. Auch hier steigen die maximal ausgelenkten Schaufeln mit jeder Mode an. Alle berechneten Eigenfrequenzen sind in Tabelle 14 aufgelistet.

Tabelle 14: Modell mit 7 Schaufeln: Eigenfrequenzen

Mode	Frequenz [Hz]	Form
1	158.8	Biegemode
2	162.4	Biegemode
3	170.0	Biegemode
4	180.1	Biegemode
5	190.5	Biegemode
6	199.3	Biegemode
7	205.1	Biegemode
8	381.1	Torsionsmode
9	385.1	Torsionsmode
10	393.7	Torsionsmode

Abbildung 19 zeigt alle berechneten Torsionsmoden und Abbildung 20 alle berechneten Biegemoden. Der Farbverlauf stimmt bei beiden Bildern überein.

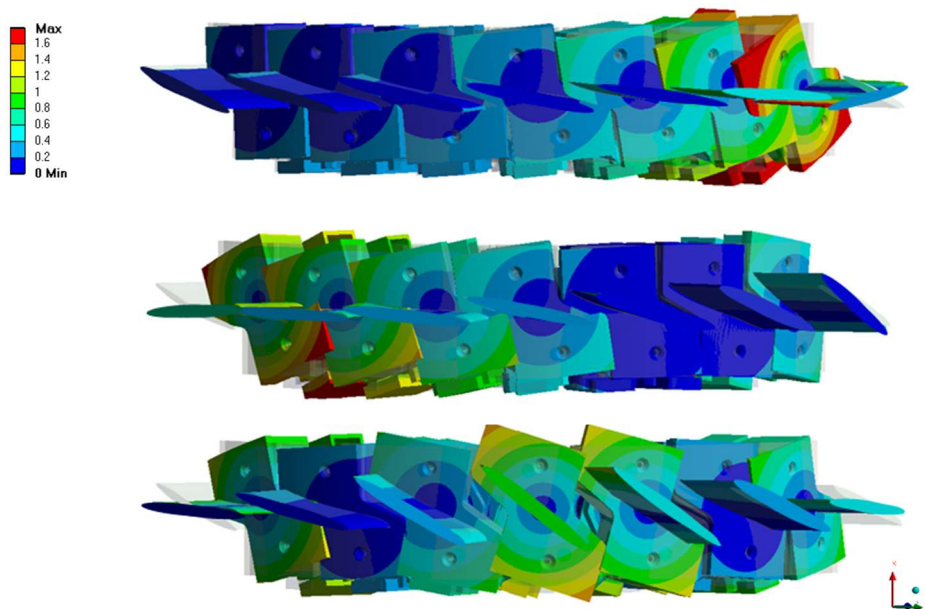


Abbildung 19: Modalanalyse: Torsionsmoden 1-3 (von oben nach unten)

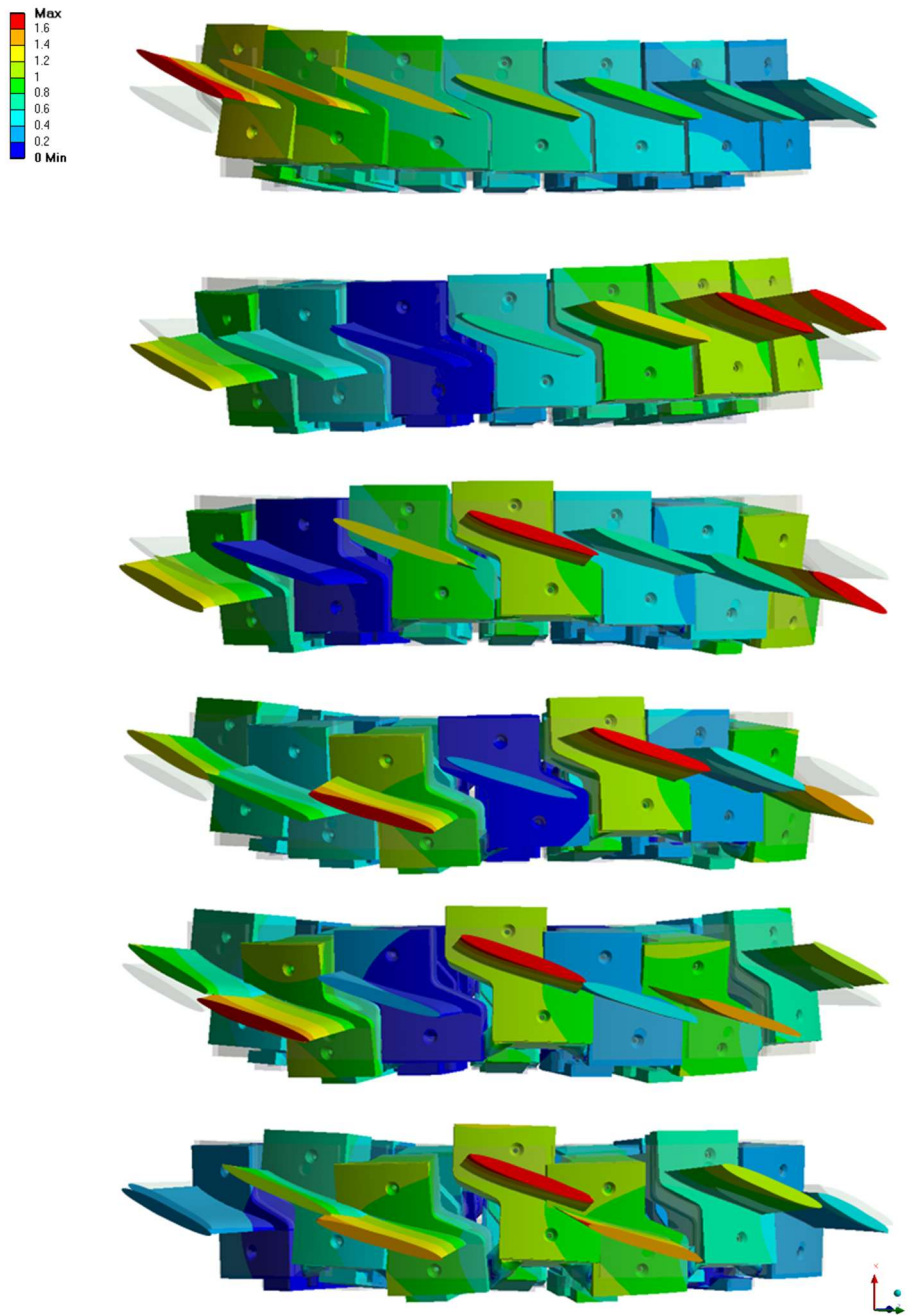


Abbildung 20: Modalanalyse: Biegemoden 1-7 (von oben nach unten)

Die Modalanalyse zeigt auf, dass bei einer Kopplung der 7 Schaufeleinheiten Eigenmoden entstehen, bei denen sich die Schaufeln gegenseitig beeinflussen. Im Gegensatz zu der einzelnen Schaufeleinheit gibt es hier nicht nur eine erste Biegemode, sondern 7 erste Biegemoden, bevor die erste Torsionsmode entsteht. Das bedeutet, dass das Dämpferelement zu einer Kopplung zwischen den Schaufelelementen führen kann, sofern die Reibung zwischen den Dämpfern und den Plattformen stark genug ist. Diese Kopplung beeinflusst dann auch deutlich das Schwingungsverhalten aller gekoppelten Schaufeln.

3.2.3 Transiente Analyse

Die Ergebnisse der Verschiebung der transienten Analysen werden an einem Knoten ausgewertet. Die Position des Knotens befindet sich an der Vorderkante der Schaufelspitze der mittleren Schaufel und ist in Abbildung 7 dargestellt.

Die Dauer der Analyse wird auf 0.2785 s gesetzt und in zwei Berechnungsschritte aufgeteilt. Im ersten Berechnungsschritt bis 0.1 s wird der Druck auf die Dämpfer an den bereits beschriebenen Stellen aus Abbildung 15 aufgeprägt. Danach wird das Modell kurzzeitig nicht weiter belastet, um die Trägheit abzubauen. Im zweiten Berechnungsschritt bis 0.2785 s beginnt die Kraftanregung auf den Magneten sinusförmig zu wirken. In Abbildung 21 sind beide Verläufe bis 0.2 s dargestellt. Die Kraftanregung wird mit insgesamt 350 Zeitschritten pro Schwingenspiel definiert.

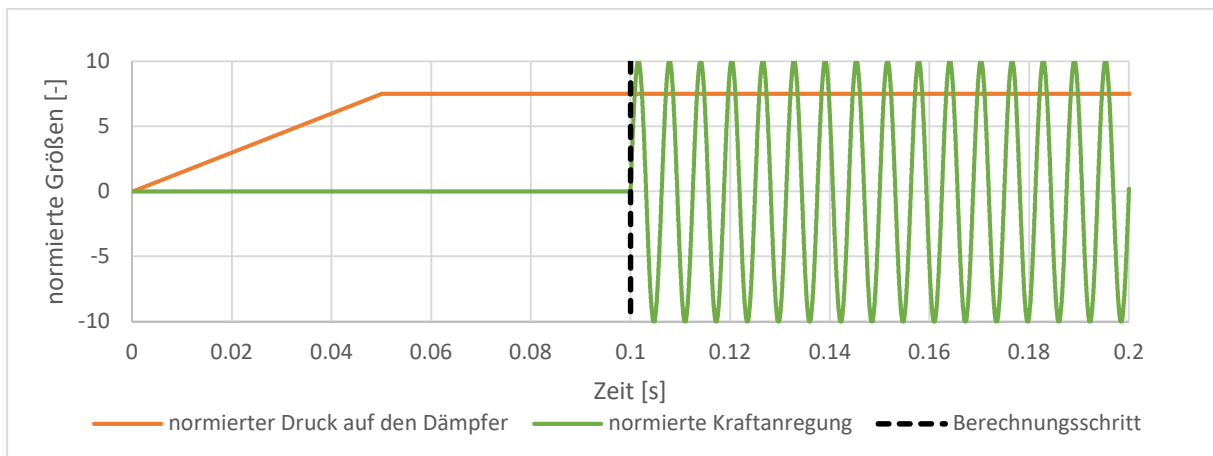


Abbildung 21: Berechnungsschritte der transienten Analyse

Die transiente Analyse mit ergibt den in Abbildung 22 dargestellten Verlauf für die gesamte Auslenkung des bereits definierten Knotens. Es ist zu erkennen, dass die totalen Werte der Auslenkungen zwar stark voneinander abweichen, der Verlauf aber sehr ähnlich zueinander ist.

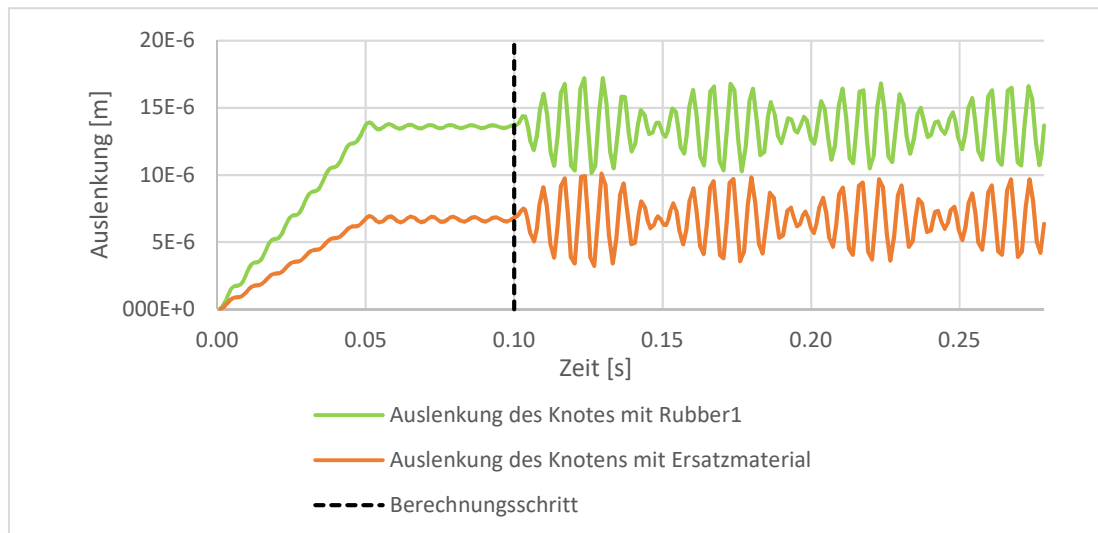


Abbildung 22: Auslenkungen des ausgewerteten Knotens

Um die Auslenkungen auszuwerten wird der Zeitabschnitt von 0.1 s bis 0.2785 s einer Fast Fourier Transformation (FFT) unterzogen. Dadurch wird das Signal nicht mehr im Zeitbereich, sondern im Frequenzbereich dargestellt. In Abbildung 23 ist die FFT der Knotenauslenkung mit Rubber1 und dem Ersatzmaterial abgebildet. Der höchste Ausschlag liegt in beiden Fällen bei 165.5 Hz, also sehr nah an der Resonanzfrequenz der ersten Biegemode des Systems. Da die Ergebnisse der FFT nicht aus senkrechten Geraden besteht, ist in dem System eine nichtlineare Dämpfung enthalten. Dadurch ist gezeigt, dass das Dämpfersystem einen Effekt hat und in der Resonanzfrequenz aktiv ist.

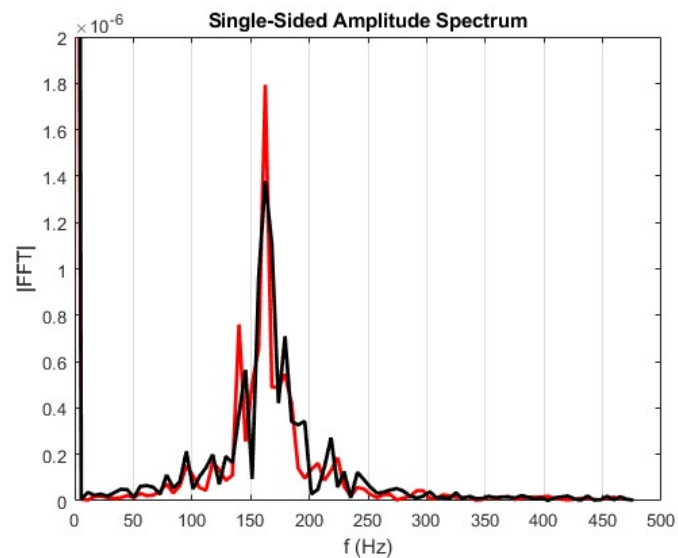


Abbildung 23: FFT mit Rubber1 (schwarz) und Ersatzmaterial (rot)

Abschließend sind in Abbildung 24 bis 27 die Konvergenzkriterien der Analysen über alle Berechnungsschritte dargestellt. Diese gelten für das gesamte Modell. Die hellblauen Kriterien gilt es dabei nicht zu unterschreiten. Es ist zu erkennen, dass sowohl die Kraftkonvergenz, als auch die Verschiebungskonvergenz gewährleistet ist. Beide Konvergenzen befinden sich am Ende jeden Berechnungsschritts unterhalb des Kriteriums.

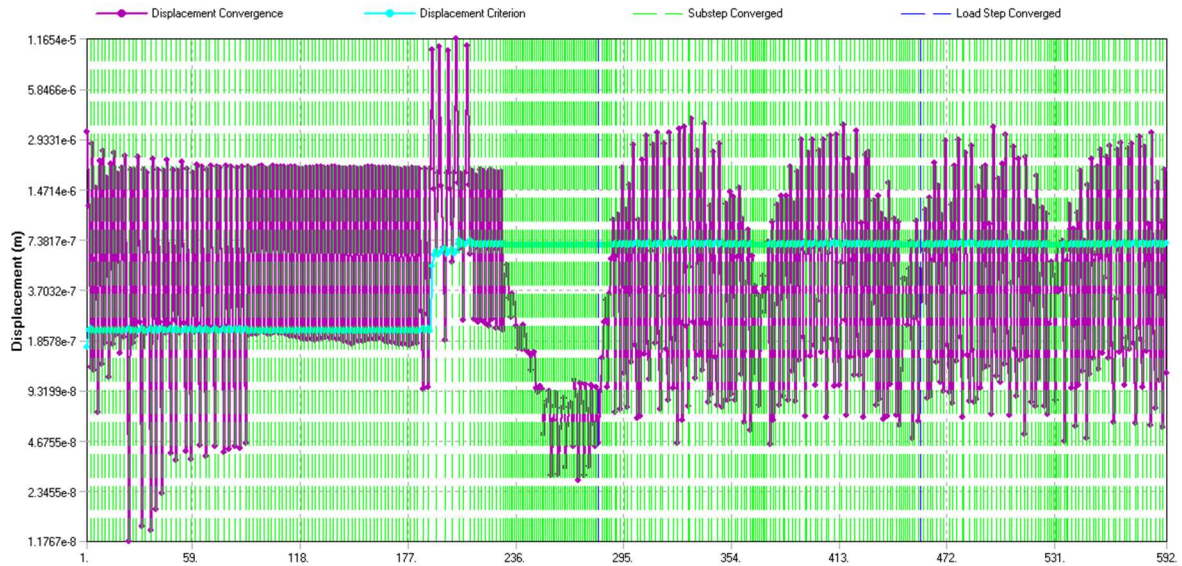


Abbildung 24: Transiente Analyse: Konvergenz der Verschiebung, Rubber1

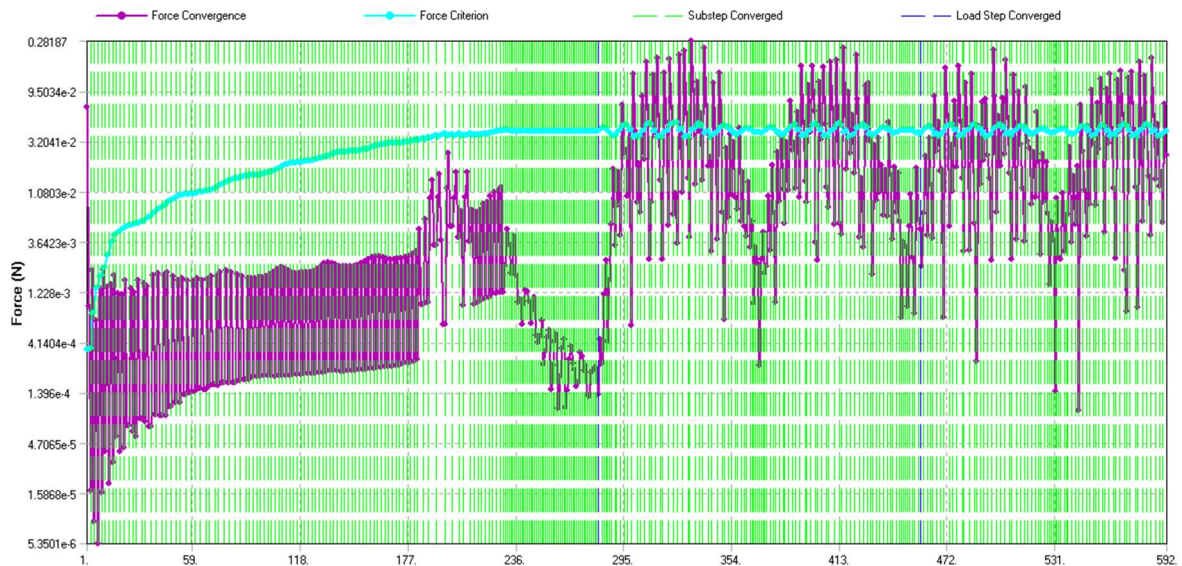


Abbildung 25: Transiente Analyse mit Rubber1: Konvergenz der Kraft, Rubber1

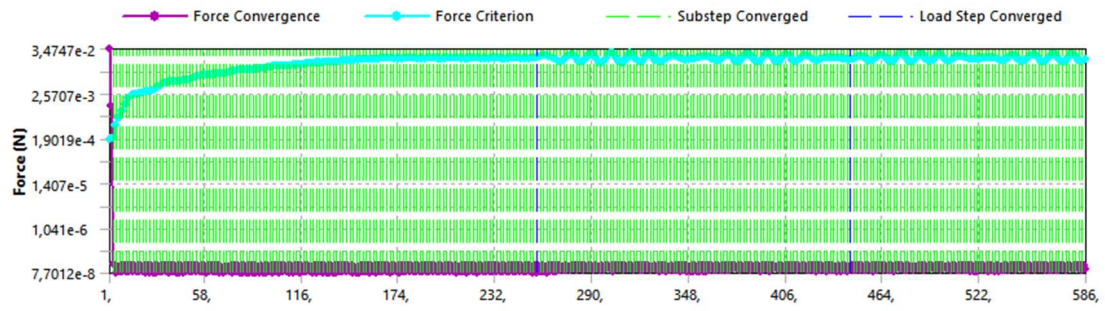


Abbildung 26: Transiente Analyse: Konvergenz der Kraft, Ersatzmaterial

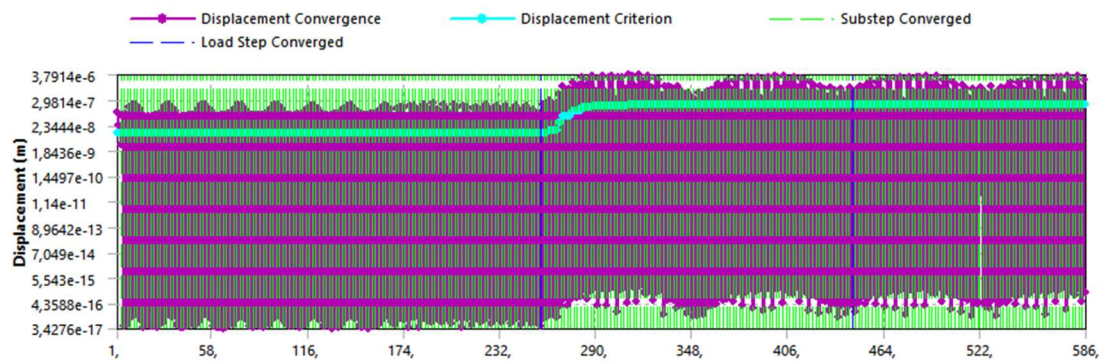


Abbildung 27: Transiente Analyse: Konvergenz der Verschiebung, Ersatzmaterial

4 Fazit

Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Konzepte ausgearbeitet, mit denen ein Dämpfersystem für den RPG aufgebaut werden kann. Diese Konzepte basieren auf Reibung, Elektromagnetismus, Wirbelströmen, dem Piezoeffekt und der Nutzung von Hydraulik / Pneumatik. Weitere Mechanismen wie materielle Dämpfung, Mistuning und Schwungmassen wurden für die Anwendung im RPG ausgeschlossen. Die Positionierung der Dämpfersysteme lässt sich in mehrere Gruppen unterteilen. Die meisten Konzepte basieren auf Dämpfern unterhalb oder zwischen den Plattformen verschiedener Schaufeln. Allerdings werden auch Konzepte genannt, welche die Schaufel an der Spitze, also an der äußeren Wand des Strömungskanals dämpfen. Nach dem Entwurf dieser Konzepte wurden die Dämpfersysteme anhand eines Lastenhefts auf ihre Eignung für den RPG untersucht und bewertet. Das beste Konzept – der Reibungsdämpfer zwischen den Plattformen – wurde anschließend genauer untersucht. Dafür wurde eine FE Modell erstellt und hinsichtlich seiner Sensibilität bei einer Modalanalyse untersucht und optimiert. Dieses Modell wurde dann für einen Reibungsdämpfer zwischen den Plattformen angepasst und auf 7 Schaufeln erweitert. In einer Modalanalyse dieses Modells konnte der mögliche Einfluss eines Dämpfers auf die Kopplung der Schaufeln und das Schwingungsverhalten gezeigt werden. Die transiente Analyse mit 7 Schaufeln konnte eine nichtlineare Dämpfwirkung für zwei verschiedene, untersuchte Dämpfermaterialien nachweisen. Dadurch ist gezeigt, dass der Reibungsdämpfer unter der Plattform einen Effekt auf die Schwingungsantwort des Systems bei Anregung in der Resonanzfrequenz zeigt.

4.1 Empfehlung für den RPG

Aufgrund der Bewertung der Konzepte in Kapitel 2.2 wird dem DLR Göttingen empfohlen den Reibungsdämpfer unter der Plattform weiter zu entwickeln und auszuwerten. Außerdem zeigt der Dämpfer mittels Elektromagneten unter der Plattform ebenfalls Potenzial auf. Sollte sich in der weiteren Entwicklung des Dämpfersystems ein Reibungsdämpfer als zu komplex erweisen, kann auf diese Variante zurückgegriffen werden. In diesem Fall muss die Modellierung der Wirkung eines Reibungsdämpfers an der Schaufelplattform ebenfalls analysiert werden.

4.2 Ausblick

Die nächsten Schritte für die Entwicklung des Reibungsdämpfers sollten eine genauere numerische Studie zur Form, dem notwendigen Anpressdruck, sowie dem Material und der damit verbundenen Dämpfwirkung enthalten. Darin müssen die genauen Kontaktpunkte zwischen Dämpfer und Plattform modelliert und analysiert werden. Parallel sollte auch untersucht werden, ob der Dämpfer bei Torsionsmodellen ebenfalls eine Dämpfwirkung erzielt.

Nach dieser Studie sollte eine aeroelastische Untersuchung des Reibungsdämpfers angesetzt werden. Hierfür sollte ein Modell mit allen 20 Schaufeln erstellt werden. Damit sollte die Periodizität und auch die genaue Auswirkung der aerodynamischen Drücke in einer weiteren transienten Analyse überprüft werden.

Neben der Untersuchung des Dämpfers selbst sollte außerdem ein zuverlässiges Regelungssystem entwickelt und getestet werden.

Nach diesen Analysen kann ein Prototyp gefertigt werden, um die Ergebnisse zu validieren. Damit kann außerdem die Steuerung, die Materialwahl und das Verschleißverhalten getestet werden.

Diese Schritte sind notwendig, um eine robuste und wirksame Lösung für den RPG zu gewährleisten.

Literaturverzeichnis

- [1] H. Mai, „Aeroelastik der Turbomaschinen,“ Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), [Online]. Available: <https://www.dlr.de/de/ae/forschung-und-transfer/forschungsthemen/aeroelastik-der-turbomaschinen>. [Zugriff am 13. Februar 2025].
- [2] H. Mai, „Ringgitterprüfstand Göttingen (RPG),“ DLR Göttingen, [Online]. Available: <https://www.dlr.de/de/ae/forschung-und-transfer/forschungsinfrastruktur/ringgitterpruefstand-goettingen-rpg>. [Zugriff am 06. Februar 2025].
- [3] M. Krack, L. Salles und F. Thouverez, „Vibration Prediction of Bladed Disks Coupled by Friction Joints. Archives of Computational Methods in Engineering,“ Springer Verlag, 28. Juni 2018.
- [4] A. V. Srinivasan, „FLUTTER A N D RESONANT VIBRATION CHARACTERISTICS O F ENGINE BLADES,“ ASME, 1997.
- [5] J. Laborenz, M. Krack, L. Panning, J. Wallascheck, M. Denk und P.-A. Masserey, „Eddy Current Damper for Turbine Blading: Electromagnetic Finite Element Analysis and Measurement Results,“ Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, ASME, 2012.
- [6] K. Marakakis, G. K. Tairidis, P. Koutsianitis und G. E. Stavroulakis, „Shunt Piezoelectric Systems for Noise and Vibration Control: A Review,“ Front, 15. Mai 2019.
- [7] ESM GmbH, „Technische Grundlagen zu Schwingungstilgern,“ [Online]. Available: <https://www.esm-gmbh.de/produkte/schwingungstilger-grundlagen/>. [Zugriff am 02. Februar 2025].
- [8] M. Lassalle und C. M. Firrone, „A parametric study of Limit Cycle Oscillation of a bladed disk caused by flutter and friction at the blade root joints,“ Elsevier, 12. Oktober 2017.
- [9] P.P.U.H. TOZAMET, „ALUMINIUM AW-7075 | AlZn5,5MgCu | AW-AlZn5,5MgCu | AlZnMgCu1,5 |,“ [Online]. Available: <https://emetal.eu/de/AW-7075/>. [Zugriff am 06 Februar 2025].
- [10] UDDEHOLM, „Uddeholm Stavax ESR,“ [Online]. Available: <https://www.uddeholm.com/germany/de/products/uddeholm-stavax-esr/>. [Zugriff am 06. Februar 2025].
- [11] A. Hudson und R. Nelson, University Physics Second Edition, Saunders College Publishing, 1990.
- [12] Formelsammlung und Berechnungsprogramme, „Reibwerte von verschiedenen Materialien,“ Schweizer-fn, 03. Dezember 2022. [Online]. Available: <https://www.schweizer-fn.de/stoff/reibwerte/reibwerte.php>. [Zugriff am 06. Februar 2025].
- [13] V. D. INGENIEURE, „Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen, Zylindrische Einschraubenverbindungen,“ in *VDI 2230 Blatt 1*, November 2015.