

Interner Bericht

DLR-IB-FT-BS-2025-112

Implementierung und Verifikation einer Schräganströmungskorrektur des BEMT-Abwindmodells für Windenergieanlagen und Hubschrauber

Masterarbeit

Sophia Sabine Kolditz

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt

Institut für Flugsystemtechnik
Braunschweig



DLR

**Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt**

Institutsbericht
DLR-IB-FT-BS-2025-112

**Implementierung und Verifikation einer
Schräganströmungskorrektur des BEMT-Abwindmodells
für Windenergieanlagen und Hubschrauber**

Sophia Sabine Kolditz

Institut für Flugsystemtechnik
Braunschweig

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
Institut für Flugsystemtechnik
Abteilung Hubschrauber

Stufe der Zugänglichkeit: I, Allgemein zugänglich: Der Interne Bericht wird elektronisch ohne Einschränkungen in ELIB abgelegt.

Braunschweig, den 21.07.2025

Unterschriften:

Institutsleitung: Prof. Dr.-Ing. S. Levedag
Abteilungsleitung: Dr.-Ing. Klausdieter Pahlke
Betreuer:in: Dr.-Ing. Felix Weiß
Verfasser:in: Sophia Sabine Kolditz



Masterarbeit

**Implementierung
und Verifikation einer
Schräganströmungskorrektur
des BEMT-Abwindmodells
für Windenergieanlagen und
Hubschrauber**

Sophia Sabine Kolditz

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
Institut für Flugsystemtechnik

Braunschweig



Deutsches Zentrum
DLR für Luft- und Raumfahrt

Masterarbeit

Implementierung und Verifikation einer Schräganströmungskorrektur des BEMT-Abwindmodells für Windenergieanlagen und Hubschrauber

Sophia Sabine Kolditz
Matrikelnummer [REDACTED]

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
Institut für Flugsystemtechnik
Braunschweig

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. Levedag
Institut für Flugsystemtechnik
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.

Zweitprüfer: Prof. Dr.-Ing. Hecker
Institut für Flugführung
Technische Universität Braunschweig

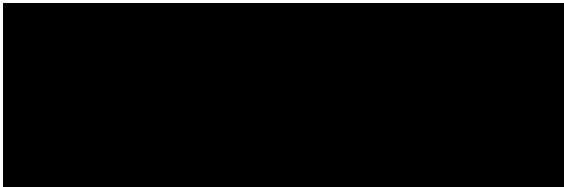
Betreuer: Dr.-Ing. Felix Weiß
Institut für Flugsystemtechnik/Abteilung Hubschrauber
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.

Braunschweig, 25.05.2025

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, Sophia Sabine Kolditz, geb. am 14.03.1997, des Eides statt, die vorliegende Masterarbeit selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe sowie nur mit den von der Lehrperson zuvor bekannt gegebenen zulässigen Hilfsmitteln bearbeitet habe und dass ich die vorliegende Arbeit noch nicht für diese oder eine andere Prüfung eingereicht habe. Alle benutzten Quellen und Hilfsmittel habe ich vollständig angegeben.

Mir ist bekannt, dass Täuschungsversuche – insbesondere nachgewiesene Plagiate sowie unvollständige Quellen- und Hilfsmittelangaben nach §11, Abs. 4 der Allgemeinen Prüfungsordnung – zum endgültigen Nichtbestehen einer Prüfung und somit zum Scheitern im Studiengang führen können.



Braunschweig, 25.05.2025

DLR e. V. Institut für Flugsystemtechnik
Lilienthalplatz 7, 38108 Braunschweig

An die

Fakultät Maschinenbau
der Technischen Universität Braunschweig

Name Prof. Dr.-Ing. Stefan Levedag

Telefon +49 (0)531 295 2600

Telefax +49 (0)531 295 2864

E-Mail Stefan.Levedag@dlr.de

26.09.2024

Thema der Masterarbeit für Frau Sophia Kolditz

Matrikel-Nr.:  Studiengang: Maschinenbau

E-Mail: s.kolditz@tu-braunschweig.de

Sprache der Arbeit: Deutsch

Titel:

- Deutscher Titel: Implementierung und Verifikation einer Schräganströmungskorrektur des BEMT-Abwindmodells für Windenergieanlagen und Hubschrauber
- Englischer Titel: Implementation and Verification of a Skewed-Inflow Correction of the BEMT Inflow Model for Wind Turbines and Helicopters

Erläuterung:

Zur Simulation von Hubschraubern und Windenergieanlagen (WEA) wird am DLR das Versatile Aeromechanics Simulation Tool (VAST) entwickelt. Für schnellere und kostengünstigere Simulationen im Vergleich zu CFD sind in VAST Aerodynamikmodelle geringer bis mittlerer Genauigkeit verfügbar, die auf der Blattelementtheorie basieren. Die in einem Luftlastenmodell berechneten Kräfte und Momente stehen dabei in Wechselwirkung zum erzeugten Abwind des Rotors, der durch verschiedene Abwindmodelle berechnet werden kann. Eines dieser Modelle basiert auf der Blade Element Momentum Theory (BEMT). Im Gegensatz zu einem globalen Abwindmodell mit gleichförmigem Abwind über die gesamte Rotorfläche werden Schub und Abwind beim BEMT-Modell für voneinander unabhängige Rotorringflächen bilanziert, sodass radiale Variationen der Abwindverteilung abbildbar sind. Aus diesem Grund eignet sich das Modell zur Simulation von Rotoren mit axialer Durchströmung, wie etwa bei WEA oder Hubschraubern im Schwebeflug. Umfasst die Durchströmung allerdings eine Geschwindigkeitskomponente in der Rotorebene, so variiert das

Abwindfeld nicht nur radial, sondern auch azimuthal. Diese azimuthale Variation ist im aktuellen BEMT-Modell von VAST nicht vorhanden.

Ziel der Arbeit ist, eine Korrektur des BEMT-Modells ähnlich zu [1] für nicht rein axiale Durchströmung zu implementieren und zu verifizieren. Der primäre Verifikationsfall soll dabei die Schräganströmung einer WEA sein. Darüber hinaus soll die Anwendbarkeit des Modells auf den Hauptrotor eines Hubschraubers im Vorwärtsflug geprüft werden und ein sinnvoller Richtwert für den maximalen Fortschrittsgrad ermittelt werden, für den das BEMT-Modell inklusive Schräganströmungskorrektur eingesetzt werden kann.

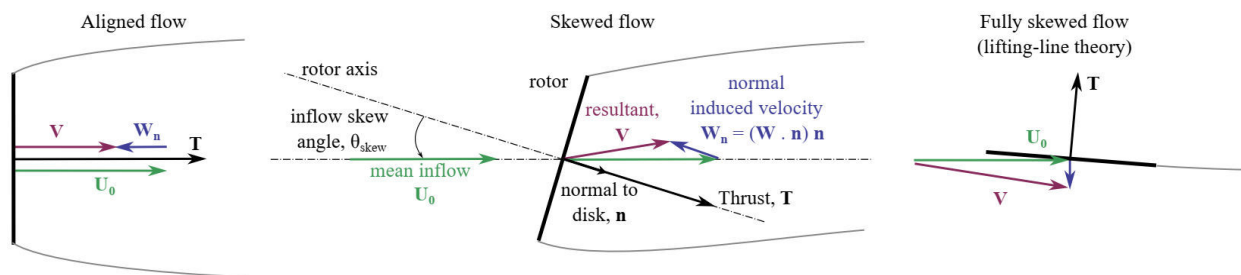


Abbildung 1: Illustration der Schräganströmung („skewed flow“) aus [1]

Aufgabenstellung:

Folgende Arbeitspakete sind zu bearbeiten:

- Einarbeitung und Literaturrecherche: Rotorsimulation, Abwindmodellierung bei WEA und Hubschraubern, BEMT, Local Momentum Theory
- Implementierung einer Schräganströmungskorrektur in VAST, orientiert an [1]
- Verifikation der Implementierung anhand eines WEA-Testfalls, vgl. [1]
- Reintegration der Entwicklung in den VAST-Hauptentwicklungsweig
 - Unit und System Tests
 - Dokumentation im User Guide
- Untersuchung der Anwendbarkeit auf Hauptrotoren von Hubschraubern im Vorwärtsflug
 - Vergleich mit Freewake-Rechnungen als Verifikationsreferenz
 - Nach Notwendigkeit und Möglichkeit: Erweiterung des Vorgehens aus [1] durch Methoden der Hubschrauber-Abwindmodellierung, vgl. VAST Global Inflow Model
 - Ermittlung des max. Fortschrittsgrads, bei dem das Modell sinnvoll anwendbar ist
- Dokumentation in Form der Masterarbeit (wird auch als DLR-IB geführt)
- Präsentation der Ergebnisse im Rahmen eines Abschlusskolloquiums

Literatur:

- [1] E. Branlard u. a., „Improvements to the Blade Element Momentum Formulation of OpenFAST for Skewed Inflows“, *J. Phys.: Conf. Ser.*, Bd. 2767, Nr. 2, S. 022003, Juni 2024, doi: 10.1088/1742-6596/2767/2/022003.

Zeitraumen:

Beginn: 01.10.2024

Abgabe: 01.04.2025

Die Masterarbeit wird beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) bearbeitet. Alle im Laufe der Arbeit zugänglich gemachten Informationen sind vertraulich zu behandeln.

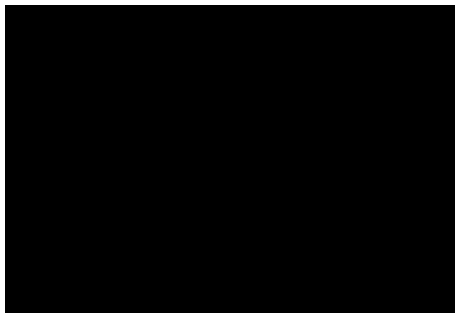
Bearbeitungszeit: ☐ 3 Monate (Bachelor) ☒ 6 Monate (Master)
☐ Projektarbeit (Bachelor) ☐ Studienarbeit (Master)
(2 Monate) (3-4 Monate)

Betreuer:

Dr.-Ing. Felix Weiß
Institut für Flugsystemtechnik / Abteilung Hubschrauber
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
Lilienthalplatz 7
38108 Braunschweig

Erstprüfer:

Professor Dr.-Ing. Levedag
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
Institut für Flugsystemtechnik



Zweitprüfer:

Professor Dr.-Ing. P. Hecker
Technische Universität Braunschweig
Institut für Flugführung
Hermann-Blenk-Straße 27
38108 Braunschweig

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	IX
Nomenklatur	XI
1 Einleitung	1
1.1 Aufgabenstellung und Überblick	2
2 Grundlagen	3
2.1 Physik von WEA	3
2.1.1 Impulstheorie (MT)	3
2.1.2 Blattelementtheorie (BET)	10
2.2 Physik von Hubschraubern	12
3 Implementierung der Schräganströmungskorrektur im BEMT-Abwindmodell in MAECOSim®	19
3.1 MAECOSim® Softwareumgebung	19
3.1.1 MAECOSim®-System	20
3.1.2 Strukturmodell	21
3.1.3 Luftlastenmodell	21
3.1.4 Abwindmodelle	22
3.2 Implementierungsansatz nach Branlard	28
3.2.1 Generelle Notationen	28
3.2.2 Schräganströmungskorrektur	29
3.3 Implementierung der Schräganströmungskorrektur in MAECOSim®	35
3.3.1 Schalter zur Korrektur bei Schräganströmung	35
3.3.2 Interne Funktionen zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeit	36
3.3.3 Interne Funktion zur Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten	42
3.3.4 Einführung und Wahl der neuen Betriebszustände	46
3.3.5 Grenzen der Schräganströmungskorrektur	48
3.3.6 Herausforderungen bei der Implementierung einer Schräganströmungskorrektur für Hubschrauber	48
3.4 Reintegration in den MAECOSim®-Hauptentwicklungszweig	53
3.4.1 Unittests	54
3.4.2 Systemtests	58
4 Verifikation der Implementierung anhand einer 15-MW-Windenergieanlage	63
4.1 Beschreibung der 15-MW-WEA	63

4.2	Parameterstudien	64
4.2.1	Axiale Anströmung $\Theta_{yaw} = 0^\circ$	66
4.2.2	Variation des Gierwinkels $\Theta_{yaw} \in [-40^\circ, +40^\circ]$	67
4.2.3	Variation des Nickwinkels $\Theta_{tilt} \in [-40^\circ, +40^\circ]$	71
4.2.4	Variation der Windrichtung	73
4.2.5	Variation der Einstellwinkel der Rotorblätter Θ_{pitch}	76
5	Zusammenfassung und Ausblick	80
5.1	Zusammenfassung	80
5.2	Ausblick	82
Anhang		83
A.1	Quellcode des modifizierten Bemt-Abwindmodells	83
A.1.1	Funktion <code>calculate_inflow_windmill_brake_state</code>	83
A.1.2	Funktion <code>calculate_inflow_turbulent_wake_state</code>	85
A.1.3	Funktion <code>azimuthRedistribution</code>	87
A.1.4	Funktion <code>calculate_WorkingState</code>	88

Abbildungsverzeichnis

2.1	Notation für die Impulsbilanz nach [5], modifizierte Grafik	4
2.2	Druck- und Geschwindigkeitsentwicklung über die Aktuatorscheibe nach [7], modifizierte Grafik	5
2.3	Gemessene Schubbeiwerte als eine Funktion des axialen Induktionsfaktor für verschiedene Rotorzustände nach [7], modifizierte Grafik	8
2.4	Empirische a - C_T -Beziehung nach Buhl [9], modifizierte Grafik	9
2.5	Strömungsverhältnisse an einem Blattelement der Breite dy nach [10], modifizierte Grafik	10
2.6	Strömungszustände im axialen Flug nach [6], modifizierte Grafik	13
2.7	Strahltheorie im axialen Flug nach [6], modifizierte Grafik	14
2.8	Strömungsverhältnisse im Vorwärtsflug mit einem Flugbahnwinkel von Θ_{FP} nach [6], modifizierte Grafik	16
2.9	Modell nach Leishman für VRS [11]	18
3.1	MAECOSim [®] System nach [14], modifizierte Grafik	20
3.2	Definition des Windachsensystems W und Rotorachsensystem R nach [13], modifizierte Grafik	23
3.3	Freies Wirbelmodell (FW) nach [15], modifizierte Grafik	25
3.4	Definition der Winkel Θ_{yaw} , Θ_{pitch} , Θ_{tilt} für eine Windkraftanlage mit horizontaler Achse nach [5], modifizierte Grafik	29
3.5	Schräganströmungskorrektur des BEMT-Modells nach [1], modifizierte Grafik	30
3.6	Polynom zweiter Ordnung für die Anpassung der Impulskorrektur unter hohen Schubbedingungen ($a > a_c$) nach [1], modifizierte Grafik	32
3.7	Schematische Darstellung zur Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten: Draufsicht auf den Nachlaufquerschnitt für $\chi = -30^\circ$ (Θ_{yaw} negativ) nach [5], modifizierte Grafik	33
3.8	Definition der Koordinatensysteme	35
3.9	Lineare Gleichung $f(a)$ des Newton-Raphson Verfahrens für $C_T = 0.8$, $F = 1$, $\Theta_{yaw} = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$	38
3.10	Iterationsschritte n des Newton-Raphson Verfahrens für $C_T = 0.5$, $F = 1$, $\Theta_{yaw} = 30^\circ$	39
3.11	Zusammenhang zwischen Schräganströmung Θ_{yaw} und (dimensionsloser) induzierter Geschwindigkeit für verschiedene Schubkoeffizienten $C_T = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ im Zustand windmillBrakeWT	40
3.12	Zusammenhang zwischen dem Faktor c_2 des quadratischen Polynoms $C_{T,HT} = c_2 a^2 + c_1 a + c_0$ und dem Schräganströmungswinkel Θ_{yaw} (unabhängig vom Wert des Schubkoeffizienten C_T)	42

3.13 Zusammenhang zwischen Schräganströmung Θ_{yaw} und (dimensionsloser) induzierter Geschwindigkeit für verschiedene Schubkoeffizienten $C_T = 1.5, 1.7, 1.9$ und 2.1 im Zustand turbulentWakeWT	43
3.14 Azimutale Variation der axialen induzierten Geschwindigkeiten v_i für einen Dreiblattrotor mit $R = \sqrt{2}$ m, hubVel = [2, 1, 6] m/s, ringIndVel = [0, 0, -3] m/s, meanVel = [0, 0, 3] m/s	45
3.15 Vergleich der implementierten Schräganströmungskorrektur in MAECOSim® (-) mit den Referenzergebnissen aus [1] (- -)	48
3.16 Ursprünglich vorgesehene Schräganströmungskorrektur für den Zustand fastDescent	51
3.17 Identifizierter Fehler in der Veröffentlichung von Branlard [1], gezeigt für einen Schubkoeffizienten von $C_T = 0.5$	53
3.18 Vergleich der Simulationsergebnisse aus dem BEMT-Abwindmodell für den Schubbeiwert C_T , die mittlere induzierte Geschwindigkeit (mean Vel), die effektive Rotornabengeschwindigkeit (hubVel) sowie die axiale induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung. Gezeigt werden Ergebnisse für einen Schräganströmungswinkel von $\Theta_{yaw} = 55^\circ$ im Betriebszustand windmillBrakeWT (blau) und turbulentWakeWT (orange).	59
3.19 Polare Konturdarstellung der azimutalen Verteilung der axialen induzierten Geschwindigkeiten im Zustand windmillBrakeWT (links) und turbulentWakeWT (rechts), Blatt 1 zeigt nach unten bei $\psi = 0^\circ$	60
3.20 Vergleich der Simulationsergebnisse aus dem BEMT-Abwindmodell (orange) und dem globalen Abwindmodell (blau) für den Schubbeiwert C_T sowie die axiale induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung. Gezeigt werden Ergebnisse für zwei Schräganströmungswinkel ($\Theta_{yaw} = 0^\circ, 33.5^\circ$) im Betriebszustand windmillBrakeWT	62
4.1 3D-Ansicht der IEA 15-MW-Windenergieanlage in der MAECOSim®-GUI für axiale Anströmung, Blatt 1 zeigt nach unten bei einem Azimutwinkel von $\psi = 180^\circ$	65
4.2 Definition von ψ_0 im Inertialsystem (Isys)	65
4.3 Simulationsergebnisse des Schubkoeffizienten C_T über eine vollständige Rotorumdrehung für die neue und alte Bemt-Implementierung sowie Referenzergebnisse aus [1] für eine axiale Anströmung $\Theta_{yaw} = 0$	66
4.4 Links: Schub und Leistung, berechnet mit der alten und neuen BEMT-Implementierung und Referenzergebnisse aus [1]. Rechts: dimensionslos	68
4.5 Einfluss von Drall und Verlusten auf die Simulationsergebnisse: dimensionslose Darstellung des Schubs T/T_0 über den Gierwinkel Θ_{yaw} , Referenzergebnisse aus [1]	69
4.6 Azimutale Variation der induzierten Geschwindigkeit bei 90%, 60% und 30% Blattspannweite für einen Schrägstellungswinkel von $\Theta_{yaw} = 50^\circ$	70

4.7	Dimensionsloser Schub T/T_0 und dimensionslose Leistung P/P_0 für eine Variation von $\Theta_{\text{skew}} \in [-40^\circ, +40^\circ]$ durch eine reine Nick- und Gierbewegung	71
4.8	Azimutale Variation der axialen induzierten Geschwindigkeit v_i für $\Theta_{\text{tilt}}, \Theta_{\text{yaw}} = \pm 20^\circ$	72
4.9	Azimutale Variation der axialen induzierten Geschwindigkeit v_i für $\Theta_{\text{skew}} = \pm 20^\circ$, Vergleich zwischen einer Schräganströmung durch reines Gieren, Nicken oder Wind	73
4.10	Simulationsergebnisse für den Schubkoeffizienten C_T und die induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung für eine Variation der Windgeschwindigkeit mit $\Theta_{\text{skew}} = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$	74
4.11	Simulationsergebnisse für die induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung für eine Variation der Anströmrichtung ψ_0 bei einem Schräganströmungswinkel von $\Theta_{\text{skew}} = 20^\circ$	75
4.12	Simulationsergebnisse für den Schubkoeffizienten C_T und die lokale axiale induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung für $\Theta_{\text{pitch}} = 0^\circ, 1.72^\circ, 5.16^\circ$ und $\Theta_{\text{skew}} = 20^\circ$	77
4.13	BEMT-Simulationsergebnisse der Verteilung des Anstellwinkels (AoA) entlang der Blattspannweite r für $\Theta_{\text{pitch}} = 1, 15^\circ, 1.72^\circ$ und $\Theta_{\text{skew}} = -20^\circ$. Als Referenz ist der Anstellwinkel für einen maximalen Auftriebsbeiwert $C_{L,\text{max}}$ dargestellt	78
4.14	BEMT-Simulationsergebnisse der Verteilung des Anstellwinkels (AoA) entlang der Blattspannweite r für $\Theta_{\text{pitch}} = 9.74^\circ$ und $\Theta_{\text{skew}} = -40^\circ$. Als Referenz ist der Anstellwinkel für einen maximalen Auftriebsbeiwert $C_{L,\text{max}}$ dargestellt	79

Tabellenverzeichnis

3.1	Übersicht der in <code>struct Rotordata</code> enthaltenen rotorbezogenen Daten .	36
3.2	Modell- und Eingangsgrößen im Unittest der Funktion <code>calculate_Working State</code>	54
3.3	Modell- und Eingangsgrößen im Unittest der Funktion <code>azimuth Redistribution</code>	57
4.1	Technische Eigenschaften der IEA 15-MW-Windenergieanlage [2]	64

Nomenklatur

Lateinische Zeichen

Symbol	Bedeutung	Einheit
A	Fläche	m^2
a	axialer Induktionsfaktor	–
c	Sehnenlänge	m
c_0, c_1, c_2	Koeffizienten des quadratischen Polynoms $C_{T,HT}$	–
C_D	Widerstandsbeiwert	–
C_L	Auftriebsbeiwert	–
C_M	Momentenbeiwert	–
C_P	Leistungsbeiwert	–
C_T	Schubbeiwert	–
D	Widerstandskraft	N
E	kinetische Energie	W
F	Prandtl'scher Spitzenverlustfaktor	–
F_{ext}	äußere Kraft	N
F_{pres}	Druckkraft	N
F_P	Vortrieb	N
F_t	Envelope-Faktor	–
K	Kontraktionsfaktor	–
k	Schräganströmungsfaktor	–
K_c	empirischer Faktor	–
L	Auftriebskraft	N
l	Länge	m
\mathbf{L}^{\cos}	Cosinusanteil der quasi-stationären Abwindmatrix (GDW)	–
\mathbf{L}^{\sin}	Sinusanteil der quasi-stationären Abwindmatrix (GDW)	–
M	Moment	N m
Ma	Mach-Zahl	–
m	Masse	kg
\mathbf{M}^{\cos}	Cosinusanteil der scheinbaren Massenmatrix (GDW)	–
\mathbf{M}^{\sin}	Sinusanteil der scheinbaren Massenmatrix (GDW)	–
N	Anzahl, $n \in \mathbb{N}$	–
\mathbf{n}	Einheitsvektor senkrecht zur Rotorebene	m
P	Leistung	W
p	Druck	Pa
p	positive ganze Zahl, $p \in \mathbb{N}$	–

P_0	Referenzleistung	W
P_i	induzierte Leistung	W
P_c	Steigleistung	W
q_A	Streckenlast des Auftriebs	N/m
R	Rotorradius	m
R_z	Faktor zur Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten	–
r	radiale Koordinate	m
\bar{r}	dimensionslose radiale Position	–
s	Steigung	–
\mathbf{s}	relativer Positionsvektor	m
T	Schubkraft	N
$[T]$	Rotationsmatrix	–
T_0	Referenzschub	W
t	Zeit	s
\mathbf{U}_0	freie Anströmungsgeschwindigkeit	m/s
\mathbf{u}	Modelleingänge	–
V	absolute Windgeschwindigkeit	m/s
V_c	Steig-/Sinkgeschwindigkeit	m/s
$\mathbf{V}_{\text{tot},0}$	Relativgeschwindigkeitsvektor	m/s
v_h	induzierte Geschwindigkeit im Schwebeflug	m/s
v_i	induzierte Geschwindigkeit	m/s
v_{tip}	Blattspitzengeschwindigkeit	m/s
W	Gewichtskraft	N
\mathbf{W}	induzierter Geschwindigkeitsvektor	m/s
\mathbf{W}_0	mittlerer induzierter Geschwindigkeitsvektor	m/s
x	vertikale Koordinate (Rotorreferenzsystem)	m
\mathbf{x}	Modellzustände	–
x	horizontale Koordinate (Rotorreferenzsystem)	m
\mathbf{y}	Modellausgänge	–
z	Koordinate in Drehachsenrichtung (Rotorreferenzsystem)	m

Griechische Zeichen

Symbol	Bedeutung	Einheit
α	(Rotor-) Anstellwinkel	°
α_i^p	α -Zustand der Ordnungen p, i im GDW-Modell	–
β_i^p	β -Zustand der Ordnungen p, i im GDW-Modell	–
Γ	Zirkulation	m ² /s
Δ	Abweichung	–

Θ_{cone}	Konuswinkel der Rotorblätter	°
Θ_{FP}	Flugbahnwinkel	°
Θ_{pitch}	Kollektiver Blatteinstellwinkel	°
Θ_{skew}	Schräganströmungswinkel	°
Θ_{tilt}	Neigungswinkel des Rotors	°
Θ_{yaw}	Gierwinkel des Rotors	°
κ	Verlustfaktor	—
$\kappa_i^{p,\cos}$	Cosinusanteil des Druckkoeffizienten (GDW-Modell)	—
$\kappa_i^{p,\sin}$	Sinusanteil des Druckkoeffizienten (GDW-Modell)	—
λ	Schnellaufzahl	—
λ_c	dimensionslose Steiggeschwindigkeit	—
λ_h	dimensionslose induzierte Geschwindigkeit im Schwebeflug	—
λ_i	dimensionslose induzierte Geschwindigkeit	—
λ_0	Abwindkoeffizient, nullte Harmonische	—
λ_{1c}	Abwindkoeffizient, erster harmonischer Kosinusanteil	—
λ_{1s}	Abwindkoeffizient, erster harmonischer Sinusanteil	—
μ	(lateral) Fortschrittsgrad	—
μ_z	axialer Fortschrittsgrad	—
ρ	Luftdichte	kg/m ³
ϕ	Anströmwinkel	°
$\Phi_i^p(r/R)$	radiale Formfunktion des Abwinds im GDW-Modell	—
χ	Neigungswinkel der Nachlaufachse	°
ψ	Rotorazimut	°
ψ_0	Azimut-Referenzwinkel (in Bezug zur Anströmrichtung)	°
Ω	Rotorwinkelgeschwindigkeit	rad/s

Indizes

Index	Bedeutung
c	kritisch
CS	Kontrollfläche
CV	Kontrollvolumen
h	im Schwebeflug
HT	hohe Schubkonditionen ("high thrust")
Hub	Hubschrauberanwendung
i	zählender Index, $i \in \mathbb{N}$
j	zählender Index, $j \in \mathbb{N}$
max	Maximum
min	Minimum

MT	Impulstheorie ("momentum theory")
n	senkrecht zur Rotorebene
p	zählender Index, $p \in \mathbb{N}$
pos	Position
R	im Rotorachsensystem
R	radiale Komponente
side	seitlich
T	tangentiale Komponente
t	Rotorblattspitzen-Randwirbel ("trailing tip vortex")
W	im Windachsensystem
0	Zustand weit stromauf
1	Zustand weit stromab
+	Zustand direkt vor der Anlage
-	Zustand direkt hinter der Anlage
*	gesuchte Nullstelle

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
AoA	Angle Of Attack
BEMT	Blade Element Momentum Theory
BET	Blade Element Theory
DAE	Differential-Algebraic system of Equations
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
FW	Free Wake
GDW	Generalized Dynamic Wake
IEA	International Energy Agency
Isys	Inertialsystem
MAECOSim	Multibody Aeromechanic Comprehensive Simulation
MBS	Multi Body System
MT	Momentum Theory
VAST	Versatile Aeromechanics Simulation Tool
VRS	Vortex Ring State
WEA	Windenergieanlage
1D	eindimensional

1 Einleitung

Rotoren bilden die zentrale aerodynamische Komponente von Windenergieanlagen und Hubschraubern. Die genaue Vorhersage der auf sie wirkenden aerodynamischen Kräfte ist von entscheidender Bedeutung für die Auslegung, Steuerung und Regelung solcher Systeme. Diese Kräfte resultieren aus dem komplexen Zusammenspiel zwischen der Rotorbewegung und dem anströmenden Luftstrom. Ein wesentliches Element bei der Modellierung dieser Wechselwirkungen ist der durch den Rotor induzierte Abwind, dessen realitätsnahe Beschreibung eine zentrale Voraussetzung für verlässliche Lastprognosen darstellt.

Zur Simulation von Windenergieanlagen und Hubschrauber wird am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) das aeromechanische Simulationssystem MAECOSim[®] (Multibody Aeromechanic Comprehensive Simulation), ehemals VAST (Versatile Aeromechanics Simulation Tool), entwickelt. Um schnelle und ressourcenschonende Simulationen im Vergleich zu rechenintensiven CFD-Verfahren zu ermöglichen, kommen in MAECOSim[®] aerodynamische Modelle mittlerer Komplexität zum Einsatz. Die aerodynamische Modellierung basiert auf der Kombination von Blattelement- und Impulstheorie. Die aerodynamischen Kräfte und Momente, die in einem Luftlastenmodell berechnet werden, stehen dabei in direkter Wechselwirkung mit dem Abwind, welcher durch spezielle Abwindmodelle bestimmt wird. Eines dieser Modelle ist das BEMT- (Blade Element Momentum Theory) Abwindmodell. Im Unterschied zu einfachen globalen Abwindmodellen, die einen über die gesamte Rotorfläche gleichförmigen Abwind annehmen, erfolgt im Bemt-Modell eine Bilanzierung von Schub und Abwind für voneinander unabhängige Rotorringflächen. Dadurch lassen sich radiale Variationen der Abwindverteilung abbilden, was insbesondere bei axialer Durchströmung – etwa bei Windenergieanlagen oder Hubschraubern im Schwebeflug – eine realitätsnähere Modellierung ermöglicht. In typischen Betriebssituationen einer Windenergieanlage, etwa bei Seitenwind, Gierbewegungen oder geneigter Gondelstellung, tritt die Hauptströmung unter einem Einfallswinkel auf die Rotorebene. Dies führt zu einer zusätzlichen Geschwindigkeitskomponente innerhalb der Rotorebene, sodass die Windenergieanlage nicht mehr rein axial durchströmt wird. In diesen Fällen verändert sich nicht nur die radiale, sondern auch die azimuthale Verteilung des Abwinds. Das aktuell in MAECOSim[®] implementierte BEMT-Modell berücksichtigt diese azimuthale Variation bislang nicht, was zu Einschränkungen in der Modellgenauigkeit führt. Um die induzierte Geschwindigkeit und damit auch die aerodynamischen Lasten bei nichtaxialer Durchströmung realitätsnäher abbilden zu können, ist eine Erweiterung des BEMT-Modells durch eine Schräganströmungskorrektur erforderlich.

1.1 Aufgabenstellung und Überblick

Ziel dieser Arbeit ist die Implementierung und Verifikation einer Schräganströmungskorrektur für das BEMT-Abwindmodell in der Simulationsumgebung MAECOSim[®] für Windenergieanlagen und Hubschrauber. Grundlage der Implementierung soll der in [1] beschriebene Ansatz von Branlard bilden. Als primärer Verifikationsfall ist eine Windenergieanlage unter nicht rein axialer Anströmung zu untersuchen. Die entwickelte Erweiterung des BEMT-Modells soll in den Hauptentwicklungszweig von MAECOSim[®] reintegriert werden. Hierzu sind Unit- und Systemtests durchzuführen; zudem ist die entsprechende Dokumentation im MAECOSim[®]-Handbuch zu ergänzen. Darüber hinaus soll die Anwendbarkeit des modifizierten BEMT-Modells auf Hauptrotoren von Hubschraubern im Vorwärtsflug analysiert werden. Hierzu ist ein physikalisch sinnvoller Richtwert für den maximalen Fortschrittsgrad zu bestimmen, bis zu dem das erweiterte Modell zuverlässig einsetzbar ist.

Die für das Verständnis dieser Arbeit erforderlichen theoretischen Grundlagen werden in Kap. 2 erarbeitet. Dabei wird ein Überblick über die Physik von Windenergieanlagen und Hubschraubern gegeben. Es erfolgt eine detaillierte Darstellung auf Basis der Blattelement- und Impulstheorie.

In Kap. 3 wird zunächst die Softwarearchitektur von MAECOSim[®] beschrieben, einschließlich der verfügbaren Modelltypen wie Struktur-, Luftlasten- und insbesondere Abwindmodellen. Schwerpunkt bildet die vorhandene Implementierung des BEMT-Abwindmodells. Darauf aufbauend wird die Schräganströmungskorrektur nach Branlard [1] vorgestellt. Im Anschluss wird die konkrete Integration dieser Korrektur in das bestehende BEMT-Modell innerhalb von MAECOSim[®] beschrieben. Dabei werden die notwendigen Anpassungen an die bestehende Implementierung erläutert. Darüber hinaus werden spezifische Herausforderungen diskutiert, die während der Implementierung auftraten. Abschließend wird die Reintegration der entwickelten Erweiterung in den Hauptentwicklungszweig von MAECOSim[®] beschrieben. Diese umfasst die Durchführung geeigneter Unit- und Systemtests.

Die Verifikation der Implementierung erfolgt in Kap. 4 anhand der IEA 15-MW-Referenz-Windenergieanlage [2]. Dafür werden umfangreiche Parameterstudien durchgeführt, in denen das Betriebsverhalten der Anlage unter verschiedenen Schräganströmungsbedingungen analysiert wird. Variiert werden dabei der Gierwinkel, der Neigungswinkel, die Windrichtung sowie der Blatteinstellwinkel. Untersucht werden die Effekte der Schräganströmungskorrektur, insbesondere im Hinblick auf die korrekte Modellierung der azimuthalen Verteilung des Abwindes.

Abschließend erfolgt eine Zusammenfassung der Arbeit sowie ein Ausblick auf zukünftige Forschungs- und Entwicklungsarbeiten.

2 Grundlagen

Ein fundiertes Verständnis der Aerodynamik von Windenergieanlagen (WEA) und Drehflüglern ist eine wesentliche Voraussetzung für die Implementierung einer Schräganströmungskorrektur. In Kap. 2.1 wird zunächst ein Überblick über die Physik von Windenergieanlagen gegeben, basierend auf der Blattelementtheorie (engl. „blade element theory“, BET) und der Impulstheorie (engl. „momentum theory“, MT). In Kap. 2.2 erfolgt eine Übertragung dieser Theorien auf die stationären Flugzustände von Hubschraubern.

2.1 Physik von WEA

Windenergieanlagen sind Energiewandler, d.h. sie wandeln die kinetische Energie des Windes in mechanische Energie um [3]. Je nach Einsatzgebiet werden unterschiedliche Bauformen von WEA verwendet. Wesentlicher Parameter für die aerodynamische Auslegung ist die Schnelllaufzahl λ . Diese wird als Verhältnis von Blattspitzengeschwindigkeit $\Omega \cdot R$ in der Rotorebene zur ungestörten Windgeschwindigkeit V_0 weit stromauf definiert [4].

$$\lambda = \frac{\Omega \cdot R}{V_0} \quad (2.1)$$

Langsamläufer ($\lambda \leq 1$) liefern bei konstanter Leistung ein hohes Drehmoment bei niedriger Drehzahl, wohingegen Schnellläufer ($5 < \lambda < 8$) bei niedrigen Drehmomenten hohe Drehzahlen liefern [4].

Die Leistung P einer Windturbine berechnet sich aus dem Produkt von Rotordrehmoment M und Winkelgeschwindigkeit Ω :

$$P = M \cdot \Omega \quad (2.2)$$

2.1.1 Impulstheorie (MT)

Die wesentliche Beschreibung der Aerodynamik einer Windenergieanlage liefert die Impulstheorie. Die Grundlagen der Impulstheorie (engl. „momentum theory“, MT) wurden von Rankine und Froude entwickelt und von Glauert und Lock 1926 auf Drehflügler angewendet. Ziel der MT ist es, eine Beziehung zwischen dem erzeugten Schub bzw. Drehmoment und den induzierten Geschwindigkeiten in der Rotorebene herzustellen. Die Strahltheorie basiert auf globalen, energetischen Überlegungen und somit auf der Anwendung der Erhaltungssätze der Strömungsmechanik unter den vereinfachenden Annahmen, dass die

Strömung eindimensional, quasi-stationär, inkompressibel und reibungsfrei ist sowie der gesamte Rotor als Aktuatorscheibe idealisiert wird [5]. An dieser ist eine Druckdifferenz zwischen Ober- und Unterseite vorhanden, wodurch Energie der Strömung entnommen wird. Der Druckabfall über die gesamte Aktuatorscheibe wird als konstant angenommen [6]. Mit Hilfe dieser Annahmen ist eine Analyse der Schub- und Leistungsentstehung mit den induzierten Geschwindigkeiten ohne detaillierte Berücksichtigung der lokalen Strömungsvorgänge möglich.

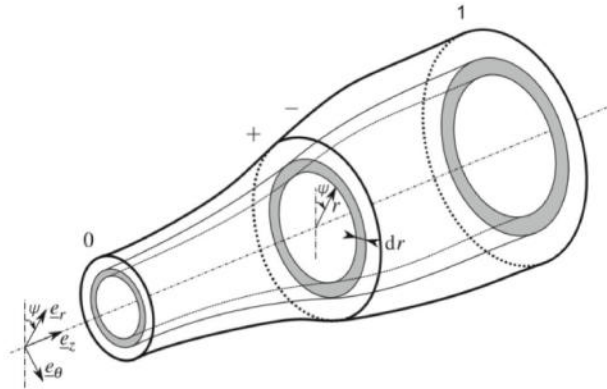


Abbildung 2.1: Notation für die Impulsbilanz nach [5], modifizierte Grafik

Abb. 2.1 zeigt ein sich aufweitendes ringförmiges Strömungrohr, wobei die grauen Flächen den Querschnitt in vier Ebenen kennzeichnen. Dabei werden die Größen weit stromauf- und stromabwärts mit dem Index „0“ bzw. „1“ notiert. Die Größen stromauf- und stromabwärts direkt an der Aktuatorscheibe werden mit „+“ bzw. „-“ bezeichnet. Die Stromlinien divergieren, da die Aktuatorscheibe wie ein Luftwiderstand wirkt, der die Windgeschwindigkeit von V_0 weit stromauf, auf V in der Rotorebene und auf V_1 im Nachlauf verlangsamt. Stromauf kurz vor dem Drucksprung steigt der Druck kontinuierlich vom atmosphärischen Druck p_0 auf p in der Rotorebene an. Stromabwärts des Rotors fällt der Druck kontinuierlich auf das atmosphärische Niveau zurück [7]. Die Druck- und Geschwindigkeitsentwicklung ist in Abb. 2.2 graphisch dargestellt.

Da der Drucksprung eine Unstetigkeitsstelle bildet, muss Bernoulli's Gesetz separat für den Bereich von „0“ bis „+“ und von „-“ bis „1“ angewendet werden:

$$p_0 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_0^2 = p_+ + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \quad (2.3)$$

$$p_- + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_1^2 \quad (2.4)$$

Unter der Annahme, dass weit stromauf- und stromabwärts Druckgleichgewicht $p_0 = p_1$ gilt, ergibt sich aus der Kombination von Gl. (2.3) und Gl. (2.4) für den Drucksprung über die Aktuatorscheibe:

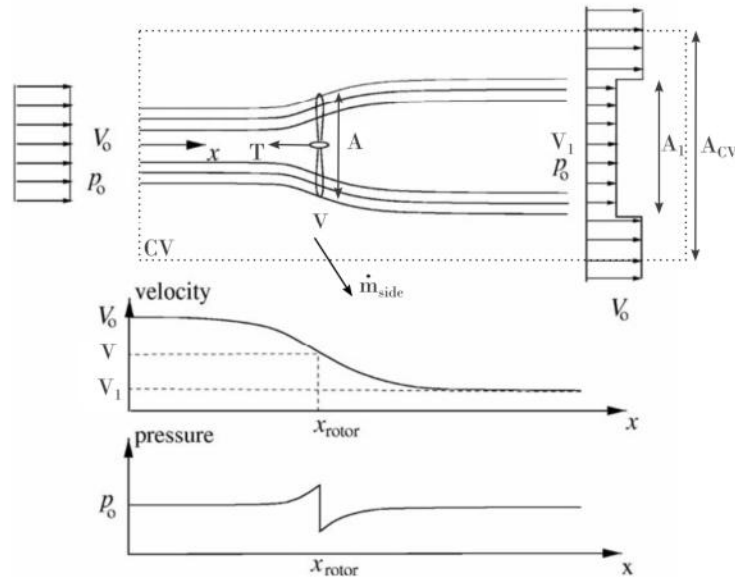


Abbildung 2.2: Druck- und Geschwindigkeitsentwicklung über die Aktuatorscheibe nach [7], modifizierte Grafik

$$\Delta p = p_+ - p_- = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (V_0^2 - V_1^2) \quad (2.5)$$

Da dieser über die gesamte Aktuatorscheibe als konstant angenommen wird, kann die Schubkraft T auch durch den Druckabfall Δp multipliziert mit der Fläche der Scheibe A ausgedrückt werden:

$$\Delta p = \frac{T}{A} = \frac{T}{\pi \cdot R^2} \quad (2.6)$$

Die Impulsbilanz besagt, dass die Gesamtänderung des Impulses innerhalb eines Kontrollvolumens (CV) – bestehend aus der zeitlichen Impulsänderung im Volumen sowie dem konvektiven Impulsfluss über die Kontrollfläche – den am Kontrollvolumen angreifenden Kräften entspricht. Diese setzen sich aus Oberflächen- und Volumenkräften zusammen. Wird die Impulsbilanz in integraler Form auf das Kontrollvolumen A_{CV} angewendet, welches mit einer gestrichelten Linie in Abb. 2.2 eingezeichnet ist, ergibt sich:

$$\frac{\delta}{\delta t} \iiint_{CV} \rho \cdot V(x, y, z) dx dy dz + \iint_{CS} V(x, y, z) \cdot \rho \cdot \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = F_{ext} + F_{pres} \quad (2.7)$$

Dabei bezeichnet F_{pres} die auf das Kontrollvolumen wirkende Druckkraft und F_{ext} die äußere Gesamtkraft. Der Vektor \mathbf{A} zeigt in Normalenrichtung nach außen und stellt ein infinitesimales Flächenelement der Kontrollfläche dar, wobei seine Länge der Fläche dieses Elements entspricht. Folgende Vereinfachungen können getroffen werden: Da die

Strömung als stationär angenommen wird, entfällt der erste Term in Gl. (2.7). Zudem ist der F_{pres} gleich null, da der Druck an den Austrittsflächen des Kontrollvolumens denselben atmosphärischen Wert hat und auf die gleiche Fläche wirkt. Für den idealisierten Rotor folgt daher:

$$\rho \cdot V_1^2 \cdot A_1 + \rho \cdot V_0^2 \cdot (A_{CV} - A_1) + \dot{m}_{side} \cdot V_0 - \rho \cdot V_0^2 \cdot A_{CV} = -T \quad (2.8)$$

Aus der Massenerhaltungsgleichung, welche besagt, dass der in ein Kontrollvolumen eintretende Massenstrom dem austretenden Massenstrom entsprechen muss, kann \dot{m}_{side} bestimmt und eine Beziehung zwischen A und A_1 hergestellt werden:

$$\dot{m}_{side} = \rho \cdot A_1 \cdot (V_0 - V_1) \quad (2.9)$$

$$\dot{m} = \rho \cdot V \cdot A = \rho \cdot V_1 \cdot A_1 \quad (2.10)$$

Aus Gl. (2.9), Gl. (2.10) und Gl. (2.8) folgt

$$T = \rho \cdot V \cdot A \cdot (V_0 - V_1) = \dot{m} \cdot (V_0 - V_1) \quad (2.11)$$

Werden Gl. (2.5) und Gl. (2.6) zusammengeführt, ergibt sich nach dem Theorem von Froude und Rankine, dass die Geschwindigkeit u in der Rotorebene dem arithmetischen Mittel der Geschwindigkeit weit stromauf V_0 und der Geschwindigkeit weit im Nachlauf V_1 entspricht:

$$V = \frac{1}{2} \cdot (V_0 + V_1) \quad (2.12)$$

Da die Annahme einer reibungsfreien Strömung getroffen wurde und sich somit die interne Energie innerhalb des Kontrollvolumens nicht ändert, kann zur Berechnung der dem Luftstrom entnehmbaren mechanischen Leistung P der integrale Energieerhaltungssatz auf das Kontrollvolumen angewendet werden. Die im Luftstrom verfügbare Leistung ergibt sich dabei aus der kinetischen Energie der Luftmasse, die durch die Fläche A strömt:

$$P = \dot{E} = \dot{m} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot V_0^2 + \frac{p_0}{\rho} - \frac{1}{2} \cdot V_1^2 - \frac{p_0}{\rho} \right) \quad (2.13)$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot A \cdot (V_0^2 - V_1^2) \quad (2.14)$$

Der axiale Induktionsfaktor a ist definiert als:

$$a = \frac{V_0 - V}{V_0} \quad (2.15)$$

bzw.

$$V = (1 - a) \cdot V_0 \quad (2.16)$$

Damit kann die Geschwindigkeit V_1 weit stromabwärts durch Kombination von Gl. (2.16) und Gl. (2.12) ausgedrückt werden als:

$$V_1 = (1 - 2a) \cdot V_0 \quad (2.17)$$

Leistung und Schub können somit als Funktion des axialen Induktionsfaktors ausgedrückt werden als:

$$P = 2 \cdot \rho \cdot V_0^3 \cdot a \cdot (1 - a)^2 \cdot A \quad (2.18)$$

$$T = 2 \cdot \rho \cdot V_0^2 \cdot a \cdot (1 - a) \cdot A \quad (2.19)$$

Zu erkennen ist, dass die einem Windstrom entnehmbare mechanische Leistung mit der dritten Potenz der Windgeschwindigkeit ansteigt [3].

Üblicherweise werden dimensionslose Beiwerte verwendet. Dafür werden die physikalischen Größen auf eine geeignete Referenzgröße bezogen. Der Leistungsbeiwert ergibt sich somit aus der Rotorleistung P in Bezug zur verfügbaren Leistung des Luftstroms P_0 :

$$C_P = \frac{P}{P_0} = \frac{P}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_0^3 \cdot A} \quad (2.20)$$

Analog dazu wird der Schubbeiwert definiert als:

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_0^2 \cdot A} \quad (2.21)$$

Für eine ideale 1-D Windturbine – also einen verlustlos arbeitenden Rotor bei reibungsfreier, stationärer Strömung – ergibt sich somit:

$$C_P = 4 \cdot a \cdot (1 - a)^2 \quad (2.22)$$

$$C_T = 4 \cdot a \cdot (1 - a) \quad (2.23)$$

Das theoretische Maximum einer idealen Windturbine wird als Betz-Limit bezeichnet und ergibt sich für $a = \frac{1}{3}$ zu:

$$C_{Pmax} = \frac{16}{27} \approx 0.593 \quad (2.24)$$

Aus dem Ergebnis von Betz geht hervor, dass für eine ideale Windenergieanlage maximal 59.3 % der Windenergie vom Rotor umgesetzt werden kann. Idealerweise wird eine Windenergieanlage daher so ausgelegt, dass die Geschwindigkeit in der Rotorebene $V = \frac{2}{3}V_0$ ist. In dieser Theorie werden Verluste wie z. B. Blattspitzenverluste, Profilverluste und Drallverluste vernachlässigt. Das Betz-Limit ist daher als eine Obergrenze zu verstehen, die nicht überschritten werden kann [5]. Praktische Leistungsbeiwerte C_P liegen für Auftriebsläufer mit guten Flügelprofilen bei etwa $C_P = 0.5$ [4].

Grenzen der Impulstheorie

Experimente haben ergeben, dass die einfache Strahltheorie entsprechend Gl. (2.23) nur für einen axialen Induktionsfaktor, der unterhalb eines kritischen Werts von $a_c = 0.4$ liegt, gilt [7]. Dies zeigt Abb. 2.3, in der gemessene Schubbeiwerte C_T als Funktion des axialen

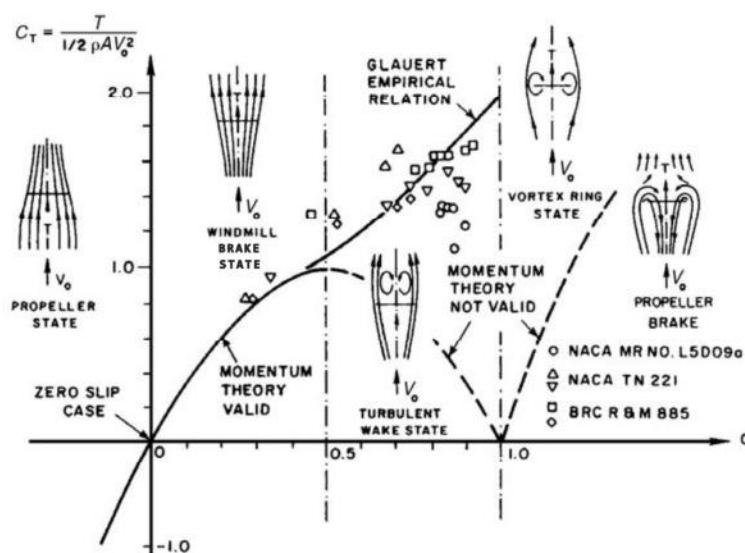


Abbildung 2.3: Gemessene Schubbeiwerte als eine Funktion des axialen Induktionsfaktor für verschiedene Rotorzustände nach [7], modifizierte Grafik

Induktionsfaktors a für verschiedene Rotorzustände dargestellt sind. Der Grund für die Limitierung der Strahltheorie liegt darin, dass sich mit zunehmendem Schubbeiwert die Stromröhre aufweitet, wodurch die Geschwindigkeit von V_0 auf V_1 im Nachlauf abnimmt. Wird der Geschwindigkeitssprung zu groß, wird die freie Scherschicht am Rand des Nachlaufs instabil. Es bilden sich Wirbel, die den Impuls aus der äußeren Strömung in den Nachlauf transportieren. Die einfache Impulstheorie mit den getroffenen Annahmen ist somit nicht mehr gültig. Dieser Zustand wird als turbulenter Nachlaufzustand (engl. „turbulent wake state“) bezeichnet [7] und kann während des Hochfahrens oder Abschaltens einer WEA auftreten.

Um diesen turbulenten Strömungszustand im Bereich $0.4 < a < 1.0$ modellieren zu können, leitet Glauert [8] eine empirische Beziehung zwischen dem Schubbeiwert C_T und dem axialen Induktionsfaktor a her. Diese empirische Relation berührt die Kurve der einfachen Impulstheorie bei $a = 0.4$ und nimmt bei $a = 1$ den Wert $C_T = 2$ an. Aufgelöst nach dem Schubkoeffizienten C_T ergibt sich daher die folgende Beziehung:

$$C_T = 0.889 - \frac{0.0203 - (a - 0.143)^2}{0.6427} \quad (2.25)$$

Dabei werden jedoch sowohl Blattspitzenverluste als auch Nabenverluste vernachlässigt. Die empirische Relation basiert auf experimentellen Daten von Rotoren, die sich im turbulenten Nachlaufzustand befinden. Wie in Abb. 2.3 weisen diese Daten jedoch eine große Streuung auf, weshalb der Schubkoeffizient im turbulenten Nachlaufzustand keine einfache Funktion des Induktionsfaktors sein kann. Um Verluste mit einzubeziehen, wird sowohl die einfache Impulsgleichung gemäß Gl. (2.23) als auch Glauerts empirische Relation nach Gl. (2.25) durch die Multiplikation mit einem Korrekturfaktor F für Blattspitzenverluste modifiziert. Dieser wird auch als Prandtl'scher Spitzenverlustfaktor bezeichnet und korrigiert die Annahme einer unendlichen Anzahl von Rotorblättern. Wie in Abb. 2.3 dargestellt, ergibt sich jedoch eine numerische Diskontinuität; eine Lücke bei $a = 0.4$ zwischen der einfachen Impulskurve und Glauerts empirischen Relation mit Berücksichtigung von Verlusten.

Daher wurde von Buhl [9] eine neue empirische a - C_T -Beziehung entwickelt, welche sowohl Verluste miteinbezieht als auch das Diskontinuitätsproblem löst. Dabei kommt eine

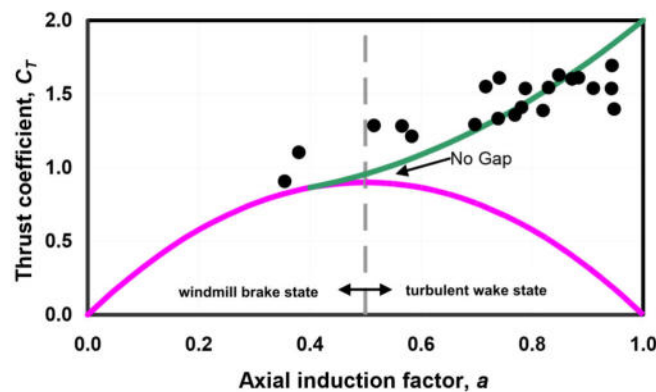


Abbildung 2.4: Empirische a - C_T -Beziehung nach Buhl [9], modifizierte Grafik

parabolische Kurve zur Anwendung, die bei $a = 0.4$ sowohl den gleichen Funktionswert als auch die gleiche Steigung wie die Kurve der Impulstheorie aufweist. Zusätzlich wird bei $a = 1$ ein empirischer Wert von $C_T = 2.0$ definiert. Durch Anwendung einfacher Algebra ergibt sich daraus folgende Beziehung für den Schubbeiwert C_T :

$$C_T = \frac{8}{9} + \left(4 \cdot F - \frac{40}{9}\right) \cdot a + \left(\frac{50}{9} - 4 \cdot F\right) \cdot a^2 \quad (2.26)$$

Abb. 2.4 zeigt die Kurve der Impulstheorie ($C_T = 4 \cdot a \cdot F \cdot (1 - a)$) und die empirische a - C_T -Beziehung nach Buhl, wenn Verluste in beiden Gleichungen berücksichtigt werden. Es ist zu erkennen, dass die stetige Differenzierbarkeit zwischen der Impulstheorie (rosa) und der Relation nach Buhl (grün) bei $a = 0.4$ gewährleistet ist.

2.1.2 Blattelementtheorie (BET)

Zur Bestimmung der Luftlasten eines Rotors wurde von W. Froude und S. Drzewiecki die Blattelementtheorie (engl. „blade element theory“, BET) entwickelt. Ihr liegen zwei wesentliche Annahmen zugrunde:

1. Vorhandensein von n gleichen Rotorblättern
2. Aerodynamische Lasten an einer radialen Position können unabhängig von anderen radialen Positionen bestimmt werden, d.h. die Ringelemente beeinflussen sich nicht gegenseitig.

Das Prinzip der Blattelementtheorie beruht darin, dass die Rotorebene in beliebig viele Ringelemente, entweder nach dem Prinzip gleicher radialer Abstände zwischen den verschiedenen Ringen oder gleich großer Ringflächen, diskretisiert wird und an jedem dieser Elemente lokal die Strömungsverhältnisse im Bezugssystem des Blattelements analysiert werden. Aus der Integration über den Radius sowie der Summation über die Anzahl der Rotorblätter folgen die aerodynamischen Kräfte und Momente. Diese ergeben sich aus der Blattgeometrie, den dimensionslosen Auftriebs-, Widerstands- und Momentenbeiwerten C_L , C_D , C_M sowie der lokalen Strömungsgeschwindigkeit [6].

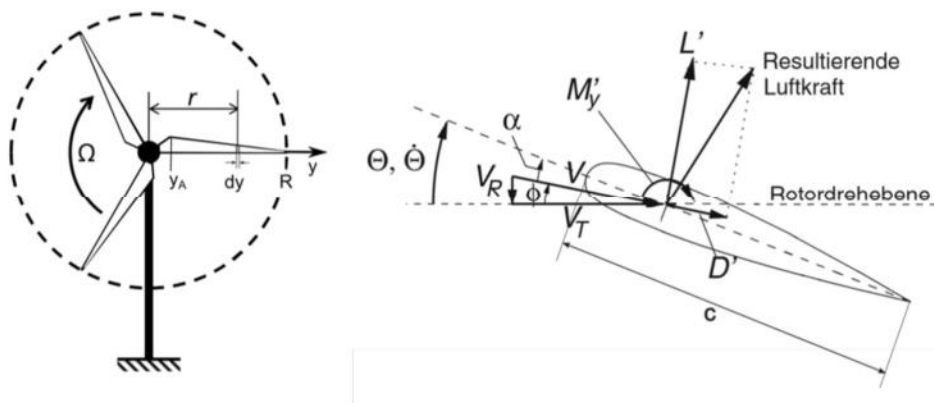


Abbildung 2.5: Strömungsverhältnisse an einem Blattelement der Breite dy nach [10], modifizierte Grafik

Abb. 2.5 zeigt die Strömungsverhältnisse und lokalen Kräfte an einem Blattelement der radialen Position r , wobei dieses als Profil in zweidimensionaler, quasistationärer Strömung

betrachtet wird [6]. Ein Blattelement besteht aus einem Blattabschnitt mit der Sehnenlänge c und der radialen Länge $dy = R \cdot \bar{r}$, wobei \bar{r} die dimensionslose radiale Länge ist. Die lokale Anströmgeschwindigkeit V an einem Blattelement ergibt sich aus der vektoriellen Addition von der radialen Geschwindigkeitskomponente V_R und der tangentialen Geschwindigkeitskomponente $V_T = \Omega \cdot r$:

$$V = \sqrt{V_R^2 + (\Omega \cdot r)^2} \quad (2.27)$$

Dabei beträgt die axiale Geschwindigkeit V_R in der Rotorebene bei idealer Auslegung nach Kap. 2.1.1 $V_R = 2/3 \cdot V_0$.

Der lokale Einstellwinkel Θ ergibt sich aus dem Anströmwinkel ϕ und dem Anstellwinkel α :

$$\Theta = \phi + \alpha \quad (2.28)$$

Der Anströmwinkel berechnet sich dabei aus $\phi = \tan^{-1}(V_R/V_T)$. Durch die Anströmung mit der Geschwindigkeit V unter dem Anstellwinkel α bildet sich am Blattelement eine inkrementelle resultierende Luftkraft aus. Wie in Abb. 2.5 dargestellt, lässt sich diese Kraft in eine inkrementelle Auftriebskraft L' , die senkrecht zur lokalen Anströmung V wirkt und in eine inkrementelle Widerstandskraft D' , die in Richtung der Anströmung zeigt, zerlegen. Diese Kräfte können wiederum in eine Umfangskraft U' in der Rotorebene und in eine Schubkraft T' in Richtung der Rotorachse aufgeteilt werden. Die Umfangskraft erzeugt über den Hebelarm das inkrementelle Rotormoment M'_y um die Blattachse. Unter Verwendung der dimensionslosen aerodynamischen Beiwerte C_l, C_d, C_m ergibt sich für die inkrementellen aerodynamischen Kräfte und Momente:

$$L' = \frac{\rho}{2} \cdot V^2 \cdot c \cdot \bar{r} \cdot [C_L \cdot \sin(\phi) - C_D \cdot \cos(\phi)] \quad (2.29)$$

$$T' = \frac{\rho}{2} \cdot V^2 \cdot c \cdot \bar{r} \cdot [C_L \cdot \cos(\phi) + C_D \cdot \sin(\phi)] \quad (2.30)$$

$$M' = \frac{\rho}{2} \cdot V^2 \cdot c^2 \cdot \bar{r} \cdot C_M \quad (2.31)$$

2.2 Physik von Hubschraubern

Im Folgenden werden die wesentlichen Grundlagen der Drehflügleraerodynamik auf Basis der in Kapitel 2.1 dargestellten Impulstheorie erläutert. Der Fokus liegt auf der Charakterisierung stationärer Flugzustände sowie auf den Zusammenhängen zwischen Leistung, Schub und induzierter Geschwindigkeit. Darüber hinaus werden zentrale dimensionslose Beiwertgrößen betrachtet, die insbesondere im Kontext der Implementierung einer Schräganströmung bei Hubschraubern von Relevanz sind.

Charakterisierung der stationären Flugzustände

Zu den stationären Flugzuständen zählen der Schwebeflug, der axiale Steig- und Sinkflug sowie der Vorwärtsflug. Getragen wird der Drehflügler in allen Flugzuständen vom Schub des Hauptrotors, der auf der Beschleunigung von Luftmassen in entgegengesetzter Richtung beruht. Diese durch den Schub erzeugten Geschwindigkeiten der Luftmassen werden als induzierte Geschwindigkeiten bezeichnet.

Abb. 2.6 zeigt die verschiedenen Strömungszustände des axialen (vertikalen) Flugs: (a) Schweb- und Steigflug, (b) Wirbelringstadium und (c) schneller Sinkflug. Diese Strömungszustände sind im Wesentlichen rotationssymmetrisch. Im Schwebeflug bewegt sich der Hubschrauber weder translatorisch noch rotatorisch gegenüber den ihn umgebenden Luftmassen. Der Rotor wird dabei axial von oben nach unten durchströmt. Für einen langsamen Sink- und senkrechten Steigflug ähneln die Strömungsverhältnisse denen des Schwebeflugs. Das vom Rotor erzeugte Wirbelsystem wird weiterhin nach unten weggetragen.

Steigt die Sinkgeschwindigkeit weiter an, ist die induzierte Geschwindigkeit ungefähr so groß wie die Sinkgeschwindigkeit. Das Wirbelsystem verharrt in der Nähe des Rotors, wo es einen den Rotor umschließenden, starken instabilen Randwirbel bildet (vgl. Abb. 2.6 oben rechts). In diesem Zustand verhält sich der Rotor aerodynamisch wie eine geschlossene ebene Platte, die hauptsächlich durch den Randwirbel umströmt wird. Es entsteht eine stark instationäre Strömungszustand mit Bereichen gleichzeitig auf- und abwärts gerichteter Geschwindigkeiten, welches als Wirbelringstadium (engl. „vortex ring state“, VRS) bezeichnet wird. Für einen sehr schnellen Sinkflug wird der Rotor wieder sauber durchströmt. Im Vergleich zum langsamen Sinkflug wird das Wirbelsystem jedoch, wie Abb. 2.6 (unten) zeigt, nach oben weggetragen, da die induzierte Geschwindigkeit kleiner als die Sinkgeschwindigkeit ist. Dadurch wird der Rotor von der Strömung angetrieben, weshalb dieser Zustand auch als sogenanntes Windmühlenstadium (engl. „windmill brake state“) definiert wird. Bei der Autorotation, die bei einem Ausfall des Antriebs von Relevanz ist, wird die Rotorebene von unten nach oben durchströmt. Dadurch wird der Rotor durch die durchströmende Luftmasse angetrieben, bis ein Gleichgewicht zwischen antreibenden und bremsenden Kräften erreicht ist. Dieser Zustand ist vergleichbar mit dem Funktionsprinzip einer Windenergieanlage.

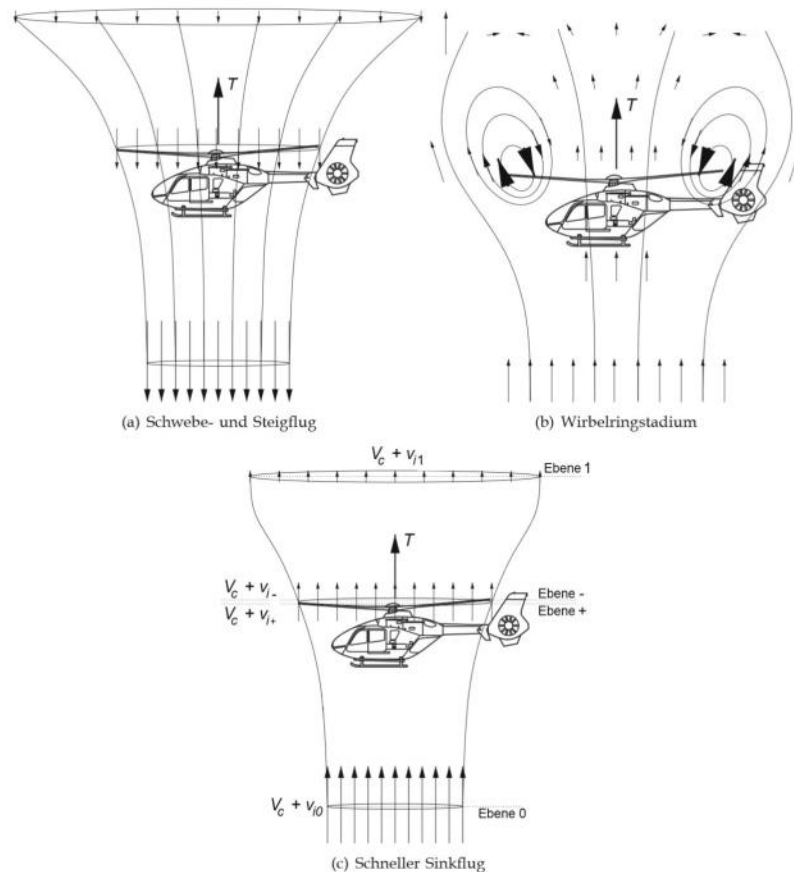


Abbildung 2.6: Strömungszustände im axialen Flug nach [6], modifizierte Grafik

Im Vorwärtsflug ist die Rotorebene des Hubschraubers in Flugrichtung geneigt, sodass ein Teil des Schubes zur Vortriebserzeugung verwendet werden kann. Im Gegensatz zum vertikalen Flug liegt beim Horizontalflug keine Rotationssymmetrie vor, da der Rotor sowohl von oben nach unten als auch quer durchströmt wird. Die Anströmverhältnisse in der Rotorebene ändern sich folglich über den Umlauf eines Rotorblattes. Am vorlaufenden Blatt addieren sich Flug- und Rotationsgeschwindigkeit, sodass bei hohen Fluggeschwindigkeiten transsonische Effekte auftreten, wohingegen sie sich am rücklaufenden Blatt subtrahieren und inkompressible Strömungszustände vorherrschen. Im inneren Bereich des Rotors können auf der rücklaufenden Seite des Rotors lokale Machzahlen bis $Ma < -0.13$ erreicht werden, was auf Rückanströmung hinweist. Die veränderten Anströmverhältnisse führen zu wechselnden aerodynamischen Lasten.

Grundgleichungen und wesentliche Zusammenhänge

Wesentliche Zusammenhänge der Aerodynamik von Drehflügler werden im Folgenden für die Strömungsverhältnisse im Schwebeflug, dem Sonderfall eines axialen Steigflugs mit

einer Steiggeschwindigkeit von $V_C = 0$, aufgeführt. Diese sind in Abb. 2.7 schematisch dargestellt. Da die Strömungszustände im Schwebeflug weitgehend achsensymmetrisch

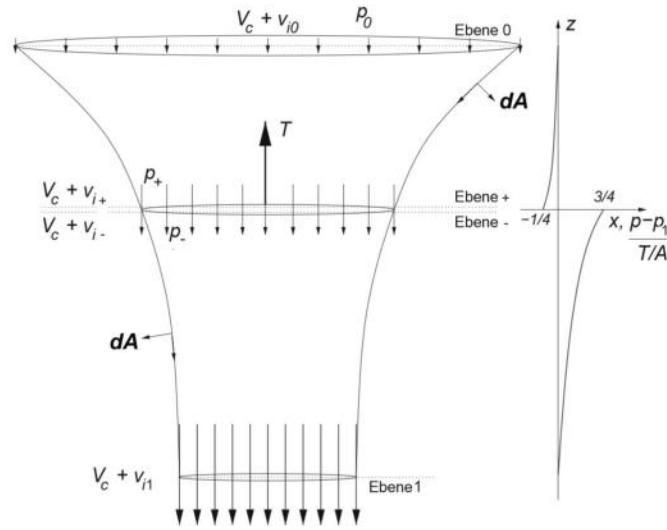


Abbildung 2.7: Strahltheorie im axialen Flug nach [6], modifizierte Grafik

sind, ermöglicht die in Kap. 2.1 für Windenergieanlagen vorgestellte Impulstheorie eine umfassende globale Analyse. Voraussetzung dafür ist eine eindimensionale, stationäre, reibungsfreie, inkompressible Strömung durch den Rotor, der als Aktuatorscheibe idealisiert wird [6]. Die Ebene 0 befindet sich weit stromauf des Rotors, die Ebenen + und – unmittelbar ober- und unterhalb des Rotors sowie die Ebene 1 weit stromab im voll ausgebildeten Abstromzylinder. Über die Aktuatorscheibe findet ein Drucksprung statt, der den für den Drehflügler erforderlichen Schub erzeugt. Der Druckverlauf über die Ebenen ist rechts in Abb. 2.7 dargestellt. Die induzierte Geschwindigkeit in der Rotorebene wird mit $v_i = v_{i+} = v_{i-}$ definiert, während die induzierte Geschwindigkeit weit oberhalb des Rotors $v_{i0} = 0$ ist. [6].

Der Schub entspricht dem Impulszuwachs $\dot{m}\Delta V$ der durch den Rotor strömenden Luftmassen [6]. Aus der Impulserhaltungsgleichung (vgl. Gl. (2.7)) ergibt sich daher für die Beziehung zwischen Schub T und induzierter Geschwindigkeit v_i :

$$T = \iint_{\infty} \rho \cdot (\mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) \cdot \mathbf{V} - \iint_0 \rho \cdot (\mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) \cdot \mathbf{V} = \iint_{\infty} \rho \cdot (\mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) \cdot \mathbf{V} = \dot{m} \cdot v_{i1} \quad (2.32)$$

Aus dem Energieerhaltungssatz kann die induzierte Leistung P_i , die der Rotor zur Erzeugung des erforderlichen Schubs aufbringen muss, berechnet werden. Diese wird als induzierte Leistung bezeichnet, da diese ausschließlich den Anteil der Leistung beinhaltet, der im Zusammenhang mit der induzierten Geschwindigkeit steht.

$$P_i = T \cdot v_i = \iint_{\infty} \frac{\rho}{2} \cdot (\mathbf{V} \cdot \mathbf{dA}) \cdot |\mathbf{V}|^2 - \iint_0 \frac{\rho}{2} \cdot (\mathbf{V} \cdot \mathbf{dA}) \cdot |\mathbf{V}|^2 = \iint_{\infty} \frac{\rho}{2} \cdot (\mathbf{V} \cdot \mathbf{dA}) |\mathbf{V}|^2 = \frac{\dot{m}}{2} \cdot v_{i1}^2 \quad (2.33)$$

Dabei muss die induzierte Leistung der Zunahme der kinetischen Energie der Strömung entsprechen. Aus den Gl. (2.32) und Gl. (2.33) folgt ein wesentlicher Zusammenhang:

$$v_i = \frac{v_{i1}}{2} = \frac{P_i}{T} \quad (2.34)$$

Die induzierte Geschwindigkeit in der Rotorebene ist halb so groß ist wie die im Abströmbe-
reich. Zudem ist die induzierte Geschwindigkeit vom Leistungsgrad P_i/T abhängig. Daraus
ergeben sich für den Schub und die Leistung die Gleichungen:

$$T = 2 \cdot \rho \cdot A \cdot v_i^2 \quad (2.35)$$

$$P \approx P_i = 2 \cdot \rho \cdot A \cdot v_i^3 \quad (2.36)$$

Üblicherweise werden dimensionslose Beiwerte verwendet. Eine wesentliche Größe zur
Beschreibung des aerodynamischen Zustandes im Schwebeflug stellt der dimensionslose
Schubbeiwert C_T dar. Dabei wird im Vergleich zu WEA die Blattspitzengeschwindigkeit
 $v_{tip} = \Omega \cdot R$ zur Normierung genutzt.

$$C_T = \frac{T}{\rho \cdot A \cdot (\Omega \cdot R)^2} \quad (2.37)$$

Aus Gl. (2.34) folgt für die dimensionlose induzierte Geschwindigkeit λ_h im Schwebeflug:

$$\lambda_h = \lambda_i(V_c = 0) = \frac{v_i(V_c = 0)}{\Omega \cdot R} = \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad (2.38)$$

Aus den Gleichungen lassen sich folgende Zusammenhänge ableiten: Der Schub ist abhän-
gig von dem Produkt aus dem Massenstrom durch den Rotor und der Beschleunigung der
Luftmassen bzw. der sich daraus ergebenden resultierenden induzierten Geschwindigkeit v_i .
Dabei gilt: Je größer der Massenstrom ist – etwa durch eine Vergrößerung der Rotorfläche
– ,desto geringer ist die Beschleunigung der Luft und die induzierte Geschwindigkeit,
wodurch auch die induzierte Leistung P_i abnimmt. Die Grundidee der Strahltheorie besteht
somit darin, einen Zusammenhang zwischen Schub- und Leistungsentstehung und den
induzierten Geschwindigkeiten herzustellen [6].

Der axiale Steigflug ($V_c > 0 \text{ m/s}$) erfordert im Vergleich zum Schwebeflug mehr Rotorleistung. Ausgehend von den Erhaltungssätzen für Masse, Impuls und Energie ergibt sich für Schub und Leistung mit der Steigleistung $P_c = T \cdot v_c$:

$$T = \dot{m}(V_c + v_{i1}) - \dot{m} \cdot V_c = \dot{m} \cdot v_{i1} \quad (2.39)$$

$$P = P_c + P_i = \frac{\dot{m}}{2} \cdot v_{i1} \cdot (2 \cdot V_c + v_{i1}) \quad (2.40)$$

Daraus folgt, dass wie im Schwebeflug $v_{i1} = 2 \cdot v_i$ gilt. Aus den vorherigen Gleichungen lässt sich eine dimensionslose Form der induzierten Geschwindigkeit

$$\lambda_i = -\frac{\lambda_c}{2} + \sqrt{\frac{\lambda_c^2}{4} + \frac{C_T}{2}} \quad (2.41)$$

berechnen, wobei $\lambda_i = v_i/(\Omega \cdot R)$ und die dimensionslose Steiggeschwindigkeit $\lambda_c = V_c/(\Omega \cdot R)$ ist [6].

Im schnellen Sinkflug $V_c < 0 \text{ m/s}$ wird der Rotor von unten nach oben durchströmt, wodurch der Massenstrom negativ und der Schub positiv ist. Die Leistung ist negativ, da der Rotor von der Strömung angetrieben wird. Für die dimensionslose Form der induzierte Geschwindigkeit ergibt sich dann mit der gleichen Herleitung wie im Schwebeflug- und Steigflug:

$$\lambda_i = -\frac{\lambda_c}{2} - \sqrt{\frac{\lambda_c^2}{4} - \frac{C_T}{2}} \quad (2.42)$$

Im Vorwärtsflug muss der Hauptrotor zusätzlich zum erforderlichen Schub, um das Gewicht W zu kompensieren, auch damit den Vortrieb F_P erzeugen. Dafür ist der Rotor,

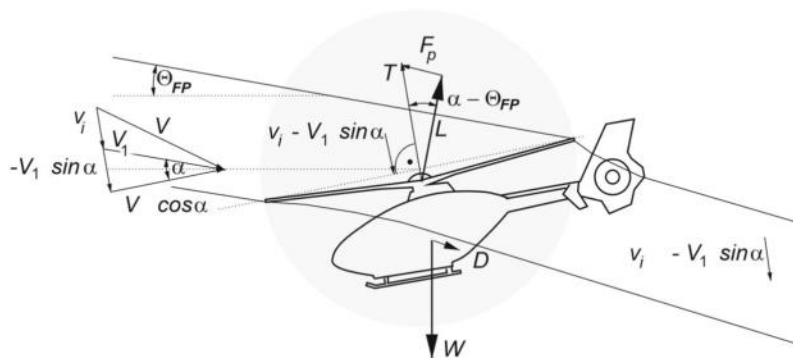


Abbildung 2.8: Strömungsverhältnisse im Vorwärtsflug mit einem Flugbahnwinkel von Θ_{FP} nach [6], modifizierte Grafik

wie Abb. 2.8 bei einem Flugbahnwinkel von Θ_{FP} zeigt, gegenüber der Flugrichtung nach vorne unten ($\alpha < 0$) geneigt. Durch die Vorwärtsgeschwindigkeit wird der Rotor mit einer lateralen Komponente angeströmt, wodurch die Rotationssymmetrie der Anströmung, wie sie im Axialflug vorliegt, nicht mehr gegeben ist [6]. Dennoch kann für den Vorwärtsflug die Strahltheorie unter vereinfachenden Annahmen angewandt werden. Dazu zählt, dass über die Aktuatorscheibe konstante Anströmverhältnisse gelten, so dass sich entsprechend Abb. 2.8 die resultierende Geschwindigkeit V aus der vektoriellen Addition von Fluggeschwindigkeit V_1 und induzierter Geschwindigkeit v_i ergibt:

$$V = \sqrt{(V_1 \cdot \cos(\alpha))^2 + (v_i - V_1 \sin(\alpha))^2} = \sqrt{V_1^2 - 2 \cdot v_i \cdot V_1 \cdot \sin(\alpha) + v_i^2} \quad (2.43)$$

Aus der Impuls- und Energieerhaltungsgleichung folgt dann für den Schub T und die Leistung P mit dem Massenstrom $\dot{m} = \rho \cdot A \cdot V$:

$$T = \dot{m} \cdot (v_{i1} - V_1 \cdot \sin(\alpha)) - \dot{m} \cdot (-V_1 \sin(\alpha)) = \dot{m} \cdot v_{i1} \quad (2.44)$$

$$P = P_i = T(v_i - V_1 \cdot \sin(\alpha)) = \frac{\dot{m}}{2}(v_{i1}^2 - 2 \cdot V_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot v_{i1}) \quad (2.45)$$

Aus den Gl. (2.44) und Gl. (2.45) folgt, dass wie im Axialflug $v_{i1} = 2 \cdot v_i$ gilt. Daraus folgt für den Schub:

$$T = 2 \cdot \rho \cdot A \cdot V \cdot v_i \quad (2.46)$$

Für den schnellen Vorwärtsflug ($V_1 \gg v_i$) gilt näherungsweise $T = 2 \cdot \rho \cdot A \cdot V_1 \cdot v_i$. Im Vorwärtsflug ist die induzierte Geschwindigkeit im Vergleich zum Schwebeflug jedoch klein, da die den Rotor durchströmende Luftmasse auf Grund der Neigung der Rotorebene gegen die Flugrichtung (Term $V_1 \cdot \sin \alpha$) größer ist.

Aus Gl. (2.46) lässt sich eine explizite Beziehung für die induzierte Geschwindigkeit v_i herleiten:

$$v_i = \frac{T}{2 \cdot \rho \cdot A \cdot V} = \frac{v_h^2}{\sqrt{(V_1 \cdot \cos \alpha)^2 + (v_i - V_1 \cdot \sin \alpha)^2}} \quad (2.47)$$

Werden die Geschwindigkeiten auf die Blattspitzengeschwindigkeiten $\Omega \cdot R$ bezogen, ergibt sich für die dimensionslose induzierte Geschwindigkeit λ_i :

$$\lambda_i = \frac{\lambda_h^2}{\sqrt{\mu^2 + (\mu_z + \lambda_i)^2}} \quad (2.48)$$

wobei $\mu = \frac{V_1 \cdot \cos \alpha}{\Omega \cdot R}$ der (laterale) Fortschrittsgrad und $\mu_z = \frac{-V_1 \cdot \sin \alpha}{\Omega \cdot R}$ der axiale Fortschrittsgrad ist.

Für die Region $-1 < V_c/v_h < 0$, der den Übergang zwischen Schwebeflug und schnellem Sinkflug umfasst und in dem die Impulstheorie nicht anwendbar ist (vgl. Kap. 2.1.1), entwickelte Leishman [11] ein Modell, das auf Messdaten aus Flug- und Windkanaltests gemäß NACA TN 3238 [12] basiert. Diese Messungen weisen eine hohe Streuung auf, die auf die hohe Turbulenz im Bereich des Rotors zurückzuführen ist. Abb. 2.9 zeigt eine

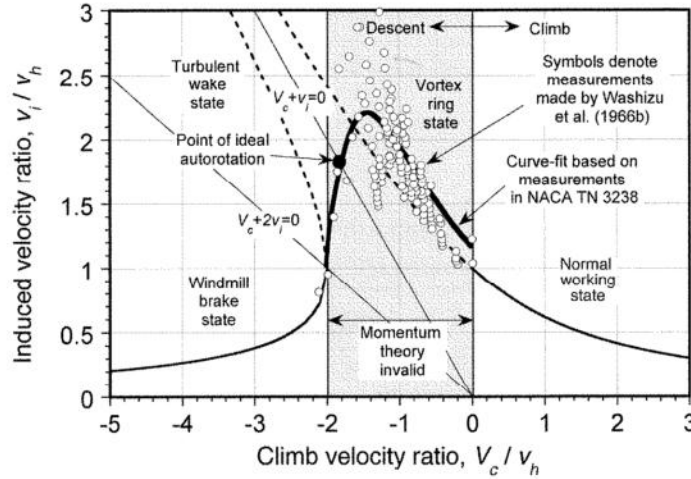


Abbildung 2.9: Modell nach Leishman für VRS [11]

Ausgleichskurve, die auf Basis der Messdaten aus NACA TN 3238 erstellt wurde und den Übergangsbereich im Mittel approximiert. Diese ist durch die quartische Gleichung

$$\frac{v_i}{v_h} = \kappa + K_{c,1} \left(\frac{V_c}{v_h} \right) + K_{c,2} \left(\frac{V_c}{v_h} \right)^2 + K_{c,3} \left(\frac{V_c}{v_h} \right)^3 + K_{c,4} \left(\frac{V_c}{v_h} \right)^4 \quad (2.49)$$

definiert, wobei die Koeffizienten mit $K_{c,1} = -1.125$, $K_{c,2} = -1.372$, $K_{c,3} = -1.718$, $K_{c,4} = -0.655$ festgelegt sind und κ als Verlustfaktor definiert ist [11]. Der Faktor κ bezieht die Verluste aus Blattspitzenumströmung und Drall ein. Für den Fall $V_c/v_h = 0$ ergibt sich $\kappa = 1$, was dem verlustfreien Ergebnis der Impulstheorie im Schwebeflug entspricht [6]. Dies begründet die Unstetigkeit im Übergangsbereich zum Schwebeflug in Abb. 2.9.

3 Implementierung der Schräganströmungskorrektur im BEMT-Abwindmodell in MAECOSim[®]

In diesem Kapitel wird die Implementierung der Schräganströmungskorrektur für das BEMT-Abwindmodell in die Simulationsumgebung MAECOSim[®] detailliert beschrieben. Zu Beginn wird ein Überblick über die Softwarearchitektur, einschließlich der verfügbaren Modelltypen wie Struktur-, Luftlasten- und insbesondere Abwindmodelle gegeben. Ein besonderer Fokus liegt hierbei auf der bestehenden Implementierung des BEMT-Abwindmodells. Darauf aufbauend wird die Schräganströmungskorrektur nach Branlard [1] vorgestellt. Im Anschluss erfolgt die Beschreibung der konkreten Integration dieses Ansatzes in das bestehende BEMT-Modell innerhalb von MAECOSim[®]. Hierbei wird auf die Anpassungen der bestehenden Implementierung wie neu eingeführte Funktionen und Betriebsmodi eingegangen. Darüber hinaus werden spezifische Herausforderungen, die während der Implementierung auftraten, diskutiert. Abschließend wird die Reintegration der Entwicklung in den Hauptentwicklungszeitstrahl von MAECOSim[®] beschrieben. Diese umfasst die Durchführung geeigneter Unit- und Systemtests sowie die Dokumentation im MAECOSim[®]-Benutzerhandbuch.

3.1 MAECOSim[®] Softwareumgebung

MAECOSim[®] (Multibody AEromechanic COmprehensive simulation), ehemals VAST (Versatile Aeromechanics Simulation Tool), ist ein vielseitiges, aeromechanisches Simulationswerkzeug, welches seit 2016 vom Institut für Flugsystemtechnik des deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) gemeinsam mit dem Institut für Softwaretechnik entwickelt wird. MAECOSim[®] ist eine Multiphysik-Simulationssoftware mit einem Schwerpunkt auf Simulationen von Hubschraubern und Windenergieanlagen. Es wird ein sehr generischer Ansatz verfolgt, um die Struktur so einfach erweiterbar wie möglich zu halten. Die Struktur des Codes trifft daher keine Annahmen über das zu modellierende System. Zudem wird das globale Modell strikt aus logischen Verbindungen von Teilmodellen aufgebaut und die Logik der Verbindungen der Komponenten erfolgt über einfache Input-Output-Beziehungen. Die strukturellen Verbindungen der Komponenten werden in einem Mehrkörpersystem behandelt. [13]

3.1.1 MAECOSim[®]-System

Wie Abb. 3.1 zeigt, wird das System als ein Satz von beliebig gekoppelten Zustandsraummodellen abstrahiert. Jedes Modell i muss die zwei Gleichungen eines Zustandsraummodells implementieren: die Dynamik- und die Ausgangsgleichung:

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{f}_i(\mathbf{u}_i, \mathbf{x}_i, t) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{g}_i(\mathbf{u}_i, \mathbf{x}_i, t) \quad (3.2)$$

Dabei sind $\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{y}_i$ die Zustände, Ableitungen sowie Ein- und Ausgänge des Modells, wobei ein Modell nur Ausgänge aufweisen muss. Der Einfachheit halber wird im Folgenden auf die explizite Darstellung der Zeitabhängigkeit von $\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{y}_i$ verzichtet. Die Funktionen \mathbf{f} und \mathbf{g} beschreiben somit die Änderung der Zustände (dynamischen Verhalten) sowie die Ausgänge eines Modells in Abhängigkeit von den Zuständen, Eingängen und der Zeit t . Die Eingänge eines Modells werden, wie Abb. 3.1 zeigt, von Ausgängen anderer Modelle

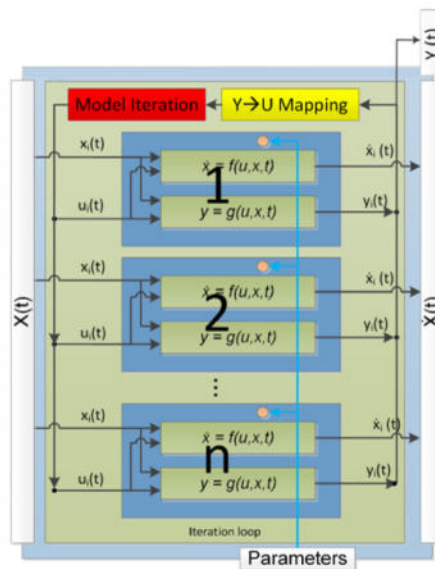


Abbildung 3.1: MAECOSim[®] System nach [14], modifizierte Grafik

geliefert, wodurch für die zeitliche Ableitung der Zustände und die Ausgänge aller Modelle aus Gl. (3.1) und Gl. (3.2) folgt:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{y}, \mathbf{x}, t) \quad (3.3)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{x}, t) \quad (3.4)$$

Damit besteht das Modell nicht mehr aus einer gewöhnlichen Differentialgleichung, sondern aus einer differential-algebraischen Gleichung (DAE), wobei die Gl. (3.3) als differentieller Teil und Gl. (3.4) als algebraischer Teil bezeichnet wird.

Wie in Abb. 3.1 dargestellt, können Parameter auch während der Simulation geändert werden, ohne dass das System neu initialisiert werden muss, wohingegen Konfigurationsdaten bereits vor der Modellerstellung bereitgestellt werden müssen.

Die Kopplung zwischen MAECOSim®-Modellen erfolgt zum Teil auch über sogenannte Verbindungselemente (engl. "Connectors"). Diese Konnektoren dienen der strukturierten Bündelung logisch zusammengehöriger Ein- und Ausgangsgrößen. Sie stellen eine programmiertechnische Hilfestellung zur übersichtlichen Organisation von Variablen dar, ohne die zugrunde liegende Kopplungslogik des Solvers zu verändern, die weiterhin auf elementaren Input-Output-Beziehungen basiert.

Das Kernkonzept sieht eine einzige generische Modellschnittstelle für verschiedene Arten von Modellen vor. Diese Modelle können z.B. Struktur-, Abwind- oder Luftlastenmodelle darstellen. Dabei behandelt das Mehrkörpersystem in der Regel die Strukturdynamik des gesamten Systems. [14]

3.1.2 Strukturmodell

Ein vielseitiges, strukturdynamisches Modell ist das Mehrkörpersystem (engl. "multi body system", kurz MBS), das den strukturellen Kern von MAECOSim® bildet. Ein Mehrkörpersystem besteht aus mehreren starren oder flexiblen Körpern, die durch Gelenke miteinander verbunden sind. Im MAECOSim®-MBS besitzt jeder Körper genau ein Gelenk und ist entweder mit einem vorherigen Körper oder dem Boden verbunden. Zwischen den Körpern werden kinematische Zwangsbedingungen definiert, die die erlaubten Relativbewegungen der Körper festlegen. Marker an den Körpern beschreiben die Bewegung des Systems (translatorische/rotatorische Positionen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen). Interne (z.B. Federn/Dämpfer) und externe (z.B. Luftlasten) Kraftelemente können die Bewegung beeinflussen. [13]

3.1.3 Luftlastenmodell

Das Luftlastenmodell (engl. "rotor airloads model") liefert die inkrementellen, aerodynamischen Kräfte und Momente auf Basis der lokalen Anströmung der Blattelemente. In MAECOSim® sind vier verschiedene Formulierungen verfügbar: 1. linear, 2. Leiss-Parameter und 3. externe Tabellen. Lineare Luftlasten stellen die Standardauswahl dar. Das Modell nach Leiss bestimmt hingegen die aerodynamischen Beiwerte der instationären, kompressiblen und reibungsbehafteten Strömung auf Basis einer semi-empirischen, analytischen Formulierung. Die externen Tabellen enthalten für die jeweiligen Profile die Auftriebs-, Widerstands- und Momentenkoeffizienten in Abhängigkeit vom Anstellwinkel und der Machzahl. [13]

3.1.4 Abwindmodelle

Die im Luftlastenmodell berechneten aerodynamischen Lasten stehen in Wechselwirkung zum induzierten Abwind des Rotors, welcher anhand eines Abwindmodells berechnet werden kann. Die Luftlasten greifen in den sogenannten Aufpunkten an, die - unter Vernachlässigung der durch die Blattdynamik verursachten Auslenkungen - in der Rotorebene liegen. [15]. Die Strömungsgeschwindigkeit im Rotorkoordinatensystem an den Aufpunkten ergibt sich aus der Summe von freier Anströmung und Abwind. Die aus der Literatur bekannten Abwindmodelle unterscheiden sich darin, welche Variation der Abwindverteilung abbildbar ist. Im Folgenden werden vier in MAECOSim® verfügbare Abwindmodelle vorgestellt: das globale Abwindmodell, das generalisierte dynamische Abwindmodell, das freie Wirbelmodell und das BEMT-Modell.

Globales Abwindmodell

Das globale Abwindmodell (engl. "global inflow model") ermöglicht die Berechnung der induzierten Geschwindigkeit des Rotors auf Basis von drei verschiedenen Modellansätzen: Glauert, Drees und Pitt-Peters. Diese Modelle liefern ausschließlich die induzierten Abwindkoeffizienten der nullten und ersten Harmonischen $\{\lambda_0, \lambda_{1s}, \lambda_{1c}\}$. Das Glauert-Abwindmodell berücksichtigt dabei ausschließlich longitudinale Variationen der induzierten Geschwindigkeit (d.h. $\lambda_{1s} = 0$). Im Gegensatz dazu erfasst das Drees-Modell zusätzlich laterale Variationen, während das Pitt-Peters-Modell noch zusätzlich dynamische Effekte in die Berechnung einbezieht. Im Folgenden wird nur auf das Glauert-Abwindmodell eingegangen. Im Glauert-Modell ist die dimensionslose induzierte Geschwindigkeit λ_i definiert als:

$$\lambda_i = \lambda_0(1 + \bar{r} \cdot K_c \cdot \cos \psi) = \lambda_0 + \lambda_{1c} \cdot \bar{r} \cdot \cos \psi \quad (3.5)$$

wobei $\chi = \arctan \frac{\mu}{\mu_z + \lambda_0}$ und $K_c = \tan \frac{\chi}{2}$ definiert wird. λ_0 bezeichnet die mittlere induzierte Geschwindigkeit im Vorwärtsflug, wie in Gl. (2.48) definiert. Der Winkel χ beschreibt die Neigung der schrägen Nachlaufachse gegenüber der Rotornormalen (engl. "wake skew angle"), \bar{r} die dimensionslose radiale Position, ψ den Azimutwinkel und K_c ist ein empirischer Faktor.

Die induzierten Abwindkoeffizienten $\{\lambda_0, \lambda_{1s}, \lambda_{1c}\}$ sind im Windachsensystem definiert. Zur Transformation der Koeffizienten vom Windachsensystem (Index W) in das Rotorachsensystem (Index R) wird die Rotationsmatrix $[T]_{RW}$ verwendet:

$$\begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_{1s} \\ \lambda_{1c} \end{pmatrix}_R = [T]_{RW} \begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_{1s} \\ \lambda_{1c} \end{pmatrix}_W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi_W & -\sin \psi_W \\ 0 & \sin \psi_W & \cos \psi_W \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_{1s} \\ \lambda_{1c} \end{pmatrix}_W. \quad (3.6)$$

Abb. 3.2 veranschaulicht die Definition des Windachsensystems W sowie des Rotorachsensystems R . Der Winkel ψ_W zwischen dem Windachsen- und dem Rotorachsensystem kann mithilfe der zweidimensionalen Arkustangens-Funktion $atan2(y, x)$ bestimmt werden:

$$\psi_W = atan2(\mu_y, \mu_x) \quad (3.7)$$

Dabei bezeichnen μ_x, μ_y die entsprechenden Komponenten des Fortschrittsgrades. Diese Funktion $atan2(y, x)$ liefert per Definition den Winkel zwischen der positiven x -Achse und dem Vektor vom Ursprung zum Punkt (x, y) .

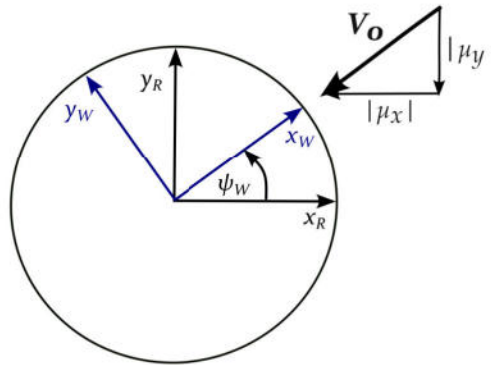


Abbildung 3.2: Definition des Windachsensystems W und Rotorachsensystem R nach [13], modifizierte Grafik

Generalisiertes dynamisches Abwindmodell (GDW)

Das 1989 von He [16] entwickelte generalisierte dynamische Abwindmodell (engl. „Generalized Dynamic Wake“, GDW) ist ein instationäres Modell mittlerer Güte, dessen Grundlagen auf der inkompressiblen Potentialströmung sowie der Strahltheorie beruhen [15]. Das Modell liefert einen Abwind λ_i an einem beliebigen Punkt der Rotorscheibe senkrecht zur Rotorebene, der durch den Ansatz

$$\lambda_i(\bar{r}, \psi, \Omega t) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{i=p+1, p+3, \dots}^{\infty} \Phi_i^p(\bar{r}) \cdot [\alpha_i^p(\Omega t) \cdot \cos(p\psi) + \beta_i^p(\Omega t) \cdot \sin(p\psi)] \quad (3.8)$$

berechnet wird, wobei $\Phi_i^p(r/R)$ zeitunabhängige, auf den Legendre-Polynomen basierende Polynome sind, die die radiale Abwindverteilung abbilden [13]. Dabei gehören zu einer

Harmonischen p die Polynomnummern $i = p + 1, p + 3, \dots$ $\alpha_i^p(\Omega t)$ und $\beta_i^p(\Omega t)$ sind von der Zeit abhängige Koeffizienten der Fourierreihe, die die azimuthale Verteilung des Abwindes beschreibt [15]. Sie stellen somit Zustände des GDW-Modells dar.

Der zeitliche Verlauf der Zustände wird durch die Integration des gewöhnlichen Differentialgleichungssystems erster Ordnung ermittelt:

$$\mathbf{M}^{\cos} \begin{pmatrix} \vdots \\ \dot{\alpha}_i^p \\ \vdots \end{pmatrix} + [\mathbf{L}^{\cos}]^{-1} \begin{pmatrix} \vdots \\ \alpha_i^p \\ \vdots \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \vdots \\ \kappa_i^{p,\cos} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{M}^{\sin} \begin{pmatrix} \vdots \\ \dot{\beta}_i^p \\ \vdots \end{pmatrix} + [\mathbf{L}^{\sin}]^{-1} \begin{pmatrix} \vdots \\ \beta_i^p \\ \vdots \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \vdots \\ \kappa_i^{p,\sin} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

wobei \mathbf{M}^{\cos} , \mathbf{M}^{\sin} die kinetische Energie des Abwindfeldes und \mathbf{L}^{\cos} , \mathbf{L}^{\sin} den Zusammenhang der räumlichen Druckverteilung in Bezug auf den Abwind darstellen [15]. $\kappa_i^{p,\cos}$ und $\kappa_i^{p,\sin}$ können als generalisierte Auftriebskräfte bezeichnet und je Zeitschritt aus der wirkenden Auftriebskraft pro Radiallänge $q_{A,j}$ der Blätter $j = 1, \dots, n_b$ berechnet werden:

$$\kappa_i^{p,\cos} = \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{j=1}^{n_b} \left[\int_0^1 \frac{q_{A,j}(\bar{r})}{\rho \cdot \Omega^2 \cdot R^3} \cdot \Phi_i^p(\bar{r}) d(\bar{r}) \right] \cdot \cos(p\psi_j) \quad (3.11)$$

$$\kappa_i^{p,\sin} = \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{j=1}^{n_b} \left[\int_0^1 \frac{q_{A,j}(\bar{r})}{\rho \cdot \Omega^2 \cdot R^3} \cdot \Phi_i^p(\bar{r}) d(\bar{r}) \right] \cdot \sin(p\psi_j) \quad (3.12)$$

Freies Wirbelmodell (FW)

Das auf der Arbeit von van der Wall und Roth [17] basierende freie Wirbelmodell (engl. „Freewake“, FW) modelliert das aerodynamische Verhalten der Rotorblattnachläufe und wie diese sich auf die Rotorblätter auswirken. In einem expliziten Zeitschrittverfahren erfolgt eine Kopplung mit dem Struktur- und Luftlastenmodell, wobei in jedem Zeitschritt Modelleingänge und -ausgänge ausgetauscht werden [13]. Dieses Modell beschreibt Nachläufe als sich frei ausbildende Wirbelsysteme. Die Geschwindigkeiten, die durch diese Wirbel induziert werden, bilden in Summe das Abwindfeld [15]. Abb. 3.3 dient zum Verständnis des Wirbelgitterverfahrens, dessen Grundlage die Potentialströmung bildet.

Nach dem Satz von Kutta-Joukowski, der die Proportionalität zwischen Auftrieb und Zirkulation beschreibt, implizieren die auf den Blattelementen der Breite Δr wirkenden Auftriebskräfte ΔA bei der Dichte des umströmenden Mediums ρ und der ungestörten Anströmung V_0 am Blattelement die gebundene Zirkulation:

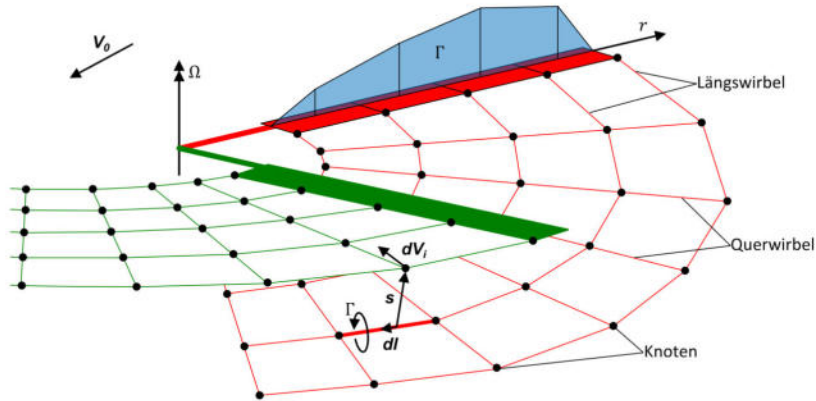


Abbildung 3.3: Freies Wirbelmodell (FW) nach [15], modifizierte Grafik

$$\Gamma = -\frac{\Delta A}{\Delta r \cdot \rho \cdot V_0} \quad (3.13)$$

Nach der erweiterten Traglinientheorie werden an diskreten Radialstellen des Rotorblattes, wie Abb. 3.3 zeigt, Längswirbel, deren Zirkulation von $\partial\Gamma/\partial r$ abhängt und Querschnittswirbel, deren Zirkulation sich aus $\partial\Gamma/\partial t$ oder bei konstanter Rotorwinkelgeschwindigkeit Ω aus $\partial\Gamma/\partial\psi$ ergibt, gebildet [15]. Knoten verbinden die Längs- und Querschnittswirbel des Gitters miteinander.

Der zweite Helmholtz'sche Wirbelsatz besagt, dass Teilchen, die sich auf einer Wirbellinie befinden, auch auf dieser bleiben, wodurch Wirbellinien materielle Linien sind. Der Wirbeltransport bzw. die Konvektion der Knoten erfolgt daher mit der lokalen Geschwindigkeit $\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_i$, wobei die Zirkulation eines Wirbelsegments i (Längs- und Querschnittswirbel) bei Änderung seiner Länge l gemäß $\Gamma \cdot l = \text{konst.}$ nachgeführt wird, um die Energieerhaltungsgleichung weiterhin zu erfüllen.

Die Konvektion der Knoten und die Weiterentwicklung der Gittergeometrie wird durch die induzierten Geschwindigkeiten beeinflusst, die nach dem Biot-Savart'schen Induktionsgesetz

$$d\mathbf{V}_i = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{s}}{|\mathbf{s}|^3} \quad (3.14)$$

von jedem Gittersegment auf jedem Knoten des Gitters induziert werden. Darüber hinaus bestimmen die induzierten Geschwindigkeiten auch die Anströmung der Blattelemente und somit die Verteilung von Auftrieb und Zirkulation auf den Blättern, die in die neu gebildeten Wirbelsegmente eingehen [15].

Blattelement-Impulstheorie-Abwindmodell (BEMT)

Die Blattelement-Impulstheorie (engl. „blade element momentum theory“, BEMT) stellt eine Erweiterung der in Kap. 2.1.1 eingeführten globalen Impulstheorie dar. Dabei wird der in Stromzylinder (vgl. Abb. 2.1) in n Ringelemente der Breite dr diskretisiert. Für die einzelnen Ringelemente werden folgende Annahmen getroffen:

1. Keine radiale Abhängigkeit: ein Ringelement beeinflusst kein anderes Ringelement.
2. Die von den Blättern auf die Strömung ausgeübte Kraft ist in jedem Ringelement gleichmäßig verteilt. Dies entspricht einem Rotor mit unendlich vielen Blättern.

Ziel der BEMT ist, wie in der MT, eine Beziehung zwischen dem erzeugten Schub bzw. Drehmoment und der induzierten Geschwindigkeit in der Rotorebene herzustellen. Dazu werden die in einem Luftlastenmodell berechneten, aerodynamischen Lasten auf Basis der lokalen Anströmung der Blattelemente dem Modell als Eingaben zugeführt. Diese stehen in Wechselwirkung zum induzierten Abwind des Rotors, der durch das BEMT-Modell bestimmt werden kann. Das Modell basiert auf dem Prinzip, dass der globale Schub dadurch erzeugt wird, dass den die Rotorebene durchströmenden Luftmassen eine Impulsänderung aufgezwungen wird. Das Drehmoment entsteht durch Aufprägung einer Rotationsgeschwindigkeit in der Strömung. Im Gegensatz zu globalen Abwindmodellen mit gleichförmigem Abwind über die gesamte Rotorfläche, werden im BEMT-Modell Schub und Abwind für voneinander unabhängige Rotorringflächen berechnet, sodass radiale Variationen in der Abwindverteilung modelliert werden können.

Die Implementierung des Modells in MAECOSim[®] erfolgt in der Programmiersprache C++ und setzt sich dabei aus mehreren Quelldateien zusammen. Die Instanziierung der Modelle erfolgt über zugehörige „factories“, während die eigentliche Modellklasse sowie deren Methoden in den entsprechenden Dateien `vast_[modelname]_model.*pp` implementiert sind. Der Aufbau der Modellklasse `BemtInflowModel` lässt sich grob anhand ihrer Methoden einteilen:

- öffentliche Funktionen
 - `void calculate_initial_state`
 - `void calculate_time_derivative`
 - `void calculate_output`
 - `void set_state`
- interne Hilfsfunktionen
 - `std::tuple<vec,vec> preprocess_input(const_state_type input)`
 - `std::tuple<std::string,BemtInflowModel::WorkingState> calculate_WorkingState`

- `vec3 calculate_effective_vel(const_state_type input)`
- je Betriebszustand Funktionen zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeit pro Blattelement
 - `vec3 calculate_inflow_hover_climb`
 - `vec3 calculate_inflow_turbulent_wake_Buhl`
 - `vec3 calculate_inflow_slow_descent`
 - `vec3 calculate_inflow_fast_descent`

Diese Methode `calculate_initial_state` existiert ausschließlich aufgrund der Anforderungen des MAECOSim®-Modellinterfaces (vgl. Gl. (3.1), Gl. (3.1)). Da innerhalb dieses Modells jedoch keine Zustände definiert sind, bleibt die Methode leer. Die Methode `calculate_time_derivative` berechnet die zeitliche Ableitung des Zustandes basierend auf dem aktuellem Zustand und den Eingangsgrößen. Die Eingangsgrößen des Modells sind die Rotordrehzahl `angularSpeed`, der Rotorazimut `azimuthAngle`, die Luftdichte `atmosphereAirDensity` sowie optional eine global einheitliche Windgeschwindigkeit `windVelocity` (optional). Weitere Eingangsgrößen werden über spezialisierte Konnektoren bereitgestellt. Über sogenannte "Force-Connectors" werden insbesondere die Kräfte und Momente übergeben. Für die Berücksichtigung räumlich und zeitlich variierende Windfelder, kann der Modus `WindOnConnectors` des Modells `wind_models` aktiviert werden. In diesem Fall ermöglicht ein *Rotor-Frame-Flow-Connector* die Übergabe der Windgeschwindigkeit im Rotorzentrum.

Die zentrale Funktionalität des Modells liegt in der Methode `calculate_output`, welche auf Grundlage der Eingangsgrößen den Ausgangsvektor berechnet. Die Ausgaben des Modells umfassen zum einen die effektive Geschwindigkeit `effectiveVelocity` und die mittlere induzierte Geschwindigkeit `meanInducedVelocity` im Rotorreferenzsystem, auf die in Kapitel 2.3 genauer eingegangen wird. Zur Berücksichtigung veränderter Betriebszustände des Rotors wird mittels der Methode `set_state` der jeweils aktuelle Eingangsvektor eingelesen. Dadurch ist das Modell in der Lage, auf wechselnde Betriebsbedingungen zu reagieren und entsprechende Ausgangsgrößen bereitzustellen. Die interne Hilfsmethode `preprocess_input()` transformiert für jedes Rotorblatt die Kräfte und Momente aus dem lokalen Blattelement-Koordinatensystem in Schub und Drehmoment im nicht rotierenden Rotorreferenzsystem. Dabei entsprechen der Schub bzw. das Drehmoment der z-Komponente im Rotorreferenzsystem der Kraft bzw. des Moments, jeweils aufsummiert über alle Blattelemente. Es wird ausschließlich die Rotorachsen-Richtung betrachtet, da diese für die aerodynamische Analyse ausschlaggebend ist. Der Betriebszustand der Blattelemente wird über die Hilfsfunktion `calculate_WorkingState` bestimmt. Die Funktion `calculate_effective_vel()` liefert schließlich die effektive Geschwindigkeit des Rotorreferenzsystems.

Der aktuelle Stand der Implementierung im BEMT-Abwindmodell ermöglicht die Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten des Rotors für jeden Blattelementring unter ausgerichteter, axialer Strömung in drei Betriebszuständen des Rotors:

- Steig- und Schwebeflug (engl. "climb" bzw. "hover")
- Wirbelring- und turbulenter Nachlaufzustand (engl. "vortex ring state" bzw. "turbulent wake state")
- Windmühlenzustand (engl. "windmill brake state").

Dabei besitzt das Modell eine einheitliche interne Codestruktur für die Nutzung des Abwindmodells in Zusammenhang mit Windenergieanlagen oder Hubschraubern. Für den Wirbelringzustand kann zwischen der Konfigurationsoption `Buhl` [9] für WEA und `Leishman` [11] für Hubschrauber gewählt werden (vgl. Kap. 2.1 und Kap. 2.2). Die Berechnung kann sowohl für offene als auch ummantelte Rotoren erfolgen, wobei die Berücksichtigung von Drall und Blattspitzenverlusten optional ist. Die Berücksichtigung von Drall erfolgt über den Schalter `enableSwirl`, der standardmäßig auf `false` gesetzt ist. Der Prandtl-Spitzenverlustfaktor beeinflusst die induzierten Geschwindigkeiten nur, wenn die Konfigurationsoption `PrandtlFunctionInInflow` im BEMT-Abwindmodell aktiviert ist. Diese muss ebenfalls im entsprechenden Luftlastenmodell konfiguriert werden. Das Modell geht von einem stets positiven Schub aus, obwohl der Rotor in der Realität in beide Richtungen der Rotorachse Schub erzeugen kann. Falls bei der Berechnung ein negativer Schub für einen Blattelementring auftritt, wird die Definition des Referenzkoordinatensystems für diesen Ring intern mit einem Schalter `upDownSwitch` umgekehrt, um den korrekten Betriebszustand zu erreichen. Bei aktivierter Debug-Ausgabe wird diese interne Umschaltung bei jedem Schaltvorgang einmal ins Protokoll ausgegeben.

3.2 Implementierungsansatz nach Branlard

Um das bestehende BEMT-Modell für Schräganströmung zu erweitern, wird der Ansatz von Branlard [1] für nicht rein axiale Durchströmung von Windenergieanlagen herangezogen. An dieser Stelle sei angemerkt, dass diese Veröffentlichung Fehler enthielt, die in direkter Absprache mit Prof. Dr. Branlard korrigiert wurden. Die nachfolgenden Formeln basieren bereits auf der korrigierten Fassung.

3.2.1 Generelle Notationen

Abb. 3.4 zeigt die Skizze eines horizontalachsigen Zweiblatt-Auftriebsläufers, anhand dessen die Winkel Θ_{yaw} , Θ_{pitch} , Θ_{tilt} ersichtlich sind, die für eine aerodynamische Analyse einer Windenergieanlage von Interesse sind. Zur eindeutigen Beschreibung der Orientierung

und Rotation der Anlage werden mehrere Koordinatensysteme eingeführt, die durch Indizes gekennzeichnet sind: in Relation zum Untergrund (1), zur Gondel (2), zum Schaft (3) sowie zum Rotorblatt (4). Es wird angenommen, dass die freie Strömung U_0 weit vor

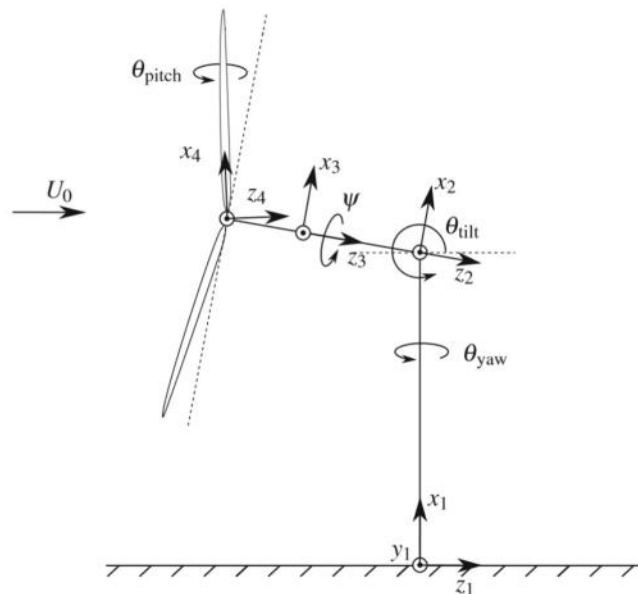


Abbildung 3.4: Definition der Winkel Θ_{yaw} , Θ_{pitch} , Θ_{tilt} für eine Windkraftanlage mit horizontaler Achse nach [5], modifizierte Grafik

der Anlage entlang z_1 gerichtet ist. Der Winkel, den die Gondel im Bezug zum Boden bildet, wird als Neigungswinkel (engl. "tilt angle") Θ_{tilt} bezeichnet. Eine Drehung um die Achse entlang des Rotorblatts definiert den kollektiven Einstellwinkel (engl. "pitch angle") Θ_{pitch} der Rotorblätter. Der Gierwinkel (engl. "yaw angle") Θ_{yaw} beschreibt die Rotation der Anlage um die x_1 - Achse. Bei Gierbewegungen oder geneigter Gondelstellung, ist die eintretende Strömung nicht mehr in Richtung der Rotorachse ausgerichtet. Dies führt zu einer zusätzlichen Geschwindigkeitskomponente in der Rotorebene. Im Folgenden wird Schräganströmung als eine freie Anströmung definiert, die unter einem Einfallswinkel Θ_{yaw} nicht senkrecht zur Rotorebene auftritt. Trotz der Subskription "yaw" kann diese Modellierung sowohl auf Gierwinkel als auch auf Neigungswinkel von Windenergieanlagen angewendet werden.

3.2.2 Schräganströmungskorrektur

Die Schräganströmungskorrektur nach Branlard [1] basiert auf der bekannten Glauert'schen Korrektur, die um eine Korrektur für hohe Schubbedingungen (engl. "high-thrust

correction") erweitert wird. Damit sind drei Hauptkomponenten für eine Korrektur des BEM-Codes für Schräganströmung zu berücksichtigen:

- eine Impulskorrektur,
- eine Anpassung der Korrektur bei hohen Schubzuständen und
- eine Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten.

Glauert [8] entwickelte ein Modell, um die Änderung des Rotorschubs unter Schräganströmung in der Impulsbilanz zu berücksichtigen.

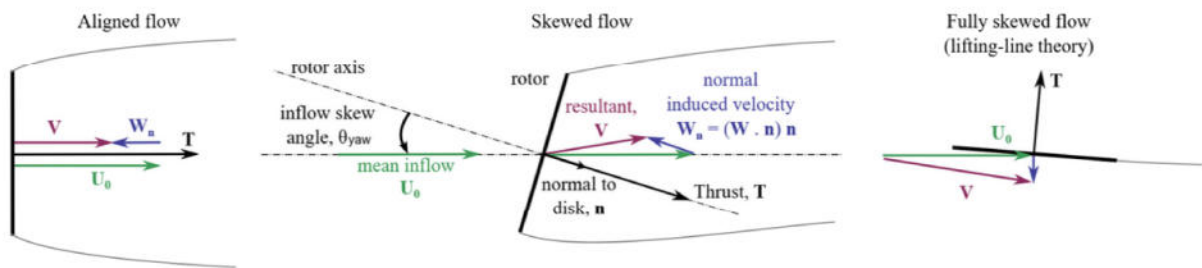


Abbildung 3.5: Schräganströmungskorrektur des BEMT-Modells nach [1], modifizierte Grafik

Abb. 3.5 veranschaulicht, dass die Umströmung eines schräg gestellten Rotors (Mitte) als ein Zwischenzustand zwischen einer ausgerichteten Strömung (links) und einer vollständigen Schräganströmung (rechts) interpretiert werden kann [1]. Glauerts empirische Impulskorrektur besteht darin, die eindimensionale axiale Impulstheorie, die ursprünglich für ausgerichtete Strömungen formuliert wurde, auf Schräganströmungen zu übertragen:

$$T = 2\rho A \|\mathbf{U}_0 + \mathbf{W}_n\| \|\mathbf{W}_n\| \quad (3.15)$$

Dabei bezeichnet \mathbf{U}_0 die freie Anströmgeschwindigkeit und \mathbf{W}_n die induzierte Geschwindigkeit senkrecht zur Rotorebene. Der Vektor der induzierten Geschwindigkeit \mathbf{W} und der Einheitsvektor \mathbf{n} senkrecht zur Rotorebene sind so definiert, dass $\mathbf{W}_n = (\mathbf{W} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$ gilt, wobei $W_n = \mathbf{W} \cdot \mathbf{n}$ ist. Branlard [1] trifft die Annahme, dass die Impulsbilanz gemäß Gl. (3.15) auch auf lokaler Ringebene anwendbar ist, d.h. für eine Schubkraft dT über eine Ringfläche dA mit einem Prandtl-Spitzenverlustfaktor F :

$$dT = 2\rho dAF \|\mathbf{U}_0 + (\mathbf{W} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}\| (-\mathbf{W} \cdot \mathbf{n}) \quad (3.16)$$

Dabei bezeichnet $\mathbf{U}_0(r, \psi)$ die lokale Windgeschwindigkeit und $\mathbf{W}(r, \psi)$ die induzierte Geschwindigkeit, jeweils in Abhängigkeit von der radialen Position r entlang eines Blattes sowie dem Azimutwinkel ψ . Der axiale Induktionsfaktor a ergibt sich für eine rein axiale Anströmung zu $\mathbf{W}_n = -aU_0\mathbf{x}$, wobei \mathbf{x} der Einheitsvektor in Richtung der Hauptströmung

ist. Wird die Schräganströmung auf die Rotornormale \mathbf{n} (siehe Abb. 3.5, Mitte) projiziert, so ergibt sich für die projizierte Anströmgeschwindigkeit $U_n = \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{n} = U_0 \cos \Theta_{yaw}$. Daraus folgt für den axialen Induktionsfaktor a :

$$\mathbf{W} \cdot \mathbf{n} = -aU_0 \cos \Theta_{yaw} \quad (3.17)$$

Der Schräganströmungswinkel Θ_{yaw} wird entsprechend Abb. 3.5 als Winkel zwischen der Rotornormalen und der freien Anströmung \mathbf{U}_0 definiert. Unter Verwendung von Gl. (3.16) und Gl. (3.17) ergibt sich der lokale Schub dT unter Schräganströmungsbedingung zu:

$$dT = \frac{1}{2} \rho (U_0 \cos \Theta_{yaw})^2 dA 4aF \sqrt{(1-a)^2 + \tan^2 \Theta_{yaw}} \quad (3.18)$$

Der entsprechende lokale Schubkoeffizient $C_{T,MT}$ ist definiert als:

$$C_{T,MT} = \frac{dT}{\frac{1}{2} \rho (U_0 \cos \Theta_{yaw})^2 dA} = 4aF \sqrt{(1-a)^2 + \tan^2 \Theta_{yaw}} = 4Fk(1-a)^2 \quad (3.19)$$

Diese Berechnungsformel ist in Absprache mit Prof. Dr. Branlard korrigiert worden. Für eine typische Lösung ohne Schräganströmung ist der Faktor k definiert als $k = a/(1-a)$. Um den axialen Induktionsfaktor a aus Gl. (3.19) für einen gegebenen lokalen Schub eines Ringelements zu bestimmen, kann beispielsweise eine Newton-Raphson-Iteration eingesetzt werden. Insgesamt wird mit der von Branlard [1] entwickelten Korrektur des axialen Impulses sichergestellt, dass bei einem gegebenen Schubkoeffizienten der axiale Induktionsfaktor mit zunehmendem Gierwinkel abnimmt.

Eine Korrektur für hohe Schubkräfte (engl. "high thrust correction", kurz HT) wird bei rein axialer Durchströmung angewendet, wenn der axiale Induktionsfaktor a den Wert 0.4 überschreitet und somit die klassische Impulstheorie nicht mehr gültig ist [9]. Dadurch lässt sich eine Windenergieanlage im turbulenten Nachlaufzustand (engl. "turbulent wake state") modellieren. Diese Korrektur muss für Schräganströmung angepasst werden [1]. Dafür wird ein kritischer axialer Induktionswert a_c eingeführt, oberhalb dessen die empirische Korrektur angewendet wird:

$$a_c = \min \left[\frac{0.35}{\cos \Theta_{yaw}}, \frac{1}{2} \right] \quad (3.20)$$

Der kritische Wert a_c variiert in Abhängigkeit vom Schräganströmungswinkel Θ_{yaw} : Für eine axiale Anströmung beträgt der kritische Wert $a_c = 0.35$ und liegt damit unter dem von Buhl [9] verwendeten Wert von $a_c = 0.4$. Mit zunehmendem Anströmungswinkel steigt a_c an und erreicht ab $\Theta_{yaw} > 45.57^\circ$ den Maximalwert von $a_c = 0.5$. Für den kritischen Induktionsfaktor ergibt sich ein kritischer Wert des Faktors k von:

$$k_c = \frac{a_c}{|1 - a_c|} \sqrt{1 + \frac{\tan^2 \Theta_{yaw}}{(1 - a_c)^2}} \quad (3.21)$$

Analog zu Buhl [9] und Glauert [8] verwendet Branlard [1] ein Polynom zweiter Ordnung für den Schubkoeffizienten bei hohen Schubbedingungen (HT):

$$C_{T,HT} = c_2 a^2 + c_1 a + c_0 \quad (3.22)$$

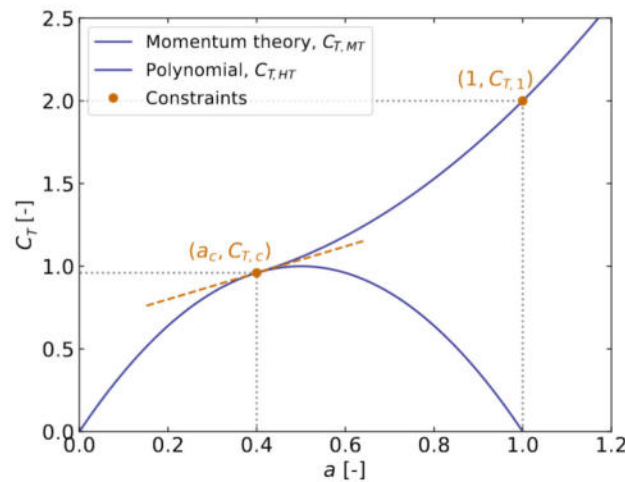


Abbildung 3.6: Polynom zweiter Ordnung für die Anpassung der Impulskorrektur unter hohen Schubbedingungen ($a > a_c$) nach [1], modifizierte Grafik

Wie Abb. 3.6 zeigt, ist die stetige Differenzierbarkeit zwischen der korrigierten Impulstheorie (MT) Gl. (3.19) und der quadratischen Gleichung Gl. (3.22) für hohe Schubbedingungen bei $a = a_c$ gewährleistet, d.h. sowohl der Wert $C_{T,c}$ als auch Steigung s_c stimmen bei a_c überein:

$$C_{T,HT}(a = a_c) = C_{T,c} = C_{T,MT}(a = a_c) \quad (3.23)$$

$$\frac{dC_{T,HT}}{da}(a = a_c) = s_c = \frac{dC_{T,MT}}{da}(a = a_c) \quad (3.24)$$

Bei $a = 1$ wird ein empirischer Wert $C_{T,1}$ definiert, der sicherstellt, dass das Polynom die Tangente bei a_c überschreitet:

$$C_{T,HT}(a = 1) = C_{T,1} = \max \left[2 + 2.113 \sqrt{(\tan^2 \Theta_{yaw})}, C_{T,c} + s_c(1 - a_c) \right] \quad (3.25)$$

Für eine rein axiale Anströmung ist $C_{T,1} = 2$. Unter diesen drei Bedingungen können die Koeffizienten c_0, c_1, c_2 in Gleichung Gl. (3.22) wie folgt berechnet werden:

$$c_0 = (1 - a_c)^{-2}(C_{T,1}a_c^2 - 2C_{T,c}a_c + C_{T,c} + a_c^2s_c - a_cs_c) \quad (3.26)$$

$$c_1 = (1 - a_c)^{-2}(-2C_{T,1}a_c + 2C_{T,c}a_c - a_c^2s_c + s_c) \quad (3.27)$$

$$c_2 = (1 - a_c)^{-2}(C_{T,1} - C_{T,c} + a_cs_c - s_c) \quad (3.28)$$

Bei einer Schräganströmung liegt keine achsensymmetrische Strömung mehr vor und der Nachlauf des Rotors entwickelt sich hauptsächlich um eine Nachlaufachse (engl. "wake axis"), die mit der Rotorachse einen Winkel χ bildet, der als Nachlaufwinkel (engl. "wake angle") bezeichnet wird.

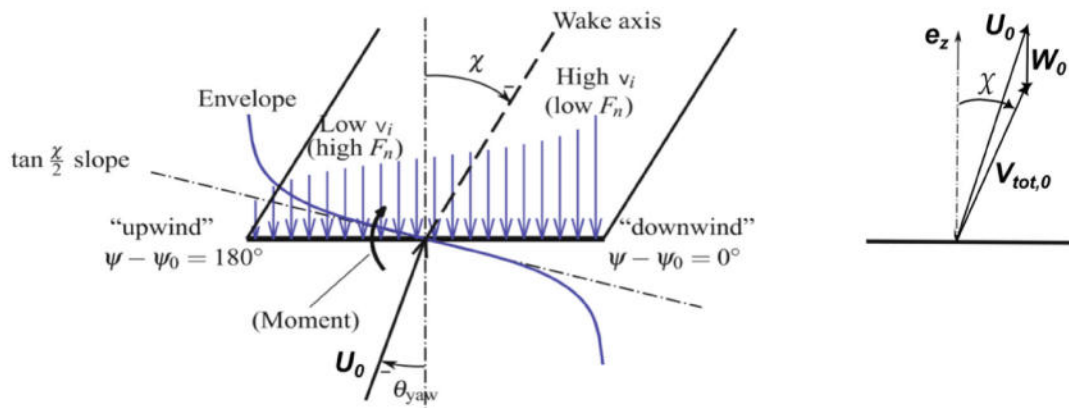


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung zur Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten: Draufsicht auf den Nachlaufquerschnitt für $\chi = -30^\circ$ (Θ_{yaw} negativ) nach [5], modifizierte Grafik

In Abb. 3.7 ist der Nachlaufquerschnitt für $\chi = -30^\circ$ dargestellt. Der Winkel χ kann über die mittlere induzierte Geschwindigkeit \mathbf{W}_0 des Rotors definiert werden (vgl. Mittelwert der induzierten Geschwindigkeiten \mathbf{W} aus Gl. (3.16))) und ist in der Regel größer als der Schräganströmungswinkel Θ_{yaw} . Wird die Relativgeschwindigkeit $\mathbf{V}_{tot,0}$ auf Grundlage der mittleren induzierten Geschwindigkeit und der Anströmgeschwindigkeit bestimmt, d.h. $\mathbf{V}_{tot,0} = \mathbf{W}_0 + \mathbf{U}_0$, so ergibt sich der Nachlaufwinkel χ als

$$\chi = \arccos \frac{\mathbf{V}_{tot,0} \cdot \mathbf{e}_z}{V_{tot,0}} \quad (3.29)$$

wobei $V_{\text{tot},0} = ||\mathbf{V}_{\text{tot},0}||$ ist. Wie in Abb. 3.7 dargestellt, befindet sich das stromabwärts gerichtete Rotorblatt tiefer im Nachlauf und weist daher eine höhere axiale induzierte Geschwindigkeit v_i auf. Hingegen werden bei dem stromaufwärts gerichteten Rotorblatt geringere Geschwindigkeiten induziert. Die relativen Schwankungen um die mittlere induzierte Geschwindigkeit weisen in der Rotormitte eine Steigung von $\tan \frac{\chi}{2}$ auf und sind in Form einer Enveloppe dargestellt.

Um die induzierten Geschwindigkeiten im Abwindmodell richtig wiederzugeben, ist eine Umverteilung (engl. "redistribution") über die Rotorebene erforderlich.

Die theoretische Grundlage hierfür liefern die analytischen Arbeiten von Glauert [8] sowie Coleman et al. [18], welche die azimuthale Variation der induzierten Geschwindigkeit im Nachlauf erstmals systematisch beschrieben haben. Dabei ist das von Glauert entwickelte "Giermodell" äquivalent zum Wirbelstrommodell von Coleman et al., da sich beide Konzepte auf die durch den Rotorblattspitzen-Randwirbel (engl. "trailing tip vortex", Index t) induzierten axialen Geschwindigkeiten konzentrieren. Diese Wirbel stellen insbesondere bei hohen Schnelllaufzahlen λ die dominierende Quelle der induzierten Geschwindigkeit dar. Glauert [8] nimmt an, dass die induzierte Geschwindigkeit normal zum Rotor aus einer konstanten und einer linear mit dem Radius und sinusförmig mit dem Azimutwinkel variierenden Komponente besteht. Coleman [18] modelliert die Rotornachlaufströmung anhand eines schrägen Wirbelzylinders (engl. "skewed vortex cylinder"). Das Verhältnis zwischen der Induktion des ausgerichteten Zylinders und des schrägen Zylinders spiegelt die Änderung der induzierten Geschwindigkeiten wider und liefert einen Korrekturfaktor, welcher die Ergebnisse der Impulstheorie für Schräganströmung korrigiert:

$$R_z = 1 + 2F_t(r, \chi) \tan \frac{\chi}{2} \cos(\psi - \psi_0) \quad (3.30)$$

Dabei wird mit $F_t(r, \chi)$ die Steigung der relativen Schwankungen der induzierten Geschwindigkeit um die mittlere Induktion bzw. der Enveloppe-Faktor (vgl. Abb. 3.7) definiert, für den in der Literatur verschiedene Ausdrücke existieren. Die Annahme von $F_t(r, \chi) = \frac{r}{2R}$ führt zur Äquivalenz mit dem Ergebnis von Glauert [8], wodurch die Enveloppe in diesem Fall eine Gerade ist. ψ ist die azimuthale Rotorposition, wobei ψ_0 eingeführt wird, um zwischen verschiedenen Konventionen für den Ursprung der Variable ψ zu wechseln. Der Faktor R_z wird auf die axialen induzierten Geschwindigkeiten ohne Schräganströmung angewendet: $u_i = aU_0R_z$. Dies führt zu einer Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten, ohne ihre azimuthalen Mittelwerte zu verändern [5].

3.3 Implementierung der Schräganströmungskorrektur in MAECOSim®

Im Folgenden wird erläutert wie die Schräganströmungskorrektur nach Branlard [1] in das bestehende BEMT-Modell in MAECOSim® (vgl. Kapitel 2.1) integriert wird, welche Anpassungen an bestehenden Funktionen erfolgen und welche Schwierigkeiten während der Implementierung auftreten. Es sei angemerkt, dass sich die Implementierung in dieser Arbeit primär auf die axiale Komponente der induzierten Geschwindigkeit fokussiert, wie sie auch von Branlard [1] untersucht wird. Die Auswirkungen der Schräganströmung auf die tangentialen Komponente werden daher nicht im Detail behandelt. Diese ist zudem nur bei sehr langsam drehenden Windenergieanlagen von Relevanz. Bezüglich der exakten Implementierung der Funktionen sei auf den Anhang A verwiesen. Abb. 3.8 veranschaulicht die Definitionen sowie die Orientierung der Koordinatensysteme, die für die Implementierung relevant sind.

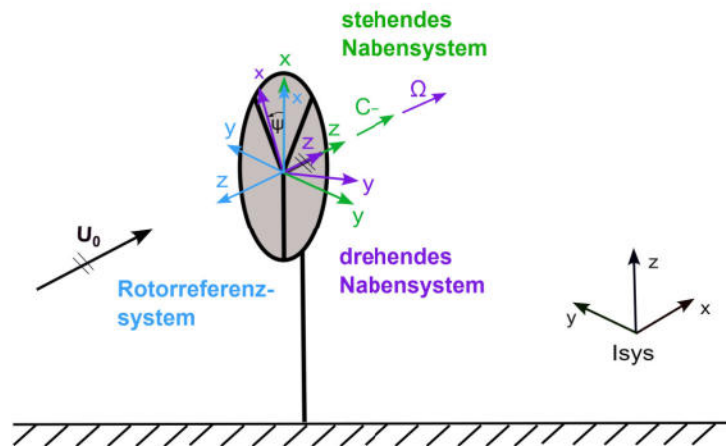


Abbildung 3.8: Definition der Koordinatensysteme

3.3.1 Schalter zur Korrektur bei Schräganströmung

Um die Schräganströmungskorrektur in einer Konfigurationsdatei `config.xml` aktivieren zu können wird ein Schalter `enableSkewWT` eingeführt. Dieser Schalter ermöglicht es, die Berücksichtigung von Schräganströmung im BEMT-Abwindmodell gezielt zu steuern. Standardmäßig ist `enableSkewWT` in der zugehörigen Schema-Datei `config.xsd` auf `false` gesetzt, sodass die Korrektur ohne explizite Aktivierung deaktiviert bleibt. Der Schalter ist mit der Information verknüpft, dass bei Aktivierung nur Berechnungen für Windenergieanlagen im `windmill brake state` und `turbulent wake state` durchgeführt werden können (vgl. Kap. 3.3.6). Das neue Attribut wird in die Initialisierungsliste des Konstruktors im Modell aufgenommen.

3.3.2 Interne Funktionen zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeit

Innerhalb der Modellklasse `BemtInflowModel` werden zwei neue interne Funktionen zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeit im `windmill brake state` und `turbulent wake state` erstellt: `calculate_inflow_windmill_brake_state` und `calculate_inflow_turbulent_wake_state`. Bezüglich der exakten Implementierung der Funktionen sei auf den Anhang A.1.1 und A.1.2 verwiesen. Beide Funktionen erhalten als Eingangsgrößen den Index des Blattringelements `int element`, den zugehörigen lokalen Schub `scalar thrust` in Richtung der Rotorachse (positiv in Anströmrichtung) sowie das lokale Drehmoment `scalar torque` um die Schubachse (positiv in Drehrichtung des Rotors). Zusätzlich werden der effektive Geschwindigkeitsvektor `vec3 hubVel` der Rotornabe im Rotorreferenzsystem (vgl. Abb. 3.8) - welcher sowohl die Eigenbewegung der Rotornabe als auch die Windgeschwindigkeit enthält -, der Prandtl'sche Spitzenverlustfaktor `scalar F` (mit $F = 1$ für verlustfreien und $F = 0$ für maximal verlustbehafteten Betrieb) sowie die Luftdichte `scalar rho` als Eingangsgrößen übergeben. Dabei sind `scalar` und `vec3` im Namensraum von MAECOSim® eingeführte Aliasse. `scalar` ist ein Fließkommazahlen-Typ, der für arithmetische Operationen verwendet wird und `vec3` ist ein 3d-Vektortyp z.B. für geometrische Berechnungen in MAECOSim®. Die Eingangsgrößen `thrust` und `hubVel` werden mit `upDownSwitch` multipliziert, um die Annahme eines positiven Schubs im Bemt-Modell zu gewährleisten (vgl. Kapitel 2.1). Die rotorbezogenen Daten sind in einer Einheit `struct Rotordata` zusammengefasst und können Tabelle 3.1 entnommen werden.

Tabelle 3.1: Übersicht der in `struct Rotordata` enthaltenen rotorbezogenen Daten

Typ	Name	Beschreibung
scalar	radius	Rotorradius
int	numberOfBlades	Anzahl der Rotorblätter
int	numberOfBladeElements	Anzahl der Blattelemente
bool	clockwiseRotor	Rotationssinn des Rotors
vec	radialPos	Radiale Positionen der Blattelemente
vec	ringArea	Fläche der ringförmigen Blattelemente

Innerhalb der Funktionen wird zum einen die Variable `scalar axialWindVel` eingeführt, die die Komponente der Strömungsgeschwindigkeit beschreibt, welche senkrecht zur Rotorebene verläuft:

```
const scalar axialWindVel = -1*hubVel[2];
```

Die positive Richtung dieser axialen Geschwindigkeit ist damit immer entlang der z-Achse des Rotorreferenzsystem in Anströmrichtung orientiert. Auf Grundlage dieser axialen Komponente wird der Schubkoeffizient des betrachteten Blattelementrings `thrustCoeff` gemäß Gl. (3.19) berechnet. Zum anderen wird innerhalb der Funktionen der Schräganströmungswinkel `thetaYaw` eingeführt. Dieser ist geometrisch als der Winkel zwischen

der freien Anströmung `meanFlow` und der Normalen auf die Rotorebene, d.h. der axialen Komponente von `hubVel`, definiert (vgl. Abb. 3.5):

```
const scalar meanFlow = hubVel.norm();
const scalar thetaYaw = acos(hubVel[2]/meanFlow);
```

Die Variable `meanFlow` ergibt sich als Betrag des effektiven Geschwindigkeitsvektors der Rotornabe `hubVel` im Rotorreferenzsystem (vgl. Abb. 3.8). Dieser Vektor beinhaltet sowohl die Eigenbewegung der Rotornabe relativ zum Inertialsystem als auch die Windgeschwindigkeit; anhängig vom konfigurierten Windmodell entweder `GlobalWind` oder `WindOnConnectors`. Dabei wird die Windgeschwindigkeit bei `GlobalWind` von der Nabengeschwindigkeit subtrahiert, um die Geschwindigkeit der Nabe relativ zur anströmenden Luft zu erhalten.

Rückgabewert der Funktionen ist der dreidimensionale Vektor der induzierten Geschwindigkeit des betrachteten Blattringelements `const vec3 indVel{indVelTangential, 0, indVelAxial}`. Die axiale Komponente ist dabei positiv in Richtung der Rotorachse entgegen der Anströmrichtung definiert, während die tangential Komponente als positiv gilt, wenn diese in Drehrichtung des Rotors verläuft. Die axiale Komponente `indVelAxial` ergibt sich (gemäß $\mathbf{W}_n = -aU_0\mathbf{x}$) als Produkt des axialen Induktionsfaktors a und der axialen Strömungsgeschwindigkeit `axialWindVel`:

```
const scalar indVelAxial= -axialWindVel*a;
```

Die Berechnung der tangentialen Komponente `indVelTangential` erfolgt auf Grundlage des Drehimpulssatzes, sofern die Berücksichtigung von Drall durch den Schalter `enableSwirl` aktiviert ist und die induzierte axiale Komponente im Zustand `windmill brake state` kleiner bzw. im Zustand `turbulent wake state` größer als die axiale Strömungsgeschwindigkeit ist. Für den Zustand `windmill brake state` wird dies durch die Bedingung

```
if(enableSwirl and (std::abs(axialWindVel+indVelAxial)
    <-10*epsilon))
```

geprüft. Abhängig vom gewählten Betriebszustand ergeben sich damit auch unterschiedliche Formulierungen des Drehimpulssatzes. Eine detaillierte Betrachtung der Berücksichtigung von Drall erfolgt jedoch nicht, da es nicht Ziel dieser Ausarbeitung ist. Die für Schräganströmung korrigierte axiale Komponente fungiert hier lediglich als neue Eingangsgröße zur Berechnung der tangentialen induzierten Geschwindigkeit.

Funktion `calculate_inflow_windmill_brake_state`

Anhand dieser Funktion wird der induzierte Geschwindigkeitsvektors `indVel` im Zustand `windmill brake state` für einen Blattelementring berechnet. Eine vollständige Implementierung dieser Funktion ist im Anhang A.1.1 dargestellt. Da zwischen den Modellansätzen

konzeptionelle Unterschiede bestehen - während der Ansatz nach Branlard den Schub als Funktion des Abwindes formuliert $C_T(a)$, erfolgt in MAECOSim® die Berechnung des Abwindes umgekehrt in Abhängigkeit vom gegebenen Schub $a(C_T)$ - wird der axiale Induktionsfaktor a zur Berechnung der axialen Komponente `indVelAxial` iterativ mittels eines Newton-Raphson-Verfahrens bestimmt. Ausgangspunkt ist die nichtlineare Gl. (3.19) $f(a)$

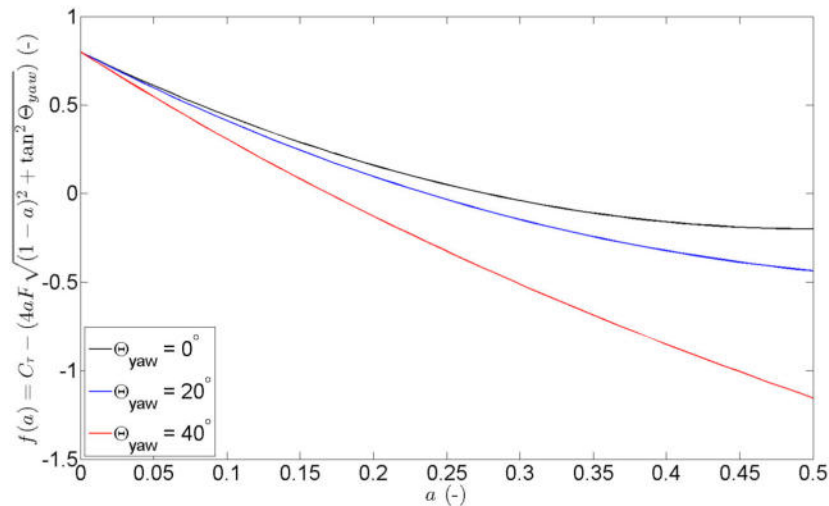


Abbildung 3.9: Lineare Gleichung $f(a)$ des Newton-Raphson Verfahrens für $C_T = 0.8$, $F = 1$, $\Theta_{yaw} = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$

für den Schubkoeffizienten, die aus der erweiterten BEMT-Theorie für Schräganströmung stammt und in Abb. 3.9 für $C_T = 0.8$, $F = 1$ und $\Theta_{yaw} = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ über dem Induktionsfaktor a dargestellt ist. Um numerische Fehler abzufangen wird sichergestellt, dass der Prandtl-Spitzenverlustfaktor $F > 0$ ist. Andernfalls wird die Berechnung abgebrochen. Ziel des Newton-Raphson-Verfahrens ist es, denjenigen Wert des axialen Induktionsfaktors a^* zu bestimmen, für den der berechnete Schubkoeffizient $C_T(a^*)$ mit dem Schubkoeffizient aus den Eingangsgrößen übereinstimmt. Für die Konvergenz des Verfahrens müssen zwei mathematische Voraussetzungen erfüllt sein: zum einen muss die zu lösende Funktion $f(a)$, wie in Abb. 3.9 dargestellt, im betrachteten Intervall $C_T \in [0, C_{T,c}]$ zwei mal stetig differenzierbar sein. Zum anderen darf die erste Ableitung $f'(a^*)$ nicht verschwinden [19]. Da die Konvergenz des Newton-Raphson-Verfahrens einen hinreichend nah an der Nullstelle liegenden Startwert erfordert, wird die Iteration initial mit `scalar a = 0` begonnen. Dabei gilt die folgende Iterationsvorschrift:

$$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)} \quad (3.31)$$

Die Funktion $f(a)$ wird am aktuellen Näherungswert a_n durch ihre Tangente, d.h. durch ihre erste Ableitung, linearisiert. Der Schnittpunkt dieser Tangente mit der a -Achse liefert den neuen Näherungswert a_{n+1} . Dieser Vorgang `scalar a_new = a - f/df` wird

innerhalb einer Schleife so lange wiederholt, bis die Abweichung zwischen berechnetem `thrustCoeff_new` und durch die Eingangsgrößen vorgegebenem Schubkoeffizienten `thrustCoeff` unterhalb einer festgelegten Toleranz liegt (Konvergenzkriterium)

```
if(std::abs(thrustCoeff_new - thrustCoeff) < tol)
    break
```

oder eine vorgegebene maximale Anzahl an Iterationen überschritten wird (Abbruchkriterium). Im Modell wird eine maximale Anzahl an Iterationen von `const int maxIter = 100` und eine Toleranz von `const scalar = 100*epsilon` gewählt, wobei `epsilon` die Maschinengenauigkeit in MAECOSim® ist. Wird bis zur maximalen Anzahl keine Konvergenz erreicht, wird eine Warnung ausgegeben. Wie Abb. 3.10 am Beispiel von $C_T = 0.5$, $F = 1$

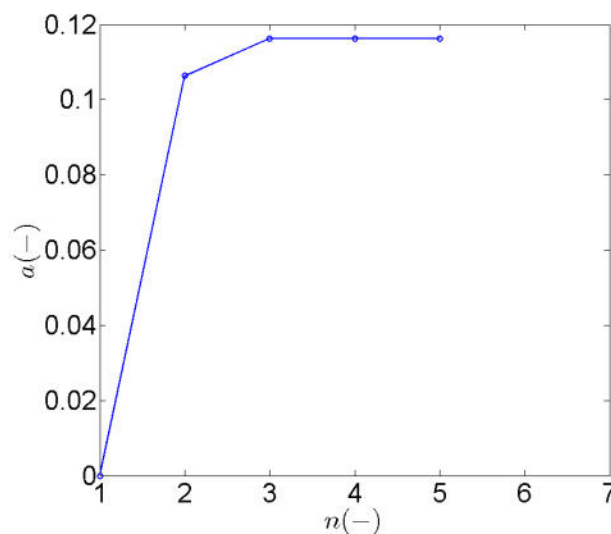


Abbildung 3.10: Iterationsschritte n des Newton-Raphson Verfahrens für $C_T = 0.5$, $F = 1$, $\Theta_{yaw} = 30^\circ$

und $\Theta_{yaw} = 30^\circ$ zeigt, konvergiert das Verfahren sehr schnell. Die durchschnittliche Anzahl an Iteration innerhalb des Modells liegt bei etwa fünf. Für die numerische Stabilität wird zudem sichergestellt, dass der gefundene axiale Induktionsfaktor physikalisch plausibel bleibt, d.h. nicht größer als ein Grenzwert, der von der Schräganströmung abhängt. Als Grenzwert wird der kritische axiale Induktionswert `scalar ac` gemäß Gl. (3.20) festgelegt. Unter Berücksichtigung einer numerischen Toleranz von `100*epsilon` bei Überschreitung dieses Wertes die Funktion für den turbulenten Nachlaufzustand verwendet. Ist der gefundene axiale Induktionsfaktor größer als der Grenzwert, wird die Berechnung abgebrochen.

```
scalar ac = std::min((0.35/cos(thetaYaw)), 0.5);
if(a > (ac+100*epsilon))
    throw std::invalid_argument()
```

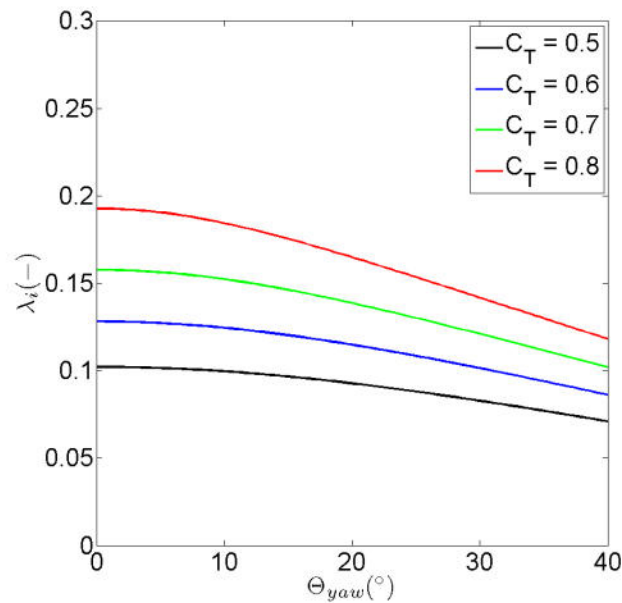


Abbildung 3.11: Zusammenhang zwischen Schräganströmung Θ_{yaw} und (dimensionsloser) induzierter Geschwindigkeit für verschiedene Schubkoeffizienten $C_T = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ im Zustand `windmillBrakeWT`

Für den Fall, dass Drall berücksichtigt wird, erfolgt die Berechnung der tangentialen induzierten Geschwindigkeit `indVelTangential` auf Grundlage des Drehimpulssatzes.

In Abb. 3.11 ist die dimensionslose axiale induzierte Geschwindigkeit λ_i über dem Schräganströmungswinkel Θ_{yaw} im Zustand `windmillBrakeWT` dargestellt. Die Ergebnisse basieren auf den implementierten analytischen Zusammenhängen und werden für verschiedene Schubkoeffizienten $C_T = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ unter Vernachlässigung von Verlusten ($F = 1$) ausgewertet. Es zeigt sich, dass die axiale induzierte Geschwindigkeit bei konstantem Schubkoeffizienten mit zunehmendem Schräganströmungswinkel abnimmt. Dieses Verhalten entspricht dem theoretisch beschriebenen Zusammenhang nach Branlard [1]. Darüber hinaus ist ein Anstieg von λ_i mit zunehmendem Schubkoeffizienten bei konstantem Schräganströmungswinkel zu beobachten, was den physikalischen Erwartungen hinsichtlich der induzierten Strömung entspricht.

Funktion `calculate_inflow_turbulent_wake_state`

Diese Funktion berechnet den induzierten Geschwindigkeitsvektor `vec3 indVel` im Zustand `turbulent wake state` für einen Blattelementring. Der zugehörige Quellcode ist im Anhang A.1.2 dokumentiert. Zur Bestimmung des axialen induzierten Geschwindigkeitsanteils `scalar indVelAxial` wird der axiale Induktionsfaktor `scalar a` mithilfe einer halb-analytischen Lösung berechnet. Diese basiert auf dem quadratischen Polynom Gl. (3.22)

sowie den empirisch definierten Randbedingungen aus der erweiterten BEMT-Theorie für Schräganströmung.

Den Ausgangspunkt bildet die Bestimmung des kritischen Induktionsfaktors `scalar ac` gemäß Gl. (3.20), bei welchem ein stetiger Übergang zwischen Impulstheorie und dem Polynom für hohe Schubwerte gewährleistet ist:

$$\text{scalar ac} = \text{std}::\min((0.35/\cos(\text{thetaYaw})), 0.5);$$

Durch diese Definition wird der kritische Induktionsfaktor bei zunehmendem Schräganströmungswinkel angepasst. Für einen Schräganströmungswinkel größer als $\Theta_{yaw} = 45.57^\circ$ erreicht dieser den Maximalwert 0.5, wodurch eine Änderung (nicht differenzierbar) im Modellverhalten erzeugt wird. Für einen Schräganströmungswinkel von $\Theta_{yaw} = 90^\circ$ ist die Gleichung nicht definiert, da in diesem Fall die Strömung parallel zur Rotorebene verläuft und die Normalkomponente der Anströmgeschwindigkeit gegen null geht, was zu einer Singularität im Modell führt. Der zugehörige kritische Wert `scalar kc` wird nach Gl. (3.21) berechnet. Aus der Forderung des stetigen Übergangs und der empirischen Annahme bei $a = 1$ ergeben sich gemäß Gl. (3.23) - Gl. (3.25) die Parameter `scalar Ctc`, `scalar sc` und `scalar Ct1`. Anhand dessen können die Konstanten `scalar c0`, `scalar c1` und `scalar c2` des quadratischen Polynoms 3.22 gemäß Gl. (3.26) - Gl. (3.28) berechnet werden.

Der axiale Induktionsfaktor a wird durch Nullstellenberechnung des Polynoms mithilfe der p-q-Formel bestimmt, wobei die negative Wurzel nicht relevant ist:

$$a = -\frac{q_2}{2} + \sqrt{\frac{q_2^2}{2} - \frac{c_0 - C_T}{c_2}} \quad (3.32)$$

Um numerische Fehler abzufangen, wird sichergestellt, dass der Faktor $c_2 \geq \text{epsilon}$ ist. Ist der Faktor kleiner, wird die Berechnung abgebrochen. Abb. 3.12 zeigt, dass ab einem Schräganströmungswinkel von $\Theta_{yaw} = 46.5^\circ$ der Faktor c_2 zu null wird und somit die p-q-Formel zu einem Fehler führt. Dies gilt unabhängig vom Wert des Schubkoeffizienten C_T . Zudem wird gewährleistet, dass die Diskriminante `scalar discriminant` aus Gl. (3.32) immer positiv ist. Kleine numerische Toleranzen werden mit `std::abs(discriminant) > 10*epsilon*std::pow(axialWindVel, 2)` toleriert. Ist die Diskriminante negativ, wird die Berechnung abgebrochen. Für den Fall, dass Drall berücksichtigt wird, wird zusätzlich die tangentielle induzierte Geschwindigkeit `indVelTangential` basierend auf dem Drehimpulssatz berechnet. In Abb. 3.13 ist der Einfluss des Schräganströmungswinkels Θ_{yaw} auf die dimensionslose axiale induzierte Geschwindigkeit λ_i im Zustand `turbulentWakeWT` dargestellt. Die Ergebnisse basieren auf den implementierten analytischen Zusammenhängen und werden für verschiedene Schubkoeffizienten $C_T = 1.5, 1.7, 1.9$ und 2.1 ausgewertet. Verluste werden nicht berücksichtigt ($F = 1$). Analog zu Abb. 3.11 ist zum einen erkennbar, dass die axiale induzierte Geschwindigkeit bei konstantem Schubkoeffizienten mit zunehmendem Schräganströmungswinkel abnimmt. Dieses Verhalten entspricht dem in

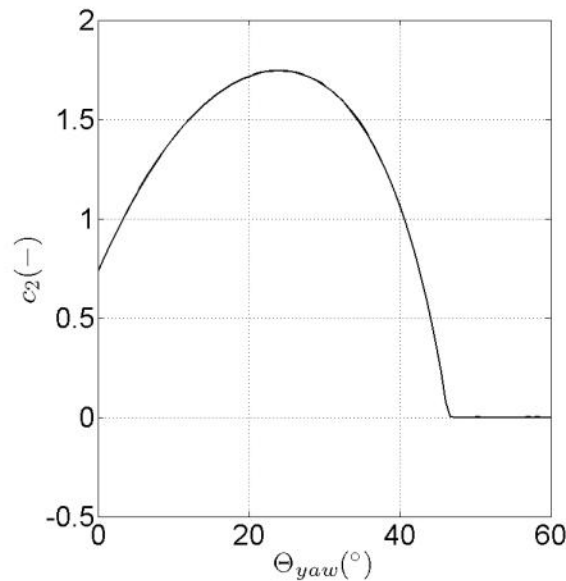


Abbildung 3.12: Zusammenhang zwischen dem Faktor c_2 des quadratischen Polynoms $C_{T,HT} = c_2 a^2 + c_1 a + c_0$ und dem Schräganströmungswinkel Θ_{yaw} (unabhängig vom Wert des Schubkoeffizienten C_T)

Branlard [1] dokumentierten theoretischen Zusammenhang. Zum anderen steigt λ_i mit zunehmendem Schubkoeffizienten bei konstantem Schräganströmungswinkel an, was ebenfalls den physikalischen Erwartungen entspricht.

3.3.3 Interne Funktion zur Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten

Die Funktion `azimuthRedistribution` berechnet die azimuthale Umverteilung der axialen induzierten Geschwindigkeiten gemäß des klassischen Modells von Glauert/Coleman, wie es in der Schräganströmungskorrektur nach Branlard in Gl. (3.30) aufgeführt ist. Die zugrunde liegende Implementierung ist in Anhang A.1.3 aufgeführt.

In die Funktion gehen der induzierte Geschwindigkeitsvektor der Blattringelemente `std::vector<vec3> ringIndVel`, der Azimutwinkel `scalar azimuthAngle`, der effektive Geschwindigkeitsvektor der Rotornabe `hubVel` sowie der mittlere induzierte Geschwindigkeitsvektor des Rotors `vec3 meanVel` ein. Der mittlere induzierte Geschwindigkeitsvektor ergibt sich aus einer flächengewichteten Mittelung der induzierten Geschwindigkeiten aller Blattringelemente `numberOfBladeElements`. Dazu werden die Beiträge der einzelnen Blattringelemente `ringIndVel[iElt]` entsprechend ihrer aerodynamisch wirksamen Rotorfläche `ringArea[iElt]` gewichtet und zu `vec3 weightVel` aufsummiert. Der Mittelwert `meanVel` ergibt sich schließlich als Quotient aus der gewichteten Summe der induzierten Geschwindigkeiten `vec3 weightVel` und der aufsummierten aerodynamisch wirksamen Flächen aller Blattelemente `scalar aeroArea`:

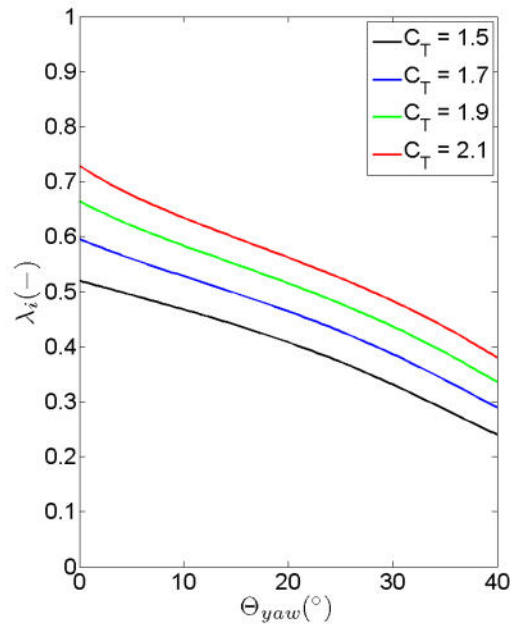


Abbildung 3.13: Zusammenhang zwischen Schräganströmung Θ_{yaw} und (dimensionsloser) induzierter Geschwindigkeit für verschiedene Schubkoeffizienten $C_T = 1.5, 1.7, 1.9$ und 2.1 im Zustand `turbulentWakeWT`

```
for(int iElt=0;iElt<numberOfBladeElements;iElt++){
    aeroArea += ringArea[iElt];
    weightVel += ringArea[iElt]*ringIndVel[iElt];}
const vec3 meanVel = weightVel/aeroArea
```

Der Rückgabewert der Umverteilungsfunktion ist der induzierte Geschwindigkeitsvektor der Blattringelemente für alle Rotorblätter `std::vector<std::vector<vec3>> bladeIndVel`. Für jedes Rotorblatt enthält der Geschwindigkeitsvektor die Komponenten (`indVelTangential, 0, indVelAxial`) für alle Blattringelemente.

Ausgangspunkt für die Berechnung der Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten der Blattelementringe ist die Bestimmung des Winkels `scalar psi_0`, der die Richtung der Schräganströmung angibt. Dabei wird die Strömung durch die effektive Geschwindigkeit der Rotornabe `hubVel` beschrieben. Geometrisch wird der Winkel mit der zweidimensionalen Arkustangens-Funktion $\psi = \text{atan2}(y, x)$ bestimmt, die per Definition den Winkel zwischen der positiven x-Achse und dem Vektor vom Ursprung zum Punkt (x, y) in der kartesischen Ebene angibt:

```
scalar psi_0 = atan2(hubVel[1],hubVel[0]);
```

Der Winkel `psi_0` ist so definiert, dass er positiv bei einer Rotation um die z-Achse beginnend bei 0° in positiver x-Richtung ist. Er gibt die Azimutposition an, bei der sich das

Rotorblatt am tiefsten im Nachlauf befindet. Der Nachlaufwinkel `scalar chiSkew`, welcher den Winkel zwischen der Windgeschwindigkeit im Nachlauf und der Rotationsachse des Rotors beschreibt, wird geometrisch gemäß Gl. (3.29) bestimmt:

```
vec3 totVel      = hubVel - meanVel;
scalar chiSkew = acos(totVel[2]/totVel.norm());
```

Dabei ergibt sich der Vektor der Relativgeschwindigkeit `vec3 totVel` aus der Differenz zwischen dem Vektor der effektiven Nabengeschwindigkeit `hubVel` (inkl. Wind) und der mittleren induzierten Geschwindigkeit `meanVel` (vgl. Abb. 3.7). In einer Schleife über alle Rotorblätter `int ib` wird für jedes Blatt der aktuelle Azimutwinkel `scalar psiBlade` berechnet:

```
scalar psiBlade = azimuthAngle + clockwiseFlag*ib*(2*PI/
    numberOfBlades);
```

Dieser ergibt sich aus dem Rotorazimut `scalar azimuthAngle`, der die Rotation des rotierenden Nabensystems relativ zum stationären um die z-Achse beschreibt (vgl. Abb. 3.8) sowie der Drehrichtung des Rotors, die durch `scalar clockwiseFlag` festgelegt wird (1: gegen den Uhrzeigersinn, -1: im Uhrzeigersinn).

Innerhalb dieser Schleife wird in einer weiteren Schleife über alle Blattringlelemente für jedes Element der Korrekturfaktor `scalar Rz` gemäß Gl. (3.30) berechnet, wobei der Faktor `scalar Ft` nach Glauert [8] gemäß $F_t = \frac{r}{2R}$ bestimmt wird. Für jedes Blatt wird der ermittelte Korrekturfaktor auf die z-Komponente der ursprünglichen induzierten Geschwindigkeit `ringIndVel[ie](2)` angewendet, wodurch diese linear mit dem Radius - entsprechend der Annahme von F_t nach Glauert - und sinusförmig mit dem Azimutwinkel variiert. Die azimuthal gemittelten Werte bleiben jedoch erhalten. Die x- und y-Komponenten der induzierten Geschwindigkeit bleiben unverändert.

```
bladeIndVel[ib][ie]      = ringIndVel[ie];
bladeIndVel[ib][ie](2) = ringIndVel[ie](2)*Rz;
```

Abb. 3.14 zeigt die Zusammenhänge, die sich aus der Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten nach Gl. (3.30) ergeben. Die Ergebnisse basieren auf den implementierten analytischen Zusammenhängen. Betrachtet wird exemplarisch ein Dreiblattrotor mit nur einem Element und einem Radius von $R = \sqrt{2}$ m. Dabei weist der Rotor eine effektive Rotornabengeschwindigkeit von `hubVel` = [2, 1, 6] m/s, eine ursprünglich gleichmäßige induzierte Geschwindigkeit von `ringIndVel` = [0, 0, -3] m/s sowie eine mittlere induzierte Geschwindigkeit von `meanVel` = [0, 0, 3] m/s auf. Aus der effektiven Rotornabengeschwindigkeit `hubVel` ergibt sich für die Richtung der Anströmung ein Winkel von $\psi_0 = 26.57^\circ$. Die obere Grafik in Abb. 3.14 zeigt den Verlauf der axialen induzierten Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung $\psi = 0^\circ \dots 360^\circ$ für alle drei Rotorblätter. Es ist der von Glauert beschriebene Zusammenhang erkennbar, dass die induzierte Geschwindigkeit

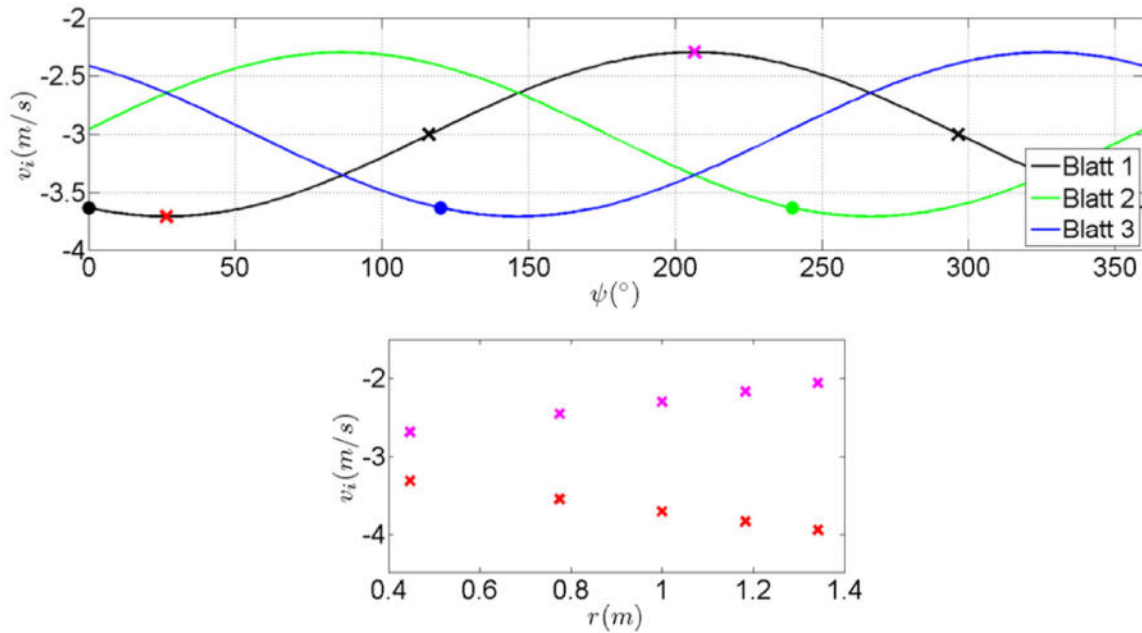


Abbildung 3.14: Azimutale Variation der axialen induzierten Geschwindigkeiten v_i für einen Dreiblattrotor mit $R = \sqrt{2}$ m, $\text{hubVel} = [2, 1, 6]$ m/s, $\text{ringIndVel} = [0, 0, -3]$ m/s, $\text{meanVel} = [0, 0, 3]$ m/s

sinusförmig mit dem Azimutwinkel variiert. Die durch Kreise markierten Punkte verdeutlichen, dass alle Rotorblätter an identischen Azimutpositionen relativ zur Anströmrichtung ψ_0 die gleichen Geschwindigkeiten induzieren. Die durch Kreuze hervorgehobenen Punkte kennzeichnen für das erste Blatt die Azimutwinkel $\psi = \{\psi_0 \text{ (rot)}, \psi_0 \pm \frac{\pi}{2} \text{ (schwarz)}, \psi_0 + \pi \text{ (magenta)}\}$. Es zeigt sich, dass die induzierte Geschwindigkeit bei einem Azimutwinkel von $\psi = \psi_0$, d.h. wenn sich das Rotorblatt am weitesten im Nachlauf befindet, am größten ist. Hingegen wird stromaufwärts, bei einem Azimutwinkel von $\psi = \psi_0 + \pi$, eine geringere Geschwindigkeit induziert. Senkrecht zur Anströmrichtung $\psi = \psi_0 \pm \frac{\pi}{2}$ entspricht die induzierte Geschwindigkeit dem Ausgangswert vor der Umverteilung. Die azimutale Umverteilung der induzierten Geschwindigkeit erfolgt demnach symmetrisch zur Anströmachse ψ_0 .

In der unteren Grafik ist die axiale induzierte Geschwindigkeit v_i für das erste Rotorblatt in Abhängigkeit von der radialen Position r für die Azimutwinkel $\psi = \psi_0$ (rot) und $\psi = \psi_0 + \pi$ (magenta) dargestellt. Es zeigt sich, dass die induzierte Geschwindigkeit neben der sinusförmigen Azimutvariation zusätzlich eine lineare Abhängigkeit vom Radius aufweist (vgl. Glauert [8]). Bei einem Azimutwinkel von $\psi = \psi_0$ nimmt die induzierte Geschwindigkeit mit wachsendem Radius linear zu, während sie bei $\psi = \psi_0 + \pi$ entsprechend abnimmt. Der Einfluss der Umverteilungsfunktion R_z ist somit auf die außenliegenden Blattelemente am größten.

Der Aufruf der Umverteilungsfunktion `azimuthRedistribution` erfolgt nach der Berech-

nung der je Betriebszustand induzierten Geschwindigkeit für alle Blattelemente `std::vector<vec3> ringIndVel(rotorData.numberOfBladeElements)` sowie der Bestimmung der mittleren induzierten Geschwindigkeit `meanVel`. Die Umverteilung wird nur durchgeführt, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind: (1) die Schräganströmungskorrektur ist über den Schalter `enableSkewWT` aktiviert und (2) es liegt tatsächlich eine Schräganströmung vor, d.h. entweder die x- oder y-Komponente der effektiven Rotornabengeschwindigkeit `hubVel` ist ungleich null:

```
if(enableSkewWT && (abs(hubVel[0])>100*epsilon || abs(hubVel[1])>100*epsilon))
```

Ist eine der Bedingungen nicht erfüllt, erfolgt keine Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten und jedem Rotorblatt wird der gleiche, unkorrigierte induzierte Geschwindigkeitsvektor der Blattelemente zugewiesen und in den neuen Vektor `std::vector<std::vector<vec3>> bladeIndVel(rotorData.numberOfBlades, std::vector<vec3>(rotorData.numberOfBladeElements))` geschrieben.

3.3.4 Einführung und Wahl der neuen Betriebszustände

Zur Integration der beiden neu implementierten Funktionen zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten in den bestehenden Code, werden zwei zusätzliche Betriebszustände eingeführt: (1) `windmillBrakeWT` und (2) `turbulentWakeWT`. Diese Zustände werden eingeführt, um eine klare funktionale Trennung zwischen Berechnungen mit und ohne Schräganströmungskorrektur zu ermöglichen. Eine vollständige Implementierung dieser Funktion ist im Anhang A.1.4 dargestellt. Die neuen Zustände werden dem bestehenden Aufzählungstyp `enum class WorkingState` hinzugefügt. Zudem wird die Funktion `calculate_WorkingState`, anhand der der Betriebszustand des Blattelementes ermittelt wird, um die zwei Zustände erweitert. Die Zustandsbezeichnung `skew/WT: windmill brake state` und `skew/WT: turbulent wake state` wird so gewählt, dass eine eindeutige Zuordnung zur Schräganströmungskorrektur aus der Logdatei hervorgehen kann. Da die Funktion `calculate_inflow_turbulent_wake_state` für einen Schräganströmungswinkel von $\Theta_{yaw} = 90^\circ$ zu einem numerischen Fehler führt, da in diesem Fall der kritische axiale Induktionsfaktor $ac = 0.35/\cos(\theta_{yaw})$ nicht definiert ist, wird vor der Bestimmung des Betriebszustandes sichergestellt, dass stets eine axiale Strömungskomponente vorliegt. Da die Berechnungen im Kontext von Windenergieanlagen erfolgen, wird zusätzlich gewährleistet, dass eine positive Durchströmung des Rotors vorhanden ist.

```
if(-1*hubVel[2]*upDownSwitch>=0)
    condition = WorkingState::zeroInflowWT;
    workingStateName = "skew/WT:zero inflow";
```

Um die Iteration zwischen Anströmung und Luftlastberechnung durch den MAECOSim®-Solver numerisch zu stabilisieren, wird ein sogenannter Dummy-Arbeitszustand `zeroInflowWT` mit der Zustandsbeschreibung `skew/WT: zero inflow` eingeführt. Insbesondere zu Beginn einer Simulation können temporär negative Schubwerte auftreten, die nach Konvergenz der Iteration nicht mehr vorhanden sind. Diese negativen Schubwerte sind kritisch, da sie den `upDownSwitch` betätigen. Um die Berechnungsstabilität sicherzustellen, wird der induzierte Abwind daher auf null gesetzt, wenn die vorausgesetzte Strömungsbedingung nicht erfüllt ist.

Zur Auswahl des aktuellen Betriebszustandes wird der Schubkoeffizient C_{tc} beim kritischen axialen Induktionsfaktor a_c als Grenzwert definiert, ab welchem zwischen den Funktionen der beiden Betriebszustände gewechselt wird. Dieser Grenzwert gewährleistet einen kontinuierlichen Übergang zwischen den Zuständen, da ein stetiger Übergang zwischen der korrigierten Impulstheorie – Grundlage des Zustands `windmillBrakeWT` – und dem für hohe Schubkoeffizienten verwendeten quadratischen Polynom – Grundlage des Zustands `turbulentWakeWT` – vorausgesetzt wird [1]. Der Grenzwert C_{tc} wird in Abhängigkeit des Schräganströmungswinkels Θ_{yaw} , des kritischen axialen Induktionsfaktors a_c und des zugehörigen kritischen Faktors k_c gemäß Gl. (3.23) berechnet. Ist der aktuelle Schubkoeffizient eines Blattelements `thrustCoeff` größer oder gleich dem Grenzschubkoeffizienten C_{tc} , wird in den Betriebszustand `turbulentWakeWT` übergegangen. Andernfalls befindet sich das Blattelement im Zustand `windmillBrakeWT`.

```
if(thrustCoeff < Ctc){
    condition = WorkingState::windmillBrakeWT;}
else{
    condition = WorkingState::turbulentWakeWT;}
```

Innerhalb der Methode `calculate_output` wird bei Erreichen eines Betriebszustandes die jeweilige Funktion aufgerufen.

Abb. 3.15 zeigt den funktionalen Zusammenhang zwischen dem Schubkoeffizienten C_T und dem axialen Induktionsfaktor a . Die Ergebnisse basieren auf den implementierten analytischen Zusammenhängen in den beiden Zuständen und werden für verschiedene Schräganströmungswinkel $\Theta_{yaw} = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ ausgewertet. Die durchgezogenen Linien bilden die Zusammenhänge aus MAECOSim® ab, während die gestrichelten Linien die Referenzwerte nach Branlard [1] wiedergeben. Der eingezeichnete Punkt kennzeichnet den Übergangspunkt $(a, C_{T,c})$ zwischen dem Zustand `windmillBrakeWT` und `turbulentWakeWT`. Es ist zu erkennen, dass der Übergang zwischen den beiden Zuständen stetig differenzierbar erfolgt. Darüber hinaus zeigt sich für beide Verläufe, dass mit zunehmendem Abwind auch der Schub ansteigt. Für eine axiale Anströmung $\Theta_{yaw} = 0^\circ$ stimmen die Ergebnisse aus MAECOSim® vollständig mit den Referenzdaten von Branlard überein. Bei Schräganströmung entsprechen die Ergebnisse aus MAECOSim® im Zustand `windmillBrakeWT` den Referenzdaten nach Branlard, während im Zustand `turbulentWakeWT` mit steigendem

Induktionsfaktor a zunehmend Abweichungen auftreten. Die Ursache der Abweichungen konnte nicht ermittelt werden.

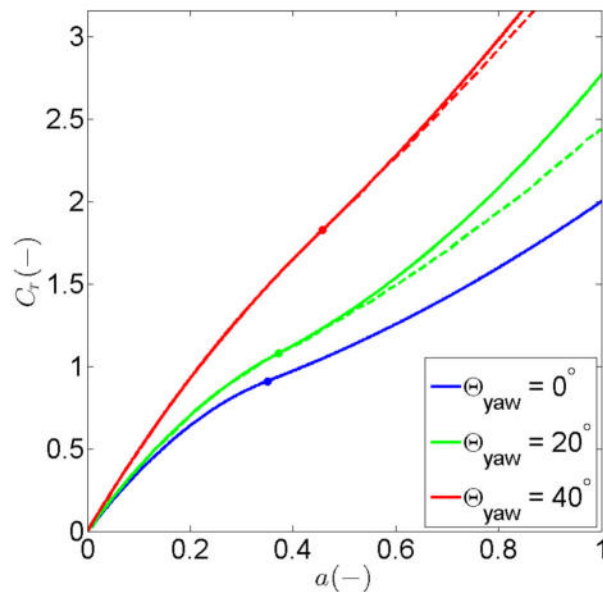


Abbildung 3.15: Vergleich der implementierten Schräganströmungskorrektur in MAECOSim® (-) mit den Referenzergebnissen aus [1] (- -)

3.3.5 Grenzen der Schräganströmungskorrektur

Die Grenzen der Anwendbarkeit der Schräganströmungskorrektur ergeben sich insbesondere aus der Implementierung der Funktion im **turbulent wake state**. In diesem Betriebszustand führt ein Schräganströmungswinkel von $\Theta_{yaw} > 46.5^\circ$ zu einer Singularität innerhalb des Modells, da der Faktor c_2 null wird (vgl. Abb. 3.12). Dieser Wert ist unabhängig vom Schubkoeffizienten. Im Betriebszustand **windmillBrakeWT** tritt ein numerischer Fehler ausschließlich bei einem Schräganströmungswinkel von $\Theta_{yaw} = 90^\circ$ auf, d.h. bei einer Strömung, die parallel zur Rotorebene verläuft. Dieser Fehler resultiert daraus, dass die Auswahl des Betriebszustandes direkt an den Grenzscharbkoeffizienten $C_{T,c}$ gekoppelt ist, welcher wiederum auf dem axialen Induktionsfaktor basiert. Für $\Theta_{yaw} = 90^\circ$ ist dieser gemäß Gl. (3.20) jedoch nicht definiert.

3.3.6 Herausforderungen bei der Implementierung einer Schräganströmungskorrektur für Hubschrauber

Während der Implementierung ergaben sich verschiedene Herausforderungen, die eine Übertragung der von Branlard [1] für Windenergieanlagen entwickelten Schräganströ-

mungskorrektur auf Hubschrauberanwendungen verhinderten. Im Folgenden werden die zentralen Aspekte dieser Problematik näher erläutert:

- einheitliche Struktur für WEA und Hubschrauberanwendungen
- einheitliche Struktur mit/ohne Schräganströmung
- unterschiedliche Modell-/Softwarestruktur für Branlard und MAECOSim®
- stetiger Übergang zwischen Betriebszuständen

Zunächst wurde versucht, die Struktur des BEMT-Modells beizubehalten und die jeweiligen Betriebszustände Schwebeflug `hoverClimb`, Wirbelringzustand `vortexRing` und schneller Sinkflug `fastDescent` für Schräganströmung anzupassen. Dafür mussten die auf der axialen Impulstheorie basierenden Formeln in den Betriebszuständen `hoverClimb` und `fastDescent` entsprechend des Ansatzes nach Branlard [1] korrigiert werden. In der aktuellen Implementierung des BEMT-Modells wird die axiale induzierte Geschwindigkeit (ohne Schräganströmungskorrektur) im Schwebeflug und Steigflug basierend auf der geschlossenen Form berechnet, welche sich aus der dimensionslosen Formulierung Gl. (2.41) von van der Wall [6] herleiten lässt. Diese wurde um den Kontraktionsfaktor K erweitert, um Berechnungen sowohl für offene ($K = 2$) als auch ummantelte Rotoren ($K = 1$) zu ermöglichen:

$$\lambda_i = -\lambda_c + \frac{1}{K} \cdot \sqrt{\lambda_c^2 + 2 \cdot C_T} \quad (3.33)$$

Mit $\lambda_i = v_i/(\Omega \cdot R)$, $\lambda_c = V_c/(\Omega \cdot R)$ und $C_T = dT/(\rho \cdot dS \cdot (\Omega \cdot R)^2)$ folgt für die axiale induzierte Geschwindigkeit v_i :

$$v_i = -\frac{V_c}{2} + \frac{1}{2 \cdot K} \sqrt{V_c^2 + 2 \cdot \frac{dT}{\rho \cdot dA}} \quad (3.34)$$

Für den schnellen Sinkflug wird ebenfalls die geschlossene Form verwendet, die sich aus Gl. (2.42) herleiten lässt:

$$v_i = -\frac{V_c}{2} - \frac{1}{2 \cdot K} \sqrt{V_c^2 - 2 \cdot \frac{dT}{\rho \cdot dA}} \quad (3.35)$$

Die Formulierungen Gl. (3.34) und Gl. (3.35) unterscheiden sich lediglich in den Vorzeichen. Um diese Gleichungen unter Schräganströmung zu korrigieren, wurde versucht, die Schräganströmungskorrektur für den lokalen Schub eines Blattelementes gemäß Gl. (3.18) in diese Formulierungen umzuwandeln. Für den Betriebszustand `fastDescent` erwies sich eine solche Umformulierung grundsätzlich als möglich. Dabei musste jedoch berücksichtigt

werden, dass die ursprüngliche Formulierung von Branlard im Kontext von Windenergieanlagen entwickelt wurde. In MAECOSim®, wo typische Hubschraubergrößen wie die Vertikalgeschwindigkeit V_c verwendet werden, muss daher bei der Übertragung entsprechend $U_0 = -V_c$ gesetzt werden. Auf Grund der anderen Vorzeichenkonventionen lies sich dies für den Zustand `hoverClimb` jedoch nicht realisieren. Zudem erfordert die Korrekturformel Gl. (3.18) einerseits eine Anströmgeschwindigkeit normal zur Rotorebene in der Form $U_0 \cdot \cos \Theta_{yaw}$, die im Schwebeflug definitionsgemäß null ist. Andererseits setzt die Anwendung der Formel eine Schräganströmung mit einem Winkel $\Theta_{yaw} \neq 90^\circ$ voraus. Um Schräganströmungen mit einem Winkel von $\Theta_{yaw} = 90^\circ$ dennoch abbilden zu können, wurde ein alternativer Korrekturansatz von Branlard [1] (Anhang A) untersucht. Dieser Ansatz basiert auf einer neuen Definition des axialen induktiven Faktors a , bei der nicht die Strömungsgeschwindigkeit normal zur Rotorebene $U_n = U_0 \cos \Theta_{yaw}$, sondern die Geschwindigkeit entlang der Hauptströmungsrichtung U_0 herangezogen wird. Da der Schub jedoch gemäß der Annahme normal zur Rotorebene wirkt, während U_0 nicht in dieser Richtung orientiert ist, kann der axiale Induktionsfaktor und somit die axiale induzierte Geschwindigkeit nicht aus der axialen Impulstheorie berechnet werden. Aus diesem Grund erwies sich die betrachtete Formulierung als ungeeignet, um Schräganströmungen mit $\Theta_{yaw} = 90^\circ$ korrekt abzubilden. Eine Anwendung auf Hubschrauber im reinen Seitwärtsflug (d.h. Schwebeflug mit $\Theta_{yaw} = 90^\circ$) ist somit ausgeschlossen, da sie zu einer Singularität im Modell führt.

Eine weitere Herausforderung bestand darin, dass sich Branlards Korrekturformel für den Schub Gl. (3.18) zwar mathematisch in die im Betriebszustand `fastDescent` verwendete Berechnungsformel für die axiale induzierte Geschwindigkeit überführen lässt, jedoch konzeptionelle Unterschiede zwischen den Modellansätzen bestehen. Während Branlard den Schub als Funktion des Abwindes beschreibt, erfolgt in MAECOSim® die Berechnung des Abwindes umgekehrt in Abhängigkeit vom gegebenen Schub. Um diese Diskrepanz zu überbrücken, wurde zunächst der axiale Induktionsfaktor unter der Annahme einer rein axialen Anströmung mit den vorhandenen Modellgleichungen bestimmt. Anschließend wurde dieser Wert in die Korrekturformel von Branlard Gl. (3.18) eingesetzt, um den korrigierten Schub unter Schräganströmung zu berechnen. Aus dem Verhältnis des korrigierten Schubs `thrust_new` zum ursprünglichen Schub `thrust`, welchen die Funktion als Eingangsgröße erhält, wurde schließlich ein Korrekturfaktor `corrFactor` abgeleitet, mit dem die axiale induzierte Geschwindigkeit `indVelAxial` skaliert wurde:

```
scalar corrFactor = thrust_new/thrust;
indVelAxial      = indVelAxial*corrFactor;
```

Abb. 3.16 zeigt die funktionalen Zusammenhänge zwischen der axialen induzierten Geschwindigkeit v_i und dem Schub T . Die MAECOSim®-Ergebnisse basieren auf den implementierten analytischen Zusammenhängen, wobei die Bezeichnung "lin" eine lineare Anwendung des Korrekturfaktors (Multiplikation mit `corrFactor`) und "sqrt" eine nicht-lineare Anwendung ($\sqrt{\text{corrFactor}}$) der Korrektur auf die induzierte Geschwindigkeit

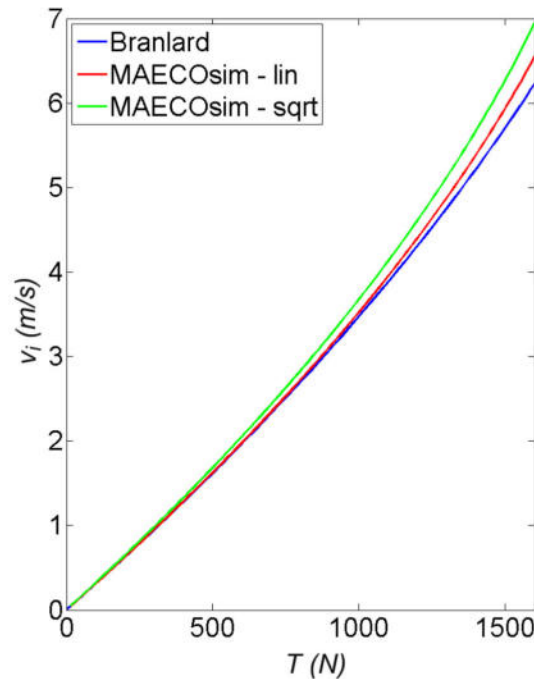


Abbildung 3.16: Ursprünglich vorgesehene Schräganströmungskorrektur für den Zustand `fastDescent`

kennzeichnet. In Blau sind die Referenzergebnisse für den funktionalen Zusammenhang dargestellt, der sich aus der Gleichung Gl. (3.18) ergibt. Es zeigt sich, dass für eine lineare Anwendung eine bessere Übereinstimmung mit den Referenzergebnissen erzielt wird.

Auch für den Zustand `vortexRing` im Fall einer WEA-Anwendung wurde versucht, eine einheitliche Struktur für die Berechnungen mit und ohne Schräganströmung zu schaffen. Die bestehende Implementierung basiert auf der Berechnung des axialen Induktionsfaktors a anhand der quadratischen Gleichung 2.26 für den Schubkoeffizienten nach Buhl [9] (vgl. Kap. 2.1). Um die quadratische Gleichung nach a aufzulösen, wird eine p-q-Formel (`scalar p, scalar q`) verwendet:

$$p = \frac{4F - \frac{40}{9}}{\frac{50}{9} - 4F}; \quad (3.36)$$

$$q = \frac{\frac{8}{9} - C_T}{\frac{50}{9} - 4F}; \quad (3.37)$$

$$a = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{2} - q}; \quad (3.38)$$

Diese lässt sich aus Branlards Korrekturansatz für hohe Schubzustände gemäß Gl. (3.22) für den Fall einer axialen Anströmung und einem kritischen Induktionsfaktor von $a_c = 0.4$

herleiten. Die Konstanten der quadratischen Gleichung ergeben sich dann zu $c_0 = \frac{8}{9}$, $c_1 = 4F - \frac{40}{9}$, $c_2 = \frac{50}{9} - 4F$. Diese entsprechen den Faktoren in den Variablen `scalar p` und `scalar q`.

Das zentrale Problem bei der Integration der Schräganströmung in die bestehende Implementierung lag jedoch im fehlenden stetigen Übergang zwischen den Betriebszuständen. Zusätzlich zur Anpassung der Funktionen zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten musste daher auch die Wahl des Betriebszustandes in der Funktion `calculate_WorkingState` für Schräganströmung entsprechend korrigiert werden. In der bestehenden Implementierung erfolgt diese primär basierend auf der axialen Steig- bzw. Sinkgeschwindigkeit. Für den Zustand `vortexRing` wird zusätzlich die induzierte Geschwindigkeit im Schwebeflug herangezogen, welche sich für $V_c = 0$ aus Gl. (3.34) ergibt. Es gelang jedoch nicht, diese Kriterien über einen Korrekturfaktor für Schräganströmung anzupassen, sodass ein stetiger Übergang in Bezug auf $a(C_T)$ (vgl. Abb. 3.15) zwischen den Betriebszuständen erreicht wurde.

Insgesamt zeigte sich, dass weder eine einheitliche Struktur für die Berechnung mit und ohne Schräganströmung aufgrund der unterschiedlichen Modellstruktur von MAECOSim® und Branlard [1] möglich war, noch die von Branlard für Windenergieanlagen entwickelte Korrektur auf alle Hubschrauberanwendungen übertragen werden konnte. Aus diesem Grund wurde ein neuer Implementierungsansatz gewählt, bei dem eine Schräganströmungskorrektur ausschließlich für Anwendungen im Bereich von Windenergieanlagen vorgesehen ist. Die Aktivierung der Schräganströmungskorrektur erfolgt dabei über einen Schalter, wodurch sichergestellt wird, dass andere Anwendungsbereiche von dieser Erweiterung nicht beeinflusst werden. Es wurden zwei separate Betriebszustände für WEA unter Schräganströmung eingeführt: ein "normaler" Zustand für moderate Schubverhältnisse sowie ein Zustand für "hohe Schubzustände" (vgl. Kap. 3.3.4). Zur Zustandserkennung wurden neue Grenzwerte definiert, die auf die Anforderungen der Schräganströmungskorrektur abgestimmt sind, um einen stetigen Übergang zwischen den Zuständen zu ermöglichen (vgl. Kap 3.3.4). Beide Zustände erhielten jeweils eigene, angepasste Berechnungsfunktionen. Im "normalen" Betriebszustand wurde die Implementierung verwendet, die für Zustand `fastDescent` unter Schräganströmung entwickelt wurde (vgl. Abb. 3.16). Für den Zustand "hohe Schubzustände" kam eine modifizierte Version der `vortexRing`-Implementierung zum Einsatz, wobei der kritische Induktionsfaktor gemäß Gl. (3.20) bestimmt wurde. Da im Zustand `fastDescent` lediglich eine an Branlards Korrekturformel Gl. (3.19) angelehnte Näherungsformel verwendet wurde, konnte kein stetiger Übergang von $a(C_T)$ zwischen den beiden Zuständen erreicht werden. Für die Berechnung im "normalen" Betriebszustand wurde daher ein Iterationsverfahren eingesetzt. Da eine Fixpunktiteration aufgrund der Nichterfüllung des Banachschen Fixpunktsatzes – d.h. der Betrag der ersten Ableitung der nichtlinearen Funktion ist im betrachteten abgeschlossenen Intervall nicht kleiner als eins – nicht möglich war, wurde zur Berechnung des axialen Induktionsfaktors eine Newton-Raphson-Iteration verwendet. Dies entspricht der aktuellen Implementierung des modifizierten BEMT-Abwindmodells in MAECOSim®.

Weitere Herausforderungen ergaben sich durch einen im Verlauf der Implementierung identifizierten Fehler in der Veröffentlichung von Branlard [1]. In der Formulierung der Schräganströmungskorrektur gemäß Gleichung Gl. (3.19) fehlte ein Term vom Typ $\tan^2(\Theta_{yaw})$.

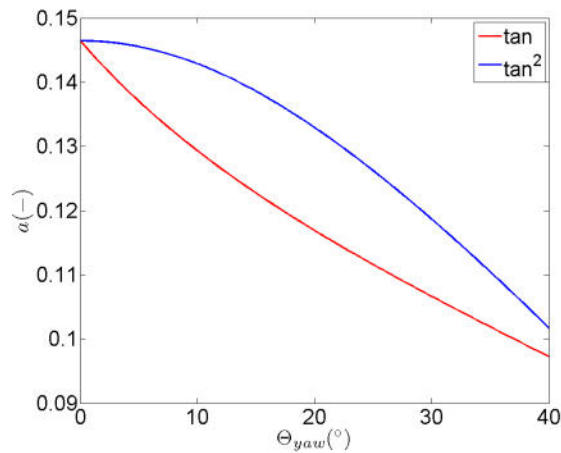


Abbildung 3.17: Identifizierter Fehler in der Veröffentlichung von Branlard [1], gezeigt für einen Schubkoeffizienten von $C_T = 0.5$

In Abb. 3.17 ist der Zusammenhang zwischen dem axialen Induktionsfaktor a und dem Schräganströmungswinkel Θ_{yaw} für einen Schubkoeffizienten von $C_T = 0.5$, sowohl für die korrigierte ("tan²") als auch die fehlerhafte Formulierung ("tan") der Schräganströmungskorrektur veranschaulicht. Bei sehr kleinen Gierwinkeln ist physikalisch ein allmählicher Anstieg des Induktionsfaktors zu erwarten, wie sie von der quadratischen Tangens-Formulierung abgebildet wird. Im Gegensatz dazu führten bei der linearen Tangens-Formulierung schon kleine Änderungen bei geringen Gierwinkeln zu einem steilen Anstieg des Induktionsfaktors, was unphysikalisch ist.

3.4 Reintegration in den MAECOSim[®]-Hauptentwicklungsweig

Im Zuge der Reintegration in den Hauptentwicklungsweig von MAECOSim[®] sind Unit-tests und Systemtests erforderlich. Dabei überprüfen Unittests einzelne Funktionen oder kleinere Einheiten des Quellcodes isoliert, um deren korrekte Funktion sicherzustellen. Systemtests hingegen stellen die Integrität des Gesamtsystems sicher. Zudem wird dem MAECOSim[®]-Handbuch eine dreiseitige englischsprachige Dokumentation beigelegt, in der der Implementierungsansatz der Schräganströmungskorrektur erläutert wird.

3.4.1 Unittests

Zur Verifikation der drei neu implementierten Funktionen werden für jede Funktion Unittests entwickelt, die sicherstellen, dass bei definierten Eingangsgrößen jeweils die erwarteten Ausgangswerte geliefert werden. Zudem wird geprüft, ob die beiden neu eingeführten Zustände `windmillBrakeWT` und `turbulentWakeWT` innerhalb der Funktion zur Auswahl des Zustandes korrekt aufgerufen werden.

Wahl der Blattelementzustände

Zur Überprüfung, ob bei definierten Eingangsparametern der korrekte Ringelements-zustand – entweder `windmillBrakeWT` oder `turbulentWakeWT` – durch die Funktion `calculate_WorkingState` bestimmt wird, wird jeweils ein Unittest erstellt. Ausgangspunkt bildet die Initialisierung des Modells `BemtInflowModel model`. In diesem werden zum einen rotorspezifische Daten (`struct RotorData`) wie Radius, Blattanzahl und Blattelementanzahl festgelegt. Zum anderen wird definiert, dass die Berechnungen unter Einbeziehung der Schräganströmungskorrektur und unter Berücksichtigung von Drall erfolgen, wobei dieser in der eigentlichen Überprüfung eine untergeordnete Rolle spielt. Neben der Modellinitialisierung werden auch die erforderlichen Eingangsgrößen der Funktion – Schub, Spitzenverlust und Luftdichte – spezifiziert. Die exakten Parameterwerte sind der Tabelle 3.2 zu entnehmen. Für den Testfall `windmillBrakeWT` wird eine Windgeschwindigkeit von

Tabelle 3.2: Modell- und Eingangsgrößen im Unittest der Funktion `calculate_WorkingState`

Parameter	Wert / Beschreibung
<code>numberOfBlades</code>	2
<code>numberOfBladeElements</code>	1
<code>clockwiseRotor</code>	gegen den Uhrzeigersinn
<code>rotorType</code>	offener Rotor
<code>radius</code>	$\sqrt{2} \approx 1.41$ m
<code>radialPos</code>	1 m
<code>ringArea</code>	$2\pi \text{ m}^2 \approx 6.28 \text{ m}^2$
<code>rho</code>	1.225 kg/m^3
<code>thrust</code>	1000 N
<code>F</code>	1

23 m/s gewählt, die über die effektive Rotornabengeschwindigkeit `hubVel = {0, 0, 23}` spezifiziert wird, um einen Schubkoeffizienten von $C_T = 0.494$ zu erhalten, der unterhalb des Grenzs Schubkoeffizienten von $C_{T,c} = 0.971$ liegt. Es wird überprüft, ob der von der Funktion bestimmte Zustand sowie die zugehörige Zustandsbezeichnung dem erwarteten

Ergebnis `windmillBrakeWT` bzw. `skew/WT`: `windmill brake state` entsprechen. Analog wird dies für den Zustand `turbulentWakeWT` getestet, wobei eine Anströmgeschwindigkeit von 5 m/s gewählt wird, um einen Schubkoeffizienten von $C_T = 1.39$ zu erhalten, der nun größer als der Grenzschrubkoeffizient $C_{T,c} = 0.494$ ist.

Funktion `calculate_inflow_windmill_brake_state`

Anhand des Unittests `TEST_F(Test_BemtInflowModel, windmillBrakeWT)` soll überprüft werden, ob die induzierte Geschwindigkeit im `windmillBrakeWT` korrekt berechnet wird. Dabei wird der Einfluss der Schräganströmung, des Verlustfaktors sowie der Übergang des Modells zum Zustand `turbulentWakeWT` analysiert.

Die Modellinitialisierung erfolgt analog zum zuvor beschriebenen Unittest gemäß Tab. 3.2, wobei lediglich die Anzahl der Rotorblätter auf drei geändert wird. Zusätzlich wird die Eingangsgröße Drehmoment mit dem Wert `torque = -250 Nm` spezifiziert.

Zunächst wird für den Fall einer axialen Anströmung von 23 m/s (d.h. `hubVel = {0, 0, 23}`) die induzierte Geschwindigkeit durch Aufruf der Funktion `calculate_inflow_windmill_brake_state` bestimmt. Die Geschwindigkeit von 23 m/s wird gewählt, da diese, wie im Unittest zur Betriebszustandswahl gezeigt, den Betriebsmodus `windmillBrakeWT` repräsentiert. Das Ergebnis wird mit dem gemäß Gl. (3.35) berechneten Wert im Zustand `fastDescent` unter Verwendung identischer Eingangsgrößen verglichen. Innerhalb einer gewählten Toleranz von `100*epsilon` wird überprüft, dass beide Zustände identische Ergebnisse liefern.

Anschließend wird die effektive Rotornabengeschwindigkeit auf `hubVel = {6.1628, 0, 23}` und `hubVel = {13.279056, 0, 23}` eingestellt, wodurch sich Schräganströmungswinkel von $\Theta_{yaw} = 15^\circ$ und 30° ergeben. Es wird überprüft, ob – wie in Abb. 3.11 dargestellt – die axiale induzierte Geschwindigkeit bei konstantem Schubkoeffizienten mit steigendem Schräganströmungswinkel abnimmt. Zusätzlich erfolgt eine quantitative Bewertung auf Grundlage von in MATLAB erzeugten Referenzergebnissen. Dabei wird in MATLAB die gleiche Implementierung wie in MAECOSim[®] mit denselben Modellparametern wie im Unittest verwendet. Die axialen induzierten Geschwindigkeiten für $\Theta_{yaw} = 15^\circ$ und 30° werden mit einer Toleranz von `100*epsilon` mit den Referenzergebnissen verglichen.

Für einen Schräganströmungswinkel von $\Theta_{yaw} = 30^\circ$ wird zudem mit einem reduzierten Verlustfaktor von $F = 0.8$ überprüft, ob bei gleichem Schub die axiale induzierte Geschwindigkeit für einen reduzierten Verlustfaktor zunimmt. Zusätzlich wird überprüft, dass die tangentielle induzierte Geschwindigkeit bei geringerem Verlustfaktor ebenfalls zunimmt, da eine höhere axiale induzierte Geschwindigkeit den Massenstrom reduziert und somit das Drehmoment auf weniger Luftpartikel übertragen wird.

Um den in Abb. 3.15 dargestellten stetigen Übergang zum Zustand `turbulentWakeWT` zu überprüfen, wird die induzierte Geschwindigkeit am Übergangspunkt, d.h. beim Grenzschrubkoeffizienten $C_{T,c}$, mithilfe beider Zustandsfunktionen berechnet und verglichen. Die

Berechnung des Grenzschiebkoeffizienten erfolgt anhand von a_c und k_c nach Gl. (3.23)). Der entsprechende Schub am Übergangspunkt `thrust_Ctc` ergibt sich dann aus der Umformulierung der Gleichung für den Schubkoeffizienten gemäß Gl. (2.21). Es wird sowohl für den Fall einer axialen Anströmung als auch für eine Schräganströmung von $\Theta_{yaw} = 15^\circ$ überprüft, dass mit einer Genauigkeit von `std::sqrt(epsilon)` die axiale induzierte Geschwindigkeit am Übergangspunkt der Modelle gleiche Ergebnisse liefert.

Funktion `calculate_inflow_turbulent_wake_state`

Anhand des Unittests `TEST_F(Test_BemtInflowModel, turbulentWakeWT)` wird überprüft, ob die Funktion im Zustand `turbulentWakeWT` korrekte Ergebnisse für die induzierte Geschwindigkeit liefert. Dafür wird das Modell gemäß Tab. 3.2 aufgesetzt, wobei die im Unittest für `windmillBrakeWT` beschriebenen Anpassungen berücksichtigt werden.

Es werden effektive Rotorgeschwindigkeiten von `hubVel = {0, 0, 5}`, `hubVel = {1.343 5, 0, 5}` und `hubVel = {2.8868, 0, 5}` eingestellt, woraus sich eine Schräganströmung von $\Theta_{yaw} = 0^\circ, 15^\circ$ und 30° ergibt. Für alle drei Fälle wird jeweils durch Aufruf der Funktion `calculate_inflow_turbulent_wake_state` die induzierte Geschwindigkeit berechnet und diese mit den in Abb. 3.13 dargestellten Zusammenhängen verglichen. Zum einen wird überprüft, ob bei konstantem Schubkoeffizienten die axiale induzierte Geschwindigkeit mit ansteigendem Schräganströmungswinkel abnimmt. Eine quantitative Bewertung erfolgt analog basierend auf in MATLAB erzeugten Referenzergebnissen. Dabei werden die axialen induzierten Geschwindigkeiten für $\Theta_{yaw} = 15^\circ$ und 30° mit einer Toleranz von `100*epsilon` mit den Referenzergebnissen verglichen. Abschließend wird überprüft, ob bei einem konstanten Schräganströmungswinkel von $\Theta_{yaw} = 30^\circ$ die axiale induzierte Geschwindigkeit bei einem verdoppelten Schubwert (`2*thrust`) im Vergleich zum ursprünglichen Schubwert zunimmt.

Funktion `azimuthRedistribution`

Dieser Unittest überprüft die Funktionalität der Methode `azimuthRedistribution` zur Umverteilung der axialen induzierten Geschwindigkeit bei Schräganströmung. Der Test gliedert sich in drei separate Einheiten, deren jeweilige Rotorgeometrien, Windrichtungen und Azimutpositionen des Rotors in Tabelle 3.3 aufgeführt sind. Dabei wird ein offener Rotor angenommen, der sich im Uhrzeigersinn dreht. Der Einfluss von Drall wird in diesem Test nicht berücksichtigt.

In der ersten Testeinheit wird entsprechend Abb. 3.14 (oben) überprüft, ob bei einem Dreiblattrotor jedes Rotorblatt (mit nur einem Blattelement) an der identischen Position relativ zur Windrichtung die gleiche axiale induzierte Geschwindigkeit erfährt. Die Windrichtung wird dabei über die Funktion `atan2(hubVel[1], hubVel[0])` bestimmt und ergibt sich zu einem Azimutwinkel von $\psi_0 = 26.57^\circ$. Zur Überprüfung wird zunächst bei einem

Tabelle 3.3: Modell- und Eingangsgrößen im Unittest der Funktion azimuth Redistribution

Parameter	Wert / Beschreibung		
	Einheit 1	Einheit 2	Einheit 3
numberOfBlades (-)	3	1	1
numberOfBladeElements (-)	1	1	5
radius (m)	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{10}$
radialPos (m)	{1}	{1}	{1, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, 3}
ringArea (m ²)	{ 2π }	{ 2π }	{ $2\pi, \dots$ }
azimuthAngle (rad)	$\{0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\}$	$\{\psi_0, \psi_0 \pm \frac{\pi}{2}, \psi_0 + \pi\}$	$\{\psi_0, \psi_0 + \pi\}$
hubVel (m/s)	{2, 1, 6}	{2, 1, 6}	{2, 1, 6}
ringIndVel (m/s)	{{0, 0, 3}}	{{0, 0, 3}}	{{0, 0, 3}, ...}
meanVel (m/s)	{{0, 0, 3}}	{{0, 0, 3}}	{{0, 0, 3}, ...}

Azimutwinkel von $\psi = 0^\circ$ die induzierte Geschwindigkeit aller drei Rotorblätter durch Aufruf der Funktion `azimuthRedistribution` berechnet. Anschließend wird der Rotor um $\psi = 120^\circ$ und $\psi = 240^\circ$ weitergedreht, sodass jeweils das nächste Blatt dieselbe räumliche Position in Bezug zur Windrichtung einnimmt. Dadurch lässt sich die Anströmung des nachfolgenden Rotorblattes mit jener des vorherigen Blattes an derselben Position vergleichen und überprüfen, ob diese identisch sind.

In der nächsten Testeinheit (Einheit 2) wird die azimuthale Umverteilung an bestimmten azimuthalen Positionen, z.B. in Anströmrichtung oder senkrecht zur Anströmrichtung überprüft (vgl. Abb. 3.14 oben, markierte Kreuze). Dabei wird die Anströmrichtung durch den Winkel ψ_0 beschrieben. Dieser ist modellintern so definiert, dass er das Rotorblatt kennzeichnet, welches sich am weitesten stromab in der Nachlaufströmung befindet. Für einen Azimutwinkel von $\psi = \psi_0$ (stromabwärts), $\psi = \psi_0 + \pi$ (stromaufwärts) sowie senkrecht zur Anströmrichtung $\psi = \psi_0 \pm \frac{\pi}{2}$ werden die induzierten Geschwindigkeiten des Rotorblattes berechnet. Es wird überprüft, ob der Teil des Rotors, der sich stromaufwärts befindet, eine geringere axiale Induktion aufweist, während der Teil, der sich am meisten im Abwind stromabwärts befindet, eine größere Induktion aufweist. Dazu wird einerseits sichergestellt, dass die berechnete axiale induzierte Geschwindigkeit bei $\psi = \psi_0$ größer ist als bei $\psi = \psi_0 + \pi$. Andererseits wird geprüft, ob der berechnete Wert bei $\psi = \psi_0$ größer und bei $\psi = \psi_0 + \pi$ kleiner ist als die axiale induzierte Geschwindigkeit `ringIndVel`={0, 0, 3}, die der Funktion `azimuthRedistribution` ursprünglich übergeben wurde. Zudem wird überprüft, dass in den Bereichen senkrecht zur Anströmrichtung, d.h. bei $\psi = \psi_0 \pm \frac{\pi}{2}$ keine Veränderung der axial induzierten Geschwindigkeit stattfindet. Dazu wird einerseits kontrolliert, dass die induzierte Geschwindigkeit bei $\psi = \psi_0 + \frac{\pi}{2}$ vor und nach Aufruf der Funktion unverändert bleibt. Andererseits wird sichergestellt, dass die Werte an den Positionen $\psi = \psi_0 \pm \frac{\pi}{2}$ nach der Umverteilung übereinstimmen.

In der letzten Testeinheit (Einheit 3) wird, wie in Abb. 3.14 (unten) dargestellt, überprüft,

ob die induzierte Geschwindigkeit linear mit dem Radius variiert und somit der Einfluss der Umverteilungsfunktion auf weiter außen liegenden Blattelementen am größten ist. Dazu wird für ein Rotorblatt mit $n = 5$ Blattelementen die induzierte Geschwindigkeit für zwei Azimutwinkel $\psi = \psi_0, \psi_0 + \pi$ durch Aufruf der Funktion `azimuthRedistribution` berechnet. Die Azimutwinkel werden in Anströmrichtung gewählt, da dort der Einfluss der Umverteilungsfunktion maximal ist. Für $\psi = \psi_0$ wird überprüft, ob die axiale induzierte Geschwindigkeit des äußeren (n -ten Blattelements größer ist als die des inneren ($n - 1$)-ten Blattelements. Hingegen wird für $\psi = \psi_0 + \pi$ sichergestellt, dass die axiale induzierte Geschwindigkeit des n -ten Blattelements geringer ist als die des ($n - 1$)-ten Blattelements. Für ein ausgewähltes Blattelement - in diesem Fall das dritte - erfolgt eine quantitative Bewertung auf Grundlage von in MATLAB erzeugten Referenzergebnissen. Hierzu wird die identische Implementierung wie in MAECOSim[®] mit denselben Modellparametern wie im Unittest verwendet. Als Toleranzschwelle für den Vergleich wird `sqrt(epsilon)` definiert.

3.4.2 Systemtests

Zur Sicherstellung der Integrität der implementierten Schräganströmungskorrektur im Gesamtsystem sowie zur Überprüfung der korrekten Interaktion zwischen den beteiligten Submodellen werden vier Systemtests erstellt.

Ziel der ersten beiden Systemtests ist es, die Ergebnisse des BEMT-Abwindmodells mit Schräganströmung im Zustand `windmillBrakeWT` und `turbulentWakeWT` zu überprüfen. Dafür wird ein gegen den Uhrzeigersinn rotierender 3-Blatt-Rotor mit einer konstanten Rotordrehzahl von 1.267 rad/s (Nenndrehzahl) konfiguriert. Die Rotorposition ist stationär und der Blatteinstellwinkel Θ_{pitch} wird für den Zustand `windmillBrakeWT` über das Taumelscheibenmodell (engl. "swashplate functional model") auf null gesetzt. Um den Zustand `turbulentWakeWT` zu erreichen, wird ein großer Blatteinstellwinkel von $\Theta_{\text{pitch}} = 11.46^\circ$ konfiguriert. Aufgrund dieser unrealistischen Betriebskonfiguration dient der zugehörige Systemtest ausschließlich der Überprüfung der Modellintegrität und stellt keinen physikalisch sinnvollen Betriebsfall dar. Ein Rotorblatt besitzt einen Radius von $R = 63$ m und ist in zehn Ringelemente unterteilt. Die Einteilung der Elemente erfolgt so, dass die Markerpositionen in der Mitte jedes Elements liegen und die Ringflächen konstant sind. Für die Konfiguration der Blattgeometrie wird eine vollständige dreidimensionale Eingabevariante unter Verwendung CAD-basierter Geometriedaten verwendet. Es wird eine gleichmäßige globale Windgeschwindigkeit $U_{0,x} = 10$ m/s, $U_{0,y} = 4.5$ m/s und $U_{0,z} = 3.12$ m/s eingestellt. Das Rotorreferenzsystem ergibt sich durch Rotation von 90° um die y -Achse aus dem Inertialsystem. Daraus folgt für die Komponenten der Windgeschwindigkeit im Rotorreferenzsystem: $U_{0,x} = 3.12$ m/s, $U_{0,y} = 4.5$ m/s und $U_{0,z} = -10$ m/s. Somit entspricht die im Inertialsystem in x -Richtung gerichtete Hauptströmung einer axialen Anströmung in negativer z -Richtung im Rotorreferenzsystem. Es ergibt sich ein Schräganströmungswinkel

von $\Theta_{yaw} = 28.6^\circ$ und ein Winkel von $\psi_0 = 55^\circ$. Das Inertialsystem ist so ausgerichtet, dass das Blatt 1 bei $\psi = 0^\circ$ nach unten zeigt. Das BEMT-Modell wird mit aktivierter Schräganströmungskorrektur und unter Berücksichtigung von Drall und Verlusten konfiguriert. Zudem werden ausschließlich lineare Luftlasten berücksichtigt. Die Luftdichte wird mit 1.225 kg/m^3 und die Umgebungstemperatur mit 288.15 K als konstant angenommen. Es wird eine vollständige Rotorumdrehung simuliert, wobei die Ausgabe in 15° -Schritten erfolgt. Zur zeitlichen Integration wird ein halb-explizites Runge-Kutta-Verfahren verwendet, das eine feste Zeitschrittweite von $\Delta t = 13.8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ verwendet. Das Verfahren berücksichtigt implizite Abhängigkeiten zwischen den Modellen durch eine Newton-Raphson-Methode (vgl. Kap. 3.1).

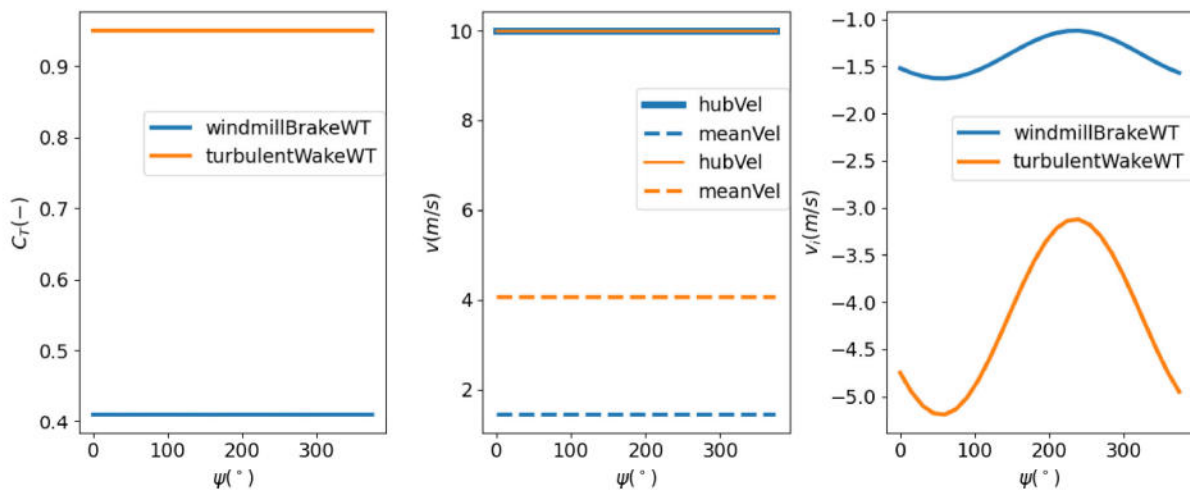


Abbildung 3.18: Vergleich der Simulationsergebnisse aus dem BEMT-Abwindmodell für den Schubbeiwert C_T , die mittlere induzierte Geschwindigkeit (`meanVel`), die effektive Rotornabengeschwindigkeit (`hubVel`) sowie die axiale induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung. Gezeigt werden Ergebnisse für einen Schräganströmungswinkel von $\Theta_{yaw} = 55^\circ$ im Betriebszustand `windmillBrakeWT` (blau) und `turbulentWakeWT` (orange).

In Abb. 3.18 sind die Simulationsergebnisse der Systemtests für den Zustand `windmillBrakeWT` (blau) und den Zustand `turbulentWakeWT` (orange) dargestellt. Die linke Grafik zeigt den konstanten Schubkoeffizienten C_T über eine vollständige Rotormdrehung ($\psi = 0^\circ \dots 360^\circ$). Es ist zu erkennen, dass der Schubkoeffizient im Zustand `turbulentWakeWT` mit $C_T = 0.9497$ größer ist als im `windmillBrakeWT`, wo $C_T = 0.4105$ ist. Dies entspricht der Definition dieses Zustandes, der für hohe Schubzustände vorgesehen ist.

In der mittleren Grafik sind die z-Komponenten der effektiven Rotornabengeschwindigkeit (`hubVel`) und der mittleren induzierten Geschwindigkeit (`meanVel`) über den Azimutwinkel ψ dargestellt. Beide Größen bleiben über eine Umdrehung konstant. Die effektive Rotornabengeschwindigkeit beträgt in beiden Zuständen 10 m/s , da auch die gleiche Windgeschwindigkeit vorgegeben wurde. Die mittlere induzierte Geschwindigkeit hingegen ist

im Zustand `turbulentWakeWT` wesentlich größer als im Zustand `windmillBrakeWT`. Dieses Verhalten stimmt mit den Ergebnissen aus Abb. 3.11 und Abb. 3.13 überein, wonach die induzierte Geschwindigkeit bei gleichem Schräganströmungswinkel mit steigendem Schubkoeffizienten zunimmt. In beiden Fällen bleibt die induzierte Geschwindigkeit kleiner als die Windgeschwindigkeit, was dem physikalisch erwarteten Verhalten eines Rotorabwindes entspricht.

Die rechte Grafik zeigt eine sinusförmige Variation der axialen induzierten Geschwindigkeit v_i über eine Umdrehung am Beispiel des achten Blattelementes. Dies entspricht dem in Abb. 3.14 (oben) dargestellten Verhalten durch die azimuthale Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten. Es ist zu erkennen, dass die induzierte Geschwindigkeit an der azimuthalen Position $\psi = 55^\circ$, welche ψ_0 entspricht, am größten ist. Dagegen erreicht die induzierte Geschwindigkeit ihr betragsmäßiges Minimum bei dem Azimutwinkel, bei dem sich das Rotorblatt am weitesten stromauf befindet. Normal zur Anströmrichtung ändert sich die induzierte Geschwindigkeit nicht. Dies entspricht den Zusammenhängen in Abb. 3.14 (unten links). Die höhere Amplitude im Zustand `turbulentWakeWT` ist auf die insgesamt stärkere Induktion zurückzuführen. In beiden Fällen entspricht der Betrag des Mittelwertes von v_i den zuvor dargestellten mittleren induzierten Geschwindigkeiten `meanVel`.

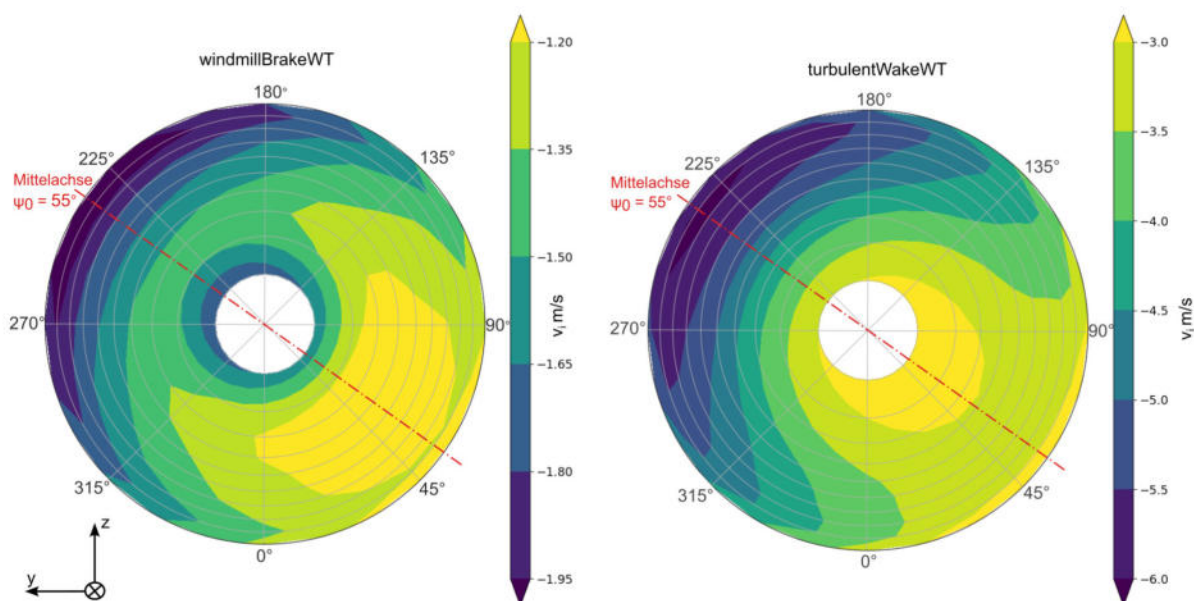


Abbildung 3.19: Polare Konturdarstellung der azimuthalen Verteilung der axialen induzierten Geschwindigkeiten im Zustand `windmillBrakeWT` (links) und `turbulentWake WT` (rechts), Blatt 1 zeigt nach unten bei $\psi = 0^\circ$

Abb. 3.19 zeigt für die beiden Zustände jeweils eine polare Konturdarstellung (Donut-Plot) der axialen induzierten Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung. In dieser Darstellung werden die Ergebnisse für die einzelnen Rotorblattelemente (graue Konturkreise) über den Rotorradius und den Azimutwinkel abgebildet, sodass die räum-

liche Verteilung der induzierten Geschwindigkeit auf der Rotorscheibe visualisiert wird. Der Bereich der Rotorwurzel enthält keine Daten, weshalb in der Darstellung ein leerer Innenbereich entsteht. Die zugrunde liegenden Polarkoordinaten werden aus den kartesischen y - und z -Koordinaten der Positionen aller Blattelemente eines Rotorblattes in Bezug zum Inertialsystem berechnet. Die Orientierung des Inertialsystems entspricht dabei der eingezeichneten Ausrichtung, wobei das erste Rotorblatt bei einem Azimutwinkel von $\psi = 0^\circ$ nach unten zeigt. Als Referenzvariable wird die Position des Rotorreferenzsystems in Bezug auf das Inertialsystem gewählt. Es ist zu erkennen, dass die Mittelachse bei $\psi_0 = 55^\circ$ wie erwartet verläuft. Zudem ist zu erkennen, dass die Schräganströmung in positive y und z -Richtung zu weniger Abwind stromaufwärts und mehr Abwind stromabwärts führt. Dies entspricht dem in Abb. 3.14 (oben) dargestellten Verhalten.

Ziel der zwei weiteren Systemtests ist es, die Ergebnisse des BEMT-Modells mit und ohne Schräganströmung im Betriebszustand **windmillBrakeWT** mit denen des globalen Abwindmodells ("global inflow model") zu vergleichen; insbesondere mit dem Fokus auf die Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten. Der Zustand **turbulentWakeWT** kann aufgrund von Modelleinschränkungen nicht mit dem globalen Abwindmodell simuliert werden.

Es werden zwei identische 2-Blatt-Starrrotoren mit einer konstanter Rotordrehzahl von 100 rad/s konfiguriert. Dabei dreht Rotor (1) im Uhrzeigersinn, während Rotor (2) gegen den Uhrzeigersinn dreht. Der Blatteinstellwinkel Θ_{pitch} wird in beiden Fällen über ein Tauwellscheibenmodell (engl. swashplate functional model) auf null gesetzt. Jedes Rotorblatt besteht aus einem einzigen Blattelement, um die Vergleichbarkeit mit dem globalen Abwindmodell zu gewährleisten. Rotor (1) verwendet das BEMT-Abwindmodell mit aktivierter Schräganströmungskorrektur, wobei der Einfluss von Drall vernachlässigt wird. Rotor (2) basiert auf dem Glauert-Modell des globalen Abwindmodells. Für beide Rotoren werden Verlustmodelle deaktiviert. Im ersten Systemtest wird eine axiale Anströmung ($\Theta_{yaw} = 0^\circ$) untersucht. Dafür wird eine extreme Windgeschwindigkeit in negativer z -Richtung von $U_{0,z} = -60$ m/s vorgegeben, um sicherzustellen, dass sich das System im Betriebszustand **windmillBrakeWT** befindet. Im zweiten Systemtest wird hingegen eine Schräganströmung von $\Theta_{yaw} = 33.5^\circ$ in positive x -Richtung konfiguriert. Dafür wird eine Windgeschwindigkeit von $U_{0,x} = 32.87$ m/s und $U_{0,z} = -50$ m/s vorgegeben. Trotz der veränderten Anströmrichtung verbleibt das System weiterhin im Betriebszustand **windmillBrakeWT**. Um für beide Systemtests vergleichbare induzierte Geschwindigkeiten zu erhalten, werden die Geschwindigkeitskomponenten so gewählt, dass der Betrag der Windgeschwindigkeit konstant bleibt. Die Orientierung der Rotorreferenzsysteme ist identisch mit dem Inertialsystem, sodass die Strömungsrichtung im Inertialsystem direkt auf das Rotorsystem übertragbar ist. Aufgrund der jedoch physikalisch unrealistischen Betriebskonfigurationen werden diese Systemtests ausschließlich zur Überprüfung der Modellintegrität erstellt. Die Luftdichte wird mit 1.225 kg/m³ und die Umgebungstemperatur mit 292.7509 K als konstant angenommen. Es werden ausschließlich lineare Luftlasten berücksichtigt.

Analog zu den vorherigen Systemtests wird eine vollständige Rotorumdrehung simuliert,

wobei die Simulationsergebnisse in 30°-Schritten ausgegeben werden. Die zeitliche Integration erfolgt mithilfe eines halb-expliziten Runge-Kutta-Verfahrens mit einer festen Zeitschrittweite von $\Delta t = 1.745 \cdot 10^{-4}$ s.

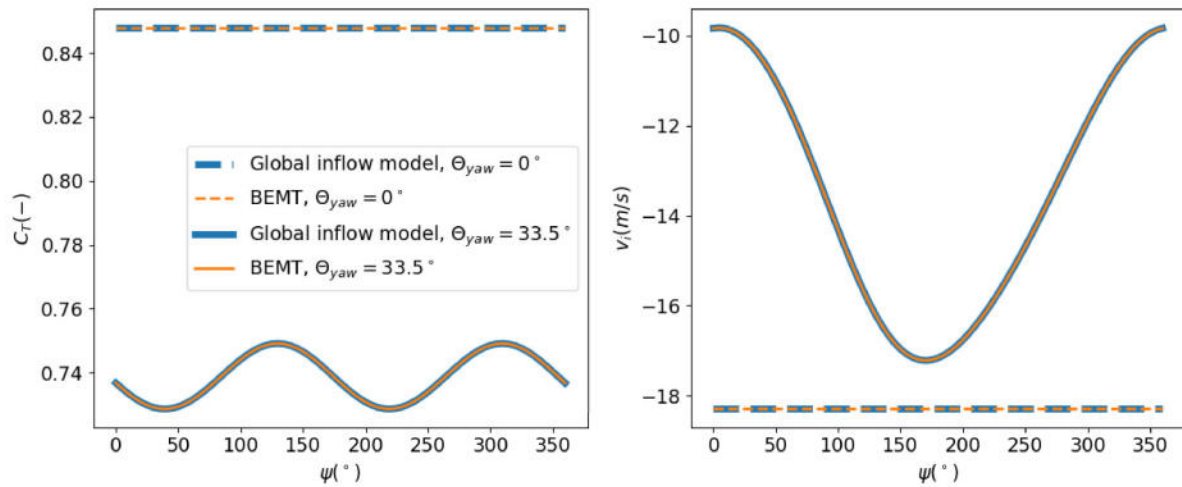


Abbildung 3.20: Vergleich der Simulationsergebnisse aus dem BEMT-Abwindmodell (orange) und dem globalen Abwindmodell (blau) für den Schubbeiwert C_T sowie die axiale induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung. Gezeigt werden Ergebnisse für zwei Schräganströmungswinkel ($\Theta_{yaw} = 0^\circ, 33.5^\circ$) im Betriebszustand `windmillBrakeWT`.

In Abb. 3.20 werden die Simulationsergebnisse des BEMT-Abwindmodells (orange) mit denen des globalen Abwindmodells (blau) verglichen. Die linke Grafik zeigt den resultierenden Schubkoeffizienten C_T , die rechte Grafik die axiale induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung ($\psi = 0^\circ \dots 360^\circ$). Für beide Anströmverhältnisse ($\Theta_{yaw} = 0^\circ, 33.5^\circ$) liefern die beiden Abwindmodelle übereinstimmende Ergebnisse sowohl in Bezug auf den Schubkoeffizienten C_T als auch auf die axiale induzierte Geschwindigkeit v_i . Dabei stimmen die azimuthalen Oszillationen sowohl in ihrer Amplitude als auch in ihrer Phase überein. Dies bestätigt die korrekte Implementierung der Umverteilungsfunktion im BEMT-Abwindmodell. Darüber hinaus belegt der Vergleich von Rotor 1 (Rotation im Uhrzeigersinn) und Rotor 2 (Rotation gegen den Uhrzeigersinn), dass die Ergebnisse unabhängig von der Drehrichtung des Rotors identisch sind.

4 Verifikation der Implementierung anhand einer 15-MW-Windenergieanlage

In diesem Kapitel erfolgt die Verifizierung der implementierten Schräganströmungskorrektur anhand systematischer Parameterstudien an einer Referenz-Windenergieanlage mit einer Nennleistung von 15 MW. Zunächst werden der Aufbau und die Charakteristika der 15-MW-Referenzanlage dargestellt sowie die Auswahl dieser Anlage als Testmodell begründet. Darauf aufbauend werden umfangreiche Parameterstudien durchgeführt, in denen das Betriebsverhalten der Anlage unter verschiedenen Schräganströmungsbedingungen analysiert wird. Variiert werden dabei der Gierwinkel, die Gondelneigung, die Windrichtung sowie der Blatteinstellwinkel. Im Fokus stehen dabei die durch Schräganströmung induzierten Effekte, die Anwendung der verwendeten Umverteilungsfunktion sowie die Untersuchung des Übergangs zwischen dem Windmühlenbetrieb (engl. windmill brake state) und dem turbulenten Nachlaufzustand (engl. turbulent wake state).

4.1 Beschreibung der 15-MW-WEA

Als Basistestmodell wird die 15-MW Offshore-Windenergieanlage der International Energy Agency (IEA) ausgewählt, wie sie in [2] beschrieben und in einer öffentlich zugänglichen Online-Datenbank bereitgestellt ist. Dieses Modell wird ebenfalls in dem verwendeten Implementierungsansatz nach Branlard [1] als Referenz herangezogen. Die zentralen technischen Eigenschaften des Basismodells sind Tabelle 4.1 zu entnehmen. Um eine Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen nach [1] zu gewährleisten, wird das Basismodell entsprechend den dortigen Vorgaben angepasst. Die Betriebsbedingungen sind durch eine gleichmäßige Windgeschwindigkeit von $U_0 = 9 \text{ m/s}$, einer konstanten Rotordrehzahl von $\Omega = 6.4 \text{ rad/s}$ sowie einem Blatteinstellwinkel von $\Theta_{\text{pitch}} = 0^\circ$ definiert. Die Blattvorbiegung an der Blattspitze (engl. "prebend"), die Blattvorkrümmung (engl. "presweep"), der Konuswinkel der Rotorblätter Θ_{precone} und der Neigungswinkel der Gondel Θ_{tilt} werden auf null gesetzt. Jedes Rotorblatt wird in 51 äquidistante Blattelemente unterteilt. Für den Fall einer axialen Anströmung ($\Theta_{\text{yaw}} = 0^\circ$) ergeben sich ein Leistungsbeiwert von $C_P = 0.48$ und ein Schubbeiwert von $C_T = 0.78$. Es sei darauf hingewiesen, dass in [1] aktualisierte Polarendaten der verwendeten Profile zum Einsatz kommen. Da diese jedoch nicht öffentlich verfügbar sind, wird in der vorliegenden Arbeit auf die ursprünglichen, nicht aktualisierten Polaren zurückgegriffen, was zu geringen Abweichungen in den Ergebnissen führen kann.

Tabelle 4.1: Technische Eigenschaften der IEA 15-MW-Windenergieanlage [2]

Parameter	Wert
Leistung (MW)	15
Design- C_P (-)	0.489
Design- C_T (-)	0.799
Rotordrehzahl (rpm)	5.0 - 7.56
Rotorblätter (-)	3
Nennwindgeschwindigkeit (m/s)	10.59
Einschaltgeschwindigkeit (m/s)	3
Abschaltgeschwindigkeit (m/s)	25
Rotordurchmesser (m)	240
Nabenhöhe (m)	150
Blattlänge (m)	117
Blattvorbiegung (engl. "prebend") (m)	4
Blattvorkrümmung (engl. "presweep") (m)	0
Θ_{precone} (°)	4
Θ_{tilt} (°)	6

4.2 Parameterstudien

Zur Verifikation der implementierten Schräganströmungskorrektur werden verschiedene Betriebsbedingungen der modifizierten 15-MW-Windenergieanlage ohne Turm simuliert. Zur klaren Abgrenzung von den verschiedenen Ursachen einer Schräganströmung – wie einem Gierwinkel Θ_{yaw} , einem Nickwinkel Θ_{tilt} oder schräg einfallender Wind – wird im Folgenden der resultierende Schräganströmungswinkel explizit mit Θ_{skew} bezeichnet. Der Winkel Θ_{yaw} beschreibt somit ausschließlich den Gierwinkel der Anlage. Die Analyse erfolgt zunächst im Betriebszustand **windmillBrakeWT**. Ausgangspunkt bildet die Untersuchung einer axialen Anströmung $\Theta_{\text{yaw}} = 0^\circ$. Daraufhin werden Simulationen mit variierenden Gier- Θ_{yaw} und Nickwinkeln Θ_{tilt} im Bereich von -40° bis $+40^\circ$ sowie mit variierender Windrichtung durchgeführt. Abschließend erfolgen Simulationen mit unterschiedlichen Blatteinstellwinkeln Θ_{pitch} , um gezielt in den Zustand **turbulentWakeWT** zu gelangen.

Es werden die Annahmen getroffen, dass instationäre Effekte sowie der Einfluss von Drall vernachlässigt, aerodynamische Verluste anhand der Konfigurationsoption **PrandtlFunctionInInflow** hingegen berücksichtigt werden. Der Einfluss von Drall wird vernachlässigt, da bei der Implementierung nicht im Detail drauf eingegangen wurde und nicht sichergestellt werden kann, dass alle drallbedingten Effekte bei Schräganströmung berücksichtigt werden. Ansonsten entsprechen die getroffenen Annahmen denen in [1]. Die Luftdichte wird mit 1.225 kg/m^3 und die Umgebungstemperatur mit 288.15 K als konstant angenommen. Zur zeitlichen Integration wird ein halb-explizites Runge-Kutta-Verfahren verwendet, welches

implizite Abhängigkeiten zwischen den Modellen durch eine Newton-Raphson-Methode berücksichtigt und eine feste Zeitschrittweite von $26.04 \cdot 10^{-3}$ s pro Gradschritt verwendet. Abb. 4.1 zeigt die Ausrichtung der IEA 15-MW Windenergieanlage in der GUI, der grafi-

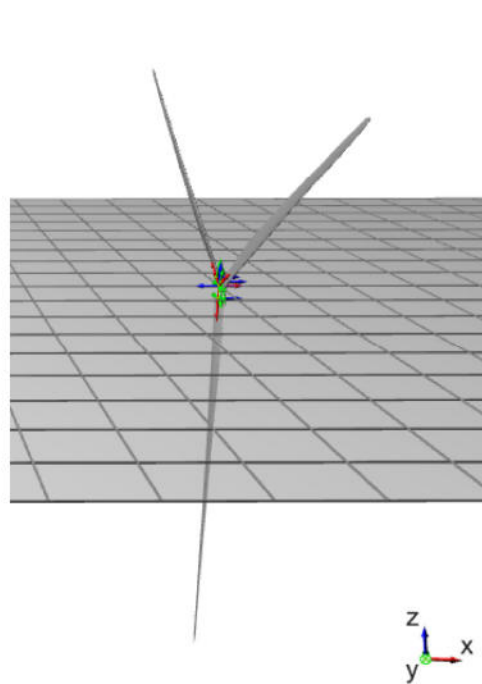


Abbildung 4.1: 3D-Ansicht der IEA 15-MW-Windenergieanlage in der MAECOSim®-GUI für axiale Anströmung, Blatt 1 zeigt nach unten bei einem Azimutwinkel von $\psi = 180^\circ$

schen Oberfläche von MAECOSim®. Dabei zeigt das Blatt 1 bei einem Azimutwinkel von $\psi = 0^\circ$ nach unten. Abb. 4.2 veranschaulicht die Definition des Winkels ψ_0 im Inertialsys-

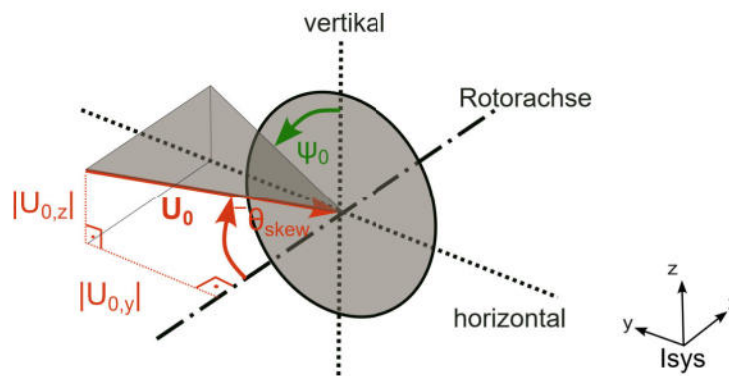


Abbildung 4.2: Definition von ψ_0 im Inertialsystem (Isys)

tem. Dabei ist eine Anströmung \mathbf{U}_0 dargestellt, die in negative y - und z -Richtung weist. Das Rotorreferenzsystem ergibt sich durch eine Rotation von -90° um die y -Achse aus dem Inertialsystem. Somit entspricht die im Inertialsystem in positive x -Richtung gerichtete

Hauptströmung im Rotorreferenzsystem einer axialen Anströmung in positive z-Richtung (vgl. Abb. 3.8).

4.2.1 Axiale Anströmung $\Theta_{yaw} = 0^\circ$

Für eine axiale Anströmung wird eine gleichmäßige axiale Windgeschwindigkeit von $U_{0,x} = 9$ m/s eingestellt. Es werden insgesamt vier Testfälle konfiguriert. In zwei Testfällen wird das BEMT-Modell verwendet, wobei die Schräganströmungskorrektur über den Schalter `enableSkewWT` einmal aktiviert („BEMT neu“) und einmal deaktiviert („BEMT alt“) ist. In zwei weiteren Testfällen wird jeweils nur ein Blattelement konfiguriert. Bei diesen wird in einem Fall das BEMT-Modell und im anderen das globale Abwindmodell eingestellt. Für alle Testfälle wird jeweils eine vollständige Rotorumdrehung simuliert, wobei die Ausgabe der Simulationsergebnisse in 5° -Schritten erfolgt.

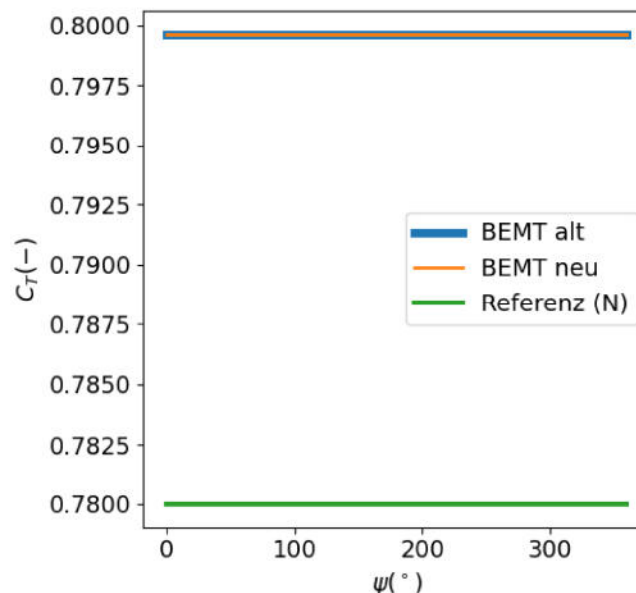


Abbildung 4.3: Simulationsergebnisse des Schubkoeffizienten C_T über eine vollständige Rotorumdrehung für die neue und alte Bemt-Implementierung sowie Referenzergebnisse aus [1] für eine axiale Anströmung $\Theta_{yaw} = 0$

Abb. 4.3 zeigt den Vergleich der Simulationsergebnisse des ursprünglichen (blau) und modifizierten (orange) BEMT-Abwindmodells mit den Referenzergebnissen (grün) aus [1] für eine axiale Anströmung $\Theta_{yaw} = 0^\circ$. Dabei wird der Schubkoeffizient C_T über den Azimutwinkel $\psi = 0^\circ \dots 360^\circ$ dargestellt. Es ist zu erkennen, dass das modifizierte BEMT-Modell denselben Schubkoeffizienten von $C_T = 0.7985$ liefert wie die ursprüngliche Modellvariante ohne Schräganströmungskorrektur (blau). Der Vergleich mit dem Referenzwert aus [1] (grün), der $C_T = 0.78$ beträgt, zeigt eine geringe Abweichung von 2.37 %. Diese Differenz lässt sich

möglicherweise auf die Verwendung nicht aktualisierter Profilpolaren zurückführen. Für den Fall der axialen Anströmung liefert das modifizierte BEMT-Modell demnach plausible Ergebnisse.

4.2.2 Variation des Gierwinkels $\Theta_{yaw} \in [-40^\circ, +40^\circ]$

Zur Verifikation des modifizierten BEMT-Modells unter Schräganströmung, wird eine Parameterstudie durchgeführt, in der ausschließlich der Gierwinkel Θ_{yaw} im Bereich von -40° bis $+40^\circ$ variiert wird. Untersucht werden die Werte $\Theta_{yaw} = \pm 1^\circ, \pm 5^\circ, \pm 10^\circ, \pm 20^\circ, \pm 30^\circ, \pm 40^\circ$. Für alle betrachteten Gierwinkel befinden sich alle Blattelemente im Zustand **windmillbrake WT**. Es wird eine konstante axiale Windgeschwindigkeit von $U_{0,x} = 9$ m/s eingestellt. Da es sich um eine reine Gierbewegung handelt, ergibt sich bei positivem Gieren ein ψ_0 von 90° und bei negativem Gieren ein ψ_0 von -90° (vgl. Abb. 4.2). Um mehrere Simulationen mit variierendem Gierwinkel für ein ansonsten identisches Modell durchführen zu können, wird der Gierwinkel über **set_model_parameter** definiert. Dieser Task modifiziert wiederum ein **driven_motion_input**-Modell, das zur Definition einer periodischen oder linearen angetriebenen Bewegung eines Gelenkes dient. Auf diese Weise wird dem Rotorgondel-Gelenk die gewünschte Rotation Θ_{yaw} um die z-Achse des Inertialsystems zugewiesen. Für jeden Simulationsschritt wird eine vollständige Rotorumdrehung simuliert. Es wird jeweils eine vollständige Simulation für eine aktivierte ("BEMT neu") und deaktivierte ("BEMT alt") Schräganströmungskorrektur durchgeführt.

Integrale Größen

In diesem Abschnitt werden die Auswirkungen des modifizierten BEMT-Modells auf die integralen Größen veranschaulicht und mit Referenzergebnissen aus [1] verglichen. In Abb. 4.4 sind die Simulationsergebnisse für Schub T und Leistung P in Abhängigkeit vom Gierwinkel Θ_{yaw} für die neue (modifizierte) und die ursprüngliche BEMT-Implementierung aufgetragen. Zur Bewertung der Ergebnisse werden die Referenzergebnisse "BEM-new" aus [1] herangezogen. Dabei handelt es sich um Simulationsergebnisse der angewendeten Schräganströmungskorrektur im BEMT-Modul von AeroDyn. Auf der linken Seite von Abb. 4.4 sind die dimensionsbehafteten Simulationsergebnisse dargestellt. In der rechten Grafik sind die Ergebnisse dimensionslos dargestellt, indem sie durch den jeweiligen Schub bzw. die Leistung bei $\Theta_{yaw} = 0^\circ$ normiert sind. Auf diese Weise werden systematische Unterschiede zwischen den Basismodellen – wie etwa unterschiedliche Polardaten – kompensiert. Da beide BEMT-Implementierungen in MAECOSim[®] bei axialer Anströmung identische Ergebnisse liefern (vgl. Abb. 4.3), ist davon auszugehen, dass die Abweichung in Abb. 4.4 nicht durch das Abwindmodell verursacht wird. Die Ergebnisse aller Modellansätze bestätigen das erwartete Verhalten, dass der Schub mit zunehmendem Schräganströmungswinkel abnimmt (vgl. Abb. 3.11, Abb. 3.15), was gemäß den Gleichungen Gl. (2.19) und

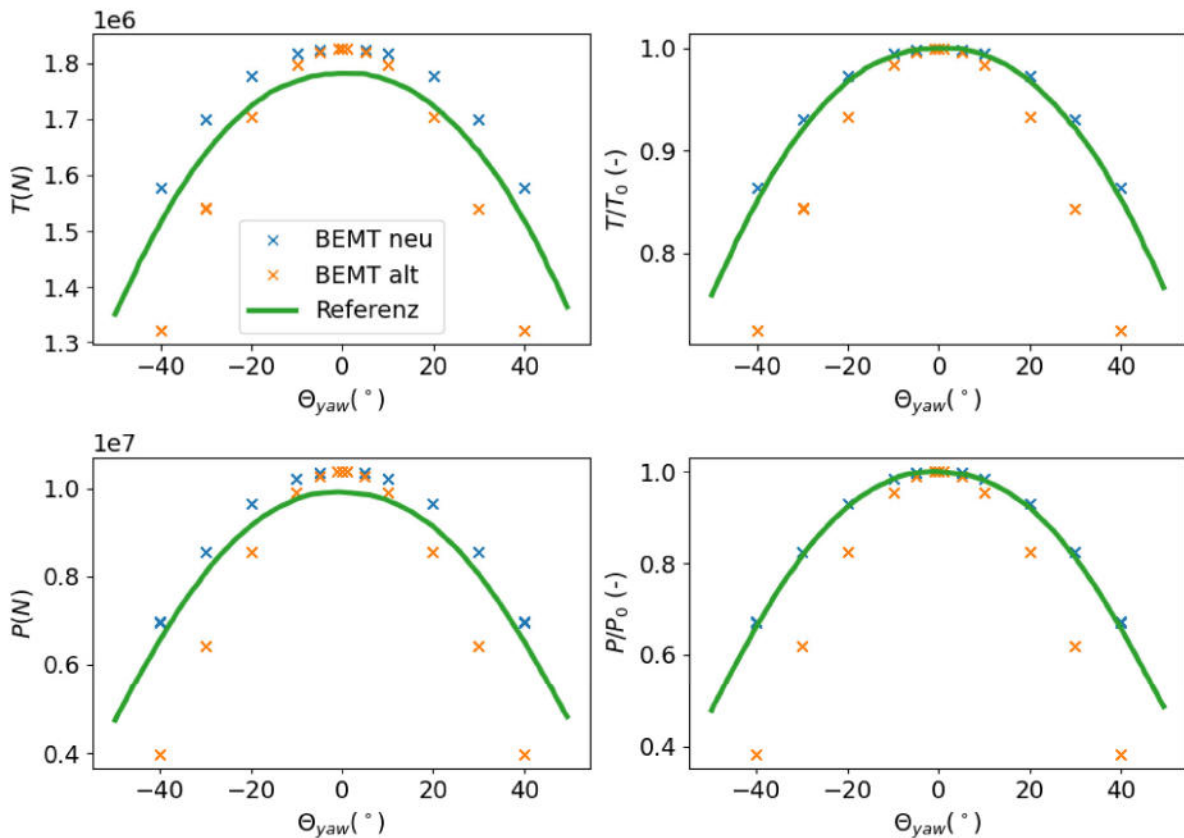


Abbildung 4.4: Links: Schub und Leistung, berechnet mit der alten und neuen BEMT-Implementierung und Referenzergebnisse aus [1]. Rechts: dimensionslos

Gl. (2.18) auch zu einer Reduktion der abgegebenen Leistung führt. Dabei zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der neu entwickelten BEMT-Implementierung und den Referenzdaten, während die ursprüngliche Implementierung mit zunehmender Schräg-anströmung abweicht. Dies verdeutlicht, dass das Maß der Veränderung der Schubkraft bei schräger Anströmung des Rotors in der ursprünglichen Modellimplementierung nicht korrekt berücksichtigt ist. Insgesamt belegen die Ergebnisse eine signifikante Verbesserung der Modellgenauigkeit bei Schräganströmung durch die neue BEMT-Implementierung im Vergleich zur bisherigen BEMT-Implementierung.

Zur Bewertung des Einflusses der zugrunde gelegten Modellannahmen werden ergänzende Simulationen durchgeführt, bei denen der Dralleinfluss berücksichtigt und aerodynamische Verluste vernachlässigt werden. Abb. 4.5 zeigt die dimensionslose Darstellung des Schubs T/T_0 in Abhängigkeit des Gierwinkels Θ_{yaw} , wobei T_0 stets mit dem Basismodell bestimmt wurde. Die Simulationsergebnisse zeigen, dass alle betrachteten Modellvarianten – mit Ausnahme der Variante "BEMT alt" – eine enge Übereinstimmung mit den Referenzwerten aufweisen. Im Vergleich zur Variante "BEMT neu" ergibt sich bei der Vernachlässigung aerodynamischer Verluste sowie bei der Berücksichtigung des Dralleinflusses ein geringerer Schub, was dem physikalisch zu erwartenden Verhalten entspricht. Insgesamt bestätigen die

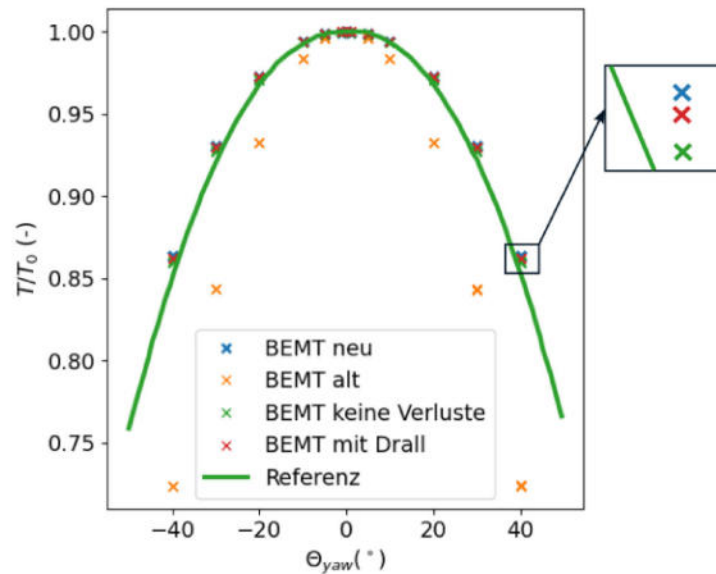


Abbildung 4.5: Einfluss von Drall und Verlusten auf die Simulationsergebnisse: dimensionslose Darstellung des Schubs T/T_0 über den Gierwinkel Θ_{yaw} , Referenzergebnisse aus [1]

Ergebnisse, dass das modifizierte BEMT-Modell auch unter veränderten Modellannahmen physikalisch plausible Ergebnisse liefert.

Radiale und azimuthale Variationen

In diesem Abschnitt werden die Auswirkungen der neuen BEMT-Implementierung auf die lokalen Blattgrößen veranschaulicht. In Abb. 4.6 ist die azimuthale Variation der dimensionslosen induzierten Geschwindigkeit v_i/U_0 an drei radialen Positionen entlang der Blattspannweite (90%, 60% und 30%) für einen Gierwinkel von $\Theta_{yaw} = 50^\circ$ dargestellt. Dabei wird die induzierte Geschwindigkeit v_i durch die Anströmgeschwindigkeit U_0 normiert. Es wird gezielt ein hoher Gierwinkel gewählt, um einerseits die Ergebnisse für die modifizierte BEMT-Implementierung ("BEMT neu") mit den Referenzergebnissen ("BEM-new" und "vortex method") aus [1] vergleichen zu können und andererseits um die Unterschiede zwischen den Ergebnissen hervorzuheben, da diese bei kleineren Gierwinkeln weniger ausgeprägt sind. Bei den "BEM-new"-Ergebnissen handelt es sich um die Simulation der Schräganströmungskorrektur im BEMT-Modul von AeroDyn (s.o.). Die "vortex method"-Ergebnisse stammen aus einer Simulation mit freiem Wirbelmodell, die zusätzlich als Referenz herangezogen wird, da sie von höherer Genauigkeit ist und sich nicht auf empirische Modelle stützt. Um die MAECOSim[®] Ergebnisse an den selben radialen Positionen darstellen zu können, wird das nächstgelegene Blattelement an der jeweiligen Spannweitenposition ermittelt. Dieses ergibt sich aus der Position der Aufpunkte, die mittig auf den äquidistanten Blattelementen liegen. Mit einer Blattlänge von $r = 117$ m (vgl. Tab.

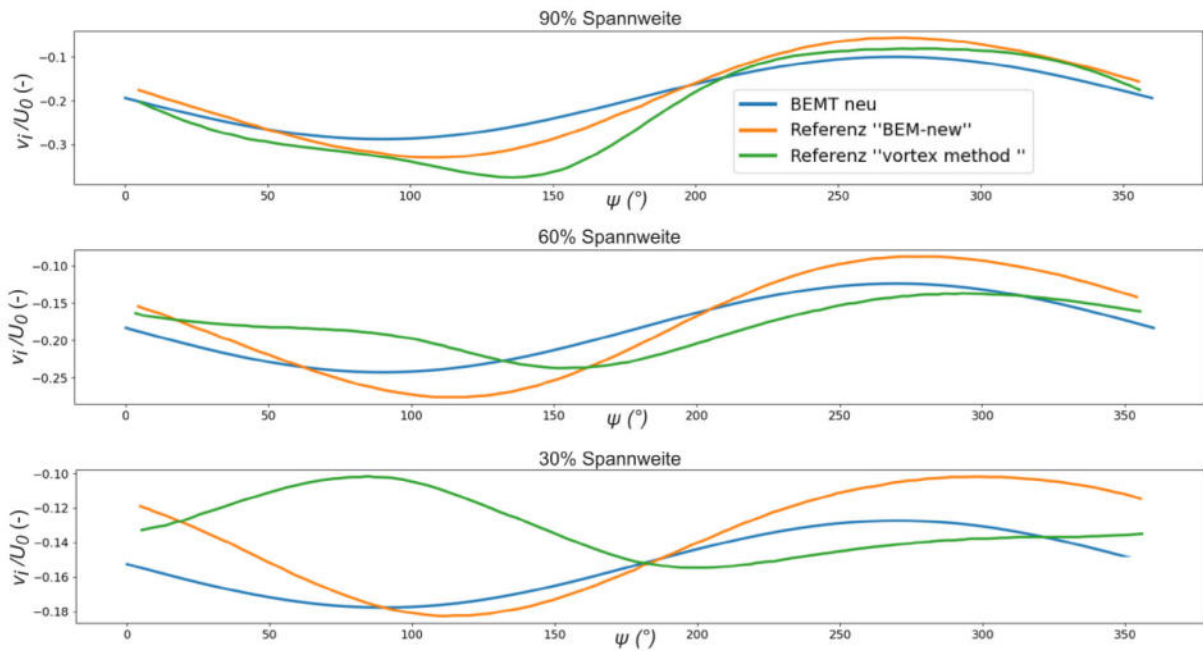


Abbildung 4.6: Azimutale Variation der induzierten Geschwindigkeit bei 90%, 60% und 30% Blattspannweite für einen Schrägstellungswinkel von $\Theta_{yaw} = 50^\circ$

4.1) und 51 Blattelementen ergibt sich somit eine Blattelementweite von $dr = 2.294$ m. Damit ergibt für 90%-Spannweite das 46. Blattelement, für 60%-Spannweite das 31. Blattelement und für 30%-Spannweite das 16. Blattelement als nächstgelegenes Blattelement. Die Ergebnisse zeigen, dass die MAECOSim[®]-Simulation ("BEMT neu") und das Referenzmodell "BEM-new" an den äußeren Spannweitenpositionen (60 % und 90 %) vergleichbare Resultate liefern. Beide Modellansätze erzeugen durch ihre jeweilige Umverteilungsfunktion eine Oszillation der induzierten Geschwindigkeit entlang des Azimutwinkels, wobei die Mittelwerte weitgehend übereinstimmen. Die Amplitude der Oszillation fällt in den MAECOSim[®]-Ergebnissen jedoch etwas geringer aus, was vermutlich auf die Unterschiede in der Umverteilungsfunktion zurückzuführen ist. Es ist erkennbar, dass bei allen drei radialen Positionen für die MAECOSim[®]-Ergebnisse die induzierte Geschwindigkeit an der azimutalen Position $\psi = \psi_0$ – Blatt ist am weitesten im Nachlauf – ihr betragsmäßiges Maximum und bei $\psi = \psi_0 + \pi$ – Blatt zeigt stromauf – ihr betragsmäßiges Minimum hat. Dies entspricht den Zusammenhängen in Abb. 3.14 (oben). Zwischen den MAECOSim[®]-Ergebnissen und der Referenz "BEM-new" liegt jedoch eine Phasenverschiebung vor. Diese Abweichung kann auf Unterschiede in der Implementierung der Umverteilungsfunktion zurückgeführt werden. So deuten die azimuthal versetzten Extrema der Referenzdaten darauf hin, dass dort keine rein kosinusförmige Abhängigkeit der Umverteilung verwendet wird, wie sie in MAECOSim[®] implementiert ist (vgl. Gl. (3.30)). Detaillierte Informationen zur exakten Form der in der Referenz verwendeten Umverteilungsfunktion sind in [1] nicht angegeben. Beim Vergleich der MAECOSim[®]-Ergebnisse mit den Simulationen des freien Wirbelmodells zeigt sich eine gute Übereinstimmung der mittleren induzierten Geschwin-

digkeit. Auch die azimuthalen Positionen der Minimal- und Maximalwerte der induktiven Geschwindigkeit werden im äußeren Blattbereich ähnlich erfasst. Im inneren Blattbereich (30 %) hingegen ist eine erhebliche Phasenabweichung von nahezu 180° zu beobachten. Diese Diskrepanzen werden in [1] auf die fehlende Modellierung des Wurzelwirbels zurückgeführt.

4.2.3 Variation des Nickwinkels $\Theta_{\text{tilt}} \in [-40^\circ, +40^\circ]$

Zur Überprüfung, ob die Ergebnisse einer reinen Gier- und Nickbewegung übereinstimmen, werden parametrische Studien mit Nickwinkeln Θ_{tilt} im Bereich von -40° bis $+40^\circ$ durchgeführt. Im Fall einer reinen Nickbewegung ergibt sich ein Azimutwinkel ψ_0 von $\pm 180^\circ$ (vgl. Abb. 4.2). Analysiert werden die Werte $\Theta_{\text{tilt}} = \pm 1^\circ, \pm 5^\circ, \pm 10^\circ, \pm 20^\circ, \pm 30^\circ, \pm 40^\circ$. Die Untersuchungen erfolgen unter denselben Betriebsbedingungen wie bei der Variation des Gierwinkels. Um mehrere Simulationen mit variierendem Nickwinkel durchführen zu können, wird die gewünschte Rotation Θ_{tilt} um die y -Achse des Inertialsystems analog zur Gierwinkelvariation über `set_model_parameter` definiert. Es wird für jeden Simulationsschritt eine vollständige Rotorumdrehung simuliert.

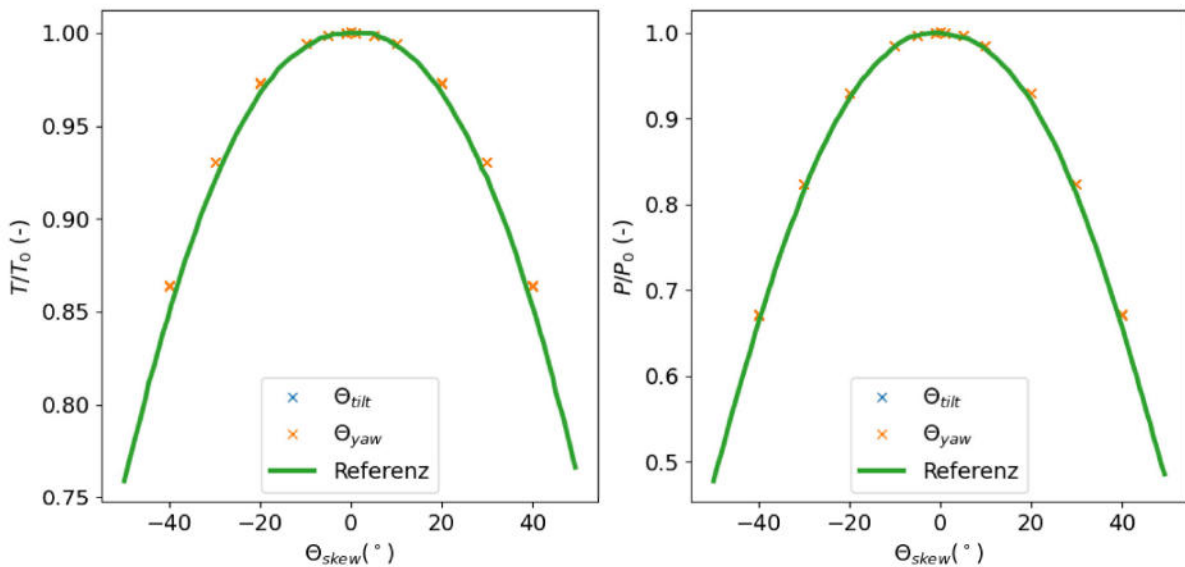


Abbildung 4.7: Dimensionsloser Schub T/T_0 und dimensionslose Leistung P/P_0 für eine Variation von $\Theta_{\text{skew}} \in [-40^\circ, +40^\circ]$ durch eine reine Nick- und Gierbewegung

In Abb. 4.7 sind die Simulationsergebnisse für den dimensionslosen Schub T/T_0 und die dimensionslose Leistung P/P_0 in Abhängigkeit des Schräganströmungswinkels Θ_{skew} aufgetragen. Für einen Simulationsschritt sind jeweils die Ergebnisse einer vollständigen

Umdrehung dargestellt, da diese nur geringfügig variieren. Es ist erkennbar, dass die Simulationsergebnisse für Schub und Leistung für reines Gieren und Nicken exakt übereinstimmen.

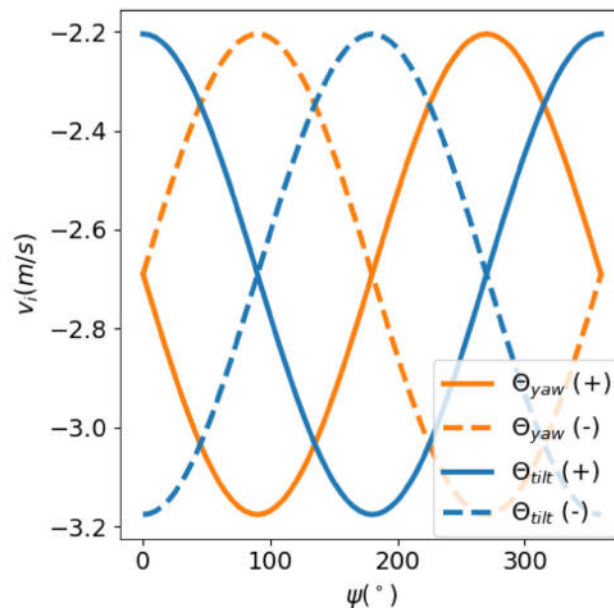


Abbildung 4.8: Azimutale Variation der axialen induzierten Geschwindigkeit v_i für $\Theta_{\text{tilt}}, \Theta_{\text{yaw}} = \pm 20^\circ$

Um die Auswirkungen der neuen BEMT-Implementierung bei Variation des Nickwinkels (Θ_{tilt}) auf die lokalen Blattgrößen zu veranschaulichen, ist in Abb. 4.8 die axiale induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Umdrehung $\psi = 0^\circ \dots 360^\circ$ für den Fall $\Theta_{\text{tilt}}, \Theta_{\text{yaw}} = \pm 20^\circ$ dargestellt. Es werden die Ergebnisse am 40. Blattelement veranschaulicht, da die Auswirkungen der Umverteilungsfunktion an weiter außenliegenden Blattelementen größer ist (vgl. Abb. 3.14, unten). In allen Simulationsergebnissen ist die charakteristische Oszillation der axialen induzierten Geschwindigkeit über den Azimutwinkel erkennbar, wie sie durch die Umverteilungsfunktion hervorgerufen wird (vgl. Abb. 3.14, oben). Dabei stimmen die Oszillationen sowohl in Bezug auf die mittlere induzierte Geschwindigkeit als auch auf die Amplitudenhöhe überein. Dies entspricht dem erwarteten Verhalten, da in allen Fällen der gleiche Betrag des Schräganströmungswinkels gewählt wurde. Für reines positives Nicken beträgt $\psi_0 = 180^\circ$, wodurch sich an der azimutalen Position $\psi = \psi_0$ für die induzierte Geschwindigkeit ein betragsmäßiges Maximum ergibt (vgl. Abb. 3.14, oben). Zwischen den Simulationsergebnissen für positive (+) und negative (-) Rotation zeigt sich erwartungsgemäß eine Phasenverschiebung von 180° . Zwischen den Verläufen der Nick- und Gierwinkel ist eine Phasenverschiebung von 90° zu erkennen. Dies entspricht der unterschiedlichen Ausrichtung der jeweiligen Rotationsachsen (Nicken um die y -Achse, Gieren um die z -Achse des Inertialsystems) und verifiziert die korrekte Implementierung der Umverteilungsfunktion in Bezug auf ψ_0 . Insgesamt bestätigen die Ergebnisse, dass das modifizierte BEMT-Modell sowohl für reine Gier- als auch Nickbewe-

gungen angewendet werden kann. Das Modell lässt sich ebenfalls für kombinierte Gier- und Nickbewegungen einsetzen, wurde in diesem Zusammenhang jedoch nicht explizit dargestellt.

4.2.4 Variation der Windrichtung

Zur Verifizierung der neuen BEMT-Implementierung werden ergänzend Parameterstudien unter Variation der globalen Windgeschwindigkeit durchgeführt. Dabei wird zunächst eine Schräganströmung in x- oder y-Richtung so eingestellt, dass ein Schräganströmungswinkel von $\Theta_{\text{skew}} = \pm 20^\circ$ resultiert, wobei der Betrag der Windgeschwindigkeit konstant bei $|U_0| = 9 \text{ m/s}$ gehalten wird. Dies ermöglicht eine direkte Vergleichbarkeit mit den Fällen reiner Gier- und Nickbewegung. Daraus resultieren für eine Schräganströmung in y- bzw. z-Richtung (im Inertialsystem) die Komponenten $U_{0,x} = 8.45723 \text{ m/s}$ und $U_{0,y}, U_{0,z} = \pm 3.07818 \text{ m/s}$. Die Simulationen erfolgen unter denselben Randbedingungen wie die zuvor beschriebenen Studien.

Abb. 4.9 zeigt die azimuthale Variation der axialen induzierten Geschwindigkeit v_i am

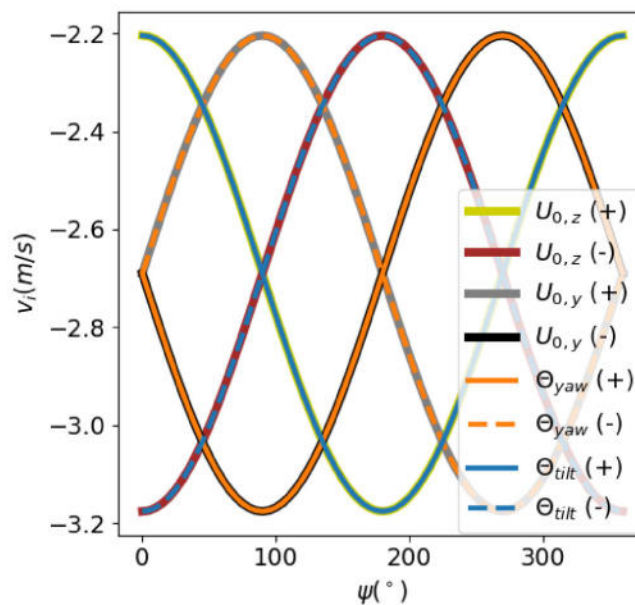


Abbildung 4.9: Azimutale Variation der axialen induzierten Geschwindigkeit v_i für $\Theta_{\text{skew}} = \pm 20^\circ$, Vergleich zwischen einer Schräganströmung durch reines Gieren, Nicken oder Wind

40. Blattelement über eine vollständige Rotorumdrehung für Schräganströmungswinkel von $\Theta_{\text{skew}} = \pm 20^\circ$. Die Windrichtung ist im Inertialsystem angegeben. Es ist erkennbar, dass die Verläufe für eine Schräganströmung in z-Richtung jenen für eine Rotation um die y-Achse, d.h. einem Nickwinkel von $\Theta_{\text{tilt}} = \pm 20^\circ$, entsprechen. Dabei entspricht ein positiver Schräganströmungswinkel einem positivem Nickwinkel (vgl. Abb. 4.2). Hingegen

zeigen die Verläufe für eine Schräganströmung in y -Richtung eine Übereinstimmung mit denen einer Rotation um die z -Achse, d.h. einem Gierwinkel von $\Theta_{yaw} = \pm 20^\circ$. In diesem Fall entspricht ein positiver Schräganströmungswinkel einem negativen Gierwinkel (vgl. Abb. 4.2). Die Ergebnisse verdeutlichen, dass es hinsichtlich der aerodynamischen Effekte keinen Unterschied macht, ob die Anlage selbst gedreht wird oder die Schräganströmung durch eine veränderte Windrichtung hervorgerufen wird. Dieser Zusammenhang gilt für jegliche Schräganströmungswinkel. Zudem verifizieren die Ergebnisse die implementierte Umverteilungsfunktion hinsichtlich der Berücksichtigung der Richtung der Anströmung bei Variation der Windrichtung.

Im Folgenden werden Simulationen für verschiedene Windgeschwindigkeiten durchgeführt, bei denen Schräganströmungswinkel von $\Theta_{skew} = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ eingestellt werden. Ziel ist es, die Effekte bei ansteigendem Schräganströmungswinkel zu untersuchen. Der Betrag der Windgeschwindigkeit wird konstant bei $|U_0| = 9 \text{ m/s}$ gehalten. Der Winkel ψ_0 beträgt bei allen Simulationen 90° (vgl. Abb. 4.2). In der linken Grafik von Abb. 4.10 sind die

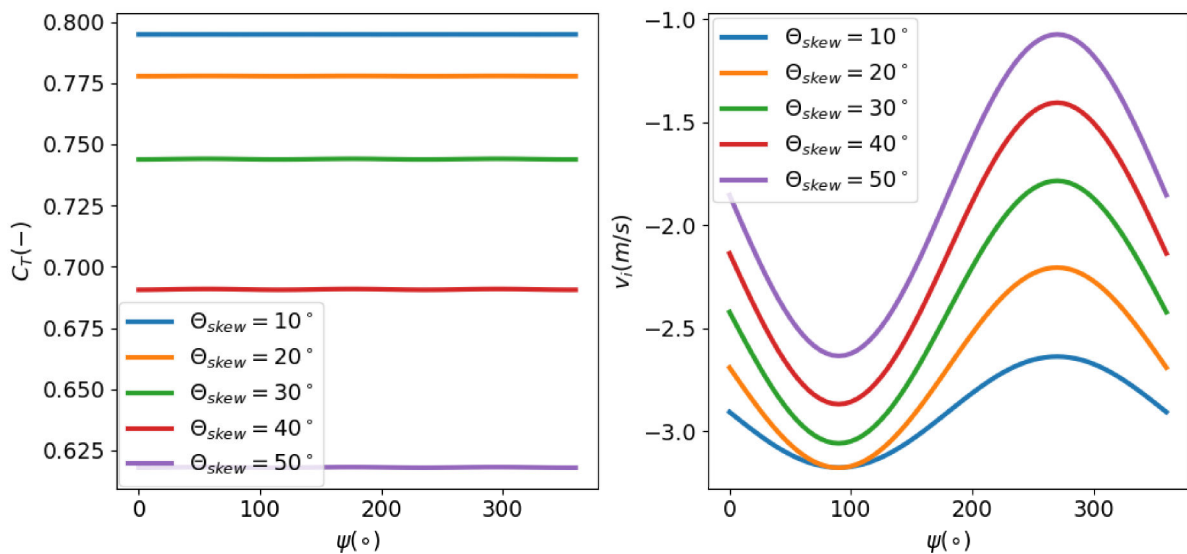


Abbildung 4.10: Simulationsergebnisse für den Schubkoeffizienten C_T und die induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung für eine Variation der Windgeschwindigkeit mit $\Theta_{skew} = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$

Simulationsergebnisse des Schubkoeffizienten C_T über eine vollständige Rotorumdrehung dargestellt. Der dargestellte Schubkoeffizient umfasst den Gesamtbeitrag aller Rotorblätter. Bei konstantem Betrag der Anströmgeschwindigkeit zeigt sich, dass mit zunehmendem Schräganströmungswinkel Θ_{skew} ein reduzierter Schubkoeffizient auftritt. Die rechte Grafik veranschaulicht die azimuthale Variation der axial induzierten Geschwindigkeit v_i eines Rotorblattes im Verlauf einer Rotorumdrehung. Es ist erkennbar, dass mit steigendem Schräganströmungswinkel ein geringerer mittlerer induzierter Abwind erzeugt wird. Dass bei einer geringen axialen induzierten Geschwindigkeit auch der Schub reduziert ist, steht

im direkten Zusammenhang mit den in Abb. 3.15 dargestellten Verläufen und bestätigt die physikalische Plausibilität des modifizierten BEMT-Modells.

Da bislang ausschließlich Fälle reinen Gierens, reines Nickens oder einer durch die Windrichtung erzeugten Schräganströmung in x- oder y-Richtung betrachtet wurden (d.h. $\psi_0 = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$), wird im Folgenden der kombinierte Fall einer Schräganströmung in x- und y-Richtung analysiert. Ziel ist es, die Umverteilungsfunktion hinsichtlich ihrer Abhängigkeit von der Anströmrichtung zu verifizieren (vgl. Abb. 4.2). Der Betrag der Windgeschwindigkeit wird konstant bei $|U_0| = 9$ m/s gehalten, um vergleichbare Ergebnisse wie in Abb. 4.10 zu erzielen. Es wird eine Schräganströmung von $\Theta_{\text{skew}} = 20^\circ$ anhand der Windgeschwindigkeitskomponenten $U_{0,x} = 8.45723$ m/s, $|U_{0,y}| = 2$ m/s und $|U_{0,z}| = 2.35$ m/s (im Inertialsystem) eingestellt. Der Winkel ψ_0 hängt von der Vorzeichenkombination der x- und y-Komponenten der Anströmgeschwindigkeit im Rotorreferenzsystem ab (vgl. Abb. 3.8). Je nach Richtung ergibt sich daher für eine Schräganströmung in:

- positive x- und y-Richtung: $\psi_0 = \text{atan2}(y, x) = 40^\circ$
- negative x- und y-Richtung: $\psi_0 = \text{atan2}(y, x) = -140^\circ$
- negative x- und positive y-Richtung: $\psi_0 = \text{atan2}(y, x) = 140^\circ$
- positive x- und negative y-Richtung: $\psi_0 = \text{atan2}(y, x) = -40^\circ$

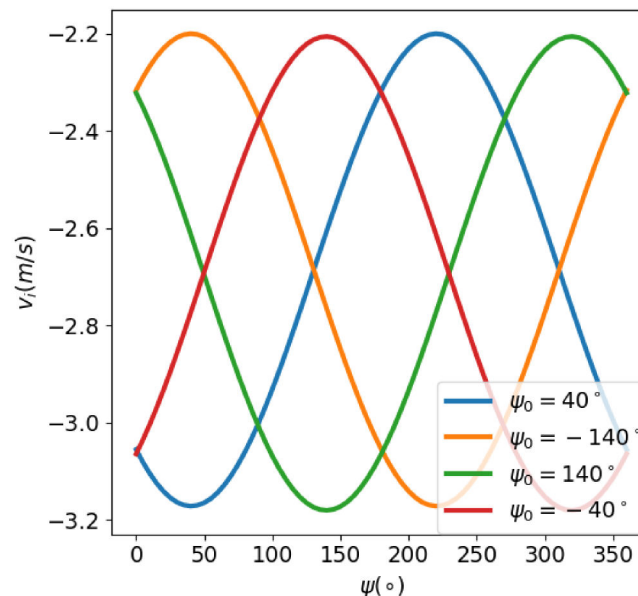


Abbildung 4.11: Simulationsergebnisse für die induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung für eine Variation der Anströmrichtung ψ_0 bei einem Schräganströmungswinkel von $\Theta_{\text{skew}} = 20^\circ$

Abb. 4.11 zeigt die azimutale Variation der induzierten Geschwindigkeit v_i für die vier Anströmrichtungen. Es ist erkennbar, dass sowohl die mittlere induzierte Geschwindigkeit

als auch die Amplitudenhöhe konstant bleiben, da in der Simulation ausschließlich die Richtung der Anströmung variiert wurde. Zudem treten die Maxima exakt an den azimutalen Positionen $\psi = \psi_0$ und die Minima um 180° phasenverschoben dazu auf. Dieses Verhalten stimmt mit den Ergebnissen in Abb. 3.14 (unten) überein und verifiziert die korrekte Implementierung der Umverteilungsfunktion hinsichtlich ihrer Abhängigkeit von der Anströmrichtung.

4.2.5 Variation der Einstellwinkel der Rotorblätter Θ_{pitch}

In diesem Abschnitt wird eine Parameterstudie bei konstanter Windgeschwindigkeit und konstanter Drehzahl mit verschiedenen positiven Blatteinstellwinkeln Θ_{pitch} durchgeführt, um die Windenergieanlage gezielt in den turbulenten Nachlaufzustand ("turbulent wake state") zu überführen und zu untersuchen wie sich die Ergebnisse im Vergleich zu jenen im Windmühlenzustand ("windmill brake state") ändern. Ziel ist es, zu verifizieren, ob der Übergang vom Windmühlenzustand in den turbulenten Nachlaufzustand stetig in Bezug auf $v_i(C_T)$ erfolgt und ob die Umverteilungsfunktion auch in diesem Betriebszustand physikalisch plausible Ergebnisse liefert. Es werden Simulationen für Blatteinstellwinkel $\Theta_{\text{pitch}} = 0^\circ, 1.15^\circ, 1.72^\circ, 2.29^\circ, 3.34^\circ, 5.16^\circ$ und 9.74° für eine Schräganströmung von $\Theta_{\text{skew}} = -20^\circ$ und -40° durchgeführt. Dabei wird der jeweilige Einstellwinkel analog zur Vorgehensweise bei der Variation der Gier- und Nickwinkel während der Simulation über `set_model_parameter` geändert. Dieser Task ändert wiederum den Kollektivsteuerwinkel Θ_0 im `swashplate_functional_model`. Die nicht-ganzzahligen Werte der Blatteinstellwinkel ergeben sich durch die Eingabe der Winkel in Radiant. Die Schräganströmung wird über den Wind eingestellt, wobei der Betrag der Windgeschwindigkeit konstant bleibt. Für jeden Simulationsschritt wird jeweils eine vollständige Umdrehung berechnet.

Im Debug-Modus von MAECOSim[®] lassen sich die jeweiligen Zustände der Blattelemente nachvollziehen, da dort explizit protokolliert wird, wenn ein Blattelement in einen anderen Strömungszustand übergeht. Für eine Schräganströmung von $\Theta_{\text{skew}} = -20^\circ$ befinden sich bei einem Blatteinstellwinkel von $\Theta_{\text{pitch}} = 0^\circ$ sowie 1.15° alle der 51 Blattelemente im Windmühlenzustand. Ab einem Blatteinstellwinkel von $\Theta_{\text{pitch}} = 1.72^\circ$ wechseln die Blattelemente 38-44 in den turbulenten Nachlaufzustand. Mit weiterem Anstieg des Blatteinstellwinkels nimmt die Anzahl der Ringelemente zu, die den turbulenten Nachlaufzustand erreichen. Bei $\Theta_{\text{pitch}} = 2.29^\circ$ befinden sich schließlich die Ringe 27-46 und für $\Theta_{\text{pitch}} = 3.34^\circ$ die Ringe 17-50 im turbulenten Nachlaufzustand. Daraus ergibt sich ein klarer Zusammenhang, wonach zunächst die mittleren bis äußeren Blattelemente in den turbulenten Nachlaufzustand übergehen. Zwischen den Blattelementen verläuft der Übergang der Zustände in Bezug auf die induzierte Geschwindigkeit v_i stetig. Abb. 4.12 zeigt die Simulationsergebnisse für einen Blatteinstellwinkel von $\Theta_{\text{pitch}} = 0^\circ, 1.72^\circ$ und 5.16° bei einer Schräganströmung von $\Theta_{\text{skew}} = -20^\circ$. In der linken Grafik ist der Schubkoeffizient C_T über den Azimutwinkel ψ dargestellt. Es ist erkennbar, dass der Schubkoeffizient mit

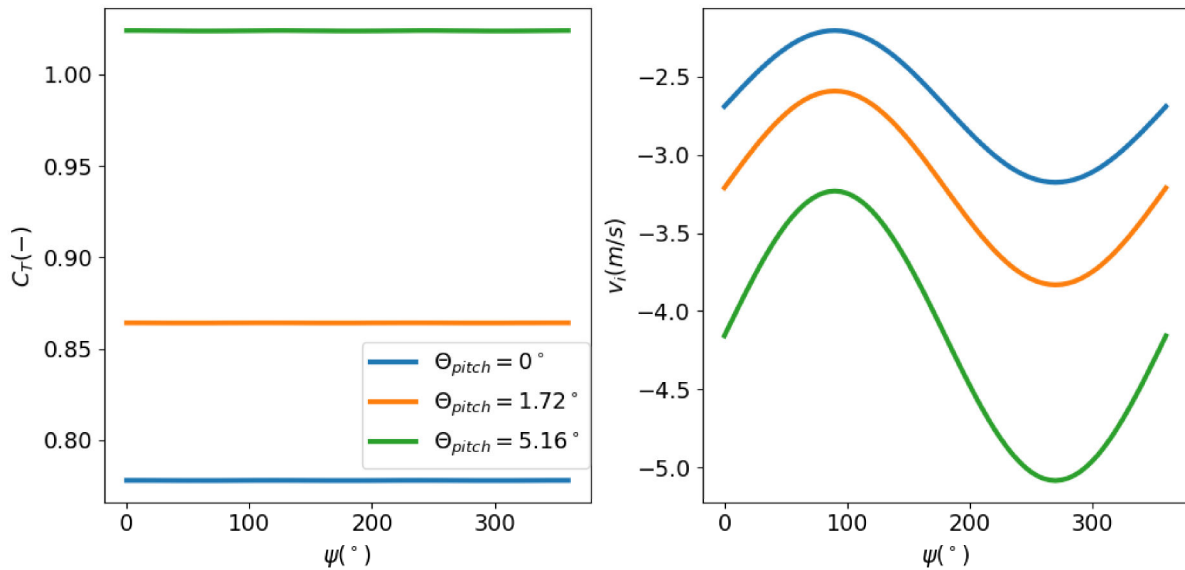


Abbildung 4.12: Simulationsergebnisse für den Schubkoeffizienten C_T und die lokale axiale induzierte Geschwindigkeit v_i über eine vollständige Rotorumdrehung für $\Theta_{pitch} = 0^\circ, 1.72^\circ, 5.16^\circ$ und $\Theta_{skew} = 20^\circ$

zunehmendem Blatteinstellwinkel ansteigt. Dies bestätigt das methodische Vorgehen, den turbulenten Nachlaufzustand – per Definition ein Zustand mit hohem Schub [1] – durch Erhöhung des Blatteinstellwinkels gezielt herbeizuführen. Die rechte Grafik stellt die azimuthale Oszillation der lokalen axialen induzierten Geschwindigkeit am 40. Blattelement dar, welches sich bei $\Theta_{pitch} = 0^\circ$ im Windmühlenzustand und bei $\Theta_{pitch} = 1.72^\circ$ sowie 5.16° im turbulenten Nachlaufzustand befindet. Analog zum Windmühlenzustand zeigt sich auch im turbulenten Nachlaufzustand ein sinusförmiger Verlauf gleicher Phase. Der Betrag der mittleren induzierten Geschwindigkeit nimmt mit steigendem Blatteinstellwinkel zu. Dieses Verhalten steht im Einklang mit den dargestellten Ergebnissen in Abb. 3.13, wonach die induzierte Geschwindigkeit bei gleichem Schräganströmungswinkel mit steigendem Schubkoeffizienten zunimmt. Insgesamt zeigen die Ergebnisse, dass die implementierte Schräganströmungskorrektur für verschiedene Blatteinstellwinkel sowohl im Windmühlens- als auch im turbulenten Nachlaufzustand plausible Ergebnisse liefert.

Da ein positiver Blatteinstellwinkel zu einem erhöhten Anstellwinkel und einem höheren Auftriebsbeiwert führt, wird im Folgenden untersucht, ob ein Zusammenhang zwischen dem Erreichen des turbulenten Nachlaufzustandes bei $\Theta_{pitch} = 1.72^\circ$ und der Nähe zur Strömungsabrissgrenze (Stallgrenze) besteht. Abb. 4.13 zeigt den lokalen Anstellwinkel (engl. "angle of attack", AoA) über der Blattspannweite r für die Simulationsergebnisse bei Blatteinstellwinkeln von $\Theta_{pitch} = 1.15^\circ$ und 1.72° unter einer Schräganströmung von $\Theta_{skew} = -20^\circ$. Als Referenz ist der Anstellwinkel für einen maximalen Auftriebsbeiwert $C_{L,max}$ der jeweiligen Profilpolare dargestellt. Dieser Referenzwert steigt im inneren Bereich des Blattes linear an, da die dort eingesetzten Übergangsprofile schon bei niedrigeren

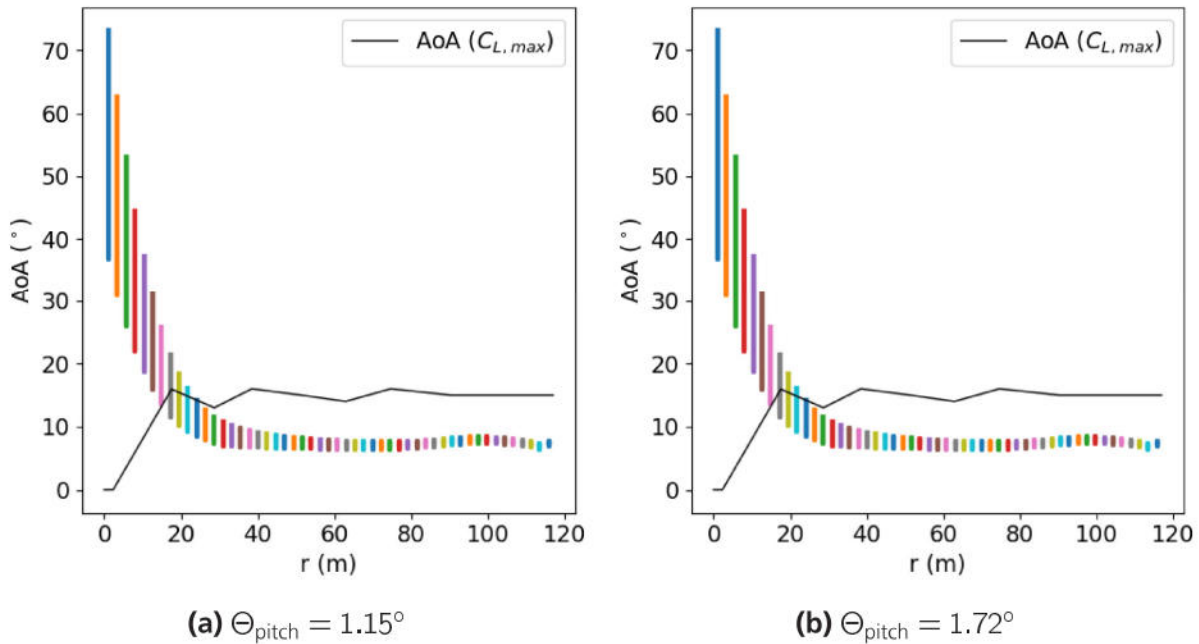


Abbildung 4.13: BEMT-Simulationsergebnisse der Verteilung des Anstellwinkels (AoA) entlang der Blattspannweite r für $\Theta_{\text{pitch}} = 1,15^\circ, 1,72^\circ$ und $\Theta_{\text{skew}} = -20^\circ$. Als Referenz ist der Anstellwinkel für einen maximalen Auftriebsbeiwert $C_{L,\text{max}}$ dargestellt

Anstellwinkeln zum Strömungsabriss neigen. Die lokale Variation des Anstellwinkels über den Azimut auf Grund der Schräganströmung ist durch die vertikal ausgedehnten Farbbalken für jedes Blattelement visualisiert. Im inneren Bereich ($r < 20\text{m}$) überschreiten die lokalen Anstellwinkel für beide untersuchten Blatteinstellwinkel deutlich die Stallgrenze. Es wird vermutet, dass infolge der dort einsetzenden Strömungsablösung und des damit verbundenen lokalen Schubeinbruchs die inneren Blattelemente 1 bis 11 (vgl. Abb. 4.13) daher nicht in den turbulenten Nachlaufzustand übergehen. Diese These wird durch die Logdatei bestätigt: Bei einem Blatteinstellwinkel von $\Theta_{\text{pitch}} = 1.15^\circ$ befinden sich alle der 51 Blattelemente im Windmühlennachlaufzustand, während bei $\Theta_{\text{pitch}} = 1.72^\circ$ die Blattelemente 38-44 in den turbulenten Nachlaufzustand wechseln. Im mittleren und äußeren Bereich liegen die lokalen Anstellwinkel für beide Blatteinstellwinkel unterhalb der Referenzlinie $AoA(C_{L,\text{max}})$, wobei der Abstand zu dieser für beide Fälle nahezu konstant ist. Daraus lässt sich schließen, dass das Erreichen des turbulenten Nachlaufzustands bei moderaten Blatteinstell- und Schräganströmungswinkeln nicht unmittelbar mit einer Annäherung an die Strömungsabrissgrenze verbunden ist.

Um zu untersuchen, ob sich dieses Verhalten bei größeren Blatteinstell- und Schräganströmungswinkeln verändert, werden im Folgenden die Simulationsergebnisse für einen Blatteinstellwinkel von $\Theta_{\text{pitch}} = 9.74^\circ$ und einen Schräganströmungswinkel von $\Theta_{\text{skew}} = -40^\circ$ analysiert. Abb. 4.14 zeigt analog die Verteilung des Anstellwinkels (AoA) entlang der Blattspannweite r . Im Vergleich zu den vorherigen Ergebnissen (vgl. Abb. 4.13) kommt es

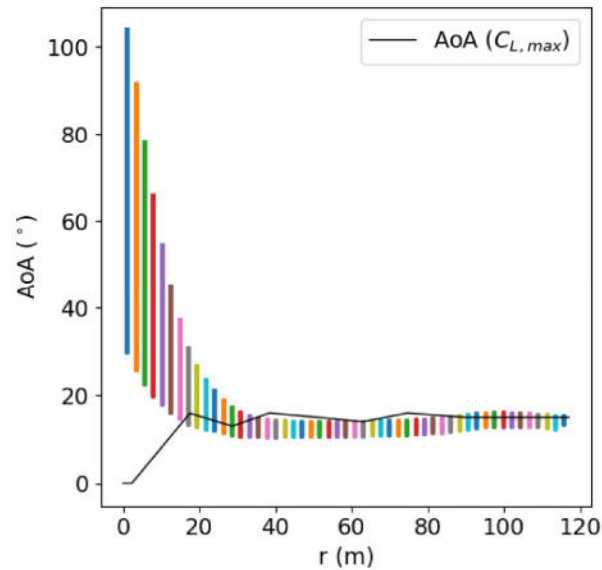


Abbildung 4.14: BEMT-Simulationsergebnisse der Verteilung des Anstellwinkels (AoA) entlang der Blattspannweite r für $\Theta_{\text{pitch}} = 9.74^\circ$ und $\Theta_{\text{skew}} = -40^\circ$. Als Referenz ist der Anstellwinkel für einen maximalen Auftriebsbeiwert $C_{L,\text{max}}$ dargestellt

im inneren Bereich bis etwa $r < 38$ m zur Strömungsablösung. Es wird vermutet, dass die Blattelemente 1–15 infolgedessen nicht in den turbulenten Nachlaufzustand übergehen. Diese These wird durch die Logdatei bestätigt: Bei $\Theta_{\text{pitch}} = 9.74^\circ$ befinden die Blattelemente 1 bis 16 im Windmühlenzustand. Im mittleren Bereich liegen die lokalen Anstellwinkel überwiegend unterhalb der Anstellwinkel für den maximalen Auftrieb $C_{L,\text{max}}$. In den äußeren Blattbereichen hingegen überschreiten einzelne Blattelemente innerhalb einer Rotorumdrehung zeitweise diesen kritischen Anstellwinkel. Im Vergleich zu den Ergebnissen bei kleineren Blatteinstell- und Schräganströmungswinkel zeigt sich, dass bei höheren Winkeln einzelne Blattelemente während einer Rotorumdrehung in den Stallbereich geraten können und infolgedessen der turbulente Nachlaufzustand in diesen Bereichen nicht erreicht werden kann. Diese Vermutung wird durch die Logdatei bestätigt.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Eine Schräganströmungskorrektur für das BEMT-Abwindmodell für Windenergieanlagen wurde in dieser Arbeit in das aeromechanische Simulationssystem MAECOSim[®] integriert und anhand einer IEA 15-MW Referenzwindenergieanlage verifiziert. Für den Anwendungsfall "Hubschrauber" ließ sich dieses Ziel hingegen nicht realisieren. Im Folgenden werden die wesentlichen Schritte sowie die erzielten Resultate der Implementierung zusammengefasst. Abschließend wird ein Ausblick auf potenzielle Weiterentwicklungen der Schräganströmungskorrektur gegeben.

5.1 Zusammenfassung

Die Motivation für die Implementierung einer Schräganströmungskorrektur ist eine verbesserte Vorhersage unter schrägen Anströmbedingungen, da das bestehende BEMT-Modell in MAECOSim[®], wie in Kap. 1 geschildert wurde, die azimuthale Variation der Abwindverteilung bislang nicht berücksichtigt. Als Grundlage für die Implementierung der Korrektur wurde in Kap. 2 die Physik von Windenergieanlagen und Hubschrauber auf Basis der Blattelement- und Impulstheorie erläutert.

In Kap. 3.1 wurde die Basisarchitektur der Simulationsumgebung MAECOSim[®] sowie das in C++ implementierte, ursprüngliche BEMT-Abwindmodell vorgestellt. Die Bilanzierung von Schub und Abwind erfolgt im BEMT-Modell für voneinander unabhängige Rotorringflächen, wodurch radiale Variationen der Abwindverteilung erfasst werden können. Dabei besitzt das ursprüngliche Modell eine einheitliche interne Codestruktur für die Nutzung im Zusammenhang mit Windenergieanlagen oder Hubschraubern. Zudem wurden zentrale Methoden des Modells sowie deren jeweilige Funktion erläutert.

Die Implementierung orientiert sich an der Schräganströmungskorrektur nach Branlard [1], welche in Kap. 3.2 vorgestellt wurde. Der Ansatz Branlards basiert auf der bekannten Glauert'schen Korrektur, welche eine Anpassung der Impulstheorie und eine azimuthale Umverteilung der induzierten Geschwindigkeiten vorsieht. Dieses Modell wird um eine Korrektur für hohe Schubbedingungen erweitert.

In Kap. 3.3 erfolgte die Integration dieses Ansatzes in das bestehende BEMT-Modell innerhalb von MAECOSim[®]. Dabei wurden im Detail die Herausforderungen diskutiert, die während der Implementierung insbesondere im Hinblick auf die Anwendung auf Hubschrauber auftraten. Ein zentrales Problem bestand darin, dass die von Branlard für Windenergieanlagen entwickelte Korrektur nicht auf alle Betriebszustände von Hubschraubern übertragbar war. Zudem setzt die verwendete Korrekturformel einen Schräganströmungswinkel von

$\Theta_{\text{yaw}} \neq 90^\circ$ voraus, was eine Anwendung auf Hubschrauber im reinen Seitwärtsflug ausschloss. Darüber hinaus ließ sich ein kontinuierlicher Übergang zwischen den ursprünglichen Betriebszuständen innerhalb des Modells nicht gewährleisten. Da weder eine Übertragbarkeit der Korrektur auf Hubschrauberanwendungen gegeben war, noch eine einheitliche Struktur für die Berechnung mit und ohne Schräganströmung – aufgrund unterschiedlichen Modellstruktur von MAECOSim[®] und AeroDyn [1] – hergestellt werden konnte, wurde die Schräganströmungskorrektur ausschließlich für Windenergieanlagen vorgesehen. Dabei lag der Fokus auf der axialen Komponente der induzierten Geschwindigkeit. Zur Aktivierung der Korrektur wurde ein entsprechender Schalter implementiert. Zudem wurden zwei separate Betriebszustände eingeführt: ein Zustand für moderate Schubverhältnisse ("windmill brake state") und ein Zustand für hohe Schubzustände ("turbulent wake state"). Zur Auswahl des aktuellen Betriebszustandes wurde ein Grenzwert definiert, der einen stetigen Übergang in Bezug auf $v_i(C_T)$ zwischen beiden Betriebsbereichen sicherstellt. Für beide Zustände wurden jeweils angepasste Berechnungsfunktionen zur Bestimmung der induzierten Geschwindigkeit unter Schräganströmung implementiert. Auf Grund der konzeptionellen Unterschiede der Modellansätze wurde im Zustand "windmill brake state" ein Newton-Raphson-Verfahren genutzt. Zudem wurde eine Funktion zur azimuthalen Umverteilung der axialen induzierten Geschwindigkeit gemäß [1] eingeführt. Die Grenze der Anwendbarkeit der Schräganströmungskorrektur liegt bei einem Schräganströmungswinkel von $\Theta_{\text{yaw}} > 46.5^\circ$.

Die Reintegration der Entwicklung in den MAECOSim[®]-Hauptentwicklungszweig wurde in Kap. 3.4 erläutert. Zur Sicherstellung der Funktionalität der implementierten Methoden sowie der Systemintegrität wurden Unit- und Systemtests entwickelt und durchgeführt. Dabei konnte gezeigt werden, dass das BEMT-Modell unter vergleichbaren Randbedingungen identische Ergebnissen wie das globale Abwindmodell in MAECOSim[®] liefert.

Die Verifikation der Implementierung erfolgte in Kap. 4 anhand umfangreicher Parameterstudien mit der IEA 15-MW-Referenz-Windenergieanlage [2]. Zur Sicherstellung der Vergleichbarkeit mit den Simulationsergebnissen aus [1] wurde das Basismodell gemäß den dort beschriebenen Vorgaben angepasst. Untersucht wurden sowohl axiale Anströmung als auch verschiedene Schräganströmungsszenarien, darunter Variationen des Gierwinkels, des Neigungswinkels, der Windrichtung sowie des Blatteinstellwinkels. Instationäre Effekte sowie der Einfluss von Drall wurden dabei vernachlässigt, aerodynamische Verluste jedoch berücksichtigt. Analysiert wurde der Einfluss der Schräganströmung sowohl auf integrale Kenngrößen – wie Leistung und Schub – als auch auf lokale Größen, insbesondere die induzierte Geschwindigkeit. Als Referenz dienten die Simulationsergebnisse der Schräganströmungskorrektur im BEMT-Modul von AeroDyn aus [1]. Für den Fall axialer Anströmung konnte nachgewiesen werden, dass das modifizierte BEMT-Modell plausible Ergebnisse liefert. Unter Schräganströmung zeigte sich, dass das erweiterte BEMT-Modell für beide Betriebszustände die azimuthale Verteilung der induzierten Geschwindigkeit korrekt abbildet und im Vergleich zur bisherigen Implementierung eine verbesserte Berechnung von Schub und Abwind ermöglicht. Dabei konnte zum einen nachgewiesen werden, dass der

Schub mit zunehmendem Schräganströmungswinkel abnimmt; zum anderen, dass die induzierte Geschwindigkeit bei konstantem Schräganströmungswinkel mit steigendem Schubkoeffizienten zunimmt. Zudem bestätigen die Ergebnisse die korrekte Implementierung der Umverteilungsfunktion hinsichtlich ihrer Abhängigkeit von der Anströmrichtung. Schließlich konnte gezeigt werden, dass das Erreichen des turbulenten Nachlaufzustands bei moderaten Blatteinstell- und Schräganströmungswinkeln nicht zwangsläufig mit einer Annäherung an die Strömungsabrissgrenze verbunden ist.

5.2 Ausblick

Die in dieser Arbeit entwickelte Schräganströmungskorrektur für das BEMT-Abwindmodell bildet eine fundierte Grundlage, auf der in zukünftigen Arbeiten gezielt aufgebaut werden kann. Ein wesentlicher Schritt in der Weiterentwicklung besteht darin, die Korrektur nicht ausschließlich auf die axiale Komponente der induzierten Geschwindigkeit zu beschränken, sondern auch die Auswirkungen auf die tangentielle Komponente im Detail zu untersuchen. Diese spielt insbesondere bei langsam drehenden Windenergieanlagen eine bedeutendere Rolle. Als Grundlage hierfür bietet sich eine detaillierte Untersuchung des Drehimpulssatzes an, der der Berechnung der tangentialen induzierten Geschwindigkeit zugrunde liegt.

Darüber hinaus besteht in zukünftigen Arbeiten die Möglichkeit, das Modell zur azimuthalen Umverteilung der induzierten Geschwindigkeit gezielt weiterzuentwickeln oder alternative Ansätze zu untersuchen, die sich nicht ausschließlich auf die durch den Rotorblattspitzen-Randwirbel induzierten axialen Geschwindigkeiten konzentrieren. Ziel ist es, die Genauigkeit der Abwindmodellierung weiter zu erhöhen. Eine vielversprechende Perspektive liegt dabei in der Einbeziehung aller durch das vollständige Wirbelsystem induzierten Geschwindigkeitskomponenten.

Ein weiteres Entwicklungsfeld betrifft die Anwendung auf Hubschrauber. Der aktuell implementierte Korrekturansatz stößt hier an seine Grenzen, insbesondere bei einem Schräganströmungswinkel von $\Theta_{yaw} = 90^\circ$, wie er etwa im Schwebeflug auftritt (vgl. Kap. 3.3). Für derartige Betriebsszenarien wäre die Entwicklung eines neuen Korrekturmodells erforderlich, das gezielt auf die komplexen aerodynamischen Bedingungen von Hubschraubern zugeschnitten ist.

Anhang A

A.1 Quellcode des modifizierten Bemt-Abwindmodells

Der vollständige Quellcode der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Funktionen zur Schräganströmungskorrektur des BEMT-Abwindmodells ist nachfolgend dokumentiert. Hierzu zählen die Funktionen zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeit im Windmühlenzustand `calculate_inflow_windmill_brake_state` sowie im turbulenten Nachlaufzustand `calculate_inflow_turbulent_wake_state`, zur azimuthalen Umverteilung der induzierten Geschwindigkeit `azimuthRedistribution` sowie zur Klassifikation des Betriebszustandes `calculate_WorkingState`. Die Quellcodes dienen der vollständigen Nachvollziehbarkeit der Implementierung in Kap. 3.3. Kommentare innerhalb des Codes erläutern wesentliche Implementierungsschritte und stellen den Bezug zu den theoretischen Grundlagen her.

A.1.1 Funktion `calculate_inflow_windmill_brake_state`

```
vec3 BemtInflowModel::calculate_inflow_windmill_brake_state(const int
    element, const scalar thrust, const scalar torque, const vec3 hubVel,
    const scalar F, const scalar rho) const
{
    // axialWindVel is defined positive upwards, so it will be always
    // negative here
    const scalar axialWindVel = -1.*hubVel[2];

    // calculate thrust coefficient of current ring (in wind turbine
    // formulation)
    const scalar thrustCoeff = thrust / (0.5 * rho * pow(axialWindVel, 2)
        * rotorData.ringArea[element]);

    // define yaw angle
    const scalar meanFlow = hubVel.norm();
    const scalar thetaYaw = acos(hubVel[2] / meanFlow);

    // we want to resolve the induction factor a using a Newton iteration
    // parameters for the iteration
    const int maxIter = 100;           // maximal number of iterations
    const scalar tol = 100*epsilon;    // desired accuracy

    // start value for the iteration
    scalar a = 0.;

    for(int iter = 1; iter <= maxIter; iter++)
```

```

{
    // define maximum number of iterations
    if( iter == maxIter )
    {
        std::ostringstream oss;
        oss << "Non-converged windmill brake state condition, iter = " <<
            iter << ",Ct=" << thrustCoeff << ",theta_yaw=" << thetaYaw;
        vast_log_warning("skew/WT: windmill brake state:", oss.str().
            c_str());
    }

    // calculate next step
    // define function and derivative
    scalar f;
    scalar df;
    if(F > epsilon)
    {
        f = thrustCoeff - (4. * a * F * sqrt(pow(1. - a, 2) + pow(tan(
            thetaYaw), 2.)));
        df = ((4. * F * (1. - a) * a) / (sqrt((pow(1. - a, 2) + pow(tan(
            thetaYaw), 2.)))) - (4. * F * sqrt(pow(1. - a, 2) + pow(
            tan(thetaYaw), 2.)));
    }else
    {
        throw std::invalid_argument("skew/WT: windmill brake state:
            Prandtl tip loss factor F must be
            unequal to zero!");
    }

    // Newton iteration
    scalar a_new = a - f/df;

    // abort criterion
    scalar thrustCoeff_new = 4. * a * F * sqrt(pow(1. - a, 2) + pow(tan(
        thetaYaw), 2.));
    if(std::abs(thrustCoeff_new - thrustCoeff) < tol)
        break;

    a = a_new;
}

// Ensure value range of a
scalar ac = std::min((0.35 / cos(thetaYaw)), 0.5);
if (a > (ac + 100*epsilon))
{
    throw std::invalid_argument("skew/WT: windmill brake state: Out-of-
        bounds value detected for a.");
}

scalar indVelAxial = -axialWindVel * a;

```



```

scalar indVelTangential = 0.;
// indVelAxial should always be smaller than descent velocity
(=-axialWindVel)
if (enableSwirl and ((axialWindVel + indVelAxial) < -10*epsilon))
{
    // axialWindVel (structural) is always negative here, additional
    // positive indVelAxial (flowVel) leads to a decrease in mass flow,
    // which leads to the momentum being distributed over less particles
    // and therefore increases the produced swirl
    indVelTangential = torque / (2 * rho * rotorData.radialPos[element]
                                * rotorData.ringArea[element] * (axialWindVel +
                                indVelAxial));
}

const vec3 indVel{indVelTangential, 0., indVelAxial};
return indVel;
}

```

A.1.2 Funktion calculate_inflow_turbulent_wake_state

```

vec3 BemtInflowModel::calculate_inflow_turbulent_wake_state(const int
    element, const scalar thrust, const scalar torque, const vec3 hubVel,
    const scalar F, const scalar rho) const
{
    const scalar axialWindVel = -1.*hubVel[2];

    // define yaw angle
    scalar meanFlow = hubVel.norm();
    scalar thetaYaw = acos(hubVel[2] / meanFlow);

    // calculate thrust coefficient of current ring (in wind turbine
    // formulation)
    const scalar thrustCoeff = thrust / (0.5 * rho * pow(axialWindVel, 2)
        * rotorData.ringArea[element]);

    // calculate Branlard/Buhl polynomial with thrustCoeff and tiploss F
    // as input, solved for induction factor a
    // introduce a critical axial induction value ac, above which an
    // empirical high-thrust correction should be applied
    scalar ac = std::min((0.35 / cos(thetaYaw)), 0.5);

    // critical value ac corresponds to a critical value of k
    // skew == 0 -> kc = ac/(1-ac) (typical solution without skew)
    scalar kc = (ac / abs(1.-ac)) * sqrt(1. + (pow(tan(thetaYaw), 2.)/
        pow((1.-ac), 2)));
}

```

```

// ensure continuity between the momentum theory and the polynomial
// extension at a = ac
// same value at ac
scalar Ctc = 4.*F * kc * pow((1.-ac), 2);
// same slope at ac
scalar sc = 4.*F * sqrt(pow((1.-ac),2) + pow(tan(thetaYaw), 2.)) -
            ((4.*F*ac*(1.-ac)) / (sqrt(pow((1.-ac),2) + pow(tan(
            thetaYaw), 2.))));

// specifying an empirical value at a = 1
scalar Ct1 = std::max(2. + 2.113 * sqrt(pow(tan(thetaYaw), 2.)), Ctc +
                    sc*(1.-ac));

// second order polynomial: thrustCoeff_HT = c2 * pow(a, 2.) + c1*a
// + c0
scalar c0 = pow((1-ac),-2) * (Ct1*pow(ac,2) - 2*Ctc*ac + Ctc +
                    pow(ac,2)*sc - ac*sc);
scalar c1 = pow((1-ac),-2) * (-2*Ct1*ac + 2*Ctc*ac - pow(ac,2)*sc
                    + sc);
scalar c2 = pow((1-ac),-2) * (Ct1 - Ctc + ac*sc - sc);

scalar a = 0.;
if(c2 < epsilon)
{
    std::ostringstream oss;
    ss << "turbulent wake state: factor c2 must not be zero, but it is:
        " + std::to_string(c2);
    vast_log_warning("bemt inflow model: skew/WT", oss.str().c_str());
}else
{
    // "p-q-formula" to get induced axial factor - the negative sqrt
    // branch is not relevant here
    scalar discriminant = pow(((c1/c2)/2.), 2) - ((c0 - thrustCoeff) /
        c2);

    // discriminant should always be positive in this condition
    if( discriminant < 0 )
    {
        // accept some numerical tolerance
        if(std::abs(discriminant) > 10*epsilon*std::pow(axialWindVel, 2))
            throw std::invalid_argument("skew/WT: turbulent wake state:
            discriminant cannot be smaller than 0 but it is: " +
            std::to_string(discriminant));
        a = -((c1/c2)/2.);
    }else
    {
        a = -((c1/c2)/2.) + sqrt(abs(discriminant));
    }
}
}

```

```
//get induced velocity from a
scalar indVelAxial = -axialWindVel * a;

scalar indVelTangential = 0.;
// avoid divByZero in case of zero effective velocity (extension from
  calculate_inflow_hover_climb to negative effective velocities)
// axialWindVel will be negative in this method, but indVelAxial
  should be positive;
// the case of zero effective velocity would correspond to ideal
  autorotation, where no torque and therefore no swirl are expected

if (enableSwirl and (std::abs(axialWindVel + indVelAxial) > -10*
  epsilon))
{
  // the absolute sum of velocities corresponds to the mass flow, on
    which the momentum is distributed for producing swirl
  indVelTangential = - torque / (2 * rho * rotorData.radialPos[element
    ]
    * rotorData.ringArea[element] * std::abs(
      axialWindVel +
      indVelAxial));
}

const vec3 indVel{indVelTangential, 0., indVelAxial};
return indVel;
}
```

A.1.3 Funktion azimuthRedistribution

```
std::vector<std::vector<vec3>> BemtInflowModel::azimuthRedistribution(
  const scalar azimuthAngle, const vec3 hubVel, const std::vector<vec3>
  ringIndVel, const vec3 meanVel) const
{
  // bladeIndVel: coordinate system with z-axis in rotor axis direction
  std::vector<std::vector<vec3>> bladeIndVel(rotorData.numberofBlades,
    std::vector<vec3>(rotorData.numberofBladeElements));
  // Azimuth flag, -1 for clockwise rotation
  const scalar clockwiseFlag = rotorData.clockwiseRotor? -1.0 : 1.0;

  // calculate psi_0: consider inflow-direction, angle where the blade
    is deepest into the wake
  // psi_0 positive with rotation around z axis, starting with zero at
    positiv x-direction
  const scalar psi_0 = atan2(hubVel[1], hubVel[0]);

  // calculate wake skew angle: angle between wind velocity in the wake
    and rotational axis of rotor, assumed to be constant with the
```

```

    radius
    const vec3 totVel = hubVel - meanVel;
    const scalar chiSkew = acos(totVel[2] / totVel.norm());

    for (size_t ib = 0; ib < rotorData.numberOfBlades; ib++)
    {
        // calculate blade azimuth
        const scalar psiBlade = azimuthAngle + clockwiseFlag * ib * (2.*PI /
            rotorData.numberOfBlades);

        for (size_t ie = 0; ie < rotorData.numberOfBladeElements; ie++)
        {
            // calculate factors, which are applied to the momentum theory
            // axial induced velocities
            // they imply a redistribution of the inductions over the AD
            // without changing their azimuthal averages
            // uz = uz_0 * Rz = uz_0 * (1 + 2 * Ft(r,Chi) * tan(Chi/2) *
            //   cos(psi-psi_0))
            // with Ft= r/2*R -> Rz corresponds to classical BEM yaw-model
            // (Glauert, Coleman)
            // K = tan(Chi/2): coefficient according to Coleman et al.

            const scalar Ft = rotorData.radialPos(ie) / (2. *
                rotorData.radius);
            const scalar Rz = 1. + 2. * Ft * tan(chiSkew/2.) * cos(psiBlade -
                psi_0);

            // only adapted z-component of ringindVel
            bladeIndVel[ib][ie] = ringIndVel[ie];
            bladeIndVel[ib][ie](2) = ringIndVel[ie](2) * Rz;
        }
    }

    return bladeIndVel;
}

```

A.1.4 Funktion calculate_WorkingState

```

std::tuple<std::string, BemtInflowModel::WorkingState> BemtInflowModel::
    calculate_WorkingState(const scalar rotorThrust, const scalar rho,
        const scalar F, const vec3 hubVel, const scalar rotorRingArea) const
{
    std::string workingStateName;
    WorkingState condition;

    int upDownSwitch = 1;
    if (rotorThrust < 0.) upDownSwitch = -1;
}

```

```

scalar indVelHoverOpen = sqrt(rotorThrust*upDownSwitch/(2* rho *
                               rotorRingArea * F));

// calculation for aligned flow for both helicopters and wind turbines
if(! enableSkewWT)
{
    ...
}
else
{
    // only to be used for wind turbines with yawed inflow
    // calculation for yawed inflow according to Branlard (2024) -
    // "Improvements to the Blade Element Momentum Formulation of
    // OpenFAST for Skewed Inflows";

    if(abs(-1.*hubVel[2]*upDownSwitch) < 100*epsilon)
    {
        // dummy working state to stabilize the iteration between inflow
        // and airloads (especially at the start of a simulation),
        // where negative thrust values may occur (which are not present
        // any more when the input-output iteration has converged)

        condition = WorkingState::zeroInflowWT;
        workingStateName = "skew/WT: zero inflow";
    }
    else
    {
        // define yaw angle
        scalar meanFlow = hubVel.norm();
        scalar thetaYaw = acos(hubVel[2]*upDownSwitch / meanFlow);

        // calculate thrust coefficient of current ring (in wind turbine
        // formulation)
        scalar axialWindVel = -1.*hubVel[2]*upDownSwitch;
        scalar thrustCoeff = (rotorThrust*upDownSwitch) / (0.5 * rho *
                                                             pow(axialWindVel, 2) * rotorRingArea);

        // introduce a critical axial induction value ac, above which an
        // empirical high-thrust correction (-> turbulent wake state)
        // should be applied
        scalar ac = std::min((0.35 / cos(thetaYaw)), 0.5);

        // critical value ac corresponds to a critical value of k
        // skew == 0 -> kc = ac/(1-ac) (typical solution without yaw)
        scalar kc = (ac / abs(1.-ac)) * sqrt(1. + (pow(tan(thetaYaw), 2.)/
                                                         pow((1.-ac), 2)));

        // ensure continuity between the momentum theory and the

```

```
        polynomial extension at a = ac
scalar Ctc = 4.*F * kc * pow((1.-ac), 2);

if(thrustCoeff < Ctc)
{
    condition = WorkingState::windmillBrakeWT;
    workingStateName = "skew/WT: windmill brake state";
}else
{
    condition = WorkingState::turbulentWakeWT;
    workingStateName = "skew/WT: turbulent wake state";
}
}

return std::make_tuple(workingStateName, condition);
}
```


Literaturverzeichnis

- [1] Branlard, E.; Jonkman, J.; Lee, B.; Jonkman, B.; Singh, M.; Mayda, E.; Dixon, K.: Improvements to the Blade Element Momentum Formulation of OpenFAST for Skewed Inflows. In: *Journal of Physics: Conference Series* Bd. 2767, 2024
- [2] Gaertner, E.; Rinker, J.; Sethuraman, L.; Zahle, F.; Anderson, B.; Barter, G.; Abbas, N.; Meng, F.; Bortolotti, P.; Skrzypinski, W.; Scott, G.; Feil, R.; Bredmose, H.; Dykes, K.; Shields, M.; Allen, C.; Viselli, A.: Definition of the IEA 15-Megawatt Offshore Reference Wind Turbine / IEA. 2020. – IEA Wind TCP Task 37
- [3] Hau, E.: *Windkraftanlagen*. Springer Berlin Heidelberg, 2016. – ISBN 978-3-662-53153-2 978-3-662-53154-9
- [4] Gasch, R.; Twele, J.; Gasch, Robert (Hrsg.); Twele, Jochen (Hrsg.): *Windkraftanlagen*. Teubner Verlag, 2005. – ISBN 978-3-519-36334-7 978-3-322-99446-2
- [5] Branlard, E.: *Research Topics in Wind Energy*. Bd. 7: *Wind Turbine Aerodynamics and Vorticity-Based Methods: Fundamentals and Recent Applications*. Springer International Publishing, 2017. – ISBN 978-3-319-55163-0
- [6] van der Wall, B.G.: *Grundlagen der Hubschrauber-Aerodynamik*. Springer Berlin Heidelberg, 2015. – ISBN 978-3-662-44399-6 978-3-662-44400-9
- [7] Hansen, M.O.L.: *Aerodynamics of Wind Turbines*. 2015. – ISBN 978-1-84407-438-9
- [8] Glauert, H.: A General Theory of the Autogyro / National Advisory Committee for Aeronautics (NACA). 1926. – NACA Reports and Memoranda No. 1111
- [9] Buhl, L.: New Empirical Relationship between Thrust Coefficient and Induction Factor for the Turbulent Windmill State / National Renewable Energy Laboratory. 2005. – NREL/TP-500-36834
- [10] Weiß, F.A.: *Regelungstechnische Reduktion des Rotorblattwurzelbiegemoments und Erhöhung der Drehzahlfestigkeit einer 10 MW IPC-Windenergieanlage*, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), Diplomarbeit, 2016
- [11] Leishman, J.G.: *Cambridge Aerospace Series*. Bd. 18: *Principles of Helicopter Aerodynamics*. 2nd ed. Cambridge University Press, 2006. – ISBN 978-1-107-01335-3
- [12] Gessow, A.: Review of Information on Induced Flow of a Lifting Rotor / National Advisory Committee for Aeronautics. 1954. – NACA TN 3238
- [13] Hofmann, J.; Röhrig-Zöllner, M.: *VAST - Versatile Aeromechanics Simulation - Documentation*. Braunschweig, Januar 2025

- [14] Hofmann, J.; Mindt, M.; Weiss, F.A.: A New Approach to Comprehensive Rotorcraft Aeromechanics Simulation. In: *Proceedings of the Vertical Flight Society 77th Annual Forum*. Virtual, Mai 2021
- [15] Weiß, F.A.: *Einfluss des Triebstrangs auf die Schwenkbewegung von Hubschrauberrotoren*, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), Dissertation, 2022
- [16] He, C.: *Development and Application of a Generalized Dynamic Wake Theory for Lifting Rotors*, Georgia Institute of Technology, Dissertation, 1989
- [17] van der Wall, B.G.; Roth, M.: Free-Wake Analysis on Massively Parallel Computers and Validation with HART Test Data. In: *AHS 53rd Annual Forum*. Virginia Beach, Virginia, USA, Mai 1997
- [18] Coleman, R.P.; Feingold, A.M.; Stempin, C.W.: Evaluation of the Induced-Velocity Field of an Idealized Helicopter Rotor / National Advisory Committee for Aeronautics (NACA). 1945. – NACA ARR No. L5E10, 1–28
- [19] Burden, R.L.; Faires, J.D.: *Numerical Analysis*. 9nd ed. Brooks/Cole, Cengage Learning, 2011. – ISBN 978–0–538–73351–9