

Forschungsbericht 2025-09

**Numerische und experimentelle
Untersuchungen zum optimalen
Entwurf von Constrained Layer
Damping in Luftfahrtstrukturen**

Martin Gröhlich

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
Institut für Aeroelastik
Göttingen



DLR

Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt

Forschungsbericht 2025-09

Numerische und experimentelle Untersuchungen zum optimalen Entwurf von Constrained Layer Damping in Luftfahrtstrukturen

Martin Gröhlich

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
Institut für Aeroelastik
Göttingen

177 Seiten
78 Bilder
17 Tabellen
150 Literaturstellen



Deutsches Zentrum
DLR für Luft- und Raumfahrt



Herausgeber:

Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt e. V.
Wissenschaftliche Information
Linder Höhe
D-51147 Köln

ISSN 1434-8454
ISRN DLR-FB-2025-09
Erscheinungsjahr 2025
DOI: [10.57676/vjrx-p727](https://doi.org/10.57676/vjrx-p727)

Erklärung des Herausgebers

Dieses Werk – ausgenommen anderweitig gekennzeichnete Teile – ist lizenziert unter den Bedingungen der Creative Commons Lizenz vom Typ Namensnennung 4.0 International (CC BY 4.0), abrufbar über <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/legalcode>

Lizenz



Creative Commons Attribution 4.0 International

Constrained Layer Damping, optimaler Dämpfungsentwurf, Luftfahrtstrukturen

Martin GRÖHLICH
DLR, Institut für Aeroelastik, Göttingen

***Numerische und experimentelle Untersuchungen zum optimalen Entwurf von
Constrained Layer Damping in Luftfahrtstrukturen***

Dissertation, Leibniz Universität Hannover

Luftfahrtstrukturen kennzeichnen sich durch ihre Leichtbauweise, die gleichzeitig mit einer hohen Anfälligkeit gegenüber Schwingungen einhergeht. Einerseits gefährdet das Auftreten unerwünschter Schwingungen infolge von instationären aerodynamischen Lasten an Tragflächen oder Leitwerken die Flugstabilität. Andererseits führen Schwingungen des Flugzeugrumpfs zur Schallabstrahlung in die Kabine und beeinträchtigen auf diese Weise das akustische Komfortempfinden von Passagieren. Durch die gezielte, nachträgliche Integration von Dämpfung lassen sich Vibrationen der Grundstrukturen jedoch effektiv abmindern. In diesem Kontext hat sich Constrained Layer Damping (CLD) als geeignete, passive Gegenmaßnahme erwiesen.

Die vorliegende Arbeit widmet sich numerischen und experimentellen Untersuchungen zum optimalen Entwurf von CLD in Luftfahrtstrukturen. In diesem Zusammenhang wird zunächst der Einfluss der Schichtbreite von Kern- und Deckschichten auf die Schwingungsdämpfung balkenartiger CLD-Strukturen untersucht. Darauf aufbauend wird erstmalig ein Optimierungsansatz vorgestellt, der die gleichzeitige Anpassung von Breite und Dicke der Kern- und Deckschicht unter Berücksichtigung von geometrischen und gewichtsspezifischen Randbedingungen ermöglicht. Basierend auf dem frequenz- und temperaturabhängigen Materialmodell eines Brombutylkautschuks wird der Temperatureinfluss auf Eigenfrequenzen, Dämpfung sowie das optimale Design einer balkenartigen Struktur numerisch und experimentell analysiert. In diesem Kontext wird ebenfalls der Einfluss zweier Fertigungsverfahren auf die strukturdynamischen Eigenschaften der CLD-Strukturen untersucht. Im nächsten Schritt wird die Anwendbarkeit des Optimierungsansatzes zur Positionsbestimmung von einzelnen CLD-Segmenten an einer rippenversteiften Struktur überprüft. Das Ziel der optimalen Positionierung besteht darin, die abgestrahlte Schalleistung innerhalb eines Frequenzbands zu minimieren. Neben dem Vergleich zu anderen Designansätzen folgt eine experimentelle Validierung der strukturdynamischen Eigenschaften. Abschließend wird das vorgestellte Verfahren zur Auslegung von CLD in einem Helikopter-Höhenleitwerk eingesetzt und weiterführende Verbesserungsansätze zur Steigerung der Schwingungsdämpfung aufgezeigt.

Constrained Layer Damping, optimal damping design, aeronautic structures

(Published in German)

Martin GRÖHLICH

German Aerospace Center (DLR), Institute of Aeroelasticity, Göttingen

Numerical and Experimental Analyses on the Optimal Design of Constrained Layer Damping in Aeronautic Structures

Thesis, Leibniz University Hannover

A key feature of aeronautic structures is their lightweight design, yielding a high susceptibility to vibrations. On the one hand, the occurrence of undesired vibrations due to unsteady aerodynamic loads on the wings or empennage jeopardizes flight stability. On the other hand, fuselage vibrations lead to sound radiation into the cabin, affecting the acoustic comfort of the passengers. The vibration of lightweight structures can however be effectively attenuated by an integration of tailored damping. In this context, Constrained Layer Damping (CLD) has proven to be an appropriate passive add-on countermeasure.

This thesis is dedicated to numerical and experimental analyses on the optimal design of CLD in aeronautic structures. The influence of the layer widths of core and face layers on the vibration damping of beam-like CLD structures is investigated. Subsequently, an optimization approach is proposed, allowing for the simultaneous adjustment of layer widths and layer thicknesses of the core and face layers, while taking into account geometric and weight-specific boundary conditions. Based on the frequency- and temperature-dependent material model of a bromobutyl rubber, the impact of temperature on eigenfrequencies, damping and the optimal design of a beam-like structure is analyzed numerically and experimentally. The influence of two manufacturing techniques on the structural dynamic properties of the CLD structures is also investigated. Furthermore, the optimization approach is tested for two different structural scenarios. Firstly, the optimal positions of CLD-patches on a rib-stiffened structure are determined for minimizing the radiated sound power. Besides the comparison to other design approaches, the dynamic behavior of the structure is experimentally validated. Secondly, the proposed approach is applied to determine the optimal CLD-design of a helicopter stabilizer and additional improvements are demonstrated to further increase the vibration damping.

Numerische und experimentelle Untersuchungen zum optimalen Entwurf von Constrained Layer Damping in Luftfahrtstrukturen

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
- Dr.-Ing. -
genehmigte

Dissertation

von
M.Sc. Martin Gröhlich
geb. am 8. Januar 1993 in Gronau (Leine)

2025

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Jörg Wallaschek
2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Lorenz Tichy
Tag der Promotion: 20. Februar 2025

Abstract

Title: Numerical and Experimental Analyses on the Optimal Design of Constrained Layer Damping in Aeronautic Structures

A key feature of aeronautic structures is their lightweight design, yielding a high susceptibility to vibrations. On the one hand, the occurrence of undesired vibrations due to unsteady aerodynamic loads on the wings or empennage jeopardizes flight stability. On the other hand, fuselage vibrations lead to sound radiation into the cabin, affecting the acoustic comfort of the passengers. The vibration of lightweight structures can however be effectively attenuated by an integration of tailored damping. In this context, Constrained Layer Damping (CLD) has proven to be an appropriate passive add-on countermeasure.

This thesis is dedicated to numerical and experimental analyses on the optimal design of CLD in aeronautic structures. The influence of the layer widths of core and face layers on the vibration damping of beam-like CLD structures is investigated. Subsequently, an optimization approach is proposed, allowing for the simultaneous adjustment of layer widths and layer thicknesses of the core and face layers, while taking into account geometric and weight-specific boundary conditions. Based on the frequency- and temperature-dependent material model of a bromobutyl rubber, the impact of temperature on eigenfrequencies, damping and the optimal design of a beam-like structure is analyzed numerically and experimentally. The influence of two manufacturing techniques on the structural dynamic properties of the CLD structures is also investigated. Furthermore, the optimization approach is tested for two different structural scenarios. Firstly, the optimal positions of CLD-patches on a rib-stiffened structure are determined for minimizing the radiated sound power. Besides the comparison to other design approaches, the dynamic behavior of the structure is experimentally validated. Secondly, the proposed approach is applied to determine the optimal CLD-design of a helicopter stabilizer and additional improvements are demonstrated to further increase the vibration damping.

Key words: Constrained Layer Damping, optimal damping design, aeronautic structures

Kurzfassung

Luftfahrtstrukturen kennzeichnen sich durch ihre Leichtbauweise, die gleichzeitig mit einer hohen Anfälligkeit gegenüber Schwingungen einhergeht. Einerseits gefährdet das Auftreten unerwünschter Schwingungen infolge von instationären aerodynamischen Lasten an Tragflächen oder Leitwerken die Flugstabilität. Andererseits führen Schwingungen des Flugzeugrumpfs zur Schallabstrahlung in die Kabine und beeinträchtigen auf diese Weise das akustische Komfortempfinden von Passagieren. Durch die gezielte, nachträgliche Integration von Dämpfung lassen sich Vibrationen der Grundstrukturen jedoch effektiv abmildern. In diesem Kontext hat sich *Constrained Layer Damping* (CLD) als geeignete, passive Gegenmaßnahme erwiesen.

Die vorliegende Arbeit widmet sich numerischen und experimentellen Untersuchungen zum optimalen Entwurf von CLD in Luftfahrtstrukturen. In diesem Zusammenhang wird zunächst der Einfluss der Schichtbreite von Kern- und Deckschichten auf die Schwingungsdämpfung balkenartiger CLD-Strukturen untersucht. Darauf aufbauend wird erstmalig ein Optimierungsansatz vorgestellt, der die gleichzeitige Anpassung von Breite und Dicke der Kern- und Deckschicht unter Berücksichtigung von geometrischen und gewichtsspezifischen Randbedingungen ermöglicht. Basierend auf dem frequenz- und temperaturabhängigen Materialmodell eines Brombutylkautschuks wird der Temperatureinfluss auf Eigenfrequenzen, Dämpfung sowie das optimale Design einer balkenartigen Struktur numerisch und experimentell analysiert. In diesem Kontext wird ebenfalls der Einfluss zweier Fertigungsverfahren auf die strukturdynamischen Eigenschaften der CLD-Strukturen untersucht. Im nächsten Schritt wird die Anwendbarkeit des Optimierungsansatzes zur Positionsbestimmung von einzelnen CLD-Segmenten an einer rippenversteiften Struktur überprüft. Das Ziel der optimalen Positionierung besteht darin, die abgestrahlte Schalleistung innerhalb eines Frequenzbands zu minimieren. Neben dem Vergleich zu anderen Designansätzen folgt eine experimentelle Validierung der strukturdynamischen Eigenschaften. Abschließend wird das vorgestellte Verfahren zur Auslegung von CLD in einem Helikopter-Höhenleitwerk eingesetzt und weiterführende Verbesserungsansätze zur Steigerung der Schwingungsdämpfung aufgezeigt.

Schlagwörter: Constrained Layer Damping, optimaler Dämpfungsentwurf, Luftfahrtstrukturen

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Aeroelastik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Göttingen. Ohne die Unterstützung von zahlreichen Menschen wäre die Arbeit in dieser Form nicht möglich gewesen. Dafür möchte ich mich herzlichst bedanken.

Mein aufrichtiger Dank gilt Prof. Dr.-Ing. habil. Jörg Wallaschek für die Übernahme des Hauptreferats. Seine wissenschaftliche Expertise und seine wertvollen Ratschläge in den zahlreichen konstruktiven Diskussionsrunden haben entscheidend zum Fortschritt meiner Forschung beigetragen. Die dafür gewidmete Zeit weiß ich sehr zu schätzen. Ein außerordentlicher Dank gilt Prof. Dr.-Ing. Lorenz Tichy für die Übernahme des Korreferats und für das Interesse an meiner Forschung.

Besonders bedanken möchte ich mich bei Dr.-Ing. Marc Böswald für das entgegengebrachte Vertrauen, die Ermutigung zur Promotion und die hervorragende fachliche Betreuung. Viele der in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse sind aus intensiven Diskussionen entsprungen oder gereift. Seine ansteckende Begeisterung für die Strukturdynamik hat mich stets inspiriert und motiviert. Dankend hervorzuheben sind mein Gruppenleiter Dr. René Winter, der mir hilfreiche Anmerkungen und den nötigen Freiraum zur Bearbeitung des Promotionsthemas gab, mein Bürokollege Dr.-Ing. Marco Norambuena, der mich bei Fragen zur Messtechnik und Akustik unterstützt hat und mein Kollege Kevin Gnebner für das Korrekturlesen und die fußballspezifischen Diskussionen während der Kaffeepausen. Außerdem möchte ich mich bei allen weiteren Mitarbeitenden des Instituts für Aeroelastik für die angenehme und kollegiale Arbeitsatmosphäre bedanken.

Einen weiteren Dank möchte ich Dr. Harald Geisler, Dr.-Ing. Andrej Lang und Dr. Jens Meier vom Deutschen Institut für Kautschuktechnologie für die Zusammenarbeit und Unterstützung bei Fragestellungen zur Elastomertechnologie sowie für die Korrektur der entsprechenden Abschnitte in dieser Arbeit aussprechen. Darüber hinaus gilt mein Dank der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Förderung im Rahmen der Deutschen Exzellenz Strategie (EXC 2163/1 - Sustainable and Energy Efficient Aviation - Project-ID 390881007).

Zu guter Letzt möchte ich mich herzlichst bei meinen Freunden und bei meiner Familie, insbesondere bei meinen Eltern Irene und Lothar Gröhlich, für die vielseitige Unterstützung in allen Lebenslagen und bei meiner Verlobten Hanna für ihre Geduld und Aufmunterung an dunklen Tagen bedanken.

Martin Gröhlich

Göttingen, im Februar 2025

Für meine Großeltern ...

*Opa Wolfgang und Oma Ursel
&
Opa Hannes und Oma Rosa*

Inhaltsverzeichnis

Abstract	III
Kurzfassung	IV
Formel- und Abkürzungsverzeichnis	X
1 Einleitung	1
2 Stand der Technik	4
2.1 Eigenschaften linear viskoelastischer Materialien	4
2.1.1 Molekularer Aufbau von verstärkten Elastomeren	5
2.1.2 Zeit- und frequenzabhängiges Materialverhalten	6
2.1.3 Zeit-Temperatur-Superposition	9
2.1.4 Modellierung des linear viskoelastischen Materialverhaltens	13
2.2 Schwingungsdämpfung viskoelastischer Systeme	16
2.2.1 Diskretisierung viskoelastischer Systeme	18
2.2.2 Strukturdynamische Analyseverfahren	20
2.3 Constrained Layer Damping	24
2.3.1 Analytische und numerische Modellierung	25
2.3.2 Ansätze zur Strukturoptimierung	27
2.3.3 Experimentelle Analysen zum strukturdynamischen Verhalten	31
2.3.4 Anwendungen bei Luftfahrtstrukturen	32
3 Gegenstand der Dissertation	35
3.1 Ableitung des Forschungsbedarfs	35
3.2 Formulierung von Hypothesen und Zielen	37
3.3 Methodisches Vorgehen	39
4 Numerische Analyse zu dämpfungssensitiven Parametern	40
4.1 Numerisches Referenzmodell	40
4.2 Parameterstudien zum Einfluss der Schubsteifigkeit	41
4.2.1 Einfluss des Schubspeichermoduls der viskoelastischen Schicht	42
4.2.2 Einfluss der Kernschichtbreite	43
4.2.3 Einfluss der Kernschichtdicke	45
4.3 Kombinierte geometrische Modifikationen	46
4.3.1 Modifikation der Kernschichtbreite und -dicke	47

4.3.2	Modifikation der Deckschichtbreite und -dicke	48
4.3.3	Einfluss von variabler Kern- und Deckschichtbreite	49
4.4	Schlussfolgerungen aus der Sensitivitätsanalyse	50
5	Ein Verfahren zur Optimierung von CLD-Strukturen	52
5.1	Grundlegende Struktur des Algorithmus	53
5.1.1	Zusammensetzung der Zielfunktion	54
5.1.2	Design Loop	55
5.1.3	Prüfung der Randbedingung	56
5.1.4	Demonstration des Verfahrens	58
5.2	Untersuchung der Eigenschaften des Verfahrens	60
5.2.1	Einfluss der Designvariablen-Anzahl	60
5.2.2	Einfluss der Startwerte	62
5.2.3	Vergleich mit einem Genetischen Algorithmus	63
5.3	Schlussfolgerungen	64
6	Untersuchungen an balkenartigen CLD-Laborstrukturen	66
6.1	Materialeigenschaften eines Brombutylkautschuks	66
6.2	Numerische Untersuchungen	68
6.2.1	Temperatureinfluss auf Eigenfrequenz und Dämpfung	69
6.2.2	Einfluss des Speichermoduls auf das optimale Design	70
6.2.3	Einfluss der Temperatur auf das optimale Design	72
6.3	Experimentelle Untersuchungen	74
6.3.1	Herstellung der CLD-Strukturen	75
6.3.2	Aufbau und Durchführung	76
6.3.3	Quantifizierung und Berücksichtigung von Unsicherheiten	78
6.3.4	Ergebnisse der regulären CLD-Strukturen	81
6.3.5	Ergebnisse der formoptimierten CLD-Strukturen	85
6.4	Schlussfolgerungen	86
7	Dämpfungsauslegung einer versteiften Platte	88
7.1	Numerische Untersuchungen	89
7.1.1	FE-Modell der Vibroplatte	89
7.1.2	Zuordnung der Designvariablen	90
7.1.3	Herleitung der Zielfunktion	91
7.1.4	Positionsoptimierung von CLD-Segmenten	93
7.1.5	Vergleich verschiedener Positionierungsansätze	95
7.2	Experimentelle Untersuchungen	98
7.2.1	Aufbau und Durchführung	98
7.2.2	Ergebnisse	101
7.3	Schlussfolgerungen	105
8	Dämpfungsauslegung eines Helikopter-Höhenleitwerks	106

8.1	Numerische Untersuchungen	107
8.1.1	Anforderungen an die Auslegung	107
8.1.2	Zuordnung der Designvariablen	108
8.1.3	Optimierung des CLD-Designs	110
8.1.4	Ansätze zur weiteren Dämpfungserhöhung	112
8.2	Schlussfolgerungen	114
9	Diskussion der erzielten Ergebnisse	115
10	Fazit und Ausblick	123
	Anhang	127
A	Methoden des Optimierungsalgorithmus	128
A.1	Methode A	128
A.2	Methode B	130
A.3	Methode C	132
B	Materialmodelle des Brombutylkautschuks	137
B.1	Materialmodell V2018	137
B.2	Materialmodell V2020	138
B.3	Materialmodell V2022	139
C	Iterativer Eigenwertlöser	140
D	Weiterführende Informationen zur Vibroplatte	141
D.1	Model Updating	141
D.2	Eigenmoden der gedämpften Vibroplatte	148
E	Aufbauschema der CLD-Deckschichten des Helikopter-Höhenleitwerks	150
	Literaturverzeichnis	151

Formel- und Abkürzungsverzeichnis

Lateinische Notation

a	Abstand
A_E	Oberfläche eines schwingenden Elements
b	Schichtbreite
b_{Kern}	Kernschichtbreite
c	Ungleichungsbedingung
c_S	Schallgeschwindigkeit
C_1	WLF-Konstante
C_2	WLF-Konstante
D	Dämpfungsmaß
e	EULER'sche Zahl
E	Elastizitätsmodul
f	Frequenz
f_{Exp}	aus Experiment identifizierte Eigenfrequenz
f_{Sys}	mit einem systematischen Fehler behaftete Eigenfrequenz
g	Gleichungsbedingung
G	Schubmodul
G_R	Relaxationsfunktion
G_∞	statischer Modul
h	Schichtdicke
h_{Basis}	Schichtdicke der Basisschicht
h_{Deck}	Schichtdicke der Deckschicht
h_{Kern}	Schichtdicke der Kernschicht
H	Frequenzgang (FRF)
H_{Sum}	Summen-FRF
i	imaginäre Einheit
J	Zielfunktion
k	Steifigkeit
k_S	Schubfederkonstante
l	Länge
L_P	Schallleistungspegel
m	Masse
m_{CLD}	CLD-Masse

n	Quantität
n_E	Anzahl an Teilerflächen der FE-Struktur
n_V	Anzahl an Kontrollpunkten
n_ω	Anzahl an Frequenzschritten
p	Schalldruck
p_{Eff}	Effektivwert des Schalldrucks
P	Leistung
q	Kraft
r	Radius
R	universelle Gaskonstante
s	Sensitivität
S	Residuum
t	Zeit
T	Temperatur
T_B	Betriebstemperatur
v	Geschwindigkeit
V	Volumen
w	relativer systematischer Fehler
W_A	Aktivierungsenergie
$W_{E,\text{Pot}}$	Elementdehnungsenergie
$W_{E,\text{Kin}}$	kinetische Energie eines Elements
x	Designvariable
x_{ausser}	Designvariable des äußeren Bereichs
x_{innen}	Designvariable des inneren Bereichs
z	Variable der while-Schleifen
Z	Zufallsvariable

Griechische Notation

α	horizontaler Verschiebungsfaktor
β	vertikaler Verschiebungsfaktor
γ	skalarer Faktor für die Anpassung der Steifigkeitsmatrix
δ	Verlustwinkel
Δ	Differenz
η	modaler Verlustfaktor
ε	Dehnung
κ	Wellenzahl
λ	Eigenwert
μ	dynamische Viskosität
ν	Querkontraktionszahl
ζ	Zeitverschiebung
ρ	Rohdichte

σ	Spannung
τ	Relaxationszeit
χ	Konvergenzwert
ω	Kreisfrequenz

Vektoren und Matrizen

B	Matrix der abgeleiteten Formfunktionen
D	viskose Dämpfungsmatrix
E	Elastizitätsmatrix
\mathbb{I}	Vektor mit Indizes
K	Steifigkeitsmatrix
M	Massenmatrix
q	Kraftvektor
s	Vektor der Sensitivitäten
s_{for}	aus der for-Schleife resultierender Vektor der Sensitivitäten
s_{if}	aus der if-Bedingung resultierender Vektor der Sensitivitäten
T	Zuordnungsmatrix
u	Vektor der Knotenverschiebungen
v	Vektor der Knotengeschwindigkeiten
x	Vektor der Designvariablen
x_O	Vektor der Designvariablen der oberen HLW-Halbschale
x_U	Vektor der Designvariablen der unteren HLW-Halbschale
X	Matrix der Designvariablen-Vektoren
η	Vektor der Zielfunktionswerte
ε	Dehnungsvektor
σ	Spannungsvektor
ϕ	Eigenvektor
ϕ_{Mod}	Eigenvektor der modifizierten Struktur

Indices und weitere Formelzeichen

$(\tilde{})$	temporär
$(\hat{})$	Amplitude
$(\dot{})$	1. zeitliche Ableitung
$(\ddot{})$	2. zeitliche Ableitung
$(\underline{})$	System mit internen Variablen
$(\overset{*}{})$	komplexe Größe
$(\overset{\prime}{})$	Speichermodul
$(\overset{\prime\prime}{})$	Verlustmodul

$()^T$	transponierte Matrix
$()^{-1}$	inverse Matrix
$(\bar{ })$	Mittelwert der Zufallsvariablen
$(\bar{ })$	Standardabweichung der Zufallsvariablen
$ () $	Betrag
$()_{\text{abs}}$	Absolutwert
$()_{\text{Alu}}$	bezogen auf Aluminium
$()_{\text{BIIR}}$	bezogen auf Brombutylkautschuk
$()_{\text{DMA}}$	bezogen auf die Dynamisch Mechanische Analyse
$()_E$	bezogen auf ein Element
$()_{\text{fit}}$	bezogen auf gefittete Daten
$()_{G'}$	bezogen auf den Schubspeichermodul
$()_{G''}$	bezogen auf den Schubverlustmodul
$()_i$	Laufindex
$()_{\text{imp}}$	verbesserter Wert
$()_{\text{I}}$	Index
$()_j$	Laufindex
$()_k$	Laufindex
$()_{\text{kor}}$	korrigierte Daten
$()_{\text{LHS}}$	aus dem <i>Latin Hypercube Sampling</i> resultierende Daten
$()_m$	Endwert eines Laufindex
$()_{\text{max}}$	Maximalwert
$()_{\text{min}}$	Minimalwert
$()_n$	Endwert eines Laufindex
$()_{\text{opt}}$	optimierter Wert
$()_r$	bezogen auf r-te Mode
$()_{\text{rel}}$	Relativwert
$()_{\text{Ref}}$	Referenzzustand
$()_{\text{start}}$	Startwert
$()_{\tan(\delta)}$	bezogen auf den Verlustfaktor
$\Im\{ \}$	Imaginärteil
$\Re\{ \}$	Realteil
\in	Element aus
\mathbb{N}_0	natürlicher Zahlenraum inklusive Zahlenwert 0
\mathbb{R}	reeller Zahlenraum

Abkürzungen

ADF	<i>Anelastic Displacement Fields</i>
BIIR	Brombutylkautschuk

BM	Biegemode
CFK	Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff
CLD	<i>Constrained Layer Damping</i>
DFR	<i>Direct Frequency Response</i>
DIK	Deutsches Institut für Kautschuktechnologie
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DMA	Dynamisch Mechanische Analyse
DV	Designvariable
EKE	Positionierungsansatz nach kinetischen Energien
ESE	Positionierungsansatz nach Dehnungsenergien
FC	Positionierungsansatz der vollständigen Bedeckung
FEM	Finite Elemente Methode
FLS	<i>Fuselage Laser Scanner</i>
FRF	<i>Frequency Response Function</i>
GA	Genetischer Algorithmus
GHM	GOLLA-HUGHES-MCTAVISH
GM	gleiche Masse
GSS	gleiche Schubsteifigkeit
HF	Hautfelder
HLW	Höhenleitwerk
ICE	<i>Iterative Complex Eigensolution</i>
IES	Iterativer Eigenwertlöser
IMSE	<i>Iterative Modal Strain Energy</i>
LHS	<i>Latin Hypercube Sampling</i>
LSCF	<i>Least-Squares Complex Frequency Domain</i>
MAC	<i>Modal Assurance Criterion</i>
MSE	<i>Modal Strain Energy</i>
OD	optimales Design
QM	laterale Biegemode
RB	Randbedingung
RBE	<i>Rigid Body Elements</i>
RKU	ROSS-KERWIN-UNGAR
UD	unidirektional
UGD	ungedämpft
VDI	Verein Deutscher Ingenieure
VS	Versteifungen
WDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
WLF	WILLIAMS-LANDEL-FERRY
ZTS	Zeit-Temperatur-Superpositionsprinzip

1 Einleitung

Notwendigkeit von Dämpfung in Luftfahrtstrukturen

Eine Grundvoraussetzung des strukturellen Entwurfs von Luftfahrzeugen ist die Berücksichtigung der Festigkeits- und Gewichtsanforderungen. Während ein Werkstoffversagen um jeden Preis ausgeschlossen werden muss, ist für einen ökonomischen Betrieb ein geringes Gesamtgewicht der Luftfahrzeuge entscheidend. Um beiden Anforderungen zu genügen, setzen sich die Primärstrukturen von Flugzeugen und Helikoptern aus lasttragenden und dünnwandigen Teilkomponenten zusammen. **Abbildung 1.1** veranschaulicht diese Bauweise am Beispiel eines Flugzeugrumpfs und eines Flügelkastens. Ein Nachteil des Leichtbaudesigns ist jedoch die hohe Anfälligkeit gegenüber Schwingungen, die den Flugbetrieb in unterschiedlicher Weise beeinträchtigen. Beispielsweise führen Schwingungen des Flugzeugrumpfs, bedingt durch die turbulente Grenzschichtanregung und Körperschalltransmission von Triebwerksschwingungen, zur Schallabstrahlung von der Rumpfhaut und damit zu einem erhöhten Kabinenlärm. Andererseits sind Schwingungen an flugmechanisch-relevanten Komponenten als Folge von Böentreffern oder Flugmanövern aus aeroelastischer Sicht sicherheitskritisch und gefährden die Kontrolle und Flugstabilität. Um diese Schwingungsprobleme zu mindern, ist die Integration von dämpfenden Maßnahmen vorteilhaft. Während für den numerischen Entwurf auf hocheffiziente Finite Elemente Modelle zur Modellierung der Steifigkeits- und Trägheitseigenschaften zurückgegriffen wird, werden die Dämpfungseigenschaften jedoch wei-

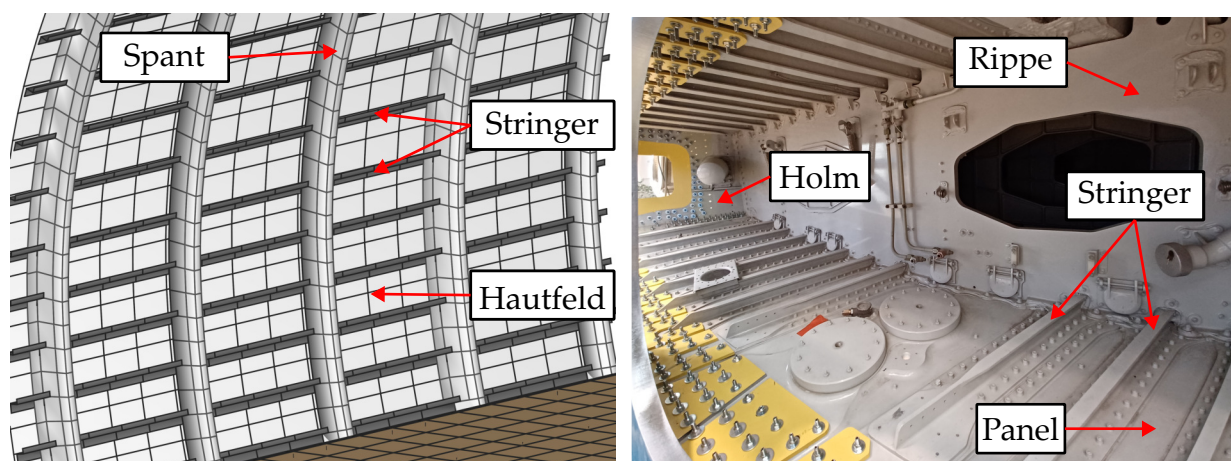


Abbildung 1.1: **Links:** Finite Elemente Modell eines Rumpfausschnitts. **Rechts:** Rumpfsseitiger Blick in den Flügelkasten eines Transportflugzeugs.

testgehend vernachlässigt. Wenn überhaupt, wird die Dämpfung erst nach einem Prototypenbau und im Zuge eines Schwingungsversuchs ermittelt oder a priori über einen globalen Dämpfungskoeffizienten abgeschätzt und in den Auslegungsprozessen berücksichtigt. Dadurch bleibt ein Designfreiheitsgrad ungenutzt, der in erheblichem Maße zur Effizienzsteigerung des strukturellen Verhaltens beitragen kann.

Elastomere als Dämpfungsmaterial

Im Gegensatz zu metallischen Werkstoffen weisen Elastomere aufgrund ihrer molekularen Zusammensetzung inhärente Dämpfungseigenschaften auf und bieten sich dadurch grundsätzlich für den Einsatz bei Schwingungsproblemen an. Die viskoelastischen Materialeigenschaften sind frequenz- und temperaturabhängig, lassen sich jedoch über die Auswahl der Inhaltsstoffe bis zu einem bestimmten Maße für vorherrschende Betriebsbedingungen anpassen. Für den Entwurf von Dämpfung liegt der ideale Betriebspunkt von Elastomeren im Glasübergangsbereich, in dem die dissipative Eigenschaft maximal ist. Zusätzlich können die Materialeigenschaften über dedizierte mathematische Modelle beschrieben werden und ermöglichen auf diese Weise die Integration der Dämpfungseigenschaften in den numerischen Auslegungsprozess.

Constrained Layer Damping als Maßnahme zur Dämpfung von Biegeschwingungen

Als besonders effizienter Dämpfungsmechanismus bei Biegeschwingungen hat sich das Prinzip des *Constrained Layer Damping* (CLD) erwiesen. Dem Namen entsprechend beschreibt das CLD einen Sandwichtaufbau, bei dem eine nachgiebige Elastomerschicht zwischen der zu dämpfenden Grundstruktur und einer steifen Deckschicht eingezwängt ist. Infolge einer Biegeschwingung erfährt die Elastomerschicht eine Schubverformung, wie in **Abb. 1.2** am Beispiel einer einfachen Balkenstruktur dargestellt. Auf diese Weise werden die dissipativen Eigenschaften des Elastomers aktiviert und ein Teil der Schwingungsenergie in Wärme umgewandelt. Das vom CLD bereitgestellte Potenzial zur Schwingungsdämpfung hängt von vielen Faktoren ab, zu denen neben den geometrischen Parametern auch die viskoelastischen Materialeigenschaften zählen. Aktuell existiert jedoch keine Designrichtlinie zum optimalen Entwurf von CLD, die diese Faktoren vollumfänglich berücksichtigt und einen begründeten Anspruch auf Allgemeingültigkeit erhebt. Aus diesem Grund ist ein Entwurfsprozess erstrebenswert, der das optimale Design auf Basis einer gegebenen Datenlage automatisiert ermittelt.

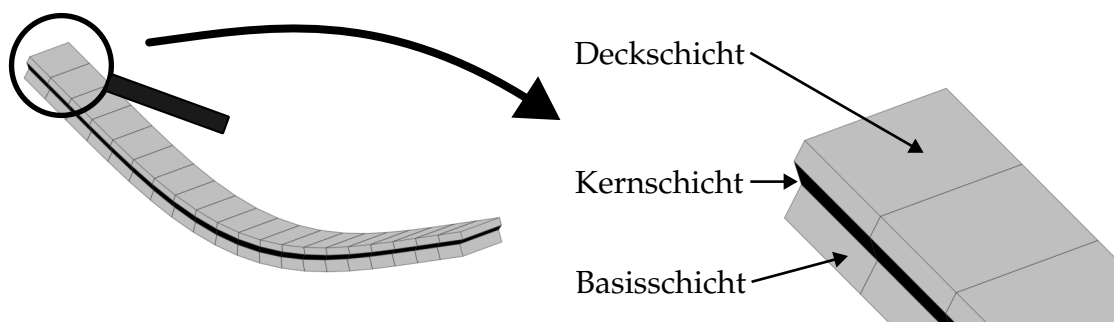


Abbildung 1.2: **Links:** Biegeschwingung einer diskretisierten CLD-Struktur. **Rechts:** Schubdeformation der Elastomerschicht infolge der Biegeschwingung.

Constrained Layer Damping in Luftfahrtstrukturen

Nicht zuletzt aufgrund der kompakten Bauweise erscheint der Einsatz von CLD zur Schwingungsdämpfung von Luftfahrtstrukturen attraktiv. Als passive Dämpfungsmaßnahme ist im Gegensatz zu aktiven Systemen weder ein Nachweis der Ausfallwahrscheinlichkeit noch eine zusätzliche Energieversorgung erforderlich. Dennoch bestehen ebenfalls Herausforderungen. Einerseits ist der Designspielraum durch strenge Gewichtsvorgaben eingeschränkt. Andererseits durchlaufen Luftfahrtstrukturen betriebsbedingt unterschiedliche Temperaturniveaus. Infolgedessen variieren die Materialeigenschaften des Elastomers und die Schwingungsdämpfung. In diesem Zusammenhang stellen sich u. a. die folgenden Fragen: Korreliert die Änderung der Schwingungsdämpfung mit der Änderung der Materialdämpfung? Lässt sich die aus der numerischen Auslegung ermittelte Dämpfung experimentell validieren? Besitzt die Temperatur einen Einfluss auf das optimale CLD-Design? Und wie hoch ist die Dämpfung, die sich durch den optimalen Entwurf von CLD realisieren lässt? Antworten auf diese Fragestellungen sind notwendig, um den Einsatz von CLD in Luftfahrtstrukturen zu etablieren.

Beitrag der Dissertation zum aktuellen Wissensstand

In der vorliegenden Arbeit wird ein neuartiger Ansatz zum optimalen Designentwurf von CLD präsentiert. In diesem Zusammenhang wird die Schichtbreite der Kern- und Deckschichten erstmalig als Designparameter berücksichtigt. Außerdem werden zwei Einflussgrößen detailliert betrachtet: Zum einen wird der Temperatureinfluss auf das optimale Design und auf die resultierende Schwingungsdämpfung untersucht. Als Grundlage dient hierbei das Materialmodell eines speziell für Luftfahrtanwendungen entwickelten Elastomers. Zum anderen werden die Auswirkungen verschiedener Fertigungsverfahren auf die strukturdynamischen Eigenschaften von CLD-Strukturen analysiert. Die Anwendbarkeit des vorgestellten Ansatzes wird am Beispiel einer rippenversteiften Struktur und am Höhenleitwerk eines Helikopters unter Berücksichtigung von Gewichts- und Temperaturvorgaben demonstriert.

Der Inhalt der Arbeit ist folgendermaßen strukturiert: In Kapitel 2 wird der aktuelle Wissensstand zur Dämpfungsauslegung auf Basis viskoelastischer Materialien präsentiert. Darauf aufbauend werden in Kapitel 3 die bestehenden Wissenslücken abgeleitet sowie Hypothesen und Ziele dieser Arbeit formuliert. In Kapitel 4 werden anhand eines numerischen Beispiels die Zusammenhänge von dämpfungssensitiven Designparametern untersucht. Aus diesen Erkenntnissen wird in Kapitel 5 ein Optimierungsansatz für den Entwurf von CLD vorgestellt. Kapitel 6 widmet sich einer balkenartigen Laborstruktur. In diesem Kontext wird der Temperatureinfluss auf Eigenfrequenzen, Dämpfung und das optimale Design sowie der Einfluss des Fertigungsverfahrens auf das strukturdynamische Verhalten untersucht. Im Anschluss wird in Kapitel 7 unter Anwendung des Optimierungsansatzes die abgestrahlte Schallleistung einer versteiften Plattenstruktur reduziert und in Kapitel 8 die Dämpfung eines Helikopter-Höhenleitwerks durch ein optimiertes CLD-Design erhöht. In Kapitel 9 werden die erreichten Ergebnisse der Arbeit im Hinblick auf die vorab formulierten Hypothesen und Ziele diskutiert. Schlussfolgerungen und weitere Forschungsansätze werden abschließend in Kapitel 10 präsentiert.

2 Stand der Technik

Das folgende Kapitel gibt einen Überblick über den Stand der Technik im Zusammenhang mit der viskoelastischen Dämpfungstechnologie. Zuerst werden in Abschnitt 2.1 die Eigenschaften linear viskoelastischer Materialien sowie die entsprechenden Modellierungsansätze vorgestellt. In Abschnitt 2.2 wird ein Überblick über die gängigen mathematischen Verfahren zur Dämpfungsbestimmung von schwingenden Systemen mit viskoelastischen Materialeigenschaften gegeben. Abschließend wird in Abschnitt 2.3 die Anwendung von viskoelastischer Dämpfung mit CLD behandelt, wobei der Schwerpunkt auf der Modellierung und Vorstellung verschiedener Optimierungsansätze liegt.

2.1 Eigenschaften linear viskoelastischer Materialien

Ein linear viskoelastisches Materialverhalten vereint die energetischen Speichereigenschaften der linearen Elastizität mit den dissipativen Eigenschaften der Viskosität. Ein linear elastischer HOOKE'scher Körper verformt sich unter statischer Belastung und kehrt im anschließenden, unbelasteten Zustand in seine Ausgangslage zurück. Die Verformungsenergie wird während des Belastungszustands vom Material als potenzielle Energie gespeichert. Im Gegensatz dazu wird bei einem viskosen NEWTON'schen Fluid durch das Aufbringen einer Schubspannung ein irreversibler, zeitabhängiger Fließprozess eingeleitet. Das Fluid kehrt nach der Entlastung nicht in die Ursprungslage zurück. Bei viskoelastischen Materialien tritt eine Überlagerung dieser beiden idealtypischen Eigenschaften auf [21].

Im Folgenden wird in Abschnitt 2.1.1 zunächst auf den molekularen Aufbau von Elastomeren eingegangen, der für das charakteristische viskoelastische Verhalten entscheidend ist. Anschließend wird in Abschnitt 2.1.2 das zeit- und frequenzabhängige Materialverhalten und dessen mathematische Beschreibung erläutert. Abschnitt 2.1.3 befasst sich mit den temperaturabhängigen Eigenschaften und der Zeit-Temperatur-Superposition. Abschließend werden in Abschnitt 2.1.4 Ansätze zur Modellierung des viskoelastischen Materialverhaltens vorgestellt.

2.1.1 Molekularer Aufbau von verstärkten Elastomeren

Der molekulare Aufbau von verstärkten Elastomeren ist für das Verständnis des entsprechenden Werkstoffverhaltens von hoher Relevanz. Elastomere bestehen im Wesentlichen aus kovalent vernetzten Kohlenstoffketten und bilden daher eine Untergruppe der Polymere. Als kovalente Bindung wird die Elektronenpaarbindung zwischen zwei benachbarten Atomen bezeichnet [30]. Typischerweise werden Elastomere durch die Vulkanisation von Naturkautschuk oder synthetischen Kautschuken hergestellt, die sich jeweils durch ihre chemische Zusammensetzung und den daraus resultierenden Eigenschaften unterscheiden [30]. Infolge der Vulkanisation werden benachbarte Kohlenstoffatome meist durch kovalente Schwefelbrücken miteinander verbunden und bilden das Polymernetzwerk, wie anhand des mikroskopischen Ausschnitts eines Elastomers in **Abb. 2.1** exemplarisch dargestellt. Die entsprechenden Verbindungen werden auch Vernetzungsstellen genannt [30, 62]. Durch die Vulkanisation verliert der Kautschuk seine ursprünglich plastische Eigenschaft, da die verschiedenen Polymerketten bei Belastung aufgrund der Vernetzung nicht mehr aneinander vorbei gleiten können. Stattdessen befindet sich das Elastomer nach der Vulkanisation in einem formfesten Zustand. Die Vernetzungsdichte ist jedoch gering genug, um Verdrehungen und Verknäulungen der Polymerketten zuzulassen, die dem Elastomer dessen charakteristische amorphe Struktur verleihen. Die Kohlenstoffverbindungen der langkettigen Moleküle werden wiederum als Rückgrat bezeichnet [17]. Zusätzlich treten bei einigen Kohlenstoffatomen Abzweigungen zu Seitengruppen auf, deren Einfluss auf das Elastomer von der Zusammensetzung abhängt [62].

Um die mechanischen Eigenschaften von Elastomeren an unterschiedliche Anwendungsfälle anzupassen, wird bei der Herstellung auf verschiedene Füllstoffe zurückgegriffen [18, 30]. Beispiele für verstärkende Füllstoffe sind u. a. Ruß und Kieselsäure [62]. Die Primärpartikel der Füllstoffe formen sich zu Aggregaten, die sich wiederum zu Agglomeraten zusammenfügen und im Fall von Ruß bspw. durch VAN DER WAALS-Kräfte verbunden sind [40]. Das dadurch entstehende Füllstoff-Netzwerk ist dem Polymernetzwerk überlagert und sorgt auf diese Weise für eine erhöhte Steifigkeit des Elastomers.

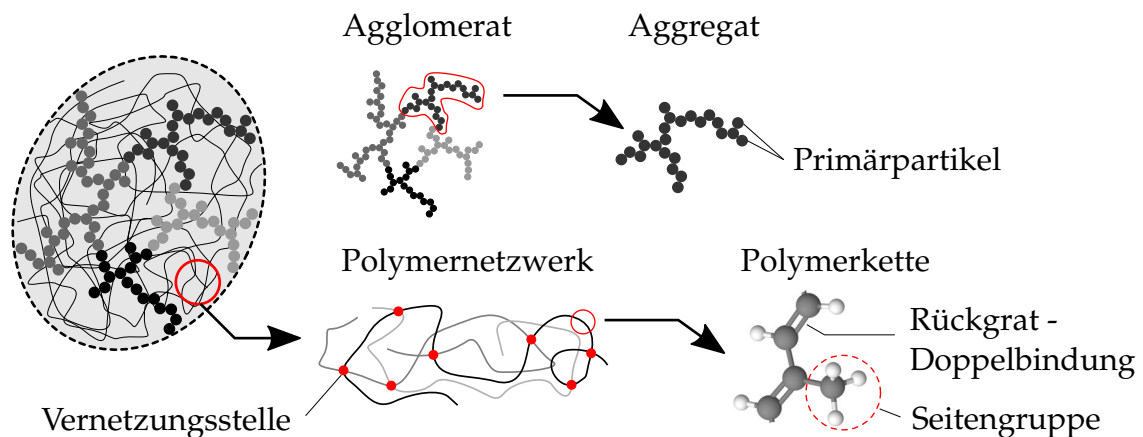


Abbildung 2.1: Mikroskopischer Ausschnitt eines füllstoffhaltigen Elastomers

2.1.2 Zeit- und frequenzabhängiges Materialverhalten

Zeitabhängiges Materialverhalten

Bedingt durch den molekularen Aufbau mit unterschiedlichen Seitengruppen verhält sich ein Elastomer bei Belastung nicht ideal elastisch. Stattdessen unterscheiden sich die kurz- und langfristigen Reaktionen. Das Material weist daher ein zeitabhängiges Verhalten auf [18, 120]. Die Spannung im Elastomer ist unmittelbar nach einer sprunghaften Verformung am höchsten, da sich ein Großteil der Polymerketten im verknäulten Zustand befindet und gegen die Belastung arbeitet. Mit zunehmender Belastungsdauer entknäulen sich jedoch die Verschlaufungen einzelner Kettensegmente und die Spannung nimmt ab - das Elastomer relaxiert. Dabei relaxieren lange Kettensegmente langsamer als kurze Segmente [18]. Der Widerstand gegen die Verformung bzw. gegen das Umordnen der Polymerketten basiert je nach Umgebungseinfluss sowohl auf energie-elastischen als auch auf entropie-elastischen Rückstellkräften. Während energie-elastische Rückstellkräfte gegen kleine Änderungen von mittleren Atomabständen oder Valenzwinkeln wirken, sorgen entropie-elastische Rückstellkräfte für den Widerstand bei der Umordnung der Polymerketten aus ihrer entropisch bevorzugten Ausgangslage. Im unbelasteten Zustand kehren die Polymerketten in den verknäulten Zustand zurück [62]. Dieser Prozess ist bei realen Elastomeren bedingt durch Netzwerkdefekte allerdings nur teilreversibel.

Die Beschreibungsgröße, die den zeitabhängigen Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung herstellt, wird ihrem Phänomen entsprechend als Relaxationsfunktion [21, 50] oder Relaxationsmodul [17, 50] bezeichnet. Aus den zeitabhängigen Eigenschaften lässt sich schlussfolgern, dass der gegenwärtige Spannungszustand eines viskoelastischen Materials bei zeitlich versetzten Dehnungen nicht nur von der aktuellen, sondern ebenfalls von Belastungen aus der Vergangenheit abhängt [21, 132]. Deswegen wird viskoelastischen Materialien ein Gedächtnis zugesprochen und die entsprechende Eigenschaft als *memory effect* bezeichnet [21]. Die Herleitung eines mathematischen Ausdrucks zur Beschreibung des Materialverhaltens gelingt unter Anwendung des BOLTZMANN'schen Superpositionsprinzips. Hierbei wird angenommen, dass sich die Dehnung als Summe von n Sprunganregungen über ein zeitliches Intervall mit der Zeit t darstellen lässt. Infolgedessen ist die Spannungsantwort des linear viskoelastischen Materials ebenfalls als eine Überlagerung der einzelnen Antworten auf jeden Dehnungssprung zu verstehen. Für unendlich viele Sprunganregungen ($n \rightarrow \infty$) wird der Zeitversatz infinitesimal und der Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung kann in Form eines Faltungsintegrals für den einachsigen Belastungsfall ausgedrückt werden [17, 132]

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t G_R(t - \xi) \frac{d\varepsilon(\xi)}{d\xi} d\xi. \quad (2.1)$$

Dadurch, dass die untere Integrationsgrenze als $-\infty$ festgelegt ist, verknüpft Gl. (2.1) die zeitlich abhängige Spannung $\sigma(t)$ mit der vergangenen, zeitabhängigen Dehnung $\varepsilon(\xi)$.

Hierbei entspricht G_R der Relaxationsfunktion und ζ der Zeitverschiebung. Auf die Modellierung und den Verlauf der Relaxationsfunktion wird in Abschnitt 2.1.4 eingegangen.

Frequenzabhängiges Materialverhalten

Von besonderer Relevanz ist die Darstellung des Spannungs-Dehnungs-Zusammenhangs im Frequenzbereich. Unter einer harmonischen Belastung reagiert ein linear viskoelastisches Material mit einer harmonischen Deformation, wie in **Abb. 2.2** veranschaulicht. Zusätzlich tritt zwischen Spannung und Dehnung eine Phasenverschiebung δ auf, die aus dem viskosen Anteil der Materialeigenschaft resultiert. Dieser Zusammenhang lässt sich im Spannungs-Dehnungsdiagramm in Form einer elliptischen Hysterese darstellen. Der Flächeninhalt der Hysterese gibt die Energiedissipation pro Belastungszyklus an [18], die Fläche unterhalb der Geraden zwischen Nullpunkt und maximaler Dehnung entspricht der gespeicherten Energie.

Unter der Annahme eines stationär-harmonischen Schwingungszustands lässt sich das zeitabhängige Materialgesetz aus Gl. (2.1) mithilfe der FOURIER-Transformation in den Frequenzbereich transformieren. Eine Darstellung des Vorgehens ist in [17, 21] zu finden. Aus der Herleitung resultiert mit dem komplexen, frequenzabhängigen Schubmodul $G^*(\omega)$ eine charakteristische Materialgröße. Der komplexe Schubmodul setzt sich gemäß [21]

$$G^*(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega) \quad (2.2)$$

aus einem Real- und einem Imaginärteil zusammen, wobei ω die Kreisfrequenz der Anregung ist. Der Realteil $G'(\omega)$ wird als Speichermodul bezeichnet und kennzeichnet die elastischen Eigenschaften des Materials. Dagegen repräsentiert der als Verlustmodul bezeichnete Imaginärteil $G''(\omega)$ die dissipativen, viskosen Eigenschaften. Neben den Komponenten des komplexen Moduls ist der materialspezifische Verlustfaktor, bekannt als

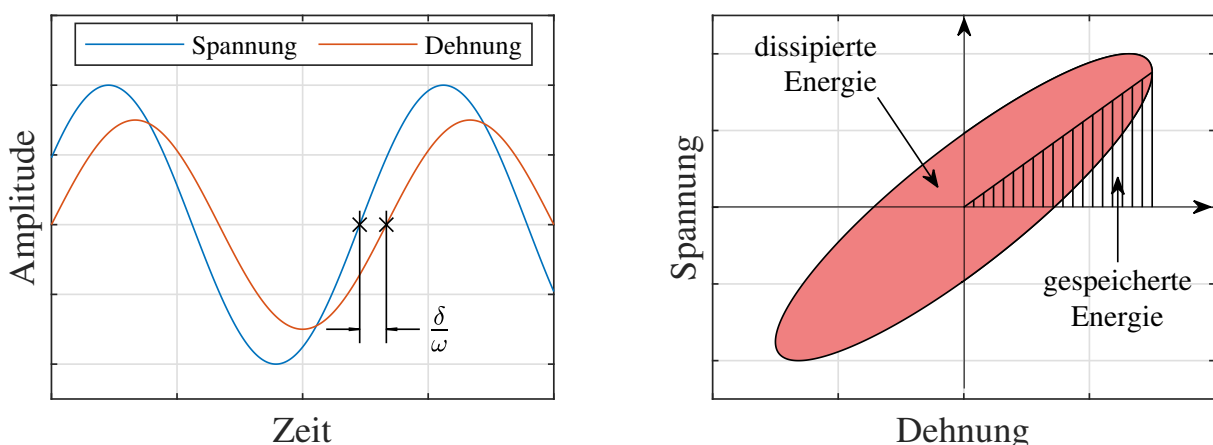


Abbildung 2.2: **Links:** Phasenverschiebung zwischen Spannungsanregung und Dehnungsantwort bei viskoelastischem Materialverhalten. **Rechts:** Aus der Phasenverschiebung resultierende Hysterese.

$\tan \delta(\omega)$, eine weitere Größe zur Charakterisierung des Materialverhaltens. Der Verlustfaktor resultiert aus der Phasenverschiebung δ zwischen der Spannungsanregung und Dehnungsantwort und ist definiert als das Verhältnis aus Speicher- und Verlustmodul

$$\tan(\delta(\omega)) = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)} \quad (2.3)$$

und damit ebenfalls frequenzabhängig. Bisher wurde bei der Notation des Spannungs-Dehnungs-Zusammenhangs eine Schubverformung angenommen. In der Literatur wird alternativ der uniaxiale Belastungsfall behandelt, z. B. in [17]. In diesem Fall sind die Spannungen und Dehnungen statt über einen komplexen Schubmodul durch den komplexen Elastizitätsmodul E^* miteinander verknüpft. Unter der Annahme isotropen Materialverhaltens sind beide Parameter jedoch mithilfe der Querkontraktionszahl ν durch

$$E^*(\omega) = 2G^*(\omega)(1 + \nu) \quad (2.4)$$

linear ineinander überführbar und in ihrer qualitativen Auswirkung somit äquivalent. Im Zusammenhang mit Gl. (2.4) sei angemerkt, dass die Querkontraktionszahl ebenfalls eine frequenzabhängige, komplexe Größe ist. Typischerweise wird die Querkontraktionszahl jedoch als konstant und reellwertig angenommen [115, 132] und ist für Elastomere typischerweise knapp unter 0.5 beziffert [18].

Die bisherige Behandlung des Zusammenhangs zwischen Spannungen und Dehnungen beschränkte sich auf den einachsigen Belastungsfall. Unter der Annahme isotropen Materialverhaltens lässt sich der Zusammenhang $\hat{\sigma} = E^*(\omega)\hat{\varepsilon}$ der komplexen Spannungs- ($\hat{\sigma}$) und Dehnungsamplituden ($\hat{\varepsilon}$) auf Basis einer komplexen Elastizitätsmatrix $E^*(\omega)$ in den dreidimensionalen Raum transformieren. Die komplexe Elastizitätsmatrix setzt sich dabei aus dem komplexen Elastizitätsmodul und der Querkontraktionszahl zusammen [110]

$$E^*(\omega) = \frac{E^*(\omega)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Die Real- und Imaginärteile der Matrix kennzeichnen ebenfalls die elastischen und dissipativen Eigenschaften des Materials. Aus Gl. (2.5) ist ersichtlich, dass die frequenzabhängige viskoelastische Eigenschaft erhalten bleibt. Die Frequenzabhängigkeit des Speichermoduls und Verlustfaktors eines Elastomers ist für eine konstante Temperatur exemplarisch im linken Diagramm in **Abb. 2.3** veranschaulicht.

Der typische Einsatzbereich eines Elastomers lässt sich in drei Teilbereiche untergliedern.

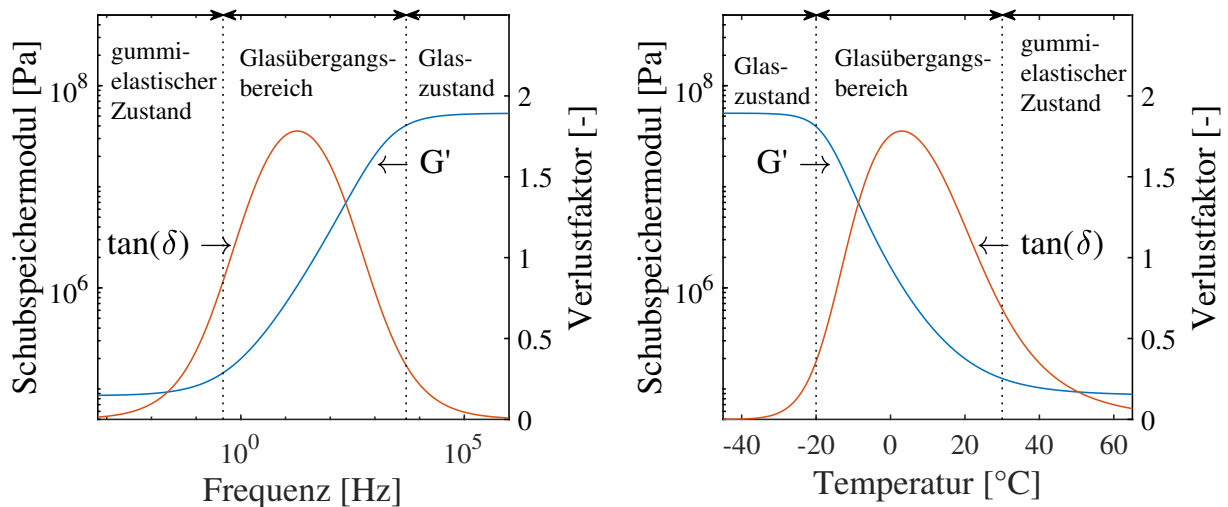


Abbildung 2.3: Frequenz- (**links**) und temperaturabhängiger (**rechts**) Verlauf des Verlustfaktors und Schubspeichermoduls des viskoelastischen Materials aus [116]

Im unteren Frequenzbereich weist ein Elastomer einen geringen Speichermodul und damit eine geringe Materialsteifigkeit sowie einen niedrigen Verlustfaktor auf. Während die Relaxationszeiten der langen Kettensegmente und der Belastungszyklus in derselben zeitlichen Größenordnung liegen, sind die kurzen Kettensegmente bereits relaxiert und tragen nicht mehr zur Materialsteifigkeit bei [18]. In diesem Bereich überwiegen die entropie-elastischen Rückstellkräfte, weshalb die entsprechende Region als entropie-elastischer oder auch als gummielastischer Bereich (engl.: *rubbery region*) bezeichnet wird [120]. Bei ansteigender Frequenz und damit verkürzter Reaktionszeit der Polymerketten kommt es zu einer kontinuierlichen Versteifung. Durch die verkürzte Reaktionszeit reduziert sich der Anteil der vollständig relaxierten Segmente innerhalb des Belastungszyklus. Zugleich steigt der Anteil der Segmente, die gemeinsam an der durch die Belastung erzwungenen Bewegung teilnehmen. Infolgedessen steigen der Speichermodul und Verlustfaktor an [18]. Bei einer bestimmten Frequenz befindet sich schließlich ein Großteil der Kettensegmente in Bewegung, wodurch der Speichermodul stark ansteigt und der Verlustfaktor ein Maximum aufweist. Dieser Bereich wird Glasübergangsbereich genannt (engl.: *glas transition region*). Bei weiterem Anstieg der Frequenz ist der Zeitraum zu kurz, um Bewegungen bzw. das Auflösen der Verknäuelungen der Kettensegmente zuzulassen. Stattdessen verhalten sich die Segmente versteifend und sorgen für einen maximalen Speichermodul und einen niedrigen Verlustfaktor [18]. Dem typischen Verhalten entsprechend wird diese Region als Glaszustandsbereich bezeichnet (engl.: *glassy region*) [120]. Die Rückstellkraft resultiert hierbei aus der Auslenkung der Atome aus ihrer Gleichgewichtslage und ist daher von energie-elastischer Natur.

2.1.3 Zeit-Temperatur-Superposition

Die mechanischen Relaxationseigenschaften von Polymerwerkstoffen weisen neben der Zeit- bzw. Frequenzabhängigkeit typischerweise eine hohe Abhängigkeit gegenüber der

Temperatur auf. Tatsächlich besteht eine Analogie zwischen der Zeit- und Temperaturabhängigkeit, wie in **Abb. 2.3** erkennbar. Der Hintergrund dieser Analogie liegt im molekularen Aufbau des Polymernetzwerks. Die temperaturabhängigen elastischen Eigenschaften des Elastomers werden maßgeblich durch die Seitengruppen bestimmt und die Beweglichkeit der Polymerketten durch physikalische Verknäulungen und chemische Vernetzungsstellen gehemmt. Dieser Prozess lässt sich mithilfe des verfügbaren freien Volumens verdeutlichen. Das freie Volumen ist das Volumen eines Polymers, welches nicht mit molekularer Masse besetzt ist und aus diesem Grund Platzwechsel zulässt [17, 120].

Bei niedrigen Temperaturen ist das freie Volumen stark reduziert und die Bewegungsmöglichkeiten der Moleküle begrenzt. Beispielsweise werden Rotationen der Hauptkette sowie Relativbewegungen individueller Polymersegmente verhindert [17]. Die Folge ist eine hohe Materialsteifigkeit, die wiederum in einem erhöhten Speichermodul resultiert. Das Elastomer verhält sich, ähnlich wie bei hohen Frequenzen, glasartig. Durch eine Temperaturerhöhung steigt das freie Volumen bis zur Glasübergangsphase kontinuierlich an. Bei der Glasübergangstemperatur tritt jedoch eine Änderung der Anstiegsrate des freien Volumens auf, die auf das thermodynamische Gleichgewicht zwischen den molekularen Wechselwirkungen und den entropischen Kräften zurückzuführen ist [20]. Infolgedessen nimmt das freie Volumen sowie die Bewegungsfreiheit der individuellen Moleküle rapide zu. Die Materialsteifigkeit sinkt deutlich, während der Verlustfaktor einen Maximalwert aufweist. Bei einem weiteren Temperaturanstieg vergrößert sich das freie Volumen und die Bewegungsmöglichkeiten der Moleküle steigen sukzessive an. Auf diese Weise werden die Relaxationsprozesse der Molekülketten begünstigt. Die Folge ist ein Abfall der Materialsteifigkeit. Sowohl der Speichermodul als auch der Verlustfaktor sinken und das Elastomer weist, wie bei niedrigen Frequenzen, ein gummielastisches Verhalten auf. Polymere erreichen bei weiter ansteigenden Temperaturen sogar einen Fließzustand, indem sich das Material durch aneinander vorbeigleitende Polymerketten zersetzt. Dieser Zustand liegt jedoch außerhalb des typischen Anwendungsbereichs der Dämpfungsauslegung und wird im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet.

Das Auftreten der zuvor beschriebenen Effekte und der Analogie zwischen Frequenz und Temperatur definieren die Zeit-Temperatur-Äquivalenz, welche auch als Zeit-Temperatur-Superpositionsprinzip (ZTS) bekannt ist [21]. Eine Temperaturänderung sorgt demnach für eine annähernd horizontale Verschiebung der Materialkennlinien entlang der logarithmischen Frequenz- bzw. Zeitachse. Sofern alle Relaxationsprozesse innerhalb eines Dispersionsgebietes dieselbe Temperaturabhängigkeit aufweisen, ist das ZTS anwendbar und das entsprechende Materialverhalten wird als thermo-rheologisch einfach bezeichnet [97, 119, 120]. Auf das ZTS wird insbesondere bei der messtechnischen Ermittlung der dynamischen Materialparameter von viskoelastischen Materialien zurückgegriffen. In diesem Zusammenhang werden Dynamisch Mechanische Analysen (DMA) bei verschiedenen Anregungsfrequenzen durchgeführt und das Vorgehen bei unterschiedlichen Temperaturen wiederholt. Hierbei ist zu beachten, dass DMA-basierte Messsysteme nur einen begrenzten Frequenzbereich abdecken können. Auf Grundlage

gen des freien Volumens [60, 137]. Die WLF-Parameter C_1 und C_2 sind zwei materialspezifische Konstanten und hängen von der gewählten Bezugstemperatur ab. Üblicherweise werden die Werte von C_1 und C_2 durch *curve fitting* der experimentell ermittelten Verschiebungsfaktoren bestimmt. Ein Beispiel für dieses Vorgehen ist in [109, 116] zu finden, eine Übersicht der WLF-Parameter von verschiedenen Polymerwerkstoffen wird in [97] gegeben. Grundsätzlich ist das ZTS bei amorphem, ungefülltem Kautschuk anwendbar [60]. Neben der WLF-Gleichung existiert mit dem ARRHENIUS-Ansatz eine weitere Formulierung für die Horizontalverschiebung, die sich jedoch auf den Temperaturbereich unterhalb der Glasübergangsregion bezieht [17, 120].

In der Literatur existieren darüber hinaus unterschiedliche Ansätze zur visuellen Überprüfung der Anwendbarkeit des ZTS, bei denen auf temperaturabhängige Messdaten des komplexen Moduls zurückgegriffen wird. Die verschiedenen Komponenten des komplexen Moduls werden dabei zusammenhängend in einem Diagramm aufgetragen [51, 53, 116, 130]. Im Falle von rheologisch-einfachem Materialverhalten ergibt sich jeweils ein durchgängiger Kurvenzug.

Vertikalverschiebung

Bei Elastomeren, denen verstärkende Füllstoffe wie Silica oder Ruß beigemischt wurden, tritt der PAYNE-Effekt auf [100, 101, 102]. Dieser Effekt beschreibt die Abnahme des komplexen Moduls bei ansteigenden Dehnungsamplituden ab ca. 0.1 % und verursacht dadurch ein nichtlineares Deformationsverhalten des Elastomers [60]. Die Ursache dafür ist auf die Füllstoff-Füllstoff-Wechselwirkung zurückzuführen. Bei ansteigenden Dehnungsamplituden bricht das der Polymermatrix überlagerte Füllstoff-Netzwerk auseinander und verliert infolgedessen seinen Einfluss auf die Gesamtsteifigkeit des Elastomers [101, 102]. Dieser Vorgang tritt insbesondere bei hohen Temperaturen bzw. niedrigen Frequenzen auf, da bei diesen Zuständen die Polymermatrix wesentlich nachgiebiger ist als das Füllstoffnetzwerk und damit der Hauptbeitrag zur mechanischen Steifigkeit vom Füllstoffnetzwerk ausgeht [60]. Aus diesem Grund basiert das komplexe temperaturabhängige Verhalten von füllstoffhaltigen Elastomeren auf zwei Relaxationsprozessen von sich durchdringenden Polymer- und Füllstoffnetzwerken [60]. Hierbei entspricht die Transformation des Füllstoffnetzwerks einem ARRHENIUS-artigen Aktivierungsprozess [39, 60]. In diesem Fall ist die Annahme eines rheologisch-einfachen Materialverhaltens nicht zutreffend und die isothermen Materialkurven können nicht ausschließlich durch eine horizontale Verschiebung einander angenähert werden. Stattdessen muss der Verschiebungsprozess um einen vertikalen Verschiebungsfaktor β erweitert werden, wie in **Abb. 2.4** dargestellt. Der formale Zusammenhang ergibt sich zu [116]

$$G'(f_i, T_i) = \beta_{G'}(T_i, T_{\text{Ref}}) G'(f_{\text{Ref}}, T_{\text{Ref}}), \quad (2.8)$$

$$G''(f_i, T_i) = \beta_{G''}(T_i, T_{\text{Ref}}) G''(f_{\text{Ref}}, T_{\text{Ref}}). \quad (2.9)$$

Unter der Annahme, dass der komplexe Modul proportional von der Anzahl an Füllstoff-

Kontakten abhängt, lässt sich der Verschiebungsfaktor über die ARRHENIUS-Gleichung bestimmen [39]

$$\beta = e^{\left(\frac{W_A}{R} \left(\frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_{\text{Ref}}}\right)\right)}. \quad (2.10)$$

Der Parameter W_A entspricht der scheinbaren Aktivierungsenergie und R der universellen Gaskonstanten. Wie in Gl. (2.8) und Gl. (2.9) ersichtlich, unterscheiden sich die Verschiebungsfaktoren. Dies hängt mit den unterschiedlichen Aktivierungsenergien des Speicher- und Verlustmoduls zusammen. Im Kontext des *dynamic flocculation models* [59] bezieht sich die Aktivierungsenergie des Speichermoduls auf die Steifigkeit der unveränderten Füllstoffverbindungen, wohingegen die Aktivierungsenergie des Verlustmoduls an die Steifigkeit der weicheren Füllstoffverbindungen im beschädigten Zustand gekoppelt ist [39, 60]. Im Bereich kleiner Deformationen unterscheiden sich die Aktivierungsenergien kaum voneinander, bei großen Deformationen dagegen schon. Die Aktivierungsenergie des Verlustmoduls ist dabei höher als die des Speichermoduls. Die entsprechende Differenz hängt darüber hinaus vom Füllstoffgehalt ab [39, 101].

Es sei angemerkt, dass sich Gl. (2.6)-(2.10) auf den experimentellen Ansatz zur Ermittlung einer Masterkurve beziehen. Sofern die Masterkurve für einen gewählten Referenzzustand bekannt ist, können die Materialeigenschaften davon ausgehend für beliebige Frequenz- und Temperaturzustände f_i , T_i berechnet werden.

2.1.4 Modellierung des linear viskoelastischen Materialverhaltens

Die Modellierung von viskoelastischen Eigenschaften ist seit dem 19. Jahrhundert Gegenstand von Forschungsaktivitäten. Wie in den Abschnitten zuvor gezeigt, unterliegen die Materialeigenschaften jedoch zeit- und temperaturabhängigen Einflüssen und hängen darüber hinaus noch von weiteren Parametern wie z. B. der Deformationsamplitude ab. Bislang existiert kein Materialmodell, das alle Abhängigkeiten zusammen abbilden kann [132]. Dies ist häufig auch nicht nötig, da sich dynamische Prozesse unter bestimmten Annahmen (z. B. isothermer Zustand, kleine Deformationen) vereinfacht betrachten lassen. Im Fokus steht daher insbesondere die mathematische Modellierung der zeit- und frequenzabhängigen Eigenschaften.

Rheologische Modellierung

In diesem Zusammenhang wurde in der Vergangenheit häufig auf Elemente der Modellrheologie zurückgegriffen, zu denen das HOOKE'sche Federelement und der viskose Dämpfer zählen. Durch Kombination dieser Basiselemente lassen sich rheologische Ersatzmodelle ableiten, mit denen sich der differentielle Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung, inklusive deren zeitlicher Ableitungen, darstellen lässt. Mit einfachen rheologischen Modellen wie dem MAXWELL-Modell zur Darstellung einfacher Spannungsrelaxation oder dem KELVIN-VOIGT-Modell zur Darstellung einfacher Kriech-

vorgänge, kann das reale viskoelastische Materialverhalten von Polymerwerkstoffen nur unzureichend approximiert werden [17, 18]. Aufgrund ihrer molekularen Zusammensetzung aus kurzen und langen Kettensegmenten ist bspw. das Relaxationsverhalten realer Polymere wesentlich komplexer und nicht durch ein einzelnes MAXWELL-Element abbildbar. Tatsächlich findet die vollständige Spannungsrelaxation im Material nicht in einem schmalen Zeitintervall um eine Relaxationszeit statt, sondern erstreckt sich über einen breiten Zeitraum mehrerer Größenordnungen [120]. Daher ist das Relaxationsverhalten nicht über eine einzelne Relaxationszeit darstellbar, sondern gleichbedeutend mit einer Überlagerung von n Relaxationszeiten. Im rheologischen Sinn kann dies als Parallelschaltung von n MAXWELL-Elementen mit den jeweiligen Relaxationsfunktionen $G_{R,i}(t)$ verstanden werden. Ein Federelement ist zusätzlich parallelgeschaltet, um dem Modell Festkörpereigenschaften zu verleihen. Je nach Betrachtungszeitraum werden zur Modellierung fünf bis 15 MAXWELL-Elemente verwendet [17]. Das daraus resultierende Modell wird aufgrund des besonderen Aufbaus verallgemeinertes MAXWELL-Modell genannt [21]. Ebenfalls in der Literatur gängige Bezeichnungen sind WIECHERT-Modell [17] oder PRONY-Reihe [106]. **Abbildung 2.5** demonstriert den rheologischen Aufbau eines verallgemeinerten MAXWELL-Modells und illustriert den Einfluss der parallelgeschalteten Komponenten auf den zeitlichen Verlauf des Relaxationsmoduls.

Die aus dem Modell ableitbare zeitabhängige Relaxationsfunktion setzt sich aus der Summe der Beiträge der einzelnen Feder und aller MAXWELL-Stränge zusammen [106]

$$G_R(t) = G_\infty + \sum_{i=1}^n G_{R,i} e^{-\frac{t}{\tau_i}}. \quad (2.11)$$

Die Parameter G_i repräsentieren die Federsteifigkeiten der MAXWELL-Elemente und G_∞ die Steifigkeit der parallelgeschalteten Feder. Die Relaxationszeiten werden durch τ_i dargestellt, wobei $\tau_i = \frac{\mu_i}{G_i}$ dem Verhältnis der dynamischen Viskosität μ_i des viskosen Dämpfers zur Federsteifigkeit entspricht [17, 127]. Darüber hinaus lässt sich die Modellglei-

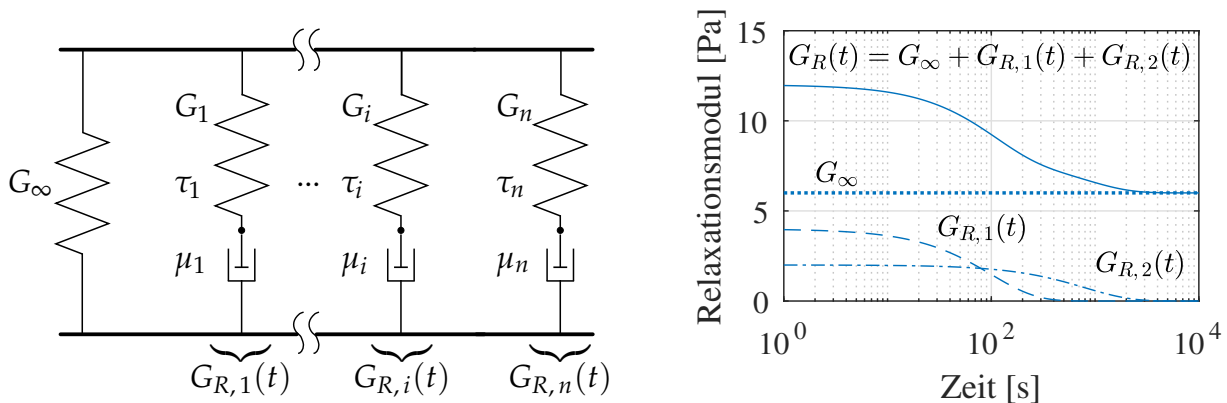


Abbildung 2.5: Links: Rheologischer Aufbau des verallgemeinerten MAXWELL-Modells. **Rechts:** Exemplarische Zusammensetzung des Relaxationsmoduls für $G_\infty = 6$ Pa, $G_1 = 4$ Pa, $G_2 = 2$ Pa, $\tau_1 = 100$ s und $\tau_2 = 800$ s.

chung für den Speicher- und Verlustmodul im Frequenzbereich angeben [17, 106]

$$G'(\omega) = G_\infty + \sum_{i=1}^n G_i \frac{\omega^2 \tau_i^2}{1 + \omega^2 \tau_i^2}, \quad (2.12)$$

$$G''(\omega) = \sum_{i=1}^n G_i \frac{\omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}. \quad (2.13)$$

Die Modellparameter werden durch den analytischen Modellabgleich mit gemessenen Experimentaldaten identifiziert. Der Nachteil des Ansatzes besteht in der hohen Anzahl an benötigten Modellparametern zur Approximation der Materialeigenschaften. Dafür ist das Modell physikalisch leicht interpretierbar [132].

Modelle der fraktionalen Ableitungen

Eine weitere Kategorie der Materialmodelle bildet der Ansatz der fraktionalen Ableitungen. Hierbei wird angenommen, dass der Zusammenhang zwischen zeitabhängigen Spannungen und Dehnungen über eine Reihe von Ableitungen fraktionaler Ordnung ausgedrückt werden kann. BAGLEY UND TORVIK [10] zeigten, dass in diesem Fall fünf Modellparameter ausreichend sind, um das mechanische Materialverhalten mithilfe des komplexen Moduls über einen breiten Frequenzbereich abzubilden. In [11] merkten BAGLEY UND TORVIK an, dass die Modellierung von Experimentaldaten mithilfe des Fünf-Parameter-Modells zu zwei ungefähr gleichwertigen Parametern führe. Aus dieser Beobachtung folgte die Zusammenfassung der entsprechenden Modellparameter und die Reduktion zu einem Vier-Parameter-Modell. Außerdem wurde die Übereinstimmung des Modellansatzes mit thermodynamischen Randbedingungen begründet. Weitere Untersuchungen bzgl. der Anwendbarkeit der Vier- und Fünf-Parameter-Modelle wurden von PRITZ [107, 108] präsentiert. Demnach eignet sich das Vier-Parameter-Modell für eine gute Abbildung der Materialeigenschaften, sofern der Verlustfaktor des viskoelastischen Materials einen einzelnen symmetrischen Peak aufweist. Dagegen werden mindestens fünf Modellparameter benötigt, wenn der Peak des Verlustfaktors asymmetrisch ist und die Materialeigenschaften im hochfrequenten Bereich modelliert werden sollen. Aufgrund der kompakten Beschreibung des komplexen Moduls mit nur wenigen Modellparametern besteht ein wesentlicher Vorteil gegenüber dem klassischen rheologischen Ansatz, der eine hohe Anzahl an Modellparametern voraussetzt. Daher wird das Modell der fraktionalen Ableitungen häufig verwendet, z. B. in [114, 116].

Verwendung von internen Variablen

Ein alternativer Ansatz zur Modellierung der dynamischen Materialeigenschaften beruht auf der Verwendung interner Variablen. Durch die Einführung der internen Variablen wird die komplexwertige Dämpfung des viskoelastischen Materials durch entsprechende Feder- und Dämpferelemente ersetzt [146]. Auf diese Weise können strukturdynamische Probleme direkt im Zeitbereich gelöst werden [132]. Ein grundsätzlicher Nachteil der Modelle mit internen Variablen ist die erhöhte Systemordnung in der Finite Elemente Methode (FEM), die sich je nach gewähltem Modellansatz unterscheidet [132, 149].

Die Idee zur Verwendung von internen Variablen zur Beschreibung von viskoelastischem Materialverhalten lässt sich auf die Arbeit von BIOT [15] zurückführen. Basierend auf den thermodynamischen Zusammenhängen irreversibler Prozesse leitete BIOT ein verallgemeinertes Modell für linear viskoelastisches Materialverhalten her. Demnach können Relaxationsprozesse mithilfe einer Parallelschaltung eines Feder- und Dämpferelements sowie einer bestimmten Anzahl an MAXWELL-Elementen dargestellt werden [15, 132]. Auf Grundlage des BIOT-Modells entwickelten GOLLA, HUGHES und MCTAVISH das nach ihnen benannte GHM-Modell [42, 81, 82, 83]. Die Relaxationsfunktion des GHM-Modells wird im LAPLACE-Bereich als Serie von Mini-Oszillatoren dargestellt und beinhaltet im Gegensatz zum BIOT-Modell zusätzlich Trägheitseigenschaften. Jeder der Oszillatoren wird daher durch eine rationale Funktion zweiten Grades beschrieben. Wie auch beim BIOT-Modell, hängt die benötigte Anzahl an Mini-Oszillatoren vom viskoelastischen Materialverhalten und dem betrachteten Frequenzbereich ab [131]. Der Vorteil dieses Ansatzes besteht in der einfachen Überführung in die Finite Elemente Methode [42, 149]. Einen ähnlichen Ansatz verfolgten LESIEUTRE ET AL. [66, 67] durch die Einführung sogenannter *Anelastic Displacement Fields* (ADF). Bei dieser Methode wird das mechanische Verschiebungsfeld in eine elastische und eine unelastische Komponente aufgeteilt und die viskoelastische Relaxationsfunktion ebenfalls durch eine Summe von Modellfunktionen im LAPLACE-Bereich beschrieben. Im Gegensatz zum GHM-Modell benötigt das ADF-Modell eine geringere Anzahl an Modellparametern. Daher besteht der Vorteil des ADF-Ansatzes gegenüber dem GHM-Modell in der kleineren Systemordnung bei Verwendung der FEM [126, 132].

Die Parameter der vorgestellten Modelle werden ebenfalls aus dem Funktionsabgleich zwischen numerischen und experimentellen Daten des komplexen Moduls identifiziert. Das Vorgehen ist u. a. in [131, 133, 146] dokumentiert. Darüber hinaus existieren weitere Modelle, die das viskoelastische Materialverhalten mithilfe interner Variablen approximieren. Entsprechende Übersichten sind in [2, 132, 149] zu finden. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wurde jedoch aufgrund der veranschaulichten mechanischen Analogie auf das verallgemeinerte MAXWELL-Modell zurückgegriffen.

2.2 Schwingungsdämpfung viskoelastischer Systeme

Ein Teilgebiet der Strukturodynamik befasst sich mit der Dämpfung von schwingenden Systemen. Dämpfung spielt eine wichtige Rolle, da sie einen signifikanten Beitrag zur Schwingungskontrolle und zur Langlebigkeit von Strukturen leisten kann. Viskoelastische Materialien haben hierbei aufgrund ihrer Eigenschaften einen besonderen Stellenwert und sind in der Praxis in einem breiten Anwendungsspektrum vertreten. Ein umfassender Überblick des Themengebiets wird in [32, 94, 112] gegeben.

Es ist an dieser Stelle wichtig, die Schwingungsdämpfung von anderen schwingungsmindernden Maßnahmen wie der Isolierung und der Tilgung abzugrenzen, bei denen eben-

falls viskoelastische Materialien zum Einsatz kommen können. Die Schwingungsisolierung dient dazu, die Übertragung von dynamischen Kräften zwischen zwei Teilsystemen nach dem Prinzip eines Tiefpassfilters zu verhindern. Dabei wird bspw. die Lagerung einer unwuchterregten Maschine so ausgelegt, dass die Eigenfrequenz der Maschine weit unter der hochfrequenten Erregerfrequenz liegt. Auf diese Weise wird die Unwuchterregung durch die Lagerung in deutlich abgeschwächter Form an die Umgebung weitergegeben. Die Schwingungstilgung beruht dagegen auf dem Prinzip der Kraftkompensation durch gegenphasige Schwingungen. Hierbei wird eine Tilgermasse elastisch an ein dynamisch angeregtes System angekoppelt. Der Tilger ist dabei so ausgelegt, dass die von ihm ausgehende harmonische Kraft bei der Erregerfrequenz exakt gegenphasig zur harmonischen Erregerkraft auf das System wirkt [75]. Im Gegensatz zur Schwingungsdämpfung wird weder bei der Isolierung noch bei der Tilgung Schwingungsenergie dissipiert.

Der Dissipationseffekt von gedämpften Systemen lässt sich sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich anhand von **Abb. 2.6** veranschaulichen. In diesem Zusammenhang ist zu beachten, dass die mathematische Beschreibung der Schwingungsdämpfung auf der Wahl des Dämpfungsmodells basiert. In der Literatur existiert eine Vielzahl von Dämpfungsmodellen, die unterschiedlichen Annahmen unterliegen. Zu den Modellen, die den physikalischen Mechanismus der Dämpfung abbilden, zählen die viskose Dämpfung, die strukturelle Dämpfung und die Reibungsdämpfung [33, 94]. Dagegen ist die proportionale Dämpfung, auch bekannt als RAYLEIGH-Dämpfung, ein unphysikalisches Modell, welches jedoch mit mathematischen Vorteilen bei der Schwingungsbeschreibung einhergeht [33]. Im Frequenzbereich bewirkt eine strukturelle Dämpfung eine abgeminderte Resonanzüberhöhung sowie eine niedrigere Änderungsrate der Phase im Bereich der Resonanzstelle. Dagegen kennzeichnet sich eine viskose Dämpfung im Zeitbereich durch das exponentielle Abklingen einer freien Schwingung.

Die im Rahmen dieser Arbeit behandelte viskoelastische Dämpfung ist aufgrund der Frequenzabhängigkeit der Materialeigenschaften als Sonderfall der strukturellen Dämpfung zu verstehen. Eine geeignete Methode für die Modellierung und Analyse strukturdynamischer Systeme ist die FEM. In Abschnitt 2.2.1 wird die Implementierung viskoelasti-

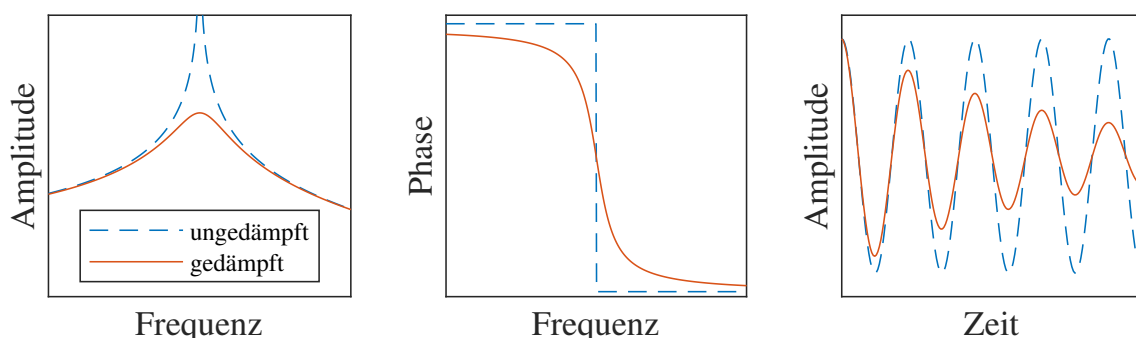


Abbildung 2.6: Vergleich der Amplitudenverläufe (**links**) und Phasengänge (**mitte**) eines ungedämpften und strukturell gedämpften Einmassenschwingers im Frequenzbereich. **Rechts**: Einfluss von viskoser Dämpfung auf eine freie Schwingung im Zeitbereich.

scher Eigenschaften in die FEM erläutert und auf die Besonderheiten der resultierenden Bewegungsgleichung eingegangen. Im Anschluss werden in Abschnitt 2.2.2 Methoden vorgestellt, die die numerische Analyse viskoelastisch gedämpfter Systeme ermöglichen.

2.2.1 Diskretisierung viskoelastischer Systeme

Bei Verwendung der FEM wird das kontinuierliche System durch eine endliche Anzahl an finiten Elementen diskretisiert und auf Basis des Variationsprinzips ein Gleichungssystem gewöhnlicher Differenzialgleichungen zur Berechnung der Dynamik formuliert [13, 61, 71]. Die Grundlage des Gleichungssystems bilden Systemmatrizen, die die Trägheits-, Dämpfungs- und Steifigkeitseigenschaften des Gesamtsystems repräsentieren. Die entsprechenden Gleichungen zum Aufstellen der Systemmatrizen für ideal elastische Kontinua mit viskoser Dämpfung sind in der FEM-Literatur ausführlich dokumentiert [13, 61, 71]. Die Dynamik eines solchen Systems lässt sich über die Gleichung

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{D} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{u}(t) = \mathbf{q}(t) \quad (2.14)$$

beschreiben, wobei \mathbf{M} die Massenmatrix, \mathbf{D} die viskose Dämpfungsmatrix, \mathbf{K} die Steifigkeitsmatrix, \mathbf{u} der Vektor der Knotenverschiebungen und \mathbf{q} der Vektor der äußeren Kräfte ist. Die Formulierung von viskoelastisch gedämpften Systemen unterscheidet sich jedoch von dieser klassischen Bewegungsgleichung, wie im Nachfolgenden gezeigt wird. Außerdem spielt hierbei die Wahl des verwendeten Materialmodells eine entscheidende Rolle (vgl. Abschnitt 2.1.4).

Modellierung über interne Variablen

Bei viskoelastischen Zeitbereichsmodellen wie dem BIOT-, GHM- und dem ADF-Modell werden die dissipativen Eigenschaften durch eine erweiterte viskose Dämpfungsmatrix repräsentiert. Die Erweiterung resultiert aus der Verwendung der internen Variablen, die als zusätzliche Freiheitsgrade in den Systemmatrizen, aber auch in den Vektoren der Knotenverschiebungen und der äußeren Kräfte aus Gl. (2.14) berücksichtigt werden. Die entsprechende Bewegungsgleichung 2. Ordnung ist dabei äußerlich äquivalent zu viskos gedämpften Systemen [132]

$$\underline{\mathbf{M}} \ddot{\underline{\mathbf{u}}}(t) + \underline{\mathbf{D}} \dot{\underline{\mathbf{u}}}(t) + \underline{\mathbf{K}} \underline{\mathbf{u}}(t) = \underline{\mathbf{q}}(t). \quad (2.15)$$

Die Erweiterung der Matrizen und Vektoren ist hierbei durch das Symbol ($\underline{\quad}$) gekennzeichnet. Die Matrizenerweiterung richtet sich nach dem gewählten Materialmodell sowie nach der gewählten Modellordnung, die für die Modellanpassung des komplexen Moduls bzw. der Relaxationsfunktion an die experimentell ermittelten Materialdaten gewählt wurden. Darin besteht der wesentliche Nachteil der Zeitbereichsmodellierung. Je

nach Modellordnung steigt der numerische Aufwand aufgrund der zusätzlichen Freiheitsgrade erheblich an [132, 133]. Dafür stehen für diesen Modellansatz die Analyseverfahren viskos gedämpfter Systeme zur Verfügung. Da dieser Ansatz im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine Anwendung findet, wird für weitere Informationen bzgl. der Zusammensetzung der erweiterten Matrizen und Vektoren auf die entsprechende Literatur verwiesen [82, 132, 146].

Modellierung mittels komplexen Moduls

Im Gegensatz zum Modellierungsansatz durch interne Variablen werden die viskoelastischen Eigenschaften bei Verwendung des komplexen Moduls durch eine komplexe Steifigkeitsmatrix abgebildet. Die einzelnen Elementsteifigkeitsmatrizen \mathbf{K}_E^* setzen sich aus der komplexen Elastizitätsmatrix aus Gl. (2.5) und der Matrix der abgeleiteten Formfunktionen \mathbf{B} durch Integration über das Elementvolumen V_E zusammen [110]

$$\mathbf{K}_E^*(\omega) = \int_{V_E} \mathbf{B}^T \mathbf{E}^*(\omega) \mathbf{B} dV_E. \quad (2.16)$$

Aus Gl. (2.16) wird direkt deutlich, dass die komplexwertige Beschreibung der viskoelastischen Eigenschaften durch die FEM propagiert und zu einer komplexen und frequenzabhängigen Elementsteifigkeitsmatrix führt. Analog zum komplexen Modul entspricht der Realteil der Matrix den elastischen und der Imaginärteil den dissipativen Eigenschaften. Streng genommen hängen die viskoelastischen Elementsteifigkeitsmatrizen ebenfalls von der Temperatur ab. Da innerhalb des Betrachtungszeitraums der dynamischen Prozesse im weiteren Verlauf der Arbeit ein isothermer Zustand angenommen wird, wird zugunsten der Übersichtlichkeit auf die entsprechende Notation des Temperatureinflusses verzichtet. Die n Elementmatrizen werden mithilfe von Zuordnungsmatrizen $\mathbf{T}_{E,i}$ in eine entsprechende globale Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}^* eingeordnet [61, 71]

$$\mathbf{K}^*(\omega) = \sum_{i=1}^n \mathbf{T}_{E,i}^T \mathbf{K}_{E,i}^*(\omega) \mathbf{T}_{E,i}. \quad (2.17)$$

Durch dieses Vorgehen wird der lokale Einfluss von viskoelastischen Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften im Gesamtsystem berücksichtigt. Für elastisch-viskoelastische Verbundstrukturen, bei denen der Materialdämpfungsanteil der elastischen Komponenten vernachlässigbar ist, ist der Imaginärteil der komplexen Steifigkeitsmatrix spärlich besetzt. Zusätzlich setzt das Aufstellen der komplexen Steifigkeitsmatrix voraus, dass sich das diskretisierte Kontinuum in einem stationär-harmonischen Schwingungszustand befindet. Eine Berechnung von abklingenden Schwingungen im Zeitbereich ist damit nicht zulässig. Die Bewegungsgleichung erzwungener harmonischer Schwingungen ergibt sich im Frequenzbereich zu [110, 114]

$$\left[-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}^*(\omega) \right] \hat{\mathbf{u}}^* = \hat{\mathbf{q}}. \quad (2.18)$$

Während \hat{q} den Vektor der harmonischen Kraftamplituden kennzeichnet, entspricht \hat{u}^* dem aus der Anregung resultierenden Vektor der komplexen Knotenverschiebungsamplituden. Der Klammerausdruck $[-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}^*(\omega)]$ stellt die dynamische Steifigkeitsmatrix dar. Die Dämpfung wird über den Imaginärteil der Steifigkeitsmatrix beschrieben, weshalb die resultierenden Dämpfungskräfte verformungsproportional sind und der Dämpfungsmechanismus als hysteretische Dämpfung bezeichnet wird.

2.2.2 Strukturdynamische Analyseverfahren

Die Auswahl einer Methode zur strukturdynamischen Analyse von viskoelastischen Systemen ist an unterschiedliche Kriterien geknüpft. Ein entscheidender Faktor ist dabei das verwendete viskoelastische Materialmodell. **Abbildung 2.7** gibt einen allgemeinen Überblick über die Analysemöglichkeiten diskretisierter viskoelastischer Systeme, die im weiteren Verlauf erläutert werden. Modelle, die das Materialverhalten mithilfe von internen Variablen approximieren, ermöglichen die Lösung des Eigenwertproblems von Gl. (2.15) durch Transformation in den Zustandsraum [132]. Darin besteht ein wesentlicher Vorteil gegenüber der Materialmodellierung mit einem komplexen Modul, weil das entsprechende Gleichungssystem nicht iterativ gelöst werden muss. Außerdem lassen sich mithilfe der Zeitbereichsmodellierung transiente Vorgänge direkt berechnen [133]. Da diese Verfahren im weiteren Verlauf der Arbeit jedoch keine Relevanz besitzen, wird für weitere Informationen auf die entsprechende Literatur verwiesen [125, 132].

Wird das viskoelastische Materialverhalten mithilfe des komplexen Moduls beschrieben, kommen aufgrund der frequenzabhängigen Steifigkeitsmatrix andere Analyseverfahren zum Einsatz als bei viskos gedämpften Systemen. Typischerweise wird die Dämpfung

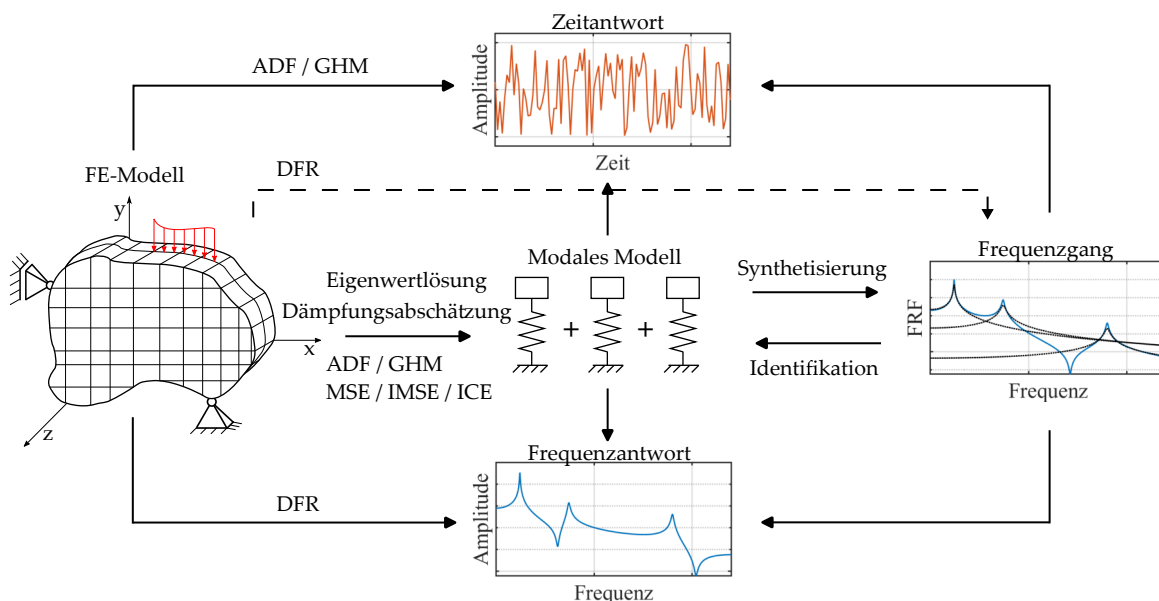


Abbildung 2.7: Überblick über die Möglichkeiten zur strukturdynamischen Analyse von viskoelastischen Systemen in Anlehnung an [132]

bei viskoelastisch gedämpften Systemen über den modalen Verlustfaktor η_r quantifiziert. Für schwach gedämpfte Systeme gilt der Zusammenhang $\eta_r \approx 2D_r$ zum modalen Dämpfungsmaß D_r , das aus der Eigenwertanalyse viskos gedämpfter Systeme resultiert [35]. An dieser Stelle sei auf den Unterschied zum Verlustfaktor aus Gl. (2.3) hingewiesen. Während der (materialbezogene) Verlustfaktor eine Materialeigenschaft und ein Maß für das Dämpfungspotenzial eines Materials ist, ist der modale Verlustfaktor eine Systemeigenschaft des schwingenden Systems.

Modale Parameteridentifikation aus simulierten Frequenzgangsfunktionen

Eine Möglichkeit zur numerischen Strukturanalyse besteht darin, die direkte Frequenzantwort des Systems innerhalb eines gewählten Frequenzbands auf eine Anregung zu bestimmen. Dieser Ansatz wird daher auch als *Direct Frequency Response* (DFR) bezeichnet [132]. Für jeden Frequenzschritt werden die Materialeigenschaften bestimmt, die komplexe Steifigkeitsmatrix generiert und schließlich die Systemantwort durch Umformen von Gl. (2.18) berechnet. Durch Kenntnis des Erreger- und Antwortspektrums können entsprechende Frequenzgangsfunktionen (engl.: *Frequency Response Function*, FRF) bestimmt und mithilfe geeigneter modaler Identifikationsverfahren ausgewertet werden. Die Auswahl des Identifikationsverfahrens richtet sich u. a. nach der modalen Dichte und den zu identifizierenden modalen Parametern. Für weitere Informationen zur Theorie und Anwendung von Identifikationsverfahren wird auf die entsprechende Literatur verwiesen [33, 76]. Ein Vorteil der DFR-Methode ist, dass neben der viskoelastischen Dämpfung weitere Dämpfungsarten wie z. B. die viskose Dämpfung berücksichtigt werden können [132]. Nachteilig ist dagegen der hohe numerische Aufwand, da das Gleichungssystem aus Gl. (2.18) für jeden Frequenzschritt gelöst werden muss. Dazu zählt insbesondere die Invertierung der dynamischen Steifigkeitsmatrix. Außerdem ist dieses Vorgehen aufgrund der manuellen Anwendung von modalen Identifikationsverfahren im Zusammenhang mit Optimierungsproblemen unpraktikabel [114].

Dämpfungsabschätzung aus dem Verhältnis modaler Dehnungsenergien

Ein alternativer Ansatz zur Dämpfungsbestimmung, der die Nachteile der DFR-Methode umgeht, basiert auf modalen Dehnungsenergien (engl.: *modal strain energy*, MSE) [55, 84, 128]. Die MSE-Methode unterliegt der Grundannahme, dass die Moden des ungedämpften Systems repräsentativ für die Moden des gedämpften Systems sind [132]. In diesem Fall lässt sich der modale Verlustfaktor einer beliebigen Mode (tiefgestellter Index r) aus dem Verhältnis der modalen Dehnungsenergie des dissipativen Teilsystems zur modalen Dehnungsenergie des elastischen Gesamtsystems abschätzen

$$\eta_r = \frac{\boldsymbol{\phi}_r^T \Im\{\mathbf{K}^*\} \boldsymbol{\phi}_r}{\boldsymbol{\phi}_r^T \Re\{\mathbf{K}^*\} \boldsymbol{\phi}_r}. \quad (2.19)$$

Die Steifigkeitsmatrix ist in diesem Fall konstant und wird auf Basis der viskoelastischen Materialeigenschaften bei einer beliebigen Frequenz durch Gl. (2.16) und (2.17) generiert. Im Optimalfall sollte die gewählte Frequenz der Eigenfrequenz der betrachteten Schwin-

gungsform entsprechen [132]. Der Realteil der generierten Steifigkeitsmatrix wird dann verwendet, um die reellen Eigenvektoren $\boldsymbol{\phi}_r$ aus der Eigenwertlösung des ungedämpften Systems zu bestimmen. Die MSE-Methode ist einfach zu implementieren und nicht rechenintensiv. Aus diesem Grund wird sie häufig im Rahmen der Dämpfungsoptimierung verwendet [35, 65, 148]. Ein wesentlicher Nachteil besteht jedoch in der ungenauen Abschätzung bei stark gedämpften Systemen. Die hohe Dämpfung sorgt dafür, dass die komplexen Moden des gedämpften Systems nicht mehr angemessen durch die reellen Moden des äquivalenten, ungedämpften Systems abgebildet werden [114]. Sofern die anfänglich gewählte Frequenz stark von der tatsächlichen Eigenfrequenz abweicht, wird ein zusätzlicher Fehler induziert. In der Praxis ist eine Vorabschätzung der zu erwartenden Eigenfrequenzen mit erheblichen Ungenauigkeiten behaftet.

Aus diesem Grund wurde die MSE-Methode um eine iterative Annäherung (engl.: *Iterative Modal Strain Energy*, IMSE) der Eingangsfrequenz an die tatsächlichen Eigenfrequenzen erweitert [126, 132]. In diesem Fall wird das ungedämpfte System zunächst so lange iterativ ausgewertet, bis die Eingangsfrequenz der Eigenfrequenz der betrachteten Mode mit hinreichender Genauigkeit entspricht. Erst abschließend wird der modale Verlustfaktor unter Verwendung der konvergierten Frequenz nach Gl. (2.19) bestimmt. Die iterative Vorgehensweise basiert dabei auf der Fixpunktiteration. Der entsprechende Algorithmus wurde von VASQUES ET AL. [132] vorgestellt. Im Vergleich zur ursprünglichen MSE-Methode ist der IMSE-Ansatz zwar rechenintensiver, dafür jedoch genauer [132]. Insgesamt sind die MSE-basierten Verfahren numerisch effizient, liefern allerdings nur eine Abschätzung der Schwingungsdämpfung.

Dämpfungsbestimmung durch iteratives Lösen des nichtlinearen Eigenwertproblems

Eine genauere Dämpfungsbestimmung gelingt durch das Lösen des mit Gl. (2.18) verbundenen Eigenwertproblems. Das Eigenwertproblem ist in diesem Fall aufgrund der frequenzabhängigen Steifigkeitsmatrix nichtlinear, wobei λ_r^* die komplexen Eigenwerte und $\boldsymbol{\phi}_r^*$ die komplexen Eigenvektoren des Systems sind [110, 114]

$$\left[-\lambda_r^{*2} \mathbf{M} + \mathbf{K}^*(\lambda_r^*) \right] \boldsymbol{\phi}_r^* = \mathbf{0}. \quad (2.20)$$

Die aus Gl. (2.20) resultierenden komplexen Eigenvektoren eignen sich zwar nicht für die physikalische Beschreibung transienter Vorgänge wie bspw. freie Schwingungen [95], können aber für die modale Beschreibung der erzwungenen Schwingung im Frequenzbereich herangezogen werden [114]. Die komplexen Eigenwerte beinhalten wiederum Informationen zur Eigenkreisfrequenz und Dämpfung des Systems und unterscheiden sich von den Eigenwerten viskos gedämpfter Systeme. Es besteht der Zusammenhang [114]

$$\lambda_r^{*2} = \omega_r^2 (1 + i\eta_r). \quad (2.21)$$

Die Eigenkreisfrequenz ω_r ergibt sich somit aus dem Realteil des Eigenwerts

$$\omega_r = \sqrt{\Re\{\lambda_r^{*2}\}} \quad (2.22)$$

und lässt sich über $\omega_r = 2\pi f_r$ in die Eigenfrequenz f_r umrechnen. Aufgrund der nicht-linearen Charakteristik ist das Lösen des Eigenwertproblems aus Gl. (2.20) nicht direkt möglich, sondern erfordert ebenfalls ein iteratives Vorgehen wie beim IMSE-Verfahren. Im Gegensatz zur IMSE-Methode, wird basierend auf einer Eingangsfrequenz jedoch das frequenzunabhängige, komplexe Eigenwertproblem gelöst (engl.: *Iterative Complex Eigen-solution*, ICE) und die entsprechende Eigenfrequenz nach Gl. (2.22) bestimmt. Nach der Erfüllung des Konvergenzkriteriums wird der modale Verlustfaktor direkt aus dem Verhältnis des Imaginär- und Realteils bestimmt

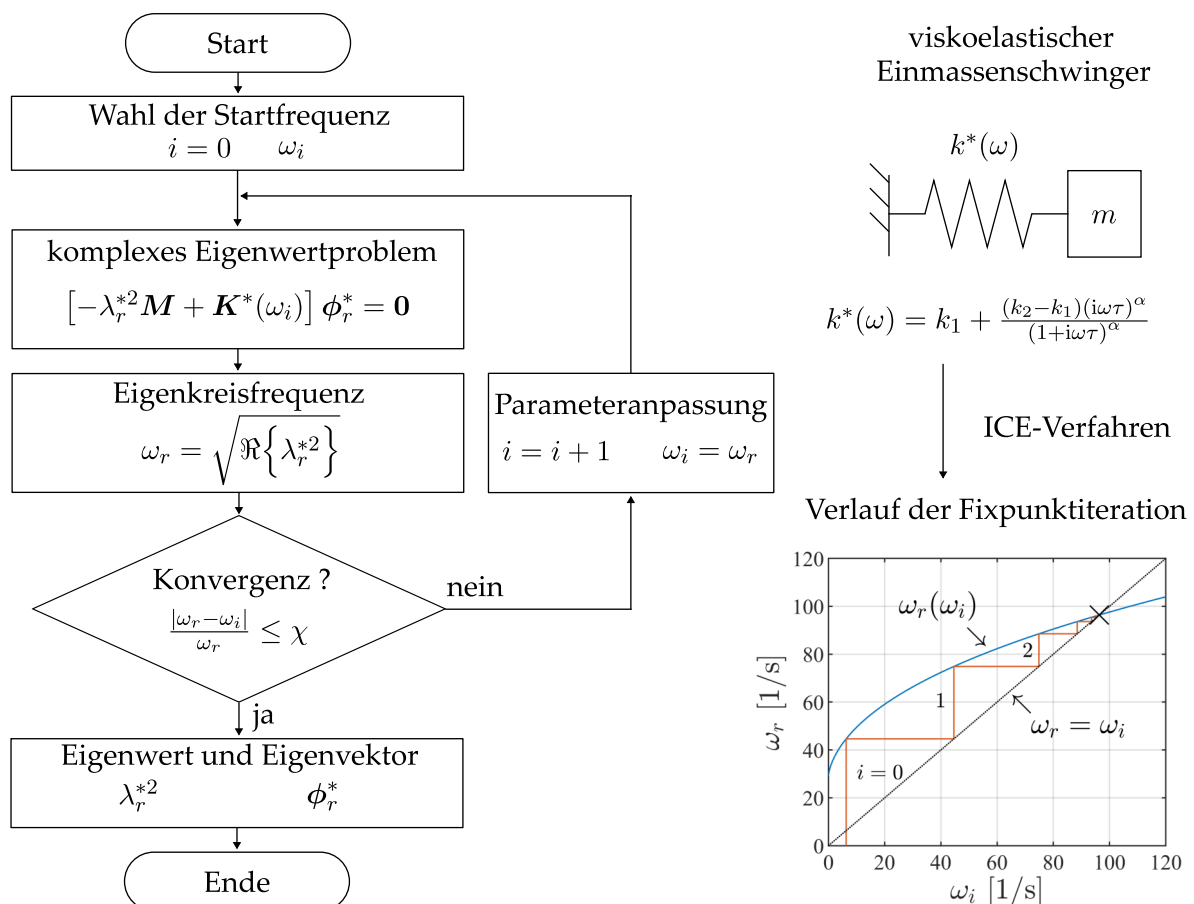


Abbildung 2.8: Programmablaufplan des ICE-Verfahrens sowie eine graphische Veranschaulichung des Lösungsprozesses am Beispiel eines viskoelastischen Einmassenschwingers. Dafür wurde $m = 100$ kg gewählt und die Parameterwerte der komplexen Steifigkeit k^* aus den Zahlenwerten des komplexen Moduls aus [116] bestimmt: $k_1 = 8.59 \cdot 10^4$ N/m, $k_2 = 5.34 \cdot 10^7$ N/m, $\tau = 1.0 \cdot 10^{-4}$ s und $\alpha = 0.72$.

$$\eta_r = \frac{\Im\{\lambda_r^{*2}\}}{\Re\{\lambda_r^{*2}\}}. \quad (2.23)$$

Abbildung 2.8 veranschaulicht die prinzipielle Vorgehensweise bei Anwendung des ICE-Verfahrens. Durch das mehrfache Lösen des komplexen Eigenwertproblems ist der Rechenaufwand beim ICE-Verfahren am größten [132]. Dafür ist die Methode allgemein anwendbar und nicht auf schwach gedämpfte Systeme beschränkt.

Abschließend sei auf Arbeiten hingewiesen, die die Genauigkeit und den Rechenaufwand der hier erläuterten Verfahren miteinander vergleichen [114, 133]. Nach VASQUES ET AL. [133] ist die Auswahl des viskoelastischen Materialmodells sowie des entsprechenden Analyseverfahrens stark vom betrachteten Problem abhängig. Dazu zählen u. a. Faktoren wie die geometrischen Eigenschaften des strukturellen Systems, die verfügbare Rechenleistung sowie der betrachtete Frequenzbereich. Daher ist eine verallgemeinerte Aussage über das ideale Vorgehen nicht möglich.

2.3 Constrained Layer Damping

Der folgende Abschnitt widmet sich einem besonderen Anwendungsgebiet der Schwingungsdämpfung mit viskoelastischen Materialien: Dem Prinzip des *Constrained Layer Damping* (vgl. **Abb. 1.2**). In der Mitte des letzten Jahrhunderts beschäftigten sich Forschende damit, die Dynamik von CLD-Systemen analytisch und mithilfe numerischer Berechnungsmethoden zu beschreiben. Eine chronologische Entwicklung dieser Vorhaben wird in Abschnitt 2.3.1 teilweise wiedergegeben. Mit der Verfügbarkeit geeigneter mathematischer Modelle stellte sich im Hinblick auf die Schwingungsdämpfung wiederum die Frage der Effizienzsteigerung. In Abschnitt 2.3.2 wird daher auf die Grundlagen der Strukturoptimierung eingegangen und relevante Arbeiten aus dem Bereich der Dämpfungsoptimierung von viskoelastischen Systemen vorgestellt. Darüber hinaus existiert eine Vielzahl von Arbeiten, die experimentelle Analysen an CLD-Systemen behandeln und das CLD-Prinzip auf Luftfahrtstrukturen anwenden. Diese Teilgebiete werden in Abschnitt 2.3.3 bzw. Abschnitt 2.3.4 adressiert.

Abschließend sei angemerkt, dass die CLD-Technologie ebenfalls als aktive Dämpfungsmaßnahme oder unter Einsatz von magnetorheologischen Elastomeren angewandt werden kann. Diese Forschungsfelder liegen jedoch außerhalb des Rahmens der vorliegenden Arbeit und werden im Nachfolgenden nicht betrachtet. Der interessierte Leser wird an dieser Stelle auf eine Übersicht über Arbeiten zur aktiven Schwingungsdämpfung [125] bzw. auf die Literatur zu CLD-Strukturen mit magnetorheologischen Elastomeren [68, 142] verwiesen.

2.3.1 Analytische und numerische Modellierung

Der Beginn der Forschungsaktivitäten zum Einsatz von viskoelastischen Materialien in biegeschwingenden Systemen kann auf das von OBERST UND FRANKENFELD [98] vorgestellte Prinzip des *Free Layer Damping* zurückgeführt werden. Bei diesem Aufbau erfährt eine auf der Grundstruktur aufgeklebte viskoelastische Schicht Druck- bzw. Zugspannungen und dissipiert infolge der Materialeigenschaften einen Teil der Schwingungsenergie. Als Maß für die dissipierte Energie wurde der Verlustfaktor verwendet, der sich aus dem Verhältnis von Real- und Imaginärteil der komplexen Biegesteifigkeit der Gesamtstruktur ergibt. KERWIN [57] griff diesen Ansatz auf und zeigte, dass das zusätzliche Hinzufügen einer steifen metallischen Schicht zu Schubverformungen im viskoelastischen Material führt und auf diese Weise einen Dämpfungseffekt hervorruft. Aus der eingezwängten Anordnung der viskoelastischen Schicht resultierte schließlich die heute als *Constrained Layer Damping* bekannte Bezeichnung des Prinzips. In diesem Zusammenhang wurde eine Theorie zur Berechnung der Dämpfung biegeschwingender CLD-Balken hergeleitet, deren Anwendung jedoch durch getroffene Annahmen (Vernachlässigung der Biegesteifigkeit der Deckschicht, niedriger Verlustfaktor des viskoelastischen Materials) stark eingegrenzt wurde. Vergleiche mit Ergebnissen von frequenz- und temperaturabhängigen Messungen zeigten eine gute Übereinstimmung mit der entsprechenden Theorie. UNGAR ET AL. [129] untersuchten den Einfluss von mehrlagigen CLD-Anordnungen auf die Dämpfung. Die Autoren schlussfolgerten, dass ein mehrlagiger Aufbau zwar zu höherer Dämpfung führe, die Zunahme jedoch im Wesentlichen aus der Summe aller Deckschichtlagen resultiere. Ein gleicher Effekt könne ebenfalls durch eine einlagige CLD-Anordnung mit einer einzelnen Deckschicht und äquivalenter Schichtdicke erzielt werden. In diesem Zusammenhang entwickelten ROSS ET AL. [113] die RKU-Methode. Dieser auf analytischen Gleichungen basierende Ansatz erlaubt die Berechnung des modalen Verlustfaktors und der Eigenfrequenz von dreilagigen CLD-Balken bei Kenntnis der Materialeigenschaften. Die Gültigkeit der RKU-Methode beschränkt sich auf einfach gelagerte Strukturen mit sinusförmigen Schwingungen und gilt für andere Randbedingungen nur näherungsweise.

Aufbauend auf den Arbeiten von KERWIN leitete DITARANTO [29] unter Berücksichtigung kinematischer Zwangsbedingungen der Kernschicht in Longitudinalrichtung zur Beschreibung der Dynamik eine homogene, komplexe Differentialgleichung sechster Ordnung her. Mithilfe der Gleichung können Biegeschwingungen sowie die dazugehörigen Eigenfrequenzen und modalen Verlustfaktoren von CLD-Balken unter verschiedenen, nicht-dissipativen Randbedingungen berechnet werden. Einen ähnlichen Ansatz verfolgten MEAD UND MARKUS [86], die ebenfalls eine komplexe Differentialgleichung sechster Ordnung auf Basis der Querverschiebung von CLD-Balken herleiteten und diese für verschiedene Randbedingungen anpassten. In einer weiterführenden Arbeit präsentierten MEAD UND MARKUS [87] einen Ansatz zum iterativen Lösen der komplexen Differentialgleichung. Am Beispiel von fest eingespannten und einfach gelagerten CLD-Balken wurde der Einfluss verschiedener Designparameter auf den modalen Verlustfak-

tor und die Eigenfrequenz untersucht. Aus den Ergebnissen wurde geschlussfolgert, dass insbesondere der modale Verlustfaktor stark von den gegebenen Randbedingungen abhängt. Im Gegensatz dazu leiteten YAN UND DOWELL [141] eine vereinfachte Differentialgleichung vierter Ordnung für CLD-Balken und Platten her. Die reduzierte Ordnung resultierte aus der zusätzlichen Annahme der gleichförmigen Schubspannungsverteilung über den gesamten Sandwich-Querschnitt. Anhand eines theoretischen Beispiels wurden vergleichbare Eigenfrequenzen zu dem Ansatz aus [86] nachgewiesen. Einen alternativen Weg zur Schwingungsberechnung von CLD-Balken schlug RAO [111] vor. Unter Berücksichtigung der kinetischen und potenziellen Energien der einzelnen Schichten leitete RAO ebenfalls eine Differentialgleichung sechster Ordnung her. Darüber hinaus wurden verschiedenste Randbedingungen betrachtet und Gleichungen zur Bestimmung der Eigenfrequenzen und der modalen Verlustfaktoren der ersten drei Biegemoden angegeben. Ein rückblickender Vergleich der theoretischen Ansätze aus [29, 86, 141] wurde von MEAD [85] präsentiert. Anstelle einer elastischen Deckschicht verwendeten HAO UND RAO [52] ein zusätzliches viskoelastisches Material. In diesem Zusammenhang entwickelten die Autoren ein analytisches Modell, mit dem sich die Steifigkeit und Dämpfung unsymmetrischer CLD-Balken bestimmen lässt.

Aufgrund des zunehmenden Leistungsvermögens von Rechnern gewann die Anwendung der FEM als Rechenmethode an Beliebtheit. Darüber hinaus erlaubt die FEM die Analyse von geometrisch komplexeren CLD-Strukturen, die mit den zuvor erwähnten analytischen Modellen nicht mehr beschrieben werden konnten. Infolgedessen ergaben sich Fragestellungen zur räumlichen FE-Modellierung entsprechender Systeme. Da die Schubdeformation der viskoelastischen Schicht hauptsächlich zur Dämpfung in CLD-Systemen beiträgt, ist eine adäquate Modellierung des Mechanismus entscheidend. In diesem Zusammenhang wurden vor allem drei Modellierungsansätze verwendet, deren schematischer Aufbau in **Abb. 2.9** dargestellt ist.

Der Ursprung von Modell 1 ist auf die Arbeit von LU ET AL. [72] zurückzuführen. Bei diesem Ansatz wurden die Basis- und die Deckschicht einer CLD-Platte mit Plattenelementen modelliert und über *Rigid Body Elements* (RBEs) mit den Volumenelementen der Kernschicht verbunden. Die Umsetzung ist zwar aufwendig, erlaubt auf der anderen Seite jedoch Fehlstellen in der Verklebung z. B. durch Entfernen von RBEs zu berücksichtigen [88]. JOHNSON UND KIENHOLZ [55] verwendeten zwar die gleichen Ele-

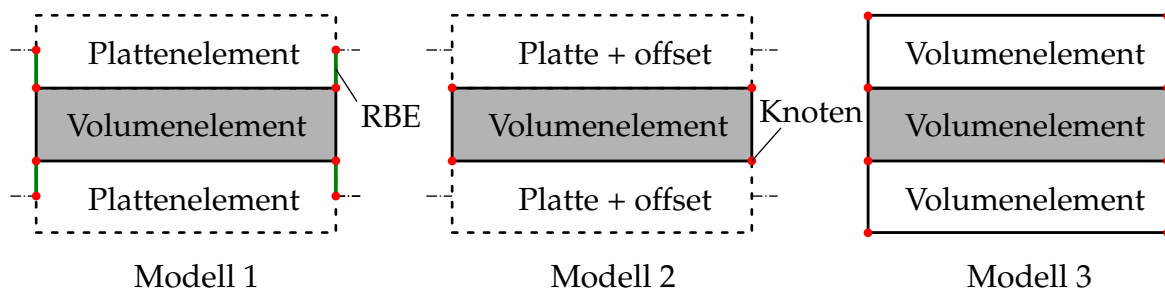


Abbildung 2.9: Ansätze zur FE-Modellierung von CLD-Strukturen nach [55, 72, 88]

menttypen, jedoch wurden keine RBEs zur Verbindung der Platten- und Volumenelemente verwendet. Stattdessen wurden die Knoten der Plattenelemente über einen *offset* um die Hälfte der nominalen Schichtdicke gegenüber der Mittelebene verschoben und lagen somit koinzident mit den Knoten des Volumenelements (Modell 2). Verglichen zu Modell 1 liefert Modell 2 für planare Strukturen dieselbe FE-Formulierung, sollte jedoch nicht für gekrümmte Strukturen verwendet werden [88]. Allerdings kann diese Modellierungsart aufgrund der ungekoppelten Rotationsfreiheitsgrade zu einem unphysikalischen Spannungs- und Verformungszustand führen [61, 104]. Modell 3 berücksichtigt dagegen die geometrische Form von dreidimensionalen Strukturen und besteht ausschließlich aus miteinander verbundenen Volumenelementen. Ein Schwachpunkt des Modells besteht im möglichen Auftreten von Schubversteifungen (engl: *shear locking*) [88]. Als Schubversteifung wird der künstliche Versteifungseffekt bei biegebelasteten Elementen mit linearen Ansatzfunktionen bezeichnet, der jedoch u. a. durch eine feinere räumliche Diskretisierung oder reduzierte Integrationsmethoden abgemindert werden kann [13, 61, 71]. MOREIRA UND DIAS RODRIGUES [88] verglichen die Modellansätze 2 und 3 hinsichtlich Netzkonvergenz und Übereinstimmung zwischen numerisch und experimentell bestimmten FRFs verschiedener CLD-Platten. Die Ergebnisse zeigten einerseits, dass Modell 3 eine bessere Netzkonvergenz aufweist. Andererseits wurde die Anwendbarkeit von Modell 2 durch gute Korrelation mit den Experimentaldaten validiert. Jeder der zuvor beschriebenen Modellansätze besitzt den Nachteil des hohen Modellierungsaufwands, der die Anwendung, insbesondere bei mehrschichtigen oder geometrisch komplexen CLD-Systemen, unattraktiv erscheinen lässt. Aus diesem Grund entwickelten MOREIRA ET AL. [89, 90] ein schichtförmiges finites Element, bei dem jede Schicht der REISSNER-MINDLIN-Theorie unterliegt und ein kontinuierlicher Deformationsübergang zwischen den Schichten gewährleistet ist. Ein experimenteller und ein numerischer Vergleich zu Modell 2 demonstrierten die Anwendbarkeit des vorgestellten Elements. Der Vorteil des Elements liegt u. a. in der zweidimensionalen Modellierung, da die Schichtdicken, wie beim klassischen Plattenelement, keinen Einfluss auf die geometrische Knotenlage besitzen. Dies erweist sich insbesondere bei Optimierungsfragen als praktisch, da eine wiederholende Neuvernetzung der Struktur bei Änderung der Schichtdicken nicht notwendig ist. In kommerziellen FE-Programmen wie bspw. MSC NASTRAN ist dieser Ansatz allerdings nicht implementiert. Um ebenfalls CLD-Systeme mit Kompositstruktur berechnen zu können, entwickelten ARAÚJO ET AL. [8, 9] ein finites Plattenelement, bei dem die Deckschichten als orthotrope, mehrschichtige Kompositlagen modelliert wurden. Die Schubdeformation im viskoelastischen Material wurde durch einen Ansatz höherer Ordnung beschrieben. Außerdem berücksichtigte das Modell den Einfluss von aktiven piezoelektrischen Schichten.

2.3.2 Ansätze zur Strukturoptimierung

Die Parameteroptimierung ist eine häufig angewandte mathematische Operation zur Bestimmung des optimalen Zustands einer Zielfunktion J durch systematische Anpassung

abhängiger Designvariablen x_i . Eine Grundvoraussetzung für die Parameteroptimierung ist daher die präzise mathematische Formulierung des Optimierungsproblems. Dabei können die Designvariablen zusätzlichen Nebenbedingungen unterliegen, die ihren Wertebereich begrenzen. Ein statisches Optimierungsproblem lässt sich in seiner allgemeinen Formulierung folgendermaßen darstellen

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimiere:} && J(\mathbf{x}) && (2.24) \\
 &\mathbf{x} \in \mathbb{R} \\
 &\text{Unter Berücksichtigung von:} && g_j(\mathbf{x}) = 0, && j = 1, \dots, p \\
 & && c_j(\mathbf{x}) \leq 0, && j = p + 1, \dots, q \\
 & && x_{\min,i} \leq x_i \leq x_{\max,i}, && i = 1, \dots, n.
 \end{aligned}$$

Der Designvektor $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$ beinhaltet die Designvariablen, deren Wertebereich durch jeweilige Unter- und Obergrenzen $x_{\min,i}$ und $x_{\max,i}$ beschränkt ist. Darüber hinaus bezeichnen g_j die Gleichungs- und c_j die Ungleichungsnebenbedingungen. In der Literatur existiert eine Vielzahl von Methoden, mit denen ein Optimierungsproblem gelöst werden kann. Grundsätzlich kann dabei zwischen gradientenbasierten und gradientenfreien Verfahren unterschieden werden. Methoden wie z. B. das Gradienten- oder das NEWTON-Verfahren [99] benötigen für jeden Iterationsschritt den Gradienten der Zielfunktion. Eine Voraussetzung für die Anwendung dieser Verfahren ist die Stetigkeit und Differenzierbarkeit der Zielfunktion. Wie anhand der Bezeichnung ersichtlich, arbeiten gradientenfreie Algorithmen dagegen ohne Gradienten. Typische Beispiele für diese Methodenklasse sind der GAUSS-SEIDEL-Algorithmus [99] oder das NELDER-MEAD-Simplex-Verfahren [96]. Das Konvergenzverhalten der zuvor genannten deterministischen Verfahren ist dabei von der Topologie der Zielfunktion abhängig. Ein Nachteil der deterministischen Verfahren besteht in der Gefahr, bei nicht-konvexen Zielfunktionen in einen lokalen Extrempunkt zu laufen. Um diesem Problem zu begegnen, wurden stochastische Verfahren entwickelt. Zu den prominentesten Beispielen gehören Genetische Algorithmen (GA) [27] und die *Particle Swarm Optimization* [56]. Stochastische Verfahren erhöhen zwar die Wahrscheinlichkeit zum Auffinden des globalen Minimums, sind aber auf der anderen Seite rechenintensiv [99]. Ein Kompromiss wird in diesem Zusammenhang durch hybride Verfahren erreicht, die die Vorteile der deterministischen und stochastischen Verfahren kombinieren [73, 143]. Darüber hinaus sind während der Optimierung die Nebenbedingungen zwingend einzuhalten. In der Literatur vorhandene Methoden wie die *penalty methods* [22] lösen dieses Problem, indem das beschränkte Optimierungsproblem in ein unbeschränktes konvertiert wird. Alternativ lässt sich ein beschränktes Optimierungsproblem mithilfe der Gradienten der Nebenbedingungen lösen [19].

Ein Anwendungsgebiet der Parameteroptimierung ist die Strukturoptimierung. Ziel der Strukturoptimierung ist es, das optimale Design einer Struktur im Hinblick auf eine bestimmte physikalische Zielgröße zu bestimmen. Typische mechanische Zielgrößen sind beispielsweise die statische oder dynamische Verformung, aber auch modale Parameter

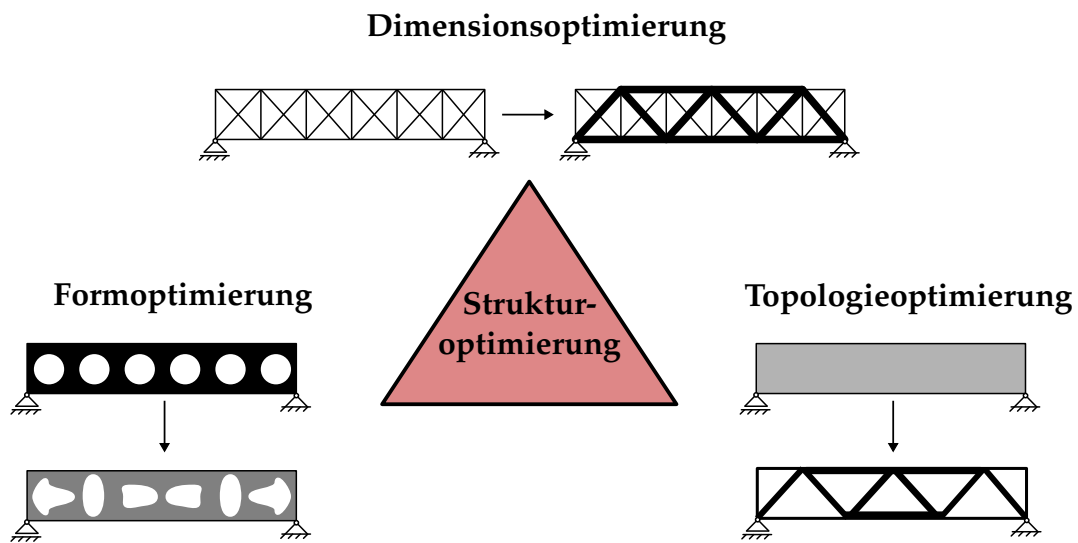


Abbildung 2.10: Teilgebiete der Strukturoptimierung am Beispiel statisch belasteter Strukturen in Anlehnung an [14]

wie Eigenfrequenz oder Dämpfungsmaße. Gemäß **Abb. 2.10** lassen sich Strukturoptimierungsprobleme in drei Teilgebiete kategorisieren [14]:

- **Dimensionsoptimierung**

Der Designbereich ist vorab bekannt und bleibt während der Optimierung erhalten. Beispielsweise kann durch die Dimensionierung von Stäben die statische Verformung eines Fachwerks unter Berücksichtigung einer Massenbeschränkung minimiert werden.

- **Formoptimierung**

Ziel der Formoptimierung ist die Identifikation der optimalen strukturellen Form eines Bereichs, der selbst als Designvariable fungiert. Die Bauteilränder werden durch optimale Funktionsverläufe beschrieben, wobei diese Funktionsverläufe durch geeignete Stützparameter gebildet werden. Auf diese Weise lässt sich z. B. die Form von Aussparungen eines belasteten Körpers optimieren. Alternativ können die Bauteilränder durch die Lage einzelner FE-Knoten beschrieben werden [117].

- **Topologieoptimierung**

Die Topologieoptimierung zielt darauf ab, die optimale Materialverteilung innerhalb eines vorab definierten Entwurfsraums zu bestimmen. Der Entwurfsraum selbst wird dabei i. d. R. mithilfe der FEM diskretisiert. Aus der Optimierung resultieren strukturelle Eigenschaften wie z. B. die Anzahl, Position oder Form von Aussparungen.

Die drei zuvor genannten Teilgebiete der Strukturoptimierung finden sich im Zusammenhang mit CLD-Systemen in der Literatur wieder. Das Anwendungsziel beschränkt sich dabei im Wesentlichen auf die Dämpfungsmaximierung oder die Minimierung der dynamischen Strukturantwort.

In den Jahren nach den ersten Veröffentlichungen über das CLD-Prinzip wurden optimale Designparameter zunächst mithilfe von analytischen Gleichungen oder durch Parameterstudien bestimmt, ohne sich dem klassischen Vorgehen der Parameteroptimierung zu bedienen. Bedingt durch die verfügbaren analytischen Modelle zählten die Schichtdicken sowie die elastischen Materialeigenschaften der Schichten zu den typischen Designparametern. Darüber hinaus zeigten PLUNKETT UND LEE [105] am Beispiel eines CLD-Balkens, dass sich die Schubdehnung in der Kernschicht und damit die Dämpfung durch das Aufteilen der Deckschicht in mehrere Segmente beeinflussen lässt. Die Autoren leiteten eine analytische Gleichung her, mit der die optimale Länge der Deckschicht für maximale Dämpfung bestimmt werden kann. RAO [111] präsentierte wiederum Parameterkurven für CLD-Balken unterschiedlichster Randbedingungen, aus denen optimale Designparameter abgeleitet werden können. Aber auch in der jüngeren Vergangenheit wurden die optimalen Designparameter für maximale Dämpfung mithilfe von Parameterstudien ermittelt. Dazu führten SHER UND MOREIRA [121] Analysen mit dimensionslosen Geometrie- und Materialparametern an balkenartigen CLD-Strukturen durch, um den Einfluss auf die Dämpfung des Systems zu untersuchen. Anhand der graphischen Ergebnisse lassen sich optimale Designparameter identifizieren.

Im Rahmen einer Dimensionsoptimierung verwendeten LIFSHITZ UND LEIBOWITZ [69] die in [86] hergeleitete analytische Gleichung, um durch Anpassung der Schichtdicken die Dämpfung zweier Kragbalken zu optimieren. Dabei wurden Nebenbedingungen berücksichtigt, die sowohl die Gesamtmasse und Biegesteifigkeit als auch die Dimension der Schichtdicken eingrenzen. Weitere Dimensionsoptimierungen wurden im Zusammenhang mit Kompositstrukturen durchgeführt. ARAÚJO ET AL. [7] verwendeten ein gradientenbasiertes Verfahren, um die optimale Orientierung und Dicke der elastischen Kompositlagen für maximale Dämpfung zu bestimmen. Aufbauend auf dieser Arbeit berücksichtigten MADEIRA ET AL. [74] zusätzliche Designparameter wie die Anzahl und das Material der Schichten. Auf Basis einer Mehrzieloptimierung (engl.: *multiobjective optimization*) wurden die Maximierung der modalen Dämpfung sowie die Minimierung der Materialkosten bzw. der Masse gleichzeitig adressiert.

Durch die Etablierung der FEM in den Designprozess gewann die Formoptimierung von CLD-Strukturen an Popularität. MARCELIN ET AL. [78] optimierten das Design von partiell bedeckten CLD-Kragbalken unter Verwendung der von SVANBERG [123] für Strukturoptimierungsprobleme entwickelten *method of moving asymptotes*. Die Optimierung erfolgte auf Basis einer FE-Diskretisierung mit Balkenelementen. Als Designparameter wurden die Position und Länge der CLD-Segmente ausgewählt, als Zielgröße der modale Verlustfaktor der ersten und zweiten Biegemode. In einer weiteren Studie optimierten MARCELIN ET AL. [77] mithilfe eines GA die Position und Länge der CLD-Segmente zweier frei schwingenden Balkenstrukturen. Eine maximale Dämpfung wurde dabei durch eine Verteilung der Segmente an Positionen mit hoher Schubdehnungsenergie erreicht. Im Sinne der Formoptimierung nutzte ALVELID [6] die Gradienteninformation der Zielfunktion, um das optimale CLD-Design einer diskretisierten, L-förmigen Grund-

struktur zu bestimmen. Ausgehend von einem Startpunkt wurde in jedem Iterationsschritt das Verbesserungspotenzial angrenzender Elemente ausgewertet und an geeigneten Positionen CLD-Material hinzugefügt. LEPOITTEVIN UND KRESS [65] griffen den in [105] vorgestellten Ansatz auf und optimierten mithilfe des NELDER-MEAD-Verfahrens den modalen Verlustfaktor einer CLD-Balkenstruktur durch das Hinzufügen von Schnitten in der Kern- und Deckschicht. Aus den Ergebnissen leiteten die Autoren ab, dass die Schnitte im Bereich des höchsten Biegemoments eingefügt werden sollten. Mit dem Ziel maximaler Dämpfung bei minimaler Massenzunahme und höchstmöglicher Steifigkeit bestimmten XU ET AL. [140] in einer Mehrzieloptimierung das optimale CLD-Design eines Balkens und einer versteiften Kompositplatte. Dabei wurde ein GA verwendet, um die optimale Position und Schichtdicke des CLD-Materials zu identifizieren.

Mit der zunehmenden Verfügbarkeit von Rechenleistung und entsprechenden Methoden rückte die Topologieoptimierung stärker in den Vordergrund. LING ET AL. [70] nutzten die Topologieoptimierung, um die modalen Dämpfungsmaße von eingespannten und einfach gelagerten CLD-Platten zu maximieren. Die optimale Materialverteilung wurde für verschiedene Volumenverhältnisse bestimmt. KIM ET AL. [58] verglichen am Beispiel einer gekrümmten Schalenstruktur verschiedene Ansätze zur Ermittlung des optimalen Dämpfungsdesigns unterschiedlicher Moden. Aus ihren Ergebnissen schlussfolgerten die Autoren, dass die Dämpfungsauslegung durch Topologieoptimierung den Materialverteilungsansätzen basierend auf Schwingungsformen bzw. Dehnungsenergien überlegen ist. Basierend auf einer Topologieoptimierung minimierten FANG ET AL. [34, 35] die Systemantwort einer CLD-Plattenstruktur bei harmonischer bzw. stochastischer Anregung. Die optimale Materialverteilung wurde mithilfe verschiedener Sensitivitätsanalysen ermittelt. ZHANG ET AL. [144] entwickelten eine hierarchische Optimierungsstrategie, um die Schallabstrahlung einer Platte mit CLD zu minimieren. Mithilfe einer Topologieoptimierung wurde zunächst eine geeignete Materialverteilung der CLD-Segmente bestimmt, um im Anschluss die Schichtdicken der Kern- und Deckschicht zu optimieren.

2.3.3 Experimentelle Analysen zum strukturdynamischen Verhalten

Die Entwicklung theoretischer Modelle zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens balkenartiger CLD-Strukturen wurde häufig durch experimentelle Validierungen begleitet. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment wurde anhand von FRFs [72, 88, 89, 90], der Strukturantwort [44] oder den modalen Parametern wie Eigenfrequenz und Dämpfungsmaß bzw. modaler Verlustfaktor [6, 77, 98, 105] überprüft. Dabei beschränkte sich die Validierung meist auf eine konstante Temperatur. Temperaturabhängige, theoretische und experimentelle Untersuchungen von CLD-Systemen wurden nur von wenigen Autoren durchgeführt [25, 52, 57]. Eine umfangreiche Analyse der modalen Parameter von CLD-Kragbalken wurde von LEIBOWITZ UND LIFSHITZ [64] vorgestellt. Die Autoren verglichen numerisch und experimentell bestimmte Eigenfrequenzen und modale Verlustfaktoren mehrerer CLD-Konfigurationen. Während die

Eigenfrequenzen mit bis zu 12 % innerhalb einer hinnehmbaren Toleranz abweichen, lagen die Dämpfungswerte mit bis zu 35 % Abweichung deutlich neben den berechneten Werten. Nach HAO UND RAO [52] wird die Bestimmung der Dämpfung durch mehrere Faktoren erschwert. Zum einen unterliegt die analytische oder numerische Vorhersage Unsicherheiten, die auf die Materialcharakterisierung durch *curve fitting* zurückzuführen sind. Andererseits wird die Dämpfung durch experimentelle Rand- und Umgebungsbedingungen wie Temperatur und Luftfeuchtigkeit, aber auch Reibungseffekte an Grenzflächen sowie durch das gewählte Anregungsniveau beeinflusst. Zusätzlich spielen die Methoden der Signalverarbeitung und Systemidentifikation eine Rolle. Die identifizierte Dämpfung kann mit der gewählten Frequenzauflösung, Bandbreite oder dem Identifikationsverfahren variieren. Trotz der zuvor genannten Unsicherheiten existieren inverse Methoden, die eine Charakterisierung der viskoelastischen Materialparameter auf Basis des Schwingungsverhaltens von CLD-Strukturen adressieren. MARTINEZ-AGIRRE UND ELEJABARRIETA [79] minimierten die Abweichung zwischen den numerisch und experimentell ermittelten Übertragungsfunktionen durch Anpassung der viskoelastischen Modellparameter und charakterisierten auf diese Weise das Dämpfungsmaterial. Einen ähnlichen Ansatz verfolgte GHIRINGHELLI UND TERRANEO [41], die basierend auf der Fehlerminimierung von numerischen und experimentellen Modaldaten das viskoelastische Materialverhalten bestimmten.

Darüber hinaus existieren Arbeiten, die sich ausschließlich experimentellen Studien widmen. KUMAR UND SINGH [63] untersuchten den modalen Verlustfaktor von gekrümmten Panelen, die partiell mit CLD-Material bedeckt sind. Die Platzierung des CLD-Materials erfolgte hinsichtlich maximaler modaler Dehnungsenergie für verschiedene Moden. Die Effektivität dieser Positionierungsstrategie wurde durch hohe Dämpfungswerte bestätigt. Eine alternative Strategie verfolgten FOTSING ET AL. [37]. Die Autoren platzierten CLD-Material an Schwingungsknoten einer Balkenstruktur. Auf diese Weise wird die höchste Schubverformung in der viskoelastischen Kernschicht erzwungen. Die Kernschicht bestand wiederum aus einer Wabenstruktur. Durch dieses Verfahren konnte eine vergleichbare Schwingungsdämpfung bei geringerer Masse im Vergleich zu voll bedeckten CLD-Konfigurationen erzielt werden.

Ein Randgebiet der CLD-Technologie ist die Selbsterwärmung des viskoelastischen Materials. Bei zeitlich anhaltenden Vibrationen wandelt das Dämpfungsmaterial einen Teil der Schwingungsenergie in Wärme um und erhöht auf diese Weise seine eigene Temperatur. Dieser Effekt wurde von DE CAZENOVE [26] am Beispiel eines auf Schub belasteten, viskoelastischen Probekörpers untersucht.

2.3.4 Anwendungen bei Luftfahrtstrukturen

Nach RAO [112] ist der Einsatz von viskoelastischen Materialien bei Luftfahrtstrukturen bis in die 1960er Jahre zurückzuführen. Erwähnenswert ist die Verwendung von Distanz-

haltern (engl.: *spacer*), die als mechanischer Verstärker wirken, indem die neutrale Faser in Richtung der viskoelastischen Schicht verschoben wird. Infolgedessen steigt die Schubspannung in der Kernschicht und damit auch die Dämpfung an. Bei Flugzeugrümpfen werden bei der Auswahl der Elastomere außerdem verschiedene Temperaturen berücksichtigt, da Rumpfhaut und Stringer generell eine niedrigere Temperatur aufweisen als die Spanten [112]. In diesem Zusammenhang wird der Flugzeugrumpf häufig vereinfacht als zylindrische Schalenstruktur betrachtet. In der Literatur existiert eine Vielzahl von Arbeiten, die sich mit der optimalen Positionierung von CLD-Segmenten auseinandersetzen. Beispielsweise minimierten ZHENG ET AL. [147] die Schwingungsantwort einer zylindrischen Struktur. Die Abmaße sowie die optimale Platzierung der CLD-Segmente wurden mittels eines GA bestimmt. ZHU ET AL. [150] bestimmten auf Basis einer Topologieoptimierung die optimale Platzierung von CLD in einer zylindrischen Struktur. Dabei wurde u. a. beobachtet, dass eine teilweise Bedeckung für eine einzelne Mode zu einer geringeren Antwortamplitude führen kann als eine vollständige Bedeckung. Der Grund hierfür könnte laut der Autoren in einer Beeinträchtigung des Dämpfungsmechanismus durch ineffektive CLD-Elemente liegen. Diese Erklärung erscheint plausibel, da eine Anhäufung von CLD-Material der Verformung und damit der Aktivierung des Schubmechanismus in der Kernschicht entgegen wirken kann.

Dagegen untersuchten TITZE ET AL. [124] den Positionseinfluss einer Anti-Dröhnfolie auf die Schallabstrahlung eines versteiften Panels, wobei die Wirkung der Dämpfungsfolie auf dem CLD-Prinzip beruht. Dabei wurden geeignete Positionen auf Basis der modalen Dehnungsenergie identifiziert. Die Ergebnisse zeigten, dass insbesondere die Platzierung auf versteifenden Elementen besonders effektiv ist und eine beachtliche Reduktion der Schallabstrahlung im oberen Frequenzbereich erwartet werden kann. Um die Schallabstrahlung von Helikopter-Deckpanelen zu reduzieren, integrierten FINK UND SCHATZ [36] Elastomerschichten in verschiedenen Leichtbaustrukturen. Bei experimentellen Untersuchungen zu den Transmissionsverlusten in einem Frequenzband von 10 Hz bis 10 kHz stellte sich heraus, dass eine integrale Bauweise mit dem klassischen *Add-on*-Ansatz von CLD konkurrieren kann. Die Effektivität von CLD nimmt dabei mit der Frequenz zu.

Neben den vibratorischen und akustischen Kriterien werden auch thermische Kriterien bei der Auslegung von CLD berücksichtigt. VISCARDI UND ARENA [135] untersuchten an einer Rippenstruktur neben der thermischen Isolation die vibratorischen und akustischen Dämpfungsfähigkeiten von Polyurethan-Schaumstoff. Im Vergleich zu einem konventionellen CLD-Aufbau konnte für die Schaumstoffvariante eine gleichwertige strukturelle Dämpfung bei deutlich niedriger Massenzunahme experimentell nachgewiesen werden.

Darüber hinaus findet CLD bei Stabilitätsproblemen von Luftfahrtstrukturen Anwendung. CUNHA-FILHO ET AL. [24] untersuchten die Auswirkungen von CLD auf das Beplankungsflattern. Dazu wurden die physikalischen Zusammenhänge des aeroviskoelastischen Systems hergeleitet und iterativ gelöst. Die Autoren zeigten, dass sich die Integration von CLD positiv auf die Verschiebung der Stabilitätsgrenze auswirkt.

ZHANG ET AL. [145] führten eine Topologieoptimierung an einem Panel der *Auxiliary Power Unit* durch. Auf diese Weise wurde demonstriert, dass die Reduktion der Resonanzüberhöhungen durch das Hinzufügen von CLD-Material effektiver ist als durch die Integration einer versteifenden Strebe. Weitere nennenswerte Anwendungen von CLD in Luftfahrtstrukturen umfassen das Fahrwerk [23] und das Triebwerk [12].

3 Gegenstand der Dissertation

Ausgehend vom aktuellen Forschungsstand wird in Abschnitt 3.1 der Forschungsbedarf abgeleitet. In Abschnitt 3.2 werden die Hypothesen und Ziele formuliert, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht und erreicht werden sollen. Abschließend wird in Abschnitt 3.3 eine strukturelle Gliederung des methodischen Vorgehens präsentiert.

3.1 Ableitung des Forschungsbedarfs

In diesem Abschnitt wird ein Rückblick auf den aktuellen Forschungsstand geworfen. Basierend darauf werden Wissenslücken identifiziert, aus denen der Forschungsbedarf für die vorliegende Arbeit abgeleitet wird.

Eine kurze Zusammenfassung des aktuellen Forschungsstands

Die molekularen Effekte, die zu dem charakteristischen viskoelastischen Materialverhalten von Polymeren führen, sind für ingenieurtechnische Anwendungen hinreichend erforscht und physikalisch modellierbar. Das lineare Materialverhalten lässt sich sowohl im Zeitbereich mithilfe eines zeitabhängigen Relaxationsmoduls als auch im Frequenzbereich über den frequenzabhängigen, komplexen Modul mathematisch beschreiben. Zur Modellierung der Materialeigenschaften stehen dabei unterschiedliche Modelle zur Verfügung, deren Vor- und Nachteile abhängig von der Anwendung im Zeit- oder Frequenzbereich sind. Darüber hinaus kann auch die Temperaturabhängigkeit der Materialeigenschaften über entsprechende Modelle berücksichtigt werden. Die dafür benötigten Modellparameter werden typischerweise experimentell aus DMAs identifiziert.

Für die strukturdynamische Analyse von Systemen mit viskoelastischen Eigenschaften ist die FEM ein wichtiges Werkzeug. Je nach Anwendungsfall stehen auch hierbei für Zeit- und Frequenzbereichsanalysen unterschiedliche Ansätze zur Verfügung. Während für Zeitbereichsrechnungen die viskoelastischen Eigenschaften über interne Variablen in einer viskosen Dämpfungsmatrix und einer konstanten, reellen Steifigkeitsmatrix abgebildet werden, werden die Eigenschaften bei Frequenzbereichsanwendungen ausschließlich über eine frequenzabhängige, komplexe Steifigkeitsmatrix modelliert. Aufgrund der Frequenzabhängigkeit sind die klassischen Methoden der Strukturdynamik nicht mehr direkt anwendbar, sondern erfordern entweder eine vereinfachte Betrachtung oder rechenintensive Methoden mit einer iterativen Vorgehensweise. Wenn auch nicht in kom-

merzieller FE-Software vorhanden, sind diese Methoden etabliert und ermöglichen die Bestimmung von Dämpfungsmaßen oder modalen Verlustfaktoren.

Bei der Integration von dämpfenden Materialien hat sich das CLD-Prinzip aufgrund des effektiven Aktivierungsmechanismus der dissipativen Eigenschaften als geeignete Maßnahme durchgesetzt. Für generische balkenartige Strukturen stehen analytische Modelle zur Verfügung, die die Evaluierung des strukturdynamischen Verhaltens unter beliebigen Randbedingungen ermöglichen. Aber auch für geometrisch komplexere Strukturen existieren entsprechende Modellierungsansätze, die im Rahmen der FEM umsetzbar sind. Auf Grundlage der Modelle wurde in der Vergangenheit das Systemverhalten von CLD-Strukturen hinsichtlich maximaler Dämpfung, minimaler Schwingungsamplitude oder minimaler Schallabstrahlung optimiert. Einerseits wurden geometrische Parameter wie bspw. die Schichtdicken als Designvariablen betrachtet. Andererseits wurde der Gestaltungsraum durch die Möglichkeit zur Beeinflussung der Materialparameter einzelner Schichten erweitert. Neben deterministischen und stochastischen Verfahren der Parameteroptimierung wurde ebenfalls auf die Topologieoptimierung zurückgegriffen. Darüber hinaus existieren einige Arbeiten, die sich mit der experimentellen strukturdynamischen Untersuchung von CLD-Strukturen, meist im Rahmen einer Validierung der theoretischen Ergebnisse, auseinandersetzen. Häufig widmen sich die Arbeiten idealtypischen Strukturen (z. B. geradliniger Balken, ebene Platte, kreisrunder Zylinder), wohingegen der Einsatz von CLD seltener auf die geometrisch komplexeren, realen Luftfahrtstrukturen abzielt.

Offene wissenschaftliche Fragestellungen

Bei der Identifikation der offenen Fragestellungen liegt der Fokus auf dem optimalen Entwurf von CLD und der praktischen Anwendung bei Luftfahrtstrukturen. Obwohl die theoretischen Grundlagen von balkenartigen CLD-Strukturen umfangreich erforscht sind und der Einfluss verschiedener Systemparameter auf die dynamischen Eigenschaften untersucht wurde, blieb ein potenzieller Designparameter bislang unberücksichtigt: Die Schichtbreite der Kern- und Deckschicht. Sofern die Dämpfung sensitiv gegenüber der Schichtbreite ist, würde dieser geometrische Parameter den Designbereich von CLD-Applikationen erweitern. Dazu kommt, dass gegenwärtige Dämpfungsentwürfe häufig aus einer Topologieoptimierung resultieren. Ein Nachteil von Topologieoptimierungen besteht jedoch darin, dass das optimale Design unter der Voraussetzung konstanter Schichtdicken ermittelt wird. Ein verbessertes Systemverhalten könnte erreicht werden, wenn sowohl die Form als auch die Schichtdicken gleichzeitig als Designparameter berücksichtigt werden. Ein Optimierungsansatz, der sowohl Schichtbreiten als auch Schichtdicken als Designparameter behandelt, wurde bisher noch nicht betrachtet.

Darüber hinaus ist auffällig, dass in vielen Arbeiten vereinfachte Annahmen bzgl. der viskoelastischen Materialeigenschaften getroffen werden und insbesondere die Temperaturabhängigkeit unberücksichtigt bleibt. In diesem Zusammenhang fehlt es an Wissen, wie sich der optimale Dämpfungsentwurf bei unterschiedlichen Temperaturen verändert und welche Auswirkungen dies auf die Eigenfrequenz und Dämpfung hat. Kenntnisse

darüber sind jedoch wichtig, um die Allgemeingültigkeit von Designrichtlinien zu überprüfen.

Hinsichtlich einer serienmäßigen Anwendung von CLD ist der Einfluss des Herstellungsverfahrens von CLD-Strukturen noch nicht untersucht worden. Die Elastomerschicht kann dabei im vulkanisierten Zustand zwischen die zwei äußeren Schichten geklebt werden. Alternativ kann die CLD-Struktur im Verbund mit einer Primerverbindung vulkanisiert werden. Hierbei ist aktuell unklar, welches Verfahren eine bessere Reproduktion und Übereinstimmung der Systemeigenschaften mit dem theoretischen Entwurf bietet.

Auch im Hinblick auf die Anwendung von CLD in Luftfahrtstrukturen lassen sich offene Fragestellungen feststellen. Während in der Literatur eine Vielzahl an Arbeiten zur optimalen, lokal verteilten Platzierung von CLD in idealen zylindrischen Strukturen zu finden ist, beschäftigen sich nur wenige Arbeiten mit versteiften Strukturen, wie z. B. einem Flugzeugrumpf-Segment. Insbesondere die Fragestellung, ob CLD bevorzugt auf Hautfeldern oder auf versteifenden Komponenten hinzugefügt werden soll, wurde kaum untersucht. Im Anwendungsfall von Helikopter-Schwingungen existieren zwar Studien über den Einfluss von CLD auf die Kabinenakustik, allerdings sind keine Kenntnisse über den Einsatz von CLD zur Dämpfungserhöhung in anderen Strukturkomponenten, wie z. B. Höhenleitwerken, vorhanden.

3.2 Formulierung von Hypothesen und Zielen

Im Folgenden werden Hypothesen (**H**) und Ziele (**Z**) formuliert, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit überprüft bzw. angestrebt werden. Im Fokus der Arbeit stehen Untersuchungen zum optimalen Design sowie zu den Einflüssen von Temperatur und Herstellungsverfahren auf die strukturdynamischen Eigenschaften von CLD-Strukturen. Es sei darauf hingewiesen, dass sich aus der Beantwortung der Thesen **H1-H4** im zeitlichen Verlauf weitere Hypothesen und Ziele ableiten ließen.

- H1** Das Dämpfungsverhalten von CLD-Balkenstrukturen lässt sich über die Kernschichtbreite beeinflussen.
- H2** Dämpfung und Eigenfrequenzen von CLD-Balkenstrukturen hängen von der Schubsteifigkeit der Kernschicht ab. Die Steifigkeit kann durch die Schubfederkonstante einer eindimensionalen Schubfeder beschrieben werden, wobei sich diese u. a. aus der Schichtbreite, -dicke sowie dem Schubspeichermodul zusammensetzt. Dementsprechend besteht für die Kernschicht ein Zusammenhang zwischen den oben genannten Größen. Die Änderung einer Größe kann durch eine äquivalente Anpassung einer anderen Größe kompensiert werden, ohne dass dies Auswirkung auf die Eigenfrequenz oder Dämpfung hat.
- H3** Durch eine variable Schichtbreite von CLD-Balkenstrukturen kann im Vergleich zu einer konstanten Breite eine höhere Dämpfung erzielt werden.

- H4** Für den optimalen Entwurf einer variablen Schichtbreite der Kern- und Deckschicht lässt sich eine Designrichtlinie herleiten.
- H5** Das optimale Design der variablen Schichtbreiten ist temperaturabhängig.
- H6** Die Eigenfrequenzen der Biege- und Torsionsmoden von CLD-Balkenstrukturen sind nicht im selben Maße von Temperaturänderungen betroffen.
- H7** Die Schwingungsdämpfung einer Mode korreliert mit der Materialdämpfung des Elastomers. Im Fokus der Dämpfungsauslegung sollte daher eine Eigenfrequenzverschiebung in den Glasübergangsbereich des Elastomers stehen.
- H8** Das Herstellungsverfahren von CLD-Strukturen hat keinen Einfluss auf das strukturdynamische Verhalten. Unabhängig von der Fertigungsmethodik lässt sich eine gute Übereinstimmung mit theoretischen Ergebnissen erreichen.
- Z1** Es soll ein Verfahren entwickelt werden, mit dem der optimale Entwurf von CLD für beliebige Strukturen ermittelt werden kann. In diesem Zusammenhang sind folgende Bedingungen zu berücksichtigen: Das Verfahren soll basierend auf einer gegebenen Zielfunktion und unter Einhaltung einer maximalen Gewichtszunahme operieren. Die Anpassung der Designparameter (z. B. Schichtdicken und Schichtbreiten) erfolgt simultan und nicht hierarchisch. Außerdem soll das FE-Modell der Basisstruktur im Zuge der Optimierung unverändert bleiben.
- Z2** Es soll geprüft werden, ob sich das Verfahren aus **Z1** dazu eignet, die optimale Platzierung einzelner CLD-Segmente auf einer rippenversteiften Platte zu bestimmen, um auf diese Weise die abgestrahlte Schalleistung zu verringern. In diesem Zusammenhang soll untersucht werden, ob die CLD-Segmente hinsichtlich maximaler Schalleistungsreduktion bevorzugt auf steifen Rippen oder auf Hautfeldern platziert werden sollten. Die Schalleistungsreduktion ist zu quantifizieren und mit alternativen Entwurfsansätzen aus der Literatur zu vergleichen.
- Z3** Die erreichbare Genauigkeit des Dämpfungsentwurfs aus **Z2** soll in einem Validierungsexperiment überprüft werden. Dazu werden modale strukturdynamische Eigenschaften (Eigenmoden, Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaße) des optimierten Designs experimentell ermittelt.
- Z4** Es soll geprüft werden, ob sich das Verfahren aus **Z1** zur Auslegung der Schwingungsdämpfung eines periodisch angeregten Höhenleitwerks eines Hubschraubers eignet. In diesem Zusammenhang sollen eine maximal zulässige CLD-Masse und Anforderungen an den Lagenaufbau einer Komposit-Deckschicht berücksichtigt werden.
- Z5** Basierend auf dem resultierenden CLD-Entwurf aus **Z4** sollen Verbesserungsmöglichkeiten hinsichtlich einer weiteren Dämpfungserhöhung der Leitwerksschwingung untersucht werden. Im Mittelpunkt stehen hierbei die Materialeigenschaften des Elastomers und der Komposit-Deckschicht.

3.3 Methodisches Vorgehen

Das methodische Vorgehen zur Überprüfung der Hypothesen und zum Erreichen der Ziele lässt sich folgendermaßen gliedern:

In Kapitel 4 werden auf Basis einer balkenartigen CLD-Struktur Parameterstudien durchgeführt. Im Mittelpunkt steht der Einfluss der viskoelastischen Materialsteifigkeit sowie der Schichtdicken und Schichtbreiten von Kern- und Deckschicht auf Eigenfrequenzen und Dämpfung. Auf diese Weise wird ein grundlegendes Verständnis der Dämpfungssensitivität erlangt und die Hypothesen **H1-H4** untersucht.

Darauf aufbauend wird in Kapitel 5 ein Verfahren vorgestellt, mit dem das in **Z1** definierte Ziel angestrebt wird. Der Optimierungsansatz wird hinsichtlich der Sensitivität gegenüber den Startwerten und Zuordnung der Designvariablen untersucht und die Optimierungsergebnisse mit denen eines Genetischen Algorithmus verglichen.

In Kapitel 6 wird an einer balkenartigen Struktur der Temperatureinfluss auf Eigenfrequenzen, Dämpfung und das optimale Design untersucht. In diesem Zusammenhang kommt ein hochdämpfendes Elastomer zum Einsatz, dessen frequenz- und temperaturabhängiges Materialverhalten vollständig charakterisiert wurde und über ein geeignetes Materialmodell approximiert werden kann. Zusätzlich beinhaltet das Kapitel experimentelle Untersuchungen zum Einfluss des Herstellungsverfahrens von CLD-Strukturen sowie Validierungen der theoretischen Ergebnisse. Der Inhalt des Kapitels lässt sich daher der Überprüfung der Hypothesen **H5-H8** zuordnen.

In Kapitel 7 wird der Optimierungsansatz zur Bestimmung der optimalen Verteilung von CLD-Segmenten auf einer versteiften Platte angewandt, um die abgestrahlte Schallleistung innerhalb eines begrenzten Frequenzbereichs zu reduzieren (**Z2-Z3**). Die versteifte Platte imitiert die grundlegenden Struktureigenschaften eines Flugzeugrumpfs hinsichtlich der Zusammensetzung aus Rippen und Hautfeldern. Anstelle der Schichtbreiten sind vordefinierte Positionen auf Rippen und Hautfeldern die möglichen Designvariablen des Dämpfungsentwurfs. Die Optimierungsergebnisse werden mit alternativen Verteilungsansätzen aus der Literatur verglichen und experimentell validiert.

Zuletzt wird in Kapitel 8 der Optimierungsansatz angewandt, um die Dämpfung eines aus Komposit-Material bestehenden Helikopter-Höhenleitwerks zu erhöhen. Im Gegensatz zu den vorherigen Anwendungsfällen werden neben den Schichtbreiten ebenfalls die Schichtdicken unter Vorgabe eines Maximalgewichts angepasst. Abschließend werden weitere materialspezifische Verbesserungsansätze diskutiert. Die Ergebnisse sind den Zielen **Z4-Z5** zuzuordnen.

4 Numerische Analyse zu dämpfungssensitiven Parametern

Dieses Kapitel befasst sich mit einer numerischen Voruntersuchung zu dämpfungssensitiven Parametern am Beispiel einer CLD-Balkenstruktur. In Abschnitt 4.1 wird zunächst das verwendete Referenzmodell beschrieben. Abschnitt 4.2 behandelt den Einfluss der Schubsteifigkeit der Kernschicht auf die Dämpfung, während in Abschnitt 4.3 die Auswirkungen von gleichzeitigen geometrischen Modifikationen der Kern- und Deckschicht bei Variation des Schubspeichermoduls analysiert werden. Das Kapitel endet in Abschnitt 4.4 mit Schlussfolgerungen aus den erzielten Ergebnissen.

Es sei darauf hingewiesen, dass einzelne Teilergebnisse dieses Kapitels bereits veröffentlicht wurden. Dies betrifft die Analysen in Abschnitt 4.2 und Abschnitt 4.3.3, die in [49] bzw. in [46] teilweise publiziert wurden.

4.1 Numerisches Referenzmodell

Für die Sensitivitätsanalyse wird eine freischwingende, balkenförmige CLD-Struktur betrachtet. Der Aufbau der Struktur sowie die geometrischen Abmessungen sind in **Abb. 4.1** dargestellt. Den jeweiligen Schichten werden die isotropen Materialeigenschaften aus **Tab. 4.1** zugeordnet. Außerdem werden für das viskoelastische Material im Nachfolgenden zunächst frequenzunabhängige Eigenschaften angenommen. Die Diskretisierung der Struktur erfolgt auf Basis eines strukturierten Netzes mit MSC NASTRAN 2022.2, wobei ausschließlich, wie in Modellansatz 3 aus **Abb. 2.9**, quaderförmige Volu-

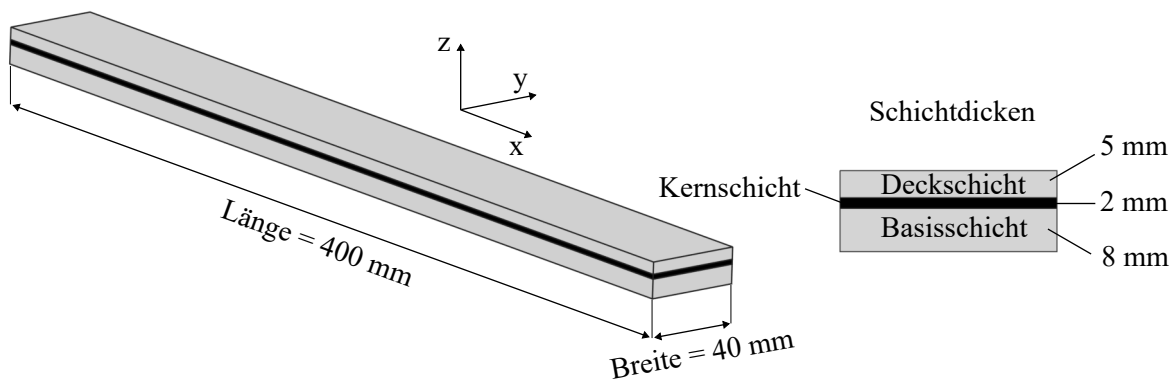


Abbildung 4.1: Geometrische Zusammensetzung des Referenzmodells

Tabelle 4.1: Materialeigenschaften der CLD-Schichten

Schicht [-]	Dichte [kg/m ³]	Speichermodul [GPa]	Querkontraktionszahl [-]	Verlustfaktor [-]
Basisschicht	2700	71	0.33	0.005
Kernschicht	1250	variiert	0.499	0.4
Deckschicht	2700	71	0.33	0.005

menelemente (CHEXA) mit linearen Ansatzfunktionen verwendet werden. Benachbarte Schichten sind ideal miteinander verbunden und teilen sich demnach dieselben Knoten. Die Elementdiskretisierung beträgt 80 Elemente in Längsrichtung, 40 in Querrichtung und ein Element pro Schicht. Außerdem werden kleine Verformungen angenommen und Selbsterwärmungseffekte infolge der Energiedissipation vernachlässigt. Im Mittelpunkt der Untersuchungen stehen die ersten drei Biegemoden um die y-Achse, die in **Abb. 4.2** dargestellt sind. Die nachfolgenden Sensitivitätsstudien wurden im Rahmen von komplexen Eigenwertanalysen durchgeführt.

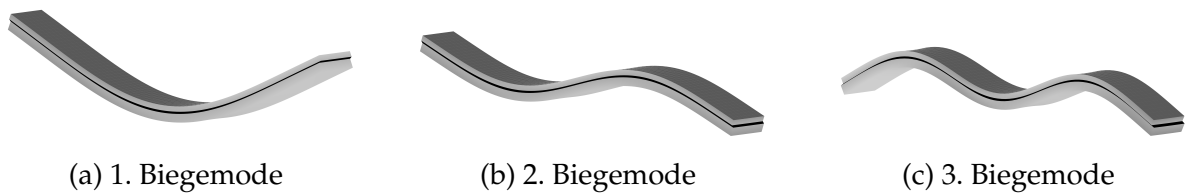


Abbildung 4.2: Die ersten drei Biegemoden der betrachteten Referenzstruktur

4.2 Parameterstudien zum Einfluss der Schubsteifigkeit

Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben und in **Abb. 2.3** veranschaulicht, resultiert die Dämpfung von CLD-Strukturen hauptsächlich aus der Schubverformung der viskoelastischen Kernschicht. Bei einer ebenen Schubbelastung lässt sich der Widerstand gegen die Verformung über eine Schubfederkonstante k_S ausdrücken, die sich aus dem Schubmodul des Materials (bei viskoelastischem Material der Schubspeichermodul) sowie aus der gescherten Fläche und der Schichtdicke h des belasteten Körpers zusammensetzt [54]. Es sei darauf hingewiesen, dass im weiteren Verlauf dieser Arbeit die Schubfederkonstante als Schubsteifigkeit bezeichnet wird. Unter Berücksichtigung der Länge l und der Breite b der gescherten Fläche ergibt sich die Schubsteifigkeit zu

$$k_S = \frac{G b l}{h}. \quad (4.1)$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, dass der Schubmodul und die Schichtbreite denselben Einfluss auf die Schubsteifigkeit besitzen, während die Auswirkung der Schichtdicke

antiproportional ist. Sofern diese Vereinfachung für die viskoelastische Schicht zutreffend ist, lassen sich Veränderungen des Schubspeichermoduls durch geometrische Anpassungen der Schichtbreite und -dicke ausgleichen. Aus praktischer Sicht wäre diese Konstruktionsregel als Faustformel in vielerlei Hinsicht hilfreich. Der Schubspeichermodul ist vom Elastomer und der Temperatur abhängig. Unter Anwendung der Faustformel könnten bspw. Aussagen getroffen werden, welche geometrische Modifikation an einer optimal ausgelegten CLD-Balkenstruktur vorgenommen werden müsste, wenn ein anderes Elastomer eingesetzt werden soll oder sich die Einsatztemperatur ändert.

Im Nachfolgenden wird eine Parameterstudie durchgeführt, um die Auswirkungen verschiedener Parametervariationen auf die Dämpfung und Eigenfrequenz der Referenzstruktur zu analysieren. In Abschnitt 4.2.1 wird zunächst die Variation des Schubspeichermoduls der viskoelastischen Schicht betrachtet, bevor, wie in **Abb. 4.3** dargestellt, in Abschnitt 4.2.2 und Abschnitt 4.2.3 der Einfluss der Schichtbreite bzw. Schichtdicke auf die dynamischen Eigenschaften untersucht wird.

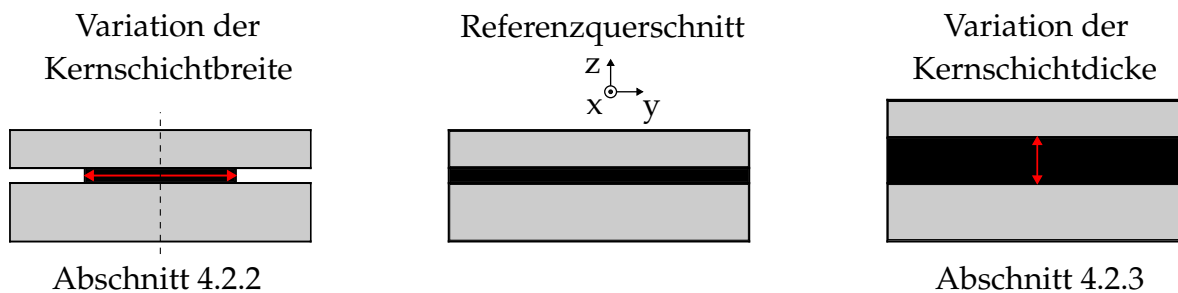


Abbildung 4.3: Variation der Kernschichtbreite und Kernschichtdicke

4.2.1 Einfluss des Schubspeichermoduls der viskoelastischen Schicht

Abbildung 4.4 zeigt im linken Diagramm den Einfluss des Schubspeichermoduls der viskoelastischen Schicht auf den modalen Verlustfaktor für die ersten drei Biegemoden. Es ist zu erkennen, dass alle Diagramme eine ähnliche Form aufweisen, aber entlang der horizontalen Achse verschoben sind. Im Allgemeinen verändert sich der modale Verlustfaktor erheblich, obwohl lediglich die Materialsteifigkeit und nicht die Materialdämpfung variiert. Für alle Biegemoden existiert ein bestimmter Schubspeichermodul, bei dem die Dämpfung maximal ist.

Das Auftreten eines Maximums lässt sich anhand der modalen Dehnungsenergien erklären (vgl. Gl. 2.19). Ist die Steifigkeit des viskoelastischen Materials zu gering, führt dies zu einer Entkopplung der drei CLD-Schichten. Die viskoelastische Kernschicht liefert nur geringen Widerstand gegen die Verformung der äußeren Schichten. Infolgedessen ist der Betrag der modalen Dehnungsenergie im Vergleich zu den elastischen Schichten verhältnismäßig klein und nur ein geringer Anteil der Schwingungsenergie wird dissipiert. Auf der anderen Seite verhindert eine zu hohe Materialsteifigkeit die Schubverformung und

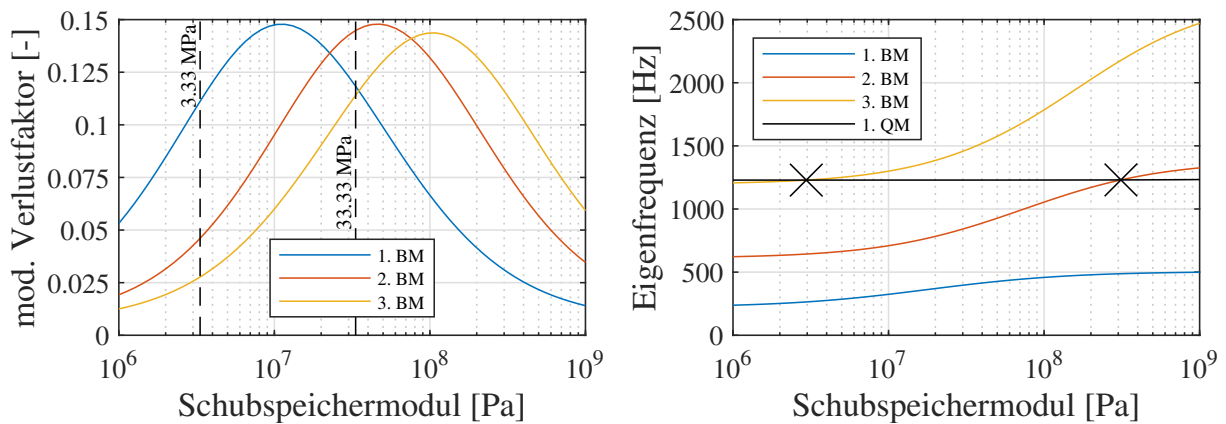


Abbildung 4.4: Einfluss des Schubspeichermoduls auf den modalen Verlustfaktor (**links**) und auf die Eigenfrequenzen der Biegemoden (BM) und Querbiegemode (QM) (**rechts**). Die gestrichelten Linien (**links**) kennzeichnen zwei Materialsteifigkeiten, die für die Analysen in Abschnitt 4.3 betrachtet werden. Die Kreuze (**rechts**) markieren Zustände, bei denen sich die Reihenfolge der Moden ändert (*mode crossing*).

schränkt auf diese Weise die Aktivierung der dissipativen Eigenschaften ein. Im Vergleich zur ersten Biegemode liegt das Dämpfungsmaximum der dritten Biegemode bei einem deutlich höheren Schubspeichermodul. Diese Tatsache lässt sich dadurch erklären, dass die Dehnungsenergie des Gesamtsystems mit höheren Moden aufgrund der Zunahme an Schwingungsbäuchen ansteigt. Der Anteil der Dehnungsenergie der beiden äußeren Schichten nimmt hierbei vergleichsweise stärker zu als der Anteil der einzelnen viskoelastischen Schicht. Für ein optimales Verhältnis der modalen Dehnungsenergien zwischen den äußeren Schichten und der Kernschicht bedarf es daher einer höheren Steifigkeit der Kernschicht.

Neben der Dämpfung ändern sich auch die Eigenfrequenzen der Schwingungsmoden. Die Steifigkeitsänderung hat dabei unterschiedliche Effekte, wie im rechten Diagramm in **Abb. 4.4** veranschaulicht. Zum Beispiel erhöht sich die Eigenfrequenz der ersten Biegemode um das Doppelte, wenn die Steifigkeit des Materials um drei Größenordnungen ansteigt. Dagegen bleibt die Eigenfrequenz der lateralen Biegemode (QM), also der Biegung um die z-Achse, nahezu unbeeinflusst. Der Grund dafür liegt am viskoelastischen Anteil an der Biegesteifigkeit, der im Falle der Querbiegung deutlich niedriger als bei der Biegung um die y-Achse ist. Infolgedessen verändert sich die Reihenfolge der Moden, was im weiteren Verlauf als *mode crossing* bezeichnet wird. Aufgrund der starken Temperaturabhängigkeit des Speichermoduls besteht die Annahme, dass dieser Effekt ebenfalls bei Temperaturänderungen auftritt. Dies wird später in Abschnitt 6.2.2 untersucht.

4.2.2 Einfluss der Kernschichtbreite

Im Zuge dieser Parameterstudie wurden bei der Kernschicht Elemente symmetrisch zur Symmetrieebene des Querschnitts entfernt, um die entsprechende nominale Schichtbrei-

te einzustellen. Zusätzlich variierte der Schubspeichermodul des viskoelastischen Materials. **Abbildung 4.5** zeigt die Ergebnisse der Studie. Offensichtlich ist die Breite der Kernschicht ein sensitiver Parameter für die Dämpfungsauslegung, dessen Auswirkung auch vom Schubspeichermodul abhängt. Während eine breite Schicht bei einem niedrigen Schubspeichermodul vorteilhaft ist, empfiehlt sich eine schmale Schicht bei hohen Schubspeichermoduli. Dies ist darauf zurückzuführen, dass nach Gl. (4.1) die Schubsteifigkeit proportional von der Schichtbreite abhängt. Daher kann eine Veränderung des Schubspeichermoduls offensichtlich durch eine Anpassung der Schicht kompensiert werden. Infolgedessen bleibt der modale Verlustfaktor nahezu gleich. Diese Tatsache wird durch die Isolinien der gleichen Schubsteifigkeit (GSS) unterstrichen, die parallel zu den Konturlinien des modalen Verlustfaktors verlaufen. Außerdem fällt auf, dass der Bereich der maximalen Dämpfung für die 2. und 3. Biegemode kleiner wird und der modale Verlustfaktor im Vergleich zur 1. Biegemode leicht abnimmt. Zusätzlich verschiebt sich der Bereich für höhere Moden in Richtung höherer Materialsteifigkeit. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass eine optimale Geometrieconfiguration nur für die jeweils betrachtete Schwingungsform optimal ist und für andere Schwingungsformen ineffektiver wird.

Darüber hinaus steigen bei breiteren Schichten die Eigenfrequenzen, wie anhand der 1. Biegemode zu erkennen (**u. r.**). Dies ist sowohl auf die Schubsteifigkeit als auch auf die

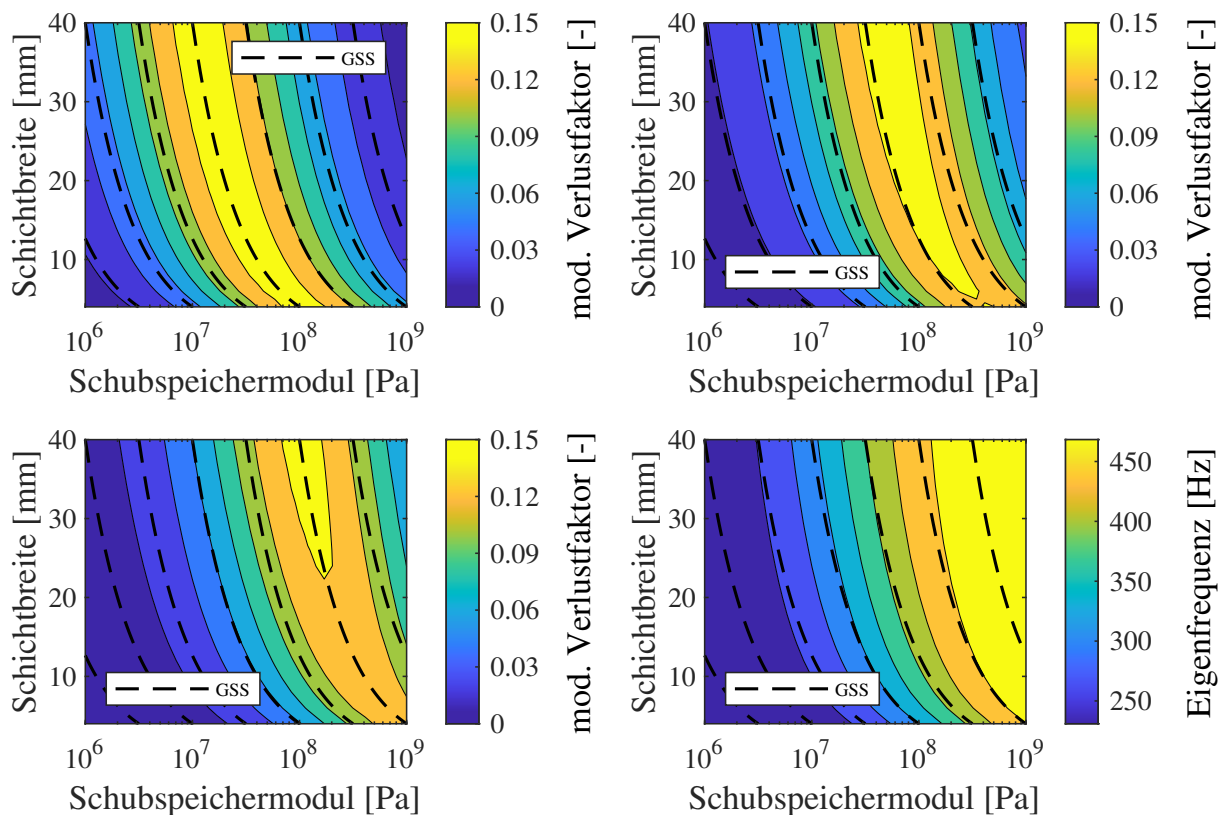


Abbildung 4.5: Einfluss von Schubspeichermodul und Kernschichtbreite auf den modalen Verlustfaktor der 1. (**o. l.**), 2. (**o. r.**) und 3. (**u. l.**) Biegemode sowie der Einfluss auf die Eigenfrequenz der 1. Biegemode (**u. r.**). Die gestrichelten Linien markieren Zustände mit gleicher Schubsteifigkeit (GSS).

Biegesteifigkeit zurückzuführen, die mit zunehmender Breite der Kernschicht ansteigt. Anders als die Dämpfung kann der Einfluss des Schubspeichermoduls auf die Eigenfrequenzen jedoch nicht äquivalent durch Anpassung der Schichtbreite kompensiert werden. Veranschaulicht wird diese Tatsache durch die Isolinien der GSS, die in diesem Fall nur annähernd parallel zu den Konturlinien der Eigenfrequenzen verlaufen. Der Grund dafür ist, dass eine Modifikation der Schichtbreite ebenfalls die Trägheitseigenschaften des Systems verändert, während diese vom Schubspeichermodul unbeeinflusst bleiben.

4.2.3 Einfluss der Kernschichtdicke

Die Ergebnisse der Parameterstudie zum Einfluss von Kernschichtdicken und Schubspeichermodul bei konstanter Schichtbreite sind in **Abb. 4.6** dargestellt. Je nach Schubspeichermodul und betrachteter Schwingungsmode ergeben sich unterschiedliche optimale Schichtdicken. Während bspw. für niedrige Schubmoduli unterhalb von 4 MPa eine dünne Schicht hinsichtlich der Dämpfung der 1. Biegemode vorteilhaft ist, empfiehlt sich für höhere Materialsteifigkeiten eine dickere Schicht. Darüber hinaus verschiebt sich der Bereich der maximalen Dämpfung für höhere Biegemoden in Richtung eines höheren Spei-

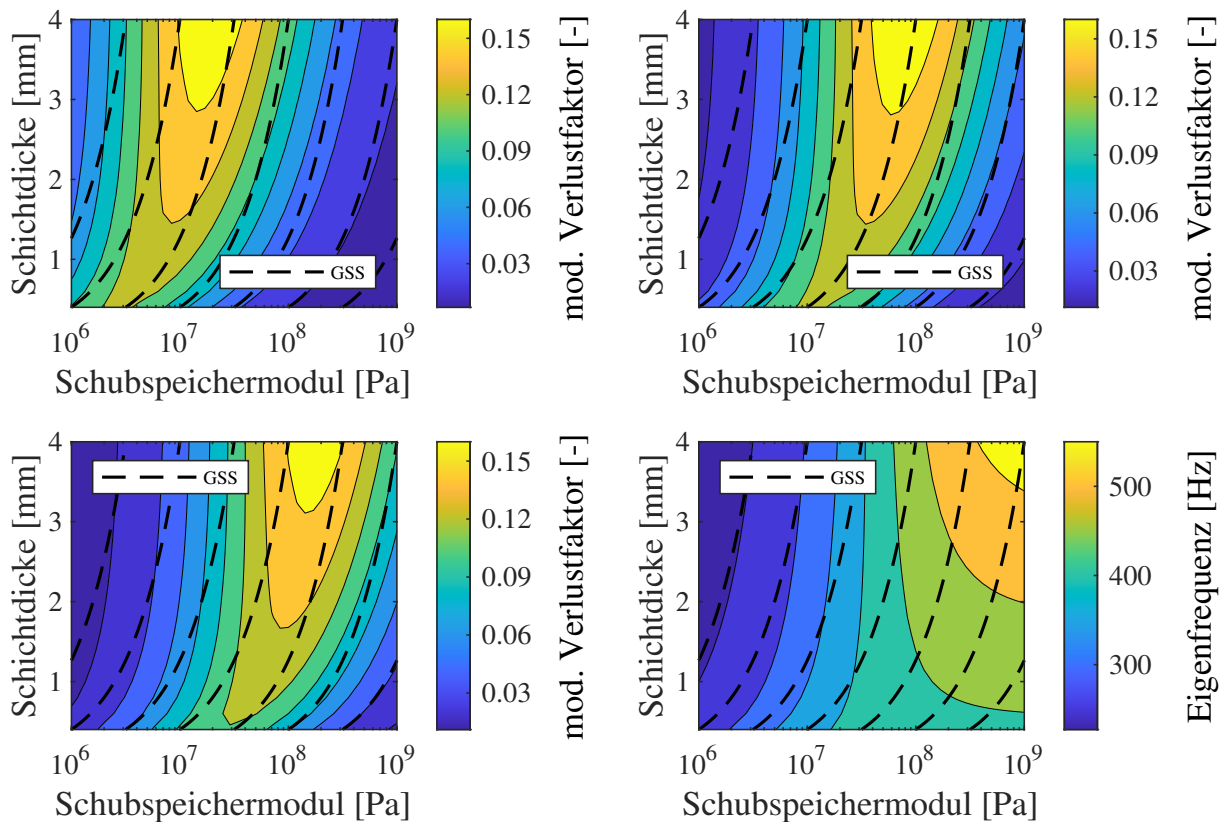


Abbildung 4.6: Einfluss von Schubspeichermodul und Kernschichtdicke auf den modalen Verlustfaktor der 1. (o. l.), 2. (o. r.) und 3. (u. l.) Biegemode sowie der Einfluss auf die Eigenfrequenz der 1. Biegemode (u. r.). Die gestrichelten Linien markieren Zustände mit gleicher Schubsteifigkeit (GSS).

chermoduls. Ein vergleichbarer Effekt war bereits bei der Variation der Schichtbreite zu beobachten. Im Vergleich zur Schichtbreite verlaufen die Isolinien der GSS nicht parallel zu den Konturlinien des modalen Verlustfaktors. Dennoch ist der Verlauf der Kontur- und Isolinien, insbesondere bei hohem Speichermodul, recht ähnlich. Eine gleichwertige Kompensation des Einflusses des Schubspeichermoduls durch Veränderung der Schichtdicke ist daher nur näherungsweise möglich. Es ist zu erkennen, dass der modale Verlustfaktor bei gleicher Schubsteifigkeit für dünnere Schichten grundsätzlich abnimmt. Eine Erklärung dafür könnte die Lage der neutralen Faser sein [5]. Änderungen der Schichtdicke wirken sich nicht nur auf die Schubsteifigkeit, sondern auch auf die neutrale Faser aus. Bei einer dicken Kernschicht verschiebt sich die neutrale Faser bei der betrachteten Sandwichstruktur in Richtung der Kernschicht. Da die höchsten Schubspannungen um die neutrale Faser auftreten, erfährt das viskoelastische Material in diesem Fall höhere Schubspannungen als bei einer dünnen Kernschicht.

Eine weitere interessante Beobachtung lässt sich hinsichtlich der Eigenfrequenz ($\mathbf{u. r.}$) anstellen. Der Konturverlauf entspricht dem der 1. Biegemode und ist qualitativ ähnlich zu dem Konturverlauf der 2. und 3. Biegemode. Für Schubspeichermoduli kleiner als 40 MPa führt eine Vergrößerung der Schichtdicke zu kleineren Eigenfrequenzen. Im Gegensatz dazu steigen die Eigenfrequenzen für Werte über 40 MPa mit der Schichtdicke an. Auch hier sind sowohl die Schubsteifigkeit als auch die Biegesteifigkeit die Ursache für dieses Phänomen. Bei niedrigen Speichermodulen und hohen Schichtdicken ist die Schubsteifigkeit der Kernschicht minimal und bietet den Biegeschwingungen der metallischen Schichten keinen Widerstand. Infolgedessen werden die beiden Schichten schwingungstechnisch entkoppelt. Außerdem wird die Masse erhöht, was zu einer niedrigen Eigenfrequenz führt. Bei hohen Speichermodulen tritt genau das Gegenteil ein. Aufgrund einer erhöhten Schubsteifigkeit koppeln die äußeren Schichten und die Biegesteifigkeit der gekoppelten Struktur nimmt nichtlinear mit der Dicke der viskoelastischen Schicht zu. Im Gegensatz dazu ist der Massenzuwachs linear und kompensiert daher nicht den Steifigkeitseffekt. Infolgedessen steigt die Eigenfrequenz an.

4.3 Kombinierte geometrische Modifikationen

In diesem Abschnitt wird die Kombination verschiedener geometrischer Designparameter betrachtet und der Einfluss auf den modalen Verlustfaktor der 1. Biegemode analysiert. Dabei variiert der Speichermodul der Kernschicht zwischen $E' = 10$ MPa ($G' = 3.33$ MPa) und $E' = 100$ MPa ($G' = 33.33$ MPa). Diese Materialwerte wurden ausgewählt, da sich der dazugehörige modale Verlustfaktor jeweils links und rechts des Maximums befindet (vgl. **Abb. 4.4**). Dies bedeutet wiederum, dass die Kernschicht entweder zu nachgiebig oder zu steif ist, um maximale Dämpfung zu realisieren. In Abschnitt 4.3.1 wird zunächst untersucht, inwiefern eine gleichzeitige Anpassung der Kernschichtdicke und Kernschichtbreite gemäß **Abb. 4.3** dominant gegenüber der Dämpfung ist. Dasselbe Vorgehen wird in Abschnitt 4.3.2 für die Deckschicht wiederholt. Abschließend wird in

Abschnitt 4.3.3 analysiert, ob durch variable Schichtbreiten entlang der Längsachse des Balkens Einfluss auf die Schwingungsdämpfung genommen werden kann.

4.3.1 Modifikation der Kernschichtbreite und -dicke

Der Einfluss der gleichzeitigen Anpassung von Kernschichtbreite und -dicke auf den modalen Verlustfaktor der 1. Biegemode ist in **Abb. 4.7** veranschaulicht. Für die geringere Materialsteifigkeit ist ersichtlich, dass eine schmale aber dicke Kernschicht nur zu einer geringen Dämpfung führt. Stattdessen ist hinsichtlich der zusätzlichen CLD-Masse eine breite, dünne Kernschicht vorteilhaft. Dies wird durch den Verlauf der gestrichelten Isolinien verdeutlicht, welche geometrische Konfigurationen mit gleicher Masse (GM) kennzeichnen. Durch die zuvor beschriebene Veränderung der Designparameter wird vor allem die Schubsteifigkeit beeinflusst. Da diese im Falle der Referenzkonfiguration für $G' = 3.33$ MPa hinsichtlich des Maximums des modalen Verlustfaktors ohnehin zu niedrig ist (vgl. **Abb. 4.4**), sinkt der modale Verlustfaktor weiter ab. Aus dem Verlauf der Konturlinien lässt sich außerdem erkennen, dass für verschiedene CLD-Massen eine äquivalente Dämpfung auftreten kann. Beispielsweise kann für eine CLD-Konfiguration mit $b_{\text{Kern}} = 16$ mm und $h_{\text{Kern}} = 0.5$ mm näherungsweise die gleiche Dämpfung erzielt werden wie für eine Konfiguration mit $b_{\text{Kern}} = 40$ mm und $h_{\text{Kern}} = 3$ mm und gleichzeitig die Massenzunahme gemindert werden. Der Grund dafür liegt in der Reduktion der Schichtdicke, die für $G' = 3.33$ MPa einen positiven Einfluss auf die Schubsteifigkeit und damit auf die Dämpfung hat. Da die Dämpfung gegenüber der Schichtdicke sensitiver als gegenüber der Schichtbreite ist, kann in diesem Fall eine gleichwertige Dämpfung bei geringerer Masse erreicht werden.

Die zuvor gegebenen Erklärungen gelten dagegen nicht mehr im Falle der höheren Mate-

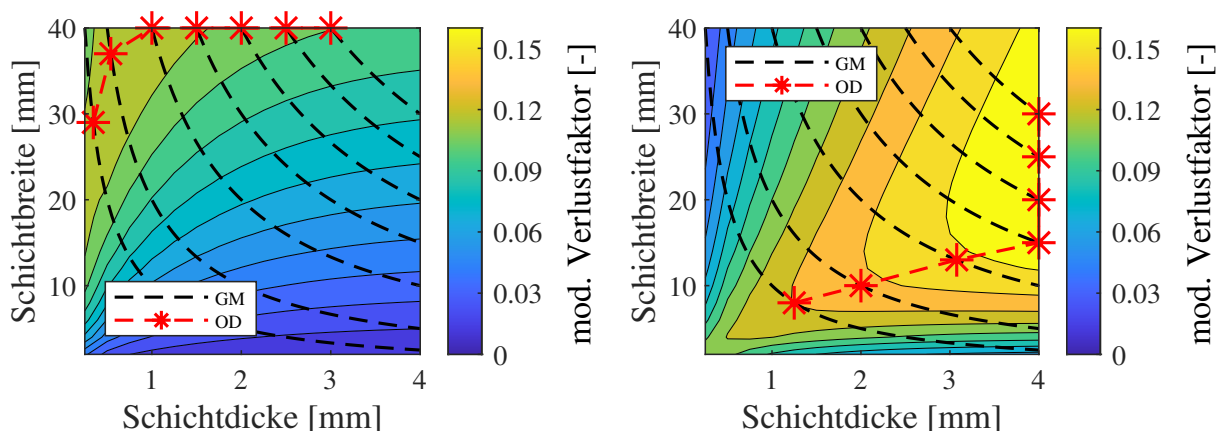


Abbildung 4.7: Einfluss der gleichzeitigen Modifikation von Kernschichtdicke und -breite auf den mod. Verlustfaktor der 1. Biegemode für (**links**) $E' = 10$ MPa und (**rechts**) $E' = 100$ MPa. Die Isolinien kennzeichnen Konfigurationen mit gleicher Masse (GM), wobei die Masse von links unten nach rechts oben ansteigt. Das optimale Design (OD) hinsichtlich max. Dämpfung ist für jede Isolinie durch einen roten Asterisk markiert.

rialsteifigkeit. Am Verlauf der Isolinien ist erkennbar, dass eine Verringerung der Schichtbreite bei gleichzeitiger Erhöhung der Schichtdicke zu einer höheren Dämpfung führt. Ausnahmen sind die unteren Isolinien, die ein Maximum durchlaufen. Dieser Effekt lässt sich ebenfalls mithilfe der Schubsteifigkeit erklären, die sowohl durch eine geringere Schichtbreite als auch durch eine höhere Schichtdicke reduziert wird. Infolgedessen wird der Einfluss der hohen Materialsteifigkeit kompensiert und die Dämpfung steigt an. Darüber hinaus trifft auch hier die Beobachtung zu, dass beim Vergleich zweier Konfigurationen eine gleichwertige Dämpfung bei geringerer Massenzunahme erreicht werden kann. Im Vergleich zur niedrigeren Materialsteifigkeit tritt eine höhere, maximal mögliche Dämpfung im Fall des steiferen Materials auf, was anhand der Gelbfärbung bei gleicher Farbskala im rechten Diagramm erkennbar ist.

4.3.2 Modifikation der Deckschichtbreite und -dicke

In **Abb. 4.8** ist der modale Verlustfaktor für die zwei unterschiedlichen Steifigkeiten des viskoelastischen Materials in Abhängigkeit der Deckschichtdicke und -breite dargestellt. Die beiden Konturverläufe unterscheiden sich sowohl qualitativ als auch quantitativ voneinander. Generell hat die Erhöhung der Schichtdicke und der Schichtbreite einen positiven Effekt auf die Dämpfung. Hier spielt einerseits die Auswirkung auf die neutrale Faser eine Rolle, welche für die betrachtete Struktur in Richtung der Kernschicht verschoben wird. Andererseits wird bei einer geringen Schichtbreite die Kernschicht nicht auf voller Fläche in Schubverformung gezwungen. Außerdem fällt bei Betrachtung der GM-Isolinien auf, dass die Masse je nach Materialsteifigkeit für eine hohe Dämpfung unterschiedlich verteilt werden sollte. Im Falle des niedrigeren Speichermoduls ist es empfehlenswert, eine breite, dafür aber dünne Deckschicht zu wählen. Stattdessen ist es im

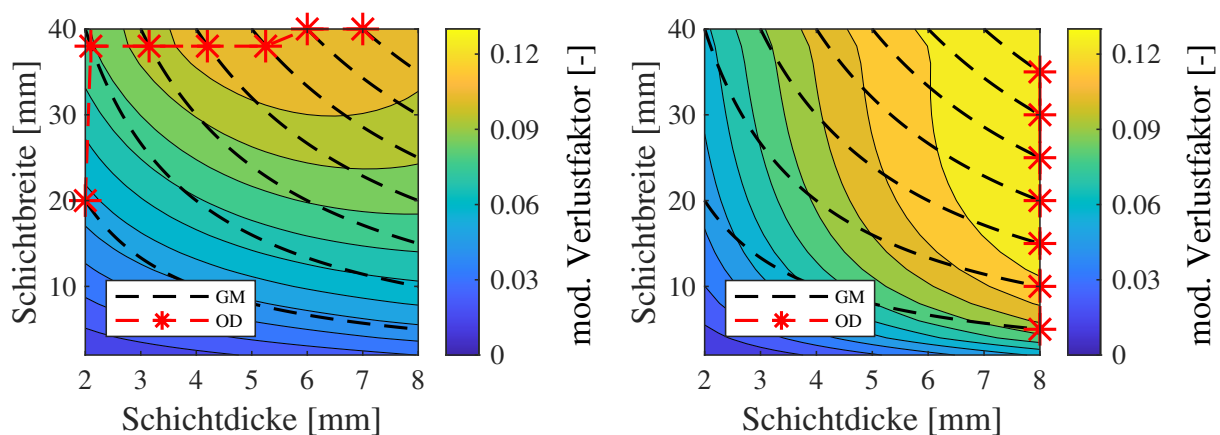


Abbildung 4.8: Einfluss der gleichzeitigen Modifikation von Deckschichtdicke und -breite auf den mod. Verlustfaktor der 1. Biegemode für (**links**) $E' = 10$ MPa und (**rechts**) $E' = 100$ MPa. Die Isolinien kennzeichnen Konfigurationen mit gleicher Masse (GM), wobei die Masse von links unten nach rechts oben ansteigt. Das optimale Design (OD) hinsichtlich max. Dämpfung ist für jede Isolinie durch einen roten Asterisk markiert.

Falle des hohen Speichermoduls von Vorteil, eine schmale, dafür aber hohe Deckschicht zu konstruieren. Die Ursachen für die unterschiedlichen Auswirkungen der Deckschichtparameter werden im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter untersucht. An dieser Stelle genügt es zu zeigen, dass ein solcher Effekt auftritt und eine verallgemeinerte Designrichtlinie zu einer optimalen Deckschichtgeometrie erschwert.

4.3.3 Einfluss von variabler Kern- und Deckschichtbreite

In der nachfolgenden Analyse wird untersucht, ob eine Aufteilung der Kern- und Deckschicht in Abschnitte mit unterschiedlicher Schichtbreite einen Einfluss auf die Schwingungsdämpfung hat. Dazu werden die CLD-Schichten, wie in **Abb. 4.9** schematisch veranschaulicht, in zwei gleichgroße Innen- und Außenbereiche aufgeteilt. Bedingt durch die Elementdiskretisierung variiert die Breite der Segmente schrittweise zwischen 0 und 40 mm, wobei das Material symmetrisch zur Längsachse hinzugefügt bzw. entfernt wird. Die Ergebnisse sind in **Abb. 4.10** dargestellt. Zusätzlich wurden Isolinien hinzugefügt, die Konfigurationen mit gleicher Masse kennzeichnen. Die roten Asteriske markieren die Geometrie Konfigurationen, die die höchste Schwingungsdämpfung bei gleicher CLD-Masse liefern (OD).

Es ist zu erkennen, dass der modale Verlustfaktor für den niedrigen Speichermodul im Allgemeinen geringer ist. Außerdem ist die Dämpfung in diesem Fall sensitiver gegenüber der äußeren Schichtbreite, da Änderungen entlang der horizontalen Achse zu höheren Verlustfaktoren führen (**links**). Die Maximalwerte treten im oberen rechten Bereich auf, was einer vollständigen CLD-Bedeckung entspricht. Für die höhere Materialsteifigkeit ist es umgekehrt (**rechts**). Die Dämpfung ist sensitiver gegenüber der inneren Schichtbreite, da Änderungen entlang der vertikalen Achse einen größeren Einfluss aufweisen. Bemerkenswert ist dabei, dass, im Gegensatz zum linken Fall, die maximale Dämpfung für eine teilweise Bedeckung auftritt. Dies ermöglicht auf der einen Seite eine Einsparung der zusätzlichen Masse und verbessert auf der anderen Seite die Dämpfung im Vergleich zu einer vollständig bedeckten CLD-Konfiguration.

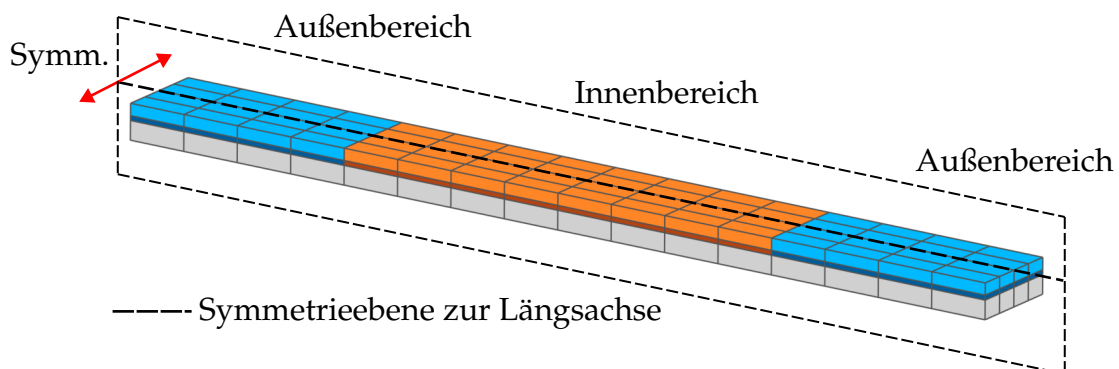


Abbildung 4.9: Schematische Darstellung zur Aufteilung der variablen Schichtbreiten

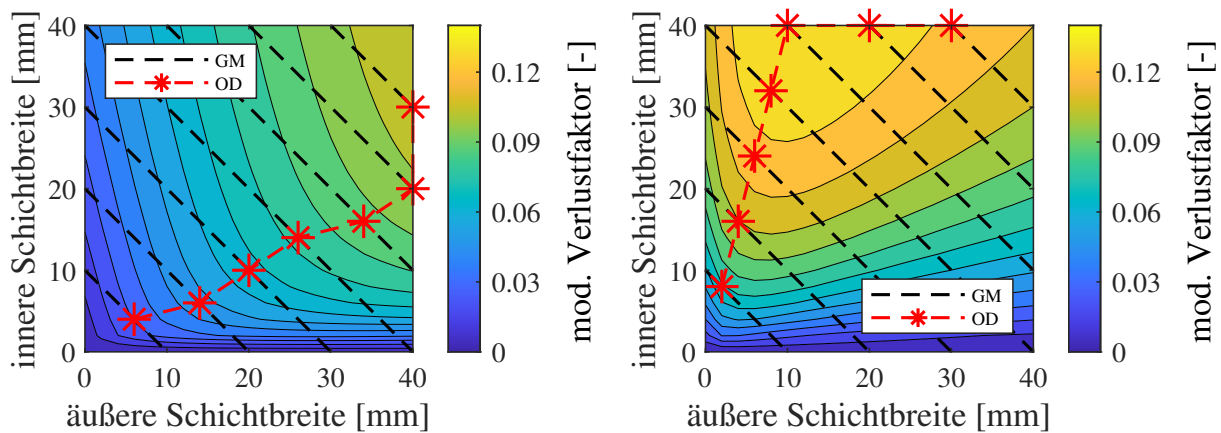


Abbildung 4.10: Einfluss von innerer und äußerer Schichtbreite auf den mod. Verlustfaktor der 1. Biegemode für (**links**) $E' = 10$ MPa und (**rechts**) $E' = 100$ MPa. Die Isolinien kennzeichnen Konfigurationen mit gleicher Masse (GM). Die roten Asterisken markieren das optimale Design (OD) hinsichtlich max. Dämpfung für jede Isolinie.

Die optimalen Geometrieconfigurationen für eine halbe Bedeckung sind in **Abb. 4.11** dargestellt. Dabei wird deutlich, dass sich die Formen fundamental unterscheiden. Während das CLD-Profil für eine geringe Steifigkeit des viskoelastischen Materials eine hantelförmige Kontur mit breiten Außenbereichen aufweist (**links**), sind bei erhöhter Materialsteifigkeit die Außenbereiche schmaler und stattdessen der Innenbereich breit (**rechts**). Die optimalen Schichtbreiten für den Außen- bzw. Innenbereich betragen (**links**) 26 und 14 mm bzw. (**rechts**) 8 und 32 mm.



Abbildung 4.11: Optimales Design für (**links**) $E' = 10$ MPa und (**rechts**) $E' = 100$ MPa bei halber Bedeckung aus der Draufsicht

4.4 Schlussfolgerungen aus der Sensitivitätsanalyse

Die Ergebnisse der Sensitivitätsstudien haben gezeigt, dass durch Veränderungen der geometrischen Parameter wie Schichtdicke und Schichtbreite Einfluss auf die Schwingungsdämpfung genommen werden kann. Eine hilfreiche Konstruktionsregel resultiert aus dem Zusammenhang zwischen der Schubsteifigkeit und der Kernschichtbreite und -dicke sowie dem viskoelastischen Schubspeichermodul. Demnach konnten die Auswirkungen des Speichermoduls auf die Dämpfung durch Anpassung der Kernschichtbreite äquivalent kompensiert werden. Dies gilt jedoch nicht im gleichen Maße für die Schichtdicke, da diese zusätzlich die Lage der neutralen Faser verändert.

Als vielversprechend hat sich der vorgestellte Ansatz zur Aufteilung der Kern- und Deckschicht entlang der Längsachse in innere und äußere Segmente mit unterschiedlicher

Schichtbreite erwiesen. Auf diese Weise können CLD-Schichten unter Berücksichtigung einer zulässigen Masse effizient zur Dämpfungsauslegung modifiziert werden. Darüber hinaus konnte beobachtet werden, dass die Auswirkungen der geometrischen Parameteränderungen stark von der Steifigkeit des viskoelastischen Materials abhängen. Bei gleichzeitiger Modifikation von Schichtbreite und Schichtdicke konnten je nach Materialsteifigkeit unterschiedliche Auswirkungen festgestellt werden. Im Falle der Untersuchung zum Einfluss der Segmentaufteilung sind die optimalen CLD-Designs nahezu gegensätzlich. Da die viskoelastische Materialsteifigkeit temperaturabhängig ist, deutet das Ergebnis im Umkehrschluss darauf hin, dass das optimale CLD-Design ebenfalls temperaturabhängig sein könnte.

Die Untersuchungen in diesem Kapitel betreffen eine geometrisch einfache Balkenstruktur. Dennoch konnten bereits einige komplexe Abhängigkeiten eines optimalen CLD-Designs identifiziert werden, die die Ableitung einer allgemeingültigen Designrichtlinie unmöglich machen. Vielmehr ist ein Optimierungsprozess sinnvoll, der die diskutierten Geometrieparameter zum Erzielen maximaler Schwingungsdämpfung bei beliebigen Randbedingungen individuell anpasst.

5 Ein Verfahren zur Optimierung von CLD-Strukturen

Basierend auf den Erkenntnissen aus Kapitel 4 wird in diesem Kapitel ein Verfahren zur Parameteroptimierung für CLD-Strukturen vorgestellt. In diesem Zusammenhang werden die Schichtbreiten und Schichtdicken, wie in **Abb. 5.1** dargestellt, als Designvariablen betrachtet und Randbedingungen bzgl. zulässiger Geometrie und Massenzunahme berücksichtigt. Die Elementaufteilung der Basisstruktur soll dabei erhalten bleiben und keine Neuvernetzung stattfinden. Demnach werden die Elemente der CLD-Schicht über den Elementen der Basisstruktur beidseitig der Längssymmetrieebene hinzugefügt oder entfernt. Außerdem sollen die Schichtdicken als globale Parameter unter Berücksichtigung einer vorgegebenen Schrittweite bestimmt werden. Damit sind für die Optimierungsparameter nur Werte des natürlichen Zahlenraums zulässig.

Das im Nachfolgenden präsentierte Verfahren kann als Erweiterung des in [45] vorgestellten Ansatzes verstanden werden. Die Struktur des entsprechenden Algorithmus wird in Abschnitt 5.1 vorgestellt, während in Abschnitt 5.2 die Eigenschaften des Verfahrens untersucht und beurteilt werden. Abschließend werden in Abschnitt 5.3 Schlussfolgerungen zum Einsatz des Verfahrens gezogen.

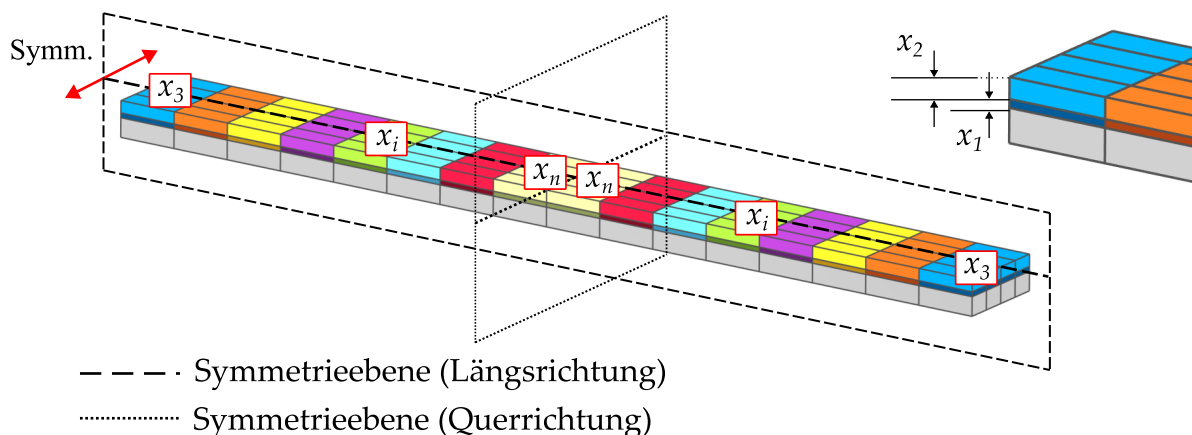


Abbildung 5.1: Exemplarische Aufteilung der Designvariablen. x_1 und x_2 sind den Schichtdicken, x_3 bis x_n den Schichtbreiten zugeordnet. Unter Zuhilfenahme einer Quersymmetrieebene können einer Designvariable mehrere Segmente zugewiesen werden.

5.1 Grundlegende Struktur des Algorithmus

In diesem Abschnitt wird auf die Struktur des Algorithmus eingegangen, die in **Abb. 5.2** dargestellt ist. Im Wesentlichen lässt sich der Algorithmus in zwei Hauptteile untergliedern: Der Design Loop und die Überprüfung der gewichtsbezogenen Randbedingung. Der Algorithmus beginnt mit einem Datensatz an Designvariablen, die in dem Startvektor $\mathbf{x}_{\text{start}} = [x_1 \dots x_i \dots x_n]^T$ zusammengefasst sind. Aus dem Startvektor folgt durch Auswerten der Zielfunktion der Startwert der Zielfunktion, im Folgenden der modale Verlustfaktor $\eta_{\text{start}} = J(\mathbf{x}_{\text{start}})$. Im ersten Schritt wird dieser Datensatz verwendet, um innerhalb des Design Loops einen verbesserten Satz an Designvariablen \mathbf{x}_{imp} zu bestimmen. Parallel dazu wird ein Vektor η_{imp} angelegt, der die jeweiligen Zielfunktionswerte der individuellen Veränderungen der Designvariablen speichert. In seinem Ablauf ähnelt das Vorgehen im Design Loop dem Koordinaten- bzw. GAUSS-SEIDEL-Verfahren [99]. Während beim GAUSS-SEIDEL-Verfahren innerhalb eines Iterationsschritts der Fortschritt

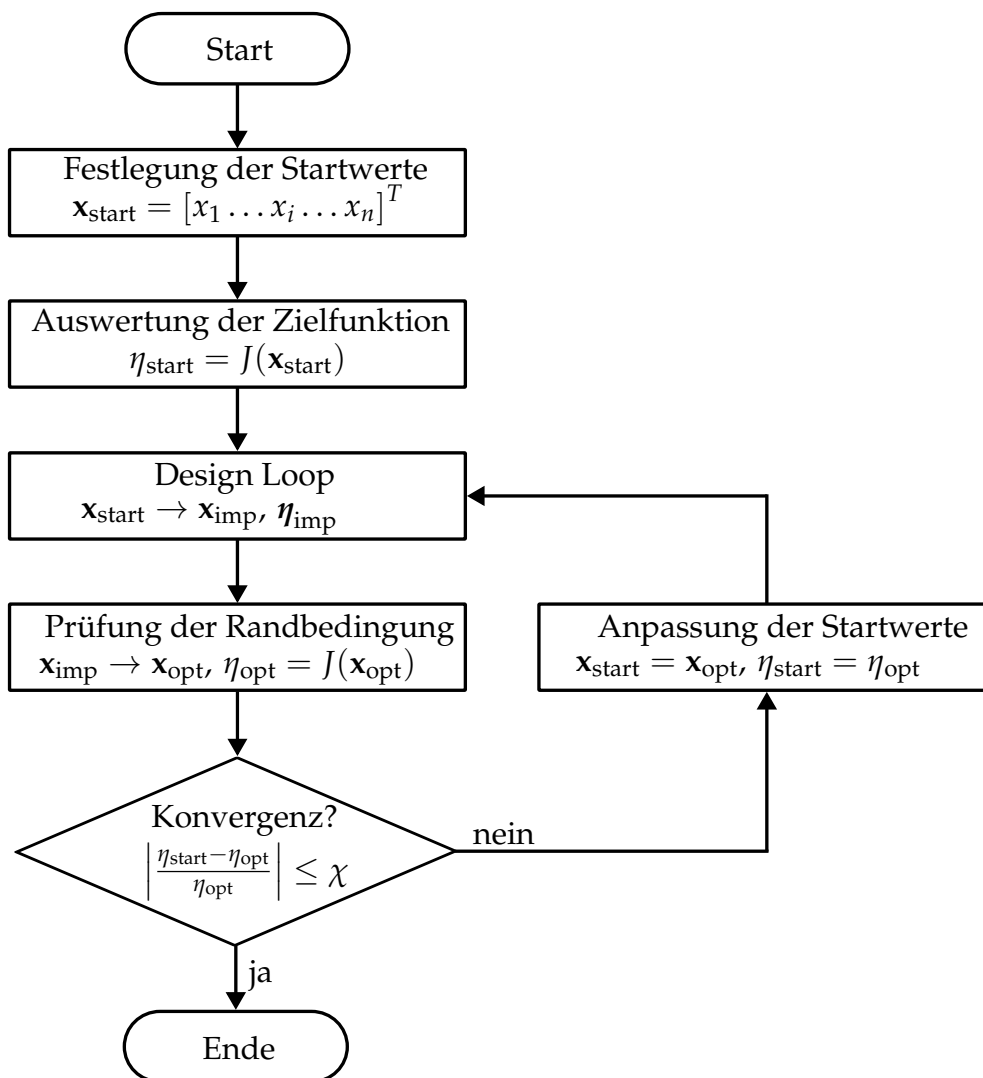


Abbildung 5.2: Grundlegende Struktur des Optimierungsalgorithmus

in nur eine Koordinatenrichtung bzw. für eine Designvariable vollzogen wird, wird beim hier vorgestellten Verfahren ein Fortschritt für alle Designvariablen geprüft, bevor ein verbesserter Wert identifiziert wird. Dies geschieht jedoch ohne die Berücksichtigung der massenbezogenen Randbedingung. Das bedeutet wiederum, dass der aus dem Design Loop resultierende Designvektor \mathbf{x}_{imp} als Vorschlag für eine Verbesserung zu verstehen ist. Die tatsächliche Verbesserung wird jedoch erst bei der Überprüfung der Randbedingung identifiziert. Daher wird der Vektor \mathbf{x}_{imp} nachfolgend hinsichtlich der Randbedingung überprüft und ggf. modifiziert. Hieraus resultiert der Vektor der optimierten Designvariablen \mathbf{x}_{opt} , der alle Randbedingungen erfüllt und zu dem Zielfunktionswert η_{opt} führt. Abschließend wird der Zielfunktionswert hinsichtlich eines Konvergenzkriteriums ausgewertet. Falls das Konvergenzkriterium nicht erfüllt ist, werden der optimierte Designvektor und der entsprechende Zielfunktionswert als Startwerte für eine erneute Iterationsschleife verwendet. Andernfalls ist der Optimierungsprozess abgeschlossen.

Die detaillierten Schritte der Optimierung werden im Nachfolgenden näher erklärt. In diesem Zusammenhang wird in Abschnitt 5.1.1 auf die Zusammensetzung der Zielfunktion eingegangen. Darüber hinaus behandelt Abschnitt 5.1.2 den Design Loop, während in Abschnitt 5.1.3 das Vorgehen zur Überprüfung der massenbezogenen Randbedingung vorgestellt wird. Abschließend folgt in Abschnitt 5.1.4 ein Beispiel zur Demonstration des Verfahrens anhand eines Systems mit zwei Designvariablen.

5.1.1 Zusammensetzung der Zielfunktion

Der Zielfunktionswert wird durch die Auswertung des Designvariablenvektors innerhalb der Zielfunktion bestimmt. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Zielfunktion nicht nur aus einer rein mathematischen Zielgleichung besteht, sondern sich aus mehreren, individuell angepassten Unterfunktionen zusammensetzt. Die Unterfunktionen sind entsprechend ihrer Reihenfolge aufgelistet:

- **Übertragung des natürlichen Zahlenwerts in eine geometrische Quantität**
Mithilfe dieser Unterfunktion werden die natürlichen Zahlenwerte der Designvariablen in einen geometrischen Zusammenhang mit der CLD-Struktur gebracht. Dieser Schritt wird in Abschnitt 5.1.4 an einem Beispiel veranschaulicht.
- **Erzeugung von Knoten- und Element-Dateien**
Ausgehend von den resultierenden geometrischen Abmaßen der hinzugefügten CLD-Schichten werden zusätzliche Knoten- und Element-Datensätze im Programmcode erstellt, die von einer geeigneten FE-Software eingelesen werden.
- **Erstellung des FE-Modells und Lösen der Zielgleichung**
Auf Basis der eingelesenen Datensätze werden vom FE-Programm Systemmatrizen erstellt, die in die Zielgleichung einfließen. Sieht die Zielgleichung das Lösen des dazugehörigen Eigenwertproblems vor, sind einige Besonderheiten zu beachten. Wird bspw. für viskoelastische Materialien die Frequenzabhängigkeit der Materi-

aleigenschaften berücksichtigt, kann das Eigenwertproblem iterativ gelöst werden. Durch die geometrischen Modifikationen werden außerdem die Trägheits- und Steifigkeitseigenschaften der Gesamtstruktur verändert. Die Änderungen wirken sich dabei unterschiedlich stark auf die Moden aus und können deren Reihenfolge vertauschen. Da in FE-Programmen die Ergebnisse einer Eigenwertanalyse häufig aufsteigend nach den Eigenfrequenzen sortiert sind, ist die Nachverfolgung der betrachteten Moden notwendig, um nicht fälschlicherweise die Ergebnisse einer irrelevanten Mode zu analysieren. Dies gelingt durch die Anwendung des *Modal Assurance Criterion* (MAC). Hierbei wird die lineare Unabhängigkeit zweier Eigenvektoren geprüft und durch einen skalaren Wert zwischen 0 und 1 quantifiziert [4]. Ein Wert von 1 bedeutet eine Kollinearität der Vektoren, während ein Wert von 0 eine Orthogonalität anzeigt. Der MAC-Wert ist folgendermaßen definiert

$$\text{MAC} = \frac{\left| \boldsymbol{\phi}_{\text{Ref},r}^{*T} \cdot \boldsymbol{\phi}_{\text{Mod},r}^* \right|^2}{\left(\boldsymbol{\phi}_{\text{Ref},r}^{*T} \cdot \boldsymbol{\phi}_{\text{Ref},r}^* \right) \cdot \left(\boldsymbol{\phi}_{\text{Mod},r}^{*T} \cdot \boldsymbol{\phi}_{\text{Mod},r}^* \right)}. \quad (5.1)$$

Der Eigenvektor der Ausgangsstruktur ist durch $\boldsymbol{\phi}_{\text{Ref},r}^*$ gekennzeichnet, während $\boldsymbol{\phi}_{\text{Mod},r}^*$ der Eigenvektor der modifizierten Struktur ist. Beide Vektoren müssen dieselben Knotenpunkte und Freiheitsgrade umfassen und dementsprechend dieselbe Dimension aufweisen. Durch eine Suchfunktion nach dem höchsten MAC-Wert lässt sich der gesuchte Moden-Index identifizieren.

- **Entnahme des entsprechenden Zielfunktionswerts**

Aus dem Ergebnisdatensatz wird die Zielgröße entnommen. Beinhaltet die Zielfunktion das Lösen des Eigenwertproblems, muss hierbei der aus der MAC-Korrelation identifizierte Moden-Index berücksichtigt werden. Da das Optimierungsproblem als Minimierungsaufgabe definiert ist, muss ggf. eine Änderung des Vorzeichens der Zielgröße vorgenommen werden.

5.1.2 Design Loop

Der Programmablauf des Design Loops ist in **Abb. 5.3** dargestellt. Hierbei ist zu beachten, dass die Schleife für jede der n Designvariablen durchlaufen wird, wobei j in diesem Fall die Laufvariable ist. Der erste Schritt in jedem Durchlauf ist die Erzeugung einer temporären Kopie \tilde{x} des Startvektors. Im Anschluss daran wird überprüft, ob die Erhöhung der j -ten Designvariable das dazugehörige obere geometrische Limit verletzt. Falls die Modifikation im zulässigen Bereich der geometrischen Randbedingungen liegt, wird die Änderung übernommen und der entsprechende Designvektor in der Zielfunktion ausgewertet. Der daraus resultierende temporäre Wert der Zielfunktion $\tilde{\eta}$ wird danach mit dem Zielfunktionsstartwert verglichen. Sofern eine Verbesserung, im Falle eines Minimierungsproblems also ein niedrigerer Wert, bestätigt werden kann, wird die Änderung und der entsprechende Zielfunktionswert in den Vektoren x_{imp} bzw. η_{imp}

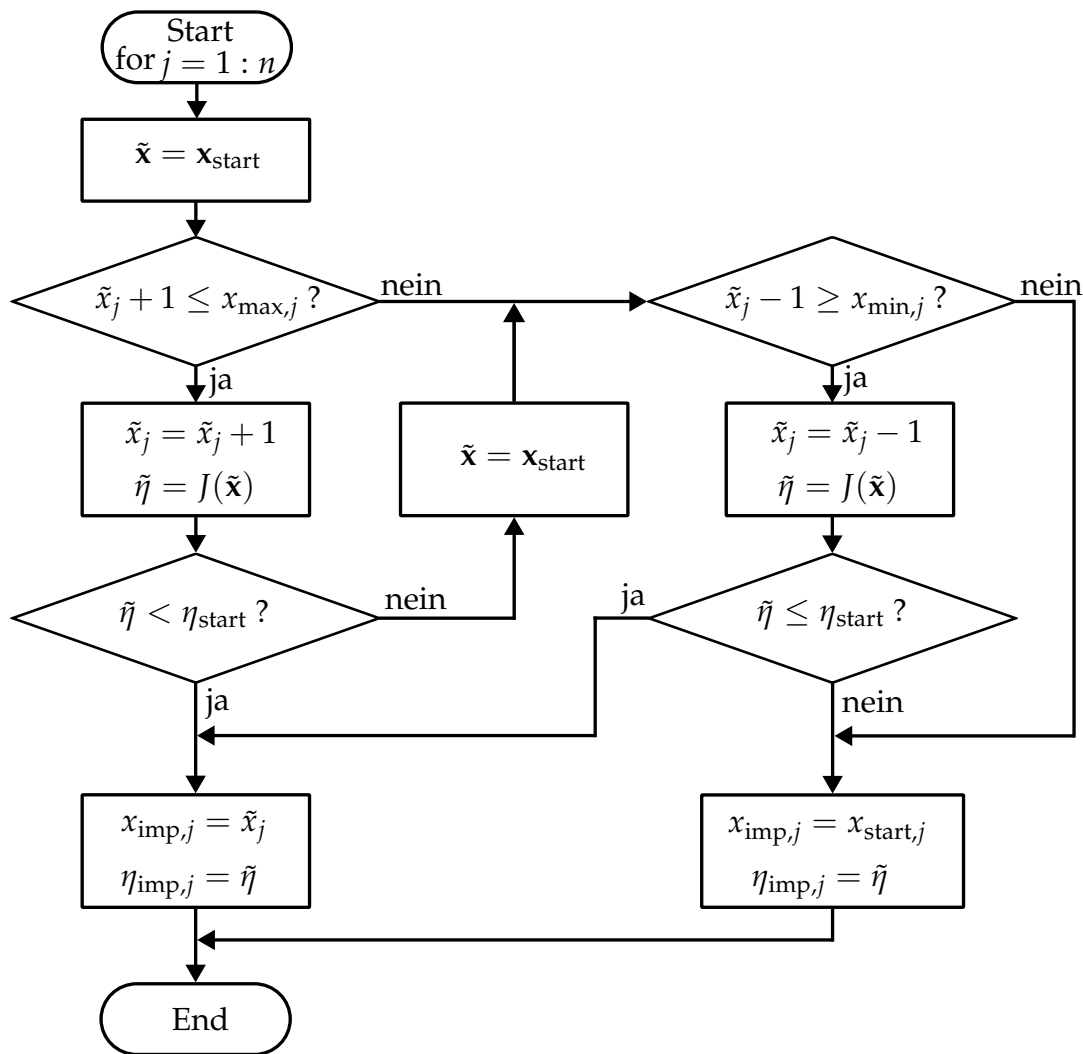


Abbildung 5.3: Programmablauf des Design Loops

abgespeichert. In dem Fall, dass keine Verbesserung erreicht wird oder falls die Erhöhung der Designvariable das obere geometrische Limit überschreitet, wird überprüft, ob der Wert der Designvariable verringert werden kann. Sofern dies zutrifft und die Modifikation zu einer Verbesserung des Zielfunktionswerts führt, werden die Änderung und der entsprechende Zielfunktionswert abgespeichert. Falls eine der beiden zuvor genannten Bedingungen nicht zutrifft, wird die Änderung verworfen und der ursprüngliche Startwert übernommen. Nach Beendigung des Design Loops enthält der Vektor $\mathbf{x}_{\text{imp}} = [x_{\text{imp},1} \dots x_{\text{imp},i} \dots x_{\text{imp},n}]^T$ alle individuellen geometrischen Modifikationen, während der Vektor $\boldsymbol{\eta}_{\text{imp}} = [\eta_{\text{imp},1} \dots \eta_{\text{imp},i} \dots \eta_{\text{imp},n}]^T$ die dazugehörigen Zielfunktionswerte beinhaltet.

5.1.3 Prüfung der Randbedingung

In diesem Teilabschnitt wird überprüft, ob der Vektor der individuellen Verbesserungen \mathbf{x}_{imp} die vorgegebene Randbedingung verletzt und ggf. modifiziert werden muss. Da-

ab, ob eine Designvariable einen geringeren Wert im Vergleich zum Startwert aufweist. Diese Modifikationen werden bevorzugt behandelt, da sie sowohl den Zielfunktionswert verbessern als auch die Masse reduzieren. Für einen Überblick über den detaillierten Ablauf der **Methode A** wird auf den Algorithmus in Anhang A.1 verwiesen. Das Resultat ist der Vektor x_{imp} mit nur einer veränderten Designvariablen, der weiterhin die Randbedingung erfüllt und zu einer Verbesserung des Zielfunktionswerts führt.

Szenario 3

Wird dagegen die Randbedingung verletzt und existiert im Vektor der verbesserten Designvariablen mindestens eine Variable, die im Vergleich zum Startwert einen kleineren Wert aufweist, wird **Methode B** angewandt. Hierbei wird zunächst überprüft, wie viele der Designvariablen im Vergleich zum Startwert kleiner sind. Je nach Anzahl unterscheidet sich das weitere Vorgehen. Sofern lediglich eine Variable reduziert wurde, wird diese Änderung mit dem entsprechenden Zielfunktionswert sofort übernommen. Falls mehrere Variablen reduziert wurden, wird zunächst überprüft, ob die gleichzeitige Übernahme der reduzierten Variablen zu einer Verbesserung des Zielfunktionswerts führt. Trifft dies zu, werden diese Änderungen übernommen. Andernfalls wird ausschließlich die beste individuelle Änderung auf Basis der Sensitivitäten identifiziert und übernommen. Der detaillierte Ablauf von **Methode B** ist in Anhang A.2 zu finden.

Szenario 4

Sofern die Randbedingung verletzt wird und kein Wert der verbesserten Variablen im Vergleich zum Startwert kleiner ist, wird **Methode C** angewandt. Zunächst werden die Sensitivitäten des Zielfunktionswerts bezüglich der Massenänderung berechnet und darauf basierend drei verschiedene Gruppen von Designvektoren erstellt. Die erste Gruppe besteht aus Designvektoren, bei denen eine sensitive Variable um 1 erhöht und keine oder eine andere insensitive Variable um 1 oder mehr verringert wurde. Die zweite Gruppe ist eine Erweiterung der ersten Gruppe und fügt potenzielle Designvektoren hinzu, die das verfügbare Budget an CLD-Masse ausschöpfen. Die Designvektoren der dritten Gruppe kennzeichnen sich dadurch, dass eine Variable um 1 erhöht wurde, während mehrere andere Variablen um 1 reduziert wurden. Anschließend werden die Gruppen zusammengefasst und sukzessive in der Zielfunktion ausgewertet. In Anhang A.3 ist dieses Vorgehen im Detail erläutert.

Szenario 5

Szenario 5 tritt ein, wenn die Verletzung der Randbedingung durch keine der Methoden behoben werden konnte. In diesem Fall werden die Startwerte als optimale Werte übernommen, was zwangsläufig zur Konvergenz führt.

5.1.4 Demonstration des Verfahrens

Im Nachfolgenden wird anhand eines Beispiels mit zwei Designvariablen die Anwendbarkeit des vorgestellten Verfahrens demonstriert. Der zuvor präsentierte Algorithmus

wurde in MATLAB R2021b programmiert. Das Ziel der Optimierung ist die Maximierung des modalen Verlustfaktors der 1. Biegemode und damit die Reproduktion der Ergebnisse aus Abschnitt 4.3.3. Daher setzt sich der Designvariablenvektor aus den Variablen x_1 für die Schichtbreite der äußeren und x_2 für die Schichtbreite der inneren Segmente zusammen $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$. Kern- und Deckschichtelemente werden zusammen entfernt oder hinzugefügt und befinden sich innerhalb der Basisschichtkontur. Da das Entfernen und Hinzufügen von Elementen symmetrisch zur Symmetrieebene aus **Abb. 4.9** erfolgt und der Balken mit 40 Elementen in der Breite diskretisiert wurde, beträgt der Wertebereich für beide Designvariablen $0 \leq x_i \leq 20$. Zusätzlich wird eine Randbedingung $c(\mathbf{x})$ definiert, die eine Oberflächenbedeckung der Basisschicht von maximal 50 % zulässt, was gleichbedeutend mit der Ungleichung $x_1 + x_2 - 20 \leq 0$ ist. Die Eigenschaften des Modells entsprechen denen aus Abschnitt 4.1, für das viskoelastische Material wird ein Speichermodul von $E' = 100$ MPa angenommen. Als Startvektor wurde $\mathbf{x}_{\text{start}} = [6 \ 2]^T$ ausgewählt. Die reale Breite der CLD-Schicht ergibt sich aus dem Doppelten des Designvariablenwerts: $b_i = 2 \text{ mm} \cdot x_i$. Damit beträgt die Schichtbreite zu Beginn der Optimierung im äußeren Bereich 12 mm und im inneren Bereich 4 mm. Die mathematische Formulierung des Optimierungsproblems lautet

$$\begin{aligned} \text{Minimiere:} \quad & -\eta_1(\mathbf{x}) & (5.2) \\ \mathbf{x} \in \mathbb{N}_0 & \\ \text{Unter Berücksichtigung von:} \quad & x_1 + x_2 - 20 \leq 0 \\ & 0 \leq x_i \leq 20, & \text{für } i = 1, 2. \end{aligned}$$

Das Ergebnis der Optimierung ist in **Abb. 5.5** dargestellt. Die Optimierung konvergiert nach 15 Iterationen (62 Zielfunktionsaufrufe) und stimmt mit den Ergebnissen aus der Parameterstudie aus Abschnitt 4.3.3 überein.

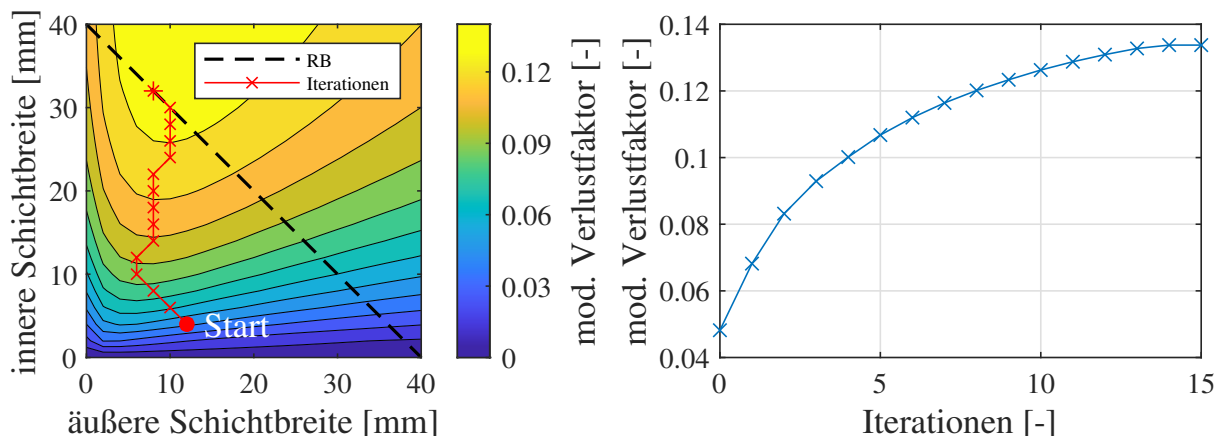


Abbildung 5.5: **Links:** Optimierungsverlauf unter Berücksichtigung der Randbedingung (RB). **Rechts:** Konvergenzdiagramm der Optimierung.

5.2 Untersuchung der Eigenschaften des Verfahrens

Dieser Abschnitt widmet sich den Eigenschaften des vorgestellten Verfahrens. Dazu wird in Abschnitt 5.2.1 der Einfluss der Designvariablen-Anzahl auf die Dämpfung unter Berücksichtigung des erforderlichen numerischen Aufwands analysiert. Im Anschluss wird in Abschnitt 5.2.2 der Einfluss der Startwerte auf das Endergebnis untersucht. Abschließend werden in Abschnitt 5.2.3 die Ergebnisse mit den Ergebnissen eines Genetischen Algorithmus verglichen.

5.2.1 Einfluss der Designvariablen-Anzahl

In Abschnitt 5.1.4 wurde die Optimierung der Schichtbreiten auf Grundlage von zwei Designvariablen durchgeführt. Im Nachfolgenden wird analysiert, inwiefern eine geringere oder höhere Anzahl an Designvariablen den modalen Verlustfaktor der 1. Biegemode verändert und ob die Dämpfungswerte den damit einhergehenden numerischen Aufwand rechtfertigen. Hierbei gelten dieselben Materialeigenschaften und Limitierungen der zusätzlichen CLD-Masse wie in Abschnitt 5.1.4. Dazu werden zwei Szenarien betrachtet.

Szenario 1 - Konstante Schichtdicken, variable Schichtbreiten

Für das erste Szenario bleiben die Schichtdicken konstant, während die Schichtbreiten verschiedener Segmente als Designvariablen betrachtet werden. Hierbei wird die Balkenstruktur in zwei, vier bzw. acht gleichgroße Sektionen aufgeteilt, die symmetrisch zur Quersymmetrieebene angeordnet sind (vgl. **Abb. 5.1**). Ihrer Anzahl an Designvariablen entsprechend werden diese Konfigurationen als B2, B4 bzw. B8 bezeichnet. Die Aufteilung ist in **Abb. 5.6** veranschaulicht. Außerdem wird der Fall betrachtet, bei dem die Schichtbreite der Kern- und Deckschicht die Hälfte der Referenzbreite beträgt (B1). Der Startwert der Optimierungen entspricht einem unbedeckten Balken ($x_{\text{start}} = \mathbf{0}$).

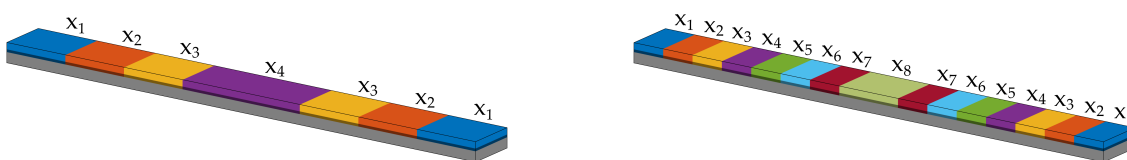


Abbildung 5.6: Zuordnung der Designvariablen für (links) B4 und (rechts) B8

Szenario 2 - Variable Schichtdicken und -breiten

Im zweiten Szenario werden zusätzlich zu den Schichtbreiten die Schichtdicken der Kern- und Deckschicht als Designvariablen berücksichtigt. Beide Schichtdicken werden bei vollständiger Bedeckung der Oberfläche (H2) und bei einer einheitlichen Breite (H3) optimiert. Die weiteren Fälle umfassen, wie im oberen Szenario, zwei, vier bzw. acht gleichgroße Elementsektionen. In Summe ergeben sich zusammen mit den zwei Variablen für die Schichtdicken dementsprechend vier, sechs bzw. zehn Designvariablen (H4, H6, H10). Anders als in Szenario 1 gilt für die Designvariablen die Zuordnung aus **Abb. 5.1**. Das

Tabelle 5.1: Optimierungsergebnisse in Abhängigkeit der Designvariablen (DV). Die relative Änderung des Verlustfaktors bezieht sich jeweils auf den vorherigen Wert. Es gelten dieselben Materialsteifigkeiten und Limitierungen bzgl. der CLD-Masse wie in Abschnitt 5.1.4.

DV	Zielfunktionsaufrufe	modaler Verlustfaktor	relative Änderung	optimales Design
[-]	[-]	[-]	[%]	[-]
B1	1	0.1115	-	[10]
B2	62	0.1338	20.00	[4 16] ^T
B4	124	0.1395	4.26	[1 8 13 18] ^T
B8	224	0.1406	0.79	[0 3 6 9 12 15 17 18] ^T
H2	76	0.0722	-	[31 15] ^T
H3	149	0.1690	134.07	[79 62 6] ^T
H4	261	0.1699	0.53	[80 54 6 7] ^T
H6	496	0.1729	1.77	[80 54 3 8 8 7] ^T
H10	1391	0.1728	-0.06	[80 46 1 5 8 9 9 9 8 8] ^T

bedeutet, dass x_1 und x_2 den Kern- bzw. Deckschichtdicken und die weiteren Designvariablen den Schichtbreiten zugeordnet sind. Es ist zu beachten, dass die Designvariablen der Schichtdicken anders zu interpretieren und zu behandeln sind als die Designvariablen der Schichtbreiten. Während für die Schichtbreiten nach wie vor der Zusammenhang $b_i = 2 \text{ mm} \cdot x_i$ gilt, ergeben sich die realen Schichtdicken aus der Gleichung $h_i = 0.1 \text{ mm} \cdot x_i$. Der Wert von 0.1 mm wurde willkürlich als Schrittweite festgelegt. Der Startvektor der Optimierung ist $x_{\text{start}} = [1 \ 1 \ 0]^T$, wobei sich die Spaltenanzahl des Nullvektors aus der Anzahl der Designvariablen der Schichtbreiten ergibt. Als Ober- und Unterlimit für die Schichtdicken wurde außerdem 0.1 bzw. 8 mm festgelegt, was einem Wertebereich der Designvariablen von $1 \leq x_{1,2} \leq 80$ entspricht. Die Ergebnisse sind in **Tab. 5.1** aufgelistet.

Im Falle des ersten Szenarios ist erkennbar, dass bei feinerer Aufteilung in weitere Designvariablen der modale Verlustfaktor ansteigt und sich eine elliptische Form des hinzugefügten CLD-Materials herausbildet. Die formoptimierten Strukturen sind in **Abb. 5.7** aus der Draufsicht dargestellt. Ein Großteil des Materials wird in der Mitte des Balkens an Positionen mit hohem Biegemoment hinzugefügt. Der Anstieg des Dämpfungswertes ist jedoch mit einer erhöhten Anzahl an Designvariablen und damit mit numerischem Aufwand verbunden. Eine Verdopplung der Designvariablen-Anzahl führt ungefähr zu einer Verdopplung der Anzahl an Zielfunktionsaufrufen. Die Erhöhung der Dämpfung



Abbildung 5.7: Optimales Design für (links) B4 und (rechts) B8 aus der Draufsicht

ist lediglich für die Erweiterung von einer auf zwei Designvariablen mit 20 % bedeutend.

Aus dem zweiten Szenario lassen sich ebenfalls wichtige Beobachtungen anstellen. Bei vollständiger Bedeckung ist die Optimierung der Schichtdicken im Vergleich zur Optimierung der Schichtbreiten ineffektiv. Sofern neben den Schichtdicken zusätzlich mindestens eine Schichtbreite als Designvariable zur Verfügung steht, lässt sich die Dämpfung signifikant erhöhen. Bei Hinzunahme weiterer Designvariablen für die Schichtbreite ist die Dämpfungserhöhung nur noch gering, während der Rechenaufwand stark ansteigt. Dabei wird das Material bevorzugt zur Erhöhung der Schichtdicken verwendet, im vorliegenden Fall insbesondere für die Elastomerschicht. Der beobachtete Trend aus dem ersten Szenario trifft jedoch auch hier zu. In den äußeren Bereichen befindet sich wenig Material, während in der Mitte das meiste Material hinzugefügt wird. Bei der feinsten Aufteilung der Designvariablen (H10) tritt sogar ein leicht geringerer Endwert des modalen Verlustfaktors auf als bei der nächst gröberen Auflösung (H6). Das liegt daran, dass zu viele gleichzeitige Änderungen verschiedener Designvariablen nötig sind, um eine Verbesserung zu erzielen. Dieser Fall ist in **Methode C** nicht vorgesehen. Eine Erweiterung der Methode um diese Fähigkeit ist jedoch fragwürdig, da dadurch eine Vielzahl von weiteren potenziellen Verbesserungen analysiert werden müsste und sich der Rechenaufwand auf diese Weise drastisch erhöhen würde. Eine Alternative ist es, als Startvektor den optimalen Designvektor der nächst gröberen Aufteilung zu wählen. Dadurch konnte bspw. für H10 eine weitere Verbesserung erzielt werden ($x_{\text{opt}} = [80 \ 54 \ 1 \ 5 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 7 \ 7]^T$, $\eta_{\text{opt}} = 0.1731$).

5.2.2 Einfluss der Startwerte

Im vorangegangenen Abschnitt wurde für die Optimierungen der unbedeckte Basisbalcken als Startzustand betrachtet. In diesem Abschnitt wird für die Fälle B4 und H6 der Einfluss der Startwerte auf das Optimierungsergebnis der 1. Biegemode untersucht. Die beiden Fälle wurden einerseits ausgewählt, da alle Variablen bei B4 denselben Einfluss auf die CLD-Masse haben, während dies für H6 aufgrund der zusätzlichen Schichtdicken als Designvariable nicht zutreffend ist. Andererseits ist der rechnerische Aufwand bei der Anzahl an Designvariablen und Kombinationen noch überschaubar. Gestartet wird, unter Berücksichtigung der Randbedingungen, von allen zulässigen Eckpunkten des Parameterraums $x_{\text{start}} = [x_1 \dots x_i \dots x_n]^T$ mit $x_i \in \{x_{\min,i}, x_{\max,i}\}$. Für B4 werden die 16 möglichen Startwerte durch die Randbedingungen auf elf kondensiert. Für H6 sind es statt 64 nur 41.

Während für B4, unabhängig vom Startvektor, immer derselbe Endwert ermittelt wird ($\eta_{\text{opt}} = 0.1395$), ist dies für H6 nicht der Fall. Dennoch wird für 73.2 % der Startkombinationen derselbe optimale Wert erreicht ($\eta_{\text{opt}} = 0.1729$). Das entsprechende Design ist in **Abb. 5.8** dargestellt. In den übrigen Fällen ergeben sich drei weitere Endwerte, die jedoch deutlich schlechter sind ($\eta_{\text{opt}} = 0.0525, 0.0290$ und 0.0244). Die entsprechenden optimalen Designvektoren ($x_{\text{opt}} = [5 \ 49 \ 6 \ 20 \ 0 \ 20]^T$, $[9 \ 43 \ 10 \ 20 \ 20 \ 0]^T$ und $[1 \ 45 \ 20 \ 0 \ 20 \ 0]^T$) lassen

vermuten, dass es sich hierbei um lokale Minima handelt. Einerseits unterscheiden sich die optimalen Designvektoren stark von der besten Lösung (vgl. **Tab. 5.1**). Andererseits kommt in jedem Vektor mindestens eine 0 vor, was gleichbedeutend mit einer Leerstelle ist. Das CLD-Design ist demnach in verschiedene Segmente aufgeteilt, wobei die Segmentierung im Laufe der Optimierung nicht aufgehoben wurde. Eine Verbindung zwischen den CLD-Segmenten würde die Schubsteifigkeit der Kernschicht rapide erhöhen und ggf. zu einem schlechteren Ergebnis führen. Aus diesem Grund ist ein segmentierter Ausgangszustand nicht empfehlenswert.



Abbildung 5.8: Optimales Design für H6 aus der (**links**) Drauf- und (**rechts**) Schrägsicht. Im Vergleich zur Referenzstruktur ist eine deutlich dickere Kernschicht erkennbar.

5.2.3 Vergleich mit einem Genetischen Algorithmus

Im Folgenden wird überprüft, ob ein Genetischer Algorithmus (GA) mit ähnlichem numerischen Aufwand vergleichbare Ergebnisse liefert wie das in Abschnitt 5.1 vorgestellte Verfahren. Ein GA wurde ausgewählt, da dieser mit natürlichen Zahlen operieren und darüber hinaus die globale Extremstelle einer Zielfunktion finden kann. Während die grundlegende Struktur des GA allgemein festgelegt ist, kann sich das Vorgehen in den Unterfunktionen (Selektion, Reproduktion, Kreuzung und Mutation) individuell und je nach Anwendungsfall unterscheiden. Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete GA wurde von SOAL ET AL. [122] vorgestellt und um die Überprüfung der Randbedingungen mittels der *penalty method* [22] erweitert. Für die Systemparameter des Algorithmus wurden folgende Werte festgelegt, wobei n die Anzahl an Designvariablen ist:

$$\text{Population Size} = 10n$$

$$\text{Number of Generations} = 20$$

$$\text{Elite Sample Size} = 2n$$

$$\text{Lucky Sample Size} = 3n$$

Die übrigen Parameter entsprechen denen aus [122]. In **Abb. 5.9** sind die Ergebnisse für die Designvariablen B4 und B8 bzw. H4, H6 und H10 dargestellt. Es ist ersichtlich, dass in keinem Fall der mit dem vorgestellten Algorithmus ermittelte Endwert aus Abschnitt 5.2.1 erreicht wurde, obwohl die Zielfunktion deutlich häufiger aufgerufen wurde. Bei gleicher Anzahl an Zielfunktionsaufrufen lag der auf den jeweiligen Bestwert aus **Tab. 5.1** bezogene relative modale Verlustfaktor beim GA unterhalb von 95 %, im Falle von H10 sogar unterhalb von 75 %.

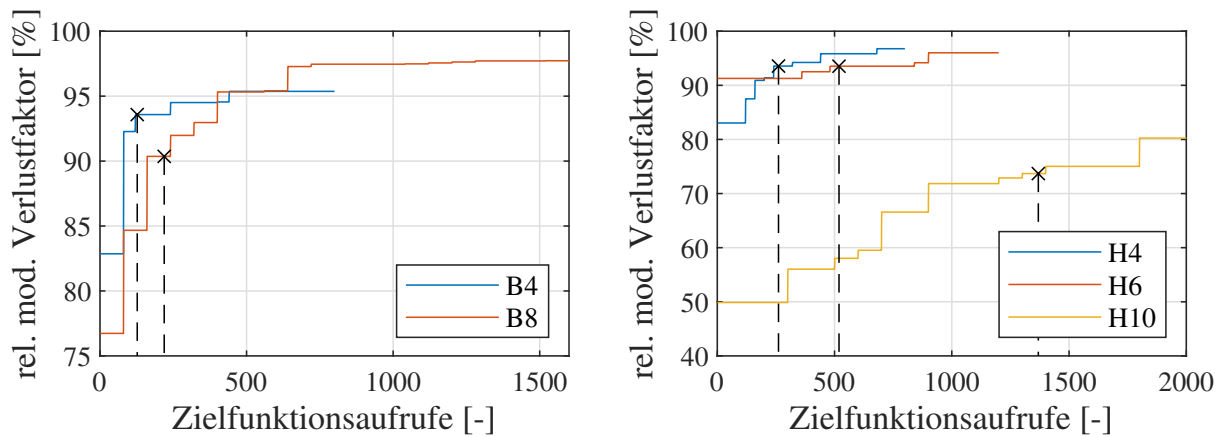


Abbildung 5.9: Ergebnisse des GA für Designvariablen B4 u. B8 (**links**) sowie H4, H6 u. H10 (**rechts**) relativ zum jeweiligen Endwert aus **Tab. 5.1**. Die Kreuze markieren die für den Endwert benötigten Aufrufe bei Verwendung des vorgestellten Verfahrens.

5.3 Schlussfolgerungen

In diesem Kapitel wurde ein neuartiger Optimierungsansatz vorgestellt, der die Schichtbreiten und -dicken der CLD-Schichten gleichzeitig anpasst. Das dazugehörige Verfahren ermöglicht die Integration beliebiger Zielfunktionen und arbeitet auf Grundlage von natürlichen Zahlen. Außerdem können Randbedingungen bezüglich der hinzuzufügenden Masse sowie der Geometrie berücksichtigt werden. Dabei wird die Vernetzung der Grundstruktur beibehalten und die Elemente der CLD-Schichten werden auf der Vernetzung der Grundstruktur aufgebaut. Die Beurteilung des Verfahrens erfolgt auf Basis der in diesem Kapitel durchgeführten Untersuchungen.

Für den Sonderfall eines gradlinigen Balkens, bei dem alle Designvariablen einen gleichwertigen, linearen Einfluss auf die Masse besitzen ($m_{\text{CLD}} = m \cdot \sum_{i=1}^n x_i$), führt eine Erhöhung der Anzahl an Designvariablen auf Kosten des numerischen Aufwands zur Verbesserung des Zielfunktionswertes. Bereits bei der Aufteilung in lediglich zwei Schichtbreiten konnte eine deutliche Steigerung der Dämpfung erzielt werden. Der Endwert ist in diesem Fall unabhängig vom Startzustand. Für den allgemeineren Fall, wenn ebenfalls die Schichtdicken als Designparameter zur Verfügung stehen, sind die zuvor getroffenen Aussagen nicht uneingeschränkt zutreffend. Eine feinere Aufteilung der Designvariablen führt nicht zwangsläufig zu einem verbesserten Zielfunktionswert. Darüber hinaus hängt der erreichte Endwert, vermutlich aufgrund von lokalen Extremstellen, ebenfalls vom Startwert ab. Bei vergleichbarem numerischem Aufwand konnte durch die Anwendung des vorgestellten Verfahrens in allen Fällen ein besseres Ergebnis als durch Anwendung eines Genetischen Algorithmus erzielt werden.

Aus den Ergebnissen lassen sich folgende Schlussfolgerungen ziehen: Die Aufteilung der Designvariablen sollte individuell nach Anwendungsfall (Struktur und Schwingungsform) unter Berücksichtigung der Rechenzeit und evtl. auch fertigungsspezifischen An-

forderungen festgelegt werden. Im Falle eines Biegebalkens lässt sich bspw. die Dämpfung durch Optimierung von nur vier Designvariablen merklich erhöhen. Als Ausgangszustand der Optimierung sind die unteren Grenzen der Designvariablen (bzw. der unbedeckte Zustand) empfehlenswert. Alternativ kann die Anzahl an Designvariablen sukzessive erhöht werden, indem das finale Design einer groben Aufteilung der Designvariablen als Ausgangszustand für die Optimierung mit feinerer Aufteilung dient.

6 Untersuchungen an balkenartigen CLD-Laborstrukturen

Das folgende Kapitel widmet sich der numerischen und experimentellen Untersuchung von balkenartigen CLD-Laborstrukturen. Als Dämpfungsschicht des CLD-Verbunds wird ein für Luftfahrtanwendungen entwickeltes Elastomer verwendet. Auf dessen Materialeigenschaften und die Identifikation der entsprechenden Modellparameter wird in Abschnitt 6.1 eingegangen. Darauf aufbauend werden in Abschnitt 6.2 numerische Analysen hinsichtlich der Temperaturabhängigkeit der modalen Parameter und des optimalen CLD-Designs präsentiert. Die numerischen Ergebnisse werden anschließend in Abschnitt 6.3 im Rahmen einer experimentellen Studie validiert und der Einfluss des Fertigungsverfahrens auf die strukturdynamischen Eigenschaften von CLD-Strukturen untersucht. Das Kapitel endet in Abschnitt 6.4 mit einer Schlussfolgerung aus den gewonnenen Erkenntnissen.

6.1 Materialeigenschaften eines Brombutylkautschuks

Da die temperatur- und frequenzabhängigen Materialmodelle von kommerziellen Dämpfungsmaterialien oftmals nicht veröffentlicht sind und sich daher eine Bewertung über die Einsatzmöglichkeiten als unzureichend gestaltet, wurde in Kooperation mit dem DEUTSCHEN INSTITUT FÜR KAUSCHUKTECHNOLOGIE (DIK) ein speziell auf den Anwendungsbereich der Luftfahrt zugeschnittenes Elastomer entwickelt. Das Haupteinsatzgebiet des Elastomers umfasst die Dämpfung von Rumpfschwingungen von Transportflugzeugen. Die dabei definierten Anforderungen lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- Hoher Verlustfaktor im Temperaturbereich zwischen -30 bis -10 °C und im Frequenzbereich zwischen 20 bis 500 Hz,
- geringe Dichte zur Eingrenzung der Gewichtszunahme im Anwendungsfall,
- Lösungsmittelbeständigkeit (z. B. gegenüber Kondenswasser / Hydrolyse),
- Alterungsbeständigkeit und
- Kompatibilität mit Haftmittel für Verbindungen mit Aluminium-Oberflächen.

Aus anfänglich vier potenziellen Kautschukmischungen wurde mit Brombutylkautschuk

(BIIR) ein halogenierter Butylkautschuk als vielversprechendste Mischung für den definierten Anwendungsbereich identifiziert. Seitens des DIK wurden im Auftrag des DLR in zweijährlichen Abständen drei Kautschukmischungen gleicher Rezeptur hergestellt und vulkanisiert (V2018, V2020 und V2022). Aus den vulkanisierten Elastomer-Chargen wurden jeweils kleine Probekörper herausgeschnitten. Im Rahmen einer DMA wurden die Proben hinsichtlich ihres viskoelastischen Verhaltens untersucht. Der Messbereich beschränkte sich auf eine Bandbreite zwischen 0.01 bis 40 Hz und Temperaturen zwischen -50 bis zu 80 °C. Eine detaillierte Beschreibung des Vorgehens am Beispiel für V2018 ist in [49] zu finden. Auf Basis der Messdaten wurden vom DIK mithilfe einer betriebsinternen Software viskoelastische Masterkurven erzeugt und dabei die Koeffizienten der WLF- und ARRHENIUS-Gleichung ermittelt. Anschließend wurden die entsprechenden Modellparameter durch *curve fitting* des PRONY-Reihen-Ansatzes gemäß Gl. (2.12) und Gl. (2.13) identifiziert. Die Modellparameter der abschließend vom DIK zur Verfügung gestellten Materialmodelle sind in Anhang B aufgelistet. Die Rohdichte beträgt $\rho_{\text{BIIR}} = 1114 \text{ kg/m}^3$.

Abbildung 6.1 zeigt exemplarisch die Masterkurven des Schubspeichermoduls und des Verlustfaktors der drei BIIR-Proben sowie die PRONY-Reihe zu den DMA-Daten von V2022. Aus dem linken Diagramm ist ersichtlich, dass sich die Materialeigenschaften bei wiederholter Herstellung nach derselben Rezeptur gut reproduzieren lassen. Kleinere Abweichungen sind beim Verlustfaktor im Bereich des Peaks erkennbar. Eine ebenfalls gute Übereinstimmung zeigt das charakterisierte Materialmodell mit den DMA-Daten. Visuell sind lediglich Abweichungen bei hohen Frequenzen ($f > 10 \text{ kHz}$) zu erkennen. In diesem Frequenzbereich ist die Datenmenge aufgrund der unteren Temperatur- und oberen Frequenzgrenze des Messsystems vergleichsweise gering. Infolgedessen besitzen die übrigen Frequenzbereiche eine stärkere Gewichtung beim *curve fitting* und führen dadurch zu einer geringeren Genauigkeit des Materialmodells bei hohen Frequenzen. Auf die Abweichung des Materialmodells wird in Abschnitt 6.3.3 detaillierter eingegangen.

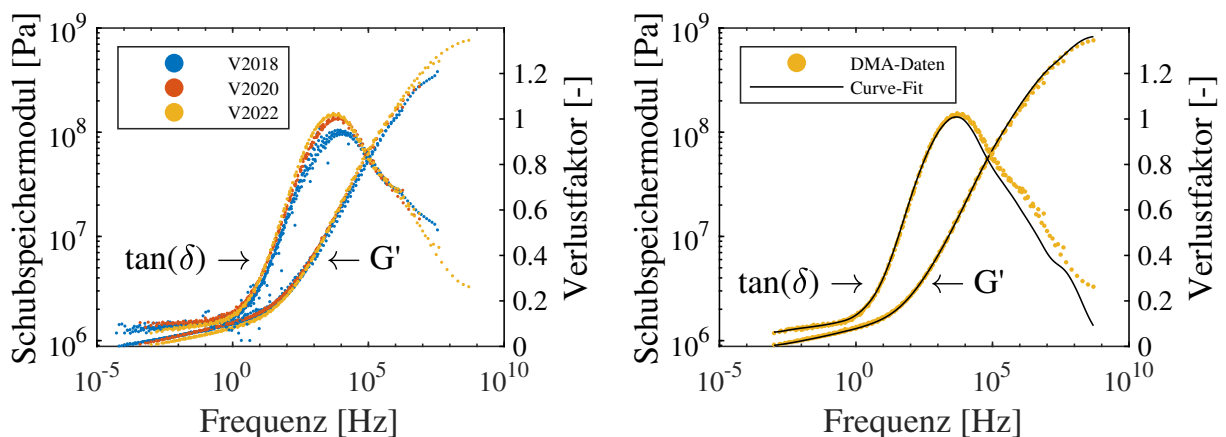


Abbildung 6.1: **Links:** DMA-Daten von drei unterschiedlichen BIIR-Proben als Masterkurven für $T_{\text{Ref}} = 20$ °C. **Rechts:** Vergleich zwischen DMA-Daten und aus dem *curve fitting* resultierenden Materialmodell für Material V2022.

In **Abb. 6.2** sind der Schubspeichermodul und der Verlustfaktor von V2022 in Abhängigkeit der Frequenz und Temperatur dargestellt. Anhand der Diagramme lassen sich die charakteristischen Zustandsbereiche eines Elastomers wiederfinden. Der für die Dämpfungsauslegung relevante Glasübergangsbereich erstreckt sich in leicht gebogenem Verlauf von -50 °C bei 1 Hz bis 60 °C bei ca. 5 kHz . In diesem Bereich treten maximale Verlustfaktoren von $\tan(\delta) \approx 1$ auf. Des Weiteren ist festzuhalten, dass sich der Schubspeichermodul als repräsentativer Parameter der Materialsteifigkeit bei einer Veränderung der Temperatur um 80 °C durchaus um zwei Größenordnungen ändern kann.

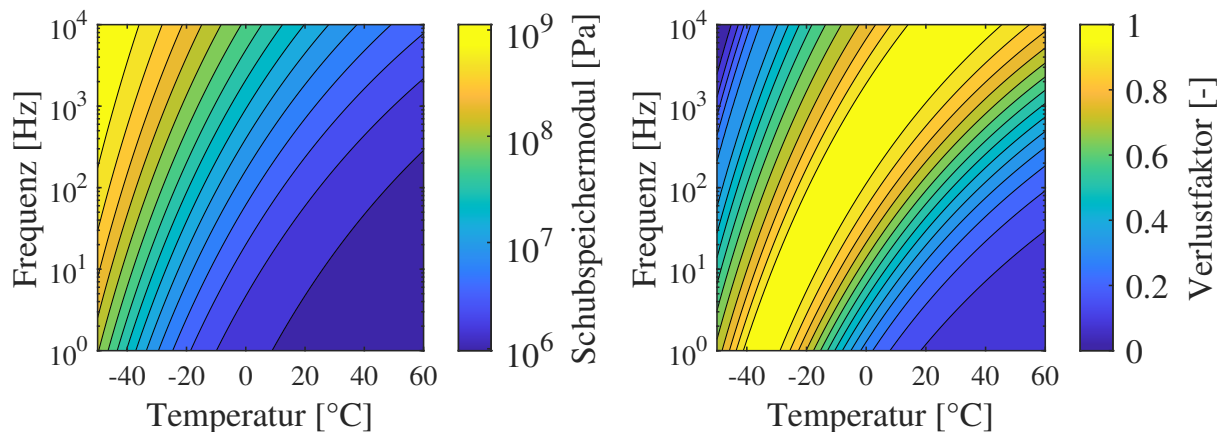


Abbildung 6.2: Schubspeichermodul (**links**) und Verlustfaktor (**rechts**) von BIIR V2022 in Abhängigkeit der Frequenz und Temperatur

6.2 Numerische Untersuchungen

Dieser Abschnitt behandelt die numerischen Untersuchungen zum Temperatureinfluss auf die Eigenfrequenz, Dämpfung und das optimale Design der Laborstruktur unter Verwendung des im vorherigen Abschnitt vorgestellten Elastomers. Die Grundgeometrie des betrachteten numerischen Modells entspricht der Geometrie aus Kapitel 4. Lediglich die Materialeigenschaften der Schichten sind an die realen Kenndaten der später in Abschnitt 6.3 verwendeten Materialien angepasst. Für die Basis- und Deckschicht gelten die Materialeigenschaften von Aluminium mit einem E-Modul von $E_{\text{Alu}} = 70\text{ GPa}$ und einer Rohdichte von $\rho_{\text{Alu}} = 2660\text{ kg/m}^3$. Die Querkontraktionszahl sowie der Verlustfaktor sind äquivalent zu den Werten aus **Tab. 4.1**.

Im Fokus stehen in Abschnitt 6.2.1 die Auswirkungen der Temperatur auf die Eigenfrequenzen und modalen Verlustfaktoren einer vollständig bedeckten CLD-Struktur gemäß **Abb. 4.1** aus Abschnitt 4.1. In einer Voruntersuchung wird in Abschnitt 6.2.2 der Einfluss des temperaturabhängigen Speichermoduls auf das optimale CLD-Design analysiert. Darauf aufbauend wird in Abschnitt 6.2.3 der Temperatureinfluss auf das optimale CLD-Design untersucht. Es sei darauf hingewiesen, dass die in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnisse teilweise in den Arbeiten [45, 49] publiziert wurden.

6.2.1 Temperatureinfluss auf Eigenfrequenz und Dämpfung

Im Gegensatz zum Vorgehen aus [49], wurde die Struktur aus **Abb. 4.1** für die nachfolgende Analyse ausschließlich mit Volumenelementen vernetzt, um ein konsistentes Vorgehen im Rahmen dieser Arbeit zu etablieren. Die Diskretisierung beträgt in diesem Fall 80 Elemente in Längsrichtung, acht in Querrichtung und jeweils ein Element pro Schicht. Für die Dämpfungsschicht wurden die im vorherigen Abschnitt vorgestellten Materialeigenschaften des Materialmodells V2018 übernommen. Das bedeutet wiederum, dass die resultierende Steifigkeitsmatrix gemäß Gl. (2.17) frequenzabhängig ist und das entsprechende Eigenwertproblem iterativ gelöst werden muss. In diesem Zusammenhang wurde ein eigens entwickelter IES verwendet. Das Vorgehen des IES basiert im Gegensatz zur Fixpunktiteration auf einer Nullstellensuche nach dem *regula falsi*-Ansatz und wurde u. a. in [45, 47, 49] verwendet. Der schematische Ablauf des IES ist in Anhang C beigefügt.

Die Eigenfrequenzen und modalen Verlustfaktoren der betrachteten Biegemoden sind in Abhängigkeit der Temperatur in **Abb. 6.3** dargestellt. Die Torsionsmode wurde hierbei nicht berücksichtigt, da für die adäquate Auflösung der Schwingungsform eine höhere Netzdiskretisierung nötig gewesen wäre. Hinsichtlich der Eigenfrequenzen der Biegemoden ist zu erkennen, dass diese mit steigender Temperatur abnehmen. Dieser Effekt wird durch einen abnehmenden Schubspeichermodul und damit durch eine geringere Steifigkeit bei höheren Temperaturen verursacht (vgl. **Abb. 4.4**). Da die laterale Biegemode davon weitgehend unbeeinflusst bleibt, kommt es zu einem *mode crossing* mit der zweiten und dritten Biegemode.

Die modalen Verlustfaktoren der Biegemoden werden dagegen in unterschiedlichem Maße beeinflusst. Die dritte Biegemode ist im Temperaturbereich von -25 bis 0 °C stark gedämpft, die zweite Biegemode zwischen -20 und 10 °C. Dagegen tritt eine beachtliche

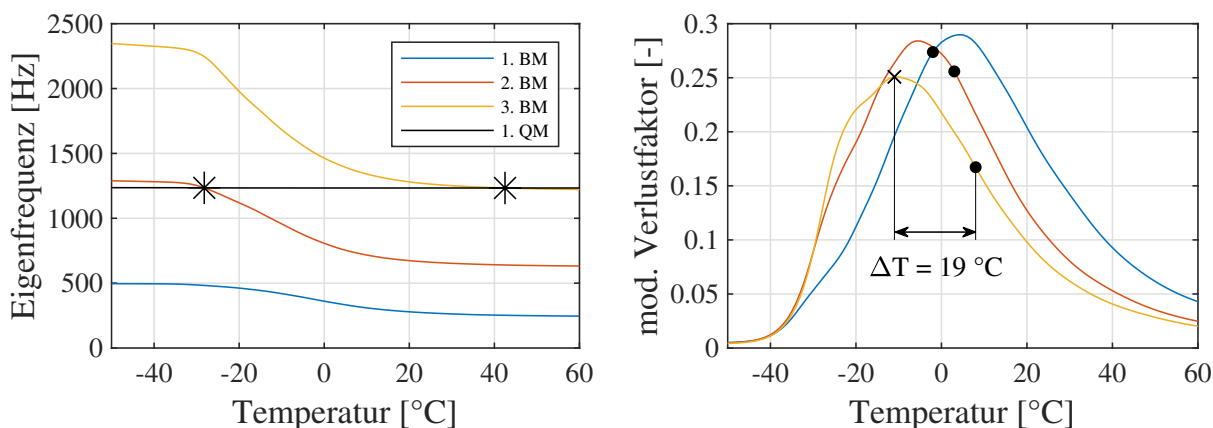


Abbildung 6.3: **Links:** Temperatureinfluss auf die Eigenfrequenzen. Die Asteriske markieren das Auftreten von *mode crossing*. **Rechts:** Temperatureinfluss auf den modalen Verlustfaktor. Die Punkte kennzeichnen die Temperatur des maximalen Verlustfaktors von BIIR in den Eigenfrequenzen der Biegemoden (BM).

Dämpfung der ersten Biegemode zwischen -10 und 20 °C auf. Unterhalb einer Temperatur von -30 °C ist BIIR als Dämpfungsmaterial für die betrachtete CLD-Struktur zunehmend ineffektiv. Dasselbe gilt im oberen Temperaturbereich ab 40 °C. Andererseits werden bei mittleren Temperaturen von -25 bis 20 °C maximale modale Verlustfaktoren von über 0.2 erreicht. Dies entspricht einem äquivalenten viskosen Dämpfungsmaß von ca. 10 % und ist ein erheblicher Beitrag zur Schwingungsminderung. Der modale Verlustfaktor folgt jedoch nicht konsequent dem Verlauf der Materialdämpfung. Dies ist am deutlichsten für die dritte Mode erkennbar, bei der das Maximum des modalen Verlustfaktors und des (materialbezogenen) Verlustfaktors mit $\Delta T = 19$ °C weit auseinander liegen. Dadurch wird unterstrichen, dass neben der Materialdämpfung vor allem die Materialsteifigkeit für eine hohe Schwingungsdämpfung entscheidend ist.

6.2.2 Einfluss des Speichermoduls auf das optimale Design







Um für die Analysen zum Temperatureinfluss auf das optimale Design in Abschnitt 6.2.3 ein besseres Verständnis zu erlangen, wird in diesem Abschnitt zunächst der Einfluss des viskoelastischen Speichermoduls auf das optimale Design der Laborstruktur untersucht. Dabei wird der in Kapitel 5 vorgestellte Optimierungsalgorithmus verwendet. Dieser Zwischenschritt erscheint notwendig, da sowohl der Verlustfaktor als auch der Speichermodul des Brombutylkautschuks mit der Temperatur variieren und sich der Temperatureinfluss deshalb über beide Parameter auswirkt. Bei der nachfolgenden Betrachtung bleibt der Verlustfaktor zunächst konstant ($\tan(\delta) = 0.4$), während der Speichermodul zwischen $E' = 10$ MPa und $E' = 100$ MPa variiert. Im Hinblick auf die Materialeigenschaften aus Abschnitt 6.1 ist eine Änderung der Materialsteifigkeit um den Faktor zehn in einem Temperaturbereich zwischen -20 und $+20$ °C realitätsnah.

Für die Optimierung wird die Geometrie der Struktur gleichmäßig in vier Designvariablen symmetrisch zur Quersymmetrieebene aufgeteilt, die die Schichtbreiten der Kern- und Deckschicht repräsentieren (vgl. **Abb. 5.7**). Dagegen bleiben die Schichtdicken gemäß den Angaben aus **Abb. 4.1** konstant. Betrachtet wird der modale Verlustfaktor der ersten drei Biegemoden, wobei das zusätzliche CLD-Design maximal der Hälfte einer vollständigen Bedeckung entsprechen darf. Das Optimierungsproblem lässt sich somit folgendermaßen formulieren

$$\begin{aligned} \text{Minimiere:} \quad & -\eta_r(x) & (6.1) \\ & x \in \mathbb{N}_0 \\ \text{Unter Berücksichtigung von:} \quad & \sum_{i=1}^4 x_i - 40 \leq 0 \\ & 0 \leq x_i \leq 20, & \text{für } i = 1, \dots, 4. \end{aligned}$$

Der Startvektor entspricht in allen Fällen $\mathbf{x}_{\text{start}} = \mathbf{0}$. Die aus der Optimierung resultierenden Designkonfigurationen sind in **Tab. 6.1** zusammengefasst, wobei die optimale CLD-Kontur in schwarz dargestellt ist. Konfiguration A kennzeichnet dabei das optimale Design, welches für den höheren Speichermodul ermittelt wurde, während Konfiguration B jenes für den niedrigeren Speichermodul markiert. Darüber hinaus wurde der modale Verlustfaktor jeweils für Off-Design-Bedingungen berechnet. Als Off-Design-Bedingung wird in diesem Fall die Bedingung bezeichnet, die von der vorgesehenen Designbedingung abweicht.

Tabelle 6.1: Optimale Designkonfigurationen in Abhängigkeit des Speichermoduls

Mode	Konfig.	optimales Design	modaler Verlustfaktor [-]	
			$E' = 100 \text{ MPa}$	$E' = 10 \text{ MPa}$
1	A		0.1394	0.0566
	B		0.0802	0.0816
2	A		0.1150	0.0295
	B		0.0733	0.0371
3	A		0.0845	0.0196
	B		0.0622	0.0244

Bei Betrachtung der Ergebnisse für die erste Biegemode ist auffällig, dass die optimalen Designkonfigurationen nahezu gegensätzlich sind. Während sich das Design für die hohe Materialsteifigkeit einer elliptischen Form annähert, entspricht das Design der niedrigeren Materialsteifigkeit in Längsrichtung einer Sanduhr-Form. In diesem Fall wird das CLD-Material vermehrt an den freien Enden hinzugefügt. Dagegen ist weniger Material in der Mitte des Balkens, also an den Positionen des maximalen modalen Biegemoments bzw. der höchsten modalen Dehnungsenergie infolge der Eigenschwingung der Basisstruktur zu finden. Diese Beobachtungen sind konform mit den Ergebnissen der Parameterstudie aus Abschnitt 4.3.3. Wie in Abschnitt 4.2.1 erläutert, muss zum Erzielen einer maximalen Schwingungsdämpfung ein optimales Verhältnis zwischen der Schubsteifigkeit und der Schubverformung der viskoelastischen Schicht vorherrschen. Im Falle des niedrigeren Speichermoduls wird die Schubsteifigkeit durch breitere Schichtabschnitte an den Stellen maximaler Schubbelastung erhöht. Das Gleiche gilt für die zweite und

dritte Mode. Im Vergleich zu Konfiguration A werden für Konfiguration B die Abschnitte der Schwingungsknoten verbreitert. Zugleich verjüngen sich die Bereiche, in denen ein Schwingungsbauch liegt. Beim optimalen Design der dritten Biegemode ist das zentrale Element sogar vollständig verschwunden. Stattdessen erscheinen zwei dünne Profile über den äußeren Schwingungsbäuchen, die die angrenzenden breiteren Dämpfungsflächen in Schubdehnung versetzen.

Eine weitere wichtige Erkenntnis lässt sich bei der Betrachtung der modalen Verlustfaktoren ziehen. Demnach sind die optimalen CLD-Konfigurationen weniger effizient, wenn der viskoelastische Speichermodul von dem Wert abweicht, der für die Designoptimierung festgelegt wurde. Wird bspw. bei einem Speichermodul von 100 MPa das Design 1B anstelle von 1A verwendet, ergibt sich eine um 42.5 % geringere Dämpfung. Andererseits ist der modale Verlustfaktor bei Verwendung von Design 1A anstelle von 1B für einen Speichermodul von 10 MPa um 30.6 % geringer.

Interessanterweise ist der modale Verlustfaktor eines optimalen Designs im entsprechenden Design-Betriebspunkt nicht zwangsläufig maximal. Diese Tatsache lässt sich für Konfiguration B bei der zweiten und dritten Mode feststellen. In beiden Fällen ist die Dämpfung bei Off-Design-Bedingungen höher. Der Grund dafür liegt darin, dass das Dämpfungsmaximum einer vollständig bedeckten CLD-Konfiguration bei höheren Moden für einen größeren Speichermodul auftritt (vgl. **Abb. 4.4**). Das Maximum wird demnach durch eine hohe Schubsteifigkeit der viskoelastischen Schicht erreicht. In den hier auftretenden Fällen kann die Auswirkung des geringen Speichermoduls auf die Schubsteifigkeit nicht durch die optimierte Geometrie kompensiert werden, weshalb die Dämpfung bei Off-Design-Bedingungen die Dämpfung bei Design-Bedingungen übersteigt.

Die Analyse zeigt, dass das optimale CLD-Design nicht nur von der Schwingungsform abhängt, sondern insbesondere vom viskoelastischen Speichermodul. Trotz des konstanten Verlustfaktors des Kernschichtmaterials variiert der modale Verlustfaktor bei gleichem Speichermodul für unterschiedliche Designkonfigurationen stark. Diese Tatsache unterstreicht wiederum, dass die Schichtbreiten der CLD-Schichten hervorragend als Optimierungsparameter geeignet sind.

6.2.3 Einfluss der Temperatur auf das optimale Design

Im Nachfolgenden wird der Temperatureinfluss auf das optimale Design der Laborstruktur für die ersten drei Biegemoden unter Verwendung des Brombutylkautschuks untersucht. Im Gegensatz zum vorherigen Abschnitt wird die Anzahl der Designvariablen auf acht erhöht. Betrachtet werden die Temperaturen -20 und $+20$ °C, wobei das Materialmodell V2020 für die Analyse ausgewählt wird. Die Verwendung des frequenzabhängigen Materialmodells setzt wiederum die Implementierung des IES in die Prozesskette des Optimierers voraus, wodurch sich der Rechenaufwand erhöht. Andernfalls gelten dieselben Annahmen und Randbedingungen wie in Abschnitt 6.2.2. Das entsprechende

Optimierungsproblem ändert sich damit zu







$$\begin{aligned} \text{Minimiere:} \quad & -\eta_r(\mathbf{x}) \\ & \mathbf{x} \in \mathbb{N}_0 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Unter Berücksichtigung von:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^8 x_i - 80 &\leq 0 \\ 0 \leq x_i &\leq 20, \quad \text{für } i = 1, \dots, 8. \end{aligned}$$

Die Ergebnisse der Optimierung sind in **Tab. 6.2** dargestellt. Als Konfiguration C sind die für -20 °C ausgelegten Strukturen deklariert, während Konfiguration D die optimalen Formen für $+20\text{ °C}$ kennzeichnet. Neben den modalen Verlustfaktoren der optimalen Konfigurationen unter der jeweiligen Designtemperatur wurde ebenfalls der modale Verlustfaktor bei Einsatz der entsprechenden CLD-Konfiguration unter Off-Design-Bedingungen berechnet.

Tabelle 6.2: Optimale Designkonfigurationen in Abhängigkeit der Temperatur

Mode	Konfig.	optimales Design	modaler Verlustfaktor [-]	
			$T = -20\text{ °C}$	$T = +20\text{ °C}$
1	C		0.2122	0.0720
	D		0.0972	0.1572
2	C		0.2128	0.0641
	D		0.1051	0.1080
3	C		0.1892	0.0565
	D		0.0894	0.0865

Aus **Tab. 6.2** ist zu erkennen, dass die optimalen Designkonfigurationen fast gegensätzlich sind. Dies trifft insbesondere auf die erste und zweite Mode zu. Bei niedriger Temperatur kommt es zu einer Materialanhäufung auf den Schwingungsbäuchen, wohingegen bei höheren Temperaturen insbesondere die Schwingungsknoten mit CLD-Material bedeckt werden. Der Grund dafür ist der mit der Temperatur veränderliche Speicher-

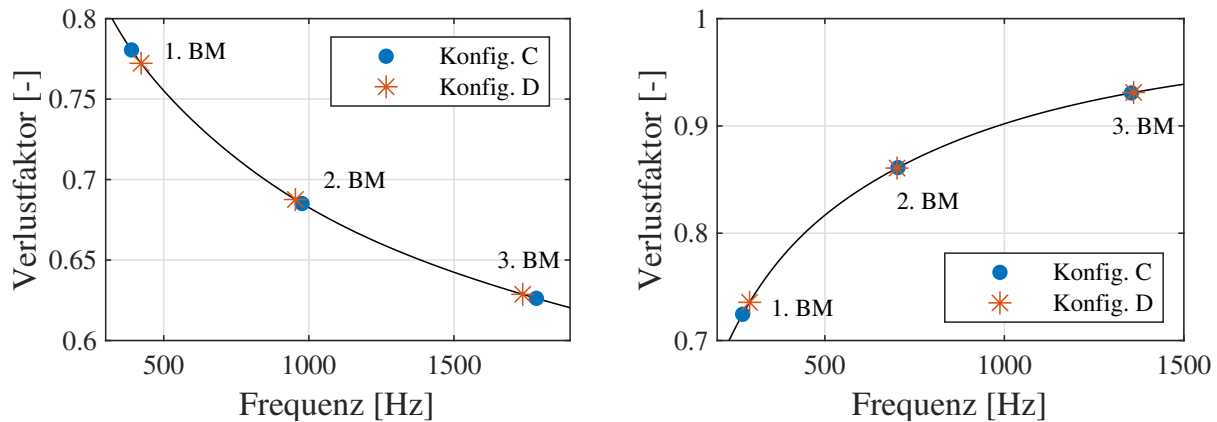


Abbildung 6.4: Verlustfaktor in Abhängigkeit der Frequenz für -20 °C (links) und 20 °C (rechts). Gekennzeichnet sind die Eigenfrequenzen der Konfigurationen C und D.

modul, der bei niedrigen Temperaturen hoch und bei hohen Temperaturen entsprechend niedrig ist. Infolgedessen treten unterschiedliche geometrische Modifikationen auf, die darauf abzielen, einen Kompromiss zwischen hinreichender Verformung und ausreichender Schubsteifigkeit der Kernschicht zu realisieren. In diesem Zusammenhang ist zusätzlich zu berücksichtigen, dass sich die Eigenfrequenzen bei verschiedenen Temperaturen und im Zuge der Optimierung verändern. Folglich verändert sich ebenfalls der Verlustfaktor des Elastomers und nimmt auf diese Weise Einfluss auf die Schwingungsdämpfung. Anhand von **Abb. 6.4** lässt sich jedoch erkennen, dass die Auswirkungen dieses Effekts dem Einfluss eines veränderten Speichermoduls untergeordnet sind. Bei -20 °C ist der Verlustfaktor der zweiten und dritten Biegemode von Konfiguration C niedriger als der von Konfiguration D. Trotzdem ist der modale Verlustfaktor für diese Moden bei Konfiguration C deutlich höher. Dies trifft in umgekehrter Weise auch auf die zweite Biegemode bei 20 °C zu. Obwohl der Verlustfaktor von BIIR bei Konfiguration C leicht höher ist, ist die Schwingungsdämpfung von Konfiguration D besser. Dieses Ergebnis zeigt, dass es nicht das Hauptziel einer Dämpfungsoptimierung sein sollte, die Eigenfrequenz der zu dämpfenden Moden auf Kosten einer nachteiligen Steifigkeitsänderung in den Bereich höherer Materialdämpfung zu verschieben. Ebenfalls bemerkenswert ist, dass die Dämpfung für Designkonfigurationen 1C und 2C bei -20 °C um 89,1 % bzw. 12 % im Vergleich zur vollständig bedeckten Variante höher ist (vgl. **Abb. 6.3**), obwohl nur 50 % der CLD-Masse eingesetzt wurde.

6.3 Experimentelle Untersuchungen

In diesem Abschnitt werden die experimentellen Untersuchungen an den CLD-Laborstrukturen vorgestellt. Dazu wird in Abschnitt 6.3.1 auf die Herstellung der Proben eingegangen, bevor in Abschnitt 6.3.2 der Aufbau und die Durchführung des Experiments erläutert wird. Die Ergebnisse der regulären (vollständig bedeckten) und formoptimierten CLD-Strukturen werden in Abschnitt 6.3.4 bzw. Abschnitt 6.3.5 präsentiert und

mit den numerischen Ergebnissen verglichen.

6.3.1 Herstellung der CLD-Strukturen

Im Vorfeld der Untersuchungen wurden zehn CLD-Probekörper hergestellt. Die Basis- und Deckschicht wurden aus Aluminium gefertigt, wobei die Grundgeometrie der aus **Abb. 4.1** entspricht. Die Probekörper unterscheiden sich nach ihrer Herstellungsart und dem CLD-Design und lassen sich folgendermaßen gruppieren:

- Vier reguläre Proben, deren Schichten nach der Vulkanisation des Elastomers zusammengeklebt wurden (Bez.: K1 - K4)
- Vier reguläre Proben, deren Schichten während der Vulkanisation über einen Haftvermittler (Primer) zusammengefügt wurden (Bez.: P1 - P4)
- Zwei für die erste Schwingungsform bei -20 bzw. $+20$ °C formoptimierte Proben (Konfig. 1C und 1D aus **Tab. 6.2**), deren Schichten nach der Vulkanisation zusammengeklebt wurden

Zusammenfügen auf Basis einer Klebeverbindung nach der Vulkanisation

Für die geklebten Proben wurden vom DIK BIIR-Kautschukmischungen erstellt und in eine großflächige Form (500 x 500 mm) ausgewalzt. Danach wurde der Kautschuk 10 min lang bei 160 °C unter einem Druck von 100 bar in der Vulkanisationspresse aus **Abb. 6.5** vulkanisiert. Der Druck entspricht dabei dem gemessenen Druck der Hydraulikzylinder, die die Heizplatten zusammenpressen. Außerdem ist zu beachten, dass bei dieser Fertigungsart der Kautschuk direkten Kontakt zu den Heizplatten hat. Das vulkanisierte Elastomer wurde anschließend durch eine DMA vollständig charakterisiert. Aus der Charge wurde jeweils die gewünschte CLD-Form herausgetrennt und mittels LOCTITE® 480 mit den entsprechenden ausgefrästen und angerauten Aluminiumschichten verklebt. Für die Proben K1-K4 wurde das Material V2022 und für die formoptimierten Proben V2020 verwendet. Aufgrund des charakteristischen Kriechverhaltens von Elastomeren weicht die Schichtdicke des Elastomers entlang des Profilquerschnitts vom geforderten Sollwert (2 mm) ab. Auf diese Gegebenheit wird im weiteren Verlauf noch eingegangen.

Zusammenfügen auf Basis einer Primerverbindung während der Vulkanisation

Die Vorgehensweise bei Primer-basierten Verbindungen unterscheidet sich von der zuvor beschriebenen. Im Vorfeld der Fertigung wurde vom DIK mit MEGUM™ 538 und MEGUM™ 3276 eine Primer-Kombination identifiziert, die eine Verbindung zwischen Aluminium und dem Elastomer ermöglicht. Die Aluminiumschichten wurden einseitig mit der Primer-Legierung versehen und die unvulkanisierte BIIR-Kautschukmischung in der entsprechenden Geometrie zwischen die beiden Schichten gelegt. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass die Kautschukmischung aus derselben Charge stammt wie jene der geklebten Proben. Die Verbundstruktur wurde in der in **Abb. 6.5** abgebildeten Vorrichtung platziert und analog zum oben beschriebenen Vorgehen vul-

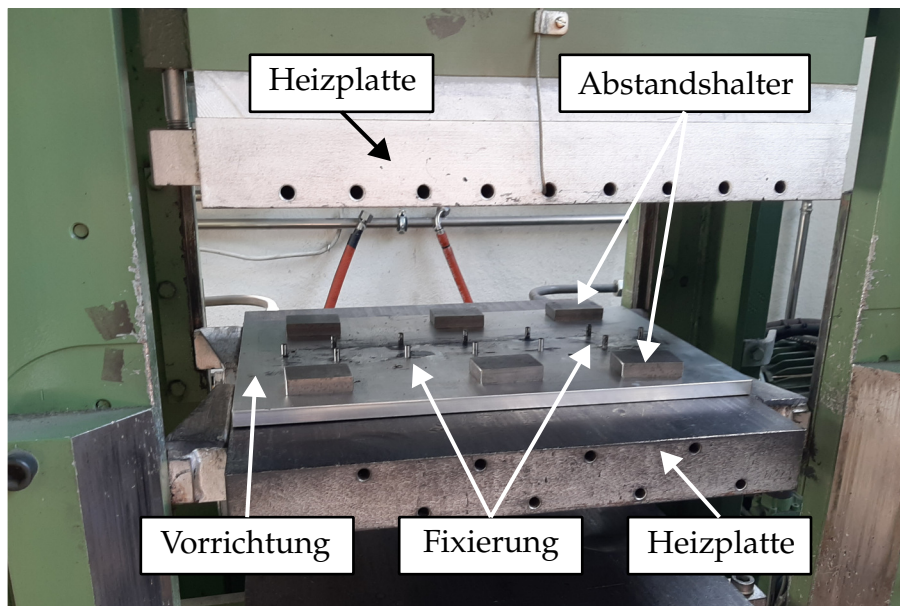


Abbildung 6.5: Vulkanisation mit Fixierungsvorrichtung

kanisiert. Die Vorrichtung verhindert Relativbewegungen zwischen den CLD-Schichten und gewährleistet durch Abstandshalter eine homogene Schichtdicke. Dafür besteht kein direkter Kontakt zwischen dem Kautschuk und den Heizplatten. Außerdem ist zu vermuten, dass der auf den Kautschuk ausgewirkte Druck im Vergleich zum anderen Fertigungsverfahren aufgrund der geringen Anpressfläche höher war. Im Anschluss an die Verbund-Vulkanisation wurde aufgrund des hohen Aufwands auf eine DMA mit dem integrierten Elastomer verzichtet.

6.3.2 Aufbau und Durchführung

Um die Temperaturabhängigkeit der CLD-Strukturen zu untersuchen, fand der Modaltest in einer Klimakammer des Instituts für Dynamik und Schwingungen der Leibniz Universität Hannover statt. Aufgrund der geringen Strukturmasse der Probekörper wurden die Versuche auf Basis von Hammeranregungen durchgeführt.

Aufbau

Abbildung 6.6 zeigt den wesentlichen Aufbau des Versuchsstands. In der Mitte der Kammer wurde ein Gestell platziert. Das Gestell war schwingungstechnisch vom Untergrund entkoppelt und diente zur Aufhängung der Probekörper. Zu diesem Zweck wurde eine Angelschnur verwendet, die am oberen Ende der Proben festgeklebt und am Gestell befestigt wurde. Die geklebten Proben K1-K4 sind links außen und die Primer-basierten Proben P1-P4 rechts außen aufgehängt. In der Mitte sind dagegen die formoptimierten Strukturen 1C und 1D erkennbar. Das Gestell wurde rückseitig von einer Abdeckung umspannt, um Fremderregungen durch das Gebläse des Kühlaggregats zu vermeiden. Zwei Beschleunigungssensoren (PCB 352C22) wurden am unteren Ende der Probekörper befestigt. Diese Anzahl an Sensoren ist ausreichend, um zwischen Biege- und Torsi-

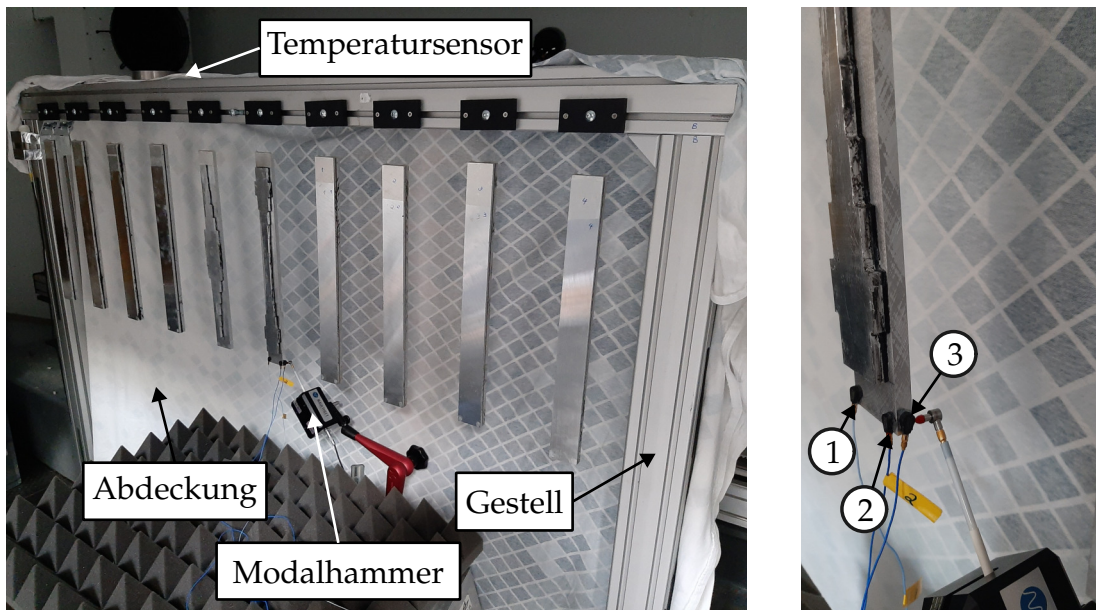


Abbildung 6.6: **Links:** Aufbau des Versuchsstands. **Rechts:** Darstellung der Sensor- und Anregungspositionen am Beispiel des Probekörpers 1D.

onsmoden zu unterscheiden. Außerdem wurde bei einigen Proben (K4, P4, 1C und 1D) ein dritter Sensor an der Seite hinzugefügt, um Kenntnisse über die Querbiegung zu erhalten. Durch eine vorab durchgeführte Laservibrometermessung bei Raumtemperatur waren die zu erwartenden Schwingungsformen bekannt. Als Anregungsquelle wurde ein automatisierter Modalhammer (MAUL-THEET VIMPACT-61) verwendet, wobei sich der Anregungspunkt auf der Rückseite der Proben befand. Zusätzlich wurde ein Temperatursensor zur Messung der Umgebungstemperatur installiert. Die Zeitdatenerfassung erfolgte über das Datenerfassungssystem SIEMENS SCADAS MOBILE mit einem 24-Bit A/D-Wandler, welches außerhalb der Klimakammer platziert wurde.

Durchführung

Die Messungen wurden bei fünf Temperaturen ($-20\text{ }^{\circ}\text{C}$, $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$, $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ und $20\text{ }^{\circ}\text{C}$) durchgeführt. Zu Beginn wurde die Klimakammer samt Proben auf $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ gekühlt und nach erfolgter Messung innerhalb von 20 h sukzessive um jeweils $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ erwärmt. Es wurde eine Abtastfrequenz von 8192 Hz festgelegt, um unter Berücksichtigung des SHANNON-NYQUIST-Kriteriums die dritte Biegemode erfassen zu können. Aus den Untersuchungen aus **Abb. 6.3** war vorab bekannt, dass sich diese im Maximalfall bei ca. 2 kHz befindet. Die Messzeit betrug 2 s, woraus eine Frequenzauflösung von 0.5 Hz resultierte. Aufgrund der hohen Dämpfung sowie der hohen Eigenfrequenzen der betrachteten Schwingungsformen waren die Schwingungen innerhalb des gewählten Zeitfensters abgeklungen. Daher konnte für die Signalverarbeitung der Beschleunigungsdaten auf die Verwendung von Fensterfunktionen verzichtet werden. Das Kraftsignal wurde dagegen mit einem Rechteckfenster multipliziert. Für jede Probe wurden sieben Schläge ausgeführt. Die Signalverarbeitung wurde dabei automatisch von der Software SIEMENS SIMCENTER TESTLAB übernommen. Dieser Prozess umfasst die Transformation der Zeitdaten in den Frequenzbereich mit anschließender Berechnung der Auto- und Kreuzleis-

tungsspektren. Aus diesen wird wiederum die FRF gebildet und entsprechend der Anzahl an Hammerschlägen gemittelt. Die Auswertung der Daten erfolgte über den POLYMAX-Algorithmus der Software. Der POLYMAX-Algorithmus ist ein Mehrfreiheitsgrad-Verfahren für die modale Identifikation im Frequenzbereich, welches auf dem Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate beruht [103]. Aus den identifizierten Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaßen wurden für die Probengruppen jeweils der arithmetische Mittelwert \bar{Z} nach Gl. (6.3) und die Standardabweichung $\bar{\bar{Z}}$ nach Gl. (6.4) bestimmt

$$\bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_i, \quad (6.3)$$

$$\bar{\bar{Z}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2}. \quad (6.4)$$

Der Parameter Z steht in diesem Fall stellvertretend für die auszuwertenden Größen, wobei n dem Probenumfang entspricht.

6.3.3 Quantifizierung und Berücksichtigung von Unsicherheiten

Um eine Aussage über die Qualität der numerischen Vorhersage treffen zu können, müssen bei der Simulation die Unsicherheiten der Realbedingungen mit berücksichtigt werden. Die im Zuge des Experiments aufgetretenen und für die Vorhersage relevanten Unsicherheiten lassen sich in den nachfolgenden drei Kategorien zusammenfassen.

Temperaturschwankungen in der Klimakammer

Infolge der Temperaturregelung sowie des kurzzeitigen Öffnens der Klimakammer treten Abweichungen der Umgebungstemperatur von der Solltemperatur auf. Diese Schwankungen haben wiederum einen Einfluss auf die Materialtemperatur und damit auf die Materialeigenschaften. **Tabelle 6.3** fasst die gemittelten Messtemperaturen samt Standardabweichungen zusammen. Die Abtastung der Temperatur erfolgte alle 10 s während der gesamten Messdauer.

Tabelle 6.3: Solltemperatur und Messtemperatur, dargestellt durch den Mittelwert mit einfacher Standardabweichung

Solltemperatur [°C]	−20	−10	0	10	20
Messtemperatur [°C]	−19.8±0.5	−10.5±0.4	0.5±0.6	9.2±0.5	18.7±0.2

Fertigungsspezifische Unsicherheiten

Als fertigungsspezifische Unsicherheiten werden im Nachfolgenden die Abweichungen der einzelnen CLD-Schichtdicken vom Mittelwert bezeichnet. Um Mittelwert und Standardabweichung zu bestimmen, wurde die Schichtdicke an sechs Positionen mittels eines

digitalen Messschiebers gemessen (vier an den Ecken und zwei in der Mitte). Im Falle der Primerverbindung konnte die Dicke der Elastomerschicht lediglich aus der Differenz der Gesamtdicke und den Schichtdicken der Basis-, Deck- und Primerschicht bestimmt werden. Die Dicke der Primerschicht (0.04 mm) wurde zuvor aus der Gesamtdicke zweier durch den Primer verbundenen Aluminiumschichten berechnet. Unsicherheiten hinsichtlich der Länge und Breite der Schichten wurden nicht ermittelt, da ihr Einfluss auf die Biegemoden im Vergleich zu den Schichtdicken als vernachlässigbar angenommen wurde. Die Klebe- bzw. Primerverbindung wurde nicht modelliert und die damit einhergehenden Unsicherheiten daher ebenfalls nicht berücksichtigt. Die entsprechenden Mittelwerte und einfachen Standardabweichungen für jeden Probenotyp sind in **Tab. 6.4** aufgelistet.

Tabelle 6.4: Schichtdicken, dargestellt als Mittelwert mit einfacher Standardabweichung

Schicht [-]	Basis- schicht	Deck- schicht	BIIR (K1-K4)	BIIR (P1-P4)	BIIR (1C)	BIIR (1D)
Dicke [mm]	8.06±0.03	5.07±0.02	2.66±0.10	1.52±0.04	1.87±0.14	1.79±0.08

Ungenauigkeiten der Materialmodelle

Wie in **Abb. 6.1** gezeigt, approximiert das Materialmodell das reale Materialverhalten mit guter Genauigkeit. Allerdings existieren Bereiche, in denen das Modell von den zusammengesetzten DMA-Daten sichtbar abweicht. Um diese Ungenauigkeiten zu berücksichtigen, wurden die Residuen zwischen Materialmodell und DMA-Daten für Verlustfaktor und Schubspeichermodul quantifiziert. Das setzt voraus, dass die zusammengesetzten Masterkurven als fehlerfrei angenommen werden. Da insbesondere die Abweichungen des Verlustfaktors mit steigender Frequenz (bzw. sinkender Temperatur) zunehmen, erscheint es nicht sinnvoll, eine mittlere Abweichung für den gesamten Frequenz- bzw. Temperaturbereich zu bestimmen. Stattdessen wurden die Abweichungen in Abhängigkeit der Eigenfrequenzen und Solltemperaturen abschnittsweise bestimmt. Aus **Abb. 6.3** ist bekannt, dass die Eigenfrequenzen der drei Biegemoden in einem Frequenzbereich von 250 bis 2500 Hz für Temperaturen zwischen -50 °C und 60 °C auftreten. Dieser Frequenzbereich wird genutzt, um die mittleren Abweichungen sowie die dazugehörigen Standardabweichungen für die Solltemperaturen während der Messung zu bestimmen. Dazu werden unter Verwendung von Gl. (2.6) und Gl. (2.7) die Frequenzbereiche bei den Messtemperaturen ermittelt. Innerhalb der verschobenen Intervalle werden die Residuen S der DMA-Datenpunkte in Bezug auf das synthetisierte Materialmodell berechnet. Für die Residuen des Verlustfaktors gilt

$$S_{\tan(\delta)} = \tan(\delta)_{\text{DMA}} - \tan(\delta)_{\text{fit}}. \quad (6.5)$$

Dagegen werden für den Schubspeichermodul relative Residuen berechnet, da die Absolutwerte um mehrere Größenordnungen variieren

Tabelle 6.5: Temperaturabhängige Residuen der Materialmodelle V2020 und V2022, dargestellt als Mittelwert mit einfacher Standardabweichung

Temperatur [°C]	Frequenzen [kHz]	$S_{G'}$ [%]		$S_{\tan(\delta)}$ [-]	
		V2020	V2022	V2020	V2022
-20	50.89 - 508.91	-5.76 ± 2.37	-3.48 ± 2.89	0.094 ± 0.019	0.049 ± 0.009
-10	9.97 - 99.68	-4.25 ± 1.11	-1.76 ± 2.85	0.065 ± 0.017	0.040 ± 0.010
0	2.46 - 24.55	-2.27 ± 1.77	-0.73 ± 2.84	0.029 ± 0.021	0.019 ± 0.011
10	0.73 - 7.27	0.42 ± 1.75	-0.35 ± 2.00	0.007 ± 0.008	0.009 ± 0.003
20	0.25 - 2.50	1.25 ± 1.39	-0.64 ± 0.96	0.012 ± 0.012	0.005 ± 0.004

$$S_{G'} = \frac{G'_{\text{DMA}} - G'_{\text{fit}}}{G'_{\text{fit}}}. \quad (6.6)$$

In **Tab. 6.5** sind die temperaturabhängigen Residuen als Mittelwert mit einfacher Standardabweichung aufgeführt. Ein positiver Wert bedeutet, dass die Materialeigenschaften durch das Modell unterschätzt werden. In diesem Zusammenhang fällt auf, dass der Schubspeichermodul von den Modellen größtenteils überschätzt und der Verlustfaktor immer unterschätzt wird.

Statistische Beurteilung zum Einfluss der Unsicherheiten in numerischen Modellen

Der Einfluss der Unsicherheiten auf die Ergebnisse der numerischen Modelle wurde anschließend durch Monte Carlo Simulationen berücksichtigt. Für die Generierung der Stichproben wurde auf das *Latin Hypercube Sampling* (LHS) zurückgegriffen [80]. Im Gegensatz zur zufälligen Zusammenstellung einer Stichprobe, wird beim LHS die Stichprobe auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilung der unsicherheitsbehafteten Parameter bestimmt. Auf diese Weise wird mit einem geringeren Stichprobenumfang (hier: $n = 100$) ein vergleichbares statistisches Abbild einer umfangreicheren, zufällig generierten Stichprobe erzielt [43]. Für die zuvor beschriebenen Parameter wurde eine Normalverteilung angenommen. Die Häufigkeitsverteilung sowie die dazugehörige Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) ausgewählter Parameter sind in **Abb. 6.7** dargestellt. Auch wenn die Häufigkeitsverteilung nicht streng normalverteilt ist, erscheint die Annahme einer Normalverteilung im Hinblick auf die Vorteile des LHS als zulässig. Dadurch kann eine bekannte Verteilungsfunktion verwendet werden.

Eine Besonderheit besteht bei der Berücksichtigung der Residuen aus den Materialmodellen. Während die Unsicherheiten der Temperatur und Schichtdicken direkt aus dem LHS als Eingangsgröße in die Monte Carlo Simulation einfließen, werden die aus dem LHS resultierenden Residuen verwendet, um korrigierte Materialparameter zu berechnen

$$\tan(\delta(\omega, T))_{\text{kor}} = \tan(\delta(\omega, T))_{\text{fit}} + S_{\tan(\delta), \text{LHS}}(T), \quad (6.7)$$

$$G'_{\text{kor}}(\omega, T) = G'_{\text{fit}}(\omega, T) (1 + S_{G', \text{LHS}}(T)). \quad (6.8)$$

Der Index ()_{kor} kennzeichnet die korrigierten Parameter und der Index ()_{LHS} die aus dem LHS resultierenden Residuen.

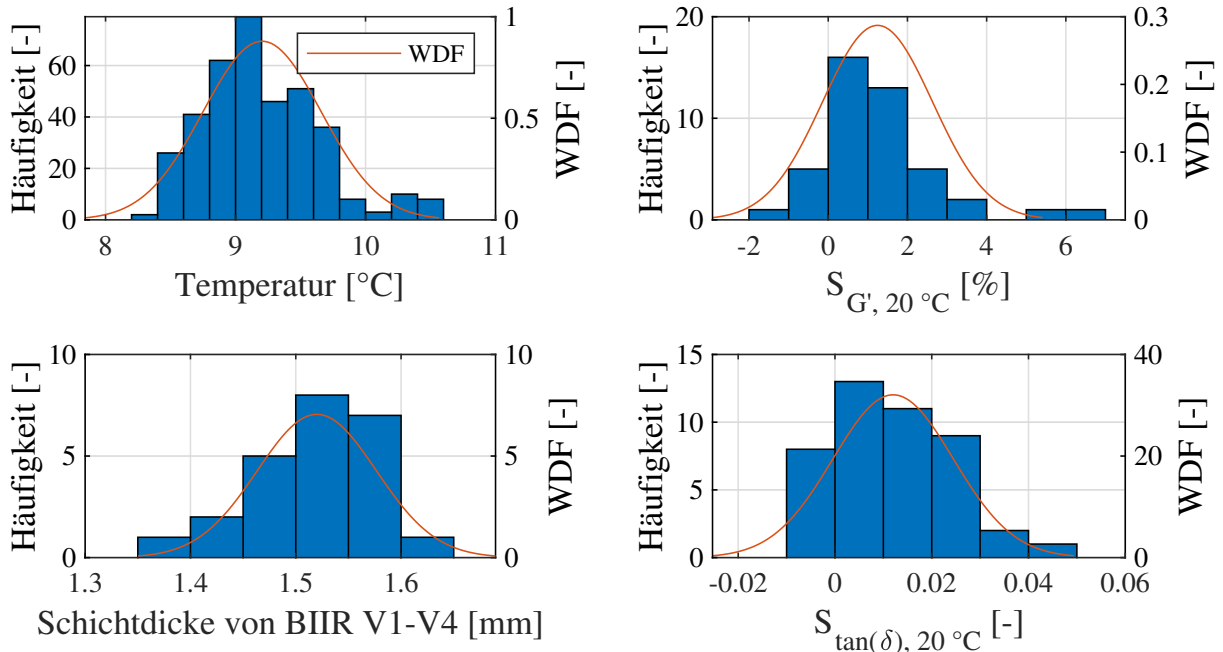


Abbildung 6.7: Häufigkeitsverteilung und Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) einiger als normalverteilt angenommenen Parameter

6.3.4 Ergebnisse der regulären CLD-Strukturen

Abbildung 6.8 zeigt die gemessenen Beschleunigungs-FRFs des Sensors 1 der Proben K1 und P1 für die betrachteten Messtemperaturen. Es ist ersichtlich, dass die Temperatur einen signifikanten Einfluss auf die strukturdynamischen Eigenschaften der Probekörper hat und sich die Verläufe qualitativ ähneln. Insbesondere bei den Resonanzüberhöhungen lässt sich ein klarer Trend erkennen: Die Resonanzüberhöhungen der Biegemoden treten

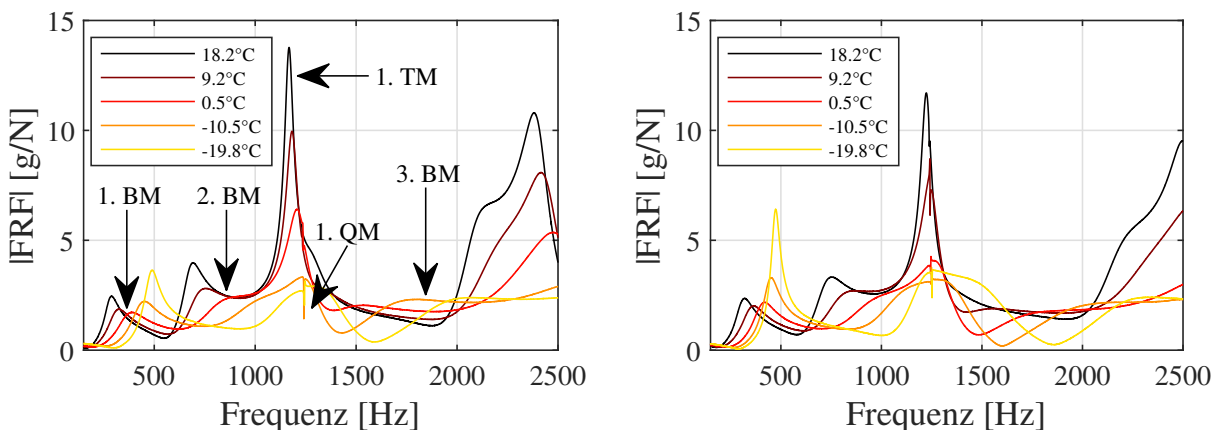


Abbildung 6.8: Aus Messdaten ermittelte Beschleunigungs-FRFs für verschiedene Temperaturen des Sensors 1 für Proben K1 (links) und P1 (rechts)

für steigende Temperaturen bei niedrigeren Frequenzen auf, was auf die nachlassende Materialsteifigkeit des Elastomers zurückzuführen ist. Außerdem nimmt der Peak der 1. Biegemode ausgehend von -19.8 °C für steigende Temperaturen zunächst ab, bevor ab 9.2 °C erneut eine Zunahme zu verzeichnen ist. Ein Grund dafür ist das Maximum des Verlustfaktors, welches infolge der Temperaturvariation durchlaufen wird. Im Frequenzbereich zwischen 1000 bis 1500 Hz ist zudem eine Überlagerung der Torsions-, lateraler Biegemode und 2. bzw. 3. Biegemode erkennbar. In diesem Zusammenhang tritt ebenfalls *mode crossing* auf, da sich die nachlassende Materialsteifigkeit des Elastomers unterschiedlich stark auf die Schwingungsformen auswirkt. Die laterale Biegemode lässt sich lediglich aufgrund der Quersensitivität des Sensors sowie einer nicht ideal-orthogonalen Sensorinstallation und Impulsanregung aus den FRFs identifizieren.

Zusätzlich sind in **Abb. 6.9** die Beschleunigungs-FRFs aller geklebten und Primer-basierten Proben bei 18.2 °C dargestellt. Im linken Diagramm ist eine gute Korrelation der geklebten Proben ersichtlich. Eine Ausnahme stellt K3 dar. Im Gegensatz dazu korrelieren die Proben P1-P4 deutlich besser und weisen sowohl qualitativ als auch quantitativ geringfügige Differenzen auf. Diese Eigenschaft ist auf das Herstellungsverfahren zurückzuführen, das aufgrund der Verwendung der Fixierungsplattform und Abstandshalter mit weniger geometrischen Unsicherheiten behaftet ist und dadurch innerhalb der Probengruppe eine bessere Reproduzierbarkeit gewährleistet.

Ein Vergleich der numerisch und experimentell ermittelten Eigenfrequenzen ist in **Abb. 6.10** dargestellt. Die Fehlerbalken der linken Diagramme geben die einfache Standardabweichung der Ergebnisse aus den Monte Carlo Simulationen und den modalen Identifikationen an. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass der Probenumfang für statistisch gesicherte Erkenntnisse zu gering ist, jedoch aufgrund der Abwägung von Aufwand und Kosten keine höhere Probenanzahl möglich war. Für alle Moden der Proben K1-K4 ist innerhalb des Temperaturbereichs eine hervorragende Übereinstimmung zu erkennen, wobei die Standardabweichung verglichen zu den P-Proben größer ist. Nicht nur der temperaturabhängige Trend wird von der numerischen Analyse vorher-

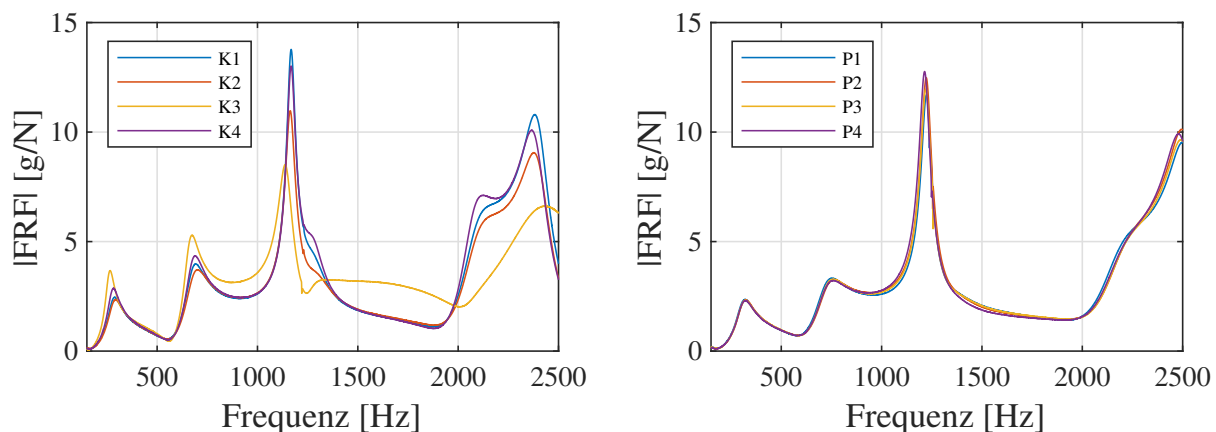


Abbildung 6.9: Aus Messdaten ermittelte Beschleunigungs-FRFs des Sensors 1 der geklebten (**links**) und Primer-basierten Proben (**rechts**) bei 18.2 °C

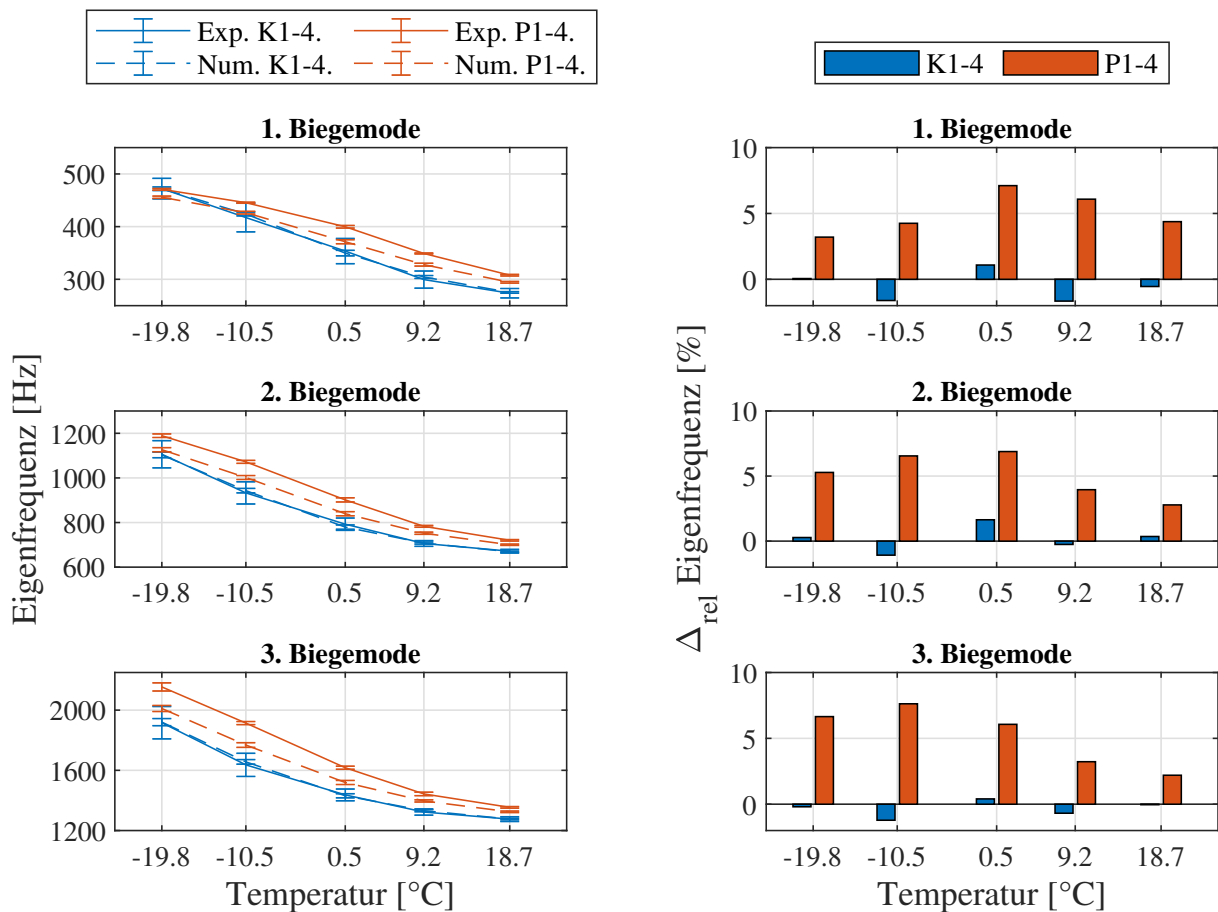


Abbildung 6.10: **Links:** Numerisch und experimentell bestimmte Eigenfrequenzen der Proben K1-K4 und P1-P4. **Rechts:** Abweichung der Eigenfrequenzen zwischen Numerik und Experiment.

gesagt, sondern auch die Absolutwerte der Eigenfrequenzen stimmen im Mittel überein. Dies wird durch die rechten Diagramme unterstrichen, in denen die relativen Abweichungen der gemittelten Eigenfrequenzen für die K-Proben unter 2 % liegen.

Obwohl die Korrelation des Systemverhaltens innerhalb der Probengruppe P1-P4 beachtlich ist (vgl. **Abb. 6.9**), ist die Korrelation zwischen numerisch und experimentell bestimmten Eigenfrequenzen deutlich schlechter als für die geklebten Proben. Mögliche Ursachen für das Auftreten dieser Besonderheit werden in Kapitel 9 diskutiert. Darüber hinaus ist auffällig, dass die simulierten Eigenfrequenzen immer unter den experimentell ermittelten Werten und außerhalb des Intervalls der Standardabweichung liegen. In diesem Zusammenhang treten Abweichungen zwischen 2 bis 8 % auf. Allerdings konnte auch für diese Probengruppe die Temperaturabhängigkeit der Eigenfrequenzen qualitativ reproduziert werden.

Abbildung 6.11 zeigt einen Vergleich der Dämpfungsmaße. Auf den ersten Blick erscheint die Korrelation zwischen Numerik und Experiment für beide Probengruppen schlechter als bei den Eigenfrequenzen, wobei erneut deutlichere Differenzen für die P-Proben auftreten. Diese Tatsache wird durch die relativen Abweichungen, die in den rech-

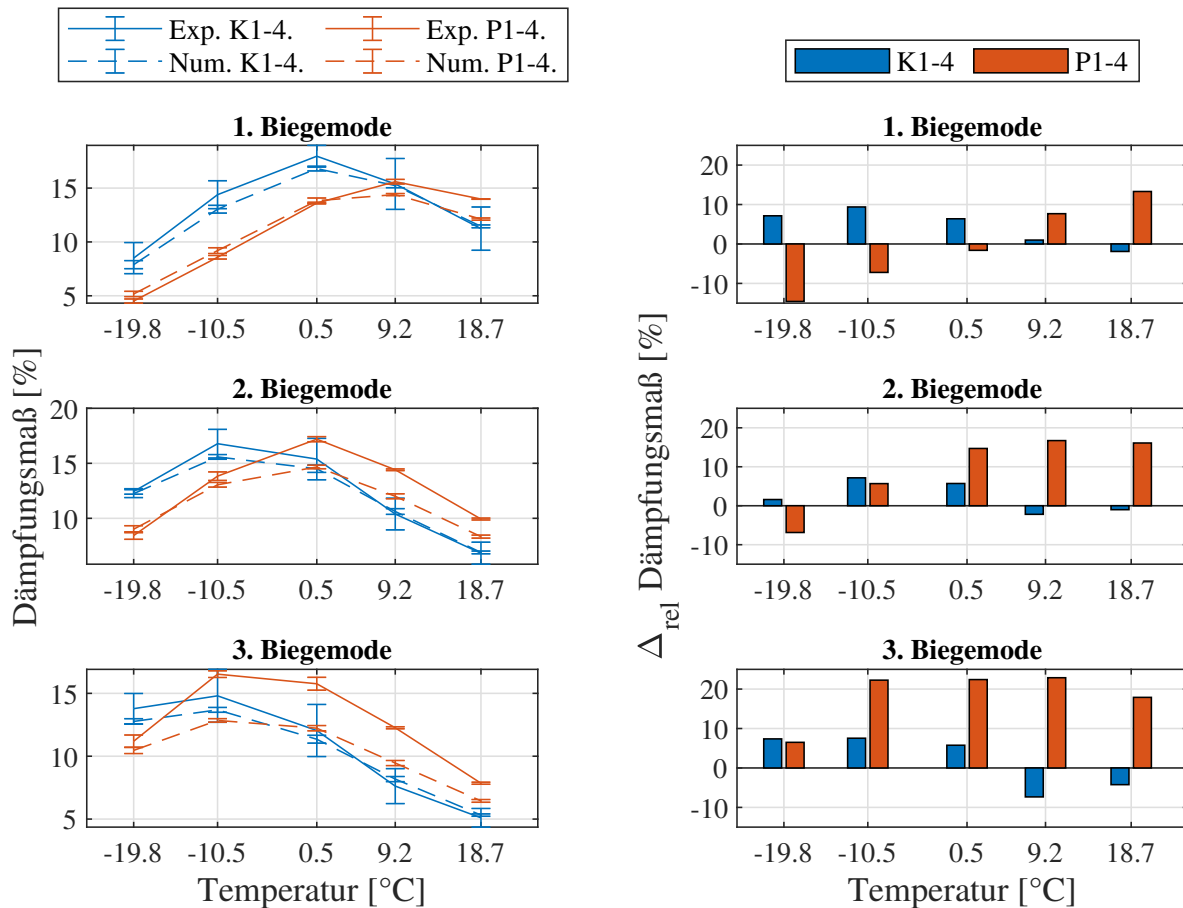


Abbildung 6.11: **Links:** Numerisch und experimentell bestimmte Dämpfungsmaße der Proben K1-K4 und P1-P4. **Rechts:** Abweichung der Dämpfungsmaße zwischen Numerik und Experiment.

ten Diagrammen dargestellt sind, unterstrichen. Für K1-K4 treten Abweichungen bis zu 10 % auf, während die maximale Differenz für die Proben P1-P4 im Falle der 3. Biegemode sogar bei 23 % liegt. Die Dämpfung ist ein äußerst sensibler Parameter, der mit großer Unsicherheit aus Experimentaldaten identifiziert wird und von verschiedenen Faktoren beeinflusst wird. Einige Einflussgrößen wurden bereits in Abschnitt 2.3.3 genannt. Insofern ist es nicht überraschend, dass die Abweichung zwischen numerisch und experimentell bestimmter Dämpfung höher als bei den Eigenfrequenzen ist.

Trotz der Abweichungen wird der qualitative Verlauf der Dämpfung korrekt abgebildet. In diesem Zusammenhang wird die Beobachtung aus **Abb. 6.3** bestätigt, dass die höchste Schwingungsdämpfung nicht zwangsläufig mit höchster Materialdämpfung einhergeht. Dies wird am Beispiel der geklebten Proben in **Abb. 6.12** verdeutlicht. Mit Ausnahme der 1. Biegemode korreliert das maximale Dämpfungsmaß nicht mit dem maximalen Verlustfaktor. Besonders bemerkenswert ist dies im Falle der 3. Biegemode bei $-10,5$ °C, wo das Dämpfungsmaß trotz des verhältnismäßig geringen Verlustfaktors am höchsten ist.

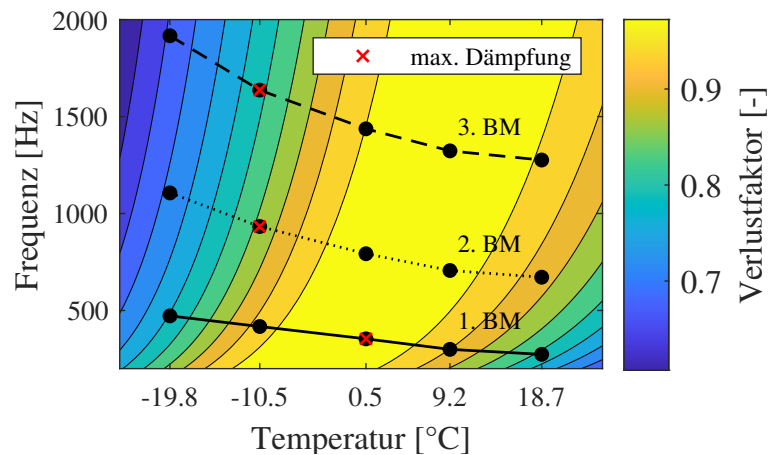


Abbildung 6.12: Mittelwerte der experimentell identifizierten Eigenfrequenzen der geklebten Proben aus **Abb. 6.11** bezogen auf den Verlustfaktor des Elastomers V2022. Das rote Kreuz kennzeichnet das höchste Dämpfungsmaß einer Biegemode.

6.3.5 Ergebnisse der formoptimierten CLD-Strukturen

Im Gegensatz zu den zuvor behandelten Probekörpern, wird bei den formoptimierten Proben lediglich die 1. Biegemode betrachtet, da diese Gegenstand der Designauslegung aus Abschnitt 6.2.3 war. Obwohl die formoptimierten Probekörper analog zu K1-K4 nach der Vulkanisation zusammengeklebt wurden, weichen die numerisch und experimentell ermittelten Eigenfrequenzen stärker ab als bei den regulären Probekörpern. In **Abb. 6.13** ist der temperaturabhängige Verlauf der Eigenfrequenzen veranschaulicht. Auch hier wurden die Eigenfrequenzen beider Proben mehrheitlich unterschätzt und die experimentell ermittelten Eigenfrequenzen liegen außerhalb des Intervalls der Standardabweichung. Das qualitative temperaturabhängige Verhalten wird jedoch bestätigt. Die Abweichungen reichen von weniger als 1 % bis zu mehr als 7 % und sind daher mit den Abweichungen der regulären P-Proben vergleichbar. Im Allgemeinen treten bei 1C höhere Abweichungen auf.

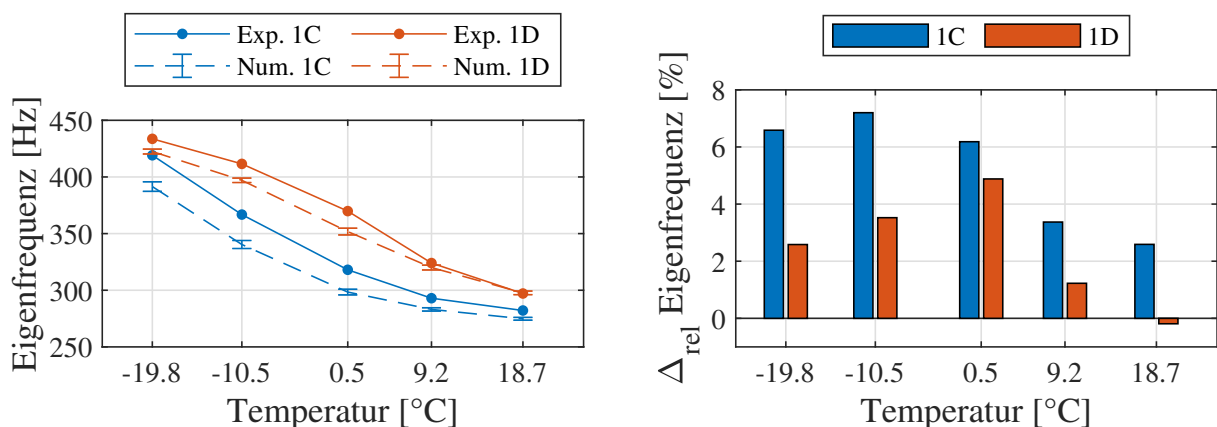


Abbildung 6.13: **Links:** Temperaturabhängige Eigenfrequenzen der Proben 1C und 1D für die 1. Biegemode. **Rechts:** Abweichung zwischen numerischen und experimentellen Eigenfrequenzen.

Hinsichtlich des in **Abb. 6.14** dargestellten Verlaufs der temperaturabhängigen Dämpfungsmaße sollen zwei Beobachtungen hervorgehoben werden: Zum einen korrelieren die experimentellen Ergebnisse mit den numerischen Vorhersagen. Es ist evident, dass das CLD-Design einen erheblichen Einfluss auf die Dämpfung bei unterschiedlichen Temperaturen besitzt. Während Konfiguration 1C im unteren Temperaturbereich eine hohe Dämpfung und im oberen Temperaturbereich eine niedrige Dämpfung aufweist, gilt dies für 1D in umgekehrter Form. Hervorzuheben ist die Dämpfung bei -19.8 °C für 1C ($D = 11.2\%$), die trotz deutlich geringerer Masse höher ist als bei den regulären Proben ($D = 8.5\%$ für K- bzw. $D = 4.5\%$ für P-Proben). Daher können die in Abschnitt 6.2.3 durchgeführten numerischen Analysen als valide betrachtet werden. Zum anderen ist die Abweichung zwischen numerischen und experimentellen Dämpfungsmaßen höher als bei den regulären Proben. Jedoch muss berücksichtigt werden, dass in diesem Fall eine statistische Bewertung aufgrund der einzelnen Proben nicht möglich ist.

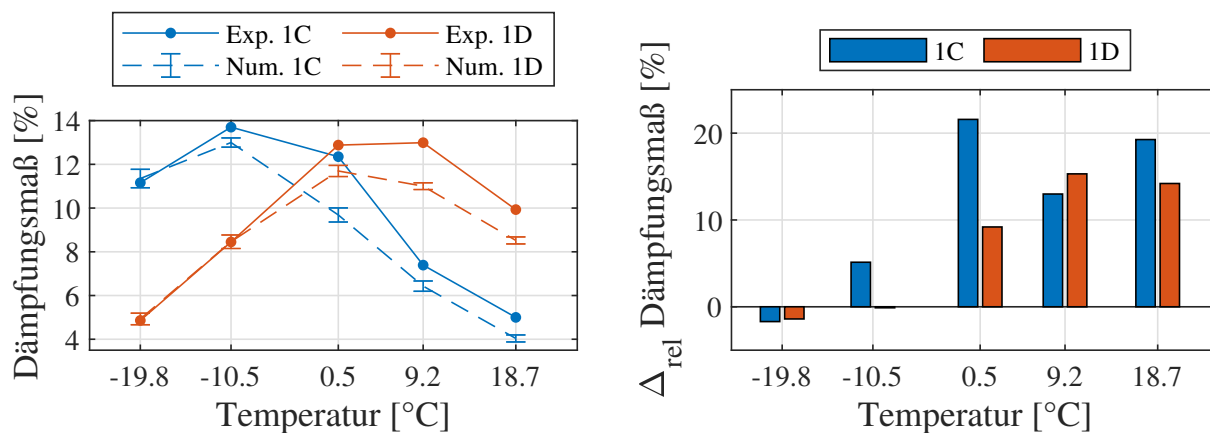


Abbildung 6.14: **Links:** Temperaturabhängige Dämpfungsmaße der Proben 1C und 1D für die 1. Biegemode. **Rechts:** Abweichung zwischen numerischen und experimentellen Dämpfungsmaßen.

6.4 Schlussfolgerungen

Anhand der regulären CLD-Strukturen wurde der temperaturabhängige Verlauf von Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaßen untersucht. In diesem Zusammenhang ist festzuhalten, dass die Eigenfrequenzen je nach Schwingungsform unterschiedlich stark von der Temperaturabhängigkeit des Elastomers betroffen sind. Die Eigenfrequenz einer Querbiegemode verändert sich kaum, während für Biegemoden, bei denen das Elastomer geschert wird, deutliche Veränderungen zu verzeichnen sind. In Abhängigkeit der Strukturgeometrie führt die ungleiche Auswirkung zum Auftreten von *mode crossing*, das im Rahmen der Versuchsreihe experimentell nachgewiesen wurde. Bei den betrachteten Strukturen sind davon die Torsions- und die laterale Biegemode betroffen. Dieser Effekt sollte beim Entwurf von viskoelastischer Dämpfung bei Leichtbaustrukturen berücksichtigt werden. Das gilt insbesondere für die Schwingungsdämpfung von auftriebserzeugen-

den Bauteilen wie Flügel, Höhen- oder Seitenleitwerke, bei denen infolge bewegungsinduzierter aerodynamischer Kräfte eine Dämpfungsreduktion und im Grenzfall sogar Flattern auftreten kann. Die Eigenfrequenzen folgen dem Verlauf der Materialsteifigkeit des Elastomers und nehmen mit zunehmender Temperatur ab. Auf das Dämpfungsmaß trifft dies nicht zwangsläufig zu, die Schwingungsdämpfung folgt hier nicht konsequent dem Trend der Materialdämpfung. Beispielsweise korreliert die maximale Schwingungsdämpfung nicht mit maximaler Materialdämpfung.

Hinsichtlich des optimalen Dämpfungsentwurfs von CLD-Strukturen konnten auf Basis der Analysen wichtige Erkenntnisse erlangt werden. Die Schichtbreiten sind als Designparameter geeignet und können zur Dämpfungsoptimierung genutzt werden. Leider hängt das optimale Design, neben der betrachteten Schwingungsform, stark von der Elastomersteifigkeit und damit von der Temperatur ab. Der Einfluss der Materialsteifigkeit auf die Schwingungsdämpfung ist dem Einfluss der Materialdämpfung übergeordnet. Daher sollte es nicht das Hauptziel der Designauslegung sein, die Eigenfrequenz einer Schwingungsform in die Nähe oder in den Glasübergangsbereich zu trimmen, falls sich die damit verbundene geometrische Modifikation nachteilig auf die Schubsteifigkeit der Kernschicht auswirkt. Zudem können sich die optimalen Dämpfungsentwürfe für zwei weit entfernte Temperaturen fundamental unterscheiden. Das bedeutet wiederum, dass sich keine allgemeingültige Designrichtlinie für die Auslegung der Schichtbreiten ableiten lässt. Vielmehr sollten die operationellen thermischen Bedingungen abgeklärt und für den Designentwurf berücksichtigt werden.

Trotz einer einfachen Geometrie und der genauen Kenntnis der Materialeigenschaften sowie der Quantifizierung von unsicherheitsbehafteten Parametern, treten bei Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaßen Abweichungen zur numerischen Berechnung auf. In diesem Zusammenhang muss zwischen den Herstellungsverfahren der CLD-Strukturen differenziert werden. Die Herstellungsweise der im Verbund vulkanisierten Proben sorgt innerhalb der Probengruppe für konsistente strukturdynamische Eigenschaften. Gleichzeitig sind die Abweichungen zu den numerischen Ergebnissen jedoch höher. Bei den geklebten Proben ist das Gegenteil der Fall. Innerhalb der Probengruppe ist eine höhere Streuung der strukturdynamischen Eigenschaften erkennbar. Dafür stimmen die Ergebnisse im Mittel besser mit der numerischen Auslegung überein. Die Gründe für die Abweichungen zwischen Numerik und Experiment, insbesondere für die im Verbund vulkanisierten Proben, konnten auf Grundlage der vorhandenen Daten nicht geklärt werden.

7 Dämpfungsauslegung einer versteiften Platte

Neben balkenartigen Bauteilen wie Flügel oder Leitwerke ist der Rumpf eine weitere Hauptkomponente von Flugzeugstrukturen, bei der während des Flugbetriebs unerwünschte Schwingungen auftreten können. Im Gegensatz zu Schwingungen an auftriebserzeugenden Bauteilen sind Rumpfschwingungen zwar nicht sicherheitsrelevant, führen jedoch zur Schallabstrahlung in der Kabine und beeinträchtigen auf diese Weise den Passagierkomfort. Im Sinne der Lärminderung ist die Integration von dämpfenden Maßnahmen daher wünschenswert. Die typische Konstruktionsweise von Flugzeugrümpfen mit dünnen Hautfeldern und versteifenden Spanten und Stringern sorgt jedoch dafür, dass sich Rumpfschwingungen fundamental von typischen Balkenschwingungen unterscheiden. Beispielsweise können Überlagerungen von globalen und lokalen Schwingungsformen auftreten, was die Identifikation geeigneter Integrationsstellen der dämpfenden Maßnahmen erschwert. Außerdem steigt die modale Dichte mit zunehmender Frequenz, weshalb eine wie in Kapitel 6 verwendete, auf einzelne Moden fokussierte Zielfunktion nicht mehr zielführend erscheint, um die Schallabstrahlung in einem breiten Frequenzbereich zu mindern.

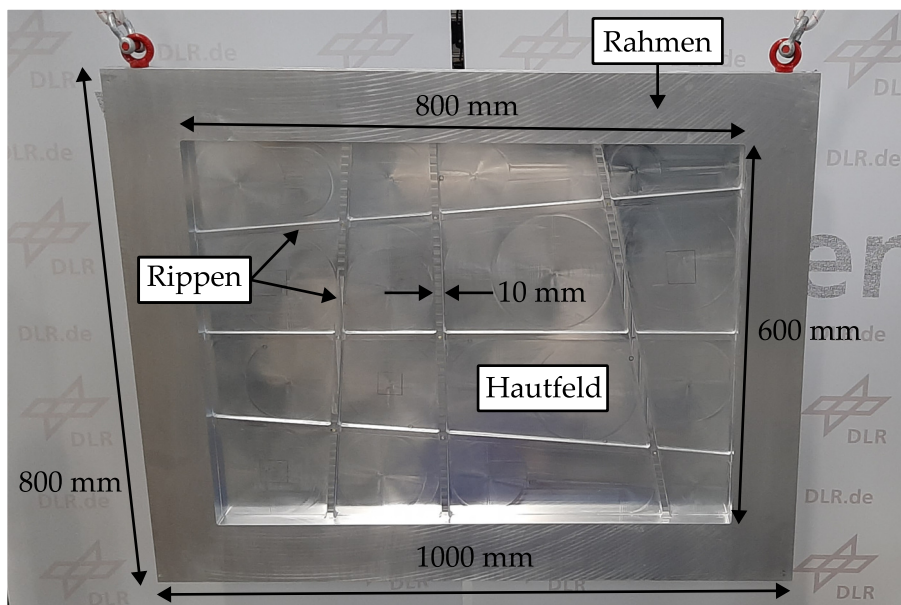


Abbildung 7.1: Frontalblick auf die Vibroplatte. Die Rückseite ist eine ebene Fläche.

In diesem Kapitel wird anhand einer versteiften Platte untersucht, ob sich die Schallabstrahlung durch die Platzierung von CLD-Elementen durch das in Kapitel 5 vorgestellte

Optimierungsschema im Vergleich zu bekannten Ansätzen aus der Literatur effektiver reduzieren lässt. Die im weiteren Verlauf als Vibroplatte bezeichnete Struktur ist in **Abb. 7.1** dargestellt. Die Geometrie der Vibroplatte wurde so gewählt, dass das Strukturverhalten eines realen Rumpfausschnitts imitiert wird. Ein massiver äußerer Rahmen umfasst den dünnwandigen Innenbereich, der durch jeweils drei horizontal und vertikal angeordnete Rippen in 16 Hautfelder aufgeteilt ist. Eine Besonderheit ist hierbei, dass die Struktur aus einem in Form gegossenen Aluminiumblock (Materialeigenschaften wie in Abschnitt 6.2) ausgefräst wurde und keine Symmetrieeigenschaften aufweist. Die Schichtdicken der ausgefrästen Konturen unterscheiden sich dabei wie folgt: Der Rahmen ist 30 mm dick, während die Hautfelder mit 1 mm am dünnsten sind. Die Dicke der vertikalen und horizontalen Rippen beträgt 10 bzw. 5 mm.

Das Kapitel ist folgendermaßen untergliedert: In Abschnitt 7.1 werden die numerischen Untersuchungen zur optimalen Platzierung von CLD-Elementen vorgestellt, während sich Abschnitt 7.2 der experimentellen Validierung des vielversprechendsten Ansatzes widmet. Abschließend werden in Abschnitt 7.3 die Schlussfolgerungen der Analyse zusammengefasst. Einige Ergebnisse dieses Kapitels wurden bereits in [48] publiziert.

7.1 Numerische Untersuchungen

Im folgenden Abschnitt wird die optimale Dämpfungsauslegung der Vibroplatte zur Schallreduktion innerhalb eines ausgewählten Frequenzbereichs untersucht. Dazu wird in Abschnitt 7.1.1 zunächst das entsprechende FE-Modell vorgestellt. Auf Grundlage dessen werden in Abschnitt 7.1.2 Designvariablen für die Optimierung definiert und in Abschnitt 7.1.3 die Zielfunktion formuliert. In Abschnitt 7.1.4 wird die Positionsoptimierung von CLD-Komponenten nach unterschiedlichen Ansätzen durchgeführt. Zuletzt werden in Abschnitt 7.1.5 die Ergebnisse der optimierten Positionierung mit den Ergebnissen alternativer Platzierungsstrategien aus der Literatur verglichen.

7.1.1 FE-Modell der Vibroplatte

Das FE-Modell der Vibroplatte wurde vollständig mit Volumenelementen (CHEXA) modelliert, um die räumliche Geometrie der Struktur sowie deren Verformungszustand abbilden zu können. Dabei wurden alle Hautfelder mit derselben Elementaufteilung diskretisiert. In Richtung der Schichtdicken der Hautfelder wurde ein Volumenelement verwendet. Für die Wahl der Elementauflösung der Hautfelder wurde vorab eine Konvergenzstudie durchgeführt. Dafür wurden 24 Moden betrachtet, die bis zu einer Frequenz von 410 Hz auftreten. Starrkörpermoden blieben unberücksichtigt. In diesem Zusammenhang wurde die Abweichung zwischen resultierenden Eigenfrequenzen und MAC-Werten im Vergleich zu denen aus einem als konvergiert angenommenen, hochaufgelösten FE-Modell (32x32 Elemente pro Hautfeld) untersucht. Zusätzlich wurde als Ver-

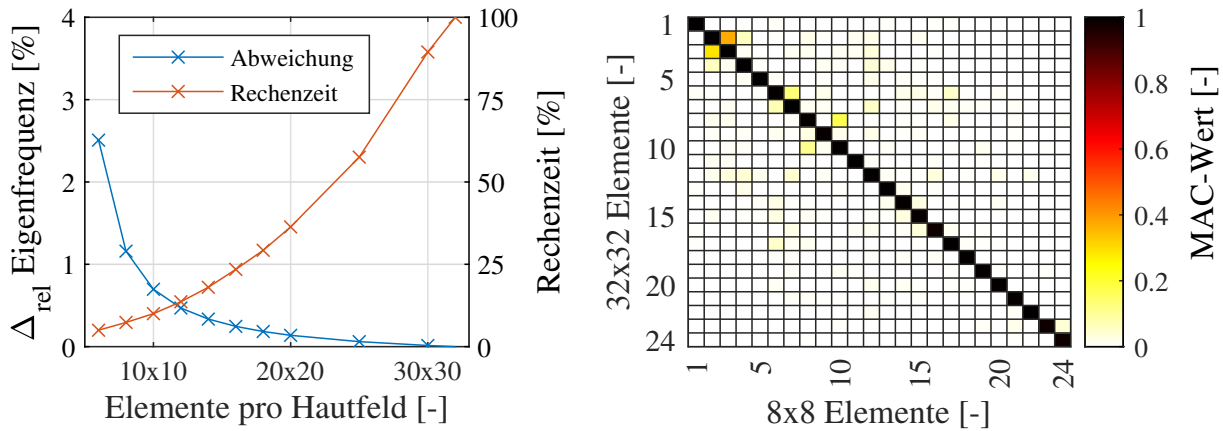


Abbildung 7.2: **Links:** Gemittelte Abweichung der Eigenfrequenzen in Abhängigkeit der Elementauflösung pro Hautfeld sowie die dazugehörige Rechenzeit relativ zum konvergierten FE-Modell. **Rechts:** MAC-Matrix zwischen dem konvergierten Modell und dem FE-Modell mit einer Elementauflösung von 8x8 Elementen pro Hautfeld.

gleichsgröße die Rechenzeit erfasst, die zum vollständigen Lösen des Eigenwertproblems erforderlich ist. Die Ergebnisse der Konvergenzstudie sind in **Abb. 7.2** veranschaulicht.

Im linken Diagramm ist zu erkennen, dass die gemittelte absolute Abweichung der Eigenfrequenzen erwartungsgemäß mit zunehmender Diskretisierung abnimmt. Zugleich steigt die erforderliche Rechenzeit. Da das FE-Modell im Zuge der anstehenden Optimierung mehrere hundertmal ausgewertet wird, wurde bei der Wahl der Diskretisierung die Rechenzeit stärker gewichtet als die Ergebnisgenauigkeit. Als Kompromiss wurde infolgedessen eine Auflösung von 8x8 Elementen pro Hautfeld festgelegt. Die Eigenfrequenzen des resultierenden FE-Modells weichen im Vergleich zur konvergierten Variante im Mittel um 1.16 % ab, wobei die relative Rechenzeit bei 7.35 % liegt. Bei Betrachtung der MAC-Matrix im rechten Diagramm fällt bereits auf, dass die Hauptdiagonale mit hohen MAC-Werten besetzt ist. Dies bedeutet, dass die Schwingungsformen der beiden FE-Modelle gut miteinander korrelieren. Tatsächlich beträgt der mittlere MAC-Wert der Hauptdiagonalen 0.9935, was die visuelle Überprüfung auch quantitativ bestätigt.

Abschließend wurde das FE-Modell mittels *Model Updating* an das Systemverhalten der realen Struktur angepasst. Dafür wurde ein Modaltest an der ungedämpften Vibroplatte durchgeführt. Ungedämpft bedeutet im Folgenden, dass nur die geringe inhärente Strukturdämpfung des Aluminiums wirksam ist. Das entsprechende Vorgehen ist im Anhang D ausführlich beschrieben.

7.1.2 Zuordnung der Designvariablen

Der Vibroplatte werden insgesamt 40 Designvariablen zugeteilt: Jeweils zwölf Designvariablen für die Segmente der Horizontal- und Vertikalrippen und 16 für den Mittelbereich der Hautfelder. **Abbildung 7.3** veranschaulicht diese Zuordnung mit der verwendeten Indexierung. Jede Designvariable kann entweder den Wert $x_i = 0$ (keine Bede-

ckung mit CLD) oder den Wert $x_i = 1$ (Bedeckung mit CLD) annehmen. Die Dicken der Kern- und Deckschicht stehen in diesem Fall nicht als Variable zur Verfügung. Stattdessen wurden dem im Labor verfügbaren Material entsprechend konstante Schichtdicken von $h_{\text{Kern}} = 2.4 \text{ mm}$ und $h_{\text{Deck}} = 1.45 \text{ mm}$ zugewiesen.

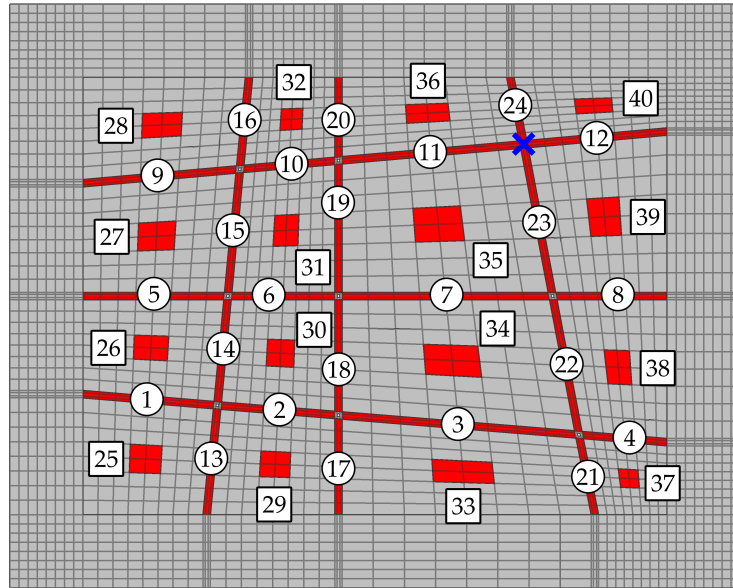


Abbildung 7.3: Komponentenweise Zuordnung der Designvariablen auf Basis des FE-Modells. Das blaue Kreuz markiert den Anregungspunkt der harmonischen Normalkraft.

7.1.3 Herleitung der Zielfunktion

Das Ziel des Dämpfungsentwurfs besteht darin, die von der Vibroplatte abgestrahlte Schallleistung in einem ausgewählten Frequenzband zu minimieren. Unter Berücksichtigung der Validität des angepassten FE-Modells wurde der Bereich zwischen 90 und 290 Hz betrachtet. Nach [91] berechnet sich die abgestrahlte Schallleistung P einer von einer Halbkugel eingeschlossenen Struktur aus

$$P(\omega) = \frac{2\pi r^2}{\rho c_S} \frac{1}{n_V} \sum_{j=1}^{n_V} p_{\text{Eff},j}(\omega)^2, \quad (7.1)$$

wobei ρ und c_S die Rohdichte ($\rho = 1.21 \text{ kg/m}^3$) bzw. Schallgeschwindigkeit ($c_S = 343 \text{ m/s}$) der umgebenden Luft sind. Dagegen ist $p_{\text{Eff},j}$ der Effektivwert des Schalldrucks und n_V die Anzahl an Kontrollpunkten auf der Oberfläche der Halbkugel. Eine praktische Größe zur Quantifizierung der Schallleistung ist der Schallleistungspegel L_P (Einheit [dB]), der sich nach [91] aus den Schallleistungen P_{Ref} ($P_{\text{Ref}} = 1 \text{ pW}$) und $P(\omega)$ folgendermaßen zusammensetzt

$$L_P(\omega) = 10 \cdot \log \left(\frac{P(\omega)}{P_{\text{Ref}}} \right). \quad (7.2)$$

Während in Gl. (7.1) die Rohdichte und Schallgeschwindigkeit inhärente Materialeigenschaften des umgebenden Fluids sind und sich die Teilflächen aus einer bekannten Geo-

metrie ergeben, sind die Schalldrücke unbekannt. Eine Möglichkeit zur Berechnung der Schalldrücke bietet das Strahlungsintegral nach RAYLEIGH. Diese Methode entspringt der Annahme, dass sich die Oberfläche eines schwingenden Körpers in n_E Oberflächenelemente aufteilen lässt. Jedes Oberflächenelement mit der Fläche $A_{E,i}$ wird als Monopolstrahler mit der oberflächennormalen Schwinggeschwindigkeit v_i betrachtet. Der Schalldruck eines beliebigen Kontrollpunkts ergibt sich aus der Summe aller Teildrücke, die aus den Schwingungen der Oberflächenelemente resultieren. Die Schalldrücke lassen sich aus der diskreten Form des Strahlungsintegrals berechnen

$$p_j(\omega) = \frac{i\omega \rho}{2\pi} \sum_{i=1}^{n_E} \frac{A_{E,i} v_i(\omega)}{a_{i,j}} e^{-i\kappa a_{i,j}}, \quad (7.3)$$

wobei $a_{i,j}$ der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Strukturteilfläche und Kontrollpunkt und κ mit $\kappa = \omega/c_S$ die Wellenzahl ist. Gleichung (7.3) setzt voraus, dass die vibrierende Struktur in einer starren Wand eingebettet ist [91]. Tangentialkomponenten der Geschwindigkeit sowie Streukörper-Eigenschaften, wie z. B. die Entstehung eines Schallschattens aus der Struktur-Geometrie, werden nicht berücksichtigt. Daher eignet sich der RAYLEIGH-Ansatz nicht zur Bestimmung von Richtcharakteristiken. Für weiterführende Informationen wird an dieser Stelle auf [91] verwiesen.

Zur Berechnung der von der schwingenden Vibroplatte abgestrahlten Schalleistungen wurde eine in **Abb. 7.4** abgebildete Halbkugel ausgewählt. Der Radius der Halbkugel wurde mit $r = 10$ m so gewählt, dass das Fernfeld-Kriterium ($\kappa a_{i,j} \gg 1$) für alle Kontrollpunkte und Frequenzen erfüllt ist [91]. Auf der Oberfläche wurden 441 Positionen definiert, für die der Schalldruck bestimmt wird.

Aus Gl. (7.3) geht hervor, dass aus struktureller Sicht die Schwinggeschwindigkeit ein erforderlicher Parameter für den Schalldruck ist. Die Knotengeschwindigkeiten des (im gedämpften Fall) komplexen Geschwindigkeitsvektors \hat{v}^* ergeben sich für die Vibroplat-

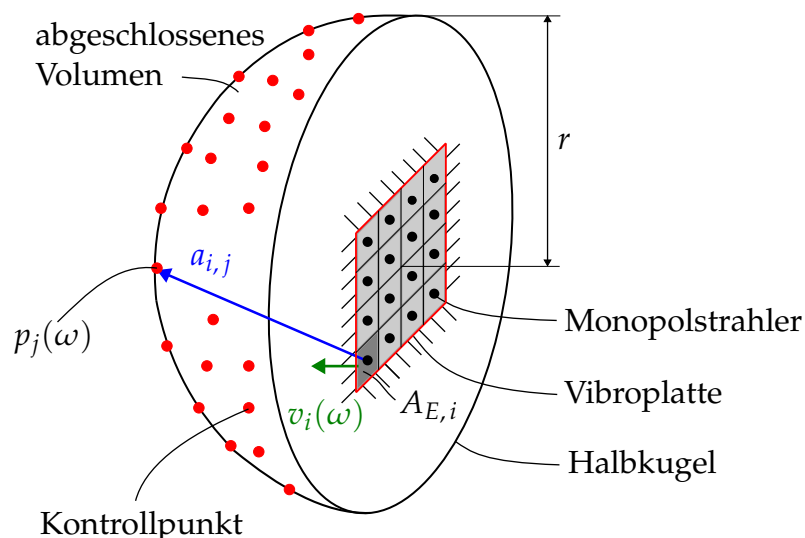


Abbildung 7.4: Schematische Darstellung der Vibroplatte und der Kontrollpunkte für die Berechnung des RAYLEIGH-Integrals und der abgestrahlten Schalleistung.

te wiederum aus einer harmonischen Antwortanalyse durch

$$\hat{v}^*(\omega) = i\omega \left[-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}^*(\omega) \right]^{-1} \hat{q}. \quad (7.4)$$

Um die Oberflächengeschwindigkeit eines Elements zu erhalten, werden die normalen Geschwindigkeitskomponenten der aufspannenden Knoten gemittelt. Als Frequenzauflösung wurde angesichts des erwartbaren Rechenaufwands $\Delta f = 1$ Hz gewählt. Die Struktur wird über vier benachbarte Knoten gemäß **Abb. 7.3** mit einer Kraftamplitude von jeweils $\hat{q} = 0.25$ N angeregt.

Damit sind alle Parameter bekannt, um den Schalleistungspegel nach Gl. (7.2) für unterschiedliche Frequenzen auszuwerten. Als Zielfunktionswert wird jedoch eine skalare Größe benötigt, die ein Maß für den Schalleistungspegel des betrachteten Frequenzbereichs darstellt. Für die Optimierung wurde daher die Zielfunktion

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{n_\omega} \sum_{i=1}^{n_\omega} L_P(\omega_i) \quad (7.5)$$

gewählt. Auf diese Weise wird ein gemittelter Schalleistungspegel berechnet, wobei n_ω der Anzahl der Frequenzschritte entspricht. Der Vorteil dieser Zielfunktion ist, dass der gesamte Frequenzbereich berücksichtigt wird. Nachteilig ist dagegen, dass hierbei der Fokus nicht auf den Resonanzstellen liegt. Resonanzüberhöhungen, die im Zuge der Designoptimierung bspw. durch veränderte Massenverteilungen außerhalb des fixierten Frequenzbereichs liegen, fließen nicht mehr in die Zielfunktion ein.

7.1.4 Positionsoptimierung von CLD-Segmenten

Für die Analysen werden folgende Annahmen getroffen: Die Materialeigenschaften der Kernschicht entsprechen denen von BIIR (V2022) bei einer Temperatur von $T = 20$ °C. Als maximal zulässige Massenzunahme wurde ein Grenzwert von 5 % der Masse der Vibroplatte abzüglich des massiven Rahmens definiert. Dies entspricht einem Absolutwert von $m_{\max} = 0.102$ kg. Für die Optimierung wurden drei verschiedene Szenarien betrachtet:

- Platzierung von CLD auf Versteifungen (VS),
- Platzierung von CLD auf Hautfeldern (HF) und
- Platzierung von CLD auf Versteifungen und Hautfeldern (VS+HF).

Die Formulierung des Optimierungsproblems lautet

$$\begin{aligned} \text{Minimiere:} \quad & J(\mathbf{x}) & (7.6) \\ & \mathbf{x} \in \mathbb{N}_0 \\ \text{Unter Berücksichtigung von:} \quad & m_{\text{CLD}}(\mathbf{x}) - m_{\max} \leq 0 \\ & 0 \leq x_i \leq 1, & \text{für } i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

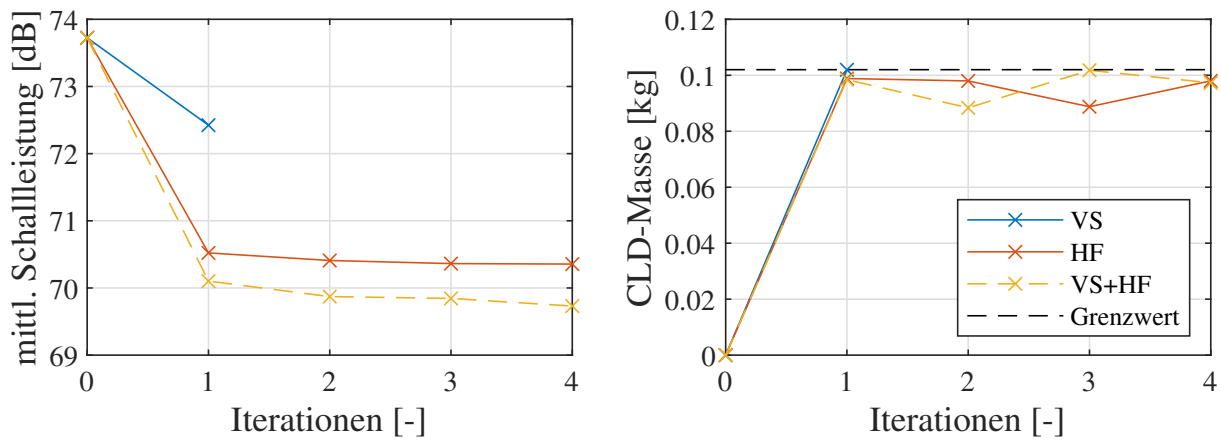


Abbildung 7.5: Abgestrahlte mittlere Schalleistung (**links**) und hinzugefügte CLD-Masse (**rechts**) im Verlauf der Optimierung für unterschiedliche Optimierungsansätze

Der Startvektor entspricht in allen Fällen einer unbedeckten Struktur ($\mathbf{x}_{\text{Start}} = \mathbf{0}$). In **Abb. 7.5** sind die Verläufe der Zielfunktion sowie der hinzugefügten Masse dargestellt. Die Optimierungen konvergieren bereits nach wenigen Iterationen. Dies täuscht allerdings darüber hinweg, dass die Zielfunktion häufig aufgerufen wurde. Für den Optimierungsansatz VS waren 138, für HF 85 und für VS+HF 477 Zielfunktionsaufrufe nötig. Die effektivste Reduktion der Schalleistung lässt sich über die Platzierung von CLD-Elementen auf Versteifungen und Hautfeldern realisieren, gefolgt von der Platzierung auf den Hautfeldern. Im Vergleich zur ungedämpften Platte (73.7 dB) lässt sich auf diese Weise eine mittlere Schalleistungsreduktion von fast 4 dB erreichen. Dagegen ist die erreichte Schallreduktion bei ausschließlicher Platzierung auf den Versteifungen gering (ca. 1.3 dB).

Die Dämpfungsentwürfe der verschiedenen Ansätze sind in **Abb. 7.6** abgebildet. Für den Optimierungsansatz VS sind acht von 24 Rippen bedeckt, wobei die mittlere Horizontalrippe auf allen Segmenten mit CLD-Material bedeckt ist. Im Falle des Optimierungsansatzes HF ist die Hälfte der Hautfelder mit Dämpfungsschichten versehen. Eine Vermischung der vorherigen Entwürfe ergibt sich für den kombinierten Ansatz. Dabei werden lediglich jene Positionen mit CLD bedeckt, die auch bei den Optimierungsansätzen VS

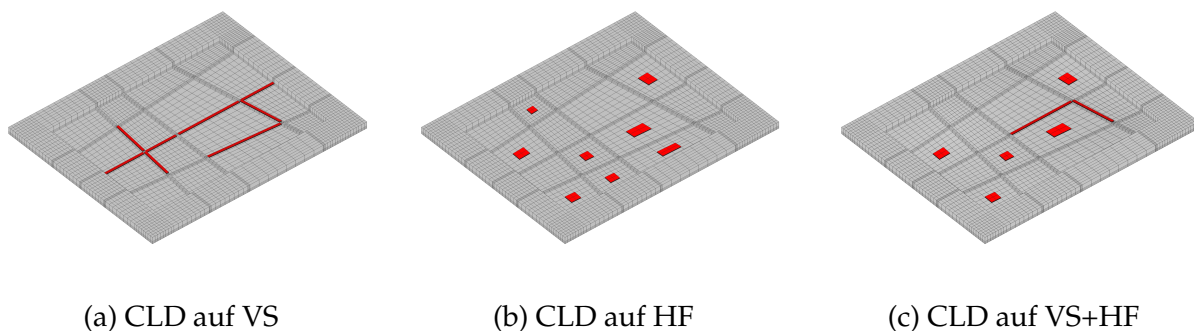


Abbildung 7.6: Aus den verschiedenen Optimierungsansätzen resultierende optimale Platzierung der CLD-Segmente

und HF für das Zieldesign identifiziert wurden. Der Schwerpunkt der Positionierung liegt beim kombinierten Ansatz jedoch auf den Hautfeldern.

Eine Erklärung für die resultierenden Dämpfungsentwürfe lässt sich mithilfe der experimentell ermittelten Moden der ungedämpften Platte finden (siehe **Abb. D.2** in Anhang D). Die Rippen erfahren bei globalen Schwingungsformen im unteren Frequenzbereich die höchste Verformung und können auf diese Weise die Elastomerschicht effektiver in Dehnung zwingen. Dagegen sind im höheren Frequenzbereich einzelne Hautfelder stärker betroffen. Beispielsweise fällt beim Blick auf Mode 4 auf, dass insbesondere die mittlere Horizontalrippe sowie die linke Vertikalrippe verformt werden. Im höheren Frequenzbereich (siehe Moden 11-15) sind es insbesondere die Hautfelder am linken Rand, die eine hohe Verschiebungsamplitude aufweisen. In **Abb. 7.7** ist der Verlauf des frequenzabhängigen Schallleistungspegels dargestellt.

In diesem Zusammenhang sei erwähnt, dass es durch die Modifikation der Massen- und Steifigkeitseigenschaften zu Änderungen der Resonanzstellen kommt. Der Einfluss der Masse überwiegt hierbei, da sich die Resonanzstellen im Vergleich zur ungedämpften Struktur in Richtung niedrigerer Frequenzen verschieben. Während der aus dem Ansatz VS resultierende Dämpfungsentwurf im unteren Frequenzbereich zwischen 90 und 190 Hz mit den beiden anderen Entwürfen konkurrieren kann, überzeugt die CLD-Platzierung auf den Hautfeldern oberhalb dieses Bereiches. Ab 190 Hz sind für die Ansätze HF und VS+HF im Mittel geringere Schallleistungspegel zu verzeichnen.

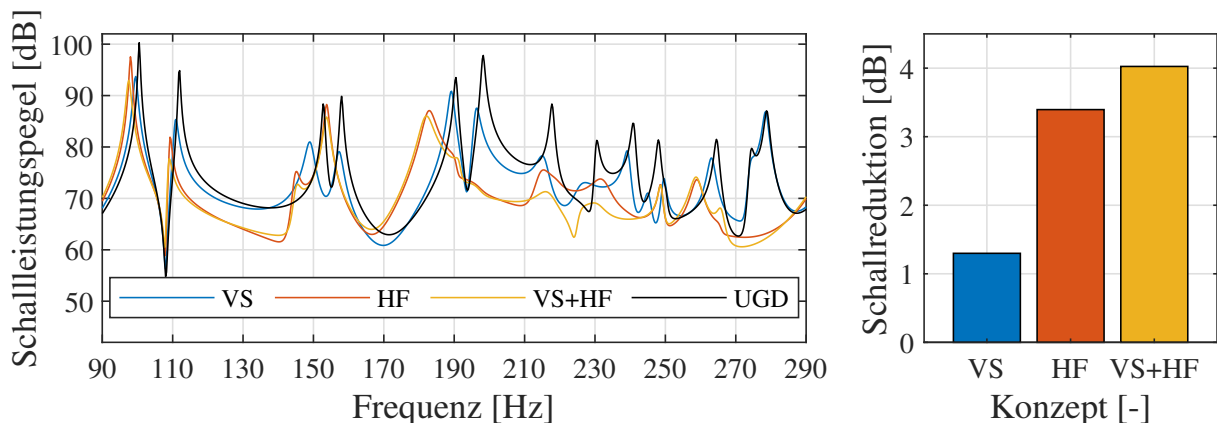


Abbildung 7.7: **Links:** Schallleistungspegel verschiedener Entwurfsansätze in Abhängigkeit der Frequenz. **Rechts:** Über die Frequenz gemittelte Reduktion des Schallleistungspegels im Vergleich zur ungedämpften Struktur (UGD).

7.1.5 Vergleich verschiedener Positionierungsansätze

Die mit Hilfe der Positionsoptimierung aus Abschnitt 7.1.4 erreichte Schallleistungsreduktion wird in diesem Abschnitt mit der erwartbaren Schallleistungsreduktion von alternativen Positionierungsstrategien verglichen. Diese lassen sich folgendermaßen kategorisieren:

- Platzierung von CLD auf Elementen mit höchster Dehnungsenergie (ESE),
- Platzierung von CLD auf Elementen mit höchster kinetischer Energie (EKE) und
- Vollständige Bedeckung aller Rippen und Hautfelder mittels einer Anti-Dröhnfolie (FC).

Die Platzierung von CLD-Segmenten basierend auf den höchsten Dehnungsenergien wird in [63] angewandt. Die elementbezogene mittlere Dehnungsenergie $W_{E,\text{Pot}}$ setzt sich nach [93] aus einer Vektor-Matrix-Multiplikation der Elementknotenverschiebungen und der Elementsteifigkeitsmatrix zusammen

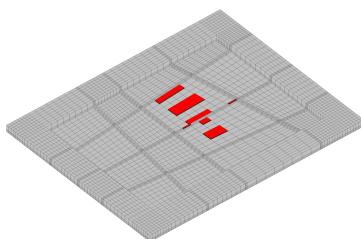
$$W_{E,\text{Pot}} = \frac{1}{4} \left[\Re\{\mathbf{u}_E^T\} \mathbf{K}_E \Re\{\mathbf{u}_E\} + \Im\{\mathbf{u}_E^T\} \mathbf{K}_E \Im\{\mathbf{u}_E\} \right]. \quad (7.7)$$

Darüber hinaus wird die elementbezogene mittlere kinetische Energie $W_{E,\text{Kin}}$ für die Platzierung von CLD-Segmenten herangezogen. Im Gegensatz zur ESE berechnet sich die EKE aus den Elementknotengeschwindigkeiten und der Elementmassenmatrix [93]

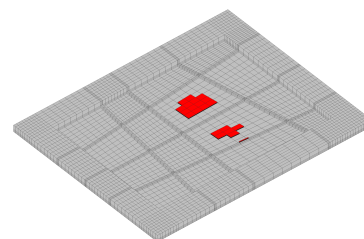
$$W_{E,\text{Kin}} = \frac{1}{4} \left[\Re\{\mathbf{v}_E^T\} \mathbf{M}_E \Re\{\mathbf{v}_E\} + \Im\{\mathbf{v}_E^T\} \mathbf{M}_E \Im\{\mathbf{v}_E\} \right]. \quad (7.8)$$

Die EKE kombiniert demnach Schwingungsgeschwindigkeiten und Abstrahlflächen, die in der Elementmassenmatrix implizit enthalten sind. Da die Knotenverschiebungen und -geschwindigkeiten mit der Frequenz variieren, sind auch die Energien frequenzabhängig. Daher wurden die aus Gl. (7.7) und (7.8) resultierenden Energien elementweise über die Frequenz gemittelt und entsprechend ihrer Größe sortiert. Berücksichtigt wurden in beiden Fällen nur die Elemente, die an der abstrahlenden Oberfläche liegen. Anschließend wurden CLD-Segmente sukzessive auf den Elementen mit den höchsten Energien hinzugefügt, bis das aus Abschnitt 7.1.4 vorgegebene Massenlimit erreicht wurde. Die resultierenden Verteilungen sind **Abb. 7.8** zu entnehmen.

Hierbei ist zu erkennen, dass insbesondere die zwei mittleren rechten Hautfelder mit CLD bedeckt sind. Auf den Versteifungen befinden sich nur einzelne CLD-Elemente, die ausschließlich platziert wurden, um das Massen-Budget vollständig auszuschöpfen.



(a) Platzierung nach ESE



(b) Platzierung nach EKE

Abbildung 7.8: Verteilung von CLD-Segmenten auf Basis der elementbezogenen mittleren Dehnungsenergien (ESE) und kinetischen Energien (EKE)

Durch die vollständige Bedeckung soll dagegen die Verwendung einer dünnen Anti-Dröhnfolie (3MTM Dämpfungsfolie 2552) simuliert werden, die als kommerzielle Lösung für akustische Probleme angeboten wird und bspw. in [124] verwendet wurde. Die Schichtdicke der Kernschicht beträgt laut Herstellerangabe $h_{\text{Kern}} = 0.13$ mm, die der Deckschicht $h_{\text{Deck}} = 0.25$ mm [1]. Der Schubspeichermodul und Verlustfaktor des viskoelastischen Materials ISD 112 sind vom Hersteller nicht angegeben. Stattdessen wurden die beiden Größen für die betrachteten Bedingungen mithilfe eines entsprechenden Datenblatts aus [94] durch grafische Interpolation abgeschätzt. Der Schubspeichermodul beträgt demnach $G' = 1$ MPa, der Verlustfaktor $\tan(\delta) = 0.85$. Für das Flächengewicht wird ein Wert von 0.83 kg/m² angegeben [1].

Für die zuvor erläuterten Designansätze wurde die abgestrahlte Schalleistung mit den in Abschnitt 7.1.3 präsentierten Gleichungen ermittelt. Ein grafischer Vergleich des frequenzabhängigen Schalleistungspegels zum Dämpfungsentwurf VS+HF aus Abschnitt 7.1.4 ist in **Abb. 7.9** zu sehen.

Die energiebasierten Ansätze führen bei den drei untersten Resonanzstellen zu einer besseren Schalleistungsreduktion als der optimierte Entwurf. Der Grund dafür kann mithilfe der dazugehörigen Moden gefunden werden. Wie im Anhang D in **Abb. D.2** am Beispiel der identifizierten Moden 2-4 ersichtlich, tritt die höchste Verformung in den Hautfeldern auf, die mit CLD bedeckt sind. Daher wird an diesen Stellen das Elastomer stärker in Schubverformung gezwungen, was infolgedessen in einer höheren Schwingungsdämpfung resultiert. Allerdings lässt sich auch feststellen, dass die abgestrahlte Schalleistung des optimierten Dämpfungsentwurfs oberhalb einer Frequenz von 190 Hz geringer ist als für die energiebasierten Entwürfe. Dies liegt daran, dass die maximale Verformung der entsprechenden Moden nicht mehr lokal auf zwei Hautfelder begrenzt ist, sondern bei weiteren Hautfeldern auftritt. Dementsprechend ist ein Dämpfungsentwurf mit verteilten CLD-Segmenten vorteilhaft. Im Vergleich dazu führt der Entwurf der Anti-Dröhnfolie insbesondere oberhalb von 150 Hz zu einer deutlichen Reduktion des

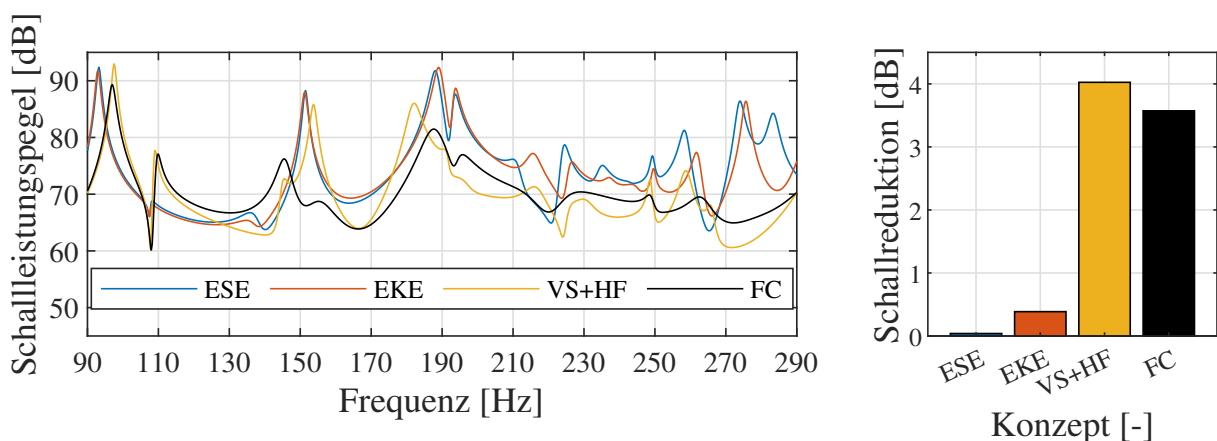


Abbildung 7.9: **Links:** Schalleistungspegel der verschiedenen Konzepte in Abhängigkeit der Frequenz. **Rechts:** Über die Frequenz gemittelte Reduktion des Schalleistungspegels im Vergleich zur ungedämpften Vibroplatte.

Schalleistungspegels und im Mittel zu einer Schalleistungsreduktion von 3.6 dB. Allerdings ist hierbei zu berücksichtigen, dass bei diesem Konzept nahezu die vierfache CLD-Masse verwendet wurde. Im Bezug darauf fällt die Effektivität der Anti-Dröhnfolie daher ab und liegt mit 9.0 dB/kg weit unter dem Optimierungsansatz VS+HF mit 41.5 dB/kg. Der niedrigste und damit schlechteste Wert der Schalleistungsreduktion wurde durch den ESE-Ansatz mit 0.04 dB erreicht, gefolgt vom EKE-Ansatz mit 0.4 dB.

7.2 Experimentelle Untersuchungen

Der folgende Abschnitt widmet sich den experimentellen Untersuchungen an der Vibroplatte. Dafür wird in Abschnitt 7.2.1 zunächst auf den messtechnischen Aufbau und die Durchführung des Experiments eingegangen. Die Ergebnisse des Versuchs werden in Abschnitt 7.2.2 präsentiert.

7.2.1 Aufbau und Durchführung

Das Ziel des Experiments ist die Validierung der numerischen Ergebnisse des besten CLD-Designs aus Abschnitt 7.1.4 anhand des strukturdynamischen Verhaltens. Zu diesem Zweck wurde ein Modaltest an der gedämpften Vibroplatte im Versuchslabor des DLR-Instituts für Aeroelastik durchgeführt.

Aufbau

Der grundlegende Versuchsaufbau des Modaltests ist in **Abb. 7.10** dargestellt. Dem Design aus **Abb. 7.6** (c) entsprechend wurden einzelne CLD-Segmente gefertigt und auf die Vibroplatte geklebt. Dafür wurde der Kleber LOCTITE® 480 verwendet. Die Struktur

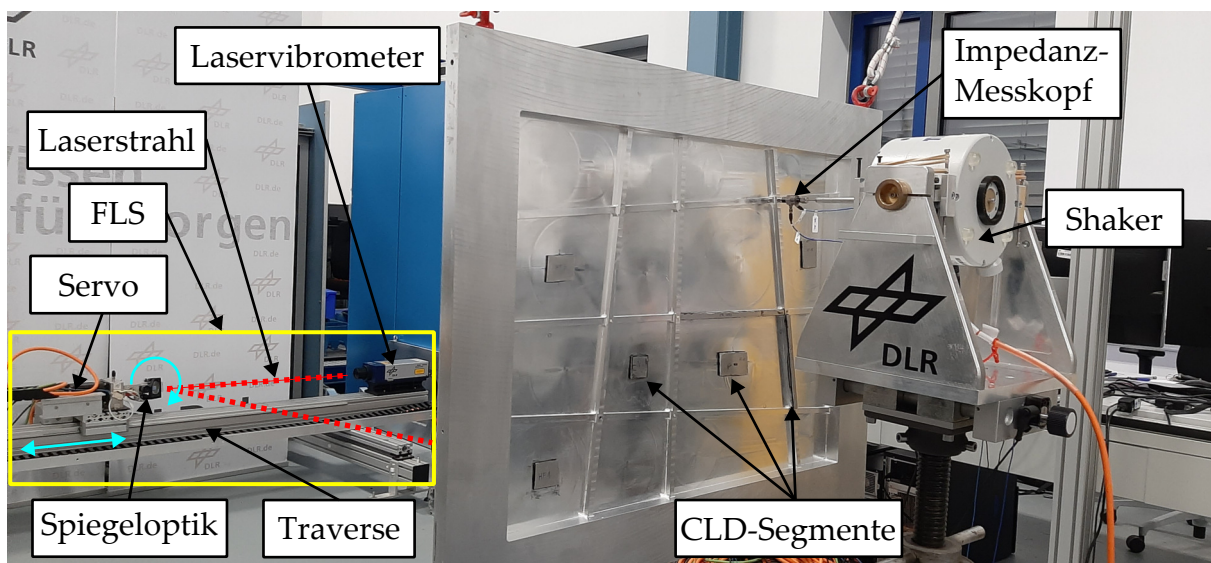


Abbildung 7.10: Versuchsaufbau des Modaltests an der gedämpften Vibroplatte

wurde an den oberen Eckpunkten mit zwei elastischen Seilen aufgehängt. Aus einer Voruntersuchung mit einer steiferen Aufhängung war bekannt, dass die Eigenfrequenzen von Starrkörper- und elastischen Moden ausreichend weit voneinander entfernt liegen [28]. Die Anregung erfolgte über einen elektrodynamischen Schwingungserreger (*Shaker*, TIRA S 51120) senkrecht zur Oberfläche am rechten oberen Kreuz, während das Anregungssignal ausgehend vom Steuerungs- und Messsystem (National Instruments CompactRIO) über einen Verstärker an den *Shaker* geleitet wurde. Zwischen Stößel und Struktur wurde ein Impedanz-Messkopf installiert, um die auf die Struktur übertragene Kraft und die Beschleunigung des Anregungspunkts zu erfassen. Die Strukturantwort in Form von Schwinggeschwindigkeiten wurde wiederum mit dem *Fuselage Laser Scanner* (FLS, DLR-interne Bezeichnung) gemessen. Das Messprinzip beruht hierbei auf dem DOPPLER-Effekt. Ausgehend von einem Laservibrometer wird der Laserstrahl über eine Spiegeloptik auf das Messobjekt umgelenkt. Der Abstand zwischen FLS und Vibroplatte betrug hierbei 2.8 m. Aus der Frequenzänderung zwischen ausgehendem Referenzstrahl und dem an der Oberfläche gestreuten Laserstrahl wird die Schwinggeschwindigkeit ermittelt. Für verbesserte Reflexionseigenschaften wurde die Rückseite der Vibroplatte mit Reflexionspray besprüht. Ein Servomotor sorgt für die translatorische und rotatorische Ansteuerung der Spiegeloptik. Der FLS wurde hausintern für Schwingungsmessungen an zylindrischen Strukturen wie z. B. Flugzeugrümpfen entwickelt und mehrfach eingesetzt [138]. Weitere Details zur Zusammensetzung des FLS sind [139] zu entnehmen. Neben den strukturdynamischen Daten wurde ebenfalls die Raumtemperatur während der Messung aufgezeichnet.

Durchführung

Für die Messung wurde ein Gitter bestehend aus 1300 Punkten generiert, welches in **Abb. 7.11 (links)** dargestellt ist. Die ausgewählten Messpunkte sind koinzident mit den Knotenpunkten des FE-Modells, was im späteren Verlauf die Korrelation der modalen Daten erleichterte. Bei der Erstellung des Messgitters wurde der Fokus auf die Hautfelder und Rippen gelegt, weshalb in diesem Bereich die Punktdichte deutlich höher ist als

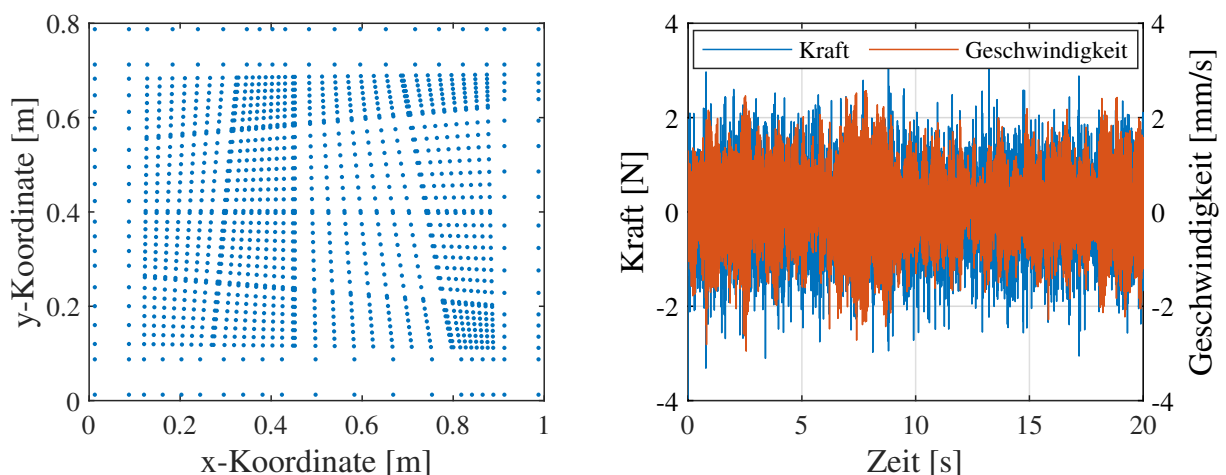


Abbildung 7.11: **Links:** Messgitter zur Ermittlung der Schwingungsantwort der Vibroplatte. **Rechts:** Transientes Krafterreger- und Geschwindigkeitssignal.

im Bereich des Rahmens. Dadurch ist die Anzahl an Messpunkten geringer als die Anzahl an Knotenpunkten des FE-Modells. Als Anregungssignal wurde ein bandbegrenzter Multisinus mit Frequenzanteilen zwischen 50 und 600 Hz gewählt. Die Abtastfrequenz betrug 2048 Hz und die Messzeit 20 s pro Punkt. Das transiente Kräfteerreger- und Geschwindigkeitssignal eines Messpunkts ist in **Abb. 7.11 (rechts)** abgebildet.

Die Signalverarbeitung wurde mithilfe der hausinternen MATLAB-Toolbox durchgeführt. Aus den erfassten Zeitdaten wurden unter Verwendung der WELCH-Methode für jeden Anregungspunkt gemittelte FRFs berechnet [136]. Das dafür ausgewählte Zeitfenster betrug 2 s und der Überlappungsfaktor $2/3$, was in 28 Mittlungen und einer Frequenzauflösung von 0.5 Hz resultierte. Die modale Identifikation aus den FRFs erfolgte auf Basis des LSCF-Verfahrens in einem Frequenzband zwischen 60 und 360 Hz. In **Abb. 7.12** ist das dafür genutzte *User Interface* des Stabilisierungsdiagramms veranschaulicht.

Darüber hinaus wurden die Materialeigenschaften des Elastomers für die gemessene mittlere Temperatur ($\bar{T} = 18.2^\circ\text{C}$) bestimmt. Im Anschluss wurde das Experiment in einer numerischen Analyse unter den vorherrschenden Laborbedingungen simuliert. Dazu zählt die Berechnung der Summen-FRF H_{Sum} bzgl. des Anregungspunkts mittels

$$H_{\text{Sum}}(\omega) = \sum_{i=1}^n |H_i(i\omega)|, \quad (7.9)$$

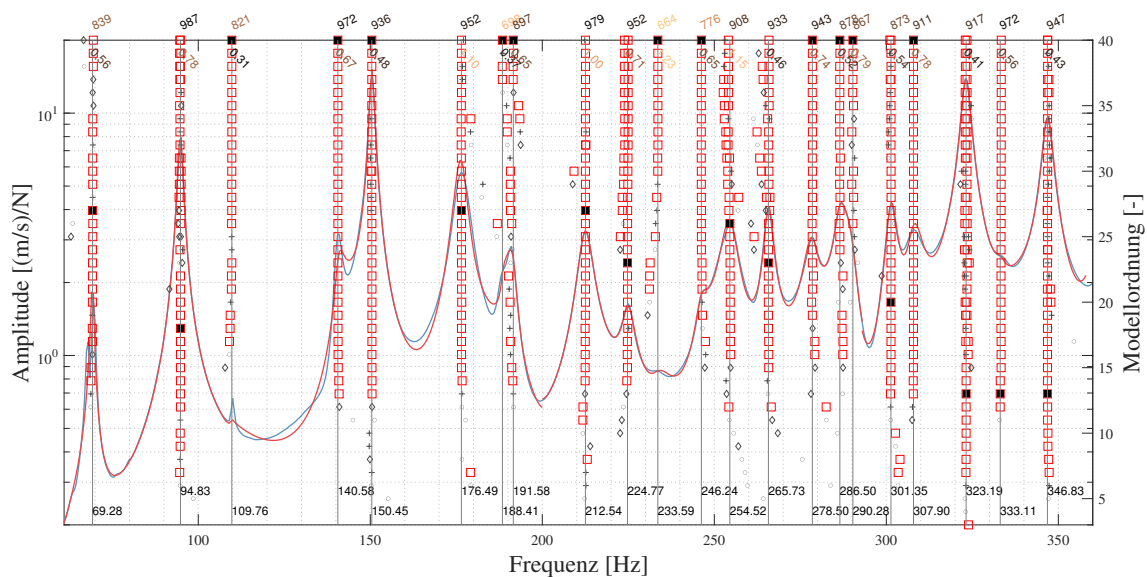


Abbildung 7.12: Darstellung des Stabilisierungsdiagramms zur manuellen Identifikation der Polstellen der Vibroplatte mithilfe des LSCF-Verfahrens. Die gemessenen und synthetisierten Summen-FRFs sind in blau bzw. in rot dargestellt. Die oberen Zahlen außerhalb des Fensters kennzeichnen den Wert der *Mode Indicator Function* nach [16]. Innerhalb des Fensters entsprechen die oberen Werte den Dämpfungsmaßen und die unteren Werte den Eigenfrequenzen der identifizierten Polstellen.

wobei H_i der Geschwindigkeits-Frequenzgang des Antwortpunkts i ist. Es sei darauf hingewiesen, dass für Gl. (7.9) ausschließlich die FRFs der Punkte verwendet wurden, die auch Gegenstand der experimentellen Untersuchung waren. Zusätzlich wurden über den iterativen Eigenwertlöser die Eigenwerte und Eigenvektoren des Systems bestimmt.

7.2.2 Ergebnisse

Die Vorstellung der Ergebnisse untergliedert sich in zwei Abschnitte. Zunächst werden die Frequenzgänge des numerischen und experimentellen Modells sowie die Frequenzgänge zwischen der ungedämpften und gedämpften Struktur verglichen. Im Anschluss wird die Korrelation der modalen Parameter der numerischen und experimentellen Modelle untersucht.

Vergleich der Frequenzgänge

In **Abb. 7.13** sind die Summen-FRFs der experimentellen und numerischen Analysen sowie die Summen-FRFs der ungedämpften und gedämpften Vibroplatte dargestellt. Im linken Diagramm ist auffällig, dass beide FRFs bis 250 Hz einen ähnlichen Verlauf aufweisen. Oberhalb dieser Frequenz weichen die Verläufe jedoch stark ab. Diese Beobachtung war vorab erwartbar, da die Qualität des FE-Modells der ungedämpften Platte aufgrund der schlechteren Korrelation der Schwingungsformen oberhalb von 250 Hz abnimmt. Darüber hinaus sind die Resonanzstellen der numerisch berechneten FRF leicht in Richtung höherer Frequenzen verschoben. In diesem Zusammenhang ist zu beachten, dass das FE-Modell bedingt durch die Elementauflösung mit einem systematischen Fehler behaftet ist (vgl. **Abb. 7.2**). Die grobe Vernetzung sorgt hierbei für eine künstliche Versteifung. Infolgedessen sind die Resonanzstellen und die damit verbundenen Eigenfrequenzen leicht überschätzt. Die Resonanzüberhöhungen ähneln sich ebenfalls quantitativ und unterscheiden sich im unteren Frequenzbereich lediglich bei ca. 110 Hz deutlich. Gründe für

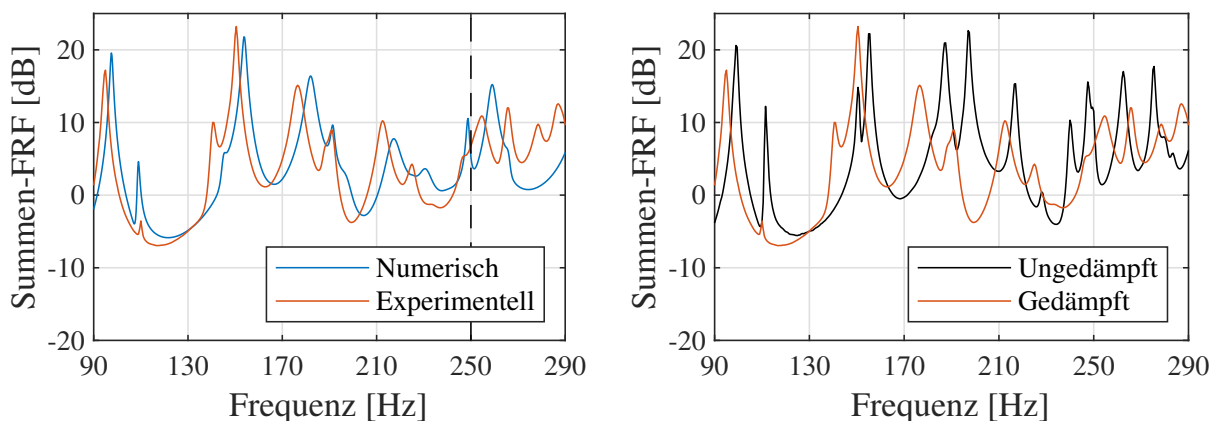


Abbildung 7.13: Vergleich zwischen numerischen und experimentellen Summen-FRFs der gedämpften Struktur (**links**) und zwischen den experimentellen Summen-FRFs der ungedämpften und gedämpften Struktur (**rechts**). Die gestrichelte Linie markiert die obere Frequenz, bis zu der das angepasste Modell als valide betrachtet wurde.

die Abweichungen können seitens des FE-Modells in der Dämpfungsmodellierung liegen. Außerdem kann sich die Auswirkung des Anregungspunkts auf die Strukturantwort zwischen FE-Modell und der Realität leicht unterscheiden. Die Ursache dafür liegt in der Korrelation der modalen Schwingungsformen, die für das FE-Modell und aus dem Experiment identifiziert wurden. Sofern diese nicht eine hohe Ähnlichkeit aufweisen, ist die Strukturantwort mehr oder weniger sensitiv gegenüber einem ausgewählten Anregungspunkt. Infolgedessen weichen auch die Amplituden des Frequenzgangs voneinander ab. Auf experimenteller Seite ist zu berücksichtigen, dass aufgrund des nicht-orthogonalen Auftreffens des Laserstrahls auf die Strukturoberfläche eine geringere Geschwindigkeit gemessen wird als mit dem numerischen Modell berechnet wurde.

Der Einfluss der CLD-Schichten ist im Vergleich zur ungedämpften Platte im rechten Diagramm der **Abb. 7.13** sofort ersichtlich. Die Resonanzstellen sind einerseits gegenüber der ungedämpften Struktur verschoben. Andererseits sind die Amplituden im gedämpften Fall niedriger und die dazugehörigen Peaks ebenfalls breiter, was auf eine erhöhte Dämpfung hindeutet. Eine Ausnahme ist die Resonanzstelle bei ca. 150 Hz, deren Amplitude für die gedämpfte Vibroplatte etwas größer ist als im ungedämpften Fall. Diese Beobachtung ist zunächst bemerkenswert, da aufgrund der Elastomereigenschaften eine erhöhte Dämpfung und damit einhergehende Amplitudenreduktion des Frequenzgangs zu erwarten war. Allerdings ist zu berücksichtigen, dass sich die Auswirkung des Anregungspunkts auf die Strukturantwort zwischen ungedämpfter und gedämpfter Struktur stark verändert. Die Integration der CLD-Schichten beeinflusst die lokalen Trägheits- und Steifigkeitseigenschaften und verursacht dadurch eine Veränderung der Schwingungsformen. Daraus folgt wie im oben beschriebenen Fall, dass manche Moden sensitiver gegenüber dem gewählten Erregerpunkt sein können und trotz höherer Dämpfung mit größeren Amplituden auf die Anregung reagieren. In dem für die Designoptimierung betrachteten Frequenzbereich zwischen 90 und 290 Hz beträgt die rechnerisch vorhergesagte Reduktion der gemittelten Geschwindigkeitsamplituden gegenüber der ungedämpften Struktur ca. 2.3 dB, experimentell kann jedoch nur eine Verringerung von 0.8 dB konstatiert werden. Allerdings verringert sich die Differenz im Frequenzbereich zwischen 90 und 250 Hz, da hier die Qualität des FE-Modells höher ist. Während sich numerisch eine Reduktion von 2.4 dB ergibt, beträgt die Reduktion auf Basis der gemessenen Daten 1.3 dB. Dies würde im Umkehrschluss bedeuten, dass vermutlich auch die erwartbare Schalleistungsreduktion geringer ausfällt als numerisch bestimmt. Für weitere Analysen wird im Folgenden ein Blick auf die modalen Parameter geworfen.

Vergleich der modalen Eigenschaften

Für die experimentelle Identifikation eines vollständigen modalen Modells wurde die gedämpfte Vibroplatte, neben der in **Abb. 7.10** dargestellten Position, zusätzlich linksseitig am unteren und mittleren Kreuz angeregt. Eine Vektorkorrelation der ersten 15 Eigenmoden des numerischen und experimentellen Modells der gedämpften Platte sowie zwischen der ungedämpften und gedämpften Struktur ist in Form der MAC-Matrizen in **Abb. 7.14** veranschaulicht. Die entsprechenden Moden sind im Anhang D.2 darge-

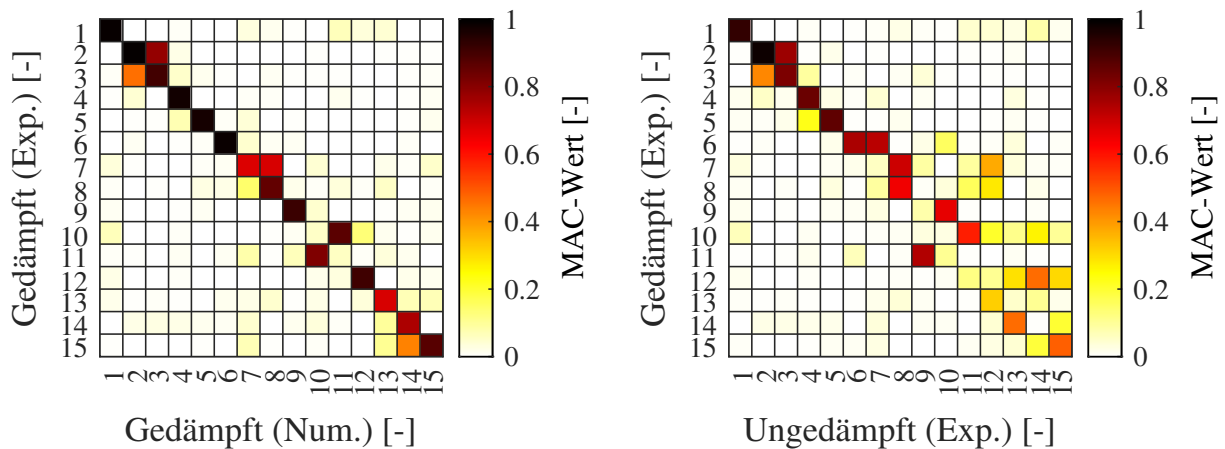


Abbildung 7.14: MAC-Matrizen zur modalen Korrelation zwischen dem numerischen und experimentellen Modell der gedämpften Struktur (**links**) und zwischen den experimentellen Modellen der ungedämpften und gedämpften Struktur (**rechts**)

stellt. Beim Vergleich zwischen Numerik und Experiment fällt auf, dass fast alle Moden auf der Hauptdiagonalen eine starke Linearität aufweisen. Dies trifft insbesondere auf die unteren sechs Moden mit einem durchschnittlichen MAC-Wert von 0.97 zu. Bei höheren Moden sinkt der MAC-Wert, während für Moden 10 und 11 sogar die Reihenfolge vertauscht ist. Der niedrigste MAC-Wert auf der Hauptdiagonalen tritt mit 0.68 bei Mode 7 auf. Angesichts der Tatsache, dass sich die Eigenformen im Vergleich zum ungedämpften Zustand signifikant unterscheiden, ist das Ergebnis sehr zufriedenstellend. Im Umkehrschluss macht dieser Vergleich deutlich, dass die gezielte Dämpfung einzelner Moden im höheren Frequenzbereich nicht zielführend ist. Die Schwingungsformen variieren im Zuge der Designoptimierung und können mithilfe des MAC-Wertes nicht mehr verfolgt werden. Für die betrachtete Struktur ist das bspw. bereits ab Mode 12 der Fall.

Ein Vergleich der Eigenfrequenzen zwischen numerischem und experimentellem Modell ist in **Abb. 7.15** dargestellt, wobei die Korrelation der Moden 10 und 11 aus **Abb. 7.14**

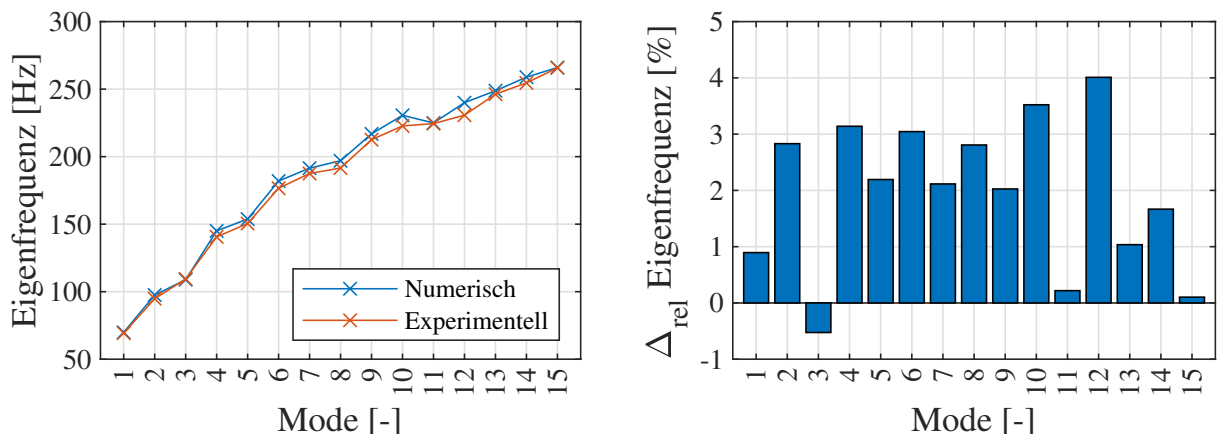


Abbildung 7.15: Eigenfrequenzen des numerischen und experimentellen modalen Modells (**links**) sowie die relative Abweichung im Bezug auf das experimentelle Modell (**rechts**)

berücksichtigt wurde. Bis auf Mode 3 werden die Eigenfrequenzen vom numerischen Modell überschätzt. Der Grund hierfür wurde mit dem systematischen Fehler aufgrund der verhältnismäßig groben Netzauflösung im vorherigen Abschnitt erläutert. Ohne Korrektur des systematischen Fehlers liegt die Abweichung der Eigenfrequenzen im Mittel bereits bei 2 %, was ebenfalls ein zufriedenstellendes Ergebnis ist.

Der letzte und interessanteste modale Parameter ist das Dämpfungsmaß. Ein Vergleich zwischen numerischen und experimentellen Werten ist in **Abb. 7.16** präsentiert. Hervorzuheben ist hier die qualitative Ähnlichkeit der Verläufe. Die identifizierten Dämpfungsmaße liegen mit Ausnahme für Mode 3 zwischen 0.45 und 1.25 %. Damit konnte das numerische Ergebnis quantitativ nur teilweise bestätigt werden. Insbesondere die identifizierten Dämpfungsmaße der Moden 8 und 12 weichen stark vom numerischen Äquivalent ab. Die Abweichungen korrelieren dabei nicht mit niedrigen MAC-Werten. Wäre dies der Fall, kämen unterschiedliche Materialdehnungen im Elastomer als Ursache der Abweichung in Frage. Ein systematischer Fehler erscheint ebenfalls unwahrscheinlich, da bei sechs von 15 Moden die Dämpfung numerisch unterschätzt wurde und somit kein eindeutiger Trend erkennbar ist. Auf Basis der gegebenen Datenlage lassen sich die Ursachen für die Abweichung nicht identifizieren. Es bleibt festzuhalten, dass eine mittlere relative Abweichung von 40.8 % auftritt. Dieser Wert erscheint erheblich, ist jedoch auch auf die relativ niedrigen Absolutwerte des Dämpfungsmaßes zurückzuführen.

Trotz der Unsicherheiten sind die Ergebnisse im praktischen Kontext vielversprechend. Mit 5 % der Basisstrukturmasse konnten durch das optimierte Design moderate Dämpfungsmaße erzielt werden. In diesem Zusammenhang sollten zwei Faktoren berücksichtigt werden. Zum einen wurden die Schichtdicken der Kern- und Deckschicht nicht als Designparameter zugelassen. Zum anderen liegt der Verlustfaktor des Elastomers bei der gemessenen Temperatur und im betrachteten Frequenzbereich mit $\tan(\delta) \approx 0.6 - 0.8$ nicht im Maximalbereich. Das bedeutet, dass sowohl geometrisch als auch materialseitig weitere Verbesserungen des Dämpfungsverhaltens möglich sind.

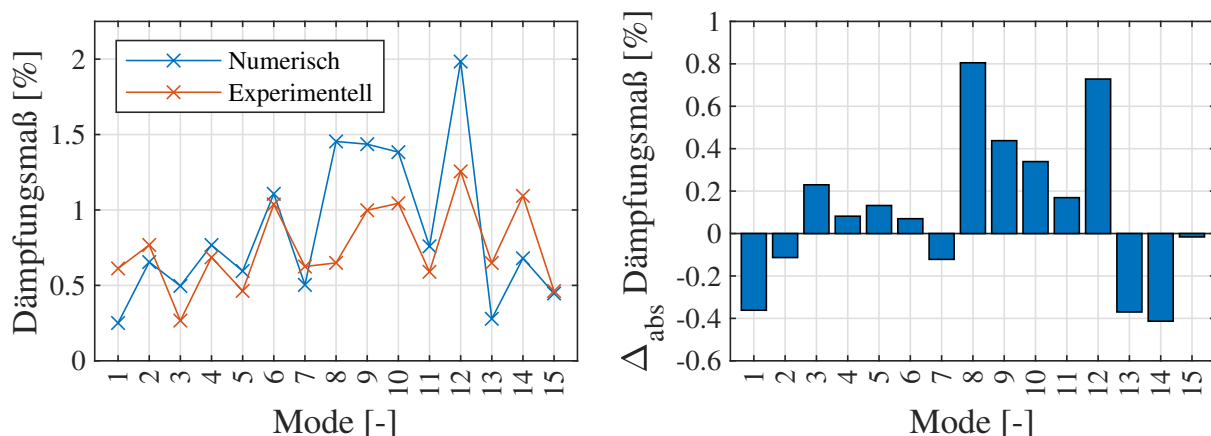


Abbildung 7.16: Dämpfungsmaße des numerischen und experimentellen modalen Modells (**links**) sowie die absolute Abweichung im Bezug auf das experimentelle Modell (**rechts**)

7.3 Schlussfolgerungen

Die Ergebnisse in diesem Kapitel zeigen, dass das vorgestellte Verfahren ebenfalls zur optimalen Positionsbestimmung einzelner CLD-Segmente auf einer rumpffartigen Struktur eingesetzt werden kann. Im Gegensatz zu Kapitel 6 wurde für die Optimierung die Minimierung der abgestrahlten Schallleistung innerhalb eines definierten Frequenzbereichs als Zielfunktion vorgegeben. Wie sich im Verlauf der Analysen herausstellte, wäre die Maximierung der modalen Verlustfaktoren vorab ausgewählter Moden als Zielfunktion für diese Art der Leichtbaustrukturen nicht zielführend gewesen. Durch die Designmodifikationen im Zuge der Optimierung verändern sich die Schwingungsformen im Vergleich zum Ausgangszustand und können nicht mehr mittels des MAC-Werts verfolgt werden. Die durch die Optimierung erzielten Ergebnisse sind denen der energiebasierten Ansätze aus der Literatur und dem einfachen Ansatz der vollflächigen Verklebung von Anti-Dröhnfolie überlegen, wenngleich ein höherer Rechenaufwand nötig ist. Als effektivstes Konzept hat sich die kombinierte Platzierung auf Hautfeldern und Rippen erwiesen. In diesem Zusammenhang sollte berücksichtigt werden, dass das auf diese Weise bestimmte Design abhängig von der Anregung ist. Im Gegensatz zu den in diesem Kapitel durchgeführten Analysen entspricht die externe Anregung zylindrischer Flugzeugrümpfe nicht einer Punktquelle. Vielmehr sorgt bspw. die turbulente Grenzschicht während des Reiseflugs für eine flächige Schalldruckanregung, die im numerischen Modell für die Designauslegung berücksichtigt werden muss.

Darüber hinaus unterstreichen die Ergebnisse die Notwendigkeit eines validen FE-Modells der Basisstruktur. Sofern die Basisstruktur nicht auf Grundlage von Experimentaldaten angepasst wurde, ist eine realitätsnahe Auslegung der Dämpfung kaum möglich. Durch das *Model Updating* konnte der Analysebereich des FE-Modells von anfänglich neun auf 15 Moden erweitert werden, wobei die Qualität ab 250 Hz abnimmt und das Modell oberhalb von 275 Hz als unzulässig betrachtet wird. Dies wird beim Vergleich der experimentellen und numerischen Summen-FRFs verdeutlicht, die oberhalb dieser Grenzen zunehmend divergieren und sich qualitativ unterscheiden. Während die Abweichung der Eigenfrequenzen geringfügig ist, unterscheiden sich die Dämpfungsmaße auch im als valide betrachteten Frequenzbereich quantitativ deutlich voneinander. Die Ursache hierfür ist weiterhin unklar und sollte Gegenstand zukünftiger Forschungsaktivitäten sein. Für die Etablierung der Dämpfungsauslegung in den Entwurfsprozess ist dieser Umstand destruktiv, da bei der Auslegung mit einer großen Varianz der Dämpfung zu kalkulieren ist.

8 Dämpfungsauslegung eines Helikopter-Höhenleitwerks

Das folgende Kapitel widmet sich der optimalen CLD-Auslegung eines Helikopter-Höhenleitwerks (HLW). Die Besonderheit gegenüber den bisher behandelten Strukturen liegt in der unstrukturierten Netztopologie des entsprechenden FE-Modells sowie in der Anforderung an den Lagenaufbau einer Kompositschicht. In diesem Zusammenhang soll überprüft werden, ob sich das entwickelte Verfahren ebenfalls für diese Anwendung eignet. Die Erprobung erfolgte im Rahmen einer konkreten Produktentwicklung, sodass mit Rücksicht auf die Interessen des Industriepartners für die betrachtete Struktur alle physikalischen und geometrischen Größen als relative Werte angegeben sind und die Kontur der Struktur in entsprechenden Abbildungen nicht maßstabsgetreu skizziert ist.

Wie in **Abb. 8.1** am Beispiel des BLUECOPTER dargestellt, befindet sich das HLW am oberen Ende des Heckauslegers und damit im Strömungsnachlauf des Hauptrotors. Durch die periodische Rotationsbewegung der Rotorblätter wird das HLW periodisch angeströmt und infolgedessen zu Schwingungen angeregt. Die Schwingungen können wiederum die Flugstabilität beeinträchtigen und langfristig zu Fatigue führen, weshalb die Integration von dissipativen Maßnahmen wünschenswert ist. Der Hauptanteil der Schwingungen resultiert aus der angeregten HLW-Mode, die daher im Fokus der Dämpfungsauslegung steht.



Abbildung 8.1: Grundlegende Komponenten des BLUECOPTER inklusive schematischer Skizzierung der untersuchten HLW-Mode. Die Verwendung und Anpassung des urheberrechtlich geschützten Bildes aus [3] wurde von AIRBUS HELICOPTERS genehmigt.

8.1 Numerische Untersuchungen

In diesem Abschnitt werden die numerischen Analysen zum optimierten Dämpfungsentwurf vorgestellt. In Abschnitt 8.1.1 wird zunächst auf die Randbedingungen der Auslegung eingegangen. Darauf aufbauend werden in Abschnitt 8.1.2 die Designvariablen den geometrischen Maßen der CLD-Schichten zugeordnet. Die Ergebnisse der Designoptimierung werden in Abschnitt 8.1.3 präsentiert und in Abschnitt 8.1.4 Ansätze zur weiteren Erhöhung der Dämpfung aufgezeigt.

8.1.1 Anforderungen an die Auslegung

Das Ziel der Designauslegung besteht neben der Erprobung des vorgestellten Verfahrens darin, in einer ersten Analyse das Einsatzpotenzial von CLD in einem HLW zu untersuchen. Damit geht einher, dass in dieser Phase nicht alle zulassungsrelevanten Anforderungen, z. B. die chemische Beständigkeit des Elastomers oder der Festigkeitsnachweis bei realen Lastfällen, berücksichtigt werden. Das Resultat der Designauslegung besitzt daher keine Industriereife. Vielmehr dient diese Studie zur Entscheidungsfindung, ob die Dämpfungsauslegung mit CLD weiterverfolgt oder verworfen werden sollte. Die in dieser Entwurfsphase zu berücksichtigenden Anforderungen sind auf der nächsten Seite in **Tab. 8.1** zusammengefasst.

Obwohl das HLW ein integraler Bestandteil des Helikopters ist, wird die Designauslegung an der isolierten, fest eingespannten HLW-Struktur durchgeführt. Der Grund dafür liegt zum einen darin, dass die Reduktion des Gesamtmodells auf eine Einzelkomponente zu einer signifikanten Einsparung der Rechenzeit führt. Darüber hinaus ist die relevante Schwingungsform lediglich auf die Struktur des HLW begrenzt, weshalb eine Betrachtung des isolierten HLW in der ersten Auslegungsphase gerechtfertigt ist.

Die Geometrie des aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff (CFK) konstruierten HLW

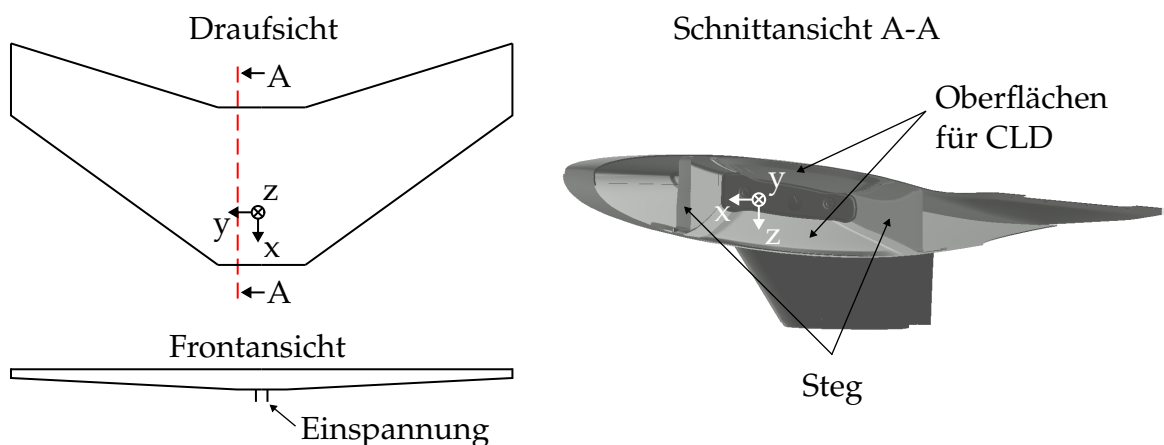


Abbildung 8.2: Schematische Außen- und Innenansicht der HLW-Struktur

ist in **Abb. 8.2** dargestellt. Das HLW besteht aus einem Hohlprofil, wobei die oberen und unteren Halbschalen in typischer Leichtbauweise durch zwei Stege miteinander verbunden sind. Gleichzeitig ermöglicht das Hohlprofil die konstruktive Anforderung (VIII) zu erfüllen, da die CLD-Schichten im Inneren platziert werden können.

Tabelle 8.1: Anforderungskatalog zur Dämpfungsauslegung

Anforderung	Betreff	Kriterium
I	Dämpfung	Mind. 0.8 % zusätzliche Dämpfung durch CLD über einen 40 °C breiten Temperaturbereich
II	Eigenfrequenz	Max. zulässige Änderung der Eigenfrequenz im Vergleich zur Referenzkonfiguration: 10 %
III	Masse	Max. zulässige Massenzunahme durch CLD-Applikation: 15.22 % der Referenzmasse
IV	Deckschicht	Die Deckschicht ist aus CFK mit einem symmetrischen Lagenaufbau zu designen
V	Deckschicht	Die äußeren CFK-Lagen müssen aus Gewebelagen ($[0^\circ/90^\circ]$) bestehen
VI	Deckschicht	Es ist mind. eine Gewebelage in $[-45^\circ/+45^\circ]$ -Orientierung im Komposit zu integrieren
VII	Deckschicht	Es sind max. vier aufeinanderfolgende unidirektionale Lagen zulässig, ehe eine Gewebelage zu platzieren ist
VIII	CLD	Eine aerodynamische Beeinträchtigung durch Veränderung der Außenkontur ist unzulässig

8.1.2 Zuordnung der Designvariablen

Für den Dämpfungsentwurf stand ein FE-Modell des HLW zur Verfügung. Die für die CLD-Applikation relevanten Oberflächen sind mit Schalenelementen modelliert und wurden über RBE2-Elemente mit den Volumenelementen der hinzuzufügenden Elastomer-Schicht gekoppelt. Die Deckschicht wird dagegen wieder mit Schalenelementen und einem Knoten-Offset gemäß **Abb. 2.9** modelliert. Aufgrund der unstrukturierter Netztopologie ist die Zuordnung der Designvariablen nicht offensichtlich. Zusätzlich werden für die Zuordnung der Designvariablen folgenden Annahmen getroffen:

- Den Schichtdicken der Elastomer- und Deckschicht werden für die Ober- und Unterseite individuelle Designvariablen zugeordnet und
- die Schichtdicken für die rechten und linken Tragflächen sind gleich (erzwungene Seitensymmetrie).

Aus diesen Annahmen folgt, dass den Schichtdicken insgesamt vier Designvariablen zugeordnet werden. Über die Indizes $i = 1, 2$ sind die Elastomer- bzw. Deckschicht der Unterseite definiert, während Indizes $i = 10, 11$ den Schichtdicken der Oberseite zugeordnet sind. Die Schichtdicke h_{Kern} der Elastomer-Schichten setzt sich dabei anteilmäßig aus der Dicke der Basisschicht zusammen

$$h_{\text{Kern}}(x_{1,10}) = x_{1,10} \cdot 0.0151 \cdot h_{\text{Basis}}. \quad (8.1)$$

Bedingt durch die Anforderungen (IV-VII) aus **Tab. 8.1** besteht für die Deckschicht kein linearer Zusammenhang zwischen Designvariable und Schichtdicke h_{Deck} . Stattdessen ist der funktionelle Zusammenhang stückweise definiert

$$h_{\text{Deck}}(x_{2,11}) = \begin{cases} h_{\text{Basis}} (0.1508 + 0.0266 \cdot x_{2,11}) & \text{für } x_{2,11} = 1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12 \\ h_{\text{Basis}} (0.1131 + 0.0266 \cdot x_{2,11}) & \text{für } x_{2,11} = 2, 4, 6, 8 \\ h_{\text{Basis}} (0.2262 + 0.0266 \cdot x_{2,11}) & \text{für } x_{2,11} = 13, 15, 17 \\ h_{\text{Basis}} (0.1885 + 0.0266 \cdot x_{2,11}) & \text{für } x_{2,11} = 14, 16. \end{cases} \quad (8.2)$$

Höhere Schichtdicken sind generell möglich, werden im Rahmen dieser Auslegung aber nicht betrachtet. Eine detaillierte Zuordnungstabelle mit den entsprechenden Lagenaufbauten des Komposits ist im Anhang E angefügt. Neben den Schichtdicken wird die Schichtbreite über 14 Designvariablen segmentweise bestimmt, sodass für die Optimierung in Summe 18 Designvariablen zur Verfügung stehen. **Abb. 8.3** zeigt die Aufteilung sowie die Zuordnung der Designvariablen mit den dazugehörigen Maximalwerten.

Die schwarz markierten Bereiche sind von der Designoptimierung ausgeschlossen. Wie für die Schichtdicken, gilt auch für die Zuordnung der Schichtbreiten die angenommene Seitensymmetrie. Das bedeutet, dass die Designvariablen nicht nur dem linken, sondern auch dem äquivalenten rechten Tragflügelsegment zugeordnet ist. Der Designvariablenvektor x lässt sich in zwei Subkomponenten für die untere (x_U) und obere (x_O) Fläche aufteilen: $x = \begin{bmatrix} x_U^T & x_O^T \end{bmatrix}^T$.

Die Zuordnungslogik soll am Beispiel von x_3 und mithilfe von **Abb. 8.3** näher erläutert werden: Ist $x_3 = 1$, werden nur die mittleren (dunkelblauen) Elemente für die CLD-Applikation sowohl links- als auch rechtsseitig hinzugefügt. Im Fall von $x_3 = 2$ werden zusätzlich links und rechts des Mittelsegments Elemente hinzugefügt. Dagegen werden für $x_3 = 0$ alle Elemente entfernt und bei Erreichen des Maximalwerts ($x_3 = 5$) dementsprechend alle Elemente hinzugefügt. Aufgrund der unstrukturierten Vernetzung unterscheiden sich die Maximalwerte der Designvariablen.

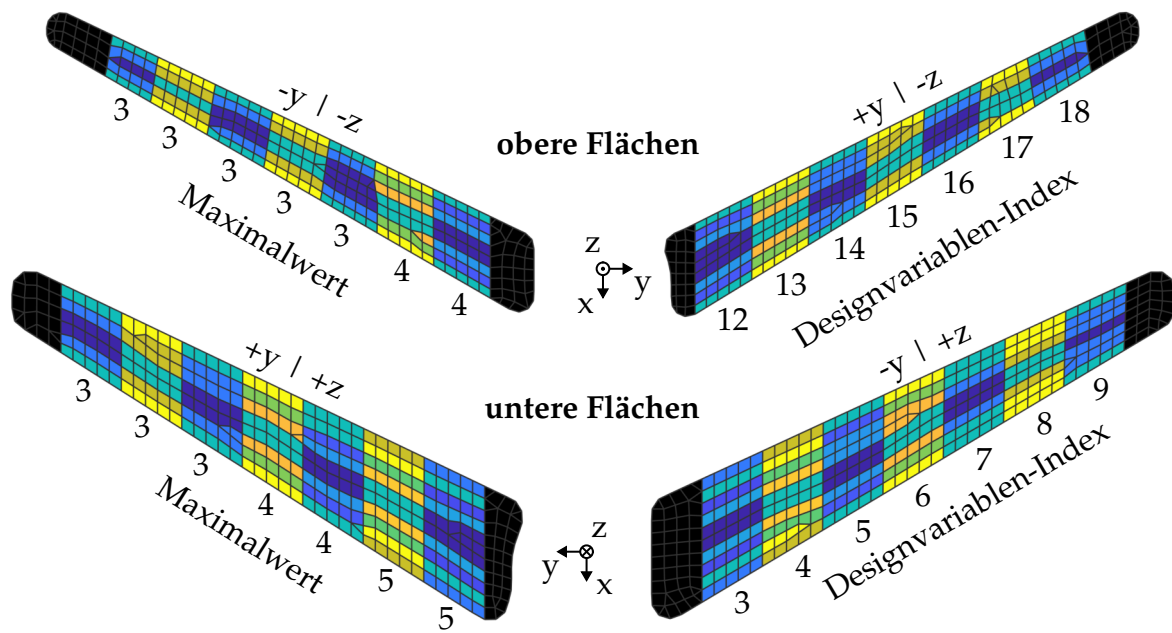


Abbildung 8.3: Zuordnung der Designvariablen für die Schichtbreiten der oberen und unteren Oberfläche. Schwarze Bereiche sind von der Designoptimierung ausgeschlossen.

8.1.3 Optimierung des CLD-Designs

Für die Designauslegung wird auf die Materialeigenschaften von BIIR (V2022) zurückgegriffen. Das entsprechende Materialmodell wurde für einen Betriebspunkt ausgewertet, der sich aus der Eigenfrequenz der HLW-Mode des ungedämpften Systems und der mittleren Betriebstemperatur T_B des relevanten Temperaturbereichs zusammensetzt. Das bedeutet wiederum, dass mit konstanten Werten für Schubspeichermodul und Verlustfaktor gerechnet und für die Auslegung keine Frequenzabhängigkeit berücksichtigt wird. Dieses Vorgehen ist durch die Vorgabe der maximal zulässigen Frequenzänderung von 10 % und der Annahme begründbar, dass diese nur zu geringfügigen Veränderungen der Materialeigenschaften führt. Der Nachteil einer geringeren Genauigkeit wird durch die Ersparnis der Rechenzeit, da kein iteratives Vorgehen benötigt wird, kompensiert. Eine Nachbetrachtung der Frequenzabhängigkeit findet im Anschluss im integrierten Zustand statt. Das Optimierungsproblem ist folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimiere:} && -D_r(\mathbf{x}) && (8.3) \\
 &\mathbf{x} \in \mathbb{N}_0 \\
 &\text{Unter Berücks. von:} && m_{\text{CLD}}(\mathbf{x}) - 0.1522 \cdot m_{\text{Ref}} \leq 0 \\
 &&& 1 \leq x_i \leq 30, && i = 1, 10 \\
 &&& 1 \leq x_i \leq 17, && i = 2, 11 \\
 &&& 0 \leq x_i \leq 5, && i = 3, 4 \\
 &&& 0 \leq x_i \leq 4, && i = 5, 6, 12, 13 \\
 &&& 0 \leq x_i \leq 3, && i = 7, 8, 9, 14, 15, \dots, 18
 \end{aligned}$$

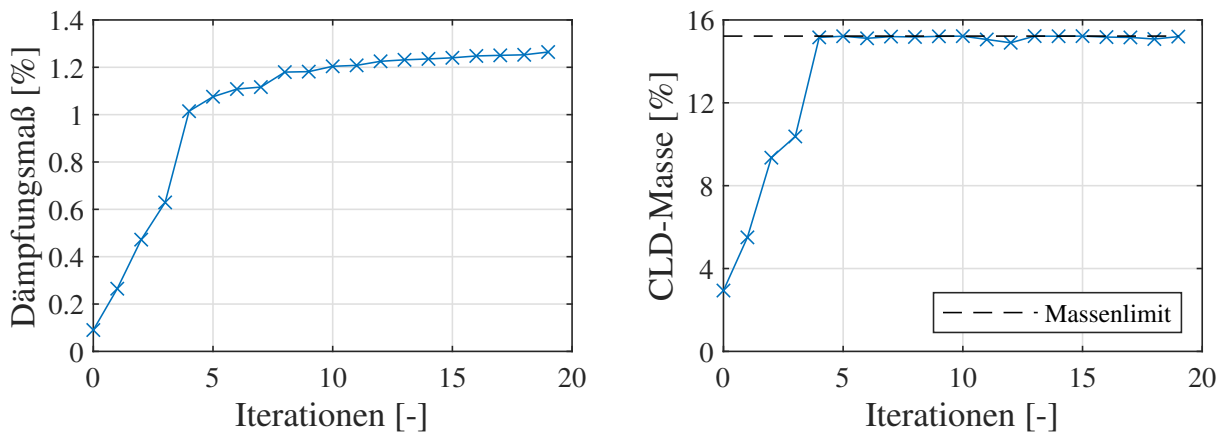


Abbildung 8.4: Dämpfungsmaß (**links**) und hinzugefügte CLD-Masse in Relation zur Referenzmasse (**rechts**) im Verlauf der Optimierung

Als Startwert wurde der Vektor $x_{\text{Start}} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ gewählt. Der Verlauf des Dämpfungsmaßes und der Massenzunahme sind in **Abb. 8.4** dargestellt.

Im linken Diagramm ist zu sehen, dass das Dämpfungsmaß nach vier Iterationen bereits stark angestiegen ist und die geforderten 0,8 % übertrifft. Die dafür erforderliche Masse erreicht den maximal zulässigen Wert, wie im rechten Diagramm dargestellt. Der Grund dafür liegt in der gleichzeitigen Übernahme aller aus dem Algorithmus hervorgehenden Änderungen. Dies ist ab der fünften Iteration nicht mehr möglich, da die zulässige Masse andernfalls überschritten wird. Stattdessen übernimmt der Algorithmus nur noch die beste Veränderung. Im weiteren Verlauf steigt die Dämpfung daher vergleichsweise mäßig an, ehe der Algorithmus nach 19 Iterationen bei einem Endwert von $D_r = 1,27\%$ konvergiert. Die Masse stagniert gegen Ende erwartungsgemäß am Rande des zulässigen Werts.

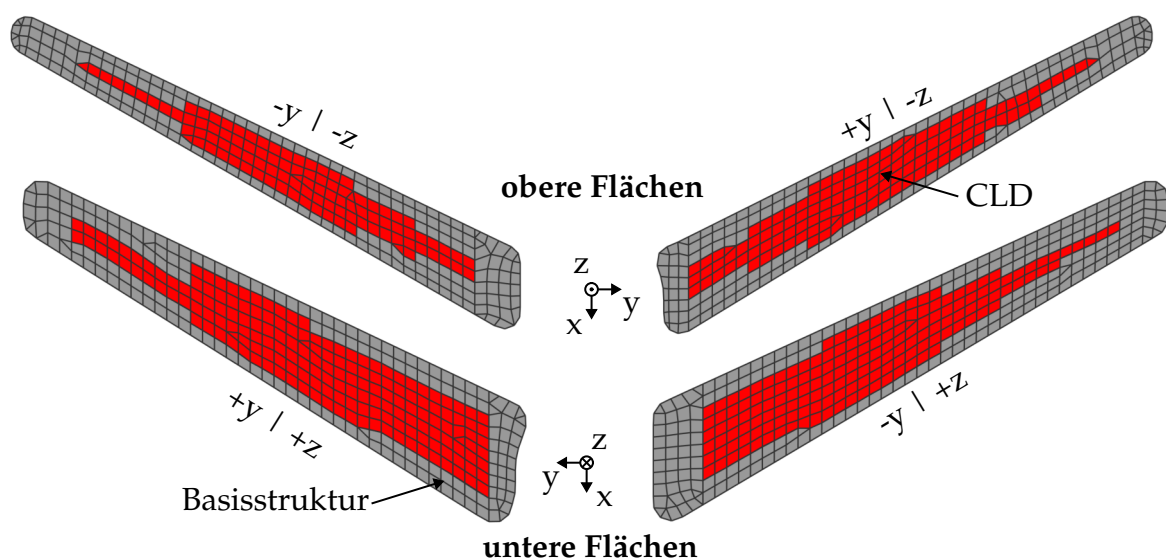


Abbildung 8.5: Optimales Design der CLD-Schichten (rot) auf den oberen und unteren Innenflächen des HLW. Die Kontur resultiert aus der unstrukturierten FE-Vernetzung.

Das aus der Optimierung resultierende Design ist in **Abb. 8.5** abgebildet und entspricht $\mathbf{x}_U^T = [17 \ 8 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 2 \ 1 \ 1]$ und $\mathbf{x}_O^T = [13 \ 8 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 1 \ 1]$. Dabei ist auffällig, dass nie die gesamte Breite der Flächen mit CLD-Material ausgefüllt ist. Außerdem läuft das Design nach außen spitz zusammen. Eine Ausnahme ist der innere Bereich der oberen Fläche ($x_{12} = 2$), der schmaler gestaltet ist als der darauffolgende äußere Bereich. Die Dicke des Elastomers entspricht für die untere Schicht 25.67 % und für die obere Schicht 19.63 % der Basisschichtdicke. Im Falle der Deckschichten weisen die obere und untere Schicht mit 32.59 % der Basisschichtdicke dieselbe Schichtdicke auf.

Das optimierte HLW wurde in das FE-Modell eines einseitig eingespannten Heckauslegers integriert und die zusätzliche Dämpfung sowie die Änderung der Eigenfrequenz in Abhängigkeit der Temperatur bestimmt. Im Gegensatz zur Designoptimierung wurde die Frequenz- und Temperaturabhängigkeit von BIIR vollständig berücksichtigt und das entsprechende Eigenwertproblem mit dem IES gelöst. Die Ergebnisse der Analyse sind in **Abb. 8.6** dargestellt. Der Verlauf der Dämpfung über der Temperatur im linken Diagramm ist annähernd parabolisch mit einem Maximum ($D_r = 1.27 \%$) unterhalb der Betriebstemperatur. Abseits davon sinkt die Dämpfung. Diese liegt im unteren Temperaturbereich jedoch stets über den geforderten 0.8 %. Im oberen Temperaturbereich wird der geforderte Mindestwert dagegen unterschritten. Ein anderer Verlauf ist für die Änderung der Eigenfrequenz im rechten Diagramm zu erkennen. Aufgrund der erhöhten Materialsteifigkeit ist die Änderung der Eigenfrequenz bei niedrigen Temperaturen am höchsten ($\Delta f_{\max} = 6.13 \%$). Mit zunehmender Erweichung verringert sich ebenfalls die Änderung und bleibt im gesamten Temperaturbereich unterhalb des zulässigen Maximalwerts.

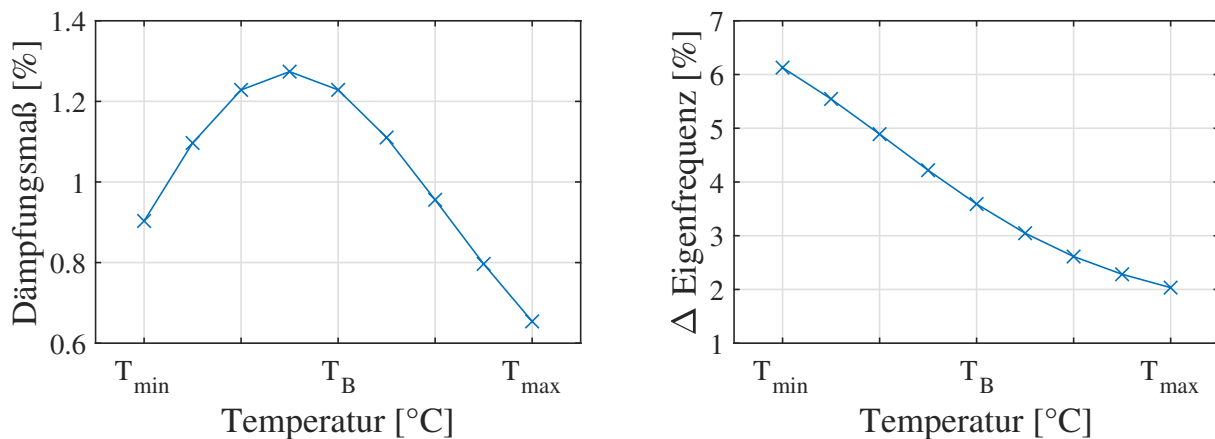


Abbildung 8.6: Dämpfungsmaß (**links**) und Änderung der Eigenfrequenz (**rechts**) der HLW-Mode für das designoptimierte und in den eingespannten Heckausleger integrierte HLW in Abhängigkeit der Temperatur

8.1.4 Ansätze zur weiteren Dämpfungserhöhung

Die erwartbaren strukturdynamischen Eigenschaften des designoptimierten HLW sind in einem breiten Temperaturbereich zwar bemerkenswert, erfüllen die gestellten Anforder-

rungen jedoch nicht in vollem Maße. In diesem Zusammenhang sollte berücksichtigt werden, dass die Materialeigenschaften des Elastomers und der CFK-Faser weiteren Spielraum für Verbesserungen zulassen. Beispielsweise liegt das Maximum des Verlustfaktors von BIIR außerhalb des für die Designoptimierung betrachteten Betriebszustands. Um das Verbesserungspotenzial des optimierten HLW zu analysieren, wurden im Rahmen einer Parameterstudie an der isolierten Struktur die entsprechenden Materialeigenschaften in Relation zum Betriebszustand prozentual verändert. Im Falle des Elastomers betrifft dies den Schubspeichermodul und den Verlustfaktor, während für die Deckschicht der Elastizitätsmodul der Faser in Faserrichtung variiert. Alle weiteren Materialparameter bleiben unverändert. Die Ergebnisse sind in **Abb. 8.7** dargestellt.

Darin ist zu erkennen, dass eine Halbierung des Verlustfaktors nicht durch Veränderungen der Steifigkeiten kompensiert werden kann (**o. l.**). Dafür lässt sich die Dämpfung bereits bei gleichbleibendem Verlustfaktor leicht erhöhen (**o. r.**). Maßgeblich ist hierbei eine steifere Faser. Signifikante Verbesserungen der Dämpfung sind allerdings erst durch Erhöhungen des Verlustfaktors zu erwarten (**u. l.** und **u. r.**). In diesen Fällen sind auch niedrige Materialsteifigkeiten ausreichend. Andererseits neutralisiert ein zu hoher Schubspeichermodul den positiven Effekt des höheren Verlustfaktors. Dieser Nachteil lässt sich nur bedingt durch geometrische Modifikationen beheben. Eine Vergrößerung der Schicht-

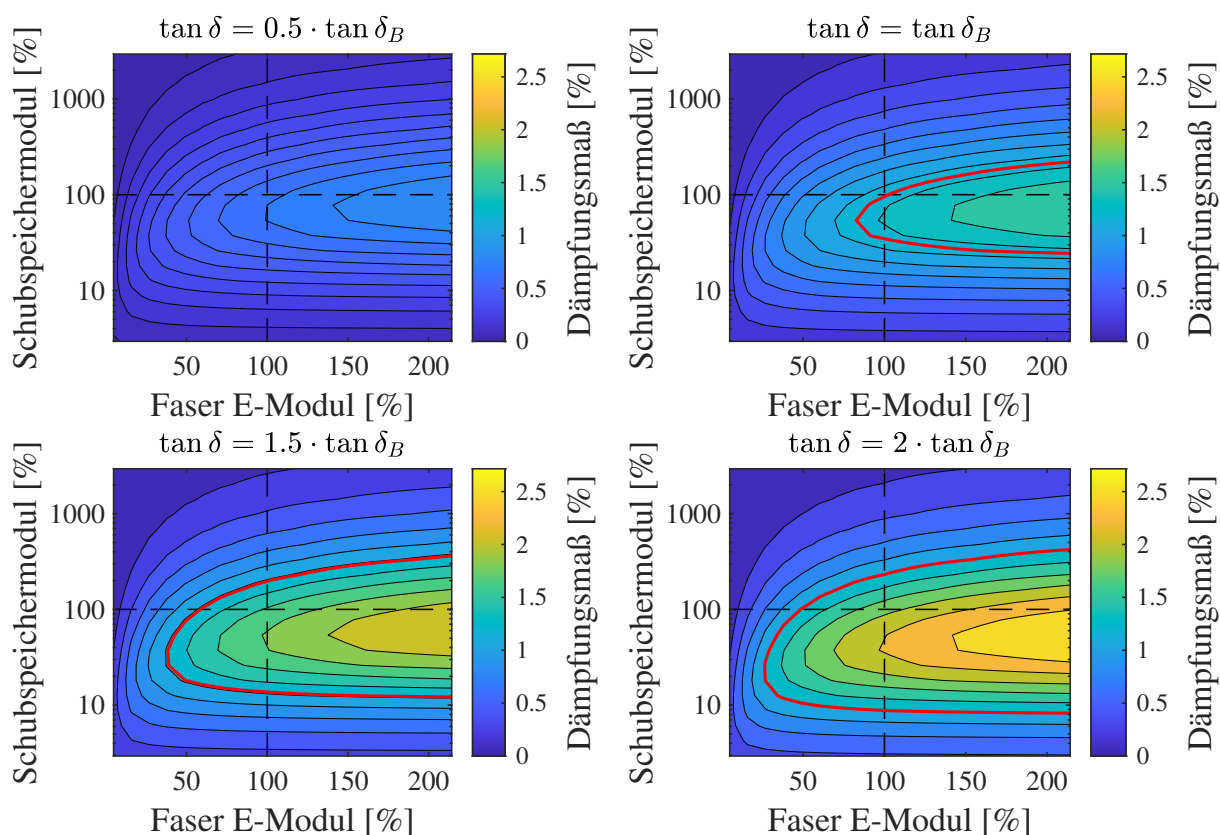


Abbildung 8.7: Dämpfungsmaß in Abhängigkeit des Schubspeichermoduls des Elastomers und des Elastizitätsmoduls der CFK-Faser für verschiedene Verlustfaktoren. In rot ist die Konturlinie für $D_r = 1.27\%$ eingezeichnet.

dicke führt zu einem Anstieg der CLD-Masse, wodurch die zulässige Masse bereits ohne eine nennenswerte Verbesserung der Dämpfung erreicht wird. Daher sollte der Schubspeichermodul neben dem Verlustfaktor bei der Auswahl eines alternativen Elastomers zwingend berücksichtigt werden. Im besten Fall sind mit dem ermittelten Design Dämpfungsmaße von 2.72 % zu erwarten (**u. r.**).

Allerdings ist bei Veränderung der Materialeigenschaften die Einhaltung der Randbedingungen zu überprüfen. Es ist davon auszugehen, dass durch einen höheren Elastizitätsmodul der Faser die Eigenfrequenz der HLW-Mode ansteigen wird. Darüber hinaus weisen steifere Fasern z. T. eine höhere Rohdichte auf [118], was ebenfalls zu einem Überschreiten der zulässigen Masse führen kann. Bei signifikanten Änderungen der Materialeigenschaften zum betrachteten Betriebszustand ist eine erneute Designoptimierung empfehlenswert.

8.2 Schlussfolgerungen

Die numerische Analyse zur Designauslegung des HLW hat gezeigt, dass der vorgestellte Optimierungsansatz auch für unstrukturierte FE-Netze anwendbar ist. Im Gegensatz zu strukturiert vernetzten Modellen ist der Aufwand für die Zuordnung der Designvariablen etwas höher, da eine intuitive Zuordnung nicht mehr möglich ist. Dafür können über die natürlichen Zahlenwerte besondere Anforderungen an den Lagenaufbau der CFK-Deckschicht berücksichtigt werden. Ein Nachteil besteht dagegen darin, dass das konvergierte Design der CLD-Schichten fertigungstechnisch ungünstig ist und für eine seriennahe Anwendung eine Konturierung, bspw. durch Spline-Interpolation, durchgeführt werden muss.

Hinsichtlich der strukturdynamischen Eigenschaften des HLW erscheint der Einsatz von CLD zur Dämpfungserhöhung vielversprechend. Trotz der für den Betriebszustand suboptimalen Materialeigenschaften von BIIR und des niedrigen Elastizitätsmoduls der verwendeten Faser wurden die gestellten Anforderungen weitestgehend eingehalten. Mögliche Ansätze zur Verbesserung wurden in Abschnitt 8.1.4 diskutiert und bieten eine Grundlage für weitere Forschung. Bei der Identifikation eines alternativen Elastomers sollte neben dem Verlustfaktor vor allem die Schubsteifigkeit beachtet werden. Für die betrachtete Anwendung ist ein Elastomer, dessen Verlustfaktor zwar dem doppelten von BIIR entspricht, zugleich jedoch einen zehnfach größeren Schubspeichermodul aufweist, hinsichtlich einer Verbesserung der Schwingungsdämpfung nicht zielführend.

Im Hinblick auf die Industriereife von CLD im HLW bedarf es weiterer Untersuchungen. Dazu zählt der experimentelle Nachweis der numerischen Ergebnisse. Die in der Luftfahrt relevanten Anforderungen bzgl. der chemischen Beständigkeit und Entflammbarkeit sowie die im Flug auftretenden Lasten könnten darüber hinaus ein Problem bei der Identifikation und Verwendung eines Elastomers darstellen und sollten in der nächsten Entwurfsphase berücksichtigt werden.

9 Diskussion der erzielten Ergebnisse

Im Folgenden werden die Ergebnisse dieser Arbeit hinsichtlich der in Kapitel 3 formulierten Hypothesen und Ziele diskutiert. Die Strukturierung aus Abschnitt 3.2 wird zur besseren Übersicht beibehalten.

H1 - Kernschichtbreite als Designparameter

Die Breite der viskoelastischen Kernschicht hat sich in der Analyse aus Abschnitt 4.2.2 als geeigneter Designparameter für den Entwurf von Dämpfung bei balkenartigen Strukturen erwiesen. Durch eine schmale Kernschicht kann die Dämpfung bei geringerer Masse im Vergleich zu einer voll bedeckten CLD-Struktur sogar erhöht werden. Allerdings sind im praktischen Kontext Einschränkungen zu berücksichtigen. Bei FE-Modellen hängt die Anpassung der Schichtbreite von der Diskretisierung der Basisstruktur ab. Eine hohe Auflösung der Schichtbreite setzt eine feine Diskretisierung voraus und führt zu einem erhöhten Rechenaufwand. Andererseits kann die Schicht bei unstrukturierten Netzen, bspw. bei einer Vernetzung mit Tetraeder-Elementen, eine diskontinuierliche Form annehmen. Darüber hinaus sind schmale aber dicke Kernschichten, z. B. in Anlehnung an ein Doppel-T-Profil, zu vermeiden. Bedingt durch die niedrige Steifigkeit von Elastomeren kann die Kernschicht bereits unter der Gewichtslast der Deckschicht knicken.

H2 - Ableitung einer Konstruktionsregel auf Basis der Schubsteifigkeit

Diese Hypothese kann nur teilweise bestätigt werden. Die Kernschichtbreite besitzt auf den modalen Verlustfaktor einen nahezu gleichwertigen Einfluss wie der Schubspeichermodul. Das bedeutet, dass eine Änderung der Kernschichtbreite um bspw. 5 % den gleichen Effekt auf die Dämpfung hat wie eine Änderung des Schubspeichermoduls um 5 %. Erst bei hohen Materialsteifigkeiten, im betrachteten Fall für $G' > 300$ MPa, gilt dieser Zusammenhang nicht mehr. Eine Äquivalenz zwischen Kernschichtdicke und Schubspeichermodul hinsichtlich der Auswirkung auf die Dämpfung ist dagegen nur näherungsweise gültig. Das bedeutet, dass eine Änderung der Kernschichtdicke um 5 % nicht die gleiche Auswirkung auf die Dämpfung hat wie eine Änderung des Schubspeichermoduls um 5 %. Dies liegt daran, dass der Einfluss der Schichtdicke auf die Biegesteifigkeit und damit auf den Schubspannungsverlauf im Gegensatz zum Schubspeichermodul dominanter ist. Darüber hinaus ist die Faustformel für die Abschätzung der Eigenfrequenz nicht anwendbar. Während Änderungen des Schubspeichermoduls lediglich die elastischen Eigenschaften einer Struktur betreffen, wirken sich Änderungen der geometrischen Parameter zusätzlich auf die Trägheitseigenschaften aus.

Die durchgeführten Parameterstudien geben dennoch hilfreiche Orientierungen hinsichtlich des Designs der Kernschicht bei einer balkenartigen, voll bedeckten CLD-Struktur. Voraussetzung dafür ist die Kenntnis über die Abhängigkeit der Dämpfung vom viskoelastischen Schubspeichermodul, bspw. in Form eines Liniendiagramms (vgl. **Abb. 4.4**). Sofern das Material zu steif ist, kann der nachteilige Effekt auf die Dämpfung durch eine dickere oder schmalere Kernschicht abgemindert werden. Ist das Material dagegen zu nachgiebig, kann eine dünnere oder breitere Kernschicht gewählt werden. Diese Orientierung ist besonders bei Luftfahrtstrukturen hilfreich, da auf diese Weise bei einer voll bedeckten CLD-Struktur die Möglichkeit besteht, die Dämpfung zu erhöhen und gleichzeitig die Masse zu reduzieren. Grundsätzlich hat sich die Schichtdicke jedoch als der dominanter Parameter bezüglich der Dämpfung erwiesen und sollte, sofern möglich, bei der Designauslegung der Schichtbreite vorgezogen werden.

H3 - Erhöhung der Dämpfung durch variable Schichtbreiten

In den Analysen aus Abschnitt 4.3.3 bzw. Abschnitt 6.2 wurde gezeigt, dass diese Hypothese zutreffend ist. Bereits die Einteilung der Kern- und Deckschicht in zwei Bereiche unterschiedlicher Schichtbreiten führt zu einer höheren Dämpfung als der Entwurf mit nur einer einheitlichen Schichtbreite. Durch eine feinere Aufteilung der Bereiche, also einer höheren Anzahl verschiedener Schichtbreiten, lässt sich dieser Effekt weiter steigern. Hierbei ist hervorzuheben, dass, im Vergleich zu einer voll bedeckten CLD-Struktur, mit weniger Masse eine höhere Dämpfung erreicht werden kann. Im Rahmen der betrachteten Struktur war dies jedoch nur bei einer hohen Steifigkeit des viskoelastischen Materials möglich. Hinsichtlich der praktischen Umsetzung der variablen Schichtbreiten sind ebenfalls die unter **H1** genannten Einschränkungen zu beachten.

H4 - Richtlinie für den optimalen Entwurf der variablen Schichtbreiten

Das optimale Design der Schichtbreiten hängt zum einen von der Schichtdicke und zum anderen von der betrachteten Schwingungsform und damit von der Grundstruktur und den mechanischen Randbedingungen ab. Darüber hinaus ist die Abhängigkeit von der Materialsteifigkeit des Elastomers in dieser Hinsicht ein weiterer Störfaktor. In den Untersuchungen wurde gezeigt, dass sich, je nach Größe des Schubspeichermoduls, unterschiedliche optimale Entwürfe der Schichtbreiten ergeben. Die Zusammenhänge der Designparameter sind komplex und vorab undurchsichtig. Es lässt sich daher keine allgemeingültige Designrichtlinie für die Konstruktion von variablen Schichtbreiten ableiten. Stattdessen ist eine individuelle Bestimmung des optimalen Designs über einen Optimierungsansatz zu bevorzugen.

H5 - Temperaturabhängigkeit der optimalen variablen Schichtbreiten

In den Untersuchungen wurde nachgewiesen, dass das optimale Design von CLD-Strukturen temperaturabhängig ist. Diese Tatsache ist die logische Konsequenz aus dem Zusammenhang zwischen dem optimalen Design und der Elastomersteifigkeit sowie dem Zusammenhang zwischen Elastomersteifigkeit und Temperatur. Im Rahmen dieser Arbeit wurde mit -20 und $+20$ °C eine niedrige und eine hohe Temperatur für den Dämpfungsentwurf einer balkenartigen CLD-Struktur betrachtet. Die daraus resultieren-

den Designentwürfe sind abhängig von der Schwingungsform und im Falle der 1. Biegemode in ihrer Konturierung sogar gegensätzlich. Zusätzlich unterscheiden sich die entsprechenden Dämpfungsmaße bei den jeweiligen Designtemperaturen signifikant. In diesem Zusammenhang ist zu betonen, dass die Schwingungsdämpfung bei der gewählten Designtemperatur nicht zwangsläufig maximal sein muss. Sofern eine Temperaturänderung die Materialdämpfung sowie die Steifigkeit der Kernschicht begünstigt, kann, wie experimentell nachgewiesen, die Dämpfung abseits der gewählten Designtemperatur höher sein.

Aufgrund der variierenden Einsatztemperaturen im Flugbetrieb sind Luftfahrtstrukturen von dieser Abhängigkeit stark betroffen. Vor dem Dämpfungsentwurf sind die thermischen Bedingungen genau abzuklären und ggf. Temperaturschwerpunkte zu legen. Ein CLD-Design, welches über einen für Transportflugzeuge typischen Temperaturbereich von -55 bis $+40$ °C für eine durchgehend maximale Schwingungsdämpfung sorgt, ist zumindest unter Einsatz des hier verwendeten BIIR-Elastomers nicht denkbar. In diesem Zusammenhang könnte die Kombination verschiedener Elastomer-Typen ein möglicher Ansatz für Verbesserungen sein.

H6 - Temperatureinfluss auf Eigenfrequenzen

Bedingt durch die Temperaturabhängigkeit der Elastomersteifigkeit kommt es im Zuge von thermischen Änderungen zu Verschiebungen der Eigenfrequenzen. Diese Änderungen betreffen jedoch alle Moden in unterschiedlichem Ausmaß und hängen stark von der Schwingungsform ab. Biege- und Torsionsmoden, bei denen die Kernschicht eine Schubverformung erfährt und die angrenzenden Schichten koppelt, sind stärker von Temperaturänderungen betroffen als die laterale Biegemode, bei der sich die drei Schichten parallel verformen. Infolgedessen kann *mode crossing* auftreten, eine veränderte Rangfolge der Moden. Dieses Phänomen konnte im Rahmen dieser Arbeit experimentell für eine Torsions- und laterale Biegemode nachgewiesen werden.

Für den Entwurf von CLD in Luftfahrtstrukturen ist dieser Effekt von großer Bedeutung, da während des Flugbetriebs typischerweise ein breiter Temperaturbereich durchlaufen wird. Auftriebserzeugende Strukturen wie Tragflächen oder Leitwerke werden u. a. unter Vermeidung von Flattern ausgelegt. Eine Annäherung der Eigenfrequenzen von Biege- und Torsionsmoden infolge thermischer Änderungen wäre für die aeroelastische Stabilität daher fatal und sollte durch konstruktive Maßnahmen vermieden werden.

H7 - Korrelation von Schwingungs- und Materialdämpfung

Für das Erreichen einer hohen Schwingungsdämpfung ist eine hohe Materialdämpfung nötig. Im Bereich des Glas- und Gummizustands ist keine hohe Dämpfung zu erwarten. Die höchste Schwingungsdämpfung tritt nicht zwangsläufig bei höchster Materialdämpfung auf. Dies konnte bei verschiedenen Schwingungsformen derselben Struktur festgestellt werden. Außerdem wurde beim Vergleich zweier unterschiedlicher CLD-Entwürfe gezeigt, dass eine Struktur trotz höherer Materialdämpfung in der Resonanzfrequenz eine schlechtere Schwingungsdämpfung aufweisen kann. Die Auswirkungen

der Materialdämpfung sind den Auswirkungen der Materialsteifigkeit auf die Schwingungsdämpfung demnach untergeordnet. Ein Kernschichtmaterial mit hoher Dämpfung ist wirkungslos, wenn der Dämpfungsmechanismus aufgrund der Steifigkeit nicht effektiv aktiviert werden kann. Das alleinige Ziel eines Designentwurfs sollte daher nicht darin liegen, die Eigenfrequenzen einer Schwingungsmode zugunsten einer höheren Materialdämpfung des Elastomers zu verschieben. Stattdessen sollte über Designanpassungen der Kern- und Deckschicht der Aktivierungsmechanismus des Elastomers gefördert werden.

H8 - Einfluss des Fertigungsverfahrens

Anhand der experimentellen Ergebnisse konnte ein Einfluss der Fertigungsverfahren auf die strukturdynamischen Eigenschaften der CLD-Strukturen nachgewiesen werden. Eine hervorragende Reproduzierbarkeit des strukturdynamischen Verhaltens lässt sich erreichen, wenn die Sandwichstrukturen im zukünftigen Formzustand als Verbund vulkanisiert werden. Eine im Mittel bessere Übereinstimmung zu den numerischen Vorhersagen wird dagegen erzielt, wenn die Dämpfungsschicht aus derselben Charge stammt, die auch für die Charakterisierung des Materialmodells verwendet wurde. Trotz der Berücksichtigung von geometrischen Unsicherheiten und Residuen der viskoelastischen Materialmodelle weichen die Eigenfrequenzen und insbesondere die Dämpfungsmaße von den numerischen Vorhersagen teilweise deutlich ab.

Die Ursachen dafür konnten auf Basis der vorhandenen Datenlage nicht vollumfänglich analysiert werden. Stattdessen müssen weitere Einflüsse als Fehlerquellen in Betracht gezogen werden. Es besteht die Vermutung, dass die Materialeigenschaften des im Verbund vulkanisierten Elastomers aufgrund der veränderten Fertigungsbedingungen von den Eigenschaften des für das Materialmodell charakterisierten Elastomers abweichen und das Materialmodell für die entsprechenden Materialeigenschaften nicht repräsentativ ist. Darüber hinaus bleibt der Einfluss des Zwischenmediums unklar. Die Primer- bzw. Klebeschicht wurde numerisch nicht modelliert, die Steifigkeitseigenschaften sind in den Datenblättern der Hersteller nicht angegeben. Es ist jedoch davon auszugehen, dass sich die Steifigkeit im ausgehärteten Zustand zwischen der des Aluminiums und des Elastomers befindet. Infolgedessen würde die Modellierung des Zwischenmediums die Biegesteifigkeit des numerischen Modells der Verbundstruktur erhöhen. Der zusätzliche Einfluss auf die Trägheitseigenschaften wäre dem untergeordnet, sodass ein Anstieg der Eigenfrequenzen plausibel erscheint und damit die Übereinstimmung mit den im Verbund vulkanisierten Proben verbessert. Eine Abschätzung zum Einfluss auf die Dämpfung ist dagegen nicht möglich. Auch das Identifikationsverfahren kann eine Rolle spielen, da die Beschreibung des realen viskoelastischen Verhaltens mit den Modellgleichungen der viskosen Dämpfung erzwungen wird.

Weiterführende Untersuchungen sind daher notwendig, liegen aber außerhalb der Intention dieser Arbeit. Hinsichtlich einer gezielten und präzisen Auslegung der Schwingungsdämpfung sind die auftretenden Abweichungen unbefriedigend. Aus diesem Grund sollte bei der Dämpfungsauslegung die Streuung des Dämpfungsmaßes durch

die Verwendung von Sicherheitsfaktoren berücksichtigt werden.

Z1 - Entwicklung eines Verfahrens zur Bestimmung des optimalen CLD-Designs

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte gradientenfreie Verfahren ermöglicht die Bestimmung des optimalen CLD-Designs unter Berücksichtigung von geometrischen Randbedingungen und einer zulässigen Gewichtsvorgabe. Mögliche Designparameter sind die Schichtbreiten und Schichtdicken der Kern- und Deckschicht. Das Verfahren arbeitet auf Basis von natürlichen Zahlen, die wiederum geometrischen Dimensionen zugeordnet sind. Neben einem FE-Modell der zu dämpfenden Struktur wird eine mathematische Zielfunktion benötigt. Die Zielfunktion muss dabei in Abhängigkeit des Designvektors einen skalaren Wert ermitteln. Hinsichtlich der Sensitivität der Methode gegenüber dem Startwert ist eine Fallunterscheidung zu berücksichtigen: Sofern zwischen der CLD-Masse und dem Designvariablenwert für alle Designvariablen x_i ein linearer Zusammenhang mit gleicher Massenzunahme m besteht ($m_{\text{CLD}} = m \cdot \sum_{i=1}^n x_i$), ist das Optimierungsergebnis vom Startwert unabhängig. Umgekehrt folgt daraus, dass das Optimierungsergebnis vom Startwert abhängig ist, sofern dieser Zusammenhang nicht besteht. Außerdem ist die Schwingungsform zu berücksichtigen. Bei Schwingungsformen mit mehreren Schwingungsknoten ist trotz des o. g. linearen Zusammenhangs eine Abhängigkeit vom Startwert wahrscheinlich. Der lineare Fall ist ein Sonderfall und betrifft die Optimierung der Schichtbreiten von Balkenstrukturen, die eine strukturierte, äquidistante FE-Diskretisierung aufweisen. In Luftfahrtstrukturen setzen sich einige Bauteile aus solchen Komponenten zusammen. Zu nennen sind in diesem Zusammenhang bspw. Stringer, gebogene Spanten von Flugzeugrümpfen oder Holme und Rippen der Flügel. Dagegen ist der zweite Fall als allgemeiner Anwendungsfall zu betrachten. Dieser ist zutreffend, wenn die nominalen Schichtbreiten aufgrund der strukturellen Form oder der FE-Vernetzung unterschiedlich groß sind oder wenn neben den Schichtbreiten gleichzeitig die Schichtdicken optimiert werden. Hier empfiehlt es sich, die Optimierung mehrfach mit einer sukzessiven Steigerung der Designvariablenanzahl durchzuführen, wobei der jeweilige Startwert dem Endwert der vorangegangenen Optimierung entspricht. Alternativ wurden ebenfalls gute Ergebnisse erzielt, wenn als Startvektor der unbedeckte Zustand gewählt wurde. Zu berücksichtigen ist hierbei, dass der Rechenaufwand mit zunehmender Anzahl an Designvariablen steigt. Die Ausnutzung von strukturellen Symmetrieeigenschaften kann dem entgegenwirken. Eine Alternative zum Lösen eines Optimierungsproblems mit natürlichen Zahlen ist der Genetische Algorithmus, der bei Vergleichsstudien zum hier entwickelten Verfahren trotz höheren Rechenaufwands jedoch schlechter abgeschnitten hat. Potenzielle Weiterentwicklungen des Verfahrens könnten die Berücksichtigung zusätzlicher Randbedingungen, z. B. hinsichtlich der Eigenfrequenz, beinhalten.

Z2 - Erprobung des Verfahrens an einer rippenversteiften Platte

In Anlehnung an einen Flugzeugrumpf wurde eine rippenversteifte Platte betrachtet. Für den Dämpfungsentwurf standen insgesamt 40 vordefinierte Positionen als Designvariablen zur Verfügung, 16 in der Mitte der Hautfelder und 24 auf den Rippen. Die Schichtdi-

cken waren in diesem Fall konstant. Das Ziel des Entwurfs bestand in der Reduktion der abgestrahlten Schallleistung innerhalb eines Frequenzbereichs zwischen 90 und 290 Hz, wobei die emittierte Schallleistung über die diskrete Form des RAYLEIGH-Integrals bestimmt wurde. Zusätzlich war die dafür benötigte CLD-Masse auf 5 % der Strukturmasse (ohne Rahmen) begrenzt. Die erzielte Schallreduktion wurde wiederum mit den Werten resultierend aus energiebasierten Positionierungsansätzen verglichen. Auf Basis der Datenlage lässt sich schlussfolgern, dass die kombinierte Platzierung von CLD-Segmenten auf Rippen und Hautfeldern hinsichtlich einer reduzierten Schallabstrahlung am effektivsten ist. Im Vergleich zur ungedämpften Struktur wurde die abgestrahlte Schallleistung in dem betrachteten Frequenzband um fast 4 dB reduziert. Unter Berücksichtigung der zur Verfügung stehenden Masse ist das Ergebnis zufriedenstellend, da das verwendete Elastomer bei der gewählten Designtemperatur ($T = 20^\circ\text{C}$) nicht die optimalen Dämpfungseigenschaften aufweist und die Schichtdicken nicht als Designparameter zur Verfügung standen. Die erreichte Schallreduktion lag außerdem deutlich über den Werten der Schallabstrahlungsreduktionen, die mit den energiebasierten Ansätzen erreicht wurden.

Bei der Übertragbarkeit der Erkenntnisse auf reale Rumpfstrukturen ist vor allem die gewählte Anregung zu überdenken. Unter Berücksichtigung der verfügbaren Laborausstattung für das anschließende Validierungsexperiment wurde für die Designauslegung eine Punktanregung gewählt. Der Rumpf eines Transportflugzeugs erfährt im Reiseflug bedingt durch die turbulente Grenzschicht oder durch das sich ausbreitende Schallfeld der Triebwerke eine flächige Anregung. Bestenfalls lässt sich der vibroakustische Pfad der Schwingungsenergie über einzelne Verbindungsstellen als Punktanregung modellieren. Infolgedessen würde sich mit großer Wahrscheinlichkeit das optimale Design verändern. Außerdem sind die Limitierungen des RAYLEIGH-Integrals zu beachten. Die vereinfachte Berechnung der abgestrahlten Schallleistung sollte bei realen Rumpfstrukturen durch aufwendigere Fluid-Struktur-gekoppelte Rechnungen ersetzt werden.

Z3 - Experimentelle Validierung an der rippenversteiften Platte

Im Vorfeld der Untersuchungen zur gedämpften Struktur wurde ein *Model Updating* des FE-Modells der ungedämpften Struktur durchgeführt. Das FE-Modell unterlag einem systematischen Fehler, der aus der verhältnismäßig groben Vernetzung resultierte. Der als valide beurteilte Frequenzbereich erstreckte sich nach dem *Model Updating* auf einen Bereich bis 275 Hz, wobei die Qualität des FE-Modells bereits ab 250 Hz abnahm. Diese Eigenschaft spiegelte sich ebenfalls in den Experimentaldaten der gedämpften Struktur wider. Während die numerischen und experimentell bestimmten Summen-FRFs im unteren Frequenzbereich gut übereinstimmten, war dies ab 250 Hz nicht mehr zutreffend. Aus diesem Grund sollte das FE-Modell für zukünftige Untersuchungen nicht oberhalb dieser Frequenz verwendet werden. Auch die Korrelation basierend auf MAC-Werten und Eigenfrequenzen ist zufriedenstellend. Im Zuge der Designänderungen veränderten sich im höheren Frequenzbereich die Schwingungsformen derart, dass eine Zuordnung der Schwingungsformen zwischen ungedämpftem und gedämpftem Zustand über den

MAC-Wert nicht mehr möglich ist. Daher erscheint es bei Frequenzbereichsbetrachtungen als nicht sinnvoll, die Zielfunktion hinsichtlich der Dämpfung einzelner Moden zu formulieren. Ohne Berücksichtigung des systematischen Fehlers betrug die Abweichung der Eigenfrequenzen im Mittel 2 %. Die Dämpfungsmaße weichen dagegen deutlicher ab, wobei zumindest der qualitative Verlauf gut abgebildet werden konnte. Die relative Abweichung lag im Mittel bei 40.8 %. Dieser Wert erscheint hoch, lässt sich jedoch auch mit den verhältnismäßig niedrigen Absolutwerten des Dämpfungsmaßes erklären. Strukturseitig konnte die numerisch bestimmte Reduktion der Summen-FRF gegenüber der ungedämpften Struktur nicht mit gleicher Genauigkeit nachgewiesen werden. Im validen Frequenzbereich stand dem numerisch bestimmten Wert von 2.4 dB eine experimentell ermittelte Reduktion von 1.3 dB gegenüber. Insofern liegt die Vermutung nahe, dass ebenfalls die Reduktion der abgestrahlten Schallleistung unterhalb der numerischen Vorhersage liegt. In Anbetracht der komplexen Strukturgeometrie und des frequenz- und temperaturabhängigen viskoelastischen Materialverhaltens ist die Übereinstimmung zwischen Numerik und Experiment zufriedenstellend.

Die Analyse unterstreicht die Relevanz von validen FE-Modellen für den hochfrequenten Bereich. Ohne validierte FE-Modelle ist eine realitätsnahe Dämpfungsauslegung, die ohnehin stark mit Unsicherheiten behaftet ist, kaum möglich. Bei Flugzeugrümpfen erweist sich dieses Kriterium als Dilemma, da im Vorentwurf üblicherweise keine validierten FE-Modelle zur Verfügung stehen und der Entwurf von Dämpfung somit nicht in die Vorentwurfsphase integriert werden kann. Aufgrund der komplexen Zusammensetzung eines Flugzeugrumpfs ist des Weiteren davon auszugehen, dass sich verschiedene Serienteile in ihren strukturdynamischen Eigenschaften unterscheiden. Selbst wenn ein validiertes FE-Modell für ein Serienteil verfügbar wäre, ist die Übertragbarkeit auf andere Serienteile fragwürdig. Hinsichtlich der Kabinenakustik erscheint es daher als zielführender, sich den Ursachen der Schallabstrahlung zu widmen. Auf struktureller Seite ist dies die Schwingungsenergie, die von den Triebwerksunwuchten über den Pylon und den Flügel in den Rumpf propagiert wird. Ein alternativer Forschungsansatz wäre es also, die Schwingungsenergie vor dem Eintreffen in den Flugzeugrumpf, bspw. durch den Entwurf von Dämpfung im Pylon, zu dissipieren. Abschließend sei angemerkt, dass eine physikalisch messbare Schallreduktion nicht zwangsläufig mit der psychoakustischen Wahrnehmung der Passagiere korreliert. Die Schallreduktion in einem begrenzten Frequenzbereich kann dazu führen, dass störende, vorher maskierte Frequenzanteile deutlicher zur Geltung kommen und den Passagierkomfort sogar beeinträchtigen.

Z4 - Erprobung des Verfahrens am Höhenleitwerk eines Helikopters

Für den optimalen Dämpfungsentwurf wurde die Platzierung von CLD im Innenprofil des HLWs untersucht. Für die obere und untere Halbschale wurden insgesamt 18 Designvariablen definiert, vier Variablen für die Schichtdicken und 14 Variablen für die Schichtbreiten. Im Zuge der Optimierung konnten alle definierten Randbedingungen bzgl. der Masse (ca. 15 % der Basisstruktur) und der Veränderung der Eigenfrequenzen (max. 10 % zur Basisstruktur) eingehalten werden. Die Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaße vari-

ieren mit der Temperatur, wobei die zusätzliche Dämpfung im oberen Temperaturbereich unter dem geforderten Mindestwert von $D_{\min} = 0.8\%$ liegt.

Die Anwendung am HLW hat gezeigt, dass der vorgestellte Optimierungsansatz auch für reale Luftfahrtstrukturen funktioniert und gute Ergebnisse liefert. Aufgrund der unstrukturierten Vernetzung ist das CLD-Profil jedoch aufwendig in der Fertigung und bedarf einer nachträglichen Konturierung, bspw. auf Basis einer Spline-Interpolation. Die nächsten Forschungsschritte beinhalten einen Prototypenbau sowie die experimentelle Validierung der strukturdynamischen Eigenschaften.

Z5 - Materialeitiges Potenzial zur Steigerung der Schwingungsdämpfung

Aufbauend auf dem optimalen Dämpfungsentwurf wurde analysiert, ob sich über die Änderung der Materialeigenschaften der Kern- und Deckschicht Verbesserungen der Dämpfung realisieren lassen. Dabei stellte sich heraus, dass die Dämpfung durch ein nachgiebigeres Elastomer und ein steiferes Fasermaterial erhöht werden kann. Voraussetzung dafür ist eine Materialdämpfung, die mindestens der des verwendeten BIIR-Elastomers im betrachteten Betriebszustand entspricht. In diesem Fall sind Dämpfungsmaße von über 2 % möglich. Zugleich würde ein Austausch der Materialien eine Änderung der Eigenfrequenz und des zusätzlichen Gewichts nach sich ziehen. In diesem Fall ist die Zusammensetzung des CLD-Aufbaus hinsichtlich der Einhaltung der Randbedingungen zu überprüfen.

Bei der Auswahl oder Entwicklung eines alternativen Elastomers sind darüber hinaus die strengen Anforderungen an die chemische Beständigkeit beim Einsatz in Luftfahrtstrukturen zu berücksichtigen. Diese stehen im Hinblick auf die chemische Zusammensetzung des Elastomers evtl. im Widerspruch zu der Anforderung an eine hohe Materialdämpfung und benötigte Steifigkeit. Für eine Industriereife sind darüber hinaus Nachweise der Festigkeit, insbesondere bei den auftretenden aerodynamischen Lasten, zu erbringen.

10 Fazit und Ausblick

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden numerische und experimentelle Untersuchungen zum optimalen Entwurf von CLD in Luftfahrtstrukturen vorgestellt. Dazu wurden mit den Schichtbreiten der Kern- und Deckschicht neue geometrische Designparameter betrachtet und hinsichtlich der Dämpfungssensitivität untersucht. Es stellte sich heraus, dass die Verwendung von variablen Schichtbreiten einen erheblichen Einfluss auf die Schwingungsdämpfung hat und die Schichtbreiten als Parameter für den optimalen Entwurf von CLD geeignet sind. Darauf aufbauend wurde ein neuartiger Optimierungsansatz vorgestellt, der die gleichzeitige Anpassung von Schichtbreiten und Schichtdicken unter Berücksichtigung von geometrischen Randbedingungen und eines vorgegebenen Maximalgewichts ermöglicht. Das in diesem Zusammenhang entwickelte gradientenfreie Verfahren arbeitet auf Grundlage von natürlichen Zahlen und ist dem Genetischen Algorithmus, einem vergleichbaren Optimierungsverfahren zur Handhabung von natürlichen Zahlen, hinsichtlich der Ergebnisqualität und Rechenaufwand überlegen.

An einer balkenartigen CLD-Struktur wurde der Temperatureinfluss auf Eigenfrequenzen und Dämpfung sowie auf das optimale Design untersucht. Hierfür wurden nur die variablen Schichtbreiten als Designparameter betrachtet und ein vollständig charakterisiertes, frequenz- und temperaturabhängiges Elastomer verwendet. Es wurde gezeigt, dass sich die Eigenfrequenzen verschiedener Moden unterschiedlich stark mit der Temperatur ändern und sich infolgedessen die Rangfolge der Moden vertauschen kann. Darüber hinaus folgt die Schwingungsdämpfung nicht zwangsläufig dem temperaturabhängigen Verlauf der Materialdämpfung. Aufgrund der Temperatursensitivität der viskoelastischen Materialeigenschaften variiert das optimale Design ebenfalls mit der Temperatur, was primär auf die Änderung der Materialsteifigkeit zurückzuführen ist. Für die in dieser Arbeit betrachteten Temperaturen ergaben sich im Falle einer Struktur bspw. zwei nahezu gegensätzliche Entwürfe. Außerdem wurden die Auswirkungen zweier Fertigungsverfahren für CLD-Anwendungen auf die Reproduzierbarkeit des strukturdynamischen Verhaltens und der Übereinstimmung mit numerischen Ergebnissen analysiert. CLD-Strukturen, die als Verbund vulkanisiert wurden, weisen ein konsistentes strukturdynamisches Verhalten auf. Dagegen liegen die experimentell identifizierten Eigenschaften für Strukturen, die erst im Nachgang der Vulkanisation zusammengeklebt wurden, im Mittel näher an den numerischen Berechnungen. Hierbei ist zu berücksichtigen,

dass die Elastomerschicht aus derselben Charge stammte, die auch für die Charakterisierung des Materialmodells verwendet wurde. Das Dämpfungsmaß unterliegt im Vergleich zu den Eigenfrequenzen hohen Unsicherheiten, weshalb die theoretischen Vorhersagen ungenauer sind. Dennoch konnte im Falle der Balkenstrukturen der qualitative temperaturabhängige Verlauf abgebildet werden.

Zusätzlich wurde das Optimierungsverfahren zur Bestimmung der optimalen Platzierung einzelner CLD-Segmente auf einer versteiften Platte eingesetzt, um die abgestrahlte Schalleistung innerhalb eines ausgewählten Frequenzbereichs zu reduzieren. Dabei wurde gezeigt, dass die Platzierung von CLD auf Hautfeldern effektiver ist als auf versteifenden Komponenten. Die beste Schalleistungsreduktion wurde jedoch durch eine kombinierte Platzierung erreicht, die auch den berechneten Schalleistungsreduktionen von alternativen Entwurfsansätzen überlegen ist. Im Vergleich zur ungedämpften Struktur beträgt die Reduzierung im Mittel fast 4 dB bei einer Massenzunahme von 5 %. Die strukturdynamischen Eigenschaften des Designs konnten in einem anschließenden Experiment validiert werden. Während die Schwingungsformen und Eigenfrequenzen mit guter Genauigkeit mit den numerischen Daten übereinstimmten, waren für das Dämpfungsmaß größere Abweichungen zu verzeichnen. Im Mittel lag die experimentell ermittelte Reduktion der Summen-FRF unterhalb der simulierten.

Zuletzt konnte unter Verwendung des Optimierungsansatzes die Dämpfung eines Helikopter-Höhenleitwerks durch Anpassung der Schichtbreiten und Schichtdicken zusätzlich um 1.27 % erhöht werden. In diesem Zusammenhang wurden konstruktive Vorgaben sowie maximal zulässige Änderungen der Eigenfrequenz (max. 10 %) und Masse (max. 15 % im Vergleich zur Basisstruktur) eingehalten. Anhand von Parameterstudien wurden potenzielle materialspezifische Verbesserungen der Kern- und Deckschicht aufgezeigt, die eine weitere Steigerung der Dämpfung offerieren.

Schlussfolgerung

Die Analysen haben gezeigt, dass die Integration von Dämpfung als Designfreiheitsgrad in den Entwurfsprozess von Luftfahrtstrukturen realisierbar und sinnvoll ist. Der Designspielraum von CLD-Applikationen wird durch die Verwendung von variablen Schichtbreiten als Designparameter erweitert. Allerdings lässt sich keine generelle Designrichtlinie für den Entwurf von CLD ableiten. Dafür hängt das optimale Design zu stark von dem verwendeten Elastomer mit dessen inhärenten Eigenschaften, den betrachteten Schwingungsformen und der Temperatur ab. Stattdessen sollte das Design individuell und vor allem unter Berücksichtigung der thermischen und gewichtsspezifischen Randbedingungen bestimmt werden. In dieser Hinsicht ist ein wie in dieser Arbeit vorgestellter Optimierungsalgorithmus von Vorteil, der basierend auf einer Zielfunktion die zur Verfügung stehenden Designparameter anpasst. Der Nachteil des höheren Rechen- und Zeitaufwands während des Entwurfsprozesses wird im Vergleich zur Anwendung von existierenden Designempfehlungen durch die Effektivitätssteigerung der Dämpfungsapplikation mehr als kompensiert.

Sofern für den Entwurf von CLD der zur Verfügung stehende Bauraum vordefiniert ist, kann die Dämpfung ebenfalls durch eine materialeitige Anpassung gesteigert werden. Bei der Entwicklung eines Dämpfungsmaterials darf nicht ausschließlich die Dämpfungseigenschaft im Vordergrund stehen. Vielmehr ist unter diesen Voraussetzungen eine Materialsteifigkeit anzustreben, die einerseits eine ausreichende Schubverformung der Kernschicht zulässt und andererseits eine Entkopplung der äußeren Schichten verhindert. Darüber hinaus sind die Materialeigenschaften hinsichtlich der Zulassungsanforderungen kritisch zu prüfen. Dazu zählen u. a. die Beständigkeit gegenüber äußeren Umgebungseinflüssen, Alterung und Entflammbarkeit. Dabei ist zu berücksichtigen, dass Anforderungen bezüglich der chemischen Beständigkeit und der dynamischen Eigenschaften bei der Identifikation einer geeigneten Materialrezeptur konkurrieren können.

In diesem Zusammenhang hat sich das verwendete Elastomer als geeignetes Dämpfungsmaterial für verschiedene Anwendungen erwiesen. Sowohl die erreichte Reduktion der abgestrahlten Schalleistung der versteiften Platte als auch die Erhöhung der Schwingungsdämpfung im Falle des Höhenleitwerks stellen unter Berücksichtigung der zusätzlichen Masse eine signifikante Verbesserung des strukturdynamischen Verhaltens dar. Angesichts der Tatsache, dass ein komplexes, frequenz- und temperaturabhängiges Materialmodell in die Berechnung einfließt, ist die Übereinstimmung zwischen den theoretischen und identifizierten modalen Eigenschaften der behandelten Strukturen zufriedenstellend. Die Dämpfung unterliegt grundsätzlich höheren Unsicherheiten, sodass beim Entwurf von Dämpfung, insbesondere bei sicherheitsrelevanten Komponenten, ein ausreichender Sicherheitsfaktor berücksichtigt werden sollte. Eine Grundvoraussetzung für eine erfolgreiche Dämpfungsauslegung ist die Verfügbarkeit von validierten FE-Modellen. Dies trifft insbesondere auf den hohen Frequenzbereich bei Flugzeugrümpfen zu, wo eine valide Dämpfungsauslegung ohne entsprechende Modelle kaum möglich ist.

Ausblick

Die Ergebnisse dieser Arbeit bieten Grundlagen für weitere Forschungsaktivitäten. Im Hinblick auf die optimale Auslegung von CLD in einem breiten Temperatur- oder Frequenzbereich ist die Anwendung von unterschiedlichen Elastomeren interessant. Während ein Elastomer bspw. eine niedrige Glasübergangstemperatur aufweist, könnte die Glasübergangstemperatur eines zweiten Elastomers deutlich höher liegen. Außerdem sind weitere Untersuchungen zur Abweichung zwischen theoretischen und identifizierten Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaßen nötig, um die Reliabilität des Dämpfungsentwurfs sicherzustellen. Hierbei könnte fertigungsseitig sowohl der Einfluss des Zwischenmediums (Kleber oder Primer) als auch der Einfluss der Verbund-Vulkanisation auf die viskoelastischen Eigenschaften der Kernschicht untersucht werden. Des Weiteren ist der Fehler zu quantifizieren, der aus der Anwendung eines auf dem viskosen Dämpfungsmodell basierenden modalen Identifikationsverfahrens bei viskoelastischen Systemen resultiert.

Für die Anwendung bei Luftfahrtstrukturen ergeben sich ebenfalls weitere Forschungsansätze. Die für die versteifte Platte erlangten Kenntnisse könnten zunächst akustisch

validiert und im nächsten Schritt auf eine reale Rumpfstruktur übertragen werden. Dafür sollte das in dieser Arbeit zur Berechnung des Schalldrucks verwendete RAYLEIGH-Integral durch aufwendigere, aber genauere Fluid-Struktur-gekoppelte Rechnungen ersetzt werden. Allerdings stellen validierte, hochaufgelöste FE-Modelle von Flugzeugrumpfen als Voraussetzung eine große Hürde dar. Stattdessen erscheint es lohnenswert, sich dem vibroakustischen Transferpfad der Schwingungsenergie zu widmen. Beispielsweise könnte die Schwingungsenergie vor Eintreffen auf die Rumpfstruktur durch die ausgelegte Dämpfung eines Pylons dissipiert werden.

Im Falle des Höhenleitwerks wird ein Prototypenbau und die experimentelle Validierung der berechneten Dämpfung angestrebt. Dazu sollte das aus der Optimierung resultierende unstetige Design konturiert werden. Für eine industrielle Fertigung sind darüber hinaus die statischen Anforderungen an das Elastomer und die Klebeverbindung unter Berücksichtigung der erwartbaren aerodynamischen Lasten zu überprüfen.

Anhang

A Methoden des Optimierungsalgorithmus

A.1 Methode A

Methode A

Berechnung des Sensitivitätsvektors $\mathbf{s}^{n \times 1}$ mit den Sensitivitäten s_j
for $j = 1 : n$ **do**

$$s_j = \frac{|\Delta\eta_j|}{\Delta m_j} = \frac{|\eta_{\text{imp},j} - \eta_{\text{start}}|}{m_{\text{imp},j} - m_{\text{start}}}$$

end for

if Für mindestens ein $j \in [1, n]$: $(x_{\text{imp},j} < x_{\text{start},j}) = \text{true}$ **then**

Erfassen der Indizes \mathbb{I} , für die die obere Bedingung zutrifft

$$\mathbb{I} \leftarrow x_{\text{imp},j} < x_{\text{start},j}$$

Anpassung des Sensitivitätsvektors durch

$$s_j = \begin{cases} s_j & , j \in \mathbb{I} \\ -\infty & , \text{sonst} \end{cases}$$

else

Erfassen der Indizes \mathbb{I} , bei denen keine Modifikation auftritt

$$\mathbb{I} \leftarrow x_{\text{imp},j} = x_{\text{start},j}$$

Anpassung des Sensitivitätsvektors durch

$$s_j = \begin{cases} 0 & , j \in \mathbb{I} \\ s_j & , \text{sonst} \end{cases}$$

end if

Identifikation des Index \mathbb{I}_{opt} der größten Sensitivität

$$\mathbb{I}_{\text{opt}} \leftarrow \max(\mathbf{s})$$

Übernahme der verbesserten Werte

$$x_{\text{imp},j} = \begin{cases} x_{\text{imp},j} & , j = \mathbb{I}_{\text{opt}} \\ x_{\text{start},j} & , \text{sonst} \end{cases} , \quad \tilde{\eta} = \eta_{\text{imp},\mathbb{I}_{\text{opt}}}$$

Zur Veranschaulichung von **Methode A** sind in **Tab. A.1** vier Zahlenbeispiele aufgelistet. Die Beispiele sind generisch und stehen in keinem technischen Zusammenhang. Der Vektor \mathbf{s}_{for} ist der Sensitivitätsvektor aus der for-Schleife und \mathbf{s}_{if} der Sensitivitätsvektor aus der anschließenden if-Bedingung.

Tabelle A.1: Generische Zahlenbeispiele für die Anwendung von **Methode A**

Fall	$\mathbf{x}_{\text{start}}$	\mathbf{x}_{imp}	\mathbf{s}_{for}	$\mathbf{x}_{\text{imp}} - \mathbf{x}_{\text{start}}$	\mathbf{s}_{if}	\mathbf{x}_{opt}
Ein j mit: $x_{\text{imp},j} = x_{\text{start},j}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.4 \\ 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.2 \\ 0 \\ 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}$
Ein j mit: $x_{\text{imp},j} < x_{\text{start},j}$ und ein j mit: $x_{\text{imp},j} = x_{\text{start},j}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.2 \\ -0.4 \\ 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.2 \\ -\infty \\ -\infty \\ -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$
Mehrere j mit: $x_{\text{imp},j} < x_{\text{start},j}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.2 \\ -0.4 \\ 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.2 \\ -0.4 \\ -\infty \\ -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$
Alle j mit: $x_{\text{imp},j} > x_{\text{start},j}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.4 \\ 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.4 \\ 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$

A.2 Methode B

Methode B

Erfassen der Indizes \mathbb{I} , für die die untere Bedingung zutrifft (Vektorgröße $n_z \times 1$)

$$\mathbb{I}^{n_z \times 1} \leftarrow x_{\text{imp},j} < x_{\text{start},j}$$

if $n_z > 1$ **then**

Änderung des verbesserten Designvektors

$$x_{\text{imp},j} = \begin{cases} x_{\text{imp},j} & , j \in \mathbb{I} \\ x_{\text{start},j} & , \text{sonst} \end{cases}$$

Berechnung des Zielfunktionswerts auf Grundlage des veränderten Designvektors

$$\tilde{\eta} = J(x_{\text{imp}})$$

if $\tilde{\eta} > \eta_{\text{start}}$ **then**

Berechnung des Sensitivitätsvektors $\mathbf{s}^{n \times 1}$ mit den Sensitivitäten s_j

for $j = 1 : n$ **do**

$$s_j = \frac{|\Delta \eta_j|}{\Delta m_j} = \frac{|\eta_{\text{imp},j} - \eta_{\text{start}}|}{m_{\text{imp},j} - m_{\text{start}}}$$

end for

Anpassung des Sensitivitätsvektors durch

$$s_j = \begin{cases} s_j & , j \in \mathbb{I} \\ -\infty & , \text{sonst} \end{cases}$$

Identifikation des Index \mathbb{I}_{opt} der höchsten Sensitivität

$$\mathbb{I}_{\text{opt}} \leftarrow \max(\mathbf{s})$$

Übernahme der verbesserten Werte

$$x_{\text{imp},j} = \begin{cases} x_{\text{imp},j} & , j = \mathbb{I}_{\text{opt}} \\ x_{\text{start},j} & , \text{sonst} \end{cases} , \quad \tilde{\eta} = \eta_{\text{imp},\mathbb{I}_{\text{opt}}}$$

end if

else

Übernahme der verbesserten Werte

$$x_{\text{imp},j} = \begin{cases} x_{\text{imp},j} & , j \in \mathbb{I} \\ x_{\text{start},j} & , \text{sonst} \end{cases} , \quad \tilde{\eta} = \eta_{\text{imp},\mathbb{I}}$$

end if

Hinweis zu **Methode B**: Der Einsatz dieser Methode setzt voraus, dass die Reduktion einer Designvariablen ebenfalls mit einer Reduktion der Masse einhergeht. Andernfalls kann es zur Verletzung der Randbedingung kommen. Dies könnte bspw. bei der Berücksichtigung eines symmetrischen Lagenaufbaus bei CFK-Schichten eintreten. Im Rahmen dieser Arbeit ist dieser Spezialfall jedoch nicht vorgekommen. Die praktische Anwendung von **Methode B** ist in **Tab. A.2** am Beispiel generischer Zahlenbeispiele demonstriert.

Tabelle A.2: Generische Zahlenbeispiele für die Anwendung von **Methode B**

Fall	x_{start}	x_{imp}	s_{for}	$x_{\text{imp}} - x_{\text{start}}$	s_{if}	x_{opt}
Ein j mit: $x_{\text{imp},j} < x_{\text{start},j}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$	wird nicht berechnet	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	wird nicht berechnet	$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$
Mehrere j mit: $x_{\text{imp},j} < x_{\text{start},j}$ + erfolgloser Übernahme	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.4 \\ 0.1 \\ -0.3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\infty \\ -0.4 \\ -\infty \\ -0.3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$
Mehrere j mit: $x_{\text{imp},j} < x_{\text{start},j}$ + erfolgreicher Übernahme	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$	wird nicht berechnet	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	wird nicht berechnet	$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$
Ein j mit: $x_{\text{imp},j} < x_{\text{start},j}$ + ein j mit: $x_{\text{imp},j} = x_{\text{start},j}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.4 \\ 0.1 \\ -0.3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\infty \\ -0.4 \\ -\infty \\ -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$

A.3 Methode C

Methode C - Teil I

Berechnung des Sensitivitätsvektors $\mathbf{s}^{n \times 1}$ mit den Sensitivitäten s_j

for $j = 1 : n$ **do**

$$s_j = \frac{|\Delta\eta_j|}{\Delta m_j} = \frac{|\eta_{\text{imp},j} - \eta_{\text{start}}|}{m_{\text{imp},j} - m_{\text{start}}}$$

end for

Absteigende Sortierung der Sensitivitätswerte \mathbf{s}_{sort} und Speicherung der Indizes in \mathbb{I}

$$[\mathbb{I}, \mathbf{s}_{\text{sort}}] \leftarrow \mathbf{s}$$

Anpassung der Sortierung in Abhängigkeit der Modifikation der Designvariablen

$$\mathbb{I} \leftarrow [\mathbb{I}(\mathbf{s}_{\text{sort}} > 0) \ \mathbb{I}(\mathbf{s}_{\text{sort}} == 0) \ \text{flip}(\mathbb{I}(\mathbf{s}_{\text{sort}} < 0))]$$

Initialisierung von Laufindizes und einer (leeren) Designvektor-Matrix

$$i = 1, \quad j = n, \quad \tilde{\mathbf{X}}_1 = [\], \quad z_1 = \text{true}$$

Auffüllen der Designvektor-Matrix nach folgendem Schema

while $z_1 == \text{true}$ **do**

$$z_2 = \text{true}, \quad \tilde{\mathbf{x}} \text{ mit } \tilde{x}_k = \begin{cases} x_{\text{imp},k} & , \ k = \mathbb{I}_i \\ x_{\text{start},k} & , \ \text{sonst} \end{cases}$$

while $z_2 == \text{true}$ **do**

if $c(\tilde{\mathbf{x}}) > 0$ **then**

if $\tilde{x}_j - 1 < x_{\text{min},j}$ **then**

$$z_2 = \text{false}$$

else

$$\tilde{x}_j = \tilde{x}_j - 1$$

end if

else

$$\tilde{\mathbf{X}}_1 = [\tilde{\mathbf{X}}_1 \ \tilde{\mathbf{x}}], \quad z_2 = \text{false}$$

end if

end while

$$j = j - 1$$

if $i == j \ \&\& \ i == n - 1$ **then**

$$z_1 = \text{false}$$

else if $i == j$ **then**

$$i = i + 1, \quad j = n$$

end if

end while

Methode C - Teil II

Entfernen der Designvektoren aus der Designvektormatrix für die $\tilde{x} == x_{\text{start}}$ gilt

$$\mathbf{X}_1 \leftarrow \tilde{\mathbf{X}}_1, \quad \mathbf{X}_1^{n \times m}$$

Herausfiltern von doppelten Designvektoren in Matrix \mathbf{X}_1

$$\mathbf{X}_1 \leftarrow \text{unique}(\mathbf{X}_1)$$

Initialisierung einer zweiten Designvektor-Matrix

$$\mathbf{X}_2 = [\]$$

For-Schleife für Identifikation der Designvektoren

for $k = 1 : m$ **do**

Entnahme des temporären Designvektors, Bedingung z_3 für **while**-Schleife

$$\tilde{x} = \mathbf{X}_{1:n,m}, \quad z_3 = \text{true}$$

Indizes der erhöhten und verringerten Designvariablen \tilde{x}_i und \tilde{x}_j aus \tilde{x} sowie deren Index in \mathbb{I}

$$i, \mathbb{I}_p \leftarrow \max(\tilde{x} - x_{\text{start}}), \quad j, \mathbb{I}_q \leftarrow \min(\tilde{x} - x_{\text{start}})$$

while $z_3 == \text{true}$ **do**

while $c(\tilde{x}) \leq 0$ && $\tilde{x}_i \leq x_{\max,i}$ **do**

$$\tilde{x}_i = \tilde{x}_i + 1$$

end while

Sobald RBs verletzt, Auswahl des letzten gültigen Zustands

$$\tilde{x}_i = \tilde{x}_i - 1$$

Identifikation des Index der nächst besseren Variablen

$$p = p + 1, \quad i = \mathbb{I}_p$$

if $\mathbb{I}_p == \mathbb{I}_q$ && $\tilde{x} == \mathbf{X}_{1:n,m}$ **then**

Bei keiner Änderung wird der Designvektor nicht gespeichert

$$z_3 = \text{false}$$

else if $\mathbb{I}_p == \mathbb{I}_q$ **then**

$$\mathbf{X}_2 = [\mathbf{X}_2 \ \tilde{x}], \quad z_3 = \text{false}$$

end if

end while

end for

Methode C - Teil III

Initialisierung von Laufindizes und einer (leeren) Designvektor-Matrix

$$i = 1, \quad j = n, \quad \tilde{\mathbf{X}}_3 = [], \quad z_1 = \text{true}$$

Auffüllen der Designvektor-Matrix nach folgendem Schema

while $z_1 == \text{true}$ **do**

$$z_2 = \text{true}, \quad \tilde{\mathbf{x}} \text{ mit } \tilde{x}_k = \begin{cases} x_{\text{imp},k} & , \quad k = \mathbb{I}_i \\ x_{\text{start},k} & , \quad \text{sonst} \end{cases}$$

while $z_2 == \text{true}$ **do**

if $c(\tilde{\mathbf{x}}) > 0$ && $\tilde{x}_{\mathbb{I}_j} == x_{\min, \mathbb{I}_j}$ **then**

$$j = j - 1$$

if $j == i$ **then**

$$z_2 = \text{false}$$

end if

else if $c(\tilde{\mathbf{x}}) > 0$ **then**

$$\tilde{x}_{\mathbb{I}_j} = \tilde{x}_{\mathbb{I}_j} - 1, \quad j = j - 1$$

if $j == i$ **then**

$$z_2 = \text{false}$$

end if

else

$$\tilde{\mathbf{X}}_3 = [\tilde{\mathbf{X}}_3 \ \tilde{\mathbf{x}}], \quad z_2 = \text{false}$$

end if

end while

$$i = i + 1, \quad j = n$$

if $i > \text{sum}(x_{\text{imp}} - x_{\text{start}})$ **then**

$$z_1 = \text{false}$$

end if

end while

Entfernen der Designvektoren aus der Designvektormatrix für die $\tilde{\mathbf{x}} == x_{\text{start}}$ gilt

$$\mathbf{X}_3 \leftarrow \tilde{\mathbf{X}}_3$$

Methode C - Teil IV

Zusammenführen der Designvariablen-Matrizen zu X nach Schema

$$X \leftarrow [X_2 \ X_3 \ X_1]$$

Herausfiltern von doppelten Designvektoren in Matrix X

$$X^{n \times m} \leftarrow \text{unique}(X)$$

Definition des Kriteriums der folgenden **while**-Schleife und Laufindex

$$z = \text{true}, \quad i = 1$$

Ermittlung einer potenziellen Verbesserung nach folgendem Schema

while $z == \text{true}$ **do**

Entnahme eines temporären Designvektors

$$\tilde{x} = X_{1:n,i}$$

Auswertung des temporären Vektors in der Zielfunktion

$$\tilde{\eta} = J(\tilde{x})$$

if $\tilde{\eta} < \eta_{\text{start}}$ **then**

Es wurde eine Verbesserung gefunden

$$x_{\text{imp}} = \tilde{x}, \quad z = \text{false}$$

else

$$i = i + 1$$

if $i > m$ **then**

Es wurde keine Verbesserung gefunden - Die Optimierung ist konvergiert

$$z = \text{false}$$

end if

end if

end while

Im Folgenden wird anhand eines Zahlenbeispiels die Funktionsweise von **Methode C** demonstriert. Als Anwendungsfall werden die Designvariablen H4 aus Abschnitt 5.2.1 betrachtet, wobei der Startvektor dem optimalen Design entspricht. Aus dem Design Loop resultieren folgende Parameter

$$x_{\text{start}} = \begin{bmatrix} 80 \\ 54 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad x_{\text{imp}} = \begin{bmatrix} 80 \\ 55 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad \eta_{\text{imp}} = \begin{bmatrix} -0.1693 \\ -0.1706 \\ -0.1730 \\ -0.1746 \end{bmatrix}, \quad \eta_{\text{start}} = -0.1699.$$

Die erste Designvariable im Vektor x_{imp} wurde nicht erhöht, da diese bereits ihr oberes geometrisches Limit erreicht hat. Stattdessen wurde im Design Loop geprüft, welcher Zielfunktionswert bei der Reduktion dieser Variable resultieren würde. Aus diesem Grund ist der erste Eintrag im Vektor η_{imp} größer als der Zielfunktionsstartwert η_{start} . Aus der Berechnung der Sensitivitäten ergeben sich der Vektor der Sensitivitäten s und daraus der Vektor der Indizes \mathbb{I}

$$s = \begin{bmatrix} -0.9152 \\ 0.5006 \\ 0.3206 \\ 0.4837 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{I} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Aufbauend darauf ergeben sich durch weitere Anwendung der Methode die Matrizen der Designvariablenvektoren zu

$$X_1 = \begin{bmatrix} 78 & 80 & 80 & 66 & 80 & 66 \\ 55 & 55 & 55 & 54 & 54 & 54 \\ 6 & 5 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 7 & 7 & 6 & 8 & 8 & 7 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 80 & 80 \\ 61 & 61 \\ 5 & 6 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 79 \\ 55 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

Jede Spalte in den Matrizen stellt einen Designvariablenvektor dar. Das Zusammenführen der einzelnen Matrizen erfolgt nach dem beschriebenen Schema zu

$$X = \begin{bmatrix} 80 & 80 & 79 & 78 & 80 & 80 & 66 & 80 & 66 \\ 61 & 61 & 55 & 55 & 55 & 55 & 54 & 54 & 54 \\ 5 & 6 & 5 & 6 & 5 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 7 & 6 & 7 & 7 & 7 & 6 & 8 & 8 & 7 \end{bmatrix}.$$

Die abschließende Auswertung in der Zielfunktion erfolgt ebenfalls spaltenweise. In diesem Fall konnte keiner der Vektoren zu einer Verbesserung des Zielfunktionswerts führen.

B Materialmodelle des Brombutylkautschuks

B.1 Materialmodell V2018

Tabelle B.1: PRONY-Parameter des Brombutylkautschuks V2018

Index [-]	G_i [Pa]	τ_i [s]	Index [-]	G_i [Pa]	τ_i [s]
1	$2.980 \cdot 10^5$	$5.000 \cdot 10^{-1}$	8	$1.184 \cdot 10^7$	$1.756 \cdot 10^{-5}$
2	$4.936 \cdot 10^4$	$1.155 \cdot 10^{-1}$	9	$2.409 \cdot 10^7$	$4.056 \cdot 10^{-6}$
3	$2.226 \cdot 10^5$	$2.668 \cdot 10^{-2}$	10	$4.644 \cdot 10^7$	$9.369 \cdot 10^{-7}$
4	$4.184 \cdot 10^5$	$6.164 \cdot 10^{-3}$	11	$5.670 \cdot 10^7$	$2.164 \cdot 10^{-7}$
5	$1.208 \cdot 10^6$	$1.424 \cdot 10^{-3}$	12	$2.301 \cdot 10^8$	$5.000 \cdot 10^{-8}$
6	$2.253 \cdot 10^6$	$3.290 \cdot 10^{-4}$	∞	$1.221 \cdot 10^6$	-
7	$5.220 \cdot 10^6$	$7.600 \cdot 10^{-5}$			

Tabelle B.2: WLF und ARRHENIUS-Parameter des Brombutylkautschuks V2018

C_1 [-]	C_2 [K]	T_{Ref} [K]	$W_{A,G'}$ [J/mol]	$W_{A,G''}$ [J/mol]
7.44	160.65	293.15	3500	3500

B.2 Materialmodell V2020

Tabelle B.3: PRONY-Parameter des Brombutylkautschuks V2020

Index [-]	G_i [Pa]	τ_i [s]	Index [-]	G_i [Pa]	τ_i [s]
1	$4.045 \cdot 10^4$	$1.000 \cdot 10^4$	15	$1.002 \cdot 10^6$	$1.000 \cdot 10^{-3}$
2	$4.276 \cdot 10^4$	$3.162 \cdot 10^3$	16	$1.962 \cdot 10^6$	$3.162 \cdot 10^{-4}$
3	$5.985 \cdot 10^4$	$1.000 \cdot 10^3$	17	$3.824 \cdot 10^6$	$1.000 \cdot 10^{-4}$
4	$7.428 \cdot 10^4$	$3.162 \cdot 10^2$	18	$7.580 \cdot 10^6$	$3.162 \cdot 10^{-5}$
5	$5.995 \cdot 10^4$	$1.000 \cdot 10^2$	19	$1.526 \cdot 10^7$	$1.000 \cdot 10^{-5}$
6	$7.379 \cdot 10^4$	$3.162 \cdot 10^1$	20	$2.651 \cdot 10^7$	$3.162 \cdot 10^{-6}$
7	$7.967 \cdot 10^4$	$1.000 \cdot 10^1$	21	$4.224 \cdot 10^7$	$1.000 \cdot 10^{-6}$
8	$8.387 \cdot 10^4$	$3.162 \cdot 10^0$	22	$5.911 \cdot 10^7$	$3.162 \cdot 10^{-7}$
9	$1.049 \cdot 10^5$	$1.000 \cdot 10^0$	23	$6.895 \cdot 10^7$	$1.000 \cdot 10^{-7}$
10	$1.250 \cdot 10^5$	$3.162 \cdot 10^{-1}$	24	$9.909 \cdot 10^7$	$3.162 \cdot 10^{-8}$
11	$1.614 \cdot 10^5$	$1.000 \cdot 10^{-1}$	25	$1.610 \cdot 10^8$	$1.000 \cdot 10^{-8}$
12	$2.278 \cdot 10^5$	$3.162 \cdot 10^{-2}$	26	$1.164 \cdot 10^2$	$3.162 \cdot 10^{-9}$
13	$3.341 \cdot 10^5$	$1.000 \cdot 10^{-2}$	27	$2.538 \cdot 10^{-1}$	$1.000 \cdot 10^{-9}$
14	$5.495 \cdot 10^5$	$3.162 \cdot 10^{-3}$	∞	$7.473 \cdot 10^5$	-

Tabelle B.4: WLF und ARRHENIUS-Parameter des Brombutylkautschuks V2020

C_1 [-]	C_2 [K]	T_{Ref} [K]	$W_{A,G'}$ [J/mol]	$W_{A,G''}$ [J/mol]
7.26	166.25	293.15	2010	2010

B.3 Materialmodell V2022

Tabelle B.5: PRONY-Parameter des Brombutylkautschuks V2022

Index [-]	G_i [Pa]	τ_i [s]	Index [-]	G_i [Pa]	τ_i [s]
1	$1.395 \cdot 10^5$	$1.000 \cdot 10^3$	15	$1.802 \cdot 10^6$	$3.455 \cdot 10^{-4}$
2	0	$3.455 \cdot 10^2$	16	$3.207 \cdot 10^6$	$1.194 \cdot 10^{-4}$
3	$3.144 \cdot 10^4$	$1.194 \cdot 10^2$	17	$5.870 \cdot 10^6$	$4.125 \cdot 10^{-5}$
4	$5.013 \cdot 10^4$	$4.125 \cdot 10^1$	18	$1.126 \cdot 10^7$	$1.425 \cdot 10^{-5}$
5	$5.409 \cdot 10^4$	$1.425 \cdot 10^1$	19	$2.136 \cdot 10^7$	$4.924 \cdot 10^{-6}$
6	$6.052 \cdot 10^4$	$4.924 \cdot 10^0$	20	$3.076 \cdot 10^7$	$1.701 \cdot 10^{-6}$
7	$6.937 \cdot 10^4$	$1.701 \cdot 10^0$	21	$4.530 \cdot 10^7$	$5.878 \cdot 10^{-7}$
8	$8.494 \cdot 10^4$	$5.878 \cdot 10^{-1}$	22	$7.018 \cdot 10^7$	$2.031 \cdot 10^{-7}$
9	$7.445 \cdot 10^4$	$2.031 \cdot 10^{-1}$	23	$8.917 \cdot 10^7$	$7.017 \cdot 10^{-8}$
10	$1.297 \cdot 10^5$	$7.017 \cdot 10^{-2}$	24	$1.316 \cdot 10^8$	$2.424 \cdot 10^{-8}$
11	$1.525 \cdot 10^5$	$2.424 \cdot 10^{-2}$	25	$7.600 \cdot 10^7$	$8.377 \cdot 10^{-9}$
12	$2.997 \cdot 10^5$	$8.377 \cdot 10^{-3}$	26	$1.841 \cdot 10^8$	$2.894 \cdot 10^{-9}$
13	$5.373 \cdot 10^5$	$2.894 \cdot 10^{-3}$	27	$1.720 \cdot 10^8$	$1.000 \cdot 10^{-9}$
14	$1.027 \cdot 10^6$	$1.000 \cdot 10^{-3}$	∞	$7.495 \cdot 10^5$	-

Tabelle B.6: WLF und ARRHENIUS-Parameter des Brombutylkautschuks V2022

C_1 [-]	C_2 [K]	T_{Ref} [K]	$W_{A,G'}$ [J/mol]	$W_{A,G''}$ [J/mol]
7.06	162.32	293.15	2210	2210

C Iterativer Eigenwertlöser

Iterativer Eigenwertlöser

Schritt 1: Definieren der Start-Kreisfrequenzen:

$$\omega_1, \omega_2 \quad \omega_1 \neq \omega_2$$

Schritt 2: for-Schleife für beide Kreisfrequenzen:

for $k = 1, 2$ do

Schritt 2a: Bestimmung des komplexen Schubmoduls:

$$G^* = G^*(\omega_k)$$

Schritt 2b: Aufstellen der komplexen Steifigkeitsmatrix:

$$K^* = K^*(G^*)$$

Schritt 2c: Lösen des komplexen Eigenwertproblems:

$$\left[-\lambda_r^{*2} M + K^* \right] \phi_r^* = \mathbf{0}.$$

Schritt 2d: Berechnung der Eigenkreisfrequenz und der Differenz $\Delta_{r,k}$:

$$\omega_{r,k} = \sqrt{\Re\{\lambda_r^{*2}\}}, \quad \Delta_{r,k} = \omega_k - \omega_{r,k}$$

end for

Schritt 3: Berechnung einer verbesserten Kreisfrequenz ω_n durch *regula falsi*:

$$\omega_n = \frac{\omega_1 \cdot \Delta_{r,2} - \omega_2 \cdot \Delta_{r,1}}{\Delta_{r,2} - \Delta_{r,1}}$$

Schritt 4: Wiederholung der Schritte 2a - 2d für verbesserte Kreisfrequenz:

$$\omega_n \rightarrow |\Delta_{r,n}|$$

Schritt 5: Überprüfung auf Konvergenz durch Grenzwert χ :

if $|\Delta_{r,n}| < \chi$ then

Erfüllung des Konvergenzkriteriums und Entnahme der modalen Parameter:

$$\omega_n \rightarrow \lambda_r^{*2}, \phi_r^*$$

else

Fortsetzung des Algorithmus ab Schritt 3 mit folgenden Parametern:

$$\omega_1 = \omega_2, \quad \Delta_{r,1} = \Delta_{r,2}$$

$$\omega_2 = \omega_n, \quad \Delta_{r,2} = \Delta_{r,n}$$

end if

D Weiterführende Informationen zur Vibroplatte

Dieses Kapitel beinhaltet weiterführende Informationen zu den Untersuchungen an der Vibroplatte. In Abschnitt D.1 wird das *Model Updating* des FE-Modells auf Basis von Experimentaldaten eines Modaltests präsentiert. In Abschnitt D.2 sind außerdem die numerisch berechneten bzw. experimentell identifizierten Moden der gedämpften Vibroplatte veranschaulicht.

D.1 Model Updating

Für das *Model Updating* des FE-Modells der ungedämpften Vibroplatte wurden Experimentaldaten benötigt, die aus einem Modaltest ermittelt wurden. Der grundlegende Versuchsaufbau und die Durchführung des Modaltests werden in Abschnitt 7.2.1 beschrieben. Aus [28] ist bekannt, dass für die Ermittlung eines vollständigen modalen Modells der Vibroplatte die Anregung an verschiedenen Positionen notwendig ist, da einige Anregungspunkte in unmittelbarer Nähe von Schwingungsknoten einzelner Moden liegen. Daher wurde die Struktur an fünf unterschiedlichen Anregungskreuzen, jeweils die äußeren Ecken und in der Mitte, angeregt. Die modale Identifikation aus den FRFs erfolgte wiederum auf Basis des LSCF-Algorithmus bis zu einer Frequenz von 420 Hz. Wie sich im weiteren Verlauf herausstellte, konnten jedoch nur Moden bis zu einer Frequenz von

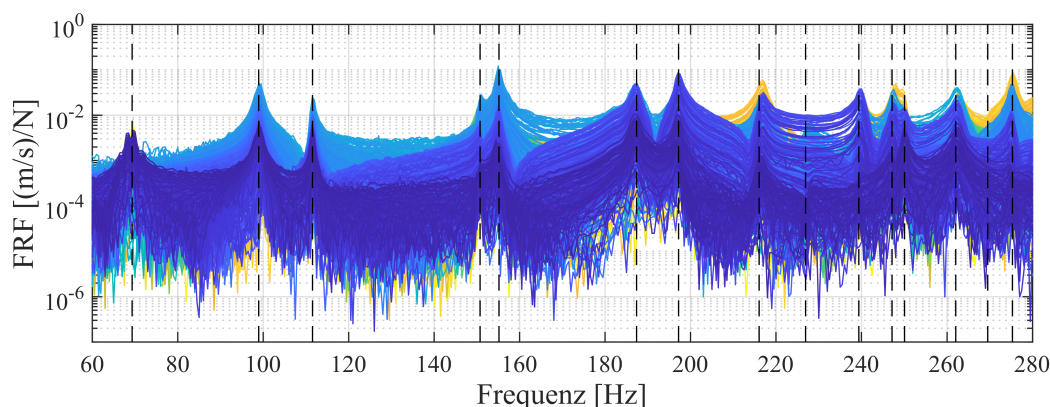
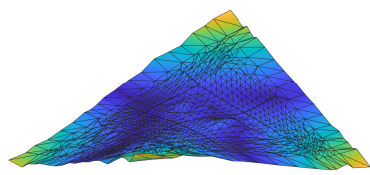
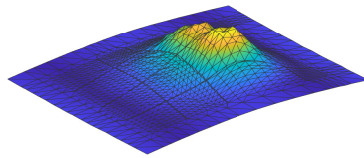


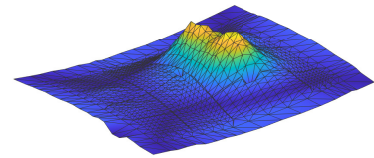
Abbildung D.1: Bezüglich des oberen rechten Anregungspunkts gemessene FRFs innerhalb des für das *Model Updating* relevanten Frequenzbereichs. Die gestrichelten Linien kennzeichnen die Lage der identifizierten Resonanzstellen.



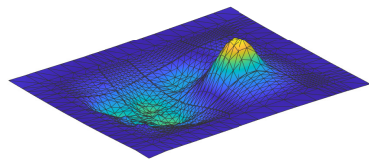
(a) Mode 1 (69 Hz)



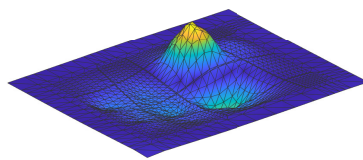
(b) Mode 2 (99 Hz)



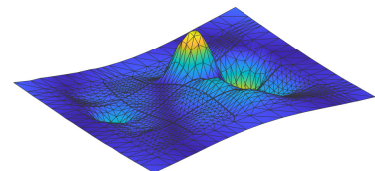
(c) Mode 3 (112 Hz)



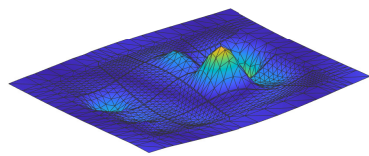
(d) Mode 4 (151 Hz)



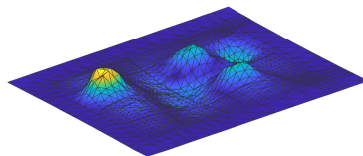
(e) Mode 5 (155 Hz)



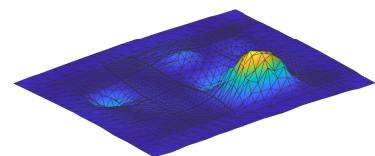
(f) Mode 6 (187 Hz)



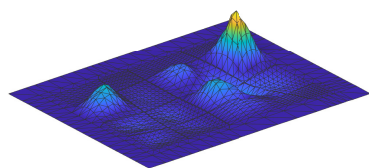
(g) Mode 7 (197 Hz)



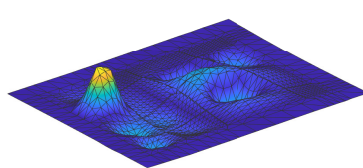
(h) Mode 8 (216 Hz)



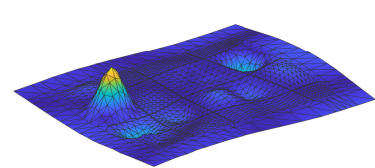
(i) Mode 9 (227 Hz)



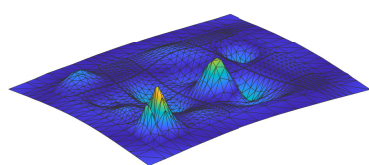
(j) Mode 10 (239 Hz)



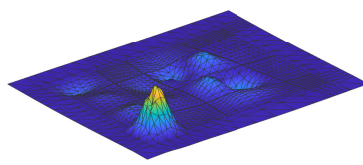
(k) Mode 11 (247 Hz)



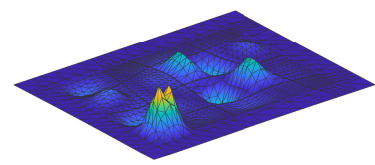
(l) Mode 12 (250 Hz)



(m) Mode 13 (262 Hz)



(n) Mode 14 (270 Hz)



(o) Mode 15 (275 Hz)

Abbildung D.2: Eigenmoden der ungedämpften Vibroplatte für die identifizierten Resonanzstellen

275 Hz mit dem FE-Modell korreliert werden. **Abbildung D.1** zeigt die gemessenen FRFs bezüglich des oberen rechten Anregungspunkts sowie die identifizierten Resonanzstellen in diesem Bereich. In **Abb. D.2** sind außerdem die entsprechenden Moden dargestellt. Hierbei ist auffällig, dass die ersten Moden noch ein globales Verschiebungsfeld aufweisen, während höhere Moden lediglich einzelne Hautfelder betreffen und der globalen Verformung überlagert sind.

Das Ziel des *Model Updating* im Kontext dieser Arbeit ist es, das Systemverhalten des FE-Modells bestmöglich an jenes der realen Struktur anzupassen. Eine Voraussetzung ist daher die Annahme, dass das experimentell identifizierte Modell perfekt ist. Für das *Model Updating* steht eine Vielzahl an verschiedenen Methoden und Strategien zur Verfügung, deren detaillierte Vorstellung jedoch außerhalb des Rahmens der vorliegenden Arbeit liegt. Daher wird an dieser Stelle auf die Grundlagenliteratur verwiesen [38]. Nichtsdestotrotz werden die wichtigsten Grundsätze, die für das Vorgehen in dieser Arbeit berücksichtigt wurden, im nachfolgenden kurz zusammengefasst. Nach MOTTERSHEAD ET AL. [92] sollte das für das *Model Updating* notwendige Gleichungssystem überbestimmt sein. Daraus folgt, dass die Anzahl der anzupassenden Modellparameter geringer sein sollte als die Anzahl an Zielfunktionen. Bei der Wahl der anzupassenden Parameter ist zu beachten, dass ein physikalischer Zusammenhang zum lokalen und globalen Strukturverhalten besteht und die Zielfunktionsgröße sensitiv auf Änderungen der Parameter reagiert. Die Modellierung der Steifigkeit ist mit größeren Unsicherheiten behaftet als die Modellierung der Masse, weshalb Fehler im Modell mit höherer Wahrscheinlichkeit auf die Steifigkeitsmodellierung zurückzuführen sind [92].

Den o. g. Grundsätzen folgend, wurde das FE-Modell der Vibroplatte in 23 Subkomponenten aufgeteilt, wie in **Abb. D.3** veranschaulicht. Auf diese Weise war es möglich, lokale Ungenauigkeiten im FE-Modell durch komponentenweise Anpassung abzumindern. Da die Masse der Struktur hervorragend mit jener des FE-Modells übereinstimmt

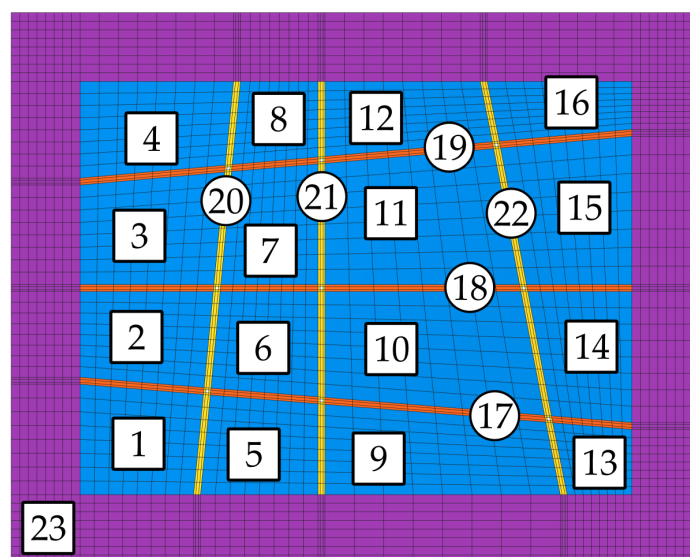


Abbildung D.3: Aufteilung des FE-Modells der Vibroplatte in Subkomponenten

($\Delta m = 0.04 \%$) und eine inhomogene Dichteverteilung aufgrund des Fertigungsverfahrens ausgeschlossen werden konnte, erschien eine Anpassung der Masseneigenschaften als ungeeignet. Stattdessen wurden die Steifigkeiten der 23 Subkomponenten angepasst, um das Modell auf das identifizierte Strukturverhalten abzustimmen. Dafür wurden skalare Faktoren γ_i verwendet, mit denen die Steifigkeitsmatrizen \mathbf{K}_i der Subkomponenten multipliziert werden. Die Gesamtsteifigkeit ergibt sich damit aus der Summe der Ausgangssteifigkeitsmatrix \mathbf{K}_{Ref} und der Summe aller Subkomponenten

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\text{Ref}} + \sum_{i=1}^{23} \gamma_i \mathbf{K}_i. \quad (\text{D.1})$$

Als Zielgrößen dienten die identifizierten Eigenfrequenzen und Eigenmoden. Bei den Eigenfrequenzen wurde der relative systematische Fehler w_r aufgrund der Netzfeinheit für jede Frequenz über

$$f_{\text{Sys},r} = (1 + w_r) f_{\text{Exp},r} \quad (\text{D.2})$$

individuell berücksichtigt, wobei $f_{\text{Sys},r}$ die mit dem systematischen Fehler behafteten und $f_{\text{Exp},r}$ die als korrekt angenommenen, identifizierten Eigenfrequenzen sind. Die Eigenvektoren sind hinsichtlich ihres Maximalwerts normiert.

Für die Durchführung des *Model Updating* wurde auf die Software FEMTOOLS 4.2 zurückgegriffen [31]. Hierbei ist zu erwähnen, dass die Parameteranpassung nicht vollautomatisch dem Programm überlassen wurde, sondern die Prozessparameter manuell angepasst wurden. Dies war insbesondere immer dann der Fall, wenn sich im Zuge der Parameteranpassung neue Korrelationen zwischen weiteren Moden ergaben. Grundsätzlich lässt sich das Vorgehen folgendermaßen zusammenfassen: Im ersten Schritt wurden die Moden des Ausgangsmodells den identifizierten Moden aus dem Modaltest zugeordnet. Als nächstes wurden mit den Eigenfrequenzen und modalen Verschiebungen der korrelierten Moden Zielgrößen definiert. Hierbei wurden jedoch nur jene Einträge der Eigenvektoren berücksichtigt, die einen Grenzwert von 30 % bzw. 10 % relativ zur maximalen modalen Verschiebung überschritten. Auf diese Weise wurde gewährleistet, dass das resultierende Gleichungssystem stark überbestimmt ist und die charakteristischen Merkmale der Schwingungsformen bei der Parameteranpassung mit einfließen. Gleichzeitig wurde durch den Grenzwert verhindert, dass das resultierende Gleichungssystem zu rechen- und zeitintensiv wurde. Zusätzlich wurden Gewichtungsfaktoren (engl.: *scatter values*) definiert, mit denen der Einfluss der Zielgrößen auf die Zielfunktion gesteuert wurde. Sowohl der Grenzwert für die Auswahl der modalen Verschiebungen als auch die Gewichtungsfaktoren variierten im Zuge der Parameteranpassung. Die modalen Verschiebungen wurden aufgrund der höheren Unsicherheit jedoch immer schwächer gewichtet (5 % bzw. 2 %) als die Eigenfrequenzen. Außerdem wurde für einen Iterationsschritt eine maximale Parameteränderung von 0.5 % festgelegt, um ein Divergieren der Modellanpassung zu verhindern.

Die aus dem *Model Updating* resultierenden Steifigkeitsänderungen und damit einhergehenden Änderungen der Eigenfrequenzabweichungen sind in **Abb. D.4** dargestellt. Wie

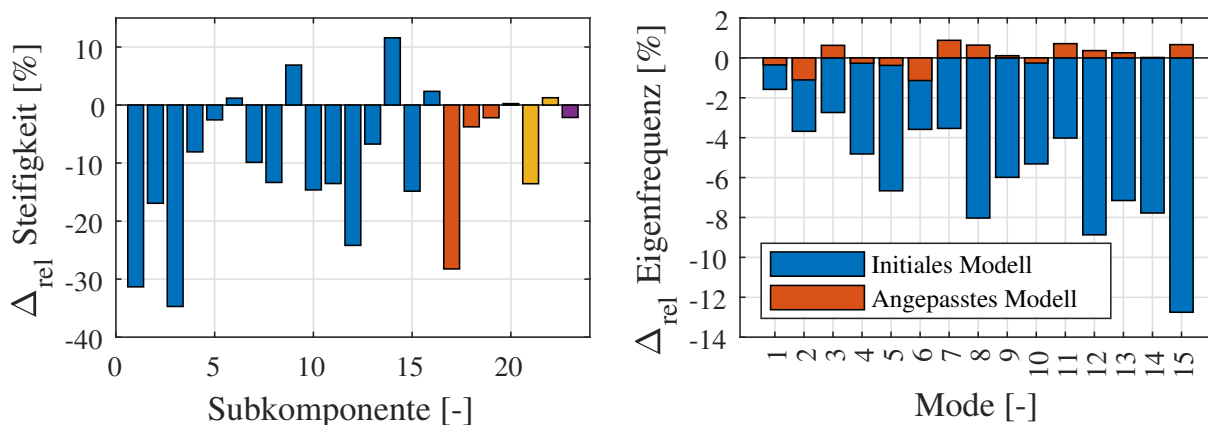


Abbildung D.4: **Links:** Steifigkeitsänderung der Subkomponenten im Vergleich zur Ausgangssteifigkeit. **Rechts:** Abweichung der Eigenfrequenzen des initialen und geupdate-ten FE-Modells bezogen auf die Experimentaldaten.

zu erwarten, treten die größten Anpassungen für die Hautfelder auf. Die Steifigkeiten der Rippen (mit Ausnahme der untersten Horizontalrippe) und des Rahmens weisen dagegen keine signifikanten Änderungen auf. Erstaunlich sind die Änderungen um mehr als 30 %. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Dicke der Hautfelder mit 1 mm sehr dünn ist. Eine Abweichung um nur 0.1 mm verändert das Flächenträgheitsmoment und damit die Biegesteifigkeit um mehr als 25 %. Insofern liegt die Steifigkeitsänderung durch das *Model Updating* um 30 % im realistischen Bereich. Diese Erklärung trifft allerdings nicht auf die hohe Steifigkeitsänderung der unteren Horizontalrippe zu. Hier bleibt der physikalische Grund unklar.

Hinsichtlich der Eigenfrequenzen ist eine deutliche Verbesserung zu verzeichnen. Lag die durchschnittliche absolute Abweichung der Eigenfrequenz vor dem *Model Updating* noch bei 5.77 %, beträgt diese danach lediglich 0.52 %. Ein ebenfalls gutes Ergebnis zeigt der Vorher-Nachher-Vergleich der MAC-Matrizen in **Abb. D.5** Während sich vor dem *Model Updating* auf der Hauptdiagonalen nur neun korrelierte Moden befanden, korrelierten nach der Anpassung 15 Moden. In diesem Zusammenhang sei erwähnt, dass der MAC-

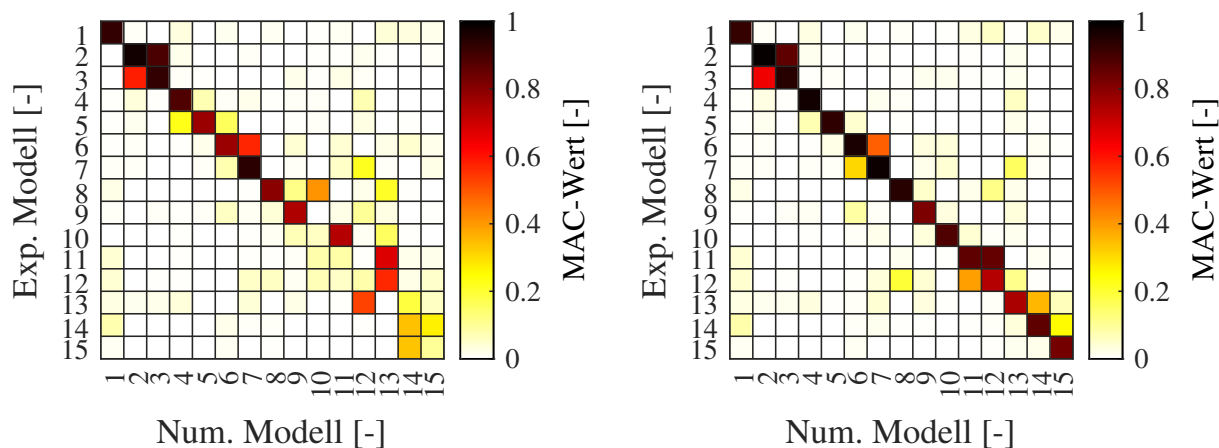


Abbildung D.5: MAC-Matrix (**links**) vor und (**rechts**) nach dem *Model Updating*

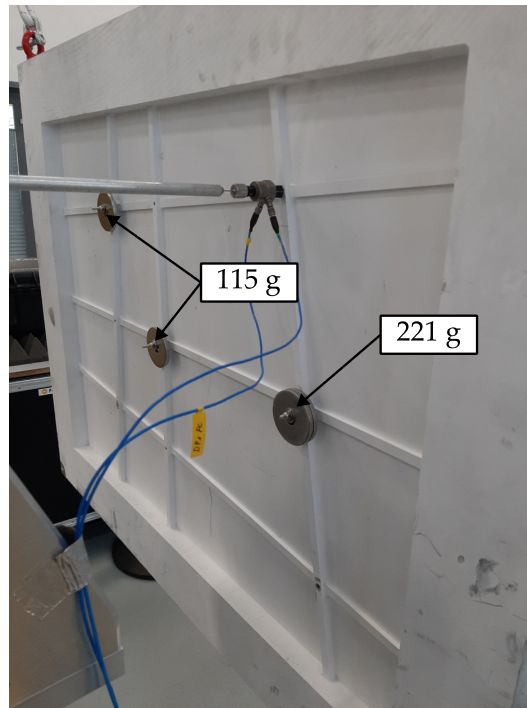


Abbildung D.6: Verteilung der Zusatzmassen auf den Anregungskreuzen der Vibroplatte

Wert der ersten acht Moden über 0.9 beträgt, während dieser für die Moden neun bis 15 mit Werten zwischen 0.7 und 0.9 etwas geringer ist.

Um das angepasste FE-Modell zu validieren, wurde ein weiterer Modaltest unter veränderten Randbedingungen durchgeführt. Dazu wurden verschiedene Zusatzmassen an den Anregungskreuzen fixiert und diese äquivalent im FE-Modell modelliert. **Abbildung D.6** zeigt den veränderten Aufbau. Das weitere Vorgehen war im Vergleich zum Modaltest an der Basisstruktur unverändert.

Ein Vergleich zwischen den Eigenfrequenzabweichungen sowie die resultierende MAC-

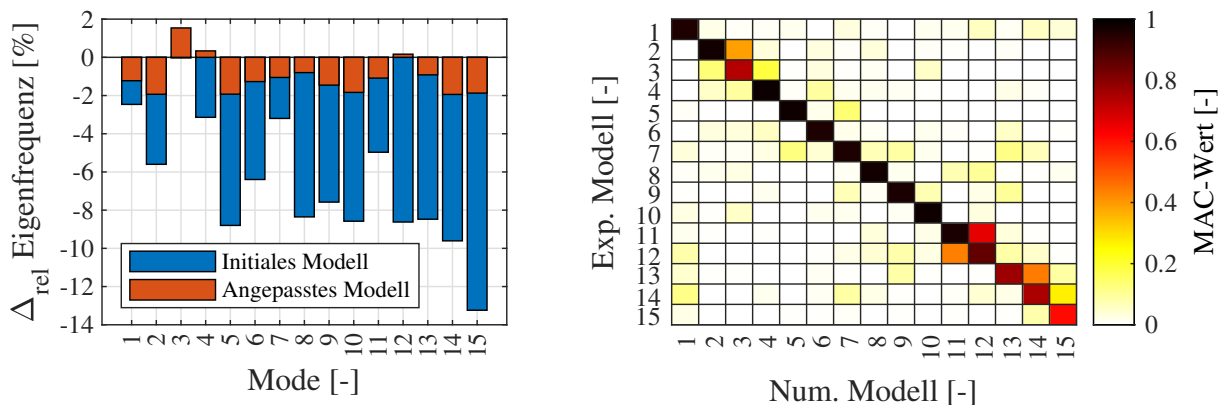
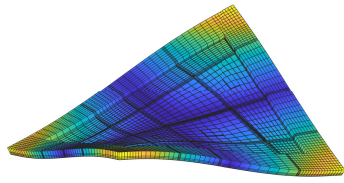


Abbildung D.7: **Links:** Abweichung der Eigenfrequenzen des initialen und angepassten FE-Modells im Vergleich zu den Experimentaldaten bei veränderten Randbedingungen. **Rechts:** MAC-Matrix des angepassten und experimentellen modalen Modells bei veränderten Randbedingungen.

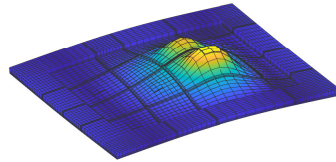
Matrix ist in **Abb. D.7** dargestellt. Die durchschnittlichen, absoluten Abweichungen der Eigenfrequenzen betragen unter den veränderten Randbedingungen für das Anfangsmodell 6.60 % und für das angepasste FE-Modell 1.29 %. Die MAC-Matrix weist zwar immer noch eine dominante Hauptdiagonale auf, allerdings ist auch bei diesem Versuch die Korrelation der höheren Moden schlechter als im unteren Frequenzbereich. Dasselbe trifft in diesem Fall mit einem Wert von 0.74 auch auf Mode 3 zu.

Auf Basis der vorliegenden Ergebnisse erscheint das angepasste FE-Modell als valide. Für den weiteren Gebrauch ist zu berücksichtigen, dass die Übereinstimmung der Schwingungsformen mit den Experimentaldaten bei zunehmender Frequenz leicht abnimmt.

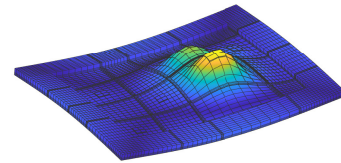
D.2 Eigenmoden der gedämpften Vibroplatte



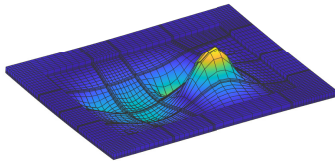
(a) Mode 1 (70 Hz)



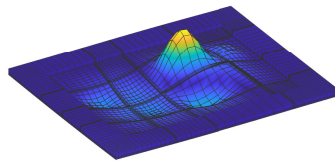
(b) Mode 2 (98 Hz)



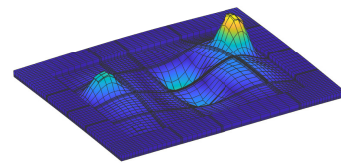
(c) Mode 3 (109 Hz)



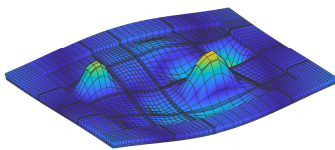
(d) Mode 4 (145 Hz)



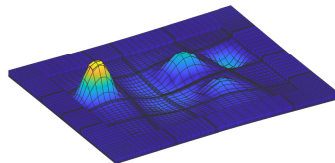
(e) Mode 5 (154 Hz)



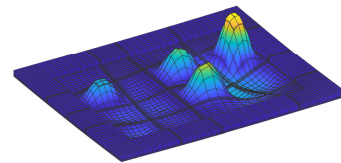
(f) Mode 6 (182 Hz)



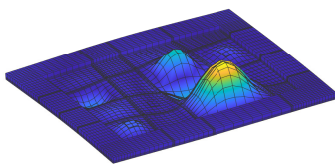
(g) Mode 7 (191 Hz)



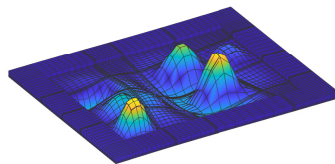
(h) Mode 8 (197 Hz)



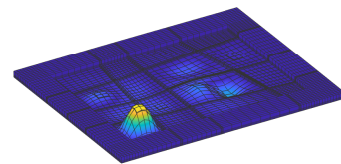
(i) Mode 9 (217 Hz)



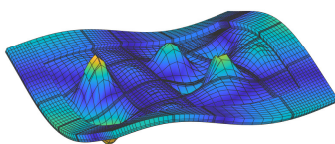
(j) Mode 10 (225 Hz)



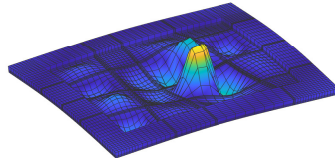
(k) Mode 11 (231 Hz)



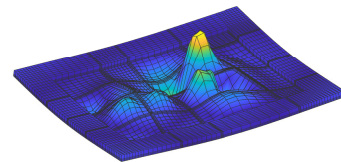
(l) Mode 12 (240 Hz)



(m) Mode 13 (249 Hz)

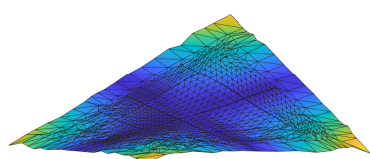


(n) Mode 14 (259 Hz)

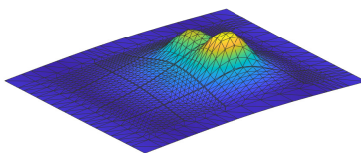


(o) Mode 15 (266 Hz)

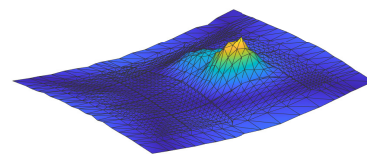
Abbildung D.8: Numerisch ermittelte Eigenmoden der gedämpften Vibroplatte



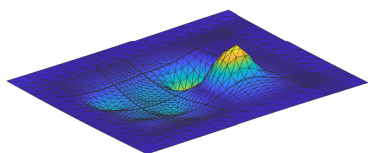
(a) Mode 1 (69 Hz)



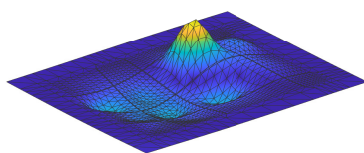
(b) Mode 2 (95 Hz)



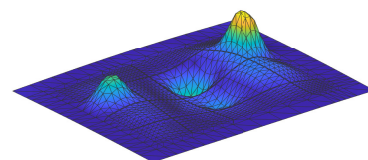
(c) Mode 3 (109 Hz)



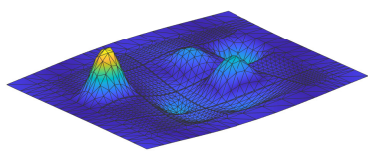
(d) Mode 4 (141 Hz)



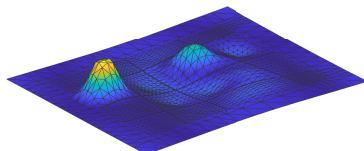
(e) Mode 5 (150 Hz)



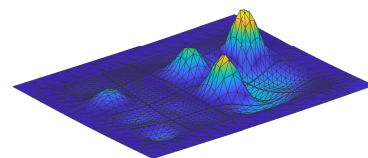
(f) Mode 6 (177 Hz)



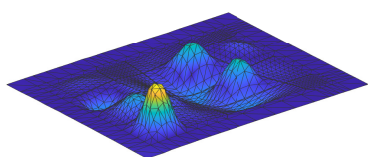
(g) Mode 7 (188 Hz)



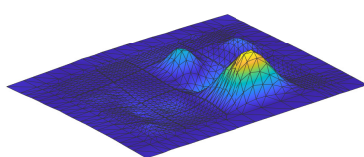
(h) Mode 8 (192 Hz)



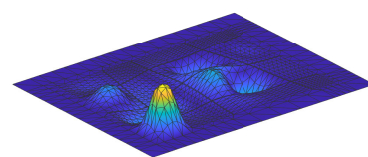
(i) Mode 9 (213 Hz)



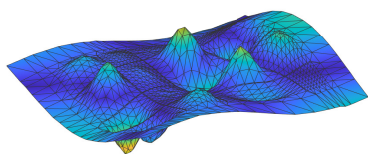
(j) Mode 10 (223 Hz)



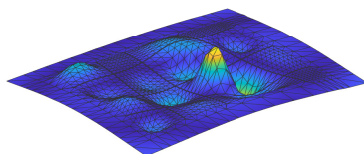
(k) Mode 11 (224 Hz)



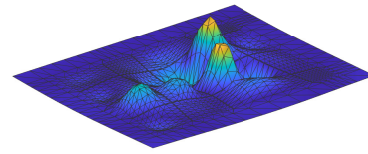
(l) Mode 12 (241 Hz)



(m) Mode 13 (246 Hz)



(n) Mode 14 (255 Hz)



(o) Mode 15 (266 Hz)

Abbildung D.9: Experimentell identifizierte Eigenmoden der gedämpften Vibroplatte

E Aufbauschema der CLD-Deckschichten des Helikopter-Höhenleitwerks

In Tab. E.1 ist der Lagenaufbau der CLD-Deckschichten des HLW in Abhängigkeit vom natürlichen Zahlenwert der Designvariablen x_2 und x_{11} dargestellt. Als A- und B-Lagen sind Gewebe-Lagen mit den Faser-Orientierungen $90^\circ/0^\circ$ bzw. $+45^\circ/-45^\circ$ bezeichnet. UD-Lagen sind unidirektionale Lagen, die sich ausschließlich aus Fasern mit 0° -Orientierung zusammensetzen.

Tabelle E.1: Lagenaufbau der CLD-Deckschichten des HLW in Abhängigkeit des Zahlenwerts der Designvariablen x_2 und x_{11}

Integer-Wert	Aufbau-Schema	A-Lagen	B-Lagen	UD-Lagen
1	A-B-UD-B-A	2	2	1
2	A-UD-B-UD-A	2	1	2
3	A-B-3UD-B-A	2	2	3
4	A-2UD-B-2UD-A	2	1	4
5	A-2UD-B-UD-B-2UD-A	2	2	5
6	A-3UD-B-3UD-A	2	1	6
7	A-3UD-B-UD-B-3UD-A	2	2	7
8	A-4UD-B-4UD-A	2	1	8
9	A-4UD-B-UD-B-4UD-A	2	2	9
10	A-4UD-B-2UD-B-4UD-A	2	2	10
11	A-4UD-B-3UD-B-4UD-A	2	2	11
12	A-4UD-B-4UD-B-4UD-A	2	2	12
13	A-4UD-A-2UD-B-UD-B-2UD-A-4UD-A	4	2	13
14	A-4UD-A-3UD-B-3UD-A-4UD-A	4	1	14
15	A-4UD-A-3UD-B-UD-B-3UD-A-4UD-A	4	2	15
16	A-4UD-A-4UD-B-4UD-A-4UD-A	4	1	16
17	A-4UD-A-4UD-B-UD-B-4UD-A-4UD-A	4	2	17

Literaturverzeichnis

- [1] 3M DEUTSCHLAND GMBH: *3MTM Dämpfungsfolie 2552, Silber, 51 mm x 33m, 0.25 mm*. https://www.3mdeutschland.de/3M/de_DE/p/d/b40067948, Abruf: 24.10.2024
- [2] ADHIKARI, S. ; WOODHOUSE, J.: Quantification of non-viscous damping in discrete linear systems. In: *Journal of Sound and Vibration* 260 (2003), Nr. 3, S. 499–518
- [3] AIRBUS HELICOPTERS: *Bluecopter: Umweltfreundliche Zukunftstechnologien von Airbus Helicopters starten durch*. https://www.airbushelicopters.com/website/de/press/Bluecopter:-Umweltfreundliche-Zukunftstechnologien-von-Airbus-Helicopters-starten-durch_1801.html, Abruf: 07.05.2024
- [4] ALLEMANG, R. J.: The modal assurance criterion - twenty years of use and abuse. In: *Sound and Vibration* 37 (2003), Nr. 8, S. 14–23
- [5] ALTENBACH, H. ; ALTENBACH, J. ; KISSING, W.: *Mechanics of Composite Structural Elements*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2013. – ISBN 978–3–662–08589–9
- [6] ALVELID, M.: Optimal position and shape of applied damping material. In: *Journal of Sound and Vibration* 310 (2008), Nr. 4, S. 947–965
- [7] ARAÚJO, A. L. ; MARTINS, P. ; MOTA SOARES, C. M. ; MOTA SOARES, C. A. ; HERSKOVITS, J.: Damping optimization of viscoelastic laminated sandwich composite structures. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 39 (2009), S. 569–579
- [8] ARAÚJO, A. L. ; MOTA SOARES, C. M. ; MOTA SOARES, C. A.: Finite Element Model for Hybrid Active-Passive Damping Analysis of Anisotropic Laminated Sandwich Structures. In: *Journal of Sandwich Structures & Materials* 12 (2010), Nr. 4, S. 397–419
- [9] ARAÚJO, A. L. ; MOTA SOARES, C. M. ; MOTA SOARES, C. A.: A Viscoelastic Sandwich Finite Element Model for the Analysis of Passive, Active and Hybrid Structures. In: *Applied Composite Materials* 17 (2010), S. 529–542
- [10] BAGLEY, R. L. ; TORVIK, P. J.: Fractional calculus - A different approach to the analysis of viscoelastically damped structures. In: *AIAA Journal* 21 (1983), Nr. 5, S. 741–748
- [11] BAGLEY, R. L. ; TORVIK, P. J.: On the Fractional Calculus Model of Viscoelastic Behavior. In: *Journal of Rheology* 30 (1986), Nr. 1, S. 133–155
- [12] BALMES, E. ; CORUS, M. ; BAUMHAUER, S. ; JEAN, P. ; LOMBARD, J.-P.: Constrained Viscoelastic Damping, Test/Analysis Correlation on an Aircraft Engine. In:

- PROULX, T. (Hrsg.): *Structural Dynamics, Volume 3: Proceedings of the 28th IMAC, A Conference on Structural Dynamics, 2010*. Part 1. New York : Springer, 2011. – ISBN 978-1-4419-9834-7, S. 1177–1185
- [13] BATHE, K. J.: *Finite Element Procedures*. Upper Saddle River, New Jersey : Prentice Hall, 1996. – ISBN 0-13-301458-4
- [14] BENDSØE, M. P. ; SIGMUND, O.: *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*. Second Edition. Berlin, Heidelberg : Springer, 2004. – ISBN 978-3-662-05086-6
- [15] BIOT, M. A.: Theory of Stress-Strain Relations in Anisotropic Viscoelasticity and Relaxation Phenomena. In: *Journal of Applied Physics* 25 (1954), Nr. 11, S. 1385–1391
- [16] BREITBACH, E. J.: Recent Developments in Multiple Input Modal Analysis. In: *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design* 110 (1988), Nr. 4, S. 478–484
- [17] BRINSON, H. F. ; BRINSON, L. C.: *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity: An Introduction*. New York : Springer, 2008. – ISBN 978-0-387-73861-1
- [18] CHAKRABORTY, B. C. ; RATNA, D.: *Polymers for Vibration Damping Applications*. Amsterdam : Elsevier, 2020. – ISBN 978-0-12-819252-8
- [19] CHOOTINAN, P. ; CHEN, A.: Constraint handling in genetic algorithms using a gradient-based repair method. In: *Computers & Operations Research* 33 (2006), Nr. 8, S. 2263–2281
- [20] CHOUDALAKIS, G. ; GOTSIS, A. D.: Free volume and mass transport in polymer nanocomposites. In: *Current Opinion in Colloid & Interface Science* 17 (2012), Nr. 3, S. 132–140
- [21] CHRISTENSEN, R. M.: *Theory of viscoelasticity: An introduction*. Second Edition. New York : Academic Press Inc., 1982. – ISBN 0-12-174252-0
- [22] COELLO COELLO, C. A.: Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: a survey of the state of the art. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 191 (2002), Nr. 11, S. 1245–1287
- [23] COLLINS, T. ; KOCHERSBERGER, K.: Constrained Layer Damping Test Results for Aircraft Landing Gear. In: PROULX, T. (Hrsg.): *Structural Dynamics, Volume 3: Proceedings of the 28th IMAC, A Conference on Structural Dynamics, 2010*. Part 1. New York : Springer, 2011. – ISBN 978-1-4419-9834-7, S. 303–314
- [24] CUNHA-FILHO, A. G. ; DE LIMA, A. M. G. ; DONADON, M. V. ; LEÃO, L. S.: Flutter suppression of plates using passive constrained viscoelastic layers. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 79 (2016), S. 99–111
- [25] DAYA, E. M. ; POTIER-FERRY, M.: A numerical method for nonlinear eigenvalue problems application to vibrations of viscoelastic structures. In: *Computers & Structures* 79 (2001), Nr. 5, S. 533–541

- [26] DE CAZENOVE, J. ; RADE, D. A. ; DE LIMA, A. M. G. ; ARAÚJO, C. A.: A numerical and experimental investigation on self-heating effects in viscoelastic dampers. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 27 (2012), S. 433–445
- [27] DEEP, K. ; SINGH, K. P. ; KANSAL, M. L. ; MOHAN, C.: A real coded genetic algorithm for solving integer and mixed integer optimization problems. In: *Applied Mathematics and Computation* 212 (2009), S. 505–518
- [28] DEWALD, R. D.: *Modellierung und Modellvalidierung einer rippenversteiften Platte für vibroakustische Fragestellungen*. Hannover, Leibniz Universität Hannover, Fachbereich Maschinenbau, Studienarbeit, 2020
- [29] DI TARANTO, R. A.: Theory of vibratory bending for elastic and viscoelastic layered finite-length beams. In: *ASME Journal of Applied Mechanics* 32 (1965), Nr. 4, S. 881–886
- [30] DOMININGHAUS, H. ; ELSNER, P. (Hrsg.) ; EYERER, P. (Hrsg.) ; HIRTH, T. (Hrsg.): *Kunststoffe: Eigenschaften und Anwendungen*. 8. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer, 2012. – ISBN 978-3-642-16173-5
- [31] DYNAMIC DESIGN SOLUTIONS NV: *FEMtools Model Updating Theoretical Manual*. Version 4.2. Leuven, Belgien : Dynamic Design Solutions NV, 2021
- [32] ELMOGHAZY, Y. H. ; SAFAEI, B. ; ASMAEL, M. ; SAHMANI, S. ; ZEESHAN, Q.: Computational Modelling and Analysis of Effect of Viscoelastic Materials on Damping and Vibrational Behaviors of Composite Structures - An Extensive Review. In: *Archives of Computational Methods in Engineering* 31 (2024), S. 2611–2662
- [33] EWINS, D. J.: *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. Second Edition. Baldock, Hertfordshire, England : Research Studies Press Ltd., 2000. – ISBN 0-86380-218-4
- [34] FANG, Z. ; HOU, J. ; ZHAI, H.: Topology Optimization of Constrained Layer Damping Structures Subjected to Stationary Random Excitation. In: *Shock and Vibration* 2018 (2018), S. 7849153
- [35] FANG, Z. ; ZHENG, L.: Topology Optimization for Minimizing the Resonant Response of Plates with Constrained Layer Damping Treatment. In: *Shock and Vibration* 2015 (2015), S. 376854
- [36] FINK, A. ; SCHATZ, R.: Structurally integrated constrained layer damping for noise reduction on sandwich and semi-monocoque helicopter structures. In: *Composite Structures* 322 (2023), S. 117354
- [37] FOTSING, E. R. ; SOLA, M. ; ROSS, A. ; RUIZ, E.: Lightweight damping of composite sandwich beams: Experimental analysis. In: *Journal of Composite Materials* 47 (2013), Nr. 12, S. 1501–1511
- [38] FRISWELL, M. I. ; MOTTERSHEAD, J. E.: *Finite Elemente Model Updating in Structural Dynamics*. Dordrecht : Springer, 1995. – ISBN 978-94-015-8508-8

- [39] FRITZSCHE, J. ; KLÜPPEL, M.: Structural dynamics and interfacial properties of filler-reinforced elastomers. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 23 (2011), Nr. 3, S. 035104
- [40] FRÖHLICH, J. ; NIEDERMEIER, W. ; LUGINSLAND, H.-D.: The effect of filler-filler and filler-elastomer interaction on rubber reinforcement. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 36 (2005), Nr. 4, S. 449–460
- [41] GHIRINGHELLI, G. L. ; TERRANEO, M.: Analytically driven experimental characterisation of damping in viscoelastic materials. In: *Aerospace Science and Technology* 40 (2015), S. 75–85
- [42] GOLLA, D. F. ; HUGHES, P. C.: Dynamics of Viscoelastic Structures - A Time-Domain, Finite Element Formulation. In: *Journal of Applied Mechanics* 52 (1985), Nr. 4, S. 897–906
- [43] GOVERS, Y.: *Parameter identification of structural dynamic models by inverse statistical analysis*, Kassel, Universität Kassel, Fachbereich Bauingenieur- und Umweltingenieurwesen, Diss., 2012
- [44] GRANGER, D. ; ROSS, A.: Effects of partial constrained viscoelastic layer damping parameters on the initial transient response of impacted cantilever beams: Experimental and numerical results. In: *Journal of Sound and Vibration* 321 (2009), Nr. 1, S. 45–64
- [45] GRÖHLICH, M. ; BÖSWALD, M. ; WALLASCHEK, J.: Viscoelastic damping design - A novel approach for shape optimization of Constrained Layer Damping treatments at different ambient temperatures. In: *Journal of Sound and Vibration* 555 (2023), S. 117703
- [46] GRÖHLICH, M. ; BÖSWALD, M. ; WINTER, R.: Finite element optimization of viscoelastic damping applications. In: *Proceedings of ISMA 2020 International Conference on Noise and Vibration Engineering*. Leuven, Belgien, 2020, S. 827–839
- [47] GRÖHLICH, M. ; BÖSWALD, M. ; WINTER, R.: An Iterative Eigenvalue Solver for Systems with Frequency Dependent Material Properties. In: *Proceedings of the DAGA 2020*. Hannover, Deutschland, 2020, S. 900–903
- [48] GRÖHLICH, M. ; BÖSWALD, M. ; WINTER, R.: Reduktion der Schallabstrahlung einer versteiften Platte durch den optimalen Entwurf von Constrained Layer Damping. In: *Proceedings of the DAGA 2024*. Hannover, Deutschland, 2024, S. 682–685
- [49] GRÖHLICH, M. ; LANG, A. ; BÖSWALD, M. ; MEIER, J.: Viscoelastic damping design - Thermal impact on a constrained layer damping treatment. In: *Materials & Design* 207 (2021), S. 109885
- [50] GROSS, D. ; HAUGER, W. ; SCHRÖDER, J.: *Technische Mechanik 4: Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden*. 9. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer, 2014. – ISBN 978–3–642–41000–0

- [51] HAN, C. D. ; KIM, J. K.: On the use of time-temperature superposition in multicomponent/multiphase polymer systems. In: *Polymer* 34 (1993), Nr. 12, S. 2533–2539
- [52] HAO, Min ; RAO, Mohan D.: Vibration and Damping Analysis of a Sandwich Beam Containing a Viscoelastic Constraining Layer. In: *Journal of Composite Materials* 39 (2005), Nr. 18, S. 1621–1643
- [53] HU, X.-L. ; LUO, W.-B. ; LIU, X. ; LI, M. ; HUANG, Y.-J. ; BU, J.-L.: Temperature and frequency dependent rheological behaviour of carbon black filled natural rubber. In: *Plastics, Rubber and Composites* 42 (2013), Nr. 10, S. 416–420
- [54] IRRETIER, H.: *Schwingungstechnik*. 6. Auflage. Kassel : Universität Kassel, Institut für Mechanik, 2006
- [55] JOHNSON, C. D. ; KIENHOLZ, D. A.: Finite element prediction of damping in structures with constrained viscoelastic layers. In: *AIAA Journal* 20 (1982), Nr. 9, S. 1284–1290
- [56] KENNEDY, J. ; EBERHART, R.: Particle swarm optimization. In: *Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks*. Perth, Australien, 1995, S. 1942–1948
- [57] KERWIN, E. M.: Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 31 (1959), Nr. 7, S. 952–962
- [58] KIM, S. Y. ; MECHEFSKE, C. K. ; KIM, I. Y.: Optimal damping layout in a shell structure using topology optimization. In: *Journal of Sound and Vibration* 332 (2013), Nr. 12, S. 2873–2883
- [59] KLÜPPEL, M.: The Role of Disorder in Filler Reinforcement of Elastomers on Various Length Scales. In: CAPELLA, B. (Hrsg.) ; GEUSS, M. (Hrsg.) ; KLÜPPEL, M. (Hrsg.) ; MUNZ, M. (Hrsg.) ; SCHULZ, E. (Hrsg.) ; STURM, H. (Hrsg.): *Advances in Polymer Science*. Vol. 164. Berlin, Heidelberg : Springer, 2003
- [60] KLÜPPEL, M.: Evaluation of viscoelastic master curves of filled elastomers and applications to fracture mechanics. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 21 (2009), Nr. 3, S. 035104
- [61] KNOTHE, K. ; WESSELS, H.: *Finite Elemente: Eine Einführung für Ingenieure*. 5. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer Vieweg, 2017. – ISBN 978–3–662–49352–6
- [62] KOLTZENBURG, S. ; MASKOS, M. ; NUYKEN, O.: *Polymere: Synthese, Eigenschaften und Anwendungen*. Berlin, Heidelberg : Springer Spektrum, 2014. – ISBN 978–3–642–34773–3
- [63] KUMAR, N. ; SINGH, S. P.: Experimental study on vibration and damping of curved panel treated with constrained viscoelastic layer. In: *Composite Structures* 92 (2010), Nr. 2, S. 233–243

- [64] LEIBOWITZ, M. ; LIFSHITZ, J. M.: Experimental verification of modal parameters for 3-layered sandwich beams. In: *International Journal of Solids and Structures* 26 (1990), Nr. 2, S. 175–184
- [65] LEPOITTEVIN, G. ; KRESS, G.: Optimization of segmented constrained layer damping with mathematical programming using strain energy analysis and modal data. In: *Materials & Design* 31 (2010), Nr. 1, S. 14–24
- [66] LESIEUTRE, G. A. ; BIANCHINI, E.: Time Domain Modeling of Linear Viscoelasticity Using Anelastic Displacement Fields. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 117 (1995), Nr. 4, S. 424–430
- [67] LESIEUTRE, G. A. ; BIANCHINI, E. ; MAIANI, A.: Finite element modeling of one-dimensional viscoelastic structures using anelastic displacement fields. In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 19 (1996), Nr. 3, S. 520–527
- [68] LI, H. ; WANG, W. ; WANG, Q. ; HAN, Q. ; LIU, J. ; QIN, Z. ; XIONG, J. ; WANG, X.: Static and dynamic performances of sandwich plates with magnetorheological elastomer core: Theoretical and experimental studies. In: *Journal of Sandwich Structures & Materials* 24 (2022), Nr. 3, S. 1556–1579
- [69] LIFSHITZ, J. M. ; LEIBOWITZ, M.: Optimal sandwich beam design for maximum viscoelastic damping. In: *International Journal of Solids and Structures* 23 (1987), Nr. 7, S. 1027–1034
- [70] LING, Z. ; RONGLU, X. ; YI, W. ; EL-SABBAGH, A.: Topology optimization of constrained layer damping on plates using Method of Moving Asymptote (MMA) approach. In: *Shock and Vibration* 18 (2011), S. 221–244
- [71] LINK, M.: *Finite Elemente in der Statik und Dynamik*. 4. Auflage. Wiesbaden : Springer Vieweg, 2014. – ISBN 978–3–658–03557–0
- [72] LU, Y. P. ; KILLIAN, J. W. ; EVERSTINE, G. C.: Vibrations of three layered damped sandwich plate composites. In: *Journal of Sound and Vibration* 64 (1979), Nr. 1, S. 63–71
- [73] LUCHI, F. ; KROHLING, R. A.: Differential Evolution and Nelder-Mead for Constrained Non-linear Integer Optimization Problems. In: *Procedia Computer Science* 55 (2015), S. 668–677
- [74] MADEIRA, J. F. A. ; ARAÚJO, A. L. ; MOTA SOARES, C. M. ; MOTA SOARES, C. A. ; FERREIRA, A. J. M.: Multiobjective design of viscoelastic laminated composite sandwich panels. In: *Composites Part B: Engineering* 77 (2015), S. 391–401
- [75] MAGNUS, K. ; POPP, K. ; SEXTRO, W.: *Schwingungen: Eine Einführung in die physikalischen Grundlagen und die theoretische Behandlung von Schwingungsproblemen*. 8. Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2008. – ISBN 978–3–8351–0193–7
- [76] MAIA, N. M. M. ; SILVA, J. M. M. ; HE, J. ; LIEVEN, N. A. J. ; LIN, R. M. ; SKINGLE, G. W. ; TO, W.-M. ; URGUEIRA, A. P. V. ; MAIA, N. M. M. (Hrsg.) ; SILVA, J. M. M.

- (Hrsg.): *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Taunton, Somerset, England : Research Studies Press Ltd., 1997. – ISBN 0–86380–208–7
- [77] MARCELIN, J.-L. ; SHAKHESI, S. ; POURROY, F.: Optimal constrained layer damping of beams: Experimental and numerical studies. In: *Shock and Vibration* 2 (1995), Nr. 6, S. 445–450
- [78] MARCELIN, J.-L. ; TROMPETTE, P. ; SMATI, A.: Optimal constrained layer damping with partial coverage. In: *Finite Elements in Analysis and Design* 12 (1992), Nr. 3, S. 273–280
- [79] MARTINEZ-AGIRRE, M. ; ELEJABARRIETA, M. J.: Dynamic characterization of high damping viscoelastic materials from vibration test data. In: *Journal of Sound and Vibration* 330 (2011), Nr. 16, S. 3930–3943
- [80] MCKAY, M. D. ; BECKMAN, R. J. ; CONOVER, W. J.: A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output From a Computer Code. In: *Technometrics* 21 (1979), Nr. 2, S. 239–245
- [81] MCTAVISH, D. J. ; HUGHES, P. C.: Finite Element Modeling of Linear Viscoelastic Structures: The GHM Method. In: *Proceedings of 33rd structures, structural dynamics and materials conference*. Dallas, USA : American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992, S. 1753–1763
- [82] MCTAVISH, D. J. ; HUGHES, P. C.: Modeling of Linear Viscoelastic Space Structures. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 115 (1993), Nr. 1, S. 103–110
- [83] MCTAVISH, D. J. ; HUGHES, P. C. ; SOUCY, Y. ; GRAHAM, W. B.: Prediction and Measurement of Modal Damping Factors for Viscoelastic Space Structures. In: *AIAA journal* 30 (1992), Nr. 5, S. 1392–1399
- [84] MEAD, D. J.: The Effect of a Damping Compound on Jet-Efflux Excited Vibrations: An Article in Two Parts Presenting Theory and Results of Experimental Investigation. In: *Aircraft Engineering and Aerospace Technology* 32 (1960), Nr. 3, S. 64–72
- [85] MEAD, D. J.: A comparison of some equations for the flexural vibration of damped sandwich beams. In: *Journal of Sound and Vibration* 83 (1982), Nr. 3, S. 363–377
- [86] MEAD, D. J. ; MARKUS, S.: The forced vibration of a three-layer, damped sandwich beam with arbitrary boundary conditions. In: *Journal of Sound and Vibration* 10 (1969), Nr. 2, S. 163–175
- [87] MEAD, D. J. ; MARKUS, S.: Loss factors and resonant frequencies of encastré damped sandwich beams. In: *Journal of Sound and Vibration* 12 (1970), Nr. 1, S. 99–112
- [88] MOREIRA, R. A. S. ; DIAS RODRIGUES, J.: Constrained Damping Layer Treatments: Finite Element Modeling. In: *Journal of Vibration and Control* 10 (2004), Nr. 4, S. 575–595
- [89] MOREIRA, R. A. S. ; DIAS RODRIGUES, J.: A layerwise model for thin soft core sandwich plates. In: *Computers & Structures* 84 (2006), Nr. 19, S. 1256–1263

- [90] MOREIRA, R. A. S. ; DIAS RODRIGUES, J. ; FERREIRA, A. J. M.: A generalized layer-wise finite element for multi-layer damping treatments. In: *Computational Mechanics* 37 (2006), S. 426–444
- [91] MÖSER, M. ; KROPP, W.: *Körperschall: Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen*. 3. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer, 2010. – ISBN 978-3-540-49048-7
- [92] MOTTERSHEAD, J. E. ; LINK, M. ; FRISWELL, M. I.: The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 25 (2011), Nr. 7, S. 2275–2296
- [93] MSC SOFTWARE: *MSC Nastran 2022.2 - Quick Reference Guide*. Hexagon AB, 2022
- [94] NASHIF, A. D. ; JONES, D. I. ; HENDERSON, J. P.: *Vibration damping*. New York : John Wiley & Sons, 1985. – ISBN 0-471-86772-1
- [95] NATKE, H. G.: *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse: Identifikation schwingungsfähiger elastomechan. Systeme*. 2. Auflage. Wiesbaden : Springer, 1988. – ISBN 978-3-322-96179-2
- [96] NELDER, J. A. ; MEAD, R.: A simplex method for function minimization. In: *The Computer Journal* 7 (1965), Nr. 4, S. 308–313
- [97] NGAI, K. L. ; PLAZEK, D. J.: Temperature dependences of the viscoelastic response of polymer systems. In: MARK, J. E. (Hrsg.): *Physical properties of polymers handbook*. Second Edition. New York : Springer, 2007. – ISBN 978-0-387-69002-5, S. 455–478
- [98] OBERST, H. ; FRANKENFELD, K.: Über die Dämpfung der Biegeschwingungen dünner Bleche durch fest haftende Beläge. In: *Acustica* 2 (1952), Nr. 6, S. 181–194
- [99] PAPAGEORGIOU, M. ; LEIBOLD, M. ; BUSS, M.: *Optimierung: Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*. 4. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer Vieweg, 2015. – ISBN 978-3-662-46936-1
- [100] PAYNE, A. R.: A note on the existence of a yield point in the dynamic modulus of loaded vulcanizates. In: *Journal of Applied Polymer Science* 3 (1960), Nr. 7, S. 127
- [101] PAYNE, A. R.: The dynamic properties of carbon black-loaded natural rubber vulcanizates. Part I. In: *Journal of Applied Polymer Science* 6 (1962), Nr. 19, S. 57–63
- [102] PAYNE, A. R.: The dynamic properties of carbon black loaded natural rubber vulcanizates. Part II. In: *Journal of Applied Polymer Science* 6 (1962), Nr. 21, S. 368–372
- [103] PEETERS, B. ; VAN DER AUWERAER, H. ; GUILLAUME, P. ; LEURIDAN, J.: The PolyMAX frequency-domain method: A new standard for modal parameter estimation? In: *Shock and Vibration* 11 (2004), S. 395–409
- [104] PLOUIN, A.-S. ; BALMÈS, E.: A test validated model of plates with constrained viscoelastic materials. In: *Proceedings of IMAC XVII*. Kissimmee, USA, 1999, S. 194–200

- [105] PLUNKETT, R. ; LEE, C. T.: Length Optimization for Constrained Viscoelastic Layer Damping. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 48 (1970), Nr. 1, S. 150–161
- [106] POPOV, V. L.: *Kontaktmechanik und Reibung: Von der Nanotribologie bis zur Erdbebedynamik*. 3. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer, 2015. – ISBN 978–3–662–45975–1
- [107] PRITZ, T.: Analysis of four-parameter fractional derivative model of real solid materials. In: *Journal of Sound and Vibration* 195 (1996), Nr. 1, S. 103–115
- [108] PRITZ, T.: Five-parameter fractional derivative model for polymeric damping materials. In: *Journal of Sound and Vibration* 265 (2003), Nr. 5, S. 935–952
- [109] QIAO, J. ; AMIRKHIZI, A. V. ; SCHAAF, K. ; NEMAT-NASSER, S. ; WU, G.: Dynamic mechanical and ultrasonic properties of polyurea. In: *Mechanics of Materials* 43 (2011), Nr. 10, S. 598–607
- [110] RADE, D. A. ; DEÜ, J.-F. ; CASTELLO, D. A. ; DE LIMA, A. M. G. ; ROULEAU, L.: Passive vibration control using viscoelastic materials. In: JAUREGUI, J. C. (Hrsg.): *Nonlinear Structural Dynamics and Damping. Mechanisms and Machine Science*. Cham, Schweiz : Springer, 2019. – ISBN 978–3–030–13317–7, S. 119–168
- [111] RAO, D. K.: Frequency and loss factors of sandwich beams under various boundary conditions. In: *Journal of Mechanical Engineering Science* 20 (1978), Nr. 5, S. 271–282
- [112] RAO, M. D.: Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes. In: *Journal of Sound and Vibration* 262 (2003), Nr. 3, S. 457–474
- [113] ROSS, D. ; UNGAR, E. E. ; KERWIN, E. M.: Damping of plate flexural vibrations by means of viscoelastic laminae. In: RUZICKA, J. E. (Hrsg.): *Structural Damping*. New York : ASME, 1959, S. 49–87
- [114] ROULEAU, L. ; DEÜ, J.-F. ; LEGAY, A.: A comparison of model reduction techniques based on modal projection for structures with frequency-dependent damping. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 90 (2017), S. 110–125
- [115] ROULEAU, L. ; HENRIQUES, I. R. ; DEÜ, J.-F.: Influence of the Poisson's ratio on the efficiency of viscoelastic damping treatment. In: *Proceedings of Internoise 2021*. Washington DC, USA, 2021
- [116] ROULEAU, L. ; PIRK, R. ; PLUYMERS, B. ; DESMET, W.: Characterization and modeling of the viscoelastic behavior of a self-adhesive rubber using dynamic mechanical analysis tests. In: *Journal of Aerospace Technology and Management* 7 (2015), Nr. 2, S. 200–208
- [117] SCHUMACHER, A.: *Optimierung Mechanischer Strukturen: Grundlagen und industrielle Anwendung*. 3. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer Vieweg, 2013. – ISBN 978–3–662–60328–4

- [118] SCHÜRMAN, H.: *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. 2. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer, 2007. – ISBN 978-3-540-72189-5
- [119] SCHWARZL, F. ; STAVERMAN, A. J.: Time-Temperature Dependence of Linear Viscoelastic Behavior. In: *Journal of Applied Physics* 23 (1952), Nr. 8, S. 838–843
- [120] SCHWARZL, F. R.: *Polymermechanik: Struktur und mechanisches Verhalten von Polymeren*. Berlin, Heidelberg : Springer, 1990. – ISBN 978-3-642-61506-1
- [121] SHER, B. R. ; MOREIRA, R. A. S.: Dimensionless analysis of constrained damping treatments. In: *Composite Structures* 99 (2013), S. 241–254
- [122] SOAL, K. I. ; VOLKMAR, R. ; HUGHES, L. H. ; GOVERS, Y. ; BÖSWALD, M.: Evolutionary based approach to modal parameter identification. In: *Proceedings of 8th International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC 2019)*. Kopenhagen, Dänemark, 2019
- [123] SVANBERG, K.: The method of moving asymptotes - A new method for structural optimization. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 24 (1987), S. 359–373
- [124] TITZE, M. ; MISOL, M. ; MONNER, H. P.: Examination of the vibroacoustic behavior of a grid-stiffened panel with applied passive constrained layer damping. In: *Journal of Sound and Vibration* 453 (2019), S. 174–187
- [125] TRINDADE, M. A. ; BENJEDDOU, A.: Hybrid Active-Passive Damping Treatments Using Viscoelastic and Piezoelectric Materials: Review and Assessment. In: *Journal of Vibration and Control* 8 (2002), Nr. 6, S. 699–745
- [126] TRINDADE, M. A. ; BENJEDDOU, A. ; OHAYON, R.: Modeling of Frequency-Dependent Viscoelastic Materials for Active-Passive Vibration Damping. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 122 (2000), Nr. 2, S. 169–174
- [127] TSCHOEGL, N. W.: *The Phenomenological Theory of Linear Viscoelastic Behavior: An Introduction*. Berlin, Heidelberg : Springer, 1989. – ISBN 978-3-642-73602-5
- [128] UNGAR, E. E. ; KERWIN, E. M.: Loss Factors of Viscoelastic Systems in Terms of Energy Concepts. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 34 (1962), Nr. 7, S. 954–957
- [129] UNGAR, E. E. ; ROSS, D. ; KERWIN, E. M.: *WADC Technical Report 59-509: Damping of flexural vibrations by alternate visco-elastic and elastic layers*. Cambridge, USA : Wright Air Development Center, 1959
- [130] VAN GURP, M. ; PALMEN, J.: Time-temperature superposition for polymeric blends. In: *Rheology Bulletin* 67 (1998), S. 5–8
- [131] VASQUES, C. M. A. ; MOREIRA, R. A. S. ; DIAS RODRIGUES, J.: Experimental Identification of GHM and ADF Parameters for Viscoelastic Damping Modeling. In: *Proceedings of the III European Conference on Computational Mechanics: Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering*. Lissabon, Portugal, 2006

- [132] VASQUES, C. M. A. ; MOREIRA, R. A. S. ; DIAS RODRIGUES, J.: Viscoelastic Damping Technologies - Part I: Modeling and Finite Element Implementation. In: *Journal of Advanced Research in Mechanical Engineering* 1 (2010), Nr. 2, S. 76–95
- [133] VASQUES, C. M. A. ; MOREIRA, R. A. S. ; DIAS RODRIGUES, J.: Viscoelastic Damping Technologies - Part II: Experimental Identification Procedure and Validation. In: *Journal of Advanced Research in Mechanical Engineering* 1 (2010), Nr. 2, S. 96–110
- [134] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE E.V.: *VDI-Richtlinie 3830 Blatt 5: Werkstoff- und Bauteildämpfung - Versuchstechniken zur Ermittlung von Dämpfungskenngrößen*. Berlin : Beuth, 2005
- [135] VISCARDI, M. ; ARENA, M.: Sound proofing and thermal properties of an innovative viscoelastic treatment for the turboprop aircraft fuselage. In: *CEAS Aeronautical Journal* 10 (2019), S. 443–452
- [136] WELCH, P. D.: The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms. In: *IEEE Transaction on Audio and Electroacoustics* 15 (1967), Nr. 2, S. 70–73
- [137] WILLIAMS, M. L. ; LANDEL, R. F. ; FERRY, J. D.: The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. In: *Journal of the American Chemical Society* 77 (1955), S. 3701–3707
- [138] WINTER, R. ; HEYEN, S. ; BIEDERMANN, J.: Experimental structure intensity analysis of an Airbus A400M fuselage structure using high-resolution vibration measurements. In: *Proceedings of the ICA 2019*. Aachen, Deutschland, 2019
- [139] WINTER, R. ; HEYEN, S. ; BÖSWALD, M.: Fully automated vibration measurements of aircraft fuselages in the mid-frequency range. In: *Proceedings of ISMA 2018 International Conference on Noise and Vibration Engineering*. Leuven, Belgien, 2018
- [140] XU, C. ; LIN, S. ; YANG, Y.: Optimal design of viscoelastic damping structures using layerwise finite element analysis and multi-objective genetic algorithm. In: *Computers & Structures* 157 (2015), S. 1–8
- [141] YAN, M.-J. ; DOWELL, E. H.: Governing Equations for Vibrating Constrained-Layer Damping Sandwich Plates and Beams. In: *Journal of Applied Mechanics* 39 (1972), 12, Nr. 4, S. 1041–1046
- [142] YEH, J.-Y.: Vibration analysis of sandwich rectangular plates with magnetorheological elastomer damping treatment. In: *Smart Materials and Structures* 22 (2013), Nr. 3, S. 035010
- [143] ZAHARA, E. ; KAO, Y.-T.: Hybrid Nelder-Mead simplex search and particle swarm optimization for constrained engineering design problems. In: *Expert Systems with Applications* 36 (2009), Nr. 2, Part 2, S. 3880–3886

- [144] ZHANG, D. ; QI, T. ; ZHENG, L.: A hierarchical optimization strategy for position and thickness optimization of constrained layer damping/plate to minimize sound radiation power. In: *Advances in Mechanical Engineering* 10 (2018), Nr. 10, S. 1–15
- [145] ZHANG, J. ; CHEN, Y. ; ZHAI, J. ; HOU, Z. ; HAN, Q.: Topological optimization design on constrained layer damping treatment for vibration suppression of aircraft panel via improved Evolutionary Structural Optimization. In: *Aerospace Science and Technology* 112 (2021), S. 106619
- [146] ZHANG, J. ; ZHENG, G. T.: The Biot Model and Its Application in Viscoelastic Composite Structures. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 129 (2007), Nr. 5, S. 533–540
- [147] ZHENG, H. ; CAI, C. ; PAU, G. S. H. ; LIU, G. R.: Minimizing vibration response of cylindrical shells through layout optimization of passive constrained layer damping treatments. In: *Journal of Sound and Vibration* 279 (2005), Nr. 3-5, S. 739–756
- [148] ZHENG, W. ; LEI, Y. ; LI, S. ; HUANG, Q.: Topology optimization of passive constrained layer damping with partial coverage on plate. In: *Shock and Vibration* 20 (2013), Nr. 2, S. 199–211
- [149] ZHOU, X. Q. ; YU, D. Y. ; SHAO, X. Y. ; ZHANG, S. Q. ; WANG, S.: Research and applications of viscoelastic vibration damping materials: A review. In: *Composite Structures* 136 (2016), S. 460–480
- [150] ZHU, R. ; ZHANG, X. ; ZHANG, S. ; DAI, Q. ; QIN, Z. ; CHU, F.: Modeling and topology optimization of cylindrical shells with partial CLD treatment. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 220 (2022), S. 107145

Tabellarischer Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Martin Gröhlich
Geburtstag	08.01.1993
Geburtsort	Gronau (Leine)
Staatsangehörigkeit	deutsch
Familienstand	ledig

Schulische und akademische Ausbildung

04/2020 - 02/2025	Promotionsstudium (Dr.-Ing.) an der Leibniz Universität Hannover
10/2015 - 06/2018	Maschinenbaustudium (M.Sc.) an der Leibniz Universität Hannover
10/2011 - 09/2015	Maschinenbaustudium (B.Sc.) an der Leibniz Universität Hannover
08/2004 - 06/2011	Abitur am Gymnasium Alfeld

Auslandsaufenthalt

02/2016 - 06/2016	Auslandssemester an der Staatlichen Polytechnischen Universität Sankt Petersburg, Russische Föderation
-------------------	---

Berufserfahrung

seit 08/2018	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Aeroelastik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. in Göttingen
11/2017 - 06/2018	Masterarbeit am Institut für Aeroelastik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. in Göttingen
10/2014 - 03/2015	Bachelorarbeit bei der Komatsu Hanomag GmbH in Hannover
04/2014 - 06/2014	Praktikum bei der Komatsu Hanomag GmbH in Hannover