

Ein Ansatz zur expliziten Identifizierung von Leistungsflusspfaden in Strukturintensitätsfeldern

Sebastian F. Zettel^{1,2}, René Winter¹, Steffen Marburg², Marcus Maeder²

¹ Institut für Aeroelastik, DLR, Göttingen, E-Mail: Sebastian.Zettel@dlr.de

² Lehrstuhl für Akustik mobiler Systeme, TUM School of Engineering and Design, Technical University of Munich, Garching bei München

Einleitung

Die Strukturintensität (STI) ermöglicht es den frequenzabhängigen Leistungsfluss von Vibrationen in Strukturen zu visualisieren. Dies ist durch die Berechnung einzelner STI-Vektoren möglich, welche die Richtung und Größe des Leistungsflusses an diskreten Orten angeben. Die Vektoren können dafür aus gemessenen oder simulierten Strukturantworten berechnet werden. Seit dem Aufkommen der STI in den 1970ern fokussierte sich die Forschung zunächst darauf eine bestmögliche Berechnung aus Messdaten zu ermöglichen. [1-4] Seit den 1990ern wird die STI auch simulativ genutzt. [5, 6] Auf Basis von Strukturantworten aus Simulationen der Finiten Elemente Methode (FEM) werden entsprechend STI Vektorfelder berechnet. Je nach geometrischer Auflösung der Struktur erlauben die STI Vektorfelder nur eine langsame Auswertung aufgrund der Informationsfülle. Aus diesem Grund werden verschiedene Nachbearbeitungsmethoden verwendet, um relevante Informationen aus den Vektorfelder zu extrahieren, wobei in den Veröffentlichungen der letzten Jahrzehnte hauptsächlich zwei Methoden verwendet wurden. Erstens, die Visualisierung der STI-Vektorfelder mit Hilfe von Stromliniendiagrammen. Auf diese Weise lässt sich die Informationsdichte reduzieren und ein klarerer Blick auf die Strömungscharakteristik des Leistungsflusses gewinnen. [8-10] Zweitens, die Vektorfelderzerlegung. Diese Methode findet häufig Anwendung in der Strömungsdynamik zur Extraktion von Strömungseigenschaften. Die Vektorfelderzerlegung erlaubt es, ein zufälliges diskretes Vektorfeld in drei unabhängige Komponenten zu zerlegen. Die drei Komponenten werden als rotationsfrei, divergenzfrei und harmonischer Rest bezeichnet. Bislang wird in Veröffentlichungen meist die rotationsfreie Komponente verwendet, da sie es ermöglicht, Quellen und Senken von Energieflüssen aus den ursprünglichen STI-Vektorfeldern zu identifizieren. [11-13] Die divergenzfreie Komponente wurde in früheren Veröffentlichungen stets vernachlässigt. Mit Ausnahme von Tanaka u.a. [14], welche diese Komponente und insbesondere die Bildung ihrer charakteristischen Wirbel analysiert haben. Die divergenzfreie Komponente wurde jedoch nie als Grundlage für weitere zugrundeliegende Informationen für STI-Vektorfelduntersuchungen betrachtet. Der harmonische Rest wird vernachlässigt, da er eine Konstante darstellt, welche für die vollständige mathematische Formulierung notwendig ist. Diese zwei Nachbearbeitungsmethoden erlauben es zwar charakteristische Eigenschaften der Leistungsflüsse aufzuzeigen jedoch ermöglichen diese keine direkte explizite Bestimmung von Pfaden. Eine Beurteilung der Ergebnisse ist weiterhin subjektiv.

Diese Veröffentlichung konzentriert sich daher auf die Entwicklung eines neuartigen Ansatzes zur expliziten Pfadidentifizierung von Leistungsflüssen. Es wird aufgezeigt, dass die bisher vernachlässigte divergenzfreie Komponente des STI-Vektorfeldes eine vielversprechende Möglichkeit liefert, eine explizite Pfadidentifikation zu entwickeln. Ziel ist es, Erkenntnisse zu gewinnen, die es erlauben, einen quantitativen Ansatz zu entwickeln, sodass der Pfadidentifikations-Prozess reproduzierbar wird. Die Entwicklung der Methode wird mit numerischen Modellen erarbeitet. Die experimentelle Auswertung der STI ist nicht Gegenstand dieser Arbeit. Ein gültiges explizites Verfahren zur Identifizierung von Pfaden würde zahlreiche Anwendungen ermöglichen, wie z.B. die präzise Anwendung von Gegenmaßnahmen zur Reduzierung des Energieflusses. Zudem wäre dies ein weiterer Schritt hin zu einem standardisierten Werkzeugkasten an Methoden im Rahmen der Analyse von STI Feldern. An diesem Punkt soll klargestellt werden, dass die hier präsentierten Ergebnisse und Erläuterungen lediglich als Ansatz zu verstehen sind. Die Methode ist bisher nicht vollständig validiert.

Im Folgenden wird auf die Theorie der Strukturintensität als auch der Vektorfelderzerlegung eingegangen und anschließend erarbeitet inwiefern die divergenzfreie Vektorfeld-Komponente das Potential zur Pfadidentifikation besitzt. Zudem erfolgt eine Interpretation des Pfadidentifikations-Ansatzes im physikalischen Kontext.

Theorie

Strukturintensität

Die Strukturintensität beschreibt den Leistungsfluss hervorgerufen durch Vibrationen pro Fläche in Flussrichtung in Festkörpern. Die STI ist eine Analogie zur Schallintensität, welche die Amplitude und Richtung von Schallenergie ausgehend von einer Quelle in Fluiden beschreibt. Die STI kann für einen beliebigen Materialpunkt wie folgt berechnet werden

$$\vec{I} = -\text{Re}(S \cdot \vec{v}) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}, \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (1)$$

wobei S den Spannungstensor mit den Einträgen für Normalspannung σ und Schubspannung τ und v die Geschwindigkeit beschreibt. Die STI kann numerisch ohne großen Aufwand für beliebige Materialpunkte in Strukturen berechnet werden. Die notwendigen Werte sind als Ergebnisse von FEM Simulationen direkt vorhanden. Im experimentellen Umfeld werden hingegen üblicherweise nur dünnwandige Strukturen behandelt, deren strukturelles Verhalten größtenteils durch die Oberflächenverschiebungen beschrieben werden können. Hierzu reduziert sich der Spannungstensor aus Gleichung (1) um die drei Einträge in

der untersten Zeile. Das heißt, die STI Anteile in z-Richtung (Oberflächen-Normale) der Struktur werden aufgrund der geringen Materialdicke der untersuchten Struktur als vernachlässigbar angenommen. [7]

Vektorfeldzerlegung

Eine Vektorfeldzerlegung erlaubt es ein Vektorfeld in drei unabhängige Komponenten zu zerlegen: Eine rotationsfreie, eine divergenzfreie und eine harmonische Komponente. Dieses Theorem wird häufig in der Fluidodynamik angewandt da es erlaubt fundamentale Phänomene von Strömungen zu identifizieren. Für eine einfachere Nomenklatur wird die rotationsfreie Komponente im weiteren Verlauf als Divergenz-Komponente bezeichnet und die divergenzfreie Komponente als Rotations-Komponente.

Ein übliches Verfahren zur Zerlegung von diskreten Vektorfeldern heißt Diskrete Hodge-Helmholtz Zerlegung (DHHD). Folgende Erörterungen sind eine Zusammenfassung der Arbeit von Guo et al. [15]. Ein beliebiges diskretes Vektorfeld kann beschrieben werden durch

$$\vec{\zeta} = (\nabla E) + (\nabla \times \vec{W}) + \vec{R}. \quad [-] \quad (2)$$

Hierbei beschreibt ∇E die Divergenzkomponente, $\nabla \times \vec{W}$ die Rotationskomponente und $\vec{R}$ den harmonischen Rest. Für die Zerlegung des initialen Vektorfelds gelten für die einzelnen Komponenten folgende Bedingungen: $\nabla \times (\nabla E) = \vec{0}$, $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{W}) = 0$, $\nabla \cdot \vec{R} = \vec{0}$ und $\nabla \times \vec{R} = \vec{0}$. Zu beachten ist, dass ∇ , $\nabla \cdot$ und $\nabla \times$ jeweils Gradienten-, Divergenz- und Rotationsoperator beschreiben. Mit Hilfe dieser Bedingungen lassen sich Gleichungssysteme aufstellen, welche jeweils die Distanz zwischen dem initialen Vektorfeld $\vec{\zeta}$ und der Divergenzkomponente ∇E sowie der Rotationskomponente $\nabla \times \vec{W}$ minimieren. Als Lösung erhält man so die skalaren Potentialfelder E und W . Obwohl $\vec{W}$ als Vektorpotential deklariert ist kann dieses für Vektorfelder auf Oberflächen im dreidimensionalen Raum unter der Vernachlässigung von Normalkomponenten vereinfacht werden sodass $\nabla \times \vec{W} = (\nabla W)^\perp$ gilt. Dadurch ist auch W als skalares Potentialfeld zu sehen wie es für E der Fall ist. Wie aus Gleichung (2) hervorgeht sind E und W lediglich Zwischenergebnisse und erst die geometrische Differenzierung der Potentialfelder resultiert in den Vektorfeldkomponente für Divergenz und Rotation. Im weiteren Verlauf stehen die skalaren Potentialfelder selbst noch im Fokus, weshalb diese hier im Detail behandelt wurden.

Die Rotationskomponente als Basis für die Pfadidentifikation

Die Vektorfelder der STI werden auf Basis der Betriebsschwingungsformen einer Struktur berechnet. Das Strukturverhalten ist abhängig von der Frequenz und daher auch die STI Vektorfelder. Für eine einfache Plattenstruktur mit Geometriedaten, Materialeigenschaften und FEM Parametern laut Tabelle 1 wurden mit NASTRAN ein Frequenzgang im Frequenzbereich bis 300 Hz bei einer Frequenzauflösung von 10 Hz berechnet. Die Struktur wurde mit einer Punktkraft von 1 N angeregt und ein Dämpfer mit geschwindigkeitsproportionaler Dämpfungskonstante wurde in der Platte als lokale Dissipationssenke modelliert. Auf

Basis der resultierenden Strukturantworten wurden die STI Felder berechnet.

Tabelle 1: Geometriedaten, Materialeigenschaften und FEM Parameter für Plattenmodell

Parameter	Wert	Einheit
b (Breite)	1	m
l (Länge)	1	m
t (Dicke)	1	mm
Elemente in x- und y Richtung	60	-
E (E-Modul)	70	MPa
ρ (Dichte)	2700	kg/m ³
ν (Querkontraktionszahl)	0.34	-
Anregungsposition	(x, y) = (0.266, 0.2)	m
Dämpferposition	(x, y) = (0.733, 0.8)	m
Viskose Dämpfung des Dämpfungselements	1000	N/m/s

In Abbildung 1 ist eine Gegenüberstellung der Potentialfelder, welche mit Hilfe der DHHD berechnet wurden, dargestellt. Die jeweiligen Divergenz- und Rotationskomponenten für die diskreten Frequenzen 210 Hz bis 260 Hz werden gezeigt. Die Divergenz-Komponente in Abbildung 1 a) zeigt kaum Abhängigkeit von der Frequenz. Anders ist das für die Rotationskomponente in Abbildung 1 b), welche eine starke Abhängigkeit von der Frequenz zeigt.

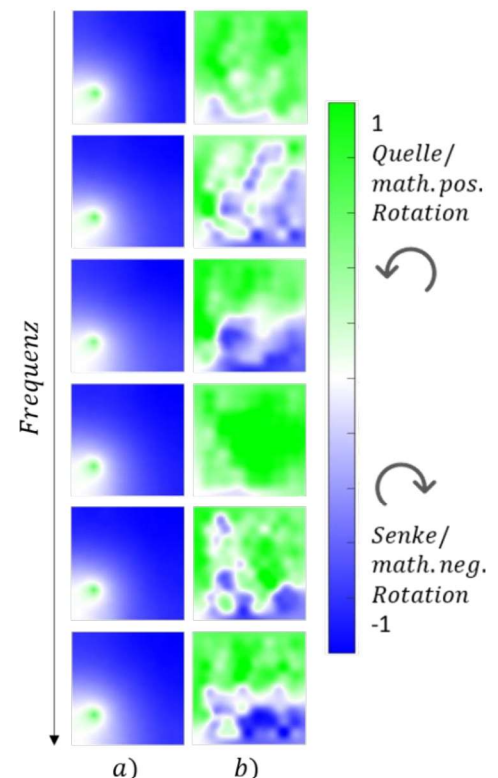


Abbildung 1: Gegenüberstellung der Potentialfelder von Divergenz- und Rotations-Komponente bei diskreten Frequenzen, a) Divergenz-Komponente, b) Rotations-Komponente

Unter der Annahme, dass die STI Vektorfelder Informationen über Pfade enthalten, müssen auch die Komponenten die aus der Zerlegung resultieren diese Information enthalten. Da die Verläufe der STI Vektorfelder über die Frequenz stark

variieren und sich dadurch auch die möglichen Pfade ständig verändern, muss dasselbe für die Komponenten der Zerlegung gelten. Durch die Gegenüberstellung in Abbildung 1 zeigt sich, dass die Rotations-Komponente die gesuchten Pfadinformationen für das hier verwendete Modell enthält.

Nimmt man ein STI Vektorfeld bei einer beliebigen diskreten Frequenz zur Hand kann man mögliche Verläufe von Leistungsflüssen verfolgen und somit Pfade aufzeigen. Überträgt man diese möglichen Pfade auf das entsprechende Potentialfeld der Rotationskomponente bei der betrachteten Frequenz lässt sich folgendes erkennen: Die Pfade laufen nicht zufällig durch das Potentialfeld, sondern liegen entlang der Grenzregionen von positiv und negativ mathematisch rotierenden Regionen des Feldes. Zudem können Pfade auch durch Regionen laufen die nur eine Rotationsrichtung aufweisen, dann jedoch entlang von Grenzen von unterschiedlich stark rotierenden Regionen. Die Pfade verlaufen nicht durch Rotationszentren hindurch.

Physikalische Interpretation von Wirbelnetzwerken

Formung von Wirbel

Wie bereits in der Einleitung erwähnt untersuchten Tanaka u.a. die Bildung von Wirbel in STI Vektorfelder. Sie kamen zu dem Schluss, dass sich Wirbel in Betriebsschwingungsformen bilden, welche durch die Überlagerung von im Frequenzbereich nahe beieinander liegenden Eigenformen mit ähnlichem Energielevel, geprägt sind. [14] Die in Abbildung 2 gezeigte Grafik veranschaulicht die Bildung eines einzelnen kreisförmigen Wirbels.

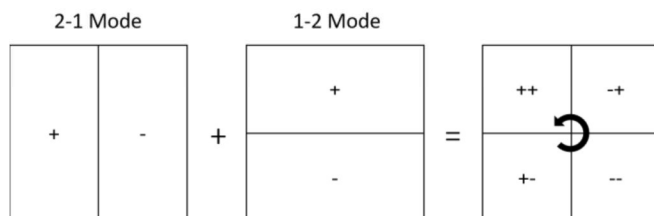


Abbildung 2: Schema der Bildung eines kreisförmigen Wirbels aus zwei Moden

Die 2-1-Mode und die 1-2-Mode überlagern sich in diesem Beispiel und erzeugen somit eine Betriebsschwingungsform deren Verformung im Kreis wandert. Die Felder gekennzeichnet mit (+) und (–) sind jeweils die Schwingungsberge und -täler der Struktur aus der Ebene hinaus. Die Felder (++) und (--) gehören jeweils anteilig zum (++) und (--) Feld und bilden auf der Diagonale eine Knotenlinie in dieser Betriebsschwingungsform.

Interaktion von Wirbeln

Mit steigender Frequenz steigt auch die modale Dichte in einer Struktur. [16] Dadurch kann es zu einer großen Anzahl möglicher Überlagerungen von benachbarten Eigenformen kommen wodurch sich komplexe Betriebsschwingungsformen ausbilden können. Insbesondere ist das der Fall im sogenannten mittelfrequenten Bereich. Dieser Frequenzbereich ist von Betriebsschwingungsformen mit globalen als auch lokalen Eigenformenanteilen geprägt. Bei diesem Strukturverhalten ist die Wahrscheinlichkeit hoch,

dass es zur Bildung von mehreren Einzelwirbeln, wie im vorangegangenen Abschnitt „Formung von Wirbeln“ beschrieben wurde, kommen kann. Dadurch steigt auch die Wahrscheinlichkeit für Interaktionen zwischen zweier oder mehrerer Einzelwirbel. Dadurch können sich Wirbelpaare, also zwei miteinander agierende Wirbel, bilden.

Wirbelpaare können sich in zwei grundlegenden Konfigurationen zeigen. Erstens, Wirbelpaare bei denen die nahe beieinanderliegenden Wirbelzentren in die gleiche Richtung rotieren. Zweitens, Wirbelpaare bei denen die Wirbelzentren gegenläufig rotieren. Diese beiden Formen von Wirbelpaaren resultieren in zwei grundlegend unterschiedlichen Verhalten des resultierenden umliegenden Vektorfelds. Ein Wirbelpaar, welches zwei Wirbelzentren mit gleicher Rotationsrichtung aufweist formt einen Wirbel mit größerem Durchmesser in gleicher Rotationsrichtung. Dagegen bildet ein Wirbelpaar mit gegenläufigen Wirbelzentren eine Art Pfad zwischen den Wirbelzentren. Diese grundlegenden Wirbelpaarformen sind in Abbildung 3 dargestellt.

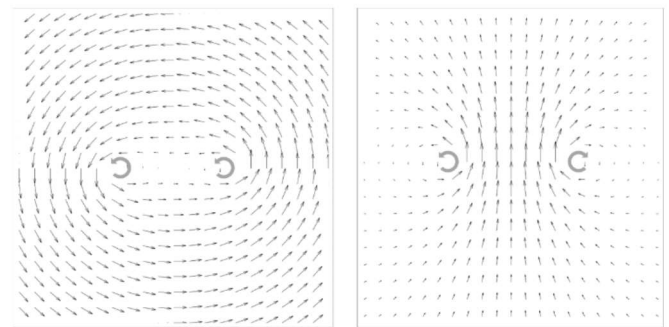


Abbildung 3: Grundlegende Wirbelpaar Konfigurationen (links: gleiche Rotationsrichtung, rechts: gegenläufige Rotationsrichtung)

Für die beiden gezeigten Wirbelpaare wurden Einzelwirbel mit gleicher Rotationsstärke angenommen. Dadurch formt sich ein idealer Superwirbel im linken Teil von Abbildung 3 und ein gerade verlaufender Pfad genau zwischen den Wirbelzentren im rechten Teil von Abbildung 3. Würden die jeweiligen Wirbelzentren mit unterschiedlicher Stärke rotieren so würde im linken Teil von Abbildung 3 ein Restfluss zwischen den Wirbelzentren bestehen bleiben und im rechten Bild würde der Pfad zwischen den Wirbelzentren einen Drall in die linke oder rechte Richtung erhalten.

Wirbelnetzwerke als Grundlage für Pfadbildung

In einer Struktur können sich in einer beliebigen Betriebsschwingungsform eine finite Anzahl und Wirbel ausbilden. Die naheliegenden Wirbel interagieren miteinander wodurch sich in der Struktur ein Wirbelnetzwerk ausbildet. Das Verhalten der jeweiligen Wirbelpaare, welche stets durch zwei benachbarte Einzelwirbel gebildet wird, weist zwei mögliche Charakteristiken auf, siehe Abbildung 3. Durch die finite Anzahl an Verschaltungen der Wirbel kann es bei einigen Betriebsschwingungsformen dazu kommen, dass sich eine Kombination von Wirbelpaaren bildet, welche einen zusammenhängenden Pfad beschreibt, entlang dessen Vibrationsenergie fließt.

Auf Basis dieser Erläuterungen lässt sich folgende Hypothese aufstellen: *Netzwerke aus interagierenden Wirbeln bilden die Grundlage für Pfade entlang deren Vibrationsleistung fließt.*

Indem es ermöglicht wird durch ein quantitatives Verfahren diese Pfade aus Strukturintensitätsfeldern zu identifizieren kann eine objektive Methode entwickelt werden. Diese Methode wäre ein relevanter Schritt zur Standardisierung von STI Analysen.

Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wurde ein Ansatz für eine explizite Pfadidentifikation von Leistungsflüssen in STI Vektorfeldern beschrieben. Ein einfaches FEM Plattenmodell wurde genutzt, um diesen Ansatz zu erarbeiten. Es wurde gezeigt, dass das Potentialfeld der Rotations-Komponente stark von der Frequenz abhängt. Für die Divergenz-Komponente ist das für das verwendete Modell nicht der Fall. Da auch die vollständigen STI Vektorfelder stark von der Frequenz abhängen wurde argumentiert, dass die Rotations-Komponente die höchste Wahrscheinlichkeit für Pfadinformationen besitzt. Die Überlagerung von manuell identifizierten Leistungsflussverläufen bei einer diskreten Frequenz und dem zugehörigen Potentialfeld der Rotationskomponente bestätigte diese Annahme. Weiterhin wurde beschrieben wie es zur Bildung von Wirbeln in STI Vektorfeldern kommt und dass die Verschaltung von Wirbeln ein Netzwerk bilden kann in welchem der Transfer von Vibrationsleistung ermöglicht wird.

Die präsentierten Ergebnisse müssen im Rahmen von experimentellen Untersuchungen nachgewiesen werden. Zudem muss untersucht werden wie robust die identifizierten Pfade sind. Darüber hinaus ist unklar ob der präsentierte Ansatz auch für komplexere Strukturen, die beispielsweise Versteifungen aufweisen, gültig ist. Im Falle von einfachen Platten ohne Versteifungen ist vorab unklar welchen Verlauf Pfade aufweisen können. Hingegen sind die Pfade in versteifenden Streben trivial. Wie sich Pfade in versteiften Platten ausbilden gilt es daher zu untersuchen, um den vorgestellten Ansatz der Pfadidentifikation insbesondere für Leichtbaustrukturen anwendbar zu machen.

Literatur

[1] Noiseux, D. U. (1970). "Measurement of power flow in uniform beams and plates." *Journal of Acoustical Society of America* 47(2): 238-247.

[2] Pavic, G. (1977). "Measurement of Sound Intensity." *Journal of Sound and Vibration* 51(4): 533-545.

[3] Williams, E. G., Dardy, H.D., Fink, R.G. (1985). "A technique for measurement of structure borne intensity in plates." *Journal of Acoustical Society of America* 78(6): 2061-2068.

[4] Pascal, J. C., Loyau, T., Carniel, X. (1993). "Complete determination of structural intensity in plates using laser vibrometers." *Journal of Sound and Vibration* 161(3): 527-531.

[5] Hambric, S. A. (1990). "Power flow and mechanical intensity calculations in structural finite element analysis." *Journal of Vibration and Acoustics* 112(4): 542-549.

[6] Gavric, L., Pavic, G. (1993). "A finite-element method for computation of structural intensity by the normal-mode approach." *Journal of Sound and Vibration* 164(1): 29-43.

[7] Pavic, G. (1977). "Measurement of Sound Intensity." *Journal of Sound and Vibration* 51(4): 533-545.

[8] Lamarsaude, B., et al. (2014). "Structural intensity analysis for car body design: going beyond interpretation issues through vector field processing."

[9] Semperlotti, F. and S. C. Conlon (2010). "Structural damage identification in plates via nonlinear structural intensity maps."

[10] Wu, J. H., et al. (2019). "Vibration power flow analysis of pipe perpendicular to plate structures." *Material Science and Engineering*. 531.

[11] Winter, R., Norambuena, M., Sinske, J., Zettel, S.F. (2023). "High-resolution vibroacoustic characterization of DLR's Falcon 2000LX ISTAR aircraft." *CEAS Aeronautical Journal*.

[12] Arruda, J. R. F. and P. Mas (1998). "Localizing energy sources and sinks in plates using power flow maps computed from laser vibrometer measurements." *Shock and Vibration* 5(4): 235-253.

[13] Groba, P., et al. (2016). "Detection of energy sinks and sources in the vibratory field of coupled structures with fluid-structure interaction." *ISMA*.

[14] Tanaka, N., Snyder, S.D., Kikushima, Y., Kuroda, M. (1994). "Vortex structural powerflow in a thin-plate and the influence on the acoustic field." *Journal of the Acoustical Society of America* 96(3): 1563-1574.

[15] Guo, Q., et al. (2005). "Efficient Hodge-Helmholtz decomposition of motion fields." *Journal of Pattern Recognition Letters* 26(4): 493-501.

[16] Biedermann, J. (2016). "Energiebasierte Korrelation von strukturdynamischen Messungen mit numerischen Modellen für Strukturen mit hoher modaler Dichte." Fakultät für Maschinenbau, Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig.