

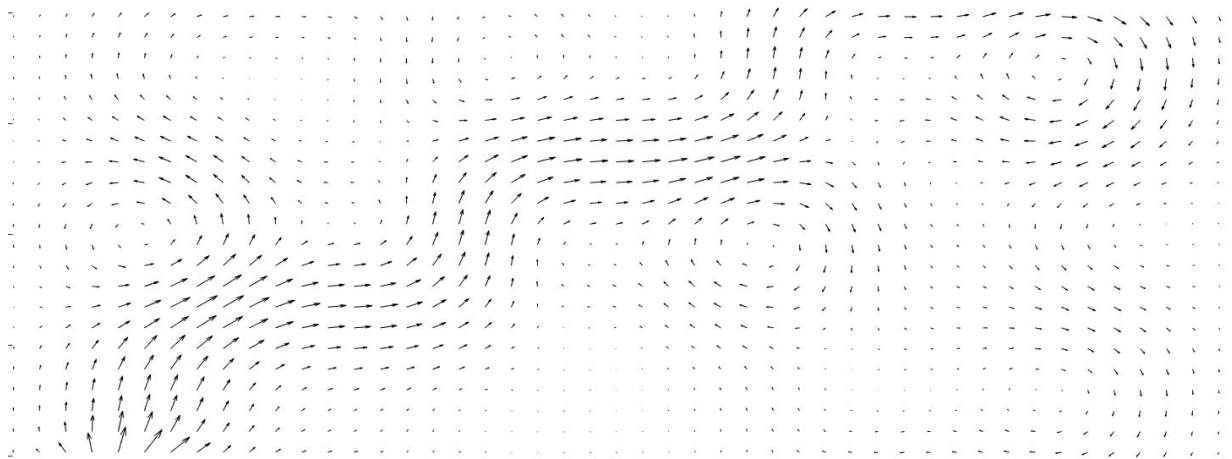


Technische
Universität
Braunschweig



INSTITUT
FÜR AKUSTIK

Bewertung der Strukturintensität als Größe zur Bestimmung des Energietransportes in vibroakustischen Systemen



Masterarbeit

Herr Kyrill Norkowski

Matr.-Nr.: 4567200

August 2021

Betreuer (InA): M. Sc. Sebastian Rothe

erstellt in Zusammenarbeit mit dem DLR Göttingen

Erstprüferin: Prof. Dr.-Ing. Sabine C. Langer



**Masterarbeit
für**

**Herrn Kyrill Norkowski
Matr.-Nr.: 4567200**

Thema: Bewertung der Strukturintensität als Größe zur Bestimmung des Energietransportes in vibroakustischen Systemen.

Vibroakustische Systeme sind gekennzeichnet durch die wechselseitige Beeinflussung von schwingender Struktur und abgestrahltem Schall. Durch den Betrieb solcher Systeme werden funktionsbedingt häufig Vibrationen erzeugt. Geraten großflächige Bauteile oder Komponenten in Schwingungen, kann Energie in Form von Luftschall in das umgebende Fluid (Luft) abgestrahlt werden.

Eine häufige Problemstellung in der Vibroakustik ist die Verminderung der Schallabstrahlung technischer Systeme. Für die Entwicklung effizienter Abhilfemaßnahmen ist das Verständnis der physikalischen Vorgänge fundamental, die in das Phänomen der Schallabstrahlung involviert sind. Generell wird einem technischen System durch Betriebskräfte bzw. eingeprägte Kräfte Energie zugeführt. Durch Schallabstrahlung und auch durch Strukturdämpfung wird dem System Energie entzogen. Die Schallintensität ist eine etablierte Größe in der Akustik, welche Richtung und Größe des Energietransports durch Luftschall angibt. Analog dazu ist die Strukturintensität eine frequenzabhängige vektorielle Größe, welche an jedem Ort in einer Struktur den Energietransport durch Körperschall in Betrag und Richtung beschreibt. Insbesondere werden dabei die Transferpfade von den Energiequellen zu den Energiesenken durch das Vektorfeld der aktiven Strukturintensität sichtbar.

Die Berechnung der Strukturintensität ist insbesondere bei Verwendung experimenteller Vibrationsdaten von vielen strukturmechanischen Annahmen abhängig. Im Rahmen dieser Arbeit soll daher die Brauchbarkeit und Genauigkeit des berechneten Energietransports untersucht werden. Bisherige Untersuchungen deuten darauf hin, dass die Strukturintensität nur im niederfrequenten Bereich hinreichend gute Genauigkeit besitzt. Im höheren Frequenzbereich bzw. bei kleineren Wellenlängen lassen sich keine eindeutigen Energietransporte in der Struktur bestimmen. Auch der Energietransfer in das umgebende Medium wird häufig nur unzureichend dargestellt (Übergang Strukturintensität zu Schallintensität). Des Weiteren ist die Genauigkeit vom Detailgrad der Modellierung und der Dichte der Messpunkte abhängig. Auch hierfür fehlen bisher Richtwerte für die erreichbare Genauigkeit in Abhängigkeit des Modellierungsgrads. Dieser Problemstellung soll sich diese Arbeit widmen.



Bei der Bearbeitung der Aufgabe sollen im Speziellen folgende Punkte berücksichtigt werden:

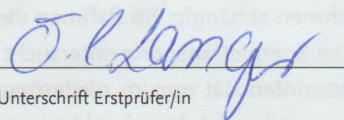
- Literaturrecherche und Aufbau eines Finite-Elemente-Modells einer generischen Plattenstruktur zur Untersuchung der Strukturintensität
- Analyse der Energieflüsse innerhalb der Struktur über die Grenzen von geschlossenen Subsystemen für eine ungedämpfte Struktur und eine Struktur mit Materialdämpfung (Strukturdämpfung)
- Experimentelle Charakterisierung der Plattenstruktur zur Bestimmung der Strukturintensität und strukturnaher Schallintensität
- Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit der Simulation und teilanalytisch berechneter Schallabstrahlung
- Ableiten von Regeln für die Bestimmung des Energietransportes in vibroakustischen Systemen mittels der Strukturintensität und Bewertung der Ergebnisse insbesondere hinsichtlich der Übertragbarkeit auf komplexere Strukturen

Die Arbeit erfolgt in enger Zusammenarbeit mit dem DEUTSCHEN ZENTRUM FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT (DLR) in GÖTTINGEN und basiert auf internen und vertraulichen Daten des Unternehmens. Diese Arbeit darf Dritten mit Ausnahme der betreuenden Dozenten und befugten Mitgliedern des Prüfungsausschusses ohne ausdrückliche Zustimmung des Unternehmens und des Verfassers nicht zugänglich gemacht werden. Eine Vervielfältigung und Veröffentlichung der Arbeit ohne ausdrückliche Genehmigung – auch in Auszügen – ist nicht erlaubt.

Änderungen der Aufgabenstellung sind nur mit Zustimmung des Instituts möglich.

Erstprüfer/ in: Prof. Dr.-Ing. Sabine C.Langer

Bearbeitungszeit: 6 Monate


Unterschrift Erstprüfer/in

Ausgegeben am: 15.02.2021

Abgegeben am: _____

Kurzfassung

Ziel dieser Arbeit ist es, die Strukturintensität als Größe zur Bestimmung des Energietransportes in vibroakustischen Systemen zu bewerten. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Ableitung von Regeln zur notwendigen Diskretisierung und zum Detailgrad der Modellierung für das betrachtete System, um eine Aussage über den Leistungsfluss im Modell treffen zu können. Ferner beziehen sich die Untersuchungen auf die numerische und experimentelle Bestimmung der Strukturintensität für eine frei schwingende Platte.

Dazu wird zunächst ein numerisches Simulationsmodell aufgebaut und validiert. Im Folgenden werden Konvergenzstudien bezüglich der minimal notwendigen Diskretisierungsdichte durchgeführt. Die Untersuchungen ergeben, dass die Struktur mit mindestens 30 Punkten pro Wellenlänge diskretisiert werden muss, damit die berechnete Strukturintensität konvergent ist. Zudem wird der Leistungsfluss zwischen zwei Subsystemen über eine Grenze auf Basis der berechneten Strukturintensitätsdaten betrachtet. Untersuchungen der lokalen Diskretisierungsdichte zeigen, dass bei der Berücksichtigung von 80% der berechneten Elemente eine maximale Abweichung von 15% der ermittelten Leistung vorliegt.

Zum Vergleich für die numerisch ermittelten Ergebnisse wird der Versuchsaufbau experimentell nachgebildet, um auf Basis der gemessenen Größen die Strukturintensität zu bestimmen. Die Untersuchungen ergeben, dass sich trotz veränderter Experimentkonfiguration keine Strukturintensität mittels experimenteller Messdaten für eine frei schwingenden Platte bestimmen lässt. Die Gründe können in der Arbeit nicht abschließend geklärt werden und sind weiterhin Bestandteil für zukünftige Forschungsarbeiten.

Abstract

This work focuses on the evaluation of the structure intensity as a parameter for determining the energy transport in vibroacoustic systems. The main research subject is set on the derivation of rules for the necessary needed discretization and the level of detail of the modeling for the system in order to make a statement on the impact of the power flow in the model. The examinations also relate to the numerical and experimental determination of the structure intensity for a freely oscillating plate.

For this purpose, a numerical simulation model is set up and validated in a first step. Subsequently the convergence studies are carried out with regard to the minimum necessary discretization density. The examinations show that the structure must be discretized with at least 30 points per wavelength so the calculated structure intensity is convergent. In addition, the power flow between two subsystems is considered above the limiting mass of the calculated structural intensity data. Investigations of the local discretization density proofed a maximum deviation of 15% of the determined power in case that 80% of the calculated elements are taken into consideration.

As a comparison for the numerically determined results, the test set up is simulated experimentally in order to determine the structure intensity on the basis of the measured values. The investigations show that, despite the changed experimental configuration, no structure intensity can be determined by using experimental measurement data for a freely oscillating plate. The specific reasons cannot be conclusively clarified with this work and future studies should therefore address these questions examine it in more detail.

Selbständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, Kyrill Norkowski, durch meine Unterschrift, dass ich die vorliegende Masterarbeit mit dem Titel „Bewertung der Strukturintensität als Größer zur Bestimmung des Energietransports in vibroakustischen Systemen“ selbständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder unveröffentlichten Schriften entnommen sind, habe ich als solche kenntlich gemacht. Insbesondere sind auch solche Inhalte gekennzeichnet, die von betreuenden wissenschaftlichen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts für Akustik eingebracht wurden.

Die Arbeit oder Auszüge daraus haben noch nicht in gleicher oder ähnlicher Form dieser oder einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

Mir ist bewusst, dass Verstöße gegen die Grundsätze der Selbstständigkeit als Täuschung betrachtet und entsprechend der Prüfungsordnung geahndet werden.

Braunschweig, 31. August 2021

Kyrill Norkowski

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	IX
Tabellenverzeichnis	XIII
Nomenklatur	XIV
1 Einleitung	1
2 Stand der Technik	3
3 Mathematische Grundlagen der Strukturintensitätsanalyse	5
3.1 Intensitäten in der Akustik	5
3.2 Strukturintensitätsanalyse einer dünnen Platte	7
3.3 Leistungsberechnung auf Basis der Strukturintensität	10
4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität	13
4.1 Analytische Berechnung der Strukturintensität einer KIRCHHOFF-Platte	14
4.2 Wahl des Anregungsortes	18
4.3 Konvergenzstudie der analytischen Lösung	20
4.4 Numerische Berechnung der Strukturintensität	22
4.5 Verifizierung der numerischen Strukturintensitätsanalyse	25
4.6 Verifizierung der numerischen Strukturintensitätsanalyse mittels Leistungsbe- trachtung	30
4.7 Konvergenzstudie einer gedämpften Plattenstruktur	40
4.8 Vergleich zwischen NASTRAN und ABAQUS	42
5 Numerische Bestimmung der Strukturintensität und Analyse der Energieflüsse innerhalb der Struktur	47
5.1 Grenzdiskretisierung zur Leistungsbestimmung	47
5.2 Numerischer Zwei-Shaker-Aufbau	49
5.3 Numerischer Aufbau mit CLD-Folie	51
6 Experimentelle Bestimmung der Strukturintensität und Versuchsaufbau	57
6.1 Verfahren zur experimentellen Bestimmung der STI	57
6.1.1 8-Aufnehmerverfahren	58
6.1.2 CDM-Verfahren	60
6.1.3 Vergleich der Näherungsverfahren zur experimentellen STI Bestimmung	61
6.1.4 Alternatives Näherungsverfahren zur experimentellen STI Bestimmung	67

Inhaltsverzeichnis

6.2	Experimenteller Aufbau	70
6.2.1	Experimenteller Zwei-Shaker-Aufbau	70
6.2.2	Experimenteller Aufbau mit Constrained-Layer-Damping-Folie	72
7	Zusammenfassung und Bewertung	78
8	Ausblick	80
	Literaturverzeichnis	81
	Anhang	i
.1	Eigenfrequenzen der Platte	i
.2	Verläufe des Leistungsbilanzvergleichs für verschiedene Diskretisierungsdichten	ii
.3	Leistungsverlauf mit Fokus auf die Grenzdiskretisierung für weitere exemplarische Grenzen	ix

Abbildungsverzeichnis

1.1	Blockschaltbild der maschinenakustischen Grundgleichung [16]	1
3.1	Schematische Darstellung der Eigenschwingform einer 3-2 Mode (oben), der reaktiven STI (Mitte) und der aktiven STI (unten) [11].	7
3.2	Schematische Darstellung einer Schale [5]	8
3.3	Schnittgrößen eines Schalenelements [13]	11
4.1	Kraftanregung einer KIRCHHOFF-Platte [13]	15
4.2	Darstellung des Steuerbarkeitsindex κ über die Plattengeometrie	19
4.3	Darstellung einer 2-3-Mode (869 Hz) einer analytisch berechneten STI unter Berücksichtigung verschieden vieler Eigenmoden	21
4.4	Darstellung der Koordinatensysteme eines exemplarischen Schalenelements [13]	23
4.5	Vergleich der numerisch und analytisch berechneten aktiven und reaktiven STI 3-2-Mode (645 Hz)	26
4.6	Experimenteller Aufbau zur Ermittlung der minimal auftretenden Wellenlänge	27
4.7	Experimentell ermitteltes Köperschallmaß - Der Referenzwert für die flächengewichtete mittlere Übertragungsadmittanz beträgt $S_0 h_{v_0}^2 = 25 \cdot 10^{-16} m^4 / (Ns)^2$	28
4.8	Experimentell ermittelte Verteilung der Schallschnelle v bei einer Frequenz von 1003 Hz	29
4.9	Durchschnittliche mittlere quadratische Schallschnelle in Abhängigkeit der Diskretisierungspunkte pro Wellenlänge von 0,15 m	29
4.10	Simulationsaufbau zur Bestimmung der Leistungsbilanz durch Unterteilung in zwei Subsysteme	31
4.11	Vergleich der Eingangsleistung mit der durch die STI bestimmten Leistung bei einer Diskretisierung von 10 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12} W$ nach DIN EN 21683	32
4.12	Vergleich der Eingangsleistung mit der durch die STI bestimmten Leistung bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12} W$ nach DIN EN 21683	33
4.13	Vergleich der Eingangsleistung mit der durch die STI bestimmten Leistung bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 100 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12} W$ nach DIN EN 21683	34
4.14	Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 100 Hz	35

Abbildungsverzeichnis

4.15	Vergleich der Eingangsleistung mit der durch die STI bestimmten Leistung mittels der dissipierten Leistung $P_{\text{real},0}$ in Subsystem 1 bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 100 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683 . . .	36
4.16	Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 - 100 Hz	36
4.17	Vergleich der durch die STI bestimmten Leistung mittels der dissipierten Leistung $P_{\text{real},0}$ in Subsystem 1 an den Grenzen $\sqrt{3}/2 \cdot a = 0,389$ m, $\sqrt{3}/3 \cdot a = 0,259$ m und $\sqrt{3}/4 \cdot a = 0,195$ m bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 100 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683	38
4.18	Vergleich der Eingangsleistung mit der durch die STI bestimmten Leistung mittels der dissipierten Leistung $P_{\text{real},0}$ in Subsystem 1 bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683 . . .	39
4.19	Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz	40
4.20	Logarithmische Darstellung der durchschnittlichen Intensität pro Element über den betrachteten Frequenzbereich für unterschiedliche Diskretisierungsdichten - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683	41
4.21	Darstellung der Vergleichsplattengeometrie	43
4.22	Vergleich des RMS der Schallschnelle zwischen ABAQUS und NASTRAN mit linearen Elementen und diskretem Dämpfer und Darstellung der prozentualen Abweichung	44
4.23	Vergleich des RMS der Schallschnelle zwischen ABAQUS und NASTRAN mit linearen Elementen und ohne diskreten Dämpfer sowie Darstellung der prozentualen Abweichung	45
4.24	Vergleich des RMS der Schallschnelle zwischen ABAQUS und NASTRAN mit quadratischen Elementen und ohne diskreten Dämpfer sowie Darstellung der prozentualen Abweichung	45
5.1	Konvergenzverhalten der lokalen Grenzdiskretisierung zur Leistungsbestimmung für eine globale Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge	48
5.2	Darstellung der Schallschnellen für ein numerisches Modell mit zwei Shakern für die experimentell ermittelte Schwingform bei 428 Hz	49
5.3	Darstellung der Divergenz für ein numerisches Modell mit diskretem Dämpfer und mit zwei Shakern	50
5.4	Darstellung der Divergenz für ein numerisches Modell mit diskretem Dämpfer und mit zwei Shakern	51
5.5	Schematische Darstellung der mit CLD beklebten Platte	52
5.6	Vergleich des experimentell und numerisch ermittelten Körperschallmaß für eine Struktur mit CLD Streifen - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert für die flächengewichtete mittlere Übertragungsadmittanz von $S_0 h_{\text{Ü}}^2 = 25 \cdot 10^{-16} \text{m}^4 / (\text{Ns})^2$	53

Abbildungsverzeichnis

5.7	Logarithmische Darstellung der Grenzleistung für den Modellaufbau mit CLD-Folie - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683	53
5.8	Untersuchungskonfigurationen zur Ermittlung des Einflusses der Position für die CLD-Folie	54
5.9	Logarithmische Darstellung der Grenzleistungen der untersuchten Positionen für die CLD-Folie - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683	55
6.1	Schematische Darstellung der Messpunktanordnung für das 8-Aufnehmerverfahren [19]	58
6.2	Prozentuale Abweichung des Scharsteinkriteriums für das 8-Aufnehmerverfahren über den betrachteten Frequenzbereich	62
6.3	Verlauf des relativen Fehlers des 8-Aufnehmerverfahrens über den betrachteten Frequenzbereich	63
6.4	Absoluter relativer Fehler des Betrages der numerischen und experimentelle STI-Amplitude des 8-Aufnehmerverfahrens für die 18. Eigenfrequenz (879 Hz)	64
6.5	Prozentuale Abweichung des Scharsteinkriteriums für das CDM-Verfahren über den betrachteten Frequenzbereich	65
6.6	Verlauf des relativen Fehlers des CDM-Verfahrens über den betrachteten Frequenzbereich	65
6.7	Absoluter relativer Fehler des Betrages der numerischen und experimentellen STI-Amplitude des CDM-Verfahrens für die 18. Eigenfrequenz (879 Hz)	66
6.8	Normierter STI-Verlauf aller untersuchten Berechnungsverfahren für die 18. Eigenfrequenz (879 Hz)	67
6.9	Prozentuale Abweichung des Scharsteinkriteriums für das DLR-Verfahren über den betrachteten Frequenzbereich	68
6.10	Verlauf des relativen Fehlers des DLR-Verfahrens über den betrachteten Frequenzbereich	69
6.11	Absoluter relativer Fehler des Betrages der numerischen und experimentellen STI-Amplitude des DLR-Verfahrens für die 18. Eigenfrequenz (879 Hz)	69
6.12	Darstellung des Zwei-Shaker-Aufbaus	71
6.13	Exemplarische Darstellung der aktiven und reaktiven STI der Zwei-Shaker-Messung bei 428 Hz	71
6.14	Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Admittanz für die Mode bei 428 Hz	72
6.15	Exemplarische Darstellung des Wirkprinzips einer CLD-Folie [4]	73
6.16	Darstellung der CLD beklebten Struktur	73
6.17	Exemplarische Darstellung der aktiven und reaktiven STI der CLD beklebten Struktur bei 428 Hz	74
6.18	Vergleich der aktiven und reaktiven Amplitudenverteilung der STI zwischen experimentell und numerisch ermittelten Resultaten bei 877 Hz	75
6.19	Exemplarische Darstellung des Vektorfelds der aktiven experimentell bestimmten STI bei 877 Hz	75
6.20	Mittels experimentell ermittelter STI bestimmte Leistung über eine Grenze im Frequenzbereich von 0 bis 1000 Hz	76
6.21	Exemplarische Darstellung der Amplitude und Phase für die 1-1 Mode	77

Abbildungsverzeichnis

A-1	Vergleich der Eingangs- mit der Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 10 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683 . . .	ii
A-2	Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 10 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz	iii
A-3	Differenz der Leistungsverläufe bei einer Diskretisierung von 10 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz	iii
A-4	Verhältnis zwischen Eingangs- und Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 10 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz	iv
A-5	Vergleich der Eingangs- mit der Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 20 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683 . . .	iv
A-6	Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 20 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz	v
A-7	Differenz der Leistungsverläufe bei einer Diskretisierung von 20 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz	v
A-8	Verhältnis zwischen Eingangs- und Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 20 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz	vi
A-9	Vergleich der Eingangs- mit der Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683 . . .	vi
A-10	Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz	vii
A-11	Differenz der Leistungsverläufe bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz	vii
A-12	Verhältnis zwischen Eingangs- und Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz	viii
A-13	Konvergenzverhalten der lokalen Grenzdiskretisierung zur Leistungsbestimmung für die Grenze an der Stelle $x = 0,19$ m	ix
A-14	Konvergenzverhalten der lokalen Grenzdiskretisierung zur Leistungsbestimmung für die Grenze an der Stelle $x = 0,3$ m	x

Tabellenverzeichnis

4.1	Geometrie- und Materialparameter der untersuchten Platte	14
4.2	Koordinaten mit höchstem Steuerbarkeitsindex	19
4.3	Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Eigenfrequenzen	24
4.4	Leistungsbilanzvergleich für verschiedene Diskretisierungsdichten	33
4.5	Mittlere Differenz der Grenzleistungen 1-3 bezogen auf die Eingangsleistung .	37
4.6	Leistungsbilanzvergleich für die Strukturdämpfung von $\eta = 0,001$ und $\eta = 0,002$	38
4.7	Prozentuale Abweichung der durchschnittlichen Intensität pro Element in den Eigenfrequenzen, bezogen auf eine globale Diskretisierung von 60 Punkten pro Wellenlänge	42
4.8	Materialparameter der Vergleichs-Platte	43
5.1	Berechnete Riemannsumme der Grenzleistungsverläufe in 5.9	55
A-1	Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Eigenfrequenzen	i
A-1	Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Eigenfrequenzen	ii

Nomenklatur

Akronym

CDM	Central Difference Method
CLD	Constrained-Layer-Damping
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
MGG	Maschinenakustische Grundgleichung
STI	Strukturintensität

Lateinische Bezeichnungen

Notation	Einheit	Beschreibung
<i>a</i>	m	Plattenlänge in x-Koordinatenrichtung
<i>a</i>	–	Transformationsmatrix Komponente
<i>A</i>	m ²	Fläche
A	–	Transformationsmatrix
<i>b</i>	m	Plattenlänge in y-Koordinatenrichtung
<i>B</i>	Nm	Biegesteifigkeit
e	–	Einheitsvektor
<i>E</i>	N/m ²	Elastizitätsmodul
<i>f</i>	Hz	Frequenz
<i>F</i>	N	Kraft
<i>G</i>	N/m ²	Schubmodul
<i>h</i>	m	Plattendicke
<i>h</i>	m/Ns	Admittanz
<i>I</i>	WW/m ²	Intensität
<i>M</i>	Nm	Drehmoment
n	–	Normalenvektor
<i>N</i>	N	Normalkraft
<i>p</i>	Pa	Schallwechseldruck
<i>P</i>	W	Leistung
<i>q</i>	–	Quellendichte
<i>Q</i>	N	Querkraft
<i>S</i>	m ²	Schalldurchdringende Fläche
<i>S</i>	–	Riemannsumme

Nomenklatur

S	–	Scharsteinfaktor
\mathbf{S}	N/m^2	Spannungstensor
t	s	Zeit
v	–	Vektorfeld
v	m/s	Schallschnelle
\mathbf{v}	m/s	Schallschnellenvektor
V	m^3	Volumen
V	–	Entwicklungskoeffizient
W	–	Entwicklungskoeffizient
x	m	Richtung im kartesischen Koordinatensystem
y	m	Richtung im kartesischen Koordinatensystem
z	m	Richtung im kartesischen Koordinatensystem
Z	Nm/s	Impedanz

Griechische Bezeichnungen

Notation	Einheit	Beschreibung
α	1/m	Hilfskoeffizient zur Bestimmung der analytischen STI
β	1/m	Hilfskoeffizient zur Bestimmung der analytischen STI
ϵ	–	Relativer Fehler
ζ	m	Verschiebung in z-Richtung
η	m	Verschiebung in y-Richtung
η	–	Materialdämpfung
κ	–	Steuerbarkeitsindex
λ	m	Wellenlänge
ν	–	Poissonzahl
ξ	m	Verschiebung in x-Richtung
ξ	m	Zwischenpunkte zur Bestimmung der Riemannsumme
π	J/m^3	Energiedichte
ρ	kg/m^3	Dichte
σ	N/m^2	Normalspannung
τ	N/m^2	Schubspannung
φ	rad	Verformungswinkel
ω	rad/s	Kreisfrequenz
Ω	rad/s	Eigenkreisfrequenz

Indizes

Notation	Beschreibung
0	Referenzwert
a	Aktive Strukturintensität
diss	Dissipierte Energiedichte/ Leistung
div	Divergierte Leistung
e	Element

Nomenklatur

E	Eingangsadmittanz/-impedanz
experimentell	Experimentell bestimmte Strukturintensität
Fluid	Schallintensität
Grenz	Grenze
i	Matrixnummerierung in Zeilen-Richtung
j	Matrixnummerierung in Spalten-Richtung
m	Modenzahl in x-Richtung
M	Verschiebung in der Plattenmittelebene
n	Modenzahl in y-Richtung
numerisch	Numerisch bestimmte Strukturintensität
r	Reaktive Strukturintensität
real	Realteil der Eingangsleistung
STI	Strukturintensität
\ddot{U}	Übertragungsadmittanz
x	Kartesische Koordinate in x-Richtung
y	Kartesische Koordinate in y-Richtung
z	Kartesische Koordinate in z-Richtung
zu	Zugeführte Energiedichte, Eingangsleistung

1 Einleitung

„Eines Tages wird der Mensch den Lärm ebenso unerbittlich bekämpfen müssen wie die Cholera und die Pest.“ Dieses Zitat stammt aus dem 19. Jhd. vom deutschen Medizin-Nobelpreisträger Robert Koch. Mit dieser Aussage war Koch seiner Zeit voraus, denn es zeigt sich heute, wie recht er hatte. Durch das steigende Bedürfnis des Konsumenten nach mehr Komfort und durch immer strenger werdende Gesetzesvorgaben ist die Forschung und Entwicklung zur Minimierung der Schallabstrahlung in den letzten Jahren in den Fokus gerückt. [16]

In der Maschinenakustik ist die *aktive Lärminderung* eine Möglichkeit, die Schallabstrahlung eines Systems zu minimieren. Dabei werden durch Primärmaßnahmen die Funktion bzw. die stofflich-geometrische Gestaltung der jeweiligen Maschine angepasst, um die Geräuschemission zu minimieren. Um gezielt aktive Maßnahmen zur Lärminderung umzusetzen, ist die Kenntnis der indirekten Kette der Schallabstrahlung durch das Modell der „maschinenakustischen Grundgleichung“ (MGG) hilfreich. Abbildung 1.1 zeigt exemplarisch das Blockschaltbild der MGG. [16]

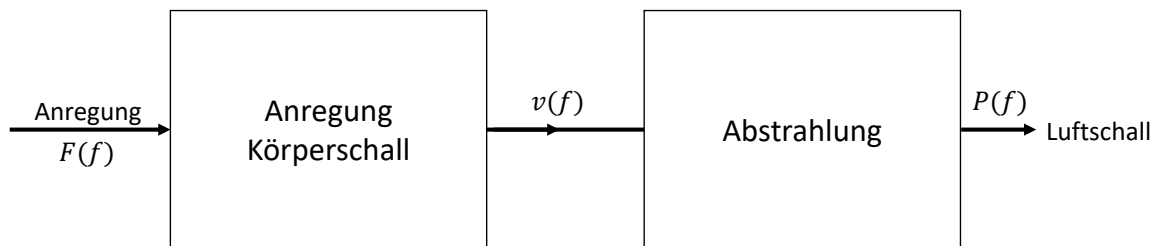


Abbildung 1.1: Blockschaltbild der maschinenakustischen Grundgleichung [16]

Durch die MGG lässt sich die Entstehungskette des köperschallerregten Luftschalls auf Basis der Anregungskraft F , der Schallschnelle v und der Schalleistung P mit einer Formel beschreiben. Die Gleichung dient jedoch lediglich als Veranschaulichung und ist in der Realität nicht handhabbar. Grund dafür ist, dass einige Teile der Funktion nicht mathematisch beschrieben, sondern nur empirisch ermittelt werden können. Gleiches gilt für die in der MGG enthaltene Körperschallfunktion, welche die Körperschallausbreitung im System beschreibt. Die Kenntnis darüber ist jedoch notwendig, um Auswirkungen von Primärmaßnahmen mathematisch vorauszusagen. Ein Ansatz, um die Energieflüsse in einem System beschreiben zu können, ist die Verwendung der Strukturintensität (STI). Diese gilt für Festkörper und lässt sich als Äquivalent für die im Fluid vorkommende Schallintensität interpretieren. [13]

In der Arbeit wird die STI als Bewertungsgröße zur Bestimmung des Energietransports in vibroakustischen Systemen untersucht. Dabei wird die STI sowohl numerisch als auch experimentell für eine frei schwingende Platte bestimmt. Der Fokus der Untersuchungen liegt dabei

1 Einleitung

auf der Diskretisierungsdichte der Messpunkte und dem Detailgrad der Modellbildung. Die Zielsetzung der Abschlussarbeit ist es, Richtwerte zu ermitteln, um eine Aussage über die erreichbare Genauigkeit bei der Betrachtung der Energieflüsse treffen zu können.

Zu Beginn wird in Kapitel 2 der aktuelle Stand der Technik zusammengefasst. Im Folgenden werden in Kapitel 3 die mathematischen Grundlagen erklärt, um ein Verständnis der Berechnungsvorschriften für die STI zu erhalten. Die mathematischen Grundlagen bilden die Basis für die Modellierung des numerischen Modells welches in Kapitel 4 aufgebaut wird. Des Weiteren werden dort für das Simulationsmodell notwendige Voruntersuchungen durchgeführt. Mittels des numerischen Modells wird in Kapitel 5 die minimal notwendige Diskretisierungsdichte zur Leistungsbestimmung auf Basis der STI. Zudem erfolgt in dem Kapitel die Betrachtung von Leistungsflüssen innerhalb des Systems für unterschiedliche Modellkonfigurationen. In Kapitel 6 werden der Aufbau des Experiments und die zur Bestimmung der STI notwendigen Näherungsverfahren beschrieben. Es erfolgen die gleichen Untersuchungen wie für das numerische Modell. Die Ergebnisse der experimentell bestimmten STI sollen als Vergleich für die numerisch berechnete STI dienen, sodass Regeln zur Bestimmung des Energietransports in virboakustischen Systemen abgeleitet werden können. Am Ende werden alle Ergebnisse abschließend zusammengefasst und bewertet und es wird zudem ein Ausblick für mögliche Forschungsfragen gegeben.

2 Stand der Technik

Die Strukturintensität (STI) rückte in den 1970er Jahren das erste Mal in den Fokus vibroakustischer Forschungsarbeiten. Dies hing mit der Entwicklung von Messverfahren zur Bestimmung der Fluidschallintensität und der sich daraus ergebenden Ermittlung von Energieflüssen und Fluidschallfeldern zusammen. Dadurch ließen sich erstmals abstrahlungsrelevante Bereiche einer schwingenden Struktur identifizieren. Die Fluidschallfeldanalyse diente somit als Motivation dafür, ein äquivalentes Vorgehen für den Körperschall zu finden, um so Körperschallfelder experimentell lokalisieren zu können. [13]

Eine erste Formulierung zur Bestimmung der STI veröffentlichte NOISEUX [20] im Jahr 1970. Er entwickelte ein Verfahren zur experimentellen Bestimmung der STI. Aufgrund vieler Vereinfachungen ist dieses Verfahren jedoch nur sehr eingeschränkt nutzbar und gilt ausschließlich im Körperschallhallfeld. PAVIC [22] formulierte als erster eine analytische Herleitung zur Bestimmung der STI für frei gelagerte Platten und Balken, welche durch CREMER und ROMANO [7] noch erweitert wurde. Nachdem die STI sowohl experimentell als auch analytisch bestimmt werden konnte, stellten GAVRIC und HAMBRIC [8] die notwendigen Gleichungen zur numerischen Bestimmung der STI auf. Diese Erkenntnisse bilden die Grundlage für alle weiteren Forschungen. Eine gute Zusammenfassung für den Stand der Technik bis zum Jahr 2017 ist in [25] gegeben. Deshalb wird im weiteren Verlauf ausschließlich auf die Forschungsergebnisse ab dem Jahr 2017 eingegangen. In den Jahren von 2017 bis heute ist der Forschungsfortschritt begrenzt. Es ist jedoch zu sehen, dass die STI weiterhin ein Bestandteil der aktuellen Forschung ist und so sind besonders drei Forschungsschwerpunkte bezüglich der STI zu erkennen. Dazu zählen die Grundlagenforschung zur STI, die Anwendung der STI auf Großstrukturen und der Versuch, die experimentelle STI adaptiver zu machen.

In Bezug auf die Grundlagenforschung führen ROTHE und LANGER in [28] Untersuchungen durch. Dort wird die STI unter Berücksichtigung des umgebenden Fluids und der äquivalent abgestrahlten Schalleistung betrachtet. Ziel der Untersuchungen ist es, die Einflüsse der Abstrahlcharakteristik auf die STI innerhalb der Struktur herauszustellen. Die Ergebnisse zeigen, dass kein direkter Einfluss des Fluids auf den STI-Verlauf zu erkennen ist. Deshalb wird vermutet, dass die Ausbreitung der STI hauptsächlich durch Schwingungsmoden dominiert wird. Zudem scheint die STI als Bewertungsgröße zur Identifikation von Modifikationsbereichen zur Verbesserung des Abstrahlverhaltens nicht geeignet zu sein.

Neben der Grundlagenforschung beschäftigt sich ein Teil der Forschungsgemeinschaft mit der Bestimmung der STI für Großstrukturen. Lag der Fokus lange auf der Untersuchung für akademische Beispiele, wie zum Beispiel frei gelagerte Platten, oder auf kleinen Anwendungsbeispielen, wie zum Beispiel der STI-Bestimmung für eine Ölwanne (siehe BUCKERT [5] und HERING [13]), untersuchen BIEDERMANN, WINTER und NORAMBUENA vom DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt) in [3] das STI-Feld für einen Kurzstreckenflugzeugrumpf im mittleren Frequenzbereich. Zur Bestimmung der akustischen Auswirkung in einer Flugzeugkabine sind

sowohl validierte Simulationsmodelle als auch Analysemodelle zwingend notwendig. Dazu wird bei den Untersuchungen das „Acoustic Flight-Lab“, welches einem maßstabgetreuen Nachbau einer Flugzeugkabine entspricht, experimentell vermessen. Auf Basis der Ergebnisse der hochauflösenden Messung sind die Validierung, Korrelation und Frequenzbereichscharakterisierung zum Beispiel für die STI möglich.

Da ein Schwerpunkt auf der Bestimmung der STI für Großstrukturen liegt, ist die Forschung an adaptiven experimentellen Messverfahren in den Fokus gerückt. Aufgrund verschiedener Voraussetzungen bisheriger gängiger Näherungsverfahren zur experimentellen STI-Bestimmung, wie zum Beispiel die Notwendigkeit von äquidistanten Messpunkten beim 8-Aufnehmerverfahren nach PAVIC [22], sind diese Verfahren für Großstrukturen häufig nicht praktikabel. Einen Ansatz liefern PIRES, AVRIL, VANLANDUIT und DIRCKX in [24]. Die STI wird mittels einer FEM-Approximation bestimmt. Dabei wird für eine beliebige Struktur das Geschwindigkeitsfeld experimentell gemessen und auf ein FE-Modell transformiert. Auf Basis der gemessenen Geschwindigkeit lässt sich die Verschiebung approximieren. Mittels der Verschiebung werden numerisch alle weiteren, für die STI notwendigen Größen berechnet. Infolgedessen wird die STI für die betrachtete Struktur bestimmt. Mittels dieses Verfahrens lässt sich die STI experimentell für verschiedene, beliebig komplexe Strukturen berechnen.

Neben den erwähnten Schwerpunkten wird die STI zudem für verschiedene Anwendungsfälle untersucht. So untersucht AL BA'BA'AA [1] im Jahr 2017 die STI als Werkzeug, um das Sperrbandverhalten elastischer Metamaterialien zu quantifizieren. Bei elastischen Metamaterialien handelt es sich um Subwellenlängsstrukturen mit lokalen resonanten Elementen, welche für ein Sperrband für die Struktur sorgen, d.h. dass sich für bestimmte Frequenzen keine Wellen ausbreiten können. Die Untersuchungen zeigen, dass sich anhand der STI-Felder Algorithmen implementieren lassen, mittels welcher die Sperrbandfrequenz hervorgesagt werden kann.

Einen weiteren Ansatz zur Nutzung der STI als Werkzeug in anderen Forschungsgebieten zeigen LEE und LIM in [18]. Dort berechnen sie die STI unter anderem für einen High-Heel Schuh. Dadurch konnten sie einen Vergleich der Energieflüsse zwischen einem flachen Schuh und einem High-Heel Schuh aufstellen. Mittels dieses Beispiels zeigen sie exemplarisch, welche Möglichkeiten sich für die STI im Hinblick auf den Anwendungsbereich der Biomechanik bieten.

3 Mathematische Grundlagen der Strukturintensitätsanalyse

In der Akustik sind die Intensität des Schalls und die sich daraus ergebende Leistung notwendige Größen, um zum Beispiel eine Aussage über die Schallabstrahlung eines Systems treffen zu können. Wie bereits erwähnt ist die STI-Analyse ein möglicher Ansatz, um die Körperschallausbreitung und die Intensität in einer Struktur zu bestimmen. Dabei lässt sich mittels der STI der Energiefluss innerhalb eines Festkörpers abbilden, womit die Körperschallfunktion in der MGG mathematisch dargestellt werden kann. Um ein grundlegendes Verständnis für das Vorgehen bei der STI-Berechnung zu erhalten, werden in diesem Kapitel zunächst die mathematischen Grundlagen erklärt. Zu Beginn werden dafür die Intensitäten in der Akustik im Allgemeinen für den dreidimensionalen Raum vorgestellt. Da in der Maschinenakustik dünnwandige Strukturen maßgeblich für die Schallabstrahlung verantwortlich sind und in dieser Arbeit ausschließlich eine dünnwandige Struktur untersucht wird, wird im weiteren Verlauf die Berechnung der STI einer Platte auf Basis der zuvor gewonnenen Erkenntnisse über die STI eines dreidimensionalen Kontinuums vorgestellt [16].

3.1 Intensitäten in der Akustik

In der Maschinenakustik ist die Schallintensität eine wichtige Größe, um eine energetische Aussage über den abgestrahlten Fluidschall treffen zu können. Der momentane Schallintensitätsvektor

$$\mathbf{I}_{\text{Fluid}} = p\mathbf{v} = \frac{P}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{S}} \quad (3.1)$$

ist als Produkt aus dem Schallschnellenvektor \mathbf{v} und dem Schallwechseldruck p definiert. Dabei beschreibt die Schallintensität die Schallleistung P einer ebenen Welle, welche durch eine senkrecht zur Schallausbreitungsrichtung stehenden Fläche S tritt. Der Vektor \mathbf{n} entspricht dabei dem Normaleneinheitsvektor. [16]

In Analogie zur Schallintensität lässt sich die STI nach CREMER und HECKL [7] definieren, wobei zu beachten ist, dass die dynamische Größe nicht durch den Schallwechseldruck p , sondern durch den Spannungstensor \mathbf{S} beschrieben wird. Somit ist die Intensität \mathbf{I}_{STI} als Produkt aus Spannungstensor $\mathbf{S} = \sigma_{i,j}$ und Geschwindigkeitsvektor $\mathbf{v} = v_i$ wie folgt definiert:

$$\mathbf{I}_{\text{STI}} = -\mathbf{S}\mathbf{v} \quad (3.2)$$

Die Indizes $i, j = x, y, z$ beschreiben die Spannungsanteile in die jeweilige Koordinatenrichtung. Es ist zu berücksichtigen, dass der Spannungstensor mit einem negativen Vorzeichen definiert ist. Grund dafür ist die Konvention in der Mechanik, nach welcher Druckspannungen als negativ definiert sind. Werden die Komponenten ausgeschrieben, ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} I_x &= -[\overline{\sigma_{xx}v_x} + \overline{\tau_{xy}v_y} + \overline{\tau_{xz}v_z}] \\ I_y &= -[\overline{\tau_{yx}v_x} + \overline{\sigma_{yy}v_y} + \overline{\tau_{yz}v_z}] \\ I_z &= -[\overline{\tau_{zx}v_x} + \overline{\tau_{zy}v_y} + \overline{\sigma_{zz}v_z}] \end{aligned} \quad (3.3)$$

Die Überstreichung kennzeichnet in diesem Fall die zeitliche Mittelung der Größen. Nach HERING [13] wird die Intensität im Zeitbereich häufig als „momentane Intensität“ und die über die Zeit gemittelte STI allgemein als „Intensität“ bezeichnet. Auf eine Differenzierung der Nomenklatur wird in dieser Arbeit verzichtet, da sich eine Unterscheidung stets aus dem Kontext der Verwendung im Zeit- oder Frequenzbereich ergibt. Da im weiteren Verlauf ausschließlich die STI und nicht die Schallintensität betrachtet wird, wird zudem für den weiteren Verlauf auf den Index bei \mathbf{I}_{STI} verzichtet.

Der zeitliche Mittelwert der STI lässt sich bei stationären monofrequenten Signalen aus dem Kreuzleistungsspektrum der komplexen Spannungs- und Geschwindigkeitskomponenten nach [32] bestimmen. Im Frequenzbereich ergibt sich die Intensität dadurch zu einer komplexen Größe, dessen Real- und Imaginärteil analog zur elektrischen Leistung als Wirk- oder Blindleistung bzw. aktiver oder reaktiver Intensität interpretiert werden können. Der Realteil der STI bzw. die aktive Intensität (\mathbf{I}_a) ist als zeitlich gemittelter Energiefluss nach

$$\overline{\mathbf{I}(t)} = \mathbf{I}_a = \Re\left(\underline{\mathbf{I}}(f)\right) = \Re\left(\frac{1}{2}\left(-\underline{\mathbf{S}}(f)\underline{\mathbf{v}}^*(f)\right)\right) \quad (3.4)$$

definiert. Komplexe Größen sind durch einen Unterstrich gekennzeichnet und der Asteriskus weist auf eine konjugiert komplexe Größe hin. Der Faktor $1/2$ aus Gleichung 3.4 ergibt sich aus der zeitlichen Mittelung.

Mittels der reaktiven Intensität lassen sich Rückschlüsse auf die Amplitudenverteilung der Eigenschwingformen ziehen. Zudem beschreibt sie die Energiemenge, welche in einer Struktur kontinuierlich oszilliert (stehende Welle). Die aktive STI entspricht hingegen der Energie einer Wanderwelle, welche im zeitlichen Mittel von einer Quelle zu einer Senke fließt [11]. Dieser Zusammenhang wird in Abbildung 3.1 dargestellt. Dort ist die aktive und reaktive STI und die Eigenschwingform einer 3-2 Mode dargestellt. Eine Mode beschreibt dabei die stationären Eigenschaften einer Welle, wobei die Zahlenkombination vor der Mode die Anzahl an Wellbergen und -tälern in x- und y-Richtung angibt.

Damit es zu einem Energietransport kommen kann, müssen mindestens eine Quelle und eine inkohärente Senke vorhanden sein. Als Senke können Dämpfungsmechanismen wie Innere- als auch Fugendämpfung dienen. Sofern eine rein ungedämpfte Schwingung vorliegt, ergibt sich ausschließlich ein reaktives Intensitätsfeld, da das Kreuzleistungsspektrum aus rein imaginärer Schnelle und rein reeller Spannung ausschließlich imaginär ist [13].

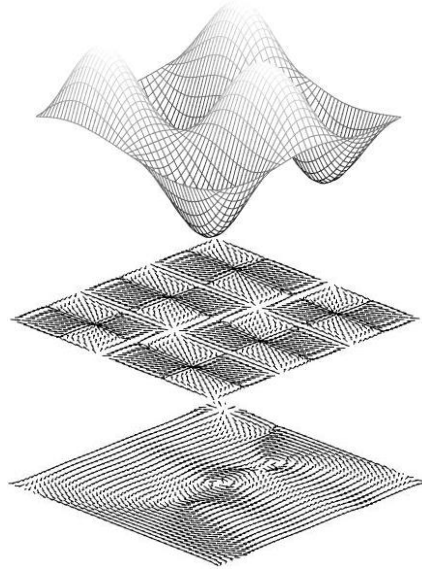


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Eigenschwingform einer 3-2 Mode (oben), der reaktiven STI (Mitte) und der aktiven STI (unten) [11].

3.2 Strukturintensitätsanalyse einer dünnen Platte

In der Maschinenakustik sind dünnwandige Strukturen von besonderer Bedeutung, da diese einen maßgeblichen Anteil an der Fluidschallabstrahlung haben. Diese Arbeit befasst sich ausschließlich mit dünnwandigen Strukturen, weshalb in diesem Abschnitt die mathematische Herleitung zur Berechnung der STI für Platten bzw. Schalen auf Basis der Grundlagen aus Unterkapitel 3.1 beschrieben wird. Eine erste Formulierung zur Berechnung der STI für Schalen veröffentlichten PAVIC [22] und ROMANO [27]. Eine ausführlichere Herleitung veröffentlichte CREMER [7], welcher im Gegensatz zu PAVIC neben den Biegewellenanteil zusätzlich die *In-plane*-Wellen berücksichtigt.

Bei Platten handelt es sich um ebene Flächentragwerke mit der Wanddickenkoordinate z . Die Wanddicke wird als h definiert, wobei $-h/2 \leq z \leq h/2$ gilt. Die Plattenmittelfläche $z = 0$ ist somit als Bezugsfläche definiert [12]. Abbildung 3.2 zeigt eine schematische Darstellung einer Schale und aller verwendeten Verschiebungsrichtungen.

Die Verschiebung in x -, y - und z -Richtung werden durch ξ , η und ζ gekennzeichnet. Durch die Verschiebungen in der Plattenmittelebene ξ_M , η_M und ζ_M in Richtung der kartesischen Koordinaten lassen sich für isotrope und homogene Platten die Spannungen berechnen [9]. Da eine sehr dünne Platte betrachtet wird, kann vereinfachend eine konstante Verschiebung ζ in Dickenrichtung über die Plattendicke h angenommen werden. Diese Vereinfachung ist immer dann zulässig, wenn die Biegewellenlänge viel größer ist als die Plattendicke h . Durch diese Annahme ist die STI I_z in z -Richtung zu vernachlässigen [13].

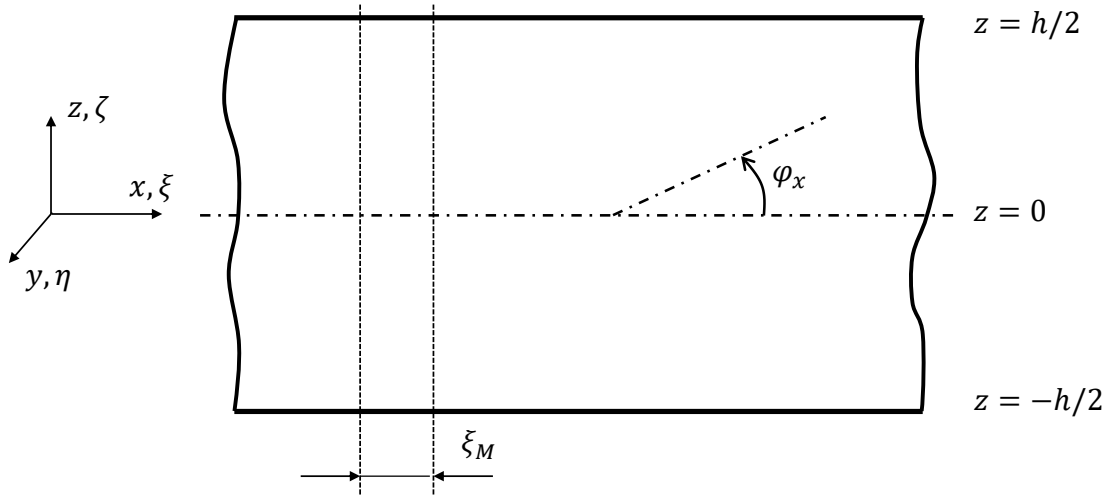


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung einer Schale [5]

Mit den verschiedenen Ortsableitungen berechnen sich die Normal- und Schubspannungen nach

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \nu \frac{\partial \eta}{\partial y} \right), \\
 \sigma_{yy} &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} + \nu \frac{\partial \xi}{\partial x} \right), \\
 \tau_{xy} = \tau_{yx} &= G \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right), \\
 \tau_{xz} = \tau_{zx} &= G \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \right), \\
 \tau_{yz} = \tau_{zy} &= G \left(\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right),
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

mit dem Elastizitätsmodul E , dem Schubmodul G und der Poissonzahl ν . Es wird die in der Maschinenakustik meist gültige Annahme kleiner Verformungen getroffen ($\sin(\varphi) = \varphi$), wonach die Dehnungen bzw. der Schubwinkel des Volumenelements als

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial \xi_M}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}; & \varepsilon_y &= \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial \eta_M}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, \\
 \gamma_{xz} &= \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial z} = \varphi_x + \frac{\partial \zeta}{\partial x}; & \gamma_{zy} &= \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \varphi_y + \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial \xi_M}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \eta_M}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial x},
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

definiert ist. Durch Differentiation berechnen sich die Geschwindigkeiten des Volumenelements

in alle Koordinaten-Richtungen nach

$$v_x = \frac{\partial \xi_M}{\partial t} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial t}; \quad v_y = \frac{\partial \eta_M}{\partial t} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial t}; \quad v_z = \frac{\partial \zeta_M}{\partial t}. \quad (3.7)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen 3.5 bis 3.7 zur Bestimmung der Spannungs- und Geschwindigkeitskomponenten in Gleichung 3.3 wird die STI in x - und y -Richtung mit dem Abstand z zur Mittelebene berechnet. Es ergeben sich zur Bestimmung der STI folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} I_x = & - \left[\frac{E}{1 - \nu^2} \overline{\left(\frac{\partial \xi_M}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \eta_M}{\partial y} + \nu z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right) \cdot \left(\frac{\partial \xi_M}{\partial t} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial t} \right)} \right. \\ & \left. + G \overline{\left(\left(\frac{\partial \xi_M}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \eta_M}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial \eta_M}{\partial t} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial t} \right) + \left(\varphi_x + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial \zeta_M}{\partial t} \right)} \right], \\ I_y = & - \left[\frac{E}{1 - \nu^2} \overline{\left(\nu \frac{\partial \xi_M}{\partial x} + \nu z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \eta_M}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right) \cdot \left(\frac{\partial \eta_M}{\partial t} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial t} \right)} \right. \\ & \left. + G \overline{\left(\left(\frac{\partial \xi_M}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \eta_M}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial \xi_M}{\partial t} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial t} \right) + \left(\varphi_y + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \cdot \frac{\partial \zeta_M}{\partial t} \right)} \right]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

In der Praxis ist jedoch normalerweise der über die gesamte Plattendicke h gemittelte Intensitätsfluss I' von Interesse. Dazu werden die einzelnen STI-Komponenten über die Plattendicke integriert. Zur besseren Übersicht werden im weiteren Verlauf alle Berechnungen ausschließlich für die Komponente in x -Richtung ausformuliert. Die Bestimmung der y -Komponente ist äquivalent. Der Intensitätsfluss I'_x in x -Richtung ergibt sich aus

$$I'_x = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} I_x dz. \quad (3.9)$$

Zum Lösen des Integrals aus 3.9 muss der Ausdruck $G \left(\varphi_x + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \frac{\partial \zeta_M}{\partial t}$ umgerechnet werden, da dieser fast von der Form $\infty \cdot 0$ ist. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} G \left(\varphi_x + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \frac{\partial \zeta_M}{\partial t} &= \frac{1}{h} \int \sigma_{xz} \frac{\partial \zeta_M}{\partial t} dz = -\frac{1}{h} \cdot \frac{\partial \zeta_M}{\partial t} \int \sigma_{xz} dz = -\frac{1}{h} \frac{\partial \zeta_M}{\partial t} Q_x \\ &= -\frac{B}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \zeta_M}{\partial t}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Mit Gleichung 3.10 lässt sich das Integral aus 3.9 lösen und der Leistungsfluss I'_x in x -Richtung

berechnet sich nach

$$I'_x = - \left[\frac{E}{1-\nu^2} \overline{\left(\frac{\partial \xi_M}{\partial x} + \nu \frac{\partial \eta_M}{\partial y} \right)} \cdot \overline{\left(\frac{\partial \xi_M}{\partial t} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial t} \right)} + G \overline{\left(\frac{\partial \xi_M}{\partial y} + \frac{\partial \eta_M}{\partial x} \right)} \cdot \overline{\left(\frac{\partial \eta_M}{\partial t} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial t} \right)} + \frac{B}{h} \left(\overline{\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)} \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t \partial x} + (1-\nu) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t \partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \overline{\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right) \right]. \quad (3.11)$$

Die Biegesteifigkeit wird dabei durch das B gekennzeichnet. Alternativ lässt sich diese Gleichung nach [8] mit den inneren Kräften, Momenten und Geschwindigkeiten ausdrücken. Es ergibt sich folgende Darstellung

$$-I'_x h = \underbrace{N_x \overline{\left(\frac{\partial \xi_M}{\partial t} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial t} \right)} + N_{xy} \overline{\left(\frac{\partial \eta_M}{\partial t} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial t} \right)}}_{\substack{\text{STI aus Longitudinalwellen} \\ (\text{In-plane-Wellen})}} + \underbrace{M_x \frac{\partial \varphi_y}{\partial t} - M_{xy} \frac{\partial \varphi_x}{\partial t} + Q_x \frac{\partial \zeta_M}{\partial t}}_{\substack{\text{STI aus Transversalwellen} \\ (\text{Out-of-plane-Wellen})}}. \quad (3.12)$$

In der Gleichung 3.12 lassen sich die Gesamtleistungsflüsse für die Longitudinal- und Transversalwellen unterscheiden. So berechnet sich der Leistungsfluss durch den *In-plane*-Wellenanteil aus den ersten beiden Termen durch die Längskraft N_x und der Geschwindigkeit in x -Richtung v_x sowie der Schubkraft N_{xy} und der Geschwindigkeit in y -Richtung v_y . Der Gesamtleistungsfluss des Transversalwellenanteils berechnet sich aus dem Biegemoment M_x und der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_x$, dem Torsionsmoment M_{xy} und der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_y$ sowie der Querkraft Q_x und der Geschwindigkeit in z -Richtung v_z . In Abbildung 3.3 sind zur besseren Übersicht alle Schnittgrößen eines Schalelements nach den allgemeinen Konventionen der Technischen Mechanik dargestellt.

Abschließend zusammengefasst berechnet sich die STI für eine beliebige dünnwandige Plattenstruktur in x - und y -Richtung nach

$$\mathbf{I}' = \begin{bmatrix} I'_x \\ I'_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \overline{N_x v_x} + \overline{N_{xy} v_y} + \overline{M_x \dot{\varphi}_y} - \overline{M_{xy} \dot{\varphi}_x} + \overline{Q_x v_z} \\ \overline{N_y v_y} + \overline{N_{yx} v_x} - \overline{M_y \dot{\varphi}_x} + \overline{M_{yx} \dot{\varphi}_y} + \overline{Q_y v_z} \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Zudem bildet Gleichung 3.13 die Grundlage zur Berechnung der STI mittels FEM [10].

3.3 Leistungsberechnung auf Basis der Strukturintensität

Neben der bereits bekannten STI-Flussdichte kann die Auswertung der Leistungsverteilung auf Basis der STI innerhalb der Struktur sinnvoll sein, um zum Beispiel eine Leistungsbilanz

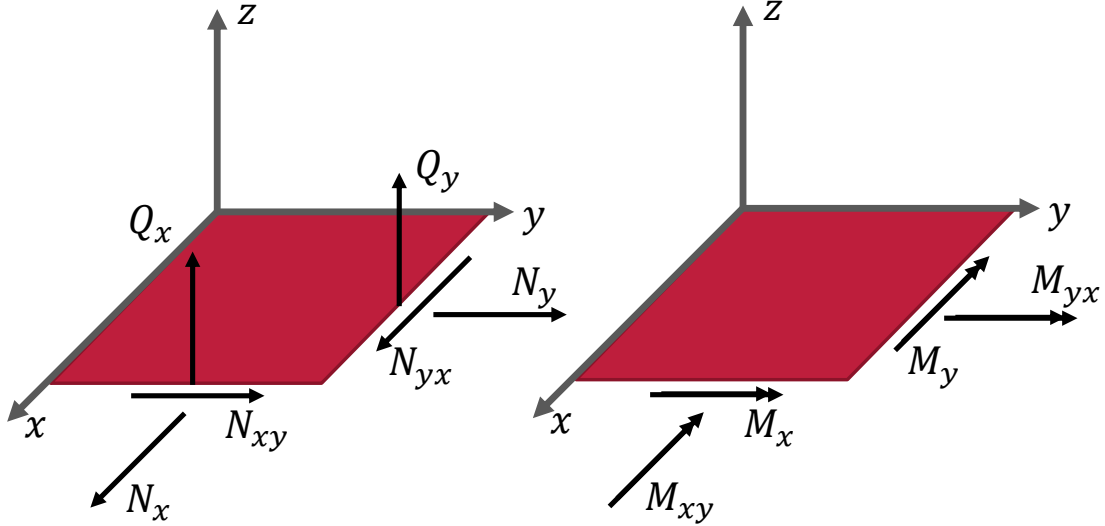


Abbildung 3.3: Schnittgrößen eines Schalenelements [13]

aufzustellen. Die Herleitung der STI lässt sich auf den ersten Hauptsatz der Thermodynamik zurückführen. Dieser besagt, dass für ein abgeschlossenes System die extensive Zustandsgröße Energie konstant ist [34]. Zur Bestimmung der Leistungsgrößen der STI wird ein Kontrollvolumen dV eines elastischen Mediums betrachtet. Bei konstanter Masse und ohne einen Wärmestrom ergibt sich folgende Energiebilanz [13]:

$$\iiint_V \frac{\partial e}{\partial t} dV = - \iint_A -\mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \mathbf{n} dA + \iiint_V (\pi_{zu} - \pi_{diss}) dV \quad (3.14)$$

Die zeitliche Änderung der Energiedichte e eines Kontrollvolumens entspricht somit dem Integral des Produkts aus STI und Normalenvektor \mathbf{n} über die Oberfläche A des Kontrollvolumens zu- bzw. abzüglich der zugeführten und dissipierten Energiedichte π_{zu} und π_{diss} durch Quellen und Senken. Die Verschiebung des Kontrollvolumens wird durch den Verschiebungsvektor \mathbf{u} beschrieben. Das in Gleichung 3.14 vorkommende Flächenintegral lässt sich mittels des GAUSSSchen Integralsatzes in ein Volumenintegral umwandeln [15]. Daraus ergibt sich

$$\iint_A -\mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \mathbf{n} dA = \iint_A \mathbf{I} \mathbf{n} dA = \iiint_V \nabla \mathbf{I} dV. \quad (3.15)$$

Durch Einsetzen der Gleichung 3.15 in Gleichung 3.14 und mit $dV \rightarrow 0$ folgt:

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \pi_{zu} - \pi_{diss} - \nabla \mathbf{I}. \quad (3.16)$$

Wird die zeitliche Änderung der Energiedichte betrachtet, ergibt sich diese im Mittel zu Null.

3 Mathematische Grundlagen der Strukturintensitätsanalyse

Dies gilt für den Fall eines eingeschwungenen Zustandes eines Systems, welches so auch in dieser Arbeit betrachtet wird. Somit entsteht folgender Zusammenhang:

$$\overline{\frac{\partial e}{\partial t}} = 0 = \overline{\pi_{zu} - \pi_{diss} - \nabla \mathbf{I}}, \quad (3.17)$$

wobei die zeitliche Mittlung durch die Überstreichung gekennzeichnet ist. Die Divergenz im System ist durch das Skalarprodukt aus STI-Vektor und Nabla-Operator definiert. Durch Integration der Energiedichten ergibt sich für die Leistungsbilanz folgende Berechnungsvorschrift:

$$\nabla \mathbf{I} = P_{div} = P_{zu} - P_{diss}. \quad (3.18)$$

Neben der Differenz aus der zugeführten bzw. dissipierten Leistung lässt sich die divergierende Leistung somit auf Basis der STI bestimmen. [13]

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

Ein Ziel der Arbeit ist es, die Energieflüsse innerhalb einer Struktur auf Basis eines Finite-Elemente-Modells (FE-Modell) zu analysieren. Als Struktur wird eine frei schwingende Aluminiumplatte ausgewählt, die mittels eines Shakers angeregt wird. In Abbildung 4.1 ist eine schematische Darstellung einer am Ort $[x_0, y_0]$ angeregten Platte gezeigt. Plattenstrukturen haben einen relativ einfachen Aufbau und sind in der Literatur einschlägig untersucht (z.B. in [16]), sodass auftretende Effekte gut beschreibbar sind. Zudem sind die Randbedingungen in der Realität im Vergleich, z.B. zu einer frei gelagerten Platte, sehr gut umsetzbar, was insbesondere im Hinblick auf das Experiment von Vorteil ist. Für die computerbasierten Untersuchungen werden in diesem Kapitel mittels der zuvor gewonnenen Erkenntnisse bezüglich der mathematischen Grundlagen zur Berechnung der STI die numerische STI Bestimmung und der Aufbau des Simulationsmodells einer frei schwingenden Platte erklärt.

Um das FE-Modell validieren zu können, wird ein Validierungsmodell aufgebaut. Dazu wird die analytische STI einer frei gelagerten KIRCHHOFF-Platte verwendet. Die Definition dieser wird in Unterkapitel 4.1 beschrieben. Das analytische Modell wurde bereits in zahlreichen Dissertationen zur Validierung von numerischen Modellen genutzt, wie z.B. in [5] und [13], da es relativ genau und einfach berechnet werden kann. Die Randbedingungen des analytischen Modells entsprechen nicht denen einer frei schwingenden Platte. Für eine frei schwingende Platte existiert keine analytische Lösung. Deshalb müssen im Anschluss der Validierung für das numerische Modell die Randbedingungen angepasst werden, sodass das FE-Modell einer frei schwingenden Platte entspricht. Um das analytisch modellierte Modell aufbauen zu können, wird zunächst ein Überblick zur Berechnung der analytischen STI einer frei gelagerten KIRCHHOFF-Platte nach MEUDT [19] gegeben. Des Weiteren ist die Festlegung der Geometrie- und Materialparameter und die Definition des Anregungsortes, an welchem die Energie in das System eingeführt wird, notwendig. In Tabelle 4.1 sind alle Geometrie- und Materialparameter für das Berechnungsmodell festgelegt.

Zur Definition des idealen Anregungsortes werden in 4.2 Voruntersuchungen diesbezüglich durchgeführt. Mit den festgelegten Geometrie- sowie Materialparametern und dem Anregungsort wird das Validierungsmodell aufgebaut und verifiziert. Im Anschluss erfolgt die Erklärung des Aufbaus des FE-Modells und die Validierung mittels des analytischen Modells. Nach der Validierung werden die Randbedingungen für eine frei schwingende Platte angepasst und es werden weitere Voruntersuchungen insbesondere in Hinblick auf die notwendige Diskretisierung für das FE-Modell durchgeführt.

Tabelle 4.1: Geometrie- und Materialparameter der untersuchten Platte

Parameter	Wert
Kantenlänge a in x -Richtung	0,450 m
Kantenlänge b in y -Richtung	0,300 m
Plattendicke h	0,003 m
E-Modul E	0,7e11 N/m
Poissonzahl ν	0,3
Dichte ρ	2700 kg/m ³
Materialdämpfung η	0,02

Aufgrund von Vereinfachungen wird für die experimentelle STI-Bestimmung der *In-plane*-Wellenanteil vernachlässigt, wodurch besonders der BiegeWellenanteil relevant ist. In Kapitel 6 wird der Sachverhalt detaillierter erklärt. Nach KÜHL [17] sind für dünnwandige Strukturen Transversalwellen insbesondere im tieffrequenten Bereich dominant. Um einen großen BiegeWellenanteil zu erhalten und um die Rechenzeit zu begrenzen, erfolgen alle Untersuchungen im Frequenzbereich von 0 bis 3200 Hz.

4.1 Analytische Berechnung der Strukturintensität einer Kirchhoff-Platte

Zum Aufbau des Validierungsmodells wird in diesem Unterkapitel die Theorie zur analytischen Bestimmung der STI erklärt. Dazu wird eine allseitig frei gelagerte dünne Platte mit der Plattendicke h , den Kantenlängen a und b , dem Elastizitätsmodul E und der Dichte ρ betrachtet, welche durch eine Punktlast angeregt wird. Abbildung 4.1 stellt schematisch eine KIRCHHOFF-Platte dar, mit der am Anregungsort (x_0, y_0) wirkenden Erregerkraft F .

Für dünne, allseitig gestützte Platten, welche die Voraussetzungen der KIRCHHOFF'sche-Plattentheorie erfüllen, lässt sich der Leistungsfluss infolge von Biegung analytisch exakt berechnen. Die geltenden Voraussetzungen der KIRCHHOFF'schen-Plattentheorie nach [16] sind folgende:

1. Die betrachtete Struktur hat eine wesentlich kleinere Wanddicke h als ihre Flächenabmessungen a, b , d.h. ($h \ll a, b$).
2. Es liegt eine Kräfteerregung durch eine über die Zeit t wirkende Flächenlast $p(x, y, t)$ senkrecht zur Mittelebene vor. Alternativ kann der Sonderfall einer Anregung an einem beliebigen Punkt (x_0, y_0) senkrecht zur Plattenmittelfläche wirkenden Einzelkraft $F(x_0, y_0, t)$ behandelt werden.
3. Alle materiellen Punkte befinden sich im verformten Zustand auf einer Normalen zur gekrümmten Mittelebene, sofern sich die Punkte im unverformten Zustand bereits auf einer Normalen ($x, y = \text{const.}$) zur Plattenmittelfläche befanden.
4. Die Dehnung ε_Z in Dickenrichtung wird vernachlässigt.
5. Die Verschiebung ζ in z -Richtung ist wesentlich kleiner als die Plattendicke h ($\zeta \ll h$).

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

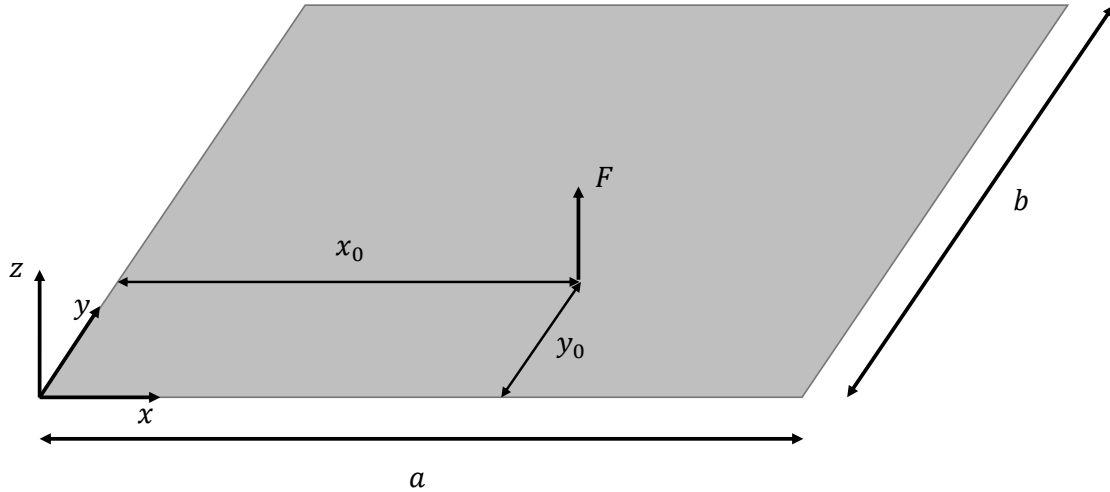


Abbildung 4.1: Kraftanregung einer KIRCHHOFF-Platte [13]

6. Die in Richtung der Normalen zur Plattenmittelebene wirkende Normalspannung σ_{zz} wird vernachlässigt. (Zu berücksichtigen ist, dass diese Annahme im Rahmen der allgemeinen Elastizitätstheorie nicht mit der zuvor festgelegten Voraussetzung der vernachlässigbaren Dehnung in Dickenrichtung ε_z verträglich ist. Somit stellt die KIRCHHOFF'sche-Plattentheorie lediglich eine Näherung der dreidimensionalen Elastizitätstheorie dar).
7. Die Platte besteht aus einem dem HOOK'schen Gesetz gehorchenden, homogenen und isotropen Material.
8. Es wird ausschließlich die Werkstoffdämpfung als dämpfender Effekt berücksichtigt. Charakterisiert wird die Dämpfung durch den Verlustfaktor $\tilde{\eta}$.

Wie der KIRCHHOFF'schen-Plattentheorie zu entnehmen ist, wird die Struktur ausschließlich senkrecht zur Plattenmittelebene angeregt. Daraus folgt, dass der Anteil der Longitudinalwellen an der STI in den Gleichungen 3.8 und 3.12 verschwindet. Zudem lassen sich die Rotationswinkel φ_x und φ_y durch die Annahme von KIRCHHOFF, der Schubstarrheit und der kleinen Verformungen, nach

$$\begin{aligned}\varphi_x &= \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \\ \varphi_y &= -\frac{\partial \zeta}{\partial x}\end{aligned}\tag{4.1}$$

vereinfachen [7]. Aus maschinenakustischer Sicht ist es sinnvoll, die STI im Frequenzbereich zu betrachten. Durch Berücksichtigen der Annahmen 4.1 in Gleichung 3.8 und zusätzlichem Bilden des Kreuzleistungsspektrums der komplexen Schnittgrößen nach Gleichung 3.4 berechnet sich

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

die komplexe STI im Frequenzbereich $\underline{\mathbf{I}}'$ in x - und y -Richtung wie folgt:

$$\begin{aligned}
 \underline{I}'_x(x, y, \omega) &= \frac{B}{2} \left[- \left(\frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial x \partial t} \right)^* - (1 - \nu) \frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial y \partial t} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial \underline{\zeta}(\omega)}{\partial t} \right)^* \right] \\
 \underline{I}'_y(x, y, \omega) &= \frac{B}{2} \left[- \left(\frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial y \partial t} \right)^* - (1 - \nu) \frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial x \partial t} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \underline{\zeta}(\omega)}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial \underline{\zeta}(\omega)}{\partial t} \right)^* \right].
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Dabei entspricht $\underline{\zeta}(\omega)$ der fouriertransformierten Verschiebung in z -Richtung. Die Formulierung hängt somit ausschließlich von den geometrischen Abmessungen, den Materialkonstanten sowie der komplexen Transversalbewegung $\underline{\zeta}(\omega)$ der Struktur ab. Zur Bestimmung des Leistungsflusses einer allseitig gelenkig gelagerten und gedämpften Platte, welche durch eine harmonische Einzellast $\hat{F} \exp(i\omega t)$ an einem beliebigen Punkt (x_0, y_0) belastet wird, muss zunächst die Bewegungsgleichung nach [16]

$$\underline{B} \left(\frac{\partial^4 \underline{\zeta}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \underline{\zeta}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \underline{\zeta}}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 \underline{\zeta}}{\partial t^2} = \hat{F} \exp(i\omega t) \tag{4.3}$$

gelöst werden. Die Biegesteifigkeit B ergibt sich infolge der Dämpfung mit dem Verlustfaktor $\tilde{\eta}$ der inneren Werkstoffdämpfung zur komplexen Größe

$$\underline{B} = (1 + i\tilde{\eta}) B. \tag{4.4}$$

Die Verschiebung $\underline{\zeta}$ in z -Richtung lässt sich nach

$$\underline{\zeta}(x, y, t) = \frac{4\hat{F}}{\rho abh} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{m\pi x_0}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_0}{b}\right)}{\omega_{mn}^2 (1 + i\tilde{\eta}) - \omega^2} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \exp(i\omega t) \tag{4.5}$$

berechnen. Durch Lösen der partiellen inhomogenen Differentialgleichung 4.3 lässt sich die Eigenkreisfrequenz ω_{mn} der Rechteckplatte nach folgender Berechnungsvorschrift

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{B}{\rho h} [(\alpha_m)^2 + (\beta_n)^2]} \tag{4.6}$$

bestimmen. Dabei entsprechen α_m und β_n den Hilfskoeffizienten und sind definiert als

$$\begin{aligned}
 \alpha_m &= \frac{m\pi}{a}; & m &= 1, 2, 3, \dots; \\
 \beta_n &= \frac{n\pi}{b}; & n &= 1, 2, 3, \dots.
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

Da eine harmonische Anregung vorliegt, ergibt sich die komplexe Schallschnelle \underline{v} nach

$$\underline{v}(x, y, t) = \frac{4i\omega\hat{F}}{\rho abh} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\alpha_m x_0) \sin(\beta_n y_0)}{\omega_{mn}^2 (1 + i\tilde{\eta}) - \omega^2} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \exp(i\omega t). \quad (4.8)$$

Es ist zu sehen, dass sich sowohl die Verschiebung $\underline{\zeta}$ als auch die komplexe Schallschnelle \underline{v} aus einer Superposition aller Eigenfunktionen

$$\varphi_{mn} = \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \quad (4.9)$$

und die sich aus den partikulären Lösungen ergebenden Entwicklungskoeffizienten

$$\underline{W}_{mn} = \frac{4\hat{F}}{\rho abh} \frac{\sin(\alpha_m x_0) \sin(\beta_n y_0)}{\omega_{mn}^2 (1 + i\tilde{\eta}) - \omega^2} \quad (4.10)$$

bzw.

$$\underline{V}_{mn} = \frac{4i\omega\hat{F}}{\rho abh} \frac{\sin(\alpha_m x_0) \sin(\beta_n y_0)}{\omega_{mn}^2 (1 + i\tilde{\eta}) - \omega^2} \quad (4.11)$$

berechnen lassen. Nach MEUDT [19] berechnet sich die STI einer allseitig gelenkig gelagerten Rechteckplatte in Abhängigkeit der Anregungskreisfrequenz ω und des Anregungsortes x_0, y_0 , durch Ableiten der Gleichungen 4.5 und 4.8 nach den Ortskoordinaten x und y und den resultierenden Ergebnissen in die Gleichung 4.2 wie folgt:

$$\begin{aligned} \underline{I}'_x(x, y, \omega) = & -\frac{B}{i\omega} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{W}_{mn} \alpha_m^3 \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{W}_{mn} \alpha_m \beta_n^2 \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \right) \\ & \cdot \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{W}_{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \right)^* \\ & - \frac{B(1-\nu)}{i\omega} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{W}_{mn} \alpha_m \beta_n \cos(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \right) \\ & \cdot \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{W}_{mn} \beta_n \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \right)^* \\ & + \frac{B}{i\omega} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{W}_{mn} \alpha_m^2 \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) + \nu \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{W}_{mn} \beta_n^2 \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \right) \\ & \cdot \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{W}_{mn} \alpha_m \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \right)^* \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned}
 \underline{I}'_y(x, y, \omega) = & -\frac{B}{i\omega} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \beta_n^3 \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \alpha_m^2 \beta_n \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \right) \\
 & \cdot \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \right)^* \\
 & - \frac{B(1-\nu)}{i\omega} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \alpha_m \beta_n \cos(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \right) \\
 & \cdot \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \alpha_m \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \right)^* \\
 & + \frac{B}{i\omega} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \beta_n^2 \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) + \nu \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \alpha_m^2 \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \right) \\
 & \cdot \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \beta_n \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \right)^* .
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

4.2 Wahl des Anregungsortes

Um die STI für eine allseitig gelenkig gelagerte KIRCHHOFF-Platte mit einer Punktkraftanregung analytisch bestimmen zu können, muss zunächst ein Anregungsort definiert werden. Diese Voruntersuchung ist sinnvoll, um zu verhindern, dass eine zufällig gewählte Anregungsstelle auf einer Knotenlinie liegt. Knotenlinien sind Linien auf einer Platte im stationären Zustand, an denen die Eigenfunktionen den Wert Null annehmen [16]. In dem Fall kann es dazu kommen, dass nicht alle in einem Frequenzbereich auftretenden Moden ausreichend stark angeregt werden.

Dieser Effekt lässt sich anhand der Betrachtung der Eingangsadmittanz \underline{h}_E erklären, welche als Kehrwert der Eingangsimpedanz \underline{Z}_E definiert ist. Bei der Impedanz handelt es sich um ein Maß für den mechanischen Schwingwiderstand einer Struktur, wodurch sich die Admittanz als Maß der Schwingbereitschaft interpretieren lässt. Wie in Gleichung 4.14 gezeigt wird, berechnet sich der Betrag der Eingangsadmittanz mittels Division der Schallschnelle $\hat{v}(x, y)$ durch die Amplitude \hat{F} der Anregungskraft an der Anregungsstelle $x = x_0$ und $y = y_0$: [16]

$$|\underline{h}_E(x_0, y_0)| = \frac{|\hat{v}(x_0, y_0)|}{\hat{F}} = \frac{4\Omega}{\rho abh} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{m\pi x_0}{a}\right) \sin^2\left(\frac{n\pi y_0}{b}\right)}{\sqrt{(\omega_{mn}^2 - \Omega^2)^2 + \eta^2 \omega_{mn}^4}} . \tag{4.14}$$

Für die Wahl des Anregungsortes ist nach [16] darauf zu achten, dass sich kein rationales Verhältnis zwischen den Koordinaten einstellt, um eine Anregungsstelle auf einer Knotenlinie zu verhindern. Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung des Anregungsortes zeigt KUHLE [17] mittels einer Funktion, welche die Verschiebungen der im betrachteten Frequenzbereich vorkommenden Eigenmoden normal zur Plattenoberfläche multipliziert. Um den Anregungsort zu

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

bestimmen, wird für diese Arbeit die Funktion in abgewandelter Form genutzt. Die Funktion wird normiert, sodass der Wertebereich der Ergebnisse zwischen 0 und 1 liegt, wobei 1 das Maximum angibt. Es wird ein Steuerbarkeitsindex κ nach Gleichung 4.15 definiert, welcher die Eigenfunktionen φ_{mn} der Platte miteinander multipliziert und auf das Maximum normiert.

$$\kappa = \frac{\prod_{i=1}^k |\varphi_{mn,i}|}{\max |\varphi_{mn,i}|} \quad (4.15)$$

Dabei entspricht i der Eigenmodenzahl und k der maximal im betrachteten Frequenzbereich vorkommenden Eigenmode. Die Eigenfunktion berechnet sich nach

$$\varphi_{mn} = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (4.16)$$

mit den Modennummern m und n in x - und y - Richtung. Auf Basis der in Tabelle 4.1 aufgeführten Materialeigenschaften und geometrischen Parameter müssen für den betrachteten Frequenzbereich von 0 bis 3200 Hz die ersten 39 Eigenmoden berücksichtigt werden. Abbildung 4.2 zeigt den Steuerbarkeitsindex κ dargestellt über die Plattenoberfläche.

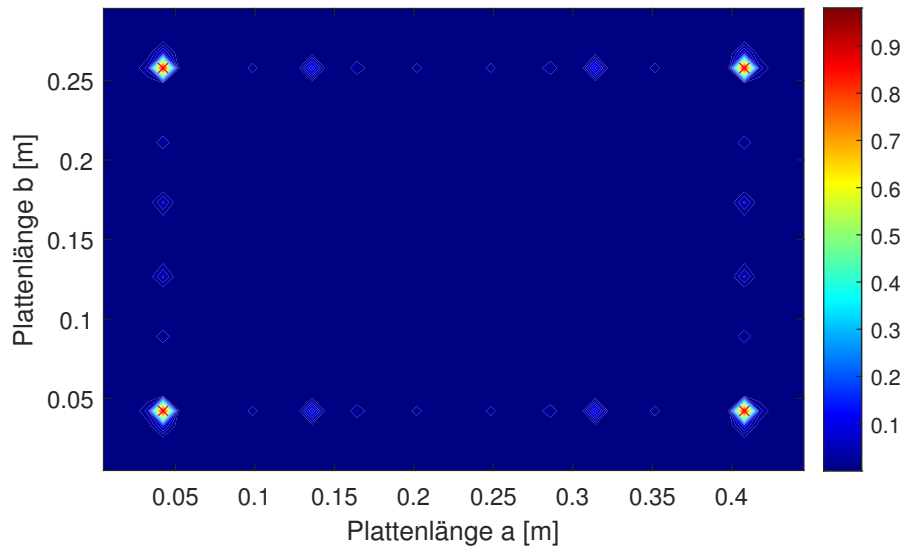


Abbildung 4.2: Darstellung des Steuerbarkeitsindex κ über die Plattengeometrie

Es lassen sich vier verschiedene Punkte bestimmen, welche sich am besten als Anregungsort eignen. Die Koordinaten der Punkte werden in Tabelle 4.2 aufgeführt. Als Anregungsstelle

Tabelle 4.2: Koordinaten mit höchstem Steuerbarkeitsindex

Anregungspunkt 1	Anregungspunkt 2	Anregungspunkt 3	Anregungspunkt 4
$x = 0,042 \text{ m}$	$x = 0,042 \text{ m}$	$x = 0,407 \text{ m}$	$x = 0,407 \text{ m}$
$y = 0,042 \text{ m}$	$y = 0,257 \text{ m}$	$y = 0,042 \text{ m}$	$y = 0,257 \text{ m}$

wird der Anregungspunkt 1 mit den Koordinaten $x_0 = 0,042 \text{ m}$ und $y_0 = 0,042 \text{ m}$ ausgewählt.

4.3 Konvergenzstudie der analytischen Lösung

Mit den aus den vorangegangenen Unterkapiteln gewonnenen Erkenntnissen wird im weiteren Verlauf das Validierungsmodell berechnet und eine qualitative Konvergenzstudie durchgeführt. Das bedeutet, dass sich die Betrachtung der Konvergenz ausschließlich auf die Richtungsinformationen des berechneten STI-Felds bezieht. Auf eine Betrachtung des quantitativen Konvergenzverhaltens, also die Berücksichtigung der Amplitudengröße der STI, wird in dieser Arbeit verzichtet, da die analytische STI-Berechnung im Regelfall ein schlechtes quantitatives Konvergenzverhalten aufweist. Das ist darauf zurückzuführen, dass die analytische STI auf der modalen Superposition¹ basiert, wie in Gleichung 4.8 zu sehen ist. HERING hat in seiner Veröffentlichung [13] ausführliche Konvergenzuntersuchungen durchgeführt und kam zu dem Schluss, dass für eine zuverlässige Aussage bzgl. des quantitativen Konvergenzverhaltens mehrere tausend Eigenschwingungen notwendig sind.

Im Folgenden wird die analytische STI unter Berücksichtigung der in Tabelle 4.1 gegebenen Parameter für den Frequenzbereich von 0 bis 3200 Hz betrachtet. Dazu werden die Resultate der aktiven STI unter Berücksichtigung von 4, 25, 49, 484 und 10.000 Eigenmoden miteinander verglichen. Um hinreichend genaue Ergebnisse zu erhalten, wird die Platte mit 10 Punkten pro Wellenlänge diskretisiert. Zur genauen Ermittlung einer harmonischen Größe werden nach dem SHANNON-Abtasttheorem mindestens zwei Stützstellen benötigt. Im Hinblick auf das im weiteren Verlauf untersuchte FEM-Modell zeigt sich in der Praxis, dass für eine hinreichend genaue Approximation einer Biegeschwingung mindestens sechs Punkte pro Wellenlänge nötig sind. Nach [16] kann bei der Verwendung von zehn Knoten pro Biegewellenlänge von einer hohen Übereinstimmung ausgegangen werden. Für den Frequenzbereich von 0 bis 3200 Hz berechnet sich mit

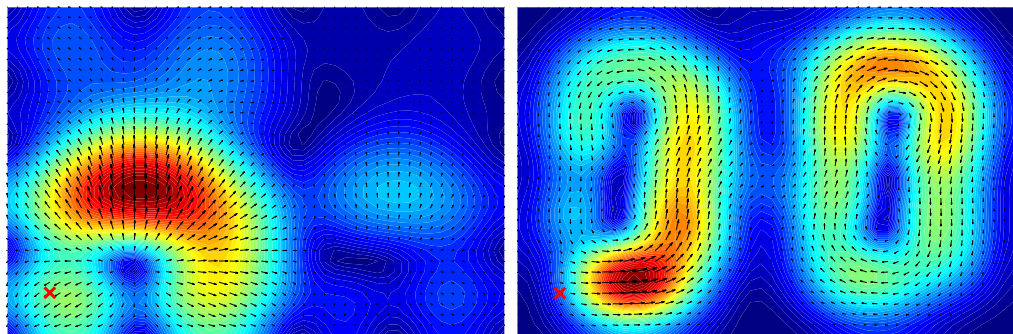
$$\lambda_B = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \sqrt[3]{\frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)\rho}} \quad (4.17)$$

unter Berücksichtigung der geometrischen Randbedingungen eine minimal auftretende Biegewellenlänge von 0,0953 m. Bei zehn Punkten pro Wellenlänge ergibt sich somit eine Diskretisierungsdichte von 0,00953. In Abbildung 4.3 wird beispielhaft der aktive Teil der analytisch berechneten STI über die Platte der 2-3-Mode bei 869 Hz in Abhängigkeit einer unterschiedlichen Anzahl berücksichtigter Eigenmoden dargestellt. Das rote Kreuz kennzeichnet dabei die Anregungsstelle.

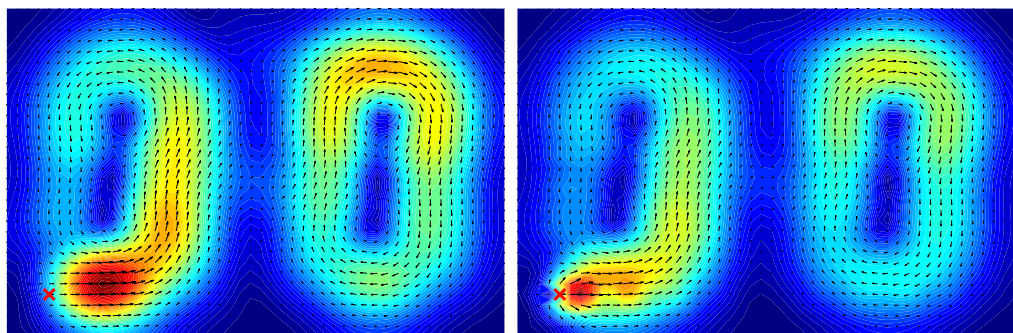
Die Flussrichtung der Intensität bzw. Energie wird durch das Vektorfeld dargestellt. Neben der Länge der Vektoren wird die Stärke der STI farblich symbolisiert. Blau entspricht dabei dem Minimum und rot dem Maximum. Es ist zu sehen, dass sich die STI mit zunehmender Anzahl an berücksichtigten Eigenmoden verändert.

¹Bei der modalen Superposition werden n gekoppelte Differentialgleichungen eines Systems mit n Freiheitsgraden auf n entkoppelte Differentialgleichungen (Eigenmoden) überführt. Die Schwingungswort ergibt sich dann aus der Superposition der n Eigenschwingungen.

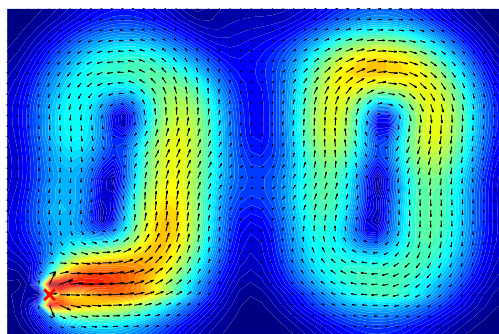
4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität



(a) Aktive STI unter Berücksichtigung von 4 Eigenmoden (b) Aktive STI unter Berücksichtigung von 25 Eigenmoden



(c) Aktive STI unter Berücksichtigung von 49 Eigenmoden (d) Aktive STI unter Berücksichtigung von 484 Eigenmoden



(e) Aktive STI unter Berücksichtigung von 10.000 Eigenmoden

Abbildung 4.3: Darstellung einer 2-3-Mode (869 Hz) einer analytisch berechneten STI unter Berücksichtigung verschieden vieler Eigenmoden

Bereits bei der Verwendung von 25 Eigenmoden bleibt das Muster der Energiepfade nahezu gleich und mit zunehmender Eigenmodenzahl ist lediglich eine Veränderung der Amplitudenverteilung zu erkennen. Zur Identifikation von Quellen und Senken des Energieflusses sind 484 Eigenmoden notwendig. Wird die Eigenmodenzahl noch einmal signifikant auf 10.000 berücksichtigte Eigenmoden vergrößert, lassen sich keine weiteren nennenswerten Verbesserungen erkennen. Somit reicht für die untersuchte Mode eine Berücksichtigung von ca. 500

Eigenschwingungen aus, um eine Aussage über den qualitativen Energiefluss treffen zu können. Umfangreichere Untersuchungen der qualitativen Konvergenzstudie bzgl. der analytischen STI-Berechnung mittels modaler Superposition führt HERING ebenfalls durch. Er kommt zu dem Ergebnis, dass die Verwendung von sogar nur 100 bis 200 Eigenmoden ausreichend ist. Für den weiteren Verlauf der Arbeit werden für die analytische STI 484 Eigenmoden berücksichtigt.

4.4 Numerische Berechnung der Strukturintensität

Nach dem Aufbau des Validierungsmodells, mit welchem die STI analytisch bestimmt wird, werden in diesem Abschnitt die Grundlagen zur STI-Berechnung mittels des numerischen FEM-Programms und das in der Arbeit verwendete FE-Modell vorgestellt.

Die STI lässt sich ausschließlich über die Definitionsgleichung 3.3 vollständig bestimmen. Es ist zu sehen, dass dafür der vollständige Spannungstensor und Schnellenvektor zwingend nötig sind. Bei der Berechnung mittels eines numerischen Programms ist dies möglich, jedoch setzt es die Verwendung von Volumenelementen voraus. Kommerzielle Software, wie zum Beispiel ANSYS oder ABAQUS bieten diese Möglichkeit, weshalb sich die vollständige STI durch eine FEM-Simulation berechnen lässt. Jedoch erhöhen sich bei der Verwendung von Volumenelementen zum einen die für die Berechnung benötigte Datenmenge und zum anderen enthalten Volumenelemente eine höhere Anzahl an Knoten als zum Beispiel Schalenelemente, wodurch der Berechnungsaufwand steigt. Die STI lässt sich jedoch auch mit Schalenelementen mittels der vereinfachten Gleichung 3.13 aus Abschnitt 3 ausreichend genau bestimmen, wodurch der Berechnungsaufwand sinkt. Aus diesem Grund wird die STI im Folgenden mittels dieser berechnet. [17]

In der Arbeit wird das FE-Programm ABAQUS verwendet. Dieses stellt keine automatisierte Berechnung der STI nach Gleichung 3.13 zur Verfügung, weshalb ein *Pre-* und *Post-Processing* durchgeführt werden muss. Im *Pre-Processing* werden mittels ABAQUS alle notwendigen Schnittgrößen (Kräfte und Momente) und die Schnellenkomponenten berechnet und ausgegeben. Es ist zu beachten, dass die verwendeten Schalenelemente die entsprechenden Schnittgrößen bereitstellen.

Im *Post-Processing* wird die STI nach Gleichung 3.13 berechnet, wobei einige notwendige Zusatzberechnungen aus folgenden Gründen durchgeführt werden müssen. Es ist zwingend zu beachten, dass die Gleichung 3.13 ausschließlich für Flächen- und Linienkoordinaten bzw. Elementkoordinaten gültig ist. Im Gegensatz zu den Schnittgrößen, welche als Elementgröße am Elementzentroid mit den Basisvektoren \mathbf{e}'_i berechnet werden, liegt der Schnellenvektor im globalen Koordinatensystem mit den Basisvektoren \mathbf{e}_i vor. Dies wird in Abbildung 4.4 exemplarisch mit den entsprechenden Basisvektoren dargestellt.

Im *Post-Processing* wird eine Koordinatentransformation durchgeführt, um alle für Gleichung 3.13 geltenden Randbedingungen zu erfüllen. Dafür muss der transformierte Schnellenvektor \mathbf{v}' aus dem Produkt aus der Transformationsmatrix \mathbf{A} und dem Schnellenvektor \mathbf{v}

$$\mathbf{v}' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{v} \quad (4.18)$$

gebildet werden. Dabei berechnen sich die Komponenten a_{ij} der Transformationsmatrix aus

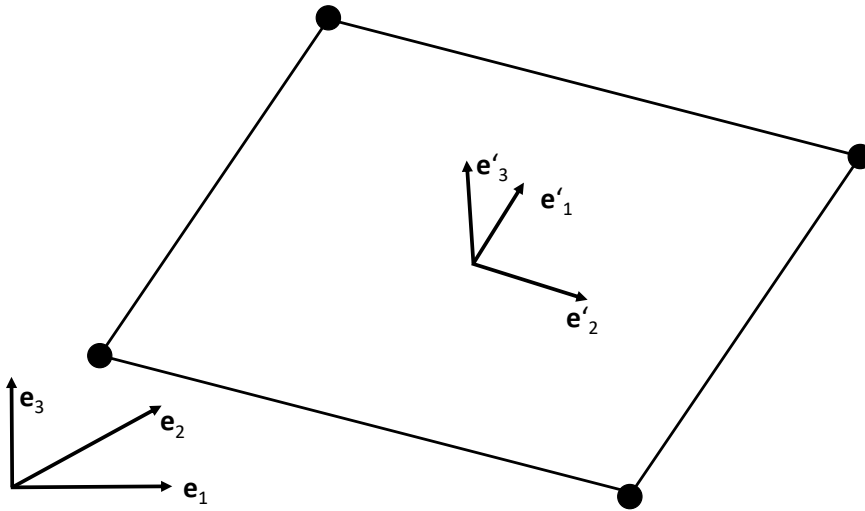


Abbildung 4.4: Darstellung der Koordinatensysteme eines exemplarischen Schalenelements [13]

den Basisvektoren der beiden Koordinatensysteme wie folgt [2]:

$$a_{ij} = \mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_i^T \quad (4.19)$$

Nun liegt der Schnellenvektor zwar im Elementkoordinatensystem vor, jedoch befinden sich die Größen an den Integrationspunkten des Elements und nicht wie die Schnittgrößen im Zentroiden. Um den Schnellenvektor am selben Ort von den Kräften und Momenten zu bestimmen, wird das arithmetische Mittel der Schnellen verwendet. Dieses Vorgehen ist zulässig, sofern der Schnellenverlauf innerhalb des Elements als linear angesehen werden kann. Dafür muss das Modell entsprechend fein vernetzt werden, sodass die Elementenkantenlänge deutlich kleiner als die minimal auftretende Wellenlänge ist. Als letzten Schritt im *Post-Processing* wird der Intensitätsvektor durch Multiplikation mit der inversen Transformationsmatrix \mathbf{A}^{-1} ins globale Koordinatensystem zurück transformiert. [13]

Mit den S4R und S8R stellt ABAQUS unter anderem zwei Elemententypen zur Verfügung, welche sich zur STI-Berechnung eignen und durch welche sich alle notwendigen Schnittkräfte berechnen lassen. Der Unterschied der beiden Elemententypen besteht in der Ansatzfunktion zur Interpolation zwischen den Knoten (linear/quadratisch). Für das FE-Modell werden S8R Elemente mit einer quadratischen Ansatzfunktion verwendet, da zum einen das reale Schwingverhalten bei hohen Frequenzen besser abgebildet wird und zum anderen die im Element auftretenden Spannungen besser wiedergespiegelt werden können. Zudem wird die Diskretisierung pro Element erhöht, was für die im vorherigen Abschnitt beschriebene Annahme eines linearen Schnellenverlaufs im Element von Vorteil ist. [31]

Für das analytische Modell ist in Unterkapitel 4.3 die Diskretisierungsdichte auf zehn Punkten

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

pro Wellenlänge festgelegt. Nun wird untersucht, ob diese Diskretisierungsdichte auch für das FE-Modell hinreichend ist, indem die analytischen mit den numerisch berechneten Eigenfrequenzen verglichen werden. Dies erfolgt mittels der numerischen Modalanalyse „*Natural frequency extraction*“. Da die Strukturdämpfung im System verhältnismäßig gering ist, ist die Verwendung des LANCZOS-Verfahren zulässig, wodurch die komplexen Eigenwerte vernachlässigt werden. In Tabelle 4.3 sind die ersten und letzten fünf analytisch und numerisch berechneten Eigenfrequenzen und der absolute prozentuale Fehler aufgelistet. Ein vollständiger Vergleich ist dem Anhang .1 zu entnehmen. Das numerische Modell wird dabei mit sechs, zehn und 20 Punkten pro Wellenlänge abgetastet.

Der Vergleich der Eigenfrequenzen zeigt, dass die Abweichungen zwischen analytischer und numerischer Lösung je nach Frequenz im Bereich von ca. 0,2% und 1% liegen. Zudem ist zu beobachten, dass die absolute prozentuale Abweichung bei einer höheren Diskretisierungsanzahl mit zunehmender Frequenz größer ist als bei einer geringeren Anzahl an Abtastpunkten pro Wellenlänge. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Struktur mit steigender Diskretisierungsdichte zunehmend weicher abgebildet wird. Da der Effekt frequenzabhängig ist, ist dieser besonders bei höheren Frequenzen zu beobachten. Mit steigender Anzahl an Knoten lassen sich jedoch tendenziell die aus den Spannungen resultierenden Schnittgrößen genauer bestimmen. Zudem kann mit einer hohen Diskretisierungsdichte von einem linearen Geschwindigkeitsverlauf innerhalb eines Elements ausgegangen werden, was im Hinblick auf die STI-Berechnung notwendig ist. Die Verwendung von 20 Punkten pro Wellenlänge führt jedoch zu einer erheblichen Steigerung der Rechenzeit. Somit wird das FE-Modell im Folgenden, wie das analytische Modell, mit zehn Punkten pro Wellenlänge diskretisiert, um ein hinreichend genaues Ergebnis bei möglichst geringem Rechenaufwand zu erzielen. [13]

Tabelle 4.3: Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Eigenfrequenzen

Nr.	Mode	Eigenfreq. [Hz] analyt. Lsg.	Eigenfreq. [Hz] FE-Lsg. 6 Abtastpkt.	$ \Delta f $ [%]	Eigenfreq. [Hz] FE-Lsg. 10 Abtastpkt.	$ \Delta f $ [%]	Eigenfreq. [Hz] FE-Lsg. 20 Abtastpkt.	$ \Delta f $ [%]
1	1-1	11,53	116,14	0,33	116,14	0,33	116,14	0,33
2	2-1	224,10	223,23	0,39	223,23	0,39	223,23	0,39
3	1-2	358,56	357,81	0,21	357,80	0,21	357,80	0,21
4	3-1	403,38	402,08	0,32	402,07	0,32	402,07	0,32
5	2-2	466,13	464,19	0,41	464,19	0,41	464,19	0,41
...
36	9-1	2985,08	2969,30	0,52	2964,80	0,67	2964,10	0,70
37	8-3	3020,93	2995,10	0,85	2992,80	0,93	2992,50	0,94
38	2-6	3047,83	3017,90	0,98	3016,40	1,03	3016,20	1,03
39	7-4	3047,83	3030,80	0,55	3025,80	0,72	3025,20	0,74
40	9-2	3227,11	3204,80	0,69	3200,30	0,83	3199,70	0,84

In Unterkapitel 4.3 wurde die Problematik zur Berechnung der STI mittels modaler Superposition bereits erwähnt. Es lässt sich ein schlechtes Konvergenzverhalten bei der Verwendung der modalen Superposition beobachten. So fand HERING heraus, dass sich auch unter Verwendung von 10.000 Eigenschwingungen eine mittlere Fehlerschwelle von 1% der STI ergibt. Aufgrund der schlechten Konvergenz bei der modalen Superposition wird für das in der Arbeit verwendete FE-Modell zur Ermittlung aller notwendigen Größen das in ABAQUS enthaltene „*Steady-state Dynamics, Direct*“ Verfahren (Direkte Lösung) bei allen numerischen Berechnungen im Frequenzbereich verwendet. Dabei werden für die direkte Lösung die vollständigen Dämpfungs-, Massen- und Steifigkeitsmatrizen genutzt. [13]

4.5 Verifizierung der numerischen Strukturintensitätsanalyse

Im Fokus dieser Arbeit steht der Vergleich zwischen der numerisch und experimentell berechneten STI einer frei schwingenden Platte. Um zu zeigen, dass das FE-Modell richtig rechnet, wird zunächst die STI numerisch für eine frei gelagerte Platte bestimmt und mit der analytisch berechneten STI aus Unterkapitel 4.1 verglichen. Für die weiteren Untersuchungen des Energieflusses innerhalb einer frei schwingenden Platte und den darauf folgenden Vergleich mit der experimentellen STI werden dann die Randbedingungen entsprechend angepasst.

Wie im vorherigen Unterkapitel definiert, wird das FE-Modell für den Frequenzbereich 0 bis 3200 Hz mit zehn Punkten pro minimal auftretender Wellenlänge abgetastet. Für die Wellenlänge von 0,0953 m ergibt sich somit für das Simulationsmodell ein Netz mit 30x45 Elementen. Im ersten Schritt wird der qualitative Verlauf der numerisch berechneten STI mit der analytisch ermittelten STI des in Unterkapitel 4.1 beschriebenen Modells verglichen. Dabei werden zur Berechnung des analytischen Modells insgesamt 484 Eigenmoden berücksichtigt.

Abbildung 4.5 stellt das Vektorfeld der numerisch und analytisch berechneten STI dar. Exemplarisch ist die 3-2-Mode bei 645 Hz der aktiven und reaktiven STI zu sehen. Die Abmaße der Vektorfelder entspricht dabei den Abmaßen der betrachteten Plattenstruktur. Das rote Kreuz kennzeichnet jeweils den in Unterkapitel 4.2 definierten Anregungsort. Die Betrachtung der aktiven STI zeigt, dass das Wirbelmuster der numerisch berechneten STI dem der analytischen STI entspricht. Für die reaktive STI bildet sich nicht nur ein ähnliches Vektorfeld für numerische und analytische STI aus, es ist zudem deutlich eine 3-2-Mode zu erkennen. Das ist plausibel, da die reaktive STI dem Verlauf der Eigenmode wie in Kapitel 3.1 beschrieben entsprechen soll. Somit lässt sich eine gute Übereinstimmung der aktiven und reaktiven STI der analytischen und numerischen STI feststellen.

Im nächsten Schritt werden die Randbedingungen im numerischen Modell entfernt, sodass sich eine frei schwingende Platte ergibt. Die minimal auftretende Wellenlänge lässt sich für dieses Modell nicht mehr analytisch ermitteln. Zur Bestimmung der Wellenlänge wird die Platte experimentell vermessen. Dazu wird die Platte zentral an einem Punkt aufgehängt und mit einem Shaker angeregt. Die Schallschnelle wird mittels eines Laserscanningvibrometers gemessen.

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

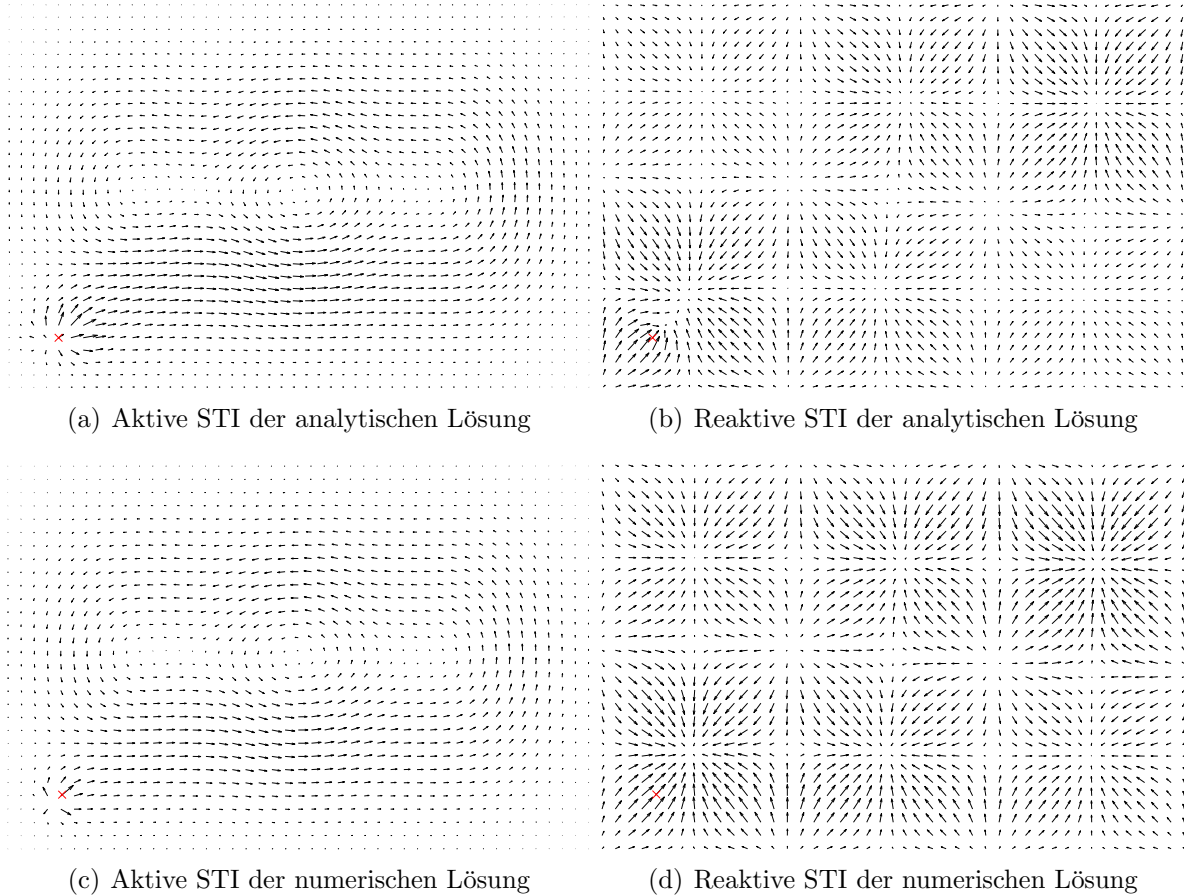


Abbildung 4.5: Vergleich der numerisch und analytisch berechneten aktiven und reaktiven STI 3-2-Mode (645 Hz)

In Abbildung 4.6 ist der Messaufbau dargestellt. Bei einer frei schwingenden Platte liegt die größte Auslenkung an den Rändern vor, somit lässt sich dort die maximale Energie in das System einleiten. In dem Experiment wird die Platte in der linken unteren Ecke mit jeweils einem Abstand von 0,001 m vom Rand angeregt. Der Anregungsort ist durch das rote Kreuz gekennzeichnet.

Die Eingangskraft wird am Shaker über einen Kraftsensor aufgezeichnet. Bei der maximal auftretenden Eigenfrequenz im Bereich zwischen 0 bis 3200 Hz wird die Schwingform betrachtet und die minimal auftretende Wellenlänge abgeschätzt.

Abbildung 4.7 zeigt den Verlauf des Körperschallmaß über den Frequenzbereich von 0 bis 3200 Hz. Das Körperschallmaß lässt sich als logarithmische Größe der mittleren quadratischen Übertragungsadmittanz $h_{\dot{U}0}^2$ interpretieren. Die Admittanz berechnet sich nach

$$h_{\dot{U}0}^2 = \frac{\overline{\hat{v}^2(v)}}{\hat{F}^2(v_0, x_0)}. \quad (4.20)$$

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

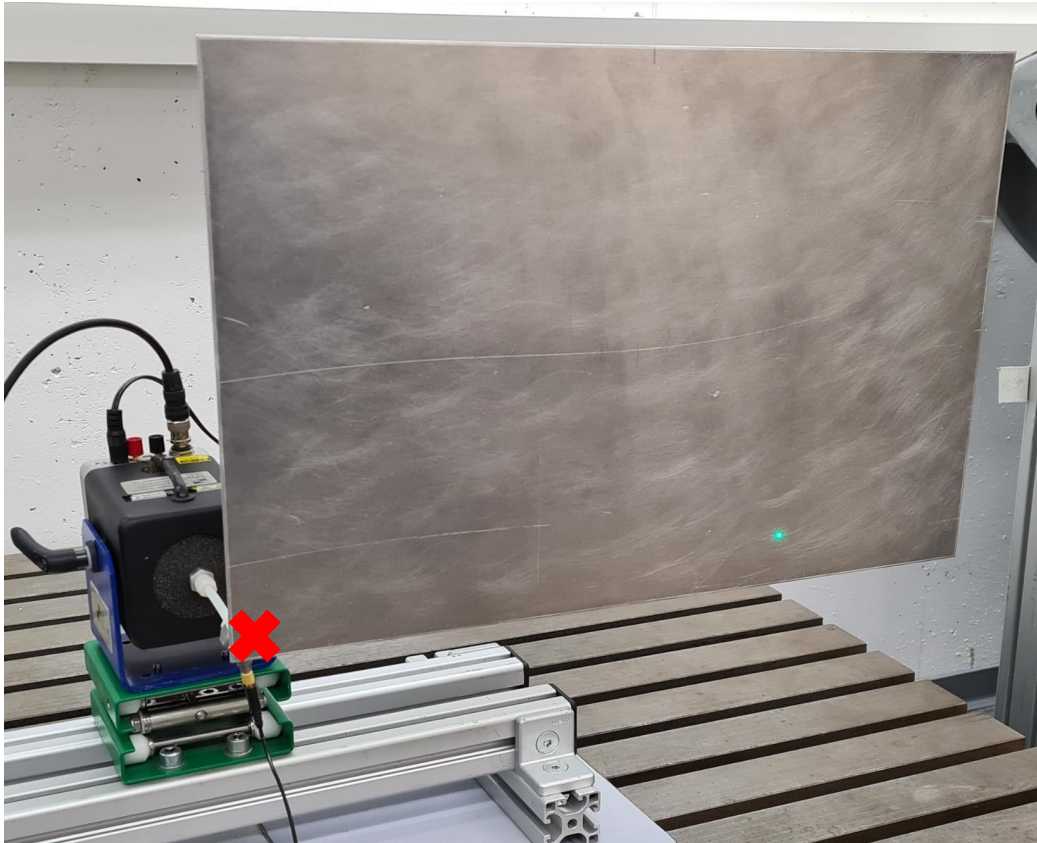


Abbildung 4.6: Experimenteller Aufbau zur Ermittlung der minimal auftretenden Wellenlänge

Bevor der Pegel gebildet wird, wird die Übertragungsadmittanz mit der Fläche S der schallabstrahlenden Fläche bewertet [16].

In Abbildung 4.7 zeigt die x-Achse die Frequenz in Hz von 0 bis 3200 in 500er-Schritten. Auf der y-Achse wird das Körperschallmaß in dB dargestellt. Zu beachten ist, dass es sich dabei um eine logarithmische Achse handelt. Die blau durchgezogene Linie zeigt den Verlauf des Körperschallmaß. Die Ergebnisse sind auf Basis der experimentell ermittelten Anregungskraft und Schallschnelle berechnet. Bei der Betrachtung des Verlaufs fällt auf, dass sich die Qualität des Ergebnisses ab einer Frequenz von ca. 1000 Hz signifikant verschlechtert. Eine Verbesserung der Ergebnisse wäre nur durch eine erhöhte Diskretisierung der Messung möglich, was einer Steigerung der Messdauer bzw. einer Vergrößerung der Datenmenge gleichbedeutend ist. Für alle weiteren Untersuchungen wird der Messbereich deshalb auf 0 bis 1000 Hz reduziert. An den in dem Verlauf zu sehenden „Peaks“ liegen die Eigenfrequenzen der vermessenden Struktur. Zur Ermittlung der kleinsten auftretenden Wellenlänge wird die Schwingform bei der größten vorkommenden Eigenfrequenz betrachtet. Für die Platte liegt die höchste Eigenfrequenz bei einer Frequenz von 1003 Hz. Auch wenn die Frequenz nicht mehr in dem eigentlich betrachteten Frequenzbereich liegt, wird die Abweichung von 3 Hz akzeptiert, da bei dieser Frequenz die Eigenfrequenz am nächsten am Frequenzmaximum von 1000 Hz liegt.

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

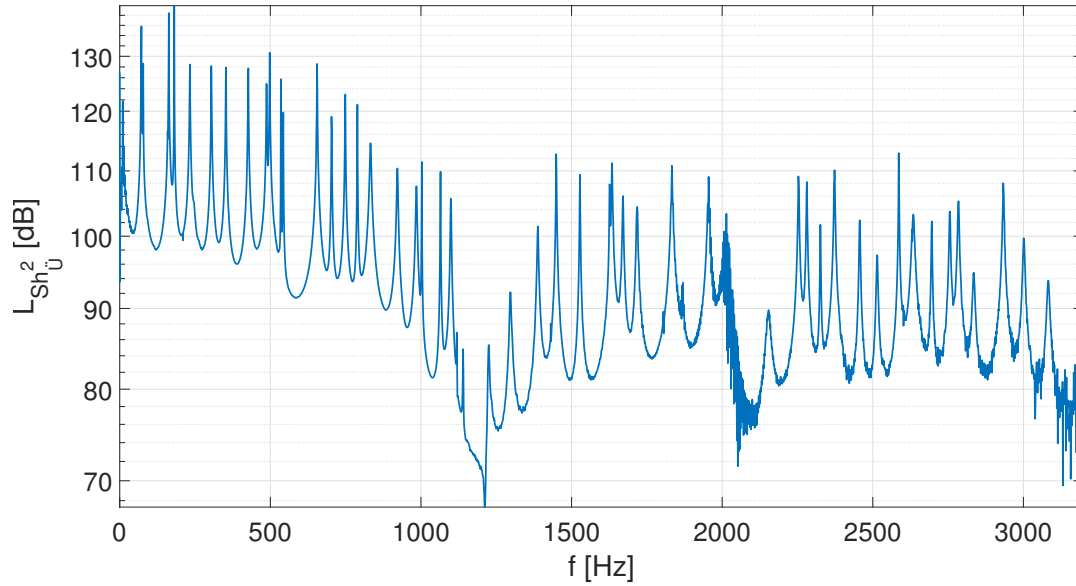


Abbildung 4.7: Experimentell ermitteltes Körperschallmaß - Der Referenzwert für die flächengewichtete mittlere Übertragungsadmittanz beträgt $S_0 h_{\ddot{U}_0}^2 = 25 \cdot 10^{-16} m^4 / (Ns)^2$

Die Schwingform ist in Abbildung 4.8 für die Frequenz von 1003 Hz dargestellt. Auf der Abszisse und Ordinate sind jeweils die Kantenlänge der betrachteten Plattenstruktur in m aufgetragen. Die Schwingform ist durch die Übertragungsadmittanz dargestellt, welche auf Basis der Daten des Kraftsensors und des Laserscanningvibrometers durch Division der Schallschnelle zur Anregungskraft für jeden einzelnen Punkt ermittelt wurde. Die Farbskalierung verläuft von blau nach rot, wobei blau dem Minimum und rot dem Maximum entspricht. Durch die Betrachtung der Schwingform lässt sich eine in der Struktur minimal auftretende Wellenlänge von ca. 0,15 m ermitteln.

Nachdem die Randbedingungen angepasst wurden und die maximal auftretende Wellenlänge auf Basis von experimentellen Daten nur abgeschätzt wurde, wird nun eine Konvergenzstudie bezüglich der Diskretisierungsdichte des FE-Modells durchgeführt. Abbildung 4.9 zeigt die durchschnittliche mittlere quadratische Schnelle in Abhängigkeit der Diskretisierungspunkte pro Wellenlänge. Bei der durchschnittlichen mittleren quadratischen Schnelle handelt es sich um das arithmetische Mittel der über die Frequenz gemittelten auf der Platte verteilten quadratischen Schallschnelle. Die Abszissenachse zeigt in Zweier-Schritten die Anzahl an Abtastpunkten pro Wellenlänge in einem Bereich von einem bis zu 20 Punkten pro Wellenlänge. Auf der Ordinatennachse wird die durchschnittliche mittlere quadratische Schallschnelle in $[m^2/s^2]$ dargestellt. Die blaue durchgezogene Kurve zeigt den Verlauf der durchschnittlichen mittleren quadratischen Schnelle an. Die rot gestrichelte Linie stellt eine Abweichung von 15% bezogen auf die Schallschnelle bei 20 Punkten pro Wellenlänge dar. Es ist zu erkennen, dass der Verlauf mit zunehmender Diskretisierungsdichte konvergiert. Ab einer Anzahl von sechs Punkten pro Wellenlänge nimmt die Steigung der Änderung der durchschnittlichen mittleren quadratischen Schallschnelle im weiteren Verlauf stark ab. Diese Beobachtung deckt sich mit den Erkenntnissen aus der Literatur [17].

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

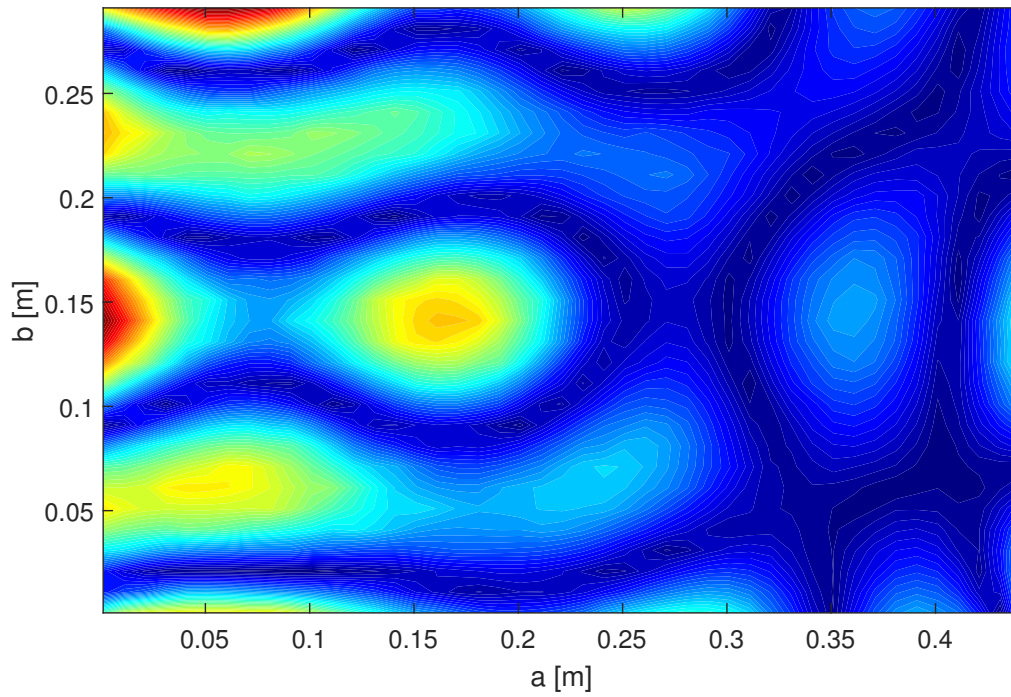


Abbildung 4.8: Experimentell ermittelte Verteilung der Schallschnelle v bei einer Frequenz von 1003 Hz

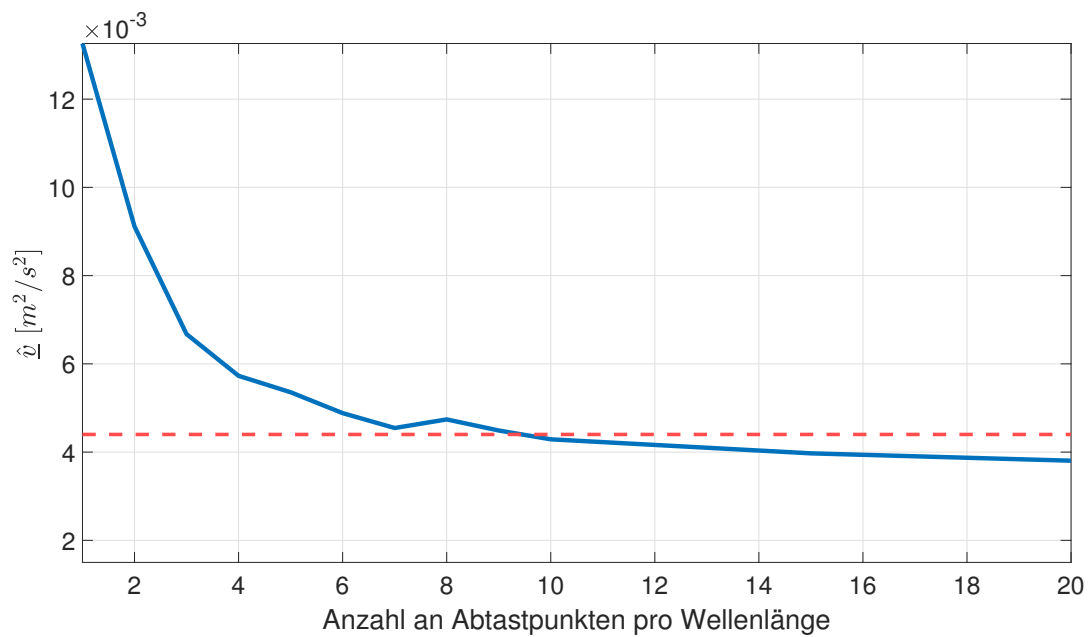


Abbildung 4.9: Durchschnittliche mittlere quadratische Schallschnelle in Abhängigkeit der Diskretisierungspunkte pro Wellenlänge von 0,15 m

Es wird festgelegt, dass eine Abweichung von 15% des Ergebnisses bei einer Diskretisierung von 20 Punkten als maximal zulässig gilt. Somit wird das Simulationsmodell, sowohl das analytische als auch das erste numerische Modell, einer frei gelagerten Platte mit zehn Punkten pro Wellenlänge diskretisiert, um ein hinreichend genaues Ergebnis zu erhalten und den Rechenaufwand so gering wie möglich zu halten.

4.6 Verifizierung der numerischen Strukturintensitätsanalyse mittels Leistungsbetrachtung

Nachdem das Simulationsmodell validiert ist, wird nun die Lösungsgenauigkeit der STI mittels einer Leistungsbilanz untersucht werden. In Unterkapitel 3.3 wurde bereits auf die allgemeine Bestimmung der Leistung mittels STI eingegangen. Die Betrachtung der Leistungsbilanz für das FE-Modell erfolgt nach der Berechnungsvorschrift 3.18. Als Referenzgröße dient die zugeführte Leistung P_{zu} , die sich nach

$$P_{zu} = \frac{1}{2} \Re\{F \cdot v^*\} \quad (4.21)$$

mit der konjugiert komplexen Schallschnelle v und der punktförmig wirkenden harmonischen Anregungskraft F berechnet. Die für die Bestimmung der Eingangsleistung notwendigen Größen sind alle bekannt. Für die Leistungsbilanz wird ausschließlich die Wirkleistung betrachtet, da diese aus Ingenieurssicht von besonderem Interesse ist, um z.B. konstruktive Maßnahmen zur Schallabstrahlungsminderung durchzuführen.

Die divergierende Leistung lässt sich über die Strukturintensität bestimmen. Da in der FEM-Simulation Schalenelemente verwendet werden, wird zur Leistungsbestimmung auf den über die Plattendicke gemittelten Intensitätsfluss I' aus 3.9 zurückgegriffen. So reduziert sich das Volumenintegral auf ein Flächenintegral und es ergibt sich die auf ein Flächenelement bezogene divergierende Leistung

$$P_{div,e} = \int_{S_e} \nabla I'_{ae} dS_e. \quad (4.22)$$

Das Integral lässt sich durch die Multiplikation der Elementkantenlängen $(\Delta x_e, \Delta y_e)$ ersetzen und es ergibt sich

$$P_{div,e} = \nabla I'_{ae} \cdot \Delta x_e \cdot \Delta y_e. \quad (4.23)$$

Um nun die Leistung mittels der STI zu bestimmen, wird die Simulation wie in Abbildung 4.10 aufgebaut.

Die Struktur wird dazu in zwei Subsysteme unterteilt, welche durch eine Grenze getrennt sind. Die frei schwingende Platte wird am im Subsystem 1 liegenden Ort x_0, y_0 durch eine

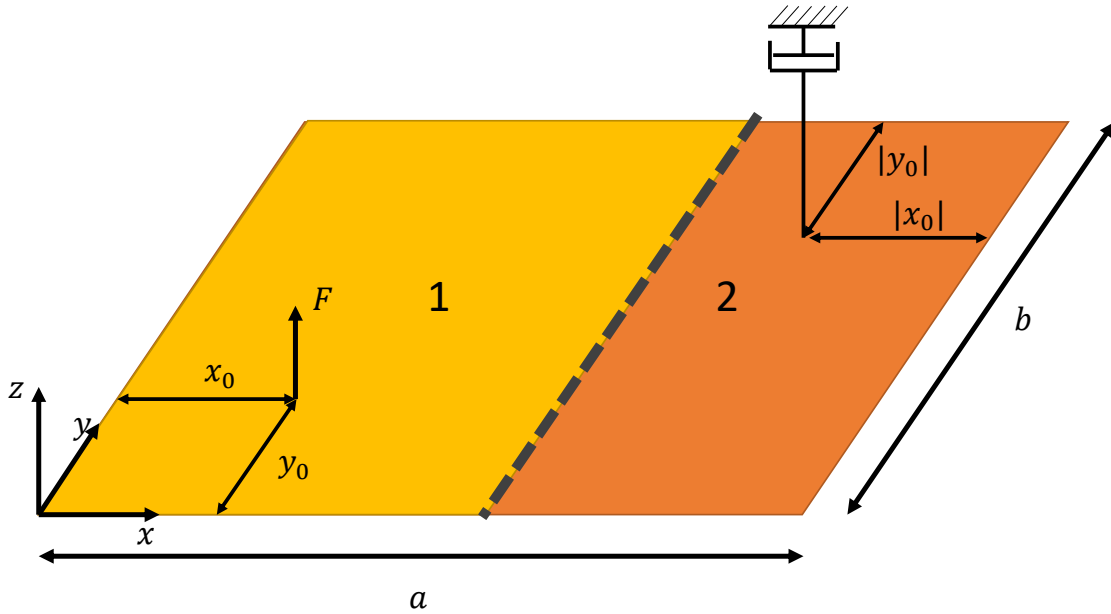


Abbildung 4.10: Simulationsaufbau zur Bestimmung der Leistungsbilanz durch Unterteilung in zwei Subsysteme

punktförmige Anregungskraft F harmonisch angeregt. In Subsystem 2 wird an einer zweiten Stelle, welche dem Anregungsort genau gespiegelt ist, die Platte mit einem diskreten Dämpfer verbunden, welcher im Raum ortsfest ist. Die Strukturdämpfung der Platte wird auf Null gesetzt. Da keine Energie über die Kanten abgegeben wird, muss die in das System eingeleitete Eingangsleistung P_{zu} am Dämpfer dissipieren. Die dissipierte Leistung ist als P_{diss} gekennzeichnet. Somit fließt die gesamte Leistung vom Anregungsort aus Subsystem 1 über die Grenze zum Dämpfer in Subsystem 2. Die Grenze ist in Abbildung 4.10 durch eine gestrichelte Linie gekennzeichnet. Über die Länge der Grenze wird die STI gebildet, worüber sich die Leistung P_{Grenz} bestimmen lässt, welche über den Grenzverlauf fließt. Da wie anfangs erwähnt ausschließlich die Wirkleistung betrachtet wird, handelt es sich bei der hier berücksichtigten STI um den aktiven Anteil. Folgender Zusammenhang muss durch die zuvor getroffenen Randbedingungen gelten:

$$P_{\text{zu}} = P_{\text{diss}} = P_{\text{Grenz}}. \quad (4.24)$$

Die durch die STI ermittelte Grenzleistung lässt sich durch Vereinfachung der Gleichung 4.23 bestimmen. Da die Grenze über die komplette Länge in y -Richtung gezogen wird, ist es ausreichend die x -Komponente der berechneten STI zu betrachten, da die gesamte Eingangsleistung in x -Richtung zum Dämpfer fließen muss. Die Gesamtleistung über die Länge der Grenze berechnet sich dementsprechend durch Summation der Einzelleistungen der auf der Grenze

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

liegenden Elemente nach

$$P_{\text{Grenz}} = \sum_i^{n_e} P_{\text{Grenz},e} = \sum_i^{n_e} I'_{ax} \cdot \Delta y_e. \quad (4.25)$$

Der Ort der Grenze zur Bestimmung der Leistung mittels STI soll nicht in einem ganzzahligen Verhältnis zur Plattengeometrie stehen, um möglichst zu verhindern, dass die Grenze in einer Knotenlinie liegt. Deshalb wird die Struktur im ersten Schritt an der Stelle $\sqrt{3}/2 \cdot a = 0,389 \text{ m}$ in zwei Subsysteme unterteilt.

Abbildung 4.11 zeigt den Vergleich zwischen der Eingangsleistung P_{zu} und der mittels STI bestimmten Grenzleistung P_{Grenz} . Auf der Abszissenachse ist die Frequenz in Hz von 0 bis 1000 in 100er-Schritten dargestellt. Auf der Ordinatenachse ist die Leistung in dB aufgetragen. Zu beachten ist, dass es sich dabei um eine logarithmische Achse handelt. Die blau durchgezogene Linie zeigt den Verlauf der Eingangsleistung und die rot gestrichelte Linie den Verlauf der mittels STI bestimmten Grenzleistung. Für den betrachteten Frequenzbereich zeigt sich,

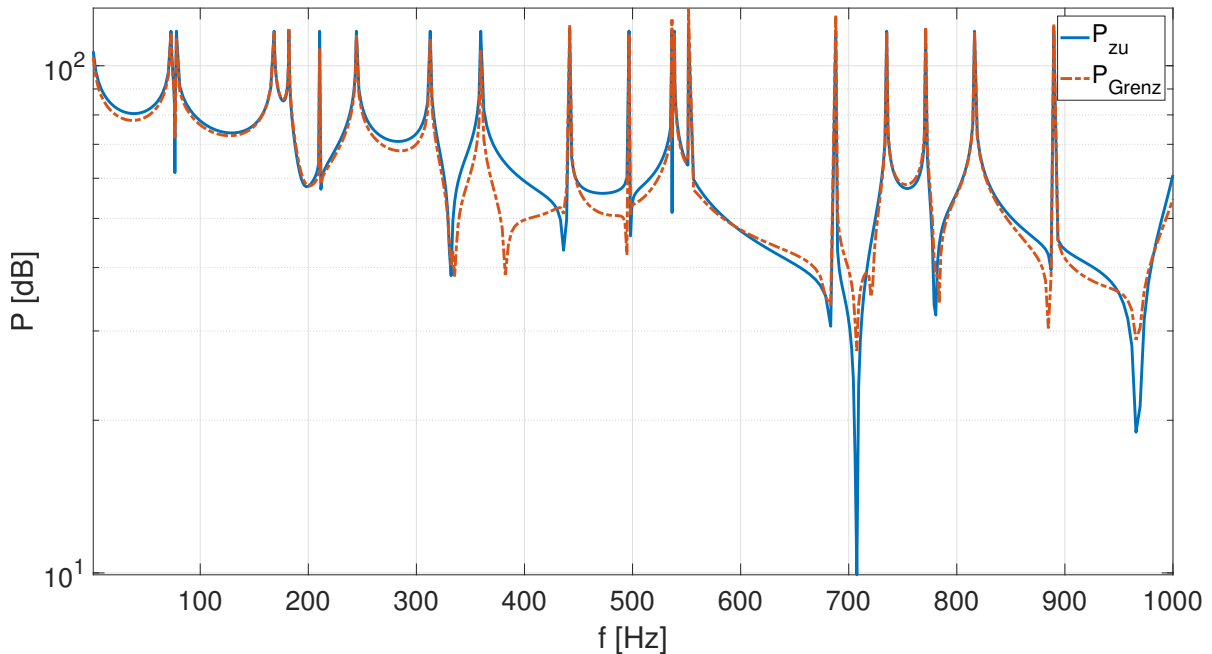


Abbildung 4.11: Vergleich der Eingangsleistung mit der durch die STI bestimmten Leistung bei einer Diskretisierung von 10 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W}$ nach DIN EN 21683

dass die Verläufe der Eingangs- und Grenzleistung prinzipiell übereinstimmen. So stimmen sowohl die Größenordnungen als auch die Lage der Eigenfrequenzen bis auf wenige Ausnahmen überein. Im nächsten Schritt wird die Diskretisierungsdichte auf 20 bzw. 30 Punkte pro Wellenlänge vergrößert. Um die Resultate bewerten zu können, werden als Vergleichsfaktoren das jeweils arithmetische Mittel des Verhältnisses ($P_{\text{Grenz}}/P_{\text{zu}}$), die Differenz P_{diff} zwischen der

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

Eingangs- und Grenzleistung, sowie der prozentuale Fehler $P_{\%}$ betrachtet. Dabei berechnet sich der prozentuale Fehler nach

$$P_{\%} = 100 - \frac{P_{Grenz}}{P_{zu}} \cdot 100. \quad (4.26)$$

In Tabelle 4.4 sind die Vergleichsfaktoren für die unterschiedlichen betrachteten Diskretisierungsdichten zusammengefasst. Die Verläufe der Leistungen sowie die grafische Darstellung der Vergleichskriterien sind im Anhang .2. Es ist festzustellen, dass mit zunehmender Ele-

Tabelle 4.4: Leistungsbilanzvergleich für verschiedene Diskretisierungsdichten

Diskretisierungsdichte	$\varnothing(P_{Grenz}/P_{zu}) [-]$	$\varnothing P_{diff} [W]$	$\varnothing P_{\%} [\%]$
10	1,453	0,025	-45,25
20	0,987	-1,797e-4	1,257
30	1,002	-2,983e-4	-0,195

mentanzahl der Fehler im Mittel kleiner wird und die mittels STI bestimmte Leistung sich der Eingangsleistung annähert. In Abbildung 4.12 ist der Leistungsverlauf für eine Diskretisierungsdichte von 30 Punkten pro Wellenlänge über die Frequenz von 0 bis 1000 Hz dargestellt. Auf der x-Achse ist der Frequenzbereich in 100er-Schritten aufgetragen und die y-Achse zeigt die Leistung in dB. Zu beachten ist die logarithmische Skalierung der y-Achse. Die blau durchgezogene Linie zeigt den Verlauf der Eingangsleistung und die rot gestrichelte Linie den Verlauf der Grenzleistung.

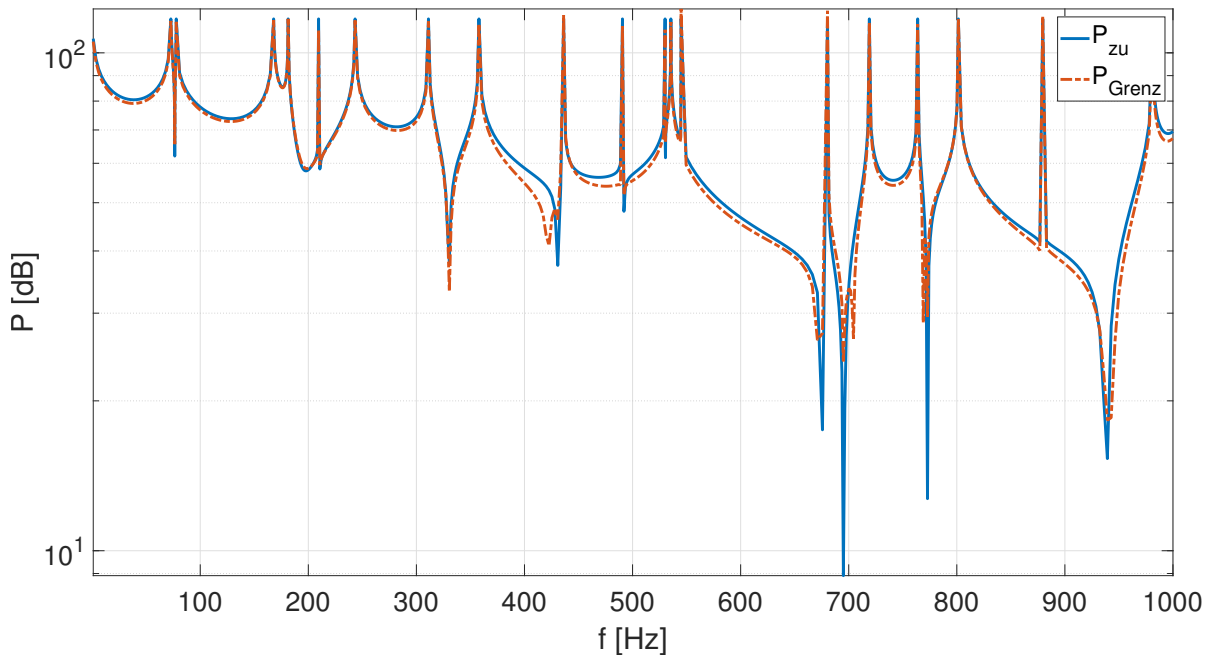


Abbildung 4.12: Vergleich der Eingangsleistung mit der durch die STI bestimmten Leistung bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W}$ nach DIN EN 21683

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

Bei dem Vergleich der beiden Leistungsverläufe fällt auf, dass sich die Leistungen besonders in den Resonanzen und Antiresonanzen stark unterscheiden. Zur besseren Darstellung wird der Frequenzverlauf zwischen 0 und 100 Hz betrachtet. Der Leistungsverlauf zwischen 0 und 100 Hz bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge ist in Abbildung 4.13 dargestellt. Auf der Abszisse und Ordinate sind jeweils die Frequenz und Leistung in Hz bzw. in dB aufgetragen. Die x-Achse ist in 10er-Schritten unterteilt und bei der y-Achse ist die logarithmische Skalierung zu beachten. Der Verlauf der Eingangsleistung wird durch die blau durchgezogene Linie dargestellt und der Verlauf der Grenzleistung durch die rot gestrichelte Linie.

Wie bereits erwähnt kommt es insbesondere in der Resonanzfrequenzen zu Abweichungen. Um das zu verdeutlichen, ist in Abbildung 4.14 der dazugehörigen Verlauf des prozentualen Fehlers dargestellt. Auf der Abszissenachse des prozentualen Fehlers ist der betrachtete Frequenzbereich von 0 bis 100 Hz in 10er-Schritten aufgetragen. Auf der y-Achse ist die prozentuale Abweichung von -40% bis 80% in 20er-Schritten dargestellt. Der nach Gleichung 4.26 berechnete Verlauf des Fehlers über die Frequenz wird durch die blau durchgezogene Linie angezeigt. Bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge tritt für die Antiresonanzfrequenz von 76,48 Hz ein Fehler von 78,61% auf. Dieser Wert ist in der Abbildung durch das Rechteck markiert. Für die Berechnung des durchschnittlichen Fehlers ergibt sich jedoch nur eine Abweichung von $-0,195\%$, wie in Tabelle 4.4 dargestellt. Die Diskrepanz zwischen Eingangs- und Grenzleistung könnte möglicherweise durch einen numerischen Fehler entstehen. Eventuell ist die Dämpfung im System zu gering und auch die Dissipationswirkung des diskreten Dämpfers könnte nicht ausreichend sein. Entspricht die Dämpfung Null, werden die Amplituden mathematisch gesehen in den Eigenfrequenzen unendlich groß [26].

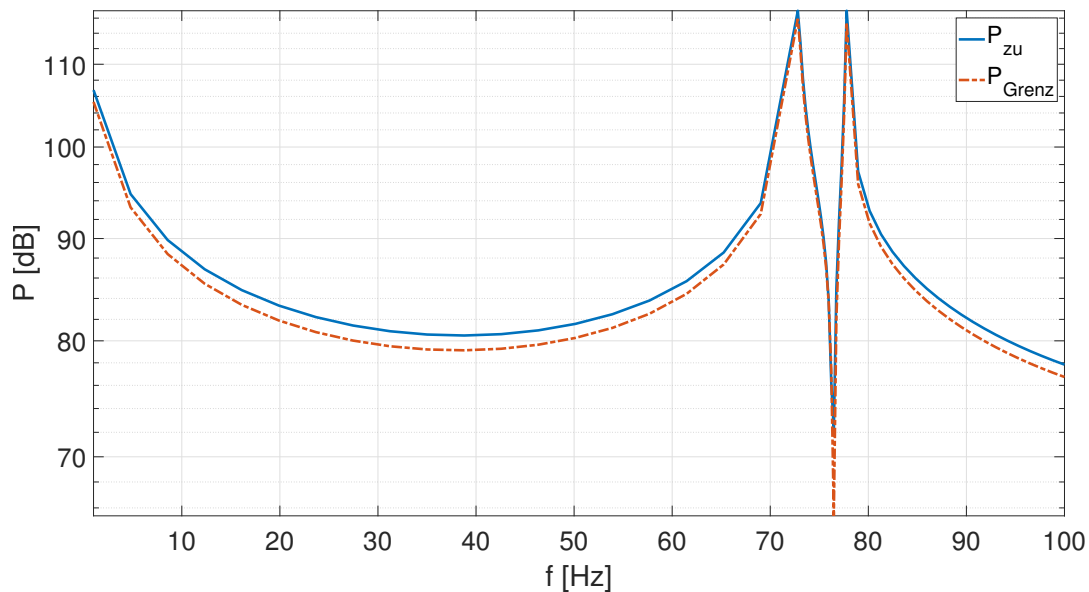


Abbildung 4.13: Vergleich der Eingangsleistung mit der durch die STI bestimmten Leistung bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 100 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

Für diesen Fall werden die Amplituden durch das numerische Programm automatisch begrenzt, wodurch es zu Fehlern kommen kann. Für weitere Untersuchungen diesbezüglich wird die Simulation entsprechend angepasst und die Grenzleistung über zwei Schritte bestimmt. Der diskrete Dämpfer wird entfernt und im ersten Schritt wird die Strukturdämpfung des Subsystems 1 auf $\eta = 0,001$ und die des Subsystems 2 auf $\eta = 0$ gesetzt.

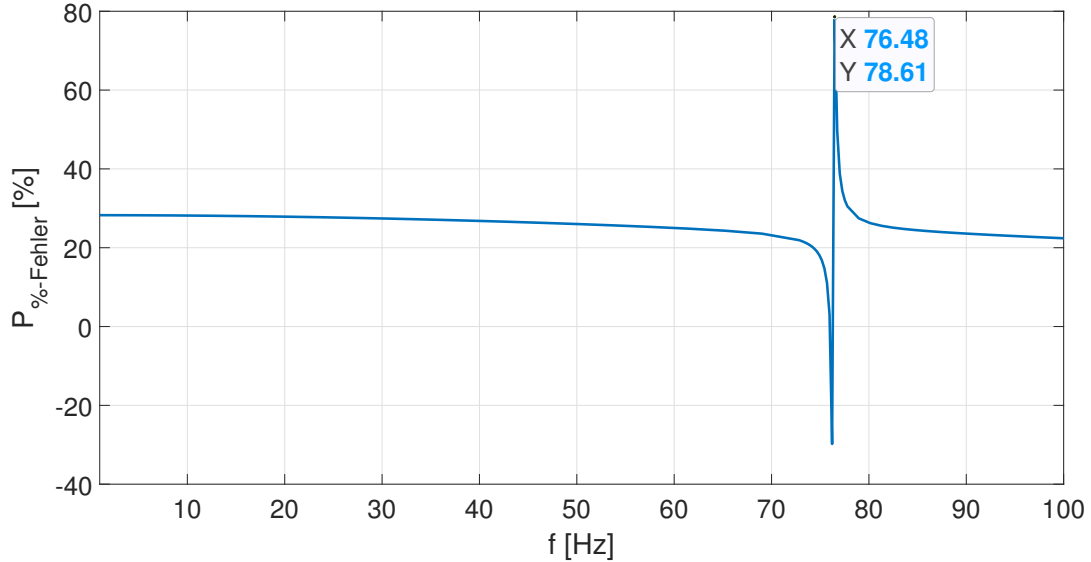


Abbildung 4.14: Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 100 Hz

Der Realteil der Eingangsleistung entspricht dementsprechend der in Subsystem 1 durch die Strukturdämpfung dissipierten Leistung und wird als $P_{\text{real},0}$ wie folgt definiert:

$$P_{\text{real},0} = \Re\{P_{\text{zu}}\}. \quad (4.27)$$

Im zweiten Schritt werden sowohl Subsystem 1 als auch Subsystem 2 mit einer Strukturdämpfung von $\eta = 0,001$ beaufschlagt. Somit muss die Leistung, welche von Subsystem 1 nach 2 fließt, zuzüglich der in Subsystem 1 dissipierten Leistung, der Eingangsleistung entsprechen. Es gilt also folgender Zusammenhang:

$$P_{\text{zu}} = P_{\text{Grenz}} + P_{\text{real},0}. \quad (4.28)$$

Abbildung 4.15 und 4.16 zeigen jeweils den Leistungsverlauf und den Verlauf des prozentualen Fehlers über die Frequenz, welche nach der neuen Methode berechnet wird. Auf der x-Achse in Abbildung 4.15 ist die Frequenz in Hz in 10er-Schritten im Bereich von 0 bis 100 aufgetragen und die y-Achse zeigt die Leistung in dB. Die blau durchgezogene Linie entspricht der Eingangsleistung und die rot gestrichelte Linie der berechneten Grenzleistung. Bei der Abbildung 4.16 ist auf der y-Achse der prozentuale Fehler von -40% bis 80% in 20er-Schritten aufgetragen. Die x-Achse zeigt wie Abbildung 4.15 die Frequenz von 0 bis 100 Hz in 10er-Schritten. Der Verlauf der Abweichung ist durch die blau durchgezogene Linie dargestellt.

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

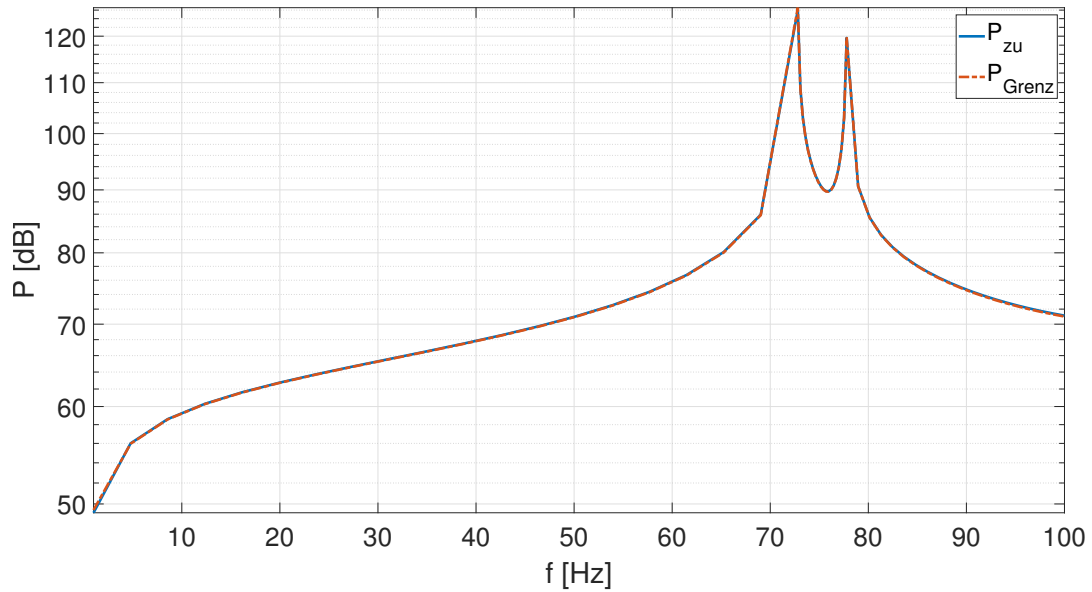


Abbildung 4.15: Vergleich der Eingangsleistung mit der durch die STI bestimmten Leistung mittels der dissipierten Leistung $P_{real,0}$ in Subsystem 1 bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 100 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683

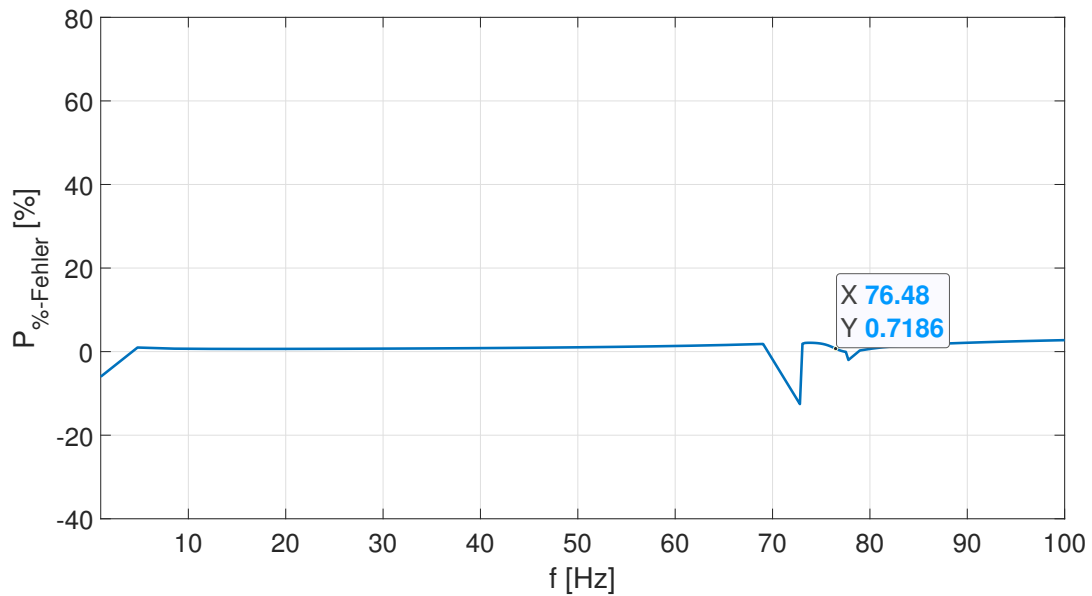


Abbildung 4.16: Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 - 100 Hz

Bei dem Vergleich der beiden Darstellungen ist zu sehen, dass die Verläufe der Eingangs- sowie

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

Grenzleistungen insgesamt näher aneinander liegen. Zudem liegt der prozentuale Fehler für die betrachtete Antiresonanzfrequenz nun nur noch bei 0,7%. Die Daten sind in Abbildung 4.16 durch das Rechteck markiert. Aufgrund dieser Resultate wird davon ausgegangen, dass die zuvor getroffene Annahme korrekt war. Für die Berechnung der STI einer frei schwingenden Platte ist die ausschließliche Dissipationswirkung eines diskreten Dämpfers zu gering, um dem System genügend Dämpfung zuzuführen.

Bevor eine abschließende Aussage über die Lösungsgenauigkeit des Systems getroffen wird, wird noch eine Voruntersuchung bezüglich des Einflusses durch die Wahl der Grenzkordinaten durchgeführt. Für eine übersichtliche Darstellung und zur Minimierung des Rechenaufwands wird für die Untersuchungen weiterhin der Frequenzbereich von 0 bis 100 Hz gewählt. Neben der bereits untersuchten Leistung $P_{\text{Grenz 1}} = P_{\text{Grenz}}$ an der Stelle $\sqrt{3}/2 \cdot a = 0,389 \text{ m}$, wird die Leistungsbilanz für die Leistungen $P_{\text{Grenz 2}}$ und $P_{\text{Grenz 3}}$ an den Grenzen $\sqrt{3}/3 \cdot a = 0,259 \text{ m}$ und $\sqrt{3}/4 \cdot a = 0,195 \text{ m}$ untersucht. Auch bei den weiteren beispielhaft untersuchten Grenzen ist es das Ziel, dass sich kein ganzzahliges Verhältnis zur Plattengeometrie einstellt.

In Abbildung 4.17 ist der Leistungsverlauf über den betrachteten Frequenzbereich für die unterschiedlichen zu untersuchenden Grenzstellen dargestellt. Auf der Abszissenachse ist die Frequenz in Hz aufgetragen und auf der Ordinatenachse die Leistung in dB. Die y-Achse ist logarithmisch skaliert. Die Legende zeigt an, welche Linie die betrachteten Grenzleistungen definiert.

Unabhängig von der Grenze entspricht der Verlauf der durch die STI ermittelten Grenzleistung der in das System zugeführten Eingangsleistung. Bei genauerer Betrachtung fällt jedoch auf, dass es geringe Abweichungen zwischen den Leistungsverläufen gibt. Zum Vergleich ist in Tabelle 4.5 die mittlere Differenz der berechneten Grenzleistungen, bezogen auf die als Referenz wirkende Eingangsleistung, dokumentiert.

Tabelle 4.5: Mittlere Differenz der Grenzleistungen 1-3 bezogen auf die Eingangsleistung

Grenze	$\overline{\Delta P_{\text{diff}} [\text{W}]}$
1	0,009
2	0,767
3	0,180

Es fällt auf, dass mit zunehmender Verkleinerung des Abstands zwischen der betrachteten Grenze und einer Knotenlinie der Fehler zunimmt. So ist die Grenze 3 am geringsten von der Plattenmitte, bei $a/2 = 0,225 \text{ m}$, entfernt. Somit wird vermutet, dass die betrachtete Grenze möglichst nicht auf einer Knotenlinie liegen sollte, da sonst die Antiresonanzen Einfluss auf das Ergebnis nehmen. Diesbezüglich müssten jedoch noch weitere Untersuchungen vorgenommen werden, um die These zu bestätigen. Da die Abweichungen relativ gering sind, werden die Ergebnisse als hinreichend genau angenommen und es wird auf weitere Untersuchungen hinsichtlich der Grenzlage verzichtet. Für die weiteren Untersuchungen wird die Grenze 1, bei $\sqrt{3}/2 \cdot a = 0,389 \text{ m}$ verwendet.

Nach der Feststellung, dass im System eine Mindestdämpfung vorhanden sein muss, um die Qualität des Ergebnisses nicht zu beeinflussen, wird für eine weitere Untersuchung die Strukturdämpfung von $\eta = 0,001$ auf $\eta = 0,002$ erhöht. In Tabelle 4.6 sind die bereits bekann-

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

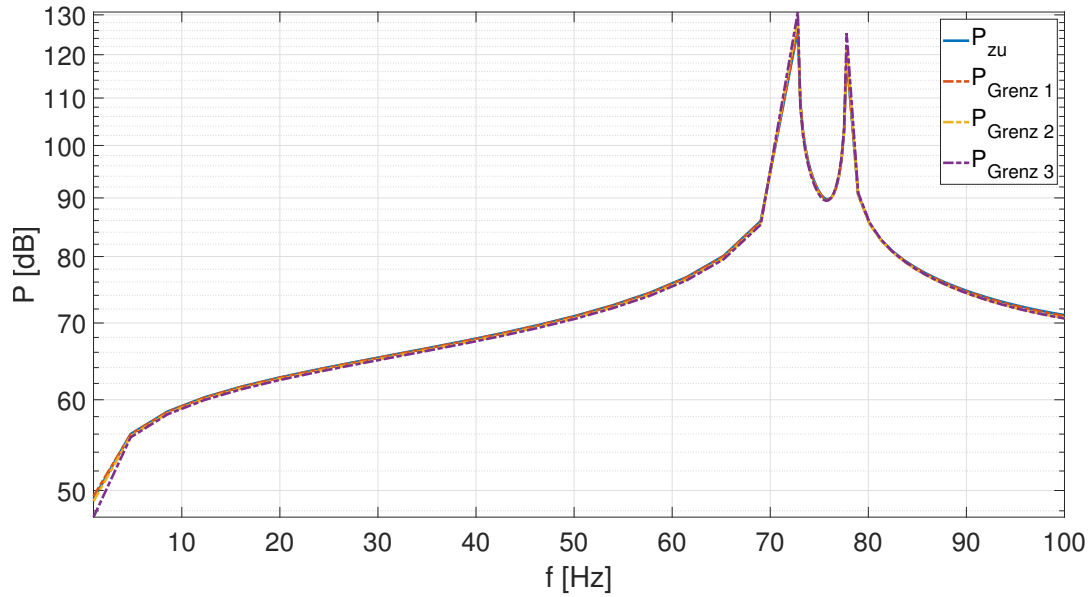


Abbildung 4.17: Vergleich der durch die STI bestimmten Leistung mittels der dissipierten Leistung $P_{\text{real},0}$ in Subsystem 1 an den Grenzen $\sqrt{3}/2 \cdot a = 0,389$ m, $\sqrt{3}/3 \cdot a = 0,259$ m und $\sqrt{3}/4 \cdot a = 0,195$ m bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 100 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683

ten Vergleichsfaktoren das jeweils arithmetische Mittel des Verhältnisses ($P_{\text{Grenz}}/P_{\text{zu}}$), der Differenz P_{diff} zwischen der Eingangs- und Grenzleistung sowie der prozentuale Fehler $P_{\%}$ für die unterschiedlichen Dämpfungsfaktoren aufgelistet.

Tabelle 4.6: Leistungsbilanzvergleich für die Strukturdämpfung von $\eta = 0,001$ und $\eta = 0,002$

Dämpfungsfaktor η	$\varnothing(P_{\text{Grenz}}/P_{\text{zu}})$ [-]	$\varnothing P_{\text{diff}}$ [W]	$\varnothing P_{\%}$ [%]
0,001	0,9900	0,0090	1,0034
0,002	0,9902	0,0045	0,9821

Die Ergebnisse sind nahezu identisch und die Abweichungen sind infinitesimal. Dieses Ergebnis war zu erwarten, da die erhöhte Strukturdämpfung durch die Dissipationsleistung $P_{\text{real},0}$ aus Gleichung 4.27 berücksichtigt wird. Das bestätigt die Annahme, dass der Vergleich der Eingangs- und Grenzleistung mit der gewählten Methode zulässig ist.

Abschließend wird die Eingangs- und Grenzleistung auf Basis der zweiten Methode für den Frequenzbereich von 0 bis 1000 Hz berechnet. In Abbildung 4.18 wird der Leistungsverlauf, welcher durch die zweite Methode ermittelt wird, für den Frequenzbereich dargestellt. Auf der Abszisse wird die Frequenz von 0 bis 1000 Hz in 100er-Schritten dargestellt und auf der Ordinate ist die Leistung logarithmisch in dB aufgetragen. Der Verlauf der Grenzleistung wird durch die rot gestrichelte Linie gezeigt und der Verlauf der Eingangsleistung durch die blau durchgezogene Linie. Auf Basis der Verläufe liegt das gemittelte Verhältnis bei 0,9657, die mittlere Differenz bei 0,0035 W und der mittlere prozentuale Fehler bei 3,42%. Auf den ersten Blick erscheinen

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

die Resultate schlechter als die Ergebnisse, welche nach der ersten Methode mit dem diskreten Dämpfer berechnet wurden. Der Verlauf der Grenzleistung entspricht jedoch besser dem Verlauf der Eingangsleistung als der Grenzleistungsverlauf aus Methode eins in Abbildung 4.18. Insbesondere ist die Abweichung in den Resonanzfrequenzen kleiner geworden. Zudem haben sich die Ergebnisse im Vergleich zu den Resultaten aus den Untersuchungen im Frequenzbereich von 0 bis 100 Hz verschlechtert. Das ist jedoch plausibel, da die Diskretisierung relativ mit zunehmender Frequenz bezogen auf die betrachtete Frequenz abnimmt. Dies ist zudem bei der Betrachtung des prozentualen Fehlers über die Frequenz in Abbildung 4.19 zu erkennen. Auf der x-Achse ist die Frequenz in Hz von 0 bis 100 aufgetragen und die y-Achse zeigt den prozentualen Fehler. Die blaue durchgezogene Linie zeigt den Verlauf der Abweichung. Es ist zu sehen, dass mit steigender Frequenz die Abweichung zwischen Eingangs- und Grenzleistung größer wird.

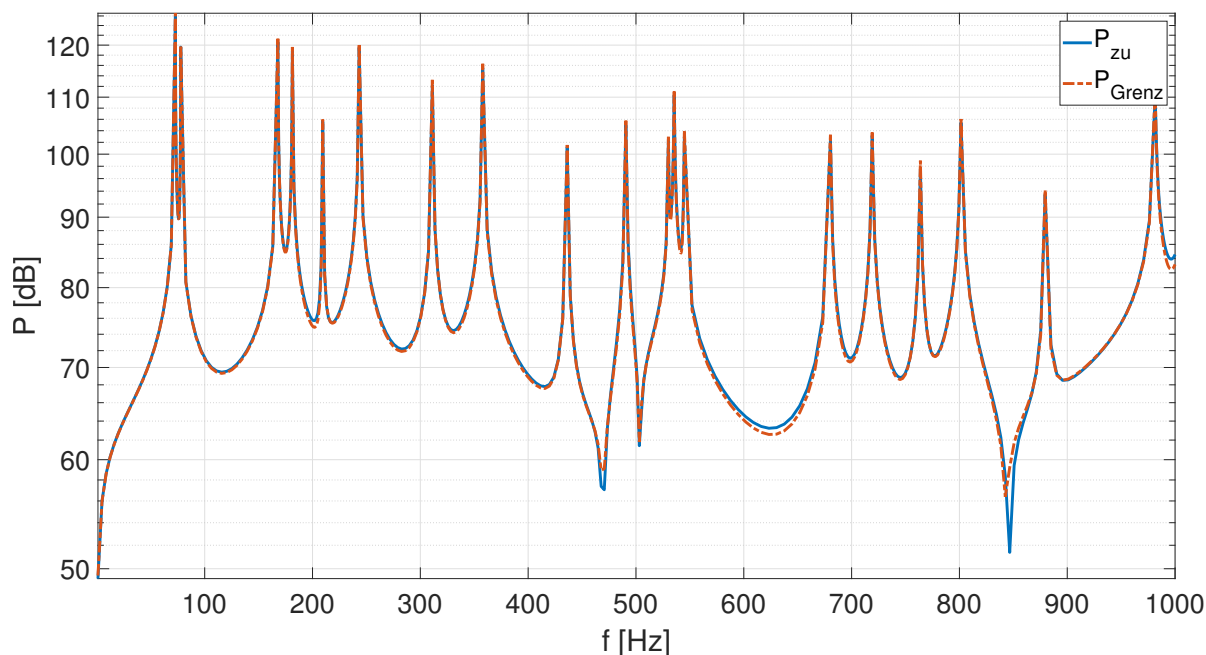


Abbildung 4.18: Vergleich der Eingangsleistung mit der durch die STI bestimmten Leistung mittels der dissipierten Leistung $P_{\text{real},0}$ in Subsystem 1 bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Leistungsberechnung mittels numerisch ermittelter STI für eine frei schwingende Platte zulässig ist. Jedoch muss darauf geachtet werden, dass die Dämpfung im System nicht zu gering ist, da es sonst zu numerischen Fehlern kommen kann. Bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro maximal vorkommender Wellenlänge wurde eine durchschnittliche prozentuale Abweichung von 3,42% beobachtet. Weitere Untersuchungen zur Diskretisierung werden im folgenden Unterkapitel durchgeführt.

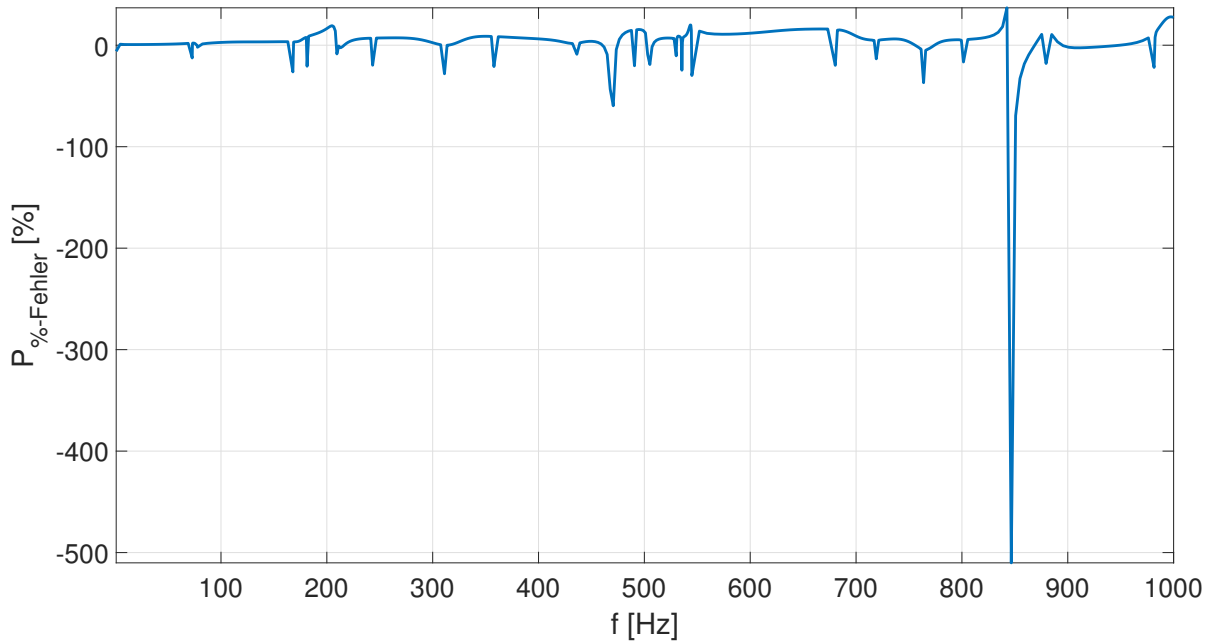


Abbildung 4.19: Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz

4.7 Konvergenzstudie einer gedämpften Plattenstruktur

Nach der Variierung der Diskretisierung in Unterkapitel 4.6 zur Verbesserung der Qualität der Resultate wird nun noch einmal eine ausführliche Konvergenzstudie bezüglich der Diskretisierung für eine gedämpfte Struktur durchgeführt. Dazu wird die Platte mit einer Strukturdämpfung von $\eta = 0,02$ mit einer einzigen Anregungskraft angeregt. Es werden die Diskretisierungsdichten von 5, 10, 15, 20, 30, 40 und 60 Punkten pro Wellenlänge untersucht. Um eine Aussage über die Konvergenz treffen zu können, wird der Verlauf der durchschnittlichen aktiven STI pro Element über den Frequenzbereich betrachtet. Die Berechnung erfolgt also nach

$$\bar{I} = \frac{\sum_{e=1}^n \|\Re\{\mathbf{I}_e\}\|}{n}, \quad (4.29)$$

wobei n die Anzahl an Elementen angibt und der Strich über dem I in diesem Fall die arithmetische Mittlung anzeigt. In Abbildung 4.20 ist der Verlauf der mittleren Strukturintensität pro Element über die Frequenz für die unterschiedlichen Diskretisierungsdichten dargestellt. Auf der x-Achse ist die Frequenz in Hz von 0 bis 1000 in 100er-Schritten aufgetragen. Auf der Ordinate ist die mittlere Intensität in W/m dargestellt. Die Verläufe der unterschiedlichen Diskretisierungsdichten sind der Legende zu entnehmen.

Es ist zu sehen, dass die Abweichung der Verläufe im höheren Frequenzbereich am höchsten ist. Ursächlich hierfür ist, dass die Anzahl an Abtastpunkten relativ gesehen mit steigender

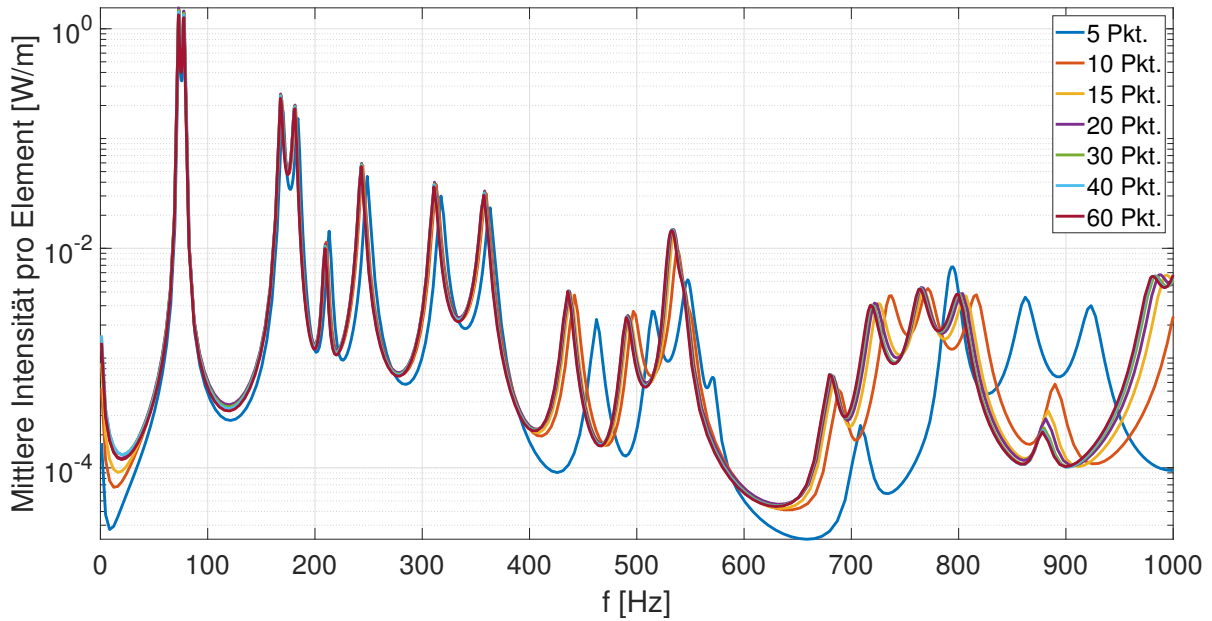


Abbildung 4.20: Logarithmische Darstellung der durchschnittlichen Intensität pro Element über den betrachteten Frequenzbereich für unterschiedliche Diskretisierungsdichten - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683

Frequenz kleiner wird. Die größte Abweichung ist bei einer Diskretisierung mit 5 Punkten zu erkennen. Das ist zu erwarten, da die Schallschnelle für diese Diskretisierungsdichte, wie in Unterkapitel 4.5 bereits gezeigt, ebenfalls noch nicht konvergiert ist. Ab einer Diskretisierung von 10 Punkten pro Wellenlänge verändert sich die Form des Verlaufs mit steigender Diskretisierung nicht mehr signifikant. Bis zu einer Abtastdichte von 20 Punkten pro Wellenlänge kommt es jedoch noch zu Verschiebungen der STI-Verläufe. Ab einer Diskretisierungsdichte von 30 Punkten pro maximal auftretender Wellenlänge kommt es zu keinen großen Veränderungen der Verläufe. Somit lässt sich feststellen, dass das Modell mit mindesten 30 Punkten pro maximal auftretender Wellenlänge diskretisiert werden muss, um die STI zu berechnen.

Weiterhin ist dies in Tabelle 4.7 verdeutlicht. Bezogen auf eine Diskretisierungsdichte von 60 Punkten pro Wellenlänge ist dort die relative Abweichung in den Eigenfrequenzen aufgetragen. Der maximale und minimale Fehler sind jeweils in rot bzw. in grün markiert. Wird wie in 4.5 als Konvergenzkriterium eine maximal zulässige Abweichung von 15% angenommen, bestätigt sich die Beobachtung, dass eine Diskretisierung von mindestens 30 Punkten pro Wellenlänge benötigt wird, damit das Modell global konvergiert ist.

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

Tabelle 4.7: Prozentuale Abweichung der durchschnittlichen Intensität pro Element in den Eigenfrequenzen, bezogen auf eine globale Diskretisierung von 60 Punkten pro Wellenlänge

Eigenfrequenz [Hz]	5 Pkt.	10 Pkt.	15 Pkt.	20 Pkt.	30 Pkt.	40 Pkt.
72,77	14,28%	10,74%	11,57%	15,75%	10,56%	6,68%
77,78	13,96%	9,63%	10,82%	14,82%	10,01%	6,47%
167,80	17,62%	3,45%	4,87%	9,43%	6,38%	4,21%
181,26	18,59%	2,11%	3,97%	8,11%	5,82%	3,85%
209,38	43,75%	14,41%	6,85%	9,52%	5,73%	3,91%
243,11	18,69%	2,49%	3,27%	6,83%	4,73%	2,62%
310,89	17,59%	5,53%	4,75%	10,21%	6,09%	4,03%
357,56	23,20%	3,49%	2,08%	9,20%	5,31%	3,58%
435,71	44,47%	7,43%	3,72%	0,91%	1,00%	1,04%
490,06	13,86%	13,72%	2,16%	4,40%	1,92%	1,48%
529,41	55,90%	22,76%	4,20%	4,11%	2,31%	1,92%
534,88	90,06%	27,57%	6,52%	3,42%	2,06%	1,80%
544,16	83,31%	44,23%	17,33%	5,19%	1,06%	0,81%
679,45	65,51%	27,09%	10,27%	1,02%	0,26%	0,89%
717,65	75,84%	21,38%	3,88%	4,87%	0,88%	0,48%
762,78	36,27%	1,92%	2,33%	4,07%	1,29%	1,12%
799,95	19,77%	4,26%	4,29%	1,18%	0,34%	0,53%
878,20	131,09%	171,98%	55,73%	31,83%	9,00%	3,53%
978,94	98,24%	55,68%	1,31%	2,92%	0,58%	0,15%

4.8 Vergleich zwischen Nastran und Abaqus

Während der Forschung für die Masterarbeit ist aufgefallen, dass die Wahl der FEM Software einen signifikanten Einfluss auf die Ergebnisse haben kann. So wurde für alle Berechnungen in der Arbeit das Programm ABAQUS verwendet, wohingegen das DLR-Göttingen mit dem Programm NASTRAN arbeitet. Bei Vergleichsrechnungen in Kooperation mit dem DLR kam es immer wieder zu Abweichungen zwischen den mittels ABAQUS und NASTRAN erzeugten Ergebnissen. Die größten Diskrepanzen sind bei Voruntersuchungen unter Verwendung von linearen Elementen aufgefallen. In dem Fokus der Untersuchungen lag das Näherungsverfahren, mit welchem das DLR die STI experimentell bestimmt. Dieses nutzt zur STI-Bestimmung auf Basis experimenteller Daten ein FE-Modell mit linearen Schalenelementen. Der genaue Zusammenhang zwischen numerischer und experimenteller STI mittels des Näherungsverfahrens des DLRs wird in Unterkapitel 6.1.4 erklärt. Auf Grund dieser Ergebnisse werden folgende Untersuchungen mit besonderem Hinblick auf den Einfluss der Elementtypenwahl durchgeführt.

Zum Vergleich werden eine frei gelagerte Platte mit identischer Geometrie und identischen Materialparametern in ABAQUS und NASTRAN erzeugt. Die untersuchte Plattenstruktur und alle Geometrie- und Materialparameter sind durch das DLR vorgegeben. Die Struktur ist in

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

Abbildung 4.21 mit den Geometrieparametern exemplarisch dargestellt. Die Materialparameter der Platte sind in Tabelle 4.8 angegeben, zudem beträgt die Plattendicke 0,001 m.

Die Struktur wird für die Untersuchung mit 150 Elementen in x-Richtung bzw. 100 Elementen in y-Richtung vernetzt. Alle folgenden Simulationen werden im Frequenzbereich von 50 bis 2500 Hz untersucht.

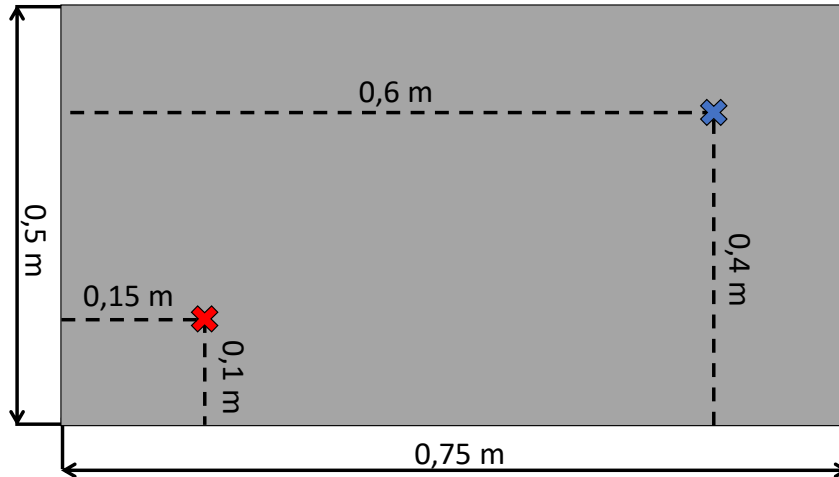


Abbildung 4.21: Darstellung der Vergleichsplattengeometrie

Für die erste Untersuchung werden lineare Elemente verwendet und neben einer Anregungskraft von -1 N wirkt ein diskreter Dämpfer mit dem Dämpfungswert von 100 Ns/m auf die Struktur. Der Anregungsort ist dabei in Abbildung 4.21 durch das rote Kreuz gekennzeichnet und der Dämpfungsort durch das blaue Kreuz markiert.

Tabelle 4.8: Materialparameter der Vergleichs-Platte

Parameter	Wert
E-Modul E	0,7e11 N/m
Poissons-Zahl ν	0,34
Dichte ρ	2700 kg/m ³
Materialdämpfung η	0,005

Als Vergleichskriterium wird der quadratische Mittelwert (RMS) der Schallschnelle verwendet. In Abbildung 4.22 ist der mittels ABAQUS und NASTRAN berechnete RMS der Schallschnelle über den betrachteten Frequenzbereich dargestellt. Zudem ist die Abweichung abgebildet, was der prozentualen Abweichung (Error) zwischen den berechneten RMS-Verläufen entspricht. Auf der Abszisse ist die Frequenz von 50 bis 2500 in Hz aufgetragen. Die linke Ordinatenachse zeigt den RMS der Schallschnelle in m/s und die rechte Ordinatenachse zeigt den Error in %. Die gelb durchgezogene Linie bildet den Verlauf der Abweichung über der Frequenz ab. Die Verläufe für den RMS der Schallschnelle sind der Legende zu entnehmen. Obwohl es sich um

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

eine identische Berechnung handelt, weichen die Resultate extrem ab. Für einige Frequenzen liegt der Fehler der Ergebnisse bei über 100%. Im Mittel liegt die Abweichung bei 37,7%

Um die Einflussmöglichkeiten der unterschiedlichen FEM-Softwares zu verringern, wird das untersuchte Modell weiter vereinfacht. Für die nächste Untersuchung wird der auf die Struktur wirkende Dämpfer entfernt, sodass es sich nun um eine frei gelagerte Platte mit einer einzigen Anregung handelt.

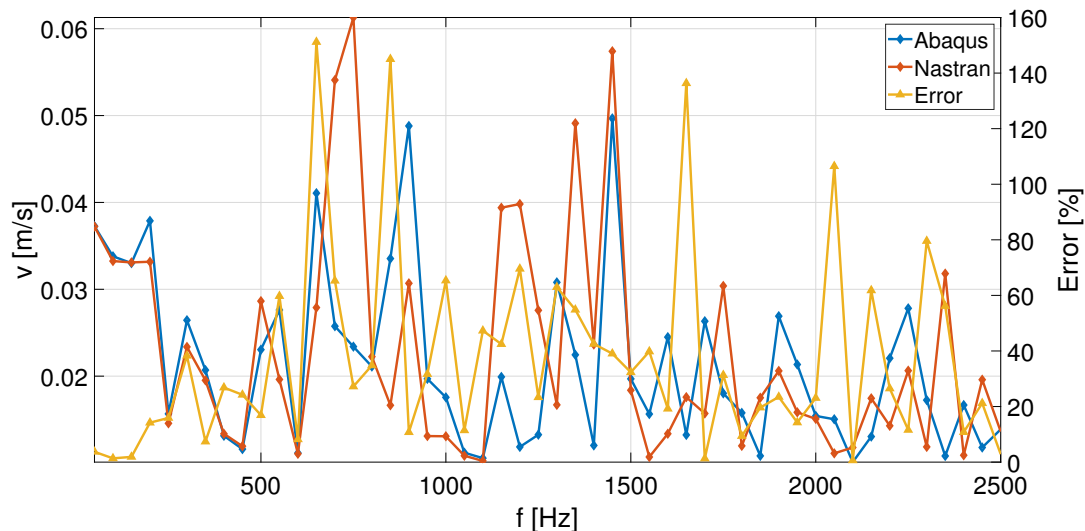


Abbildung 4.22: Vergleich des RMS der Schallschnelle zwischen ABAQUS und NASTRAN mit linearen Elementen und diskretem Dämpfer und Darstellung der prozentualen Abweichung

In Abbildung 4.23 ist der Verlauf des RMS der Schallschnelle für die Berechnung ohne diskreten Dämpfer über die Frequenz dargestellt. Der Aufbau der Darstellung entspricht dem der Abbildung 4.22. In der Legende ist die Zuordnung der Verläufe enthalten. Insgesamt hat sich das Resultat etwas verbessert, es kommt jedoch weiterhin zu Abweichungen bis über 120%. Im Mittel liegt der Fehler nun nur noch bei 24,3%. Daraus lässt sich schließen, dass die beiden FEM-Softwares den diskreten Dämpfer verschieden modellieren. Zurückzuführen ist dies auf die unterschiedlich arbeitenden *Solver*, welche von ABAQUS und NASTRAN verwendet werden. Vermutlich führen die *Solver* der beiden Softwares die Berechnungen mit unterschiedlichen numerischen Ansätzen durch. Zu großen Abweichungen kann es insbesondere bei den Ansätzen zum Lösen von linearen Elementen kommen [33]. Um dies genauer zu untersuchen, werden nun die linearen Elemente durch quadratische Elemente ersetzt. Die Berechnungen erfolgen weiterhin ohne diskreten Dämpfer.

Der Verlauf des RMS inklusive der Abweichung über die Frequenz für die Untersuchung mit quadratischen Elementen ist in Abbildung 4.24 dargestellt. Die Zuordnung von Abszisse und Ordinate entspricht denen aus den Abbildungen 4.22 und 4.23. Die Zuordnung der Verläufe ist der Legende zu entnehmen. Die Ergebnisse der Berechnung zwischen ABAQUS und NASTRAN stimmen nun besser überein und die Abweichung hat insgesamt abgenommen. Der durchschnittliche Fehler beträgt nun 1,4%. Jedoch kommt es noch zu einer maximalen Abweichung von 9% bei der Frequenz von 2350 Hz. Aus der Verbesserung der Ergebnisse lässt sich schließen,

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

das die unterschiedlichen *Solver* einen großen Einfluss auf die Endergebnisse haben.

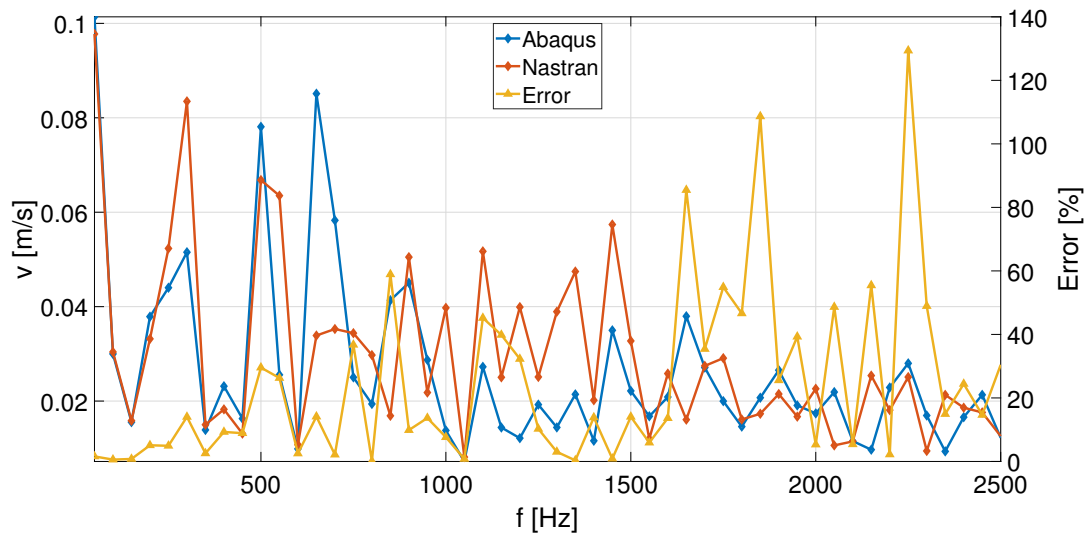


Abbildung 4.23: Vergleich des RMS der Schallschnelle zwischen ABAQUS und NASTRAN mit linearen Elementen und ohne diskreten Dämpfer sowie Darstellung der prozentualen Abweichung

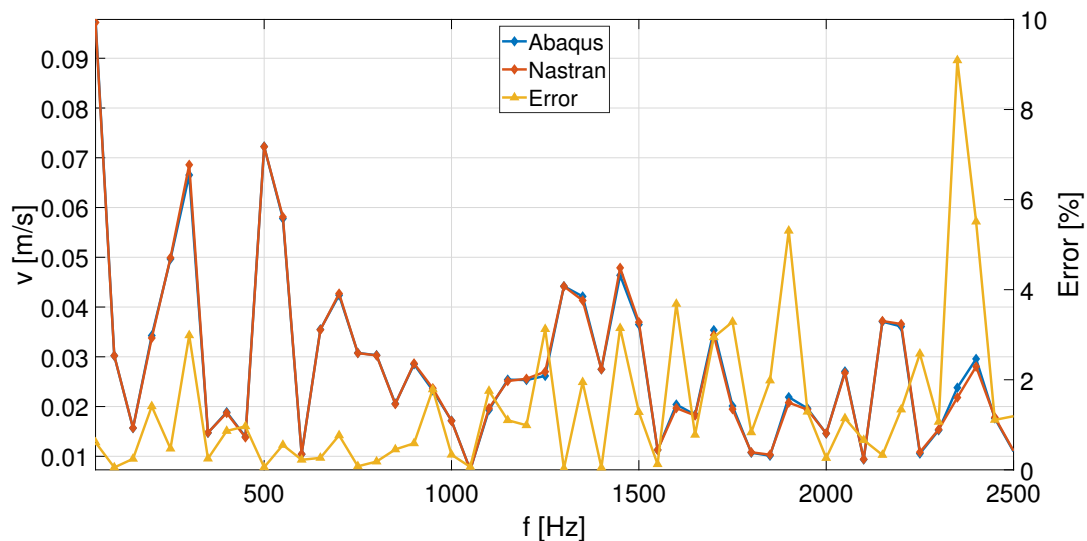


Abbildung 4.24: Vergleich des RMS der Schallschnelle zwischen ABAQUS und NASTRAN mit quadratischen Elementen und ohne diskreten Dämpfer sowie Darstellung der prozentualen Abweichung

Die in den Untersuchungen gewonnen Erkenntnisse zeigen, dass bei dem Vergleich von numerisch ermittelten Ergebnissen zwingend zu beachten ist, mit welcher Software die Resultate

4 Analytische und numerische Voruntersuchung zur Bestimmung der Strukturintensität

berechnet wurden. In der Arbeit werden alle numerischen Berechnungen mit ABAQUS durchgeführt, wodurch ein Vergleich der Ergebnisse untereinander zulässig ist. Die experimentelle STI wird jedoch durch das DLR-Göttingen berechnet, wofür, wie eingangs erwähnt, die Nutzung des FEM-Programms NASTRAN nötig ist. Bei dem Vergleich der finalen numerischen und experimentellen STI-Daten muss die Abweichung somit ggf. berücksichtigt werden.

5 Numerische Bestimmung der Strukturintensität und Analyse der Energieflüsse innerhalb der Struktur

Einer der Schwerpunkte dieser Arbeit liegt darin, den Energiefluss über eine Grenze zwischen zwei Subsystemen zu betrachten. Um Ressourcen zu sparen und die Rechenzeit so gering wie möglich zu halten, ist die Kenntnis über die minimal notwendige Diskretisierung der Grenze für ein hinreichend gutes Ergebnis von besonderem Interesse. Nachdem das numerische Modell validiert ist und die globale Diskretisierung bestimmt ist, wird in diesem Kapitel zu Beginn die lokale minimal notwendige Grenzdiskretisierung zur Bestimmung des Leistungsflusses zwischen zwei Subsystemen untersucht. Auf Basis der gewonnenen Erkenntnisse werden im weiteren Verlauf die in Kapitel 6 beschriebenen Experimente numerisch modelliert und die STI berechnet. Auf Basis der berechneten aktiven STI wird dann der Energiefluss zwischen zwei Subsystemen analysiert. Für technische Anwendungen ist die Wirkleistung und die daraus folgende Energie von besonderer Bedeutung. Deshalb ist für die Betrachtung der Wirkleistung insbesondere der Realteil und somit der aktive Teil der STI relevant. Bei den in Kapitel 6 untersuchten Versuchsaufbauten handelt es sich insgesamt um zwei unterschiedliche Experimentkonfigurationen, die betrachtet und für welche die Energieflüsse analysiert werden. Zum einen wird ein Zwei-Shaker-Aufbau und zum anderen eine Struktur mit CLD-Folie (*Constrained-Layer-Damping*-Folie) modelliert. Diese Konfigurationen sollen für möglichst hohe Dämpfung im System sorgen, wodurch sich der Anteil der aktiven STI vergrößert. Die Ergebnisse werden dann als Bezugswerte für die experimentell ermittelten Resultate verwendet. Aufgrund der schnellen und einfachen Realisierbarkeit wird in diesem Kapitel zudem der Einfluss der Lage von der CLD-Folie auf das STI-Feld untersucht. Dadurch wird ein Einblick in die Möglichkeiten für die CLD-Folie als konstruktive Maßnahme zur STI-Feld-Beeinflussung in der Praxis gegeben.

5.1 Grenzdiskretisierung zur Leistungsbestimmung

Die Untersuchungen in Unterkapitel 4.7 haben ergeben, dass die Struktur global mit mindestens 30 Punkten pro Wellenlänge diskretisiert werden muss, damit das STI-Feld konvergent ist. Auf Basis dieser Erkenntnis wird nun untersucht, welche Diskretisierungsdichte für eine Grenze notwendig ist, um den Leistungsfluss zwischen zwei Subsystemen zu bestimmen. Dazu wird für eine festgelegte Grenze die Leistung auf Basis der STI-Daten für die globale Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge bestimmt. Die Grenze ist an der Stelle $x = 0,12\text{ m}$ über die gesamte vertikale Länge definiert. Für die Untersuchung wird im weiteren Verlauf die Anzahl an berücksichtigten Elementen verringert. Als Vergleichskriterium wird die Riemannsumme S der Leistung über die Frequenz gebildet. Die Verwendung der Riemannsumme ist notwendig,

da die berechneten Frequenzdaten nicht in äquidistanten Abständen zueinander liegen.

Für die Auswertung von ungleichmäßig verteilten Daten muss die Riemannsumme gebildet werden, welche sich nach

$$S = \sum_{j=1}^n f(\xi_j)(x_j - x_{j-1}) \quad (5.1)$$

berechnet, um eine Gewichtung der Daten zu berücksichtigen [21]. $\xi_j \in [x_j - x_{j-1}]$ beschreibt dabei die Zwischenpunkte in den Teilintervallen der Länge $[x_{j-1}, x_j]$. Die betrachtete Funktion wird durch f beschrieben. In dem hier konkreten untersuchten Fall entspricht f der Leistung und ξ_j der betrachteten Frequenz.

In Abbildung 5.1 ist die prozentuale Abweichung der Riemannsumme in Bezug zur prozentualen Anzahl an betrachteten Elementen dargestellt. Die obere Abszissenachse zeigt die prozentuale Anzahl berücksichtigter Elemente zur Bestimmung der STI über die Grenze in % im Bereich von 20 bis 100 an. Die untere Abszisse zeigt die Anzahl an berücksichtigten Diskretisierungspunkten pro Wellenlänge im Bereich von 3 bis 30 an. Die Ordinate zeigt die prozentuale Abweichung der Riemannsumme in Bezug zur maximalen Anzahl an berücksichtigten Elementen im Bereich von 0 bis 400 in % an. Die blau durchgezogene Linie entspricht dem prozentualen Verlauf der Riemannsumme. Die in rot gestrichelte Linie stellt eine festgelegte Fehlergrenze dar, welche eine 15 prozentige Abweichung der Riemannsumme vom Maximum darstellt. Bei der Betrachtung des Verlaufs ist ein Konvergenzverhalten zu beobachten. Bei

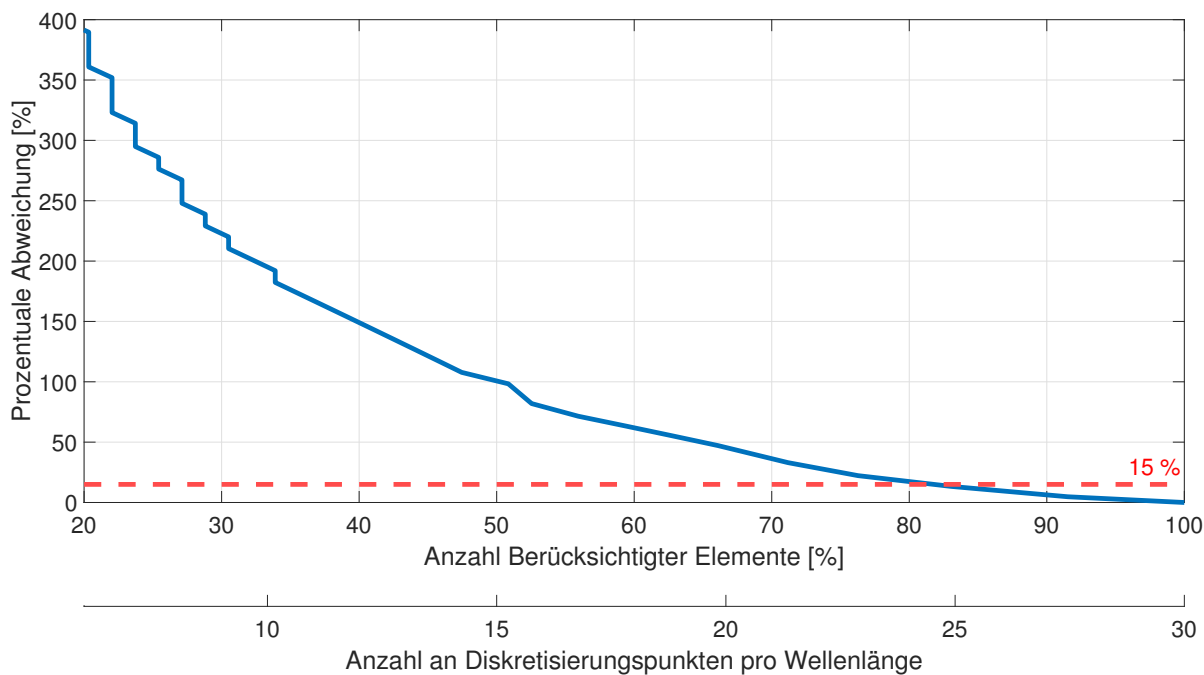


Abbildung 5.1: Konvergenzverhalten der lokalen Grenzdiskretisierung zur Leistungsbestimmung für eine globale Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge

einer Berücksichtigung von 80% der Elemente wird die Fehlergrenze von 15% unterschritten.

Daraus folgt, dass mindestens 24 Knoten pro Wellenlänge berücksichtigt werden müssen, um eine Abweichung von 15% zu erhalten. Die Resultate sind unabhängig von der Lage der Grenze, wie die Abbildungen für zwei weitere Grenzen in Anhang .3 exemplarische zeigen.

Alle weiteren Untersuchungen in diesem Kapitel werden unter Berücksichtigung der gesamten vorhandenen Elemente durchgeführt. Die in dem Unterkapitel gewonnene Erkenntnis wird im weiteren Verlauf jedoch zum Vergleich mit den experimentell ermittelten Daten genutzt.

5.2 Numerischer Zwei-Shaker-Aufbau

Zu Beginn wird der Zwei-Shaker-Aufbau modelliert, um mittels eines zweiten Shakers eine Senke zu definieren. Dafür wird wie in dem realen Experiment (beschrieben in 6.2.1) neben der Anregungskraft, auf der Platte gespiegelt eine zweite Kraft modelliert. Im numerischen Modell liegt der Anregungspunkt an der in 4.2 definierten Stelle, bei $(x = 0,042, y = 0,042)$, wodurch der Ort der weiteren Kraft mit $(x = 0,408, y = 0,258)$ definiert ist. Die zweite Kraft simuliert den zweiten Shaker und wirkt im Bezug auf die Anregungskraft 180° phasenverschoben. Bei einem Phasenverschub lässt sich nach [5] die phasenverschobene Kraft als Senke interpretieren und es entsteht eine dissipierende Wirkung.

In Abbildung 5.2 ist eine exemplarische Schwingform auf Basis der numerisch ermittelten Daten bei der Frequenz von 428 Hz dargestellt. Die Abszisse und Ordinate entsprechen dabei der Plattengeometrie in m. Bei der Betrachtung der Schwingform, exemplarisch dargestellt in Abbildung 5.2, fällt auf, dass es bezogen auf die experimentell ermittelte Mode zu Abweichungen im Schwingungsmuster kommt, dargestellt in Abbildung 6.14. Für eine weitere Untersuchung

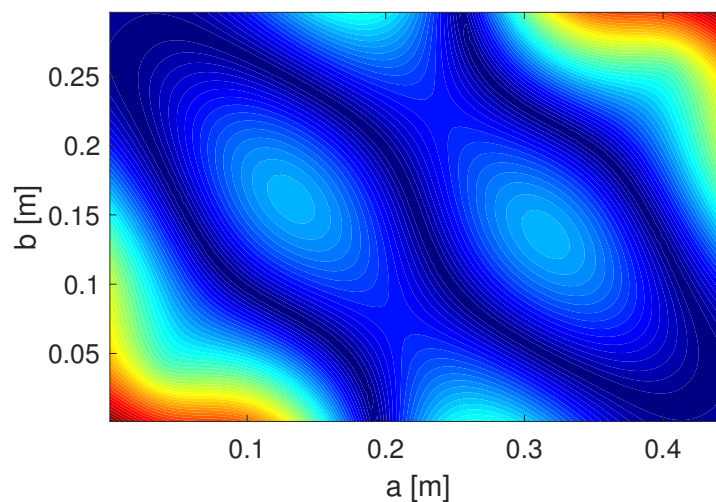


Abbildung 5.2: Darstellung der Schallschnellen für ein numerisches Modell mit zwei Shakern für die experimentell ermittelte Schwingform bei 428 Hz

wird die Divergenz für das Modell mit diskrettem Dämpfer und zwei Shakern betrachtet. Durch

die Divergenz lassen sich Quellen und Senken mathematisch nach

$$\operatorname{div} \vec{F}(\vec{r}) = q(\vec{r}) \begin{cases} > 0, & \text{Quelle} \\ = 0, & \text{quellenfrei} \\ < 0, & \text{Senke} \end{cases} \quad (5.2)$$

berechnen. Dabei beschreibt $\vec{F}(\vec{r})$ ein beliebiges Vektorfeld und $q(\vec{r})$ die Quellendichte bzw. Divergenz. [30]

In Abbildung 5.3 sind die Divergenzfelder für den Zwei-Shaker-Aufbau und den Aufbau mit einem diskreten Dämpfer dargestellt. Die Abszissen und Ordinaten entsprechen der Plattengeometrie in m. Die Applikate entspricht der Energie pro Fläche in J/m. Für das Simulationsmodell mit einem Dämpfer sind die Quelle und Senke eindeutig zu erkennen. Bei dem Zwei-Shaker-Aufbau hingegen wirken beide Eingangskräfte als Quelle. Zudem ist der Wertebereich der Divergenz des Zwei-Shaker-Aufbaus wesentlich kleiner als der des Dämpfer-Modells.

Ein Grund dafür könnte in der stationären Berechnung des Modells mittels direkter Lösung liegen. Durch Vereinfachungen zur Beschleunigung der Rechnung könnte es sein, dass der Phasenverschiebung der zweiten Eingangskraft vernachlässigt wird, sodass diese keine dämpfende Wirkung hat. Eine weitere Möglichkeit könnte sein, dass die Anregungskräfte durch ihr alternierendes Verhalten nicht als Quelle bzw. Senke im stationären Bereich identifiziert werden können, da beide Anregungskräfte über die Zeit gesehen einen Quellen- bzw. Senkencharakter annehmen.

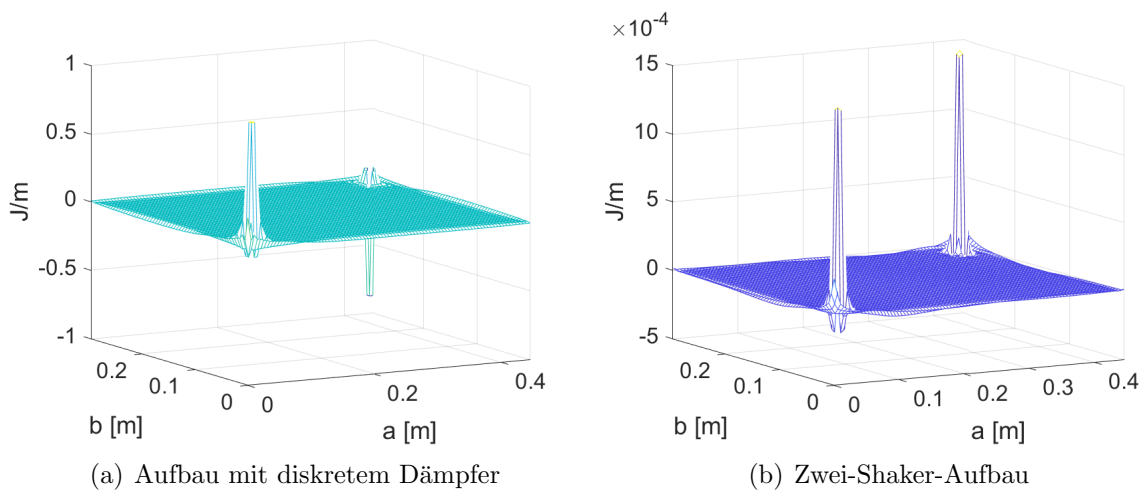


Abbildung 5.3: Darstellung der Divergenz für ein numerisches Modell mit diskretem Dämpfer und mit zwei Shakern

Das in den Annahmen beschriebene Verhalten ist zudem bei der Betrachtung einer Platte zu sehen, welche mit zwei gleichen Anregungskräften angeregt wird. In Abbildung 5.4 ist die Divergenz einer Struktur zu sehen, welche zum einen mit zwei identischen positiven Kräften und zum anderen mit zwei betragsmäßig gleichen, aber negativen Kräften angeregt wird. Die Resultate sind identisch, woraus geschlossen werden kann, dass das Vorzeichen und somit der Phasenverschiebung der Anregungskräfte in der stationären Berechnung keinen Einfluss hat.

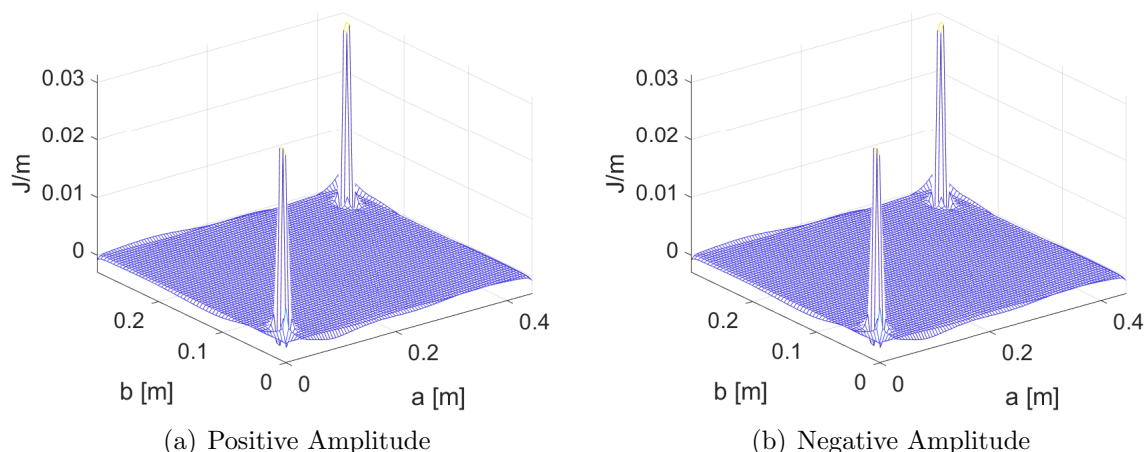


Abbildung 5.4: Darstellung der Divergenz für ein numerisches Modell mit diskretem Dämpfer und mit zwei Shakern

Für weitere Untersuchungen und zur Überprüfung der aufgeführten Thesen muss ein transientes Modell aufgebaut werden. Da dies sehr aufwändig ist und den Umfang der Arbeit überschreiten würde, wird dieser Ansatz in der Arbeit nicht weiter verfolgt. Es ist jedoch festzuhalten, dass der Aufbau eines Simulationsmodells mit zwei Shakern nicht trivial ist. Die Verwendung eines diskreten Dämpfers anstatt eines zweiten Shakers ist ebenfalls nicht ohne größeren Aufwand zu realisieren, da die Ermittlung des Dämpfungswerts, welcher den zweiten Shaker im Experiment beschreibt, nicht banal ist. Aus diesem Grund wird die Experimentkonfiguration mit zwei Shakern nicht weiter betrachtet.

5.3 Numerischer Aufbau mit CLD-Folie

Für die zweite Experimentkonfiguration wird die Plattenstruktur mit einer CLD-Folie beklebt, um die Strukturdämpfung im System zu erhöhen. Mittels der CLD-Folie wird die Dehnungsenergie in Wärme umgewandelt, wodurch die Dämpfung im System steigt. Eine detailliertere Erläuterung zur Funktionsweise der CLD-Folie wird in Unterkapitel 6.2.2 beschrieben. Neben der numerischen Modellierung des Experiments mit CLD-Folie, zum Vergleich der experimentellen und numerischen STI, wird in diesem Unterkapitel der Einfluss der Lage der CLD-Folie auf das STI-Feld untersucht. Dadurch werden Grundlagen für die CLD-Folie als konstruktive Maßnahme vermittelt. Für die praktische Anwendung ist dieses Kenntnis notwendig, um Maßnahmen zur Minderung der Schallabstrahlung eines Systems zielgerichtet durchzuführen.

Die Platte wird im Experiment mit einem 0,05 m breiten CLD-Streifen, der 0,3 m vom linken Rand entfernt ist, über die gesamte vertikale Länge beidseitig beklebt. In Abbildung 5.5 ist der Aufbau schematisch dargestellt. Die CLD-Folie ist dabei durch den grauen Streifen symbolisiert und der Anregungspunkt ist durch das rote Kreuz an der in 4.2 definierten Stelle, bei $(x = 0,042, y = 0,042)$, gekennzeichnet.

Im numerischen Modell wird zum Nachbilden der CLD-Folie an der identischen Stelle für die

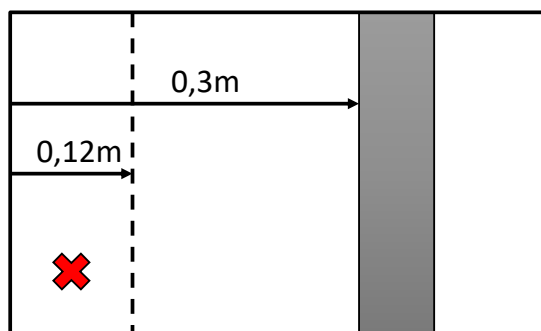


Abbildung 5.5: Schematische Darstellung der mit CLD beklebten Platte

Elemente der Verlustfaktor erhöht, um den Einfluss des CLD zu berücksichtigen. Der Bereich mit erhöhtem Verlustfaktor wird im weiteren Verlauf als *Section* bezeichnet. Die Herausforderung besteht zum einen darin, den Dämpfungsparameter der Aluminiumplatte ohne CLD zu ermitteln, und zum anderen, die Strukturdämpfungswerte für die Kombination aus Platte mit CLD-Folie zu bestimmen. Mittels einer Voruntersuchung wird für die frei schwingende Platte ohne CLD ein Verlustfaktor von $\eta = 0,005$ ermittelt. In einer weiteren Untersuchung wird für die *Section* zur Nachbildung der CLD-Folie ein Dämpfungsparameter von $\eta = 0,05$ bestimmt. Als Bewertungskriterium für die Qualität der Wahl der Parameter wird der Verlauf des Körperschallmaß über den berücksichtigten Frequenzbereich betrachtet. In Abbildung 5.6 ist der Verlauf des experimentell und numerisch ermittelten Körperschallmaß dargestellt. Die Abszissenachse zeigt den betrachteten Frequenzbereich von 0 bis 1000 Hz in 100er-Schritten. Die Ordinatenachse ist logarithmisch skaliert und stellt das Körperschallmaß dar. Die blau durchgezogene Linie zeigt den Verlauf des numerisch ermittelten Körperschallmaß und die rot durchgezogene Linie den experimentell bestimmten Verlauf. Es ist zu erkennen, dass die Eigenfrequenzen und die Größe des Körperschallmaß bei einer Parameterwahl von $\eta = 0,005$ für die Platte und $\eta = 0,05$ für die CLD-*Section* des numerischen Modells mit der experimentellen Messung gut übereinstimmen. Mit zunehmender Frequenz nimmt die Abweichung zwischen Numerik und Experiment zu. Das ist darauf zurückzuführen, dass die Dämpfung im realen System frequenzabhängig ist, die in der Numerik verwendeten Strukturdämpfungsparameter jedoch frequenzunabhängig sind.

Um die mittels numerischen Modells bestimmte STI im weiteren Verlauf mit der experimentellen Messung vergleichen zu können, wird als Referenz der Leistungsverlauf zwischen zwei Subsystemen berechnet. Die Grenze wird bei $x = 0,12$ m definiert und ist in 5.5 durch die gestrichelte Linie gekennzeichnet. Die über die Grenze fließende Leistung wird mittels der Gleichung 4.25 auf Basis der numerisch bestimmten STI berechnet. Der für das Experiment geltende Leistungsverlauf ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Auf der Abszisse ist die Frequenz in 100er-Schritten von 0 bis 1000 Hz aufgetragen. Die logarithmisch skalierte Ordinate zeigt die Leistung in dB. Der Verlauf der mittels STI über die Grenze bestimmten Leistung wird durch die blau durchgezogene Linie dargestellt.

Die Position der CLD-Folie wurde in Absprache mit dem DLR-Göttingen gewählt und basiert auf den Erfahrungen des DLR, um experimentell ein möglichst aussagekräftiges STI-Feld zu erzielen. Neben dem bisher betrachteten Simulationsaufbau wird im weiteren Verlauf der

5 Numerische Bestimmung der Strukturintensität und Analyse der Energieflüsse innerhalb der Struktur

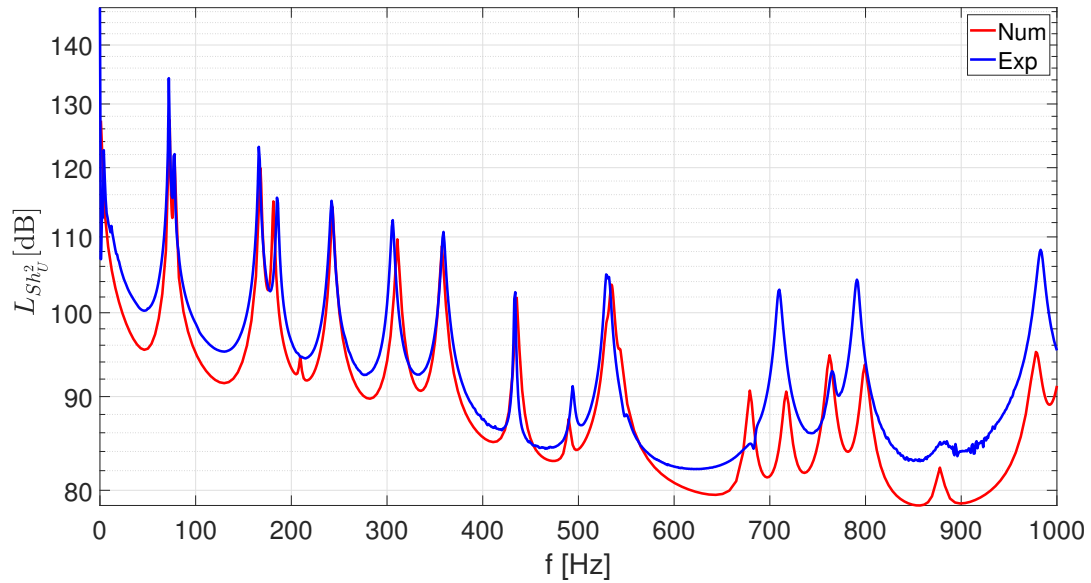


Abbildung 5.6: Vergleich des experimentell und numerisch ermittelten Körperschallmaß für eine Struktur mit CLD Streifen - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert für die flächengewichtete mittlere Übertragungsadmittanz von $S_0 h_{\tilde{U}0}^2 = 25 \cdot 10^{-16} m^4 / (Ns)^2$

Einfluss der Lage und der Geometrie der CLD-Folie auf der Struktur exemplarisch untersucht.

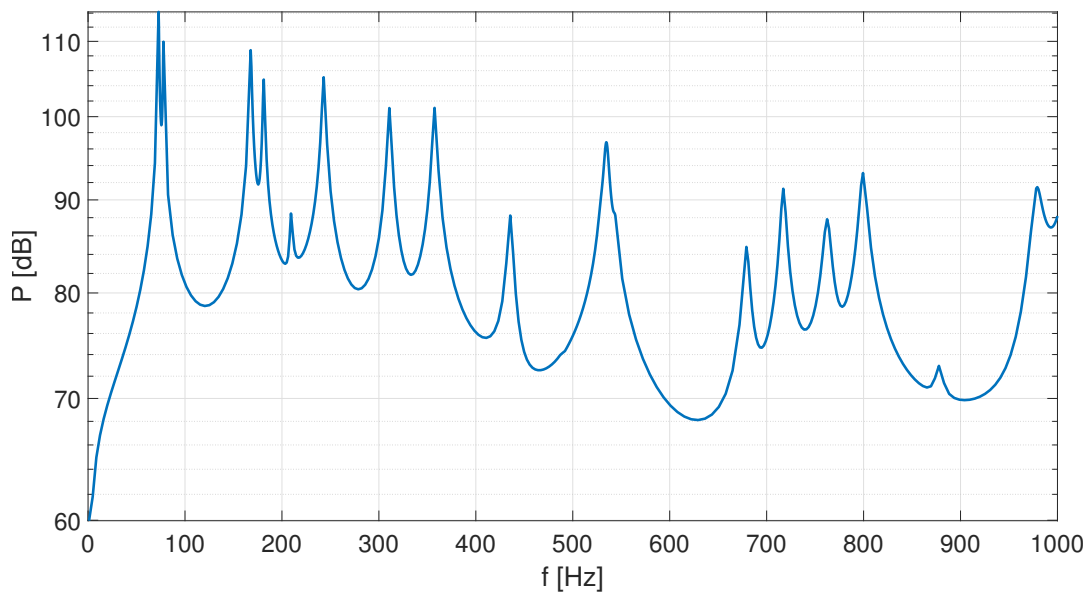


Abbildung 5.7: Logarithmische Darstellung der Grenzleistung für den Modellaufbau mit CLD-Folie - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12} W$ nach DIN EN 21683

Ziel der Untersuchung ist es, abschätzen zu können, an welcher Position der Einfluss der CLD-Folie am größten ist. Dazu werden drei weitere Untersuchungskonfigurationen definiert und miteinander verglichen. Um den Einfluss der Position bewerten zu können, wird der Leistungsfluss auf Basis der STI über eine Grenze betrachtet.

In Abbildung 5.8 sind die untersuchten Positionsanordnungen der CLD-Folie schematisch dargestellt. Die betrachtete Grenze ist durch die gestrichelte Linie symbolisiert und der Anregungsort ist durch das rote Kreuz markiert. Neben der Konfiguration U 1, welche dem Aufbau in Abbildung 5.5 entspricht, wird die Geometrie in Konfiguration U 2-1 und U 2-2 verändert. Die Fläche der CLD-Folie in U 2-1 und U 2-2 entspricht der in U 1. Die Geometrie der CLD-Folie ist nun jedoch wie folgt definiert: ($x = 0,11\text{ m}$, $y = 0,13\text{ m}$). Für die Konfiguration U 2-1 wird erwartet, dass der Leistungsfluss über die Grenze im Vergleich zu U 1 abnimmt, da die Leistung bereits vor der Grenze durch die erhöhte Dämpfung der CLD-Folie dissipiert wird. Der Leistungsfluss bei der Konfiguration U 2-2 sollte sich ähnlich dem der Konfiguration U 1 verhalten. Das CLD ist zwar nicht über die gesamte vertikale Länge definiert, jedoch ist der CLD-Anteil in x-Richtung für U 2-2 größer als für U 1. Des Weiteren wird in U 3 die identische CLD-Folie aus U 1 an veränderter Position betrachtet. Für diese Konfiguration wird der größte Leistungsfluss über die Grenze erwartet. Da am Rand die größten Schallschnellen auftreten, müsste an der Stelle die meiste Energie durch die CLD-Folie dissipiert werden. Somit sollte im stationären Zustand die meiste Leistung über die Grenze fließen.

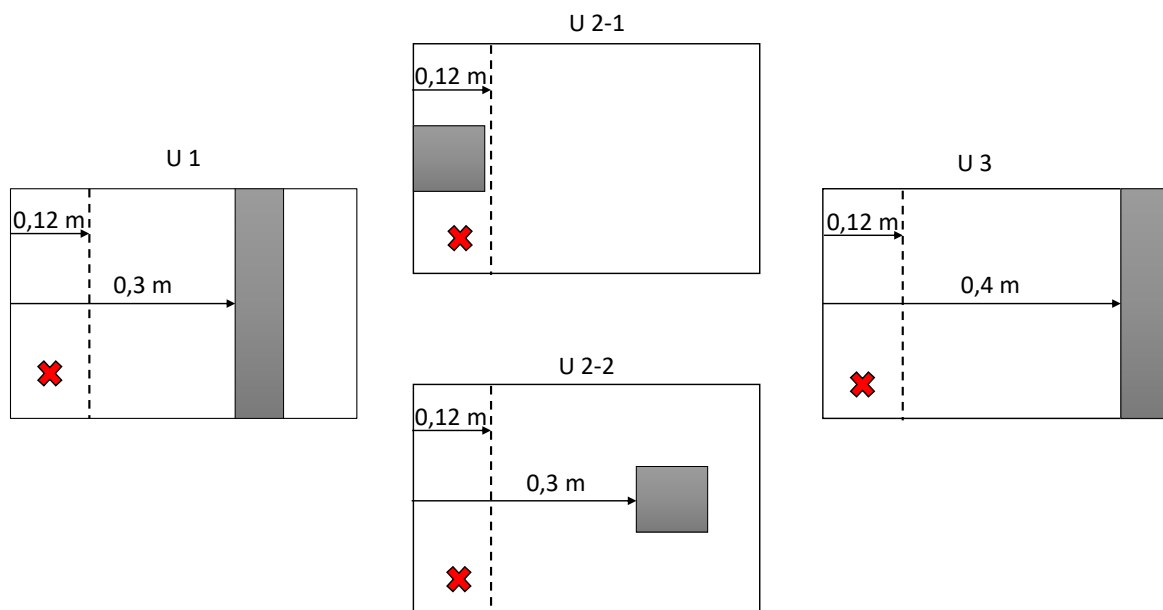


Abbildung 5.8: Untersuchungskonfigurationen zur Ermittlung des Einflusses der Position für die CLD-Folie

In Abbildung 5.9 ist der über die Grenze bestimmte Leistungsfluss für die betrachteten Konfigurationen dargestellt. Die Frequenz ist im Bereich von 0 bis 1000 Hz auf der x-Achse aufgetragen. Auf der y-Achse ist die Leistung logarithmisch in dB zu sehen. Die Zuordnung der Farben zu den unterschiedlichen Leistungsverläufen der Konfigurationen ist der Legende zu

entnehmen. Insgesamt sehen alle Verläufe sehr ähnlich aus und die Lage der Eigenfrequenzen stimmen überall überein, sodass die Berechnungen als plausibel angenommen werden können. Die Verläufe sind in Richtung der Ordinate untereinander verschoben, was darauf hindeutet, dass die Leistung über die Grenze für die unterschiedlichen Konfigurationen variiert. In Tabelle 5.1 sind die Riemannsummen der verschiedenen Leistungsverläufe aufgelistet.

Tabelle 5.1: Berechnete Riemannsumme der Grenzleistungsverläufe in 5.9

Konfiguration	Riemannsumme [W]
U 1	2,13
U 2-1	1,01
U 2-2	2,21
U 3	2,46

Die Konfiguration U 2-1 weist insgesamt den geringsten Leistungsfluss über die Grenze auf. Dies war zu erwarten, da die in das System eingeführte Leistung vor der Grenze durch die CLD-Folie dissipiert wird. Der größte Leistungsfluss ist für die Konfiguration U 3 zu beobachten. Auch dies wurde erwartet, da für U 3 die CLD-Folie am Rand definiert ist, an dem die Schallschnelle am größten ist, sodass dort die meiste Energie in Wärme umgewandelt wird. Die Leistungsflüsse für U 1 und U 2-2 weichen um 4% ab und liegen somit im ähnlichen Größenbereich. Für U 2-2 ist der Leistungsfluss jedoch etwas größer. Ein möglicher Grund könnte sein, dass der Einfluss von Knotenlinien in vertikaler Richtung geringer ist, da die CLD-Folie für U 2-2 über eine größere Distanz in x-Richtung wirkt als für U 1.

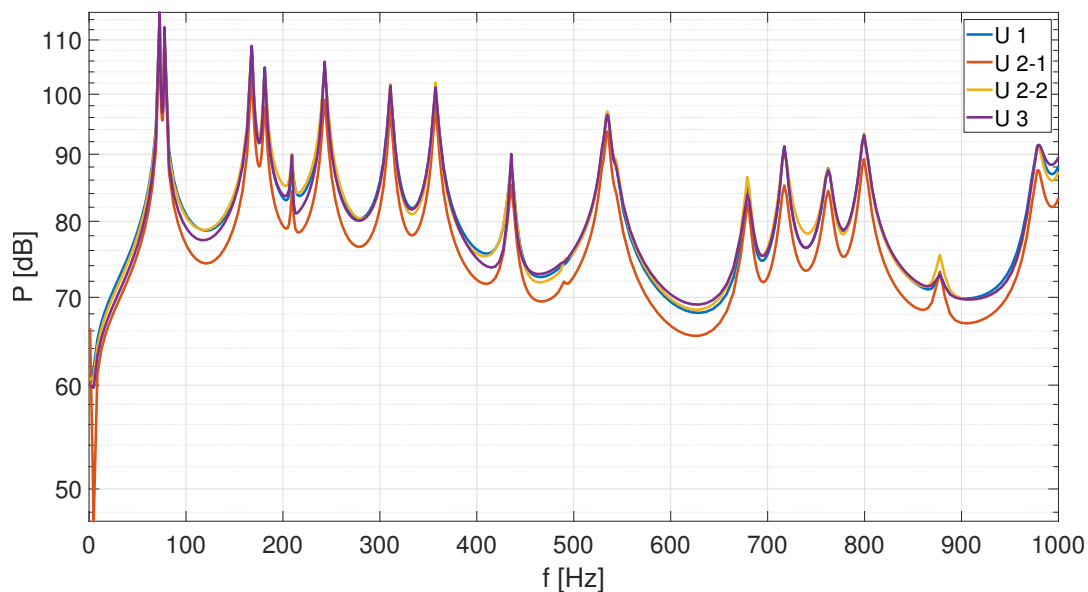


Abbildung 5.9: Logarithmische Darstellung der Grenzleistungen der untersuchten Positionen für die CLD-Folie - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683

In Bezug auf die praktische Anwendung lassen sich mit den Resultaten folgende Aussagen tref-

fen. Sofern ein System vorliegt, welches sich gedanklich in zwei Subsysteme unterteilen lässt und die Schallabstrahlung hauptsächlich in Subsystem zwei erfolgt, ist es sinnvoll die CLD-Folie möglichst in Subsystem eins nahe der Anregung zu integrieren. Dadurch wird der Energiefluss über die Grenze auf ein Minimum reduziert. Um nun die größtmögliche dissipative Wirkung zu erzielen, ist es empfehlenswert, die CLD-Folie für eine frei schwingende Platte am Rand zu platzieren, bzw. für andere Systeme am Ort der größten vorkommenden Schnelle. Zudem scheint es so, dass die dissipierende Wirkung vergrößert werden kann, sofern die CLD-Folie in Richtung der längeren Strukturkantenseite platziert wird, da so der Einfluss von Antiresonanzen minimiert wird. Diesbezüglich müssen aber weitere Untersuchungen durchgeführt werden.

Ziel der Arbeit ist es, die STI als Bewertungsgröße zur Bestimmung des Energietransportes in vibroakustischen Systemen zu untersuchen. In Bezug auf die numerische Bestimmung der STI lässt sich abschließend sagen, dass sich mittels der STI durchaus Rückschlüsse auf den Energiefluss in einem vibroakustischen System ziehen lassen. Zum einen kann die Bestimmung des Leistungsflusses auf Basis von STI-Daten über eine Grenze als Indikator dienen, um vor oder hinter der Grenze konstruktive Maßnahmen zur Minimierung der Schallabstrahlung durchzuführen. Zum anderen lassen sich mittels der STI Effekte durch Einflüsse von außen erkennen, wie z.B. das Aufbringen einer CLD-Folie. Auf Basis der Erkenntnisse lässt sich die numerische STI als Bewertungsgröße in Bezug auf den Energietransport in vibroakustischen Systemen interpretieren.

6 Experimentelle Bestimmung der Strukturintensität und Versuchsaufbau

Neben der numerisch ermittelten STI ist von besonderer Bedeutung, wie sich die Leistungsflüsse in realen Systemen im Vergleich zum FE-Modell verhalten. Um konstruktive Maßnahmen zur Beeinflussung der Körperschallausbreitung durchführen zu können, ist die Kenntnis über die Abweichung zwischen Numerik und realem Verhalten zwingend notwendig. Deshalb liegt ein Schwerpunkt der Aufgabenstellung darauf, die STI experimentell zu bestimmen, um die Resultate mit den numerischen Ergebnissen zu vergleichen. Bevor auf den Versuchsaufbau eingegangen wird, wird zunächst erklärt, wie die STI auf Basis von Messdaten bestimmt wird. Dazu wird zu Beginn eine Auswahl an bekannten Näherungsverfahren vorgestellt und ihre Lösungsgenauigkeit miteinander verglichen. Zur Bestimmung der STI im weiteren Verlauf wird das Näherungsverfahren mit der höchsten Lösungsgüte ausgewählt. Die dafür notwendigen Messdaten werden experimentell bestimmt. Der Experimentaufbau wird im Anschluss an die Vorstellung der Näherungsverfahren präsentiert. Abschließend wird der Leistungsfluss zwischen zwei Subsystemen auf Basis der experimentell ermittelten STI berechnet.

6.1 Verfahren zur experimentellen Bestimmung der STI

Zur Bestimmung der STI auf Basis experimenteller Daten gibt es unterschiedliche Ansätze auf Basis verschiedener Näherungsverfahren. Dabei wird der Intensitätsfluss mittels Verschiebungs- und Beschleunigungsgrößen ermittelt, wodurch die Kenntnis der Bewegungsgleichung nicht nötig ist und sich die Näherungsverfahren so auch für komplexere Strukturen eignen. In diesem Kapitel werden zwei gängige Verfahren vorgestellt und im Anschluss miteinander verglichen. Eine ähnliche Untersuchung führte zwar bereits BUCKERT in [5] durch, diese bezog sich jedoch auf die Untersuchung eingespannter Platten, wohingegen in dieser Arbeit die Näherungsverfahren für frei schwingenden Platten miteinander verglichen werden. Bei den untersuchten Verfahren handelt es sich um das 8-Aufnahmeverfahren und das *Central Difference Method*-Verfahren (CDM-Verfahren). Bei dem 8-Aufnahmeverfahren von PAVIC handelt es sich um eines der ersten und bekanntesten Verfahren. Das CDM-Verfahren ist in der Numerik stark verbreitet, gehört aber auch für die Ermittlung der STI zu den bekannteren Verfahren.[5]

6.1.1 8-Aufnehmerverfahren

Das 8-Aufnehmerverfahren basiert auf einem von PAVIC [23] vorgestellten Verfahren zur vollständigen experimentellen Ermittlung der STI mittels Gleichung 3.11, welches aus einer Kombination aus acht Dehnungstreifen und vier Beschleunigungsaufnehmern die notwendigen örtlichen und zeitlichen Ableitungen ermittelt. Dieses Verfahren erweist sich jedoch aufgrund der zeitaufwendigen Applikation der Dehnungstreifen als nicht praktikabel. Das 8-Aufnehmerverfahren stellt eine vereinfachte Alternative dar, welches PAVIC in [22] vorgestellt hat. Dieses Näherungsverfahren benötigt ausschließlich die gemessene Oberflächenschnelle. Dadurch beschränkt sich das Verfahren jedoch nur auf den Transversalwellen-Anteil und der Longitudinalwellen-Anteil wird vernachlässigt, sodass sich die STI nach

$$\mathbf{I}'_x = \frac{B}{h} \left(\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t \partial x} + (1 - \nu) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t \partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right) \quad (6.1)$$

berechnet. Für das 8-Aufnehmerverfahren werden für die Berechnung der Ortsableitungen finite Differenzapproximationen verwendet. Dafür werden an acht Messpunkten um den eigentlichen Messpunkt 0 herum die Verschiebungen ermittelt und auf deren Basis die höheren Ortsableitungen approximiert. In Abbildung 6.1 wird die schematische Anordnung der Messpunkte dargestellt.

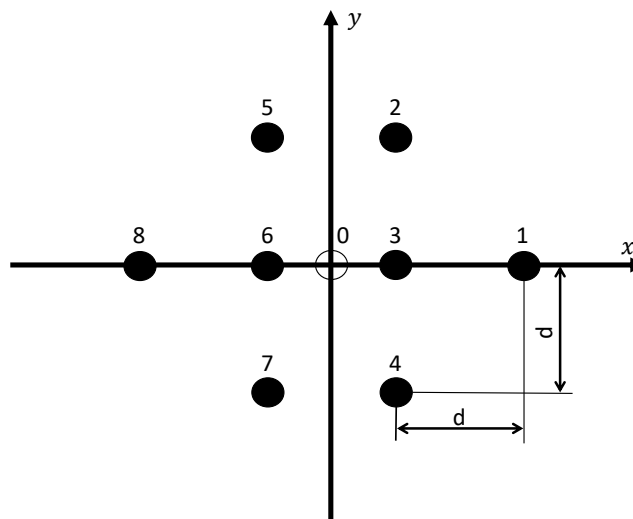


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung der Messpunktanordnung für das 8-Aufnehmerverfahren [19]

Mittels TAYLOR-Reihenentwicklung wird die Zustandsgröße im Messpunkt 0 unter Verwendung

der Verschiebungen

$$\zeta_i = \zeta(x_0 + \Delta x_i, y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\partial^n \zeta(x, y, t)}{\partial x^n} \Big|_{x=x_0} \cdot (\Delta x_i^n) \quad (6.2)$$

bzw.

$$\zeta_i = \zeta(x, y_0 + \Delta y_i, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\partial^n \zeta(x, y, t)}{\partial y^n} \Big|_{y=y_0} \cdot (\Delta y_i^n) \quad (6.3)$$

an den durch ein Laserscanning Vibrometer gemessenen Stellen $x_0 + \Delta x_i$ bzw. $y_0 + \Delta y_i$ ermittelt. Zur Bestimmung der STI ist nach Gleichung 3.11 nur die Ableitung bis zur Ordnung 3 von Interesse, weshalb die TAYLOR-Reihe bei $n = 3$ abgebrochen wird. Für die weitere Berechnung wird folgende Vereinfachung eingeführt:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \zeta_3}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_6}{\partial t} \right), \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial t} \approx \frac{1}{d} \left(\frac{\partial \zeta_3}{\partial t} - \frac{\partial \zeta_6}{\partial t} \right). \quad (6.5)$$

Mit dem äquidistanten Abstand d berechnen sich die Ableitungen wie folgt:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} \approx \frac{1}{4d} (\zeta_2 - \zeta_4 + \zeta_5 - \zeta_7), \quad (6.6)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \approx \frac{1}{2d^2} (\zeta_1 - \zeta_3 - \zeta_6 + \zeta_8), \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \approx \frac{1}{2d^2} (\zeta_2 - 2\zeta_3 + \zeta_4 + \zeta_5 - 2\zeta_6 + \zeta_7), \quad (6.8)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \approx \frac{1}{2d^2} (\zeta_2 - \zeta_4 - \zeta_5 + \zeta_7), \quad (6.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \approx \frac{1}{d^3} (\zeta_1 + \zeta_2 - 5\zeta_3 + \zeta_4 - \zeta_5 + 5\zeta_6 - \zeta_7 - \zeta_8). \quad (6.10)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen 6.4 bis 6.10 in die Gleichung 3.11, Umformulierung in die benötigten Beschleunigungswerte und letztendlich Ausmultiplizieren und Transformation der

Gleichungen in den Frequenzbereich berechnet sich die aktive STI nach

$$\begin{aligned}
 I'_{a,x}(\omega) = \frac{B}{2\omega^3 d^3} & \left[(1 - \nu) (\text{Im} \{ \underline{a_2 a_3^*} \} + \text{Im} \{ \underline{a_4 a_3^*} \} - \text{Im} \{ \underline{a_5 a_6^*} \} - \text{Im} \{ \underline{a_7 a_6^*} \} \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} \text{Im} \{ \underline{a_2 a_5^*} \} + \frac{1}{2} \text{Im} \{ \underline{a_2 a_7^*} \} + \frac{1}{2} \text{Im} \{ \underline{a_4 a_5^*} \} - \frac{1}{2} \text{Im} \{ \underline{a_4 a_7^*} \} \right) \\
 & + (1 - \nu) (-\text{Im} \{ \underline{a_5 a_3^*} \} - \text{Im} \{ \underline{a_7 a_3^*} \} + \text{Im} \{ \underline{a_2 a_6^*} \} + \text{Im} \{ \underline{a_4 a_6^*} \}) \\
 & + 4\nu \text{Im} \{ \underline{a_6 a_3^*} \} + 12 \text{Im} \{ \underline{a_6 a_3^*} \} - 2 \text{Im} \{ \underline{a_8 a_3^*} \} + 2 \text{Im} \{ \underline{a_1 a_6^*} \} \left. \right]. \quad (6.11)
 \end{aligned}$$

Analog dazu wird die STI in y -Richtung gebildet. [19]

6.1.2 CDM-Verfahren

Das in diesem Abschnitt vorgestellte Berechnungsverfahren basiert auf dem Gradientenverfahren, sodass die Berechnungsgleichungen der STI mittels numerischer Ableitungen bestimmt werden. Das CDM-Verfahren nutzt zur Bestimmung der höheren und gemischten Ableitungen die Verschiebung aus den diskreten Messpunkten der Struktur. Die Berechnungsvorschriften zur Bestimmung der Ableitungen für die Verschiebung $w(i, j)$, orthogonal zur Oberfläche an der Stelle (i, j) , mit dem Gitterabstand Δx in x -Richtung bzw. Δy in y -Richtung, für das CDM-Verfahren lauten wie folgt:

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{w(i+1, j) - w(i-1, j)}{\Delta 2 \cdot x} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (6.12)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{w(i, j+1) - w(i, j-1)}{\Delta 2 \cdot y} + \mathcal{O}(\Delta y^2) \quad (6.13)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{w(i+1, j) - 2w(i, j) + w(i-1, j)}{\Delta x^2} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (6.14)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{w(i, j+1) - 2w(i, j) + w(i, j-1)}{\Delta y^2} + \mathcal{O}(\Delta y^2) \quad (6.15)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{w(i, j+1) - w(i-1, j+1) - w(i+1, j-1) + w(i-1, j-1)}{4 \cdot \Delta x \Delta y} + \mathcal{O}(\Delta y^2) \quad (6.16)$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = \frac{w(i+2, j) - 2w(i+1, j) + 2w(i-1, j) - w(i-2, j)}{2 \cdot \Delta x^3} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (6.17)$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = \frac{w(i, j+2) - 2w(i, j+1) + 2w(i, j-1) - w(i, j-2)}{2 \cdot \Delta y^3} + \mathcal{O}(\Delta y^2) \quad (6.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} &= \frac{w(i+1, j+1) - 2w(i, j+1) + 2w(i, j-1)}{2 \cdot \Delta x^2 \Delta y} \\ &+ \frac{w(i-1, j+1) - w(i+1, j-1) - w(i-1, j-1)}{2 \cdot \Delta x^2 \Delta y} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \end{aligned} \quad (6.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} &= \frac{w(i+1, j+1) - 2w(i+1, j) + 2w(i-1, j)}{2 \cdot \Delta x \Delta y^2} \\ &+ \frac{w(i-1, j+1) - w(i+1, j-1) - w(i-1, j-1)}{2 \cdot \Delta x \Delta y^2} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \end{aligned} \quad (6.20)$$

Die Landau-Notation \mathcal{O} gibt die Fehlerordnung in Abhängigkeit von der Gitterweite Δx bzw. Δy an. Bei dem Verfahren ist zu beachten, dass für die dritten Ableitungen 6.19 und 6.20 jeweils zwei benachbarte Messpunkte erforderlich sind; dadurch ist die Berechnung am Rand nicht möglich und es kommt zu Abweichungen. [29]

6.1.3 Vergleich der Näherungsverfahren zur experimentellen STI Bestimmung

Nachdem die verschiedenen Näherungsverfahren vorgestellt wurden, werden die durch die Verfahren berechneten STI sowohl qualitativ als auch quantitativ miteinander verglichen. Dabei wird die STI mittels der Näherungsverfahren auf Basis von numerisch berechneter Schallschnellen für eine frei schwingende Platte bestimmt. Als Referenz wird die numerisch bestimmte STI der Struktur hinzugezogen. Zur qualitativen Bewertung der Verfahren werden die mit den Näherungsverfahren ermittelten Wirbelmuster mit der numerischen Lösung verglichen. Zur quantitativen Bewertung wird zum einen der relative Fehler nach

$$\epsilon_{\text{Fehler}} = |(\text{Re}\{I_{\text{numerisch}}\} - \text{Re}\{I_{\text{experimentell}}\}) / \text{Re}\{I_{\text{numerisch}}\}| \quad (6.21)$$

berechnet, wobei $I_{\text{numerisch}}$ die numerisch berechnete STI beschreibt und $I_{\text{experimentell}}$ für die STI steht, welche mittels der Näherungsverfahren auf Basis der numerisch ermittelten Schallschnellen ermittelt wurde. Zum anderen wird die Korrelation der Vektorfelder miteinander verglichen. Als Vergleichskriterium wird dafür das Scharsteinkriterium nach [6] eingeführt. Bei dem Scharsteinkriterium wird der Faktor S wie folgt berechnet:

$$S = \left(\frac{C}{2} - D \right) / \left(\frac{C}{2} \right), \quad (6.22)$$

mit

$$C = \|v_1\| + \|v_2\|, \quad (6.23)$$

$$D = \|v_1 - v_2\|. \quad (6.24)$$

Dabei beschreiben v_1 und v_2 jeweils die Vektorfelder 1 und 2, welche miteinander verglichen werden. Der Faktor S des Scharsteinkriteriums liegt im Wertebereich von 0 bis 1. Sofern die Vektoren der betrachteten Felder um 0° phasenverschoben sind, nimmt S den Wert 1 an. Bei 180° Phasenverschub ist S entsprechend gleich 0.

Das numerische Modell entspricht einer frei schwingende Platte mit einer Diskretisierung von 30 Punkten pro minimal auftretender Wellenlänge. Die Materialdaten entsprechen den in 4 angegebenen Parametern. An der Platte greift eine Anregungskraft mit 1 N an dem in 4.2 ermittelten Anregungsort an. Die berechnete Schallschnelle dient als Eingangsgröße für die Näherungsverfahren, womit die nötigen Beschleunigungen bzw. Verschiebungen berechnet werden. Die numerisch berechnete STI dient als Referenz.

In Abbildung 6.2 ist der Verlauf des prozentualen Fehlers des Scharsteinkriteriums für das 8-Aufnahmeverfahren dargestellt. Die Abszissenachse zeigt den Frequenzbereich von 0 bis 1000 Hz in 100er-Schritten. Die Ordinatenachse stellt die prozentuale Abweichung des Scharsteinkriteriums von 0 bis 100% dar. Bei der Betrachtung des durch die blaue durchgezogene Linie dargestellten Verlaufs fällt auf, dass ab einer Frequenz von ca. 150 Hz die prozentuale Abweichung der Vektoren bei unter 20% liegt. Im weiteren Verlauf bewegt sich die Abweichung des Scharsteinkriteriums bei ca. 10%. Daraus lässt sich ableiten, dass das 8-Aufnahmeverfahren insgesamt eine gute Möglichkeit darstellt, um den STI-Verlauf qualitativ darzustellen. Dies ist auch in Abbildung 6.8 auf Seite 67 zu sehen. Dort sind die exemplarischen Wirbelmuster für das 8-Aufnahmeverfahren und die numerische STI dargestellt. Auffällig ist, dass die prozentuale Abweichung im unteren Frequenzbereich relativ groß ist und mit steigender Frequenz abnimmt. Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass die Dämpfung frequenzunabhängig definiert ist, sodass der Dämpfungsgrad im tieffrequenten Bereich zu groß ist.

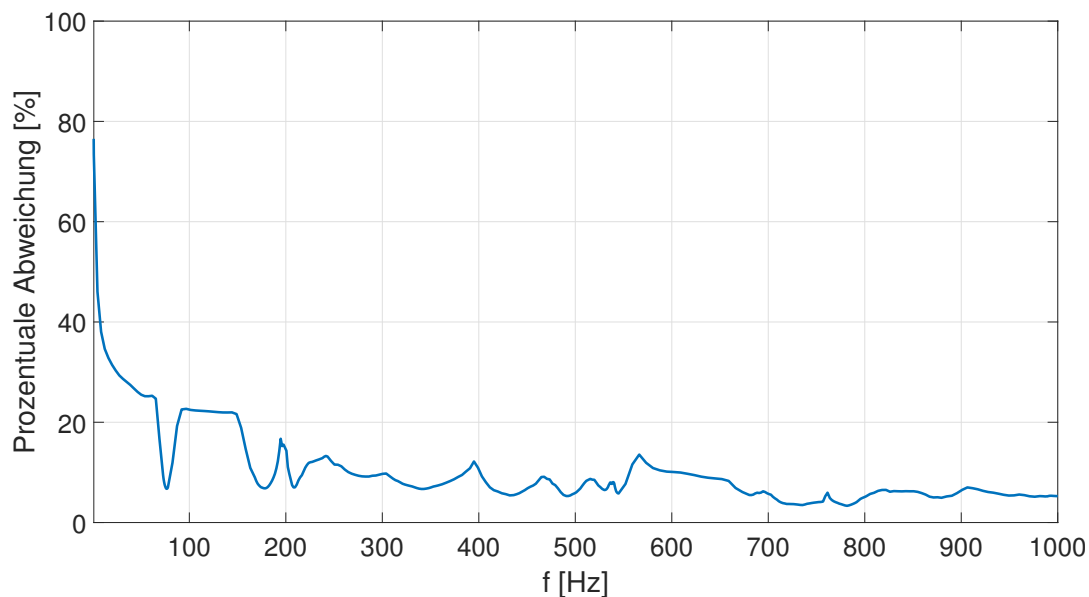


Abbildung 6.2: Prozentuale Abweichung des Scharsteinkriteriums für das 8-Aufnahmeverfahren über den betrachteten Frequenzbereich

Mittels des 8-Aufnahmeverfahrens lässt sich eine Aussage über den qualitativen Verlauf der STI treffen. Quantitativ ist jedoch keine hinreichend genaue Aussage durch das 8-Aufnahmeverfahren zulässig, wie in Abbildung 6.3 zu erkennen ist. Dort ist der gemittelte relative Fehler ϵ_{Fehler} , der numerisch und mittels 8-Aufnahmeverfahren bestimmten STI-Amplituden abgebildet. Der relative Fehler ist auf der y-Achse aufgetragen und steht im Zusammenhang mit der auf der x-Achse aufgetragenen Frequenz im Bereich von 0 bis 1000 Hz. Der relative Fehler, dargestellt durch die blaue durchgezogene Linie, wird mit steigender Frequenz größer und erreicht bei einer Frequenz von 1000 Hz einen Fehler in der Größenordnung 10^9 . Das Ansteigen des Fehlers ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass die Diskretisierungsdichte relativ gesehen mit steigender Frequenz abnimmt. Dadurch könnten sich die Resultate des 8-Aufnahmeverfahrens verschlechtern. Das lässt vermuten, dass sich die Ergebnisse des 8-Aufnahmeverfahrens bei einer höheren Diskretisierung verbessern lassen. Aufgrund der großen Abweichung werden keine weiteren Untersuchungen diesbezüglich durchgeführt.

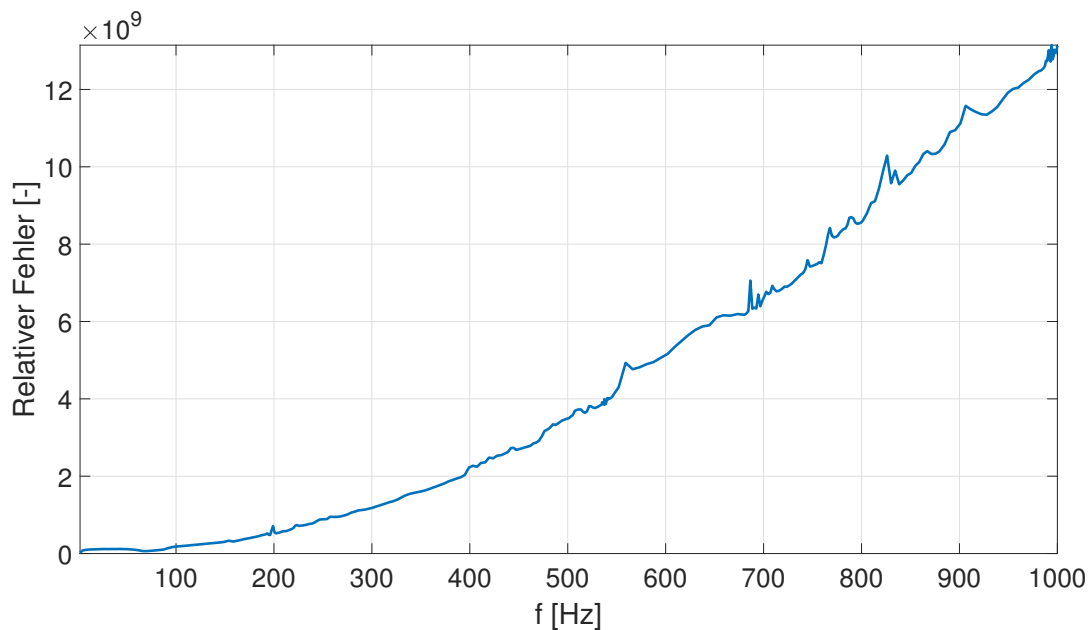


Abbildung 6.3: Verlauf des relativen Fehlers des 8-Aufnahmeverfahrens über den betrachteten Frequenzbereich

Die Abweichungen zwischen der mittels 8-Aufnahmeverfahren berechneten STI und der numerisch ermittelten STI sind größer als 100%. Dies wird in Abbildung 6.4 exemplarisch verdeutlicht. Dort ist eine „Heat-Map“ für den absoluten relativen Fehler zwischen der Amplitude der numerischen und experimentell bestimmten STI für die exemplarische Frequenz von 879 Hz zu sehen. Die x- und y-Achse entsprechen der Plattengeometrie in m. Die Größe des relativen absoluten Fehlers ist durch die Farbskalierung dargestellt. Bei der Betrachtung der Grafik ist zu erkennen, dass die Abweichung auf der gesamten Platte größer gleich 100% ist, sodass sich das 8-Aufnahmeverfahren nicht eignet, um eine quantitative Aussage über die STI zu treffen. Diese Erkenntnis deckt sich mit den Ergebnissen von BUCKERT in [5] für den Fall einer freigelagerten KIRCHHOFF-Platte.

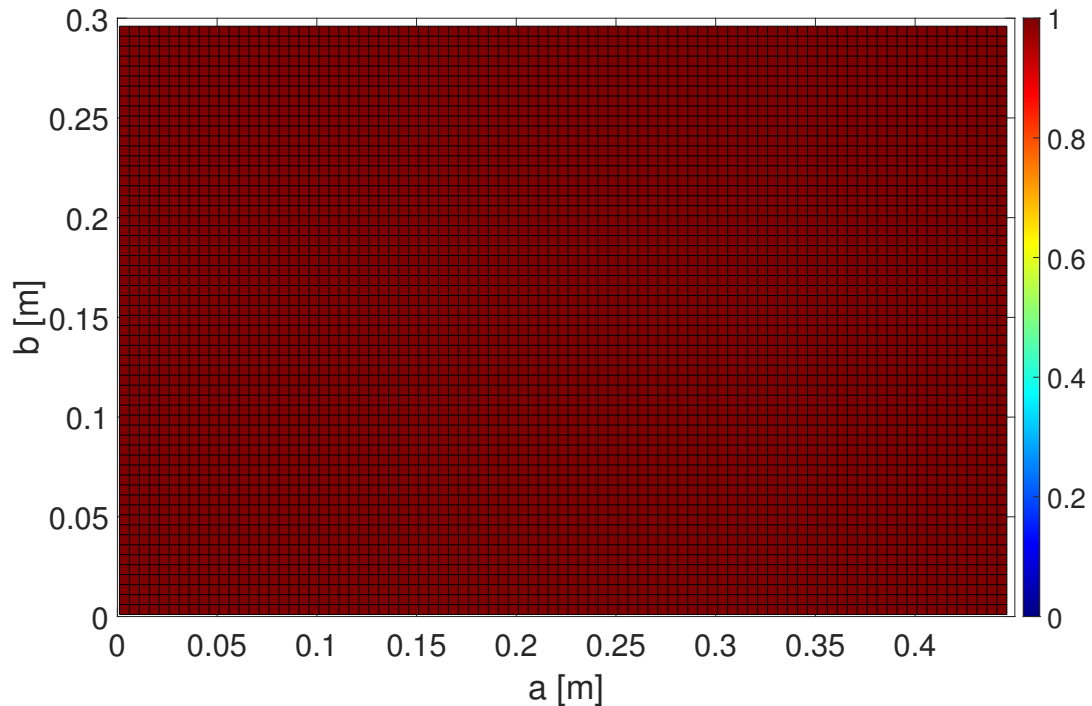


Abbildung 6.4: Absoluter relativer Fehler des Betrages der numerischen und experimentelle STI-Amplitude des 8-Aufnehmerverfahrens für die 18. Eigenfrequenz (879 Hz)

Im Vergleich zum 8-Aufnehmerverfahren ist in Abbildung 6.5 der Verlauf der prozentualen Abweichung des Scharsteinkriteriums für das CDM-Verfahren über den betrachteten Frequenzbereich aufgetragen. Auf der Abszisse ist die Frequenz von 0 bis 1000 in Hz aufgetragen. Die Ordinate zeigt die prozentuale Abweichung des Scharsteinkriteriums, in Bezug auf das Maximum 1. Der Verlauf für das CDM-Verfahren ist durch die blau durchgezogene Linie dargestellt.

Ähnlich wie bei dem 8-Aufnehmerverfahren wird die prozentuale Abweichung des Scharsteinkriteriums mit steigender Frequenz kleiner. Die Konvergenzgeschwindigkeit ist jedoch nicht so hoch wie bei dem 8-Aufnehmerverfahren, sodass der Fehler erst ab einer Frequenz von ca. 350 Hz unter 20% fällt. Über den kompletten Frequenzbereich betrachtet ist die Abweichung der Vektoren zwischen Näherungsverfahren und numerischer Berechnung größer als beim 8-Aufnehmerverfahren. Dennoch lässt sich zumindest eine hinreichend genaue qualitative Aussage über den STI-Verlauf treffen, wie es bei der Betrachtung der Wirbelmuster in Abbildung 6.8 auf Seite 67 exemplarisch zu erkennen ist.

Die quantitative Betrachtung der durch das CDM-Verfahren berechneten STI zeigt eine deutliche Verbesserung im Vergleich zu dem 8-Aufnehmerverfahren. Dazu ist in Abbildung 6.6 der relative Fehler für das CDM-Verfahren dargestellt. Die Frequenz ist in Hz auf der x-Achse aufgetragen. Der relative Fehler ist ohne Einheit auf der y-Achse dargestellt. Die blau durchgezogene Linie zeigt den Verlauf des relativen Fehlers über die Frequenz für das CDM-Verfahren.

Bei der Betrachtung des gemittelten relativen Fehlers ϵ_{Fehler} fällt auf, dass es im tieffrequenten Bereich bis zu einer Frequenz von 100 Hz zu großen Abweichungen kommt. Für Frequenzen über 100 Hz beginnt der relative Fehler zu konvergieren, sodass die Abweichung bis zu einer

Frequenz von 1000 Hz, bis auf wenige Schwankungen, kleiner 10% ist.

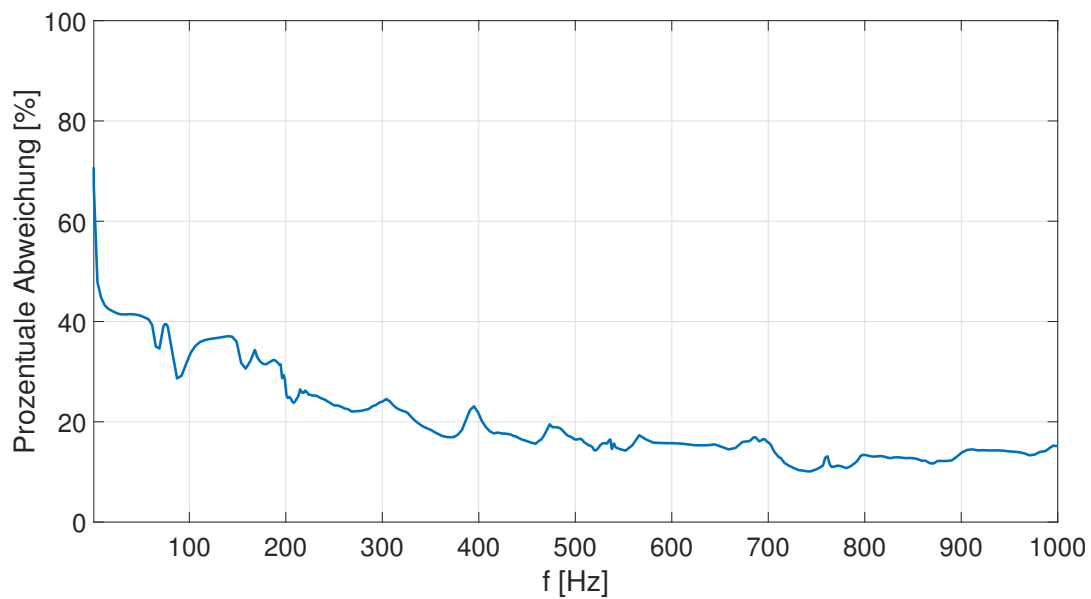


Abbildung 6.5: Prozentuale Abweichung des Scharsteinkriteriums für das CDM-Verfahren über den betrachteten Frequenzbereich

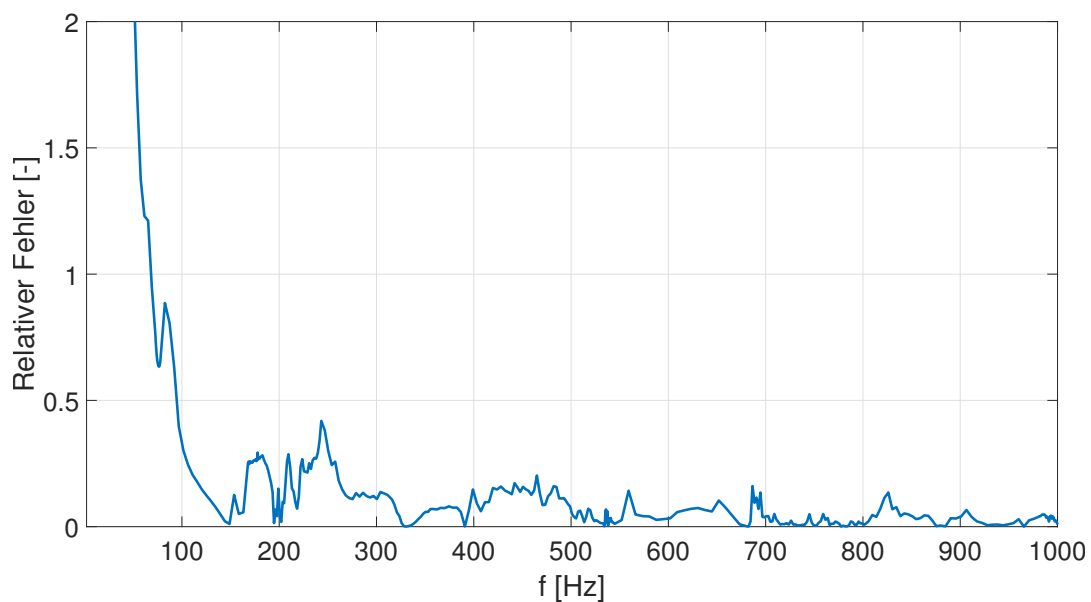


Abbildung 6.6: Verlauf des relativen Fehlers des CDM-Verfahrens über den betrachteten Frequenzbereich

Die starke Abweichung im tieffrequenten Bereich ist auch bei der Betrachtung des Scharsteinkriteriums in Abbildung 6.5 zu sehen. Dies ist vermutlich, wie auch schon beim 8-Aufnehmer-

verfahren, wieder auf die frequenzunabhängige Strukturdämpfung zurückzuführen.

Für eine quantitative Aussage eignet sich das CDM-Verfahren im Vergleich zum 8-Aufnehmerverfahren besser. Zur Verdeutlichung ist in Abbildung 6.7 eine exemplarische „Heat-Map“ für den relativen Fehler zwischen numerischer und experimenteller Amplitude bei 879 Hz dargestellt. Die Achsen entsprechen der Geometrie der Struktur und die Größe des absoluten relativen Fehlers ist der Farbskala zu entnehmen.

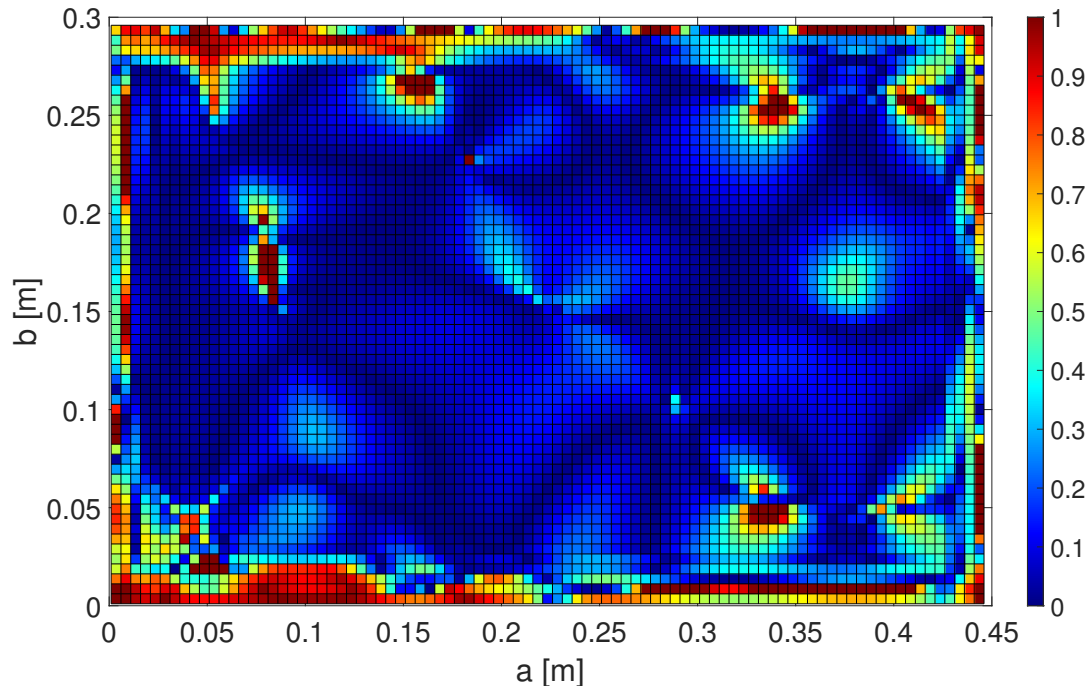


Abbildung 6.7: Absoluter relativer Fehler des Betrages der numerischen und experimentellen STI-Amplitude des CDM-Verfahrens für die 18. Eigenfrequenz (879 Hz)

Insgesamt hat sich das Ergebnis mittels CDM-Verfahren deutlich verbessert. Es kommt zwar noch zu einigen Fehlern, jedoch ist gut zu erkennen, dass die größte Abweichung am Rand der Struktur vorkommt. Dies liegt an den Eigenschaften des CDM-Verfahrens, welches für die Berechnung der STI am Rand fehlerbehaftet ist. Dieses Phänomen wird in 6.1.2 genauer erläutert.

Die Untersuchungen haben gezeigt, dass sich sowohl das CDM- als auch das 8-Aufnehmerverfahren eignen, um eine Aussage über den qualitativen Verlauf der STI treffen zu können. Das 8-Aufnehmerverfahren eignet sich jedoch nicht, um eine hinreichend genaue quantitative Aussage zu treffen. Zudem kommt es über den gesamten Frequenzbereich zu geringen Abweichungen der Vektorfelder. Das CDM-Verfahren liefert insgesamt bessere quantitative Ergebnisse als das 8-Aufnehmerverfahren, jedoch ist zu beachten, dass die STI am Rand der Struktur fehlerbehaftet ist. Zudem kommt es zu Abweichungen bei den Vektorfeldern, sodass auch das CDM-Verfahren nicht ideal für die experimentelle Bestimmung der STI ist. Aus diesem Grund soll im Folgenden ein weiteres Verfahren untersucht werden, welches aufwendiger ist, jedoch das Potential hat, bessere Resultate zu erzeugen.

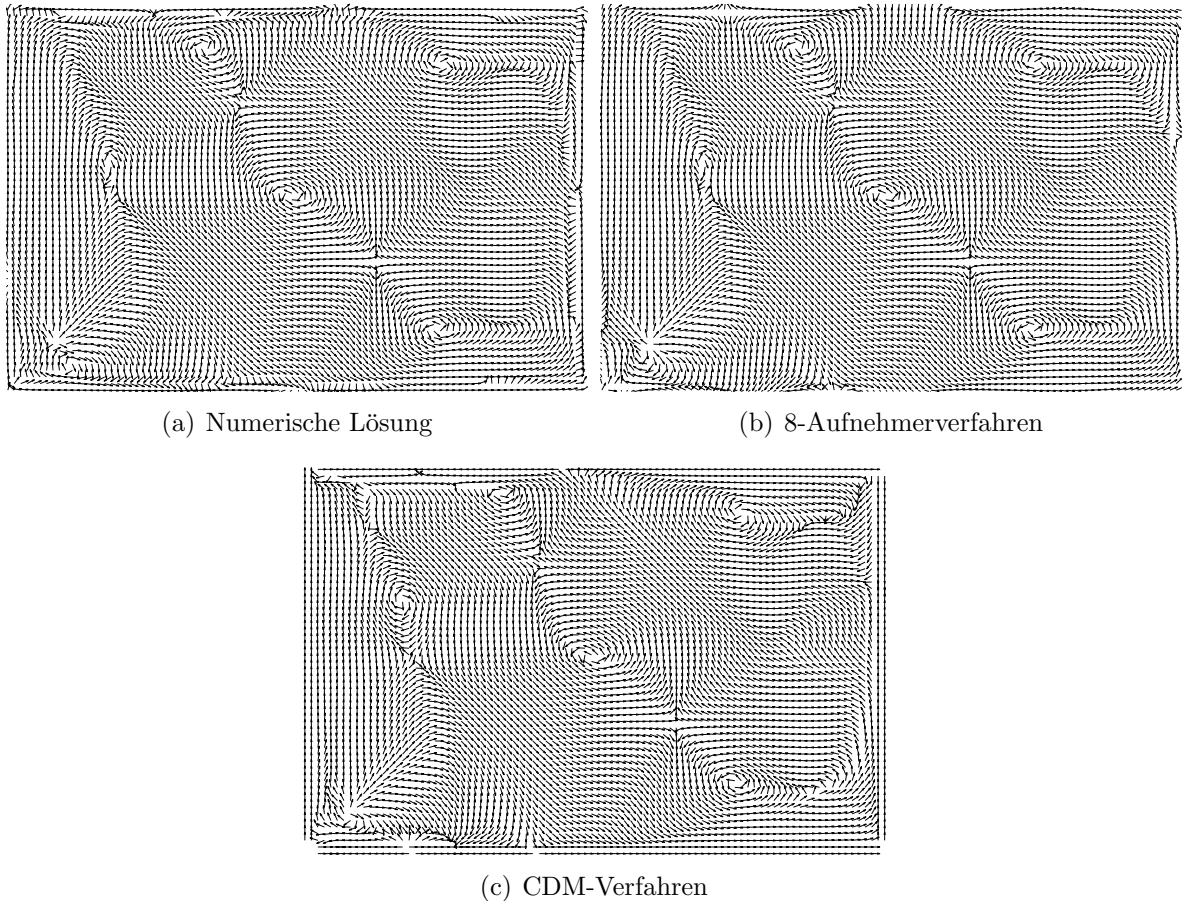


Abbildung 6.8: Normierter STI-Verlauf aller untersuchten Berechnungsverfahren für die 18. Eigenfrequenz (879 Hz)

6.1.4 Alternatives Näherungsverfahren zur experimentellen STI Bestimmung

Als Alternative zu den bisher beschriebenen Näherungsverfahren wird in diesem Abschnitt ein Verfahren vorgestellt, welches vom DLR-Göttingen implementiert wurde und verwendet wird. Dieses Verfahren beinhaltet den Vorteil, dass es bezogen auf die Geometrie sehr adaptiv ist und sich somit insbesondere für komplexe Strukturen eignet.

Bei dem Verfahren wird die STI mittels einer FEM Approximation nach [24] bestimmt. Dabei werden experimentell ermittelte Daten auf einem FEM-Netz interpoliert. Dazu wird das Geschwindigkeitsfeld auf der Platte gemessen, wobei die Messpunkte dem FEM-Netz entsprechen. Zunächst liegen die Messdaten im Zeitbereich vor, weswegen diese mittels FFT zunächst in den Frequenzbereich transformiert werden müssen, sodass für jeden Messpunkt eine komplexe Zahl (bestehend aus Amplitude und Phase) für jede Frequenz vorliegt. Die komplexen Messdaten werden dann auf ein quadratisches Netz projiziert, wobei für die einzelnen Elemente die

KIRCHHOFF-Plattentheorie gilt. Auf Basis der Messdaten lässt sich nach

$$u = \frac{v}{\omega}, \quad (6.25)$$

die Verschiebung u ermitteln, wobei v die komplexe Geschwindigkeit ist und ω die Kreisfrequenz. Mit der Verschiebung lassen sich mittels einer FEM-Simulation die Kräfte und Momente im Elementzentrum berechnen. Zudem lassen sich die Rotationsgeschwindigkeiten durch ein Verfahren der FEM auf Basis der Verschiebungen approximieren.

Die STI lässt sich dann nach 3.12 mit den ermittelten Kräften und Momenten im Elementzentrum und den gemittelten rotatorischen und translatorischen Knotengeschwindigkeiten berechnen. Auf die detaillierte Herleitung des Verfahrens zur Transformation der Messdaten auf das FEM-Netz wird an dieser Stelle verzichtet und auf die Literatur [24] hingewiesen.

In Abbildung 6.9 ist die prozentuale Abweichung des Scharsteinkriteriums über der Frequenz abgebildet. Auf der x-Achse ist die Frequenz von 0 bis 1000 Hz in 100er-Schritten dargestellt. Die y-Achse zeigt die prozentuale Abweichung des Scharsteinkriteriums. Der Verlauf der Abweichung ist durch die blaue durchgezogene Linie gezeigt.

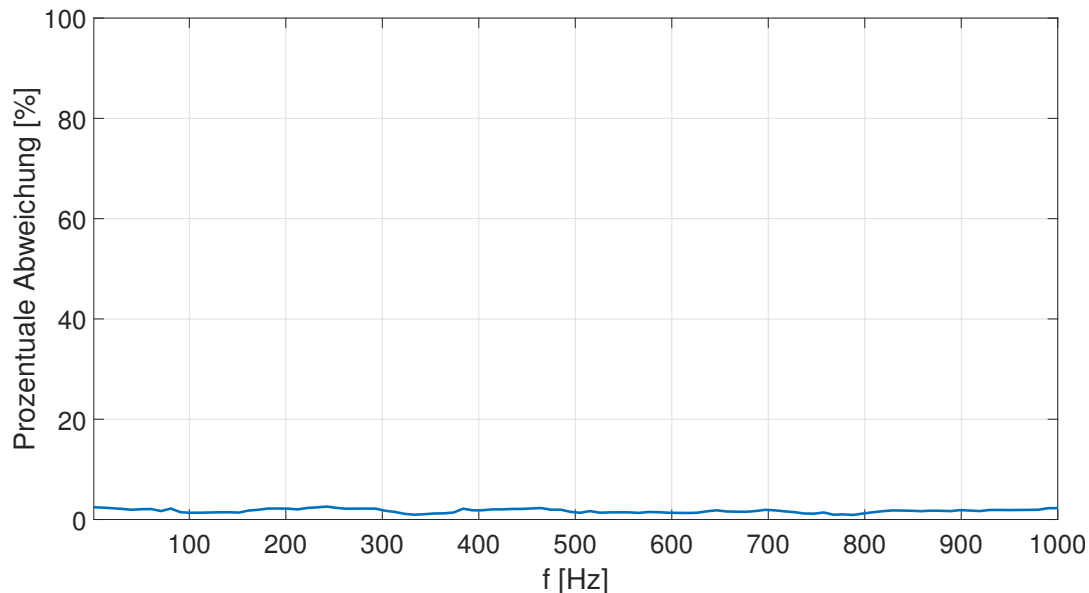


Abbildung 6.9: Prozentuale Abweichung des Scharsteinkriteriums für das DLR-Verfahren über den betrachteten Frequenzbereich

Im Vergleich mit allen anderen bisher betrachteten Näherungsverfahren ist die Abweichung des durch das DLR-Verfahren berechneten Vektorfeldes in Bezug zum FEM Vektorfeld am geringsten. So liegt die durchschnittliche prozentuale Abweichung für den betrachteten Frequenzbereich bei 1,7%. Auch die Betrachtung des relativen Fehlers zeigt eine deutliche Verbesserung im Vergleich zu den anderen Verfahren, wie in Abbildung 6.10 zu sehen ist. Auf der Abszisse ist die Frequenz von 0 bis 1000 Hz dargestellt und auf der Ordinate der relative Fehler. Der Verlauf des Fehlers ist durch die blaue durchgezogene Linie gekennzeichnet.

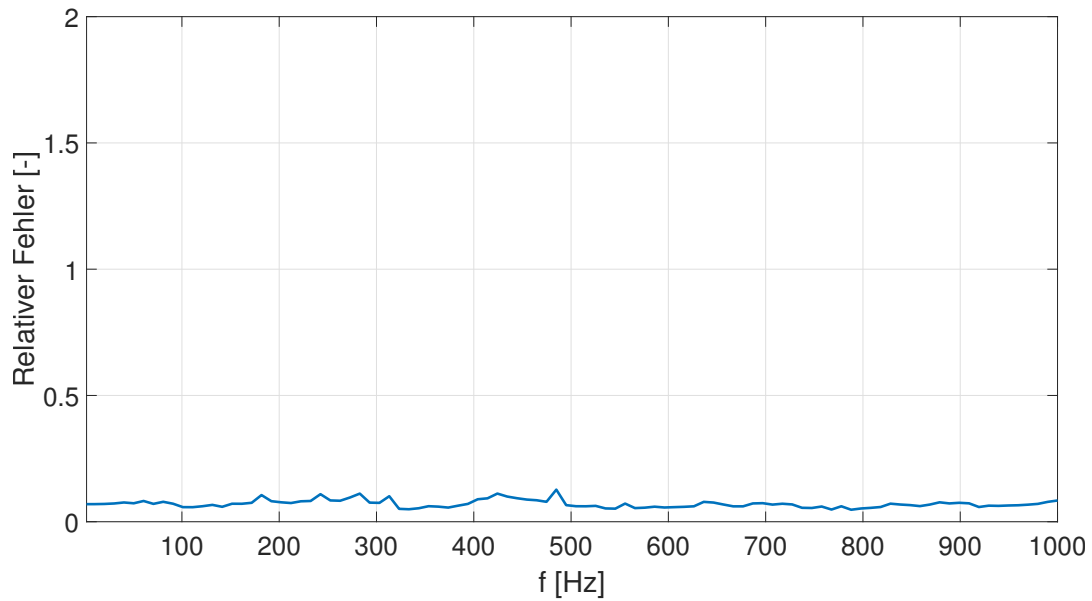


Abbildung 6.10: Verlauf des relativen Fehlers des DLR-Verfahrens über den betrachteten Frequenzbereich

Der relative Fehler ist wie für die anderen untersuchten Verfahren über den Frequenzbereich von 0 bis 1000 Hz dargestellt. Im Gegensatz zu dem CDM- und 8-Aufnehmerverfahren ist der relative Fehler über die gesamte Frequenz nahezu konstant und liegt im Durchschnitt bei 7%.

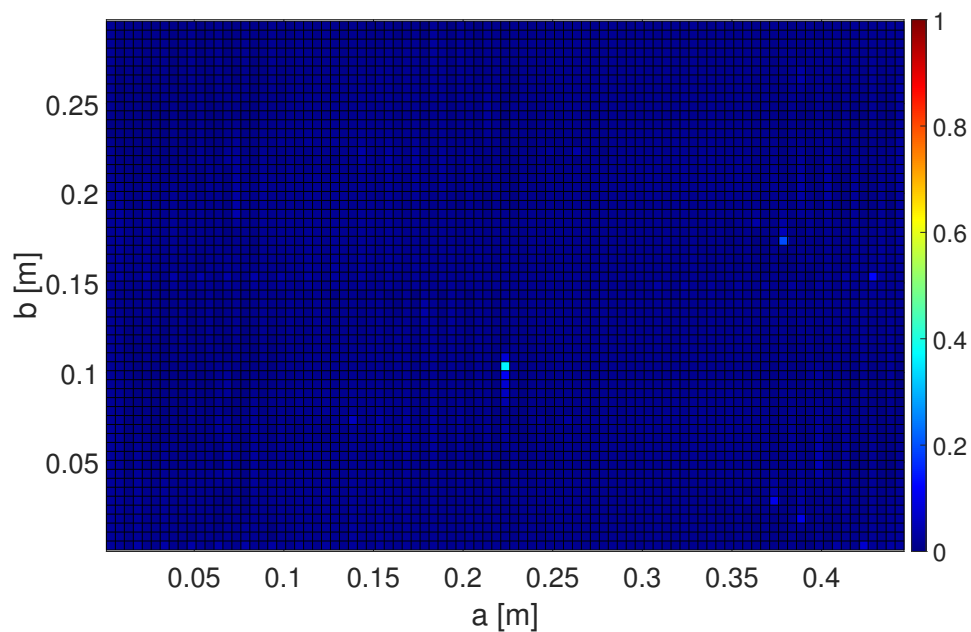


Abbildung 6.11: Absoluter relativer Fehler des Betrages der numerischen und experimentellen STI-Amplitude des DLR-Verfahrens für die 18. Eigenfrequenz (879 Hz)

Auch die Betrachtung des absoluten relativen Fehlers zwischen der numerisch und experimentell bestimmten STI-Amplitude in Abbildung 6.11, für die exemplarische Frequenz von 879 Hz, zeigt eine gute Übereinstimmung. Die Plattengeometrie ist auf den Achsen in m aufgetragen und die Stärke der Abweichung ist der Farbskala zu entnehmen. Insgesamt liegt der absolute relative Fehler weit unter 20%.

Die bei dem Verfahren entstehenden Abweichungen sind auf die Approximation der rotatorischen Geschwindigkeit zurückzuführen. Insgesamt lassen sich mit dem Verfahren vom DLR jedoch die besten Ergebnisse erzielen, weshalb die Auswertung der experimentellen Daten zur Bestimmung der STI im weiteren Verlauf durch das DLR durchgeführt wird.

6.2 Experimenteller Aufbau

Für das Experiment wird eine Aluminiumplatte mit den in Tabelle 4.1 angegebenen geometrischen Parametern mittig an einem Punkt aufgehängt. Der Aufhängungspunkt ist 0,001 m von der oberen Kante entfernt. Über einen Shaker wird die Platte an dem in 4.2 ermittelten Anregungspunkt mittels eines *Sweeps* angeregt. Der Shaker ist mit einer Schraubverbindung befestigt. Zwischen dem Shaker und der Struktur wird zur Bestimmung der Eingangsadmittanz und zur Ermittlung der Eingangsleistung ein Kraftsensor angebracht, welcher die Eingangskraft als Referenzwert misst. Die zur Bestimmung der STI benötigte Schallschnelle wird mittels eines Laser-Scanning-Vibrometers ermittelt. Erste Voruntersuchungen haben ergeben, dass für eine frei schwingende Platte, die an einem Punkt aufgehängt und mit einem einzigen Shaker angeregt wird (siehe 4.6), zu wenig Dämpfung im System ist, um ein aussagekräftiges STI-Feld berechnen zu können. Deshalb werden, wie in Kapitel 5 bereits erwähnt, im ersten Schritt zwei verschiedene Versuchskonfigurationen untersucht, um die Dämpfung im System zu erhöhen, welche im Folgenden genauer beschrieben werden.

6.2.1 Experimenteller Zwei-Shaker-Aufbau

Für den Zwei-Shaker-Aufbau wird, ähnlich wie es in Unterkapitel 4.6 durch einen diskreten Dämpfer beschrieben ist, neben einer Quelle eine diskrete Senke im System integriert. Dazu wird ein zweiter Shaker an gespiegelter Position ($x = 0,408\text{ m}$, $y = 0,258\text{ m}$) an der Platte montiert. In Abbildung 6.12 ist der Zwei-Shaker-Aufbau dargestellt.

Der zweite Shaker regt die Platte 180° phasenverschoben im Vergleich zum Shaker eins an. Wie in Unterkapitel 5.2 erläutert, kommt es durch den Phasenverschub zu einer dämpfenden Wirkung und mathematisch gesehen agiert der zweite Shaker somit, im Vergleich zu Shaker eins, als Senke. [5]

In Abbildung 6.13 ist die Amplitude der reaktiven und aktiven STI exemplarisch bei 428 Hz dargestellt. Die jeweiligen Achsen entsprechen der betrachteten Plattengeometrie in m. Die STI wird in W/m dargestellt, wobei die Farbbedeutung der Skala zu entnehmen ist. Bei der Betrachtung der Abbildungen fällt auf, dass eine Quelle bzw. Senke sich nicht identifizieren lassen. Dies gilt auch für den gesamten restlichen Frequenzbereich. Zudem bildet sich auch kein hinreichendes Vektorfeld aus, um den qualitativen Leistungsverlauf in der Struktur darzustellen bzw. erkennen zu können.

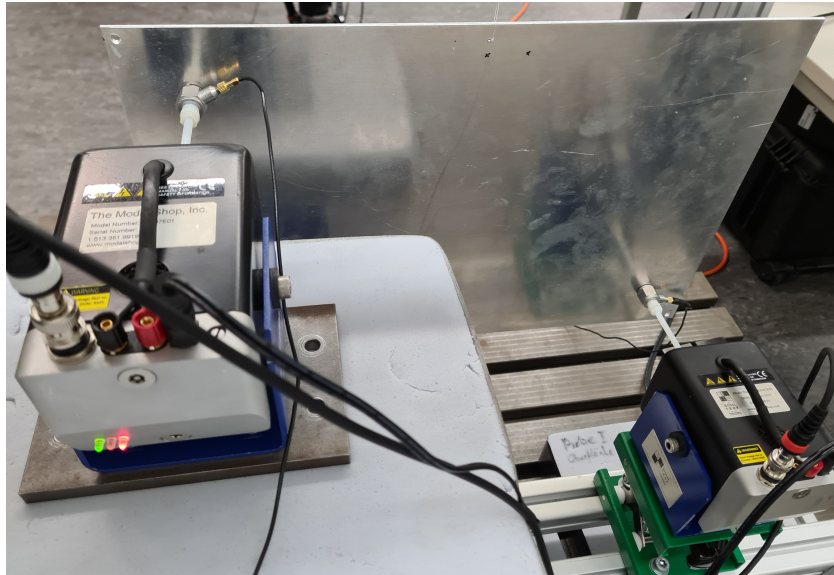


Abbildung 6.12: Darstellung des Zwei-Shaker-Aufbaus

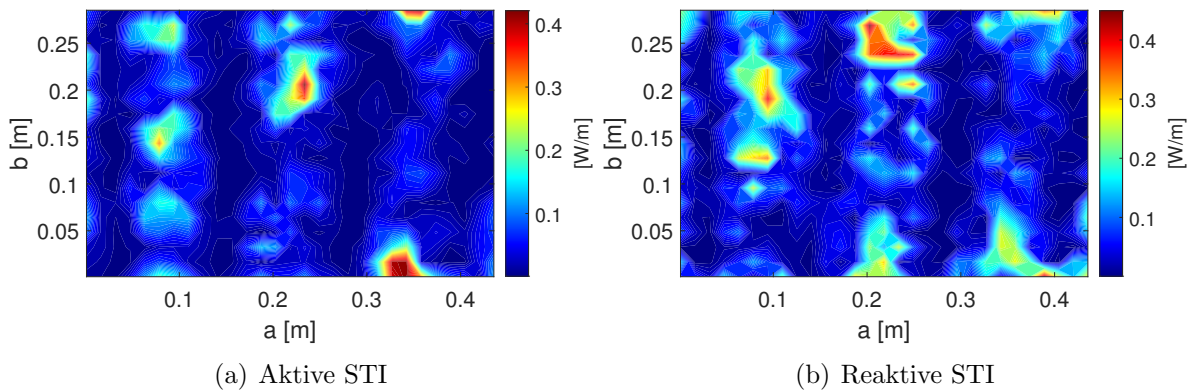


Abbildung 6.13: Exemplarische Darstellung der aktiven und reaktiven STI der Zwei-Shaker-Messung bei 428 Hz

Dass die Messung vom Grundsatz her funktioniert, ist bei Betrachtung der Schwingformen zu erkennen. Abbildung 6.14 zeigt die experimentell ermittelte Admittanz bei 428 Hz und zum Vergleich die numerisch bestimmte Admittanz für die entsprechende Schwingform. Auf den Achsen ist die Geometrie der Plattenstruktur in m aufgetragen. Die Farbskalierung geht von blau nach rot, wobei blau dem Minimum und rot dem Maximum entspricht. Für das FEM-Modell ist an entsprechender Stelle ein diskreter Dämpfer mit dem Dämpfungswert von 100 Ns/m platziert. Zum einen ist zu erkennen, dass der zweite Shaker im Experiment eine dämpfende Wirkung hat und sich das gleiche Schwingungsmuster wie in der Numerik mit diskretem Dämpfer ausbreitet. Zum anderen zeigt der Vergleich der reaktiven STI in Abbildung 6.13 mit den Admittanzen, dass die Schwingform in der reaktiven STI zu erkennen ist. Das

ist plausibel, da sich, wie in 3.1 bereits erläutert, durch die reaktive STI Rückschlüsse auf die Amplitudenverteilung und die Schwingformen ziehen lassen.

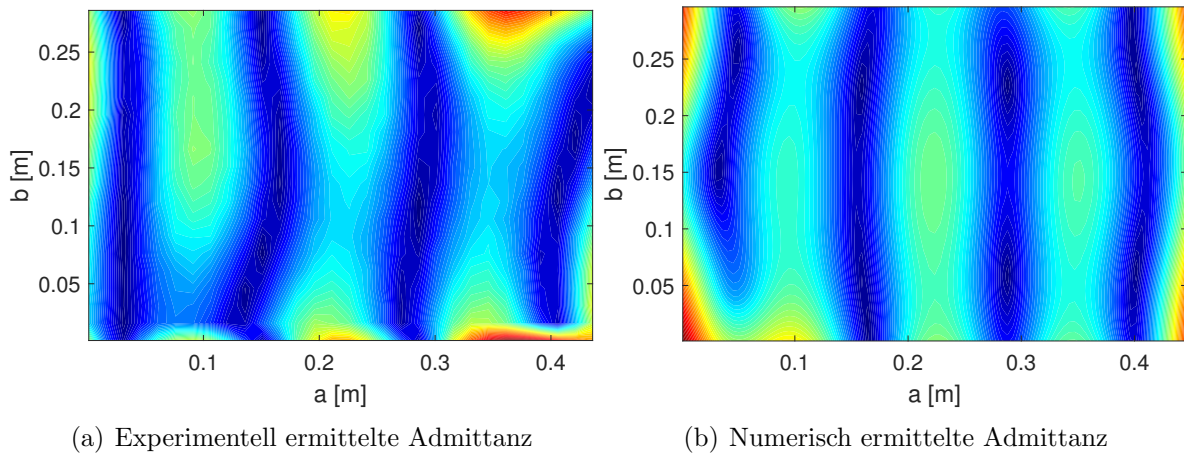


Abbildung 6.14: Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Admittanz für die Mode bei 428 Hz

Auffällig ist, dass der reaktive Anteil deutlich größer ist als der aktive Anteil der STI. Das lässt darauf schließen, dass weiterhin zu wenig Dämpfung im System ist und ein Großteil der Eingangsleistung in Blindleistung umgewandelt wird. Eine mögliche Ursache dafür könnte sein, dass die Verstärker der beiden Shaker nicht zu 100% identisch arbeiten. Dadurch ist die Anregung der beiden Shaker nicht genau 180° phasenverschoben. In dem Fall nimmt die dämpfende Wirkung des zweiten Shakers ab.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Versuchskonfiguration mit zwei Shakern zur Erhöhung der Strukturdämpfung vom Grundsatz her funktioniert. Es ist jedoch darauf zu achten, dass die Eingangskräfte genau 180° phasenverschoben arbeiten, um die maximale Dämpfungswirkung zu erzielen. Des Weiteren haben die Untersuchungen in 5.2 ergeben, dass der Aufbau eines numerischen Zwei-Shaker-Modells nicht trivial ist. Die Verwendung von zwei Shakern im numerischen Modell hat gezeigt, dass die Ergebnisse in der stationären Berechnung von den Resultaten im Experiment stark abweichen und der zweite Shaker im Simulationsmodell keine ausgeprägte dämpfende Wirkung hat. Alternativ ist die Verwendung eines diskreten Dämpfers möglich, jedoch stellt sich hier die Herausforderung, einen Dämpfungswert anzunehmen, welche die Dämpfungswirkung des zweiten Shakern im Experiment simuliert. Aufgrund dieser Umstände wird die Verwendung der Versuchskonfiguration mit zwei Shakern nicht weiter berücksichtigt.

6.2.2 Experimenteller Aufbau mit Constrained-Layer-Damping-Folie

Als weitere Variante zur Erhöhung der Strukturdämpfung wird die Plattenstruktur beidseitig mit einer CLD-Folie beklebt. Dabei handelt es sich um einen Verbund bestehend aus einem hochdämpfenden viskoelastischen Polymer und einer flexiblen Aluminiumschicht. In Abbildung 6.15 ist der schematische Aufbau einer CLD-Folie dargestellt.

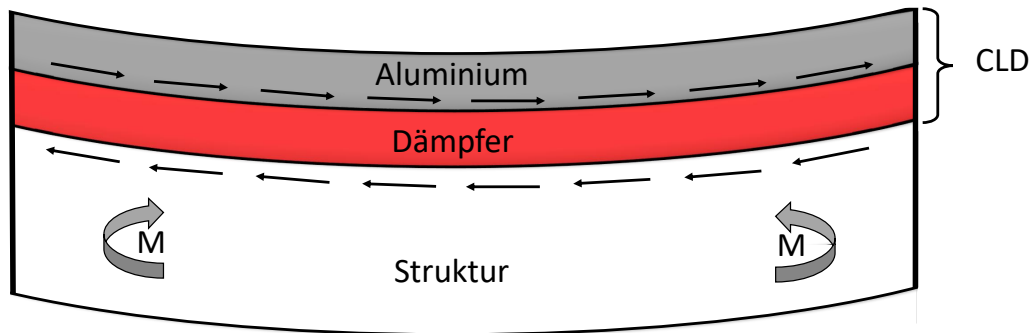


Abbildung 6.15: Exemplarische Darstellung des Wirkprinzips einer CLD-Folie [4]

Wird die CLD-Folie mechanisch beansprucht, tritt in der Polymerschicht durch die Steifigkeit des Aluminiums eine Scherung auf. Dadurch wird die Dehnungsenergie in Wärme umgewandelt, worauf die dämpfende Wirkung im System zurückzuführen ist. Für das Experiment wird eine CLD-Folie vom Typ „3M 2552“ verwendet. Dabei ist die Polymerschicht 0,13 mm und die Aluminiumschicht 0,25 mm dick. Die CLD-Folie ist 0,005 m breit und wird exzentrisch im Abstand von 0,3 m von der linken Kante vertikal beidseitig über die gesamte Plattenlänge geklebt. Abbildung 6.16 zeigt die Vorder- und Rückseite der CLD-beklebten Struktur. [4]

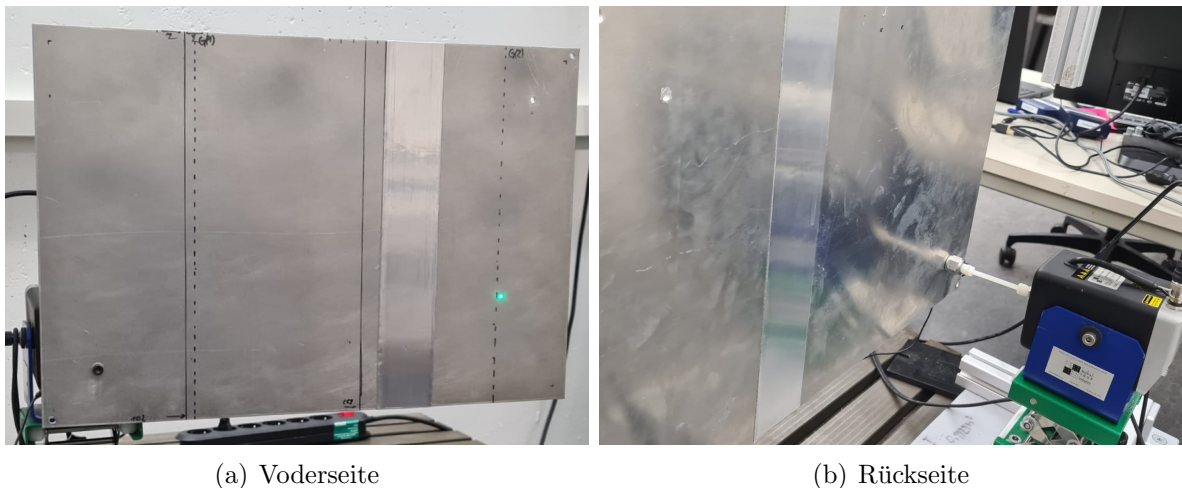


Abbildung 6.16: Darstellung der CLD beklebten Struktur

Abbildung 6.17 zeigt die Amplitude der aktiven und reaktiven STI für die exemplarische Frequenz von 428 Hz. Auf der x- und y-Achse sind die Abmaße der Plattengeometrie aufgetragen und die Information der Farbzuordnung der in W/m angegebenen STI ist in der Farbskala hinterlegt. Im Gegensatz zu den STI-Feldern der Zwei-Shaker-Messung in Abbildung 6.13 lässt sich der Anregungsort sowohl für die aktive als auch für die reaktive STI in der linken unteren Ecke erahnen. Zudem fällt auf, dass der Anteil der reaktiven STI im Bezug auf die aktive STI im Vergleich zur Zwei-Shaker-Messungen abgenommen hat. Das zeigt, dass die Dämpfung in dem System durch die CLD-Folie insgesamt gestiegen ist.

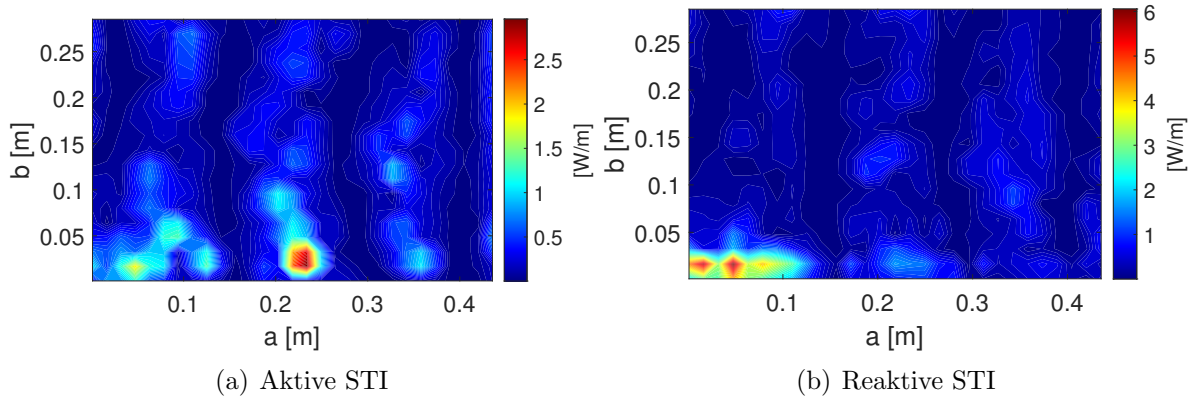


Abbildung 6.17: Exemplarische Darstellung der aktiven und reaktiven STI der CLD beklebten Struktur bei 428 Hz

Dieses Verhalten ist auch bei den anderen Frequenzen zu beobachten. Zudem entspricht die Amplitudenverteilung in etwa den Ergebnissen der numerisch berechneten STI. Abbildung 6.18 zeigt den Vergleich der aktiven und reaktiven STI zwischen der experimentell und numerisch ermittelten Amplitude, exemplarisch bei der Eigenfrequenz von 877 Hz. Dabei entspricht der Farbverlauf qualitativ der Skalierung in 6.17, sodass rot das Maximum und blau das Minimum symbolisiert. Auch bei einer Frequenz von 877 Hz ist die Position des Anregungsortes zu erkennen und der Anteil der Amplitude der aktiven STI ist größer als der der reaktiven STI. Das deutet darauf hin, dass sich die Messkonfiguration zur experimentellen Bestimmung der STI einer frei schwingenden Platte eignet. Es lässt sich jedoch kein aussagekräftiges STI Vektorfeld auf Basis der Messdaten ermitteln. In Abbildung 6.19 ist exemplarisch das normierte Vektorfeld der aktiven STI für die Frequenz von 877 Hz dargestellt. Die Achsen entsprechen den Kantenlängen der betrachteten Platte in m. Die Längen der Vektoren haben durch die Normierung den Wert eins. Durch die Normierung soll das STI-Feld unabhängig von der Amplitudenstärke dargestellt werden, wodurch die Identifikation von Richtungsinformationen des Leistungsflusses vereinfacht wird. Bei der Betrachtung der Abbildung fällt auf, dass weder ein Wirbelmuster zu erkennen ist noch dass sich eine Aussage über den Leistungsfluss treffen lässt. Mittels dieses STI-Felds ist zudem die Bestimmung des Leistungsflusses über eine Grenze nicht aussagekräftig, wie in Abbildung 6.20 dargestellt. Dort ist die über eine Grenze fließende Leistung zu sehen. Auf der x-Achse ist die Frequenz im Bereich von 0 bis 1000 Hz aufgetragen und auf der y-Achse die Leistung in dB. Zu beachten ist die logarithmische Skalierung der Ordinate. Der Leistungsverlauf wird durch die blau durchgezogene Linie dargestellt.

Die Leistung wird dabei über die Grenze an der Stelle $\sqrt{3}/2 \cdot a = 0,389$ m nach der Gleichung 4.25 berechnet. Bei der Betrachtung der Abbildung fällt auf, dass der Verlauf der Leistung sehr verrauscht ist. Der hier berechnete Leistungsverlauf eignet sich nicht, um eine qualitative Aussage bzgl. des Leistungsflusses im System treffen zu können.

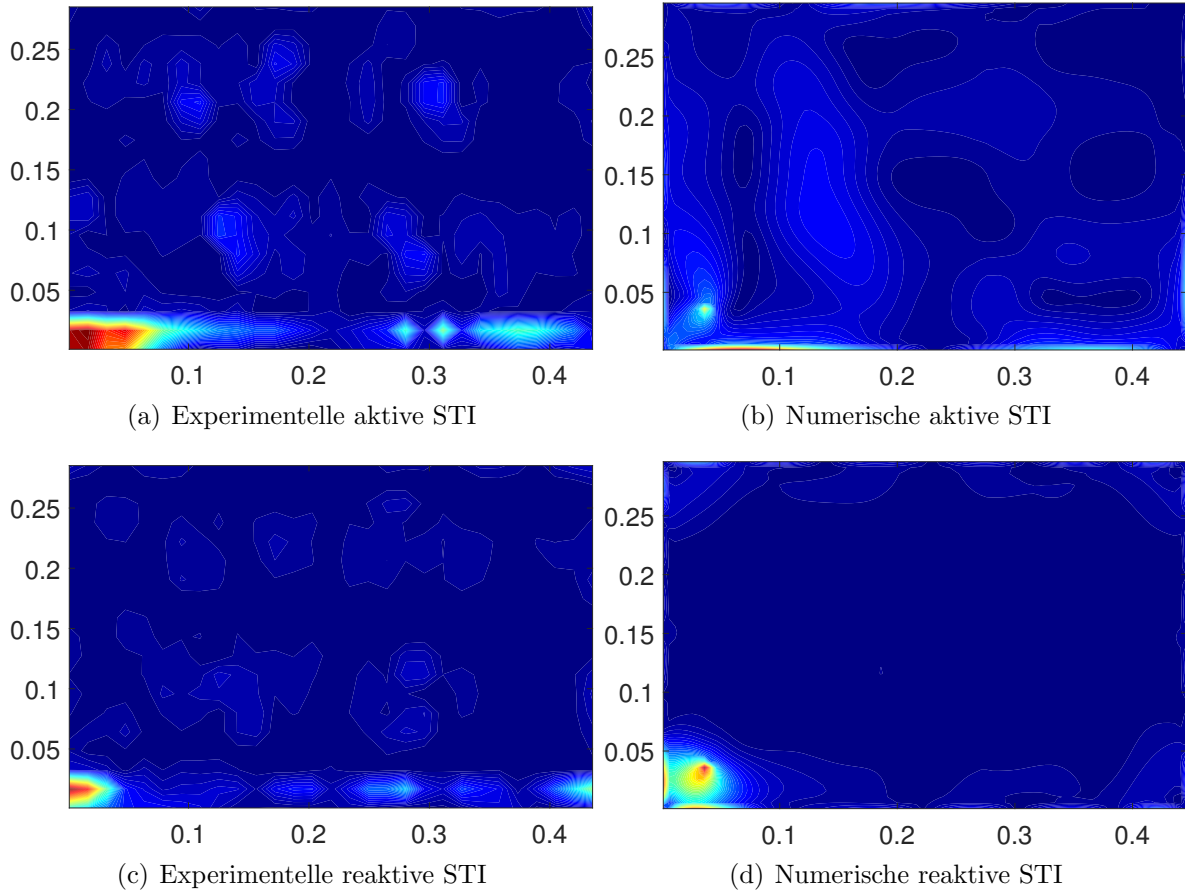


Abbildung 6.18: Vergleich der aktiven und reaktiven Amplitudenverteilung der STI zwischen experimentell und numerisch ermittelten Resultaten bei 877 Hz

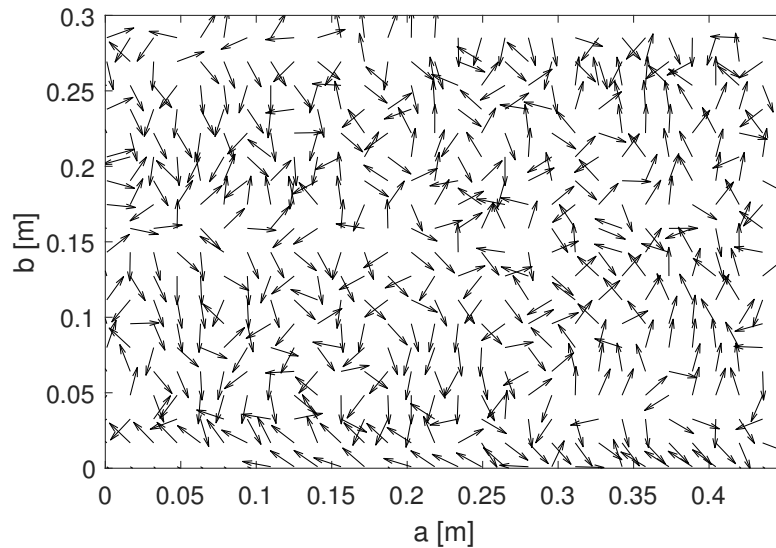


Abbildung 6.19: Exemplarische Darstellung des Vektorfelds der aktiven experimentell bestimmten STI bei 877 Hz

Bei der Betrachtung des Vektorfeldes ist es bereits zu erwarten, dass sich die berechnete STI nicht eignet, um die Leistung bestimmen zu können. Unter Berücksichtigung des Vektorfeldes in 6.19 wird verdeutlicht, dass auch die Variation der Lage der Grenze keinen Einfluss auf das Resultat hat.

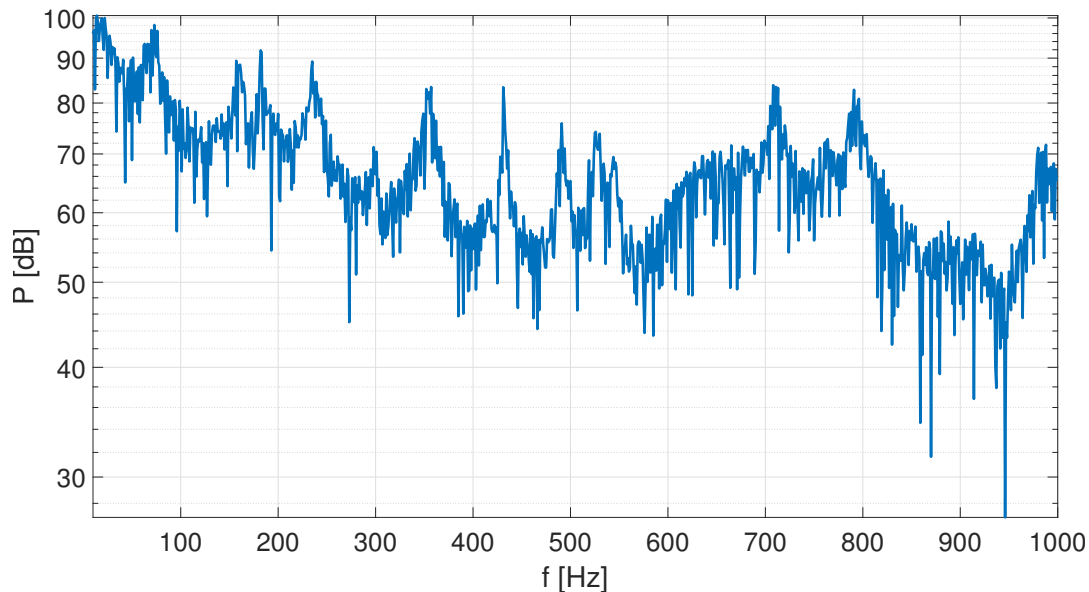


Abbildung 6.20: Mittels experimentell ermittelter STI bestimmte Leistung über eine Grenze im Frequenzbereich von 0 bis 1000 Hz

Auch wenn aufgrund der bisherigen Daten davon ausgegangen werden konnte, dass mit dem CLD-Streifen genug Dämpfung im System ist, wurde die Aluminiumplatte auf der gesamten Rückseite mit CLD beklebt, um den Dämpfungsanteil nochmals signifikant zu erhöhen. Auch mit stark erhöhter Dämpfung konnte kein aussagekräftiges STI-Feld bestimmt werden. Um ausschließen zu können, dass das schlechte STI-Feld auf das Anregungssignal zurückzuführen ist, wurde der Messaufbau mit dem CLD-Streifen mittels eines „Pseudo-Random“ angeregt. Auch mit dem veränderten Anregungssignal konnte kein STI-Feld generiert werden, mit dem eine Leistungsbetrachtung möglich gewesen wäre. Nach BUCKERT [5] hat der Phasenverschub der gemessenen Admittanz einen großen Einfluss auf die experimentelle STI-Berechnung. Daraufhin wurden die Amplitude und Phase der „Frequency Response Function“ (FRF), welche vom Laserscanningvibrometer berechnet und ausgegeben wird, optisch miteinander verglichen. In Abbildung 6.21 ist der exemplarische Vergleich der Amplitude und Phase für die 1-1 Mode dargestellt. Die Plattengeometrie ist jeweils auf der x- und y-Achse in m dargestellt. Die Größe der quantitativ dargestellten Phase und Amplitude ist den jeweiligen Farbskalen zu entnehmen. Bei der Betrachtung der Phase ist kein großer Phasenverschub zu erkennen.

Auch wenn kein großer Phasenverschub der Messdaten zu erkennen ist, wurden die gemessenen Daten in einem *Post-Processing*-Verfahren vom DLR-Göttingen bearbeitet, um einen möglichen Fehler durch eine verschobene Phase weiter zu minimieren. Dazu wurden die gemessenen Daten mittels der H1 Methode nach [14] und der *Welch*-Methode nach [35] bearbeitet. Ziel der *Post-Processing* Verfahren ist es, mittels Kreuz- und Autokorrelation das Rauschen

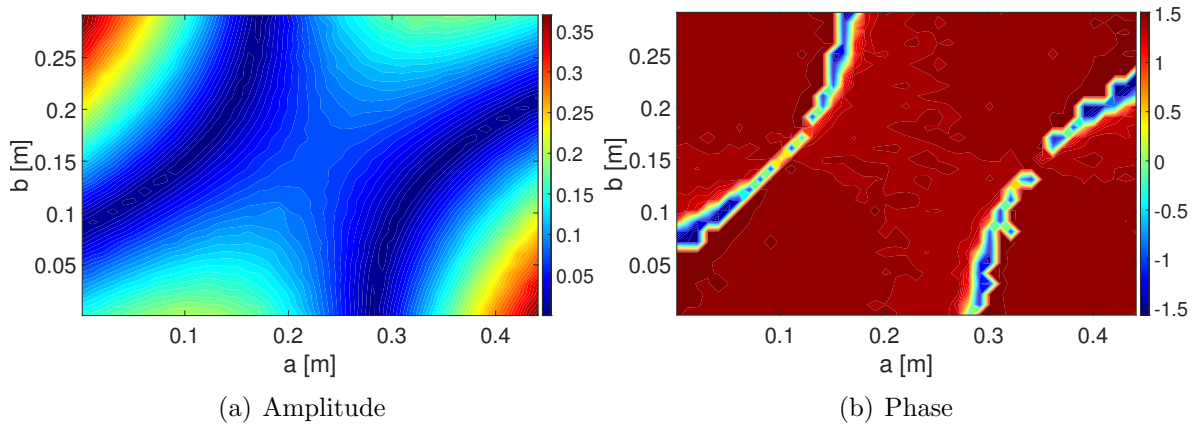


Abbildung 6.21: Exemplarische Darstellung der Amplitude und Phase für die 1-1 Mode

in den gemessenen Signalen zu reduzieren und so die FRF zu verbessern. Auch durch eine verbesserte Phase konnte jedoch kein STI-Feld mit hinreichend guter Qualität erzeugt werden, sodass ein Vergleich mit der numerisch bestimmten STI zulässig gewesen wäre. Um ausschließen zu können, dass das Näherungsverfahren zur Bestimmung der STI fehlerbehaftet ist, wurde zudem die STI mittels des CDM-Verfahrens bestimmt. Dies hat jedoch auch zu keiner Verbesserung der Ergebnisse geführt.

So konnte im Zuge der Masterarbeit keine aussagekräftige STI auf Basis experimentell ermittelter Daten bestimmt werden. Zudem konnte die Ursache dafür nicht endgültig geklärt werden. Da die Literatur grundsätzlich gezeigt hat, dass die experimentelle Bestimmung der STI für eine eingespannte Platte funktioniert (siehe z.B. [5]), könnte eine mögliche Ursache in den Randbedingungen der frei schwingenden Platte liegen. Auch wenn der Messaufbau mittels des Körperschallmaß validiert wurde und keine Unstimmigkeiten in den Messergebnissen zu erkennen waren, könnten die Ergebnisse der Arbeit auf einen nicht bekannten Fehler im Messaufbau zurückzuführen sein. Eine weitere Ursache könnte in der Approximation der rotatorischen Geschwindigkeit im Näherungsverfahren liegen. Da die Auswertung durch das DLR-Göttingen erfolgte und keine Einsicht in den Quellcode möglich war, konnte dieser Ansatz nicht weiter untersucht werden.

Da kein aussagekräftiges STI-Feld auf Basis experimenteller Daten bestimmt werden konnte, kann abschließend kein Bezug auf die Fragestellung, ob sich die experimentelle STI als Bewertungsgröße zur Bestimmung des Energietransportes in vibroakustischen Systemen eignet, genommen werden.

7 Zusammenfassung und Bewertung

Diese Arbeit hatte als Zielsetzung, die STI als Größe zur Bestimmung des Energietransports in vibroakustischen Systemen zu bewerten. Der Fokus lag dabei auf der Untersuchung der Diskretisierungsdichte und der sich daraus ergebenden Genauigkeit der berechneten STI. Die Untersuchungen bezogen sich zum einen auf die numerisch bestimmte und zum anderen auf die experimentell ermittelte STI. Es sollten Richtwerte abgeleitet werden, welche die Genauigkeit der Ergebnisse in Abhängigkeit der Dichte der Messpunkte bzw. den Detailgrad der Modellierung setzen. Um das zu erreichen, wurde der Leistungsfluss zwischen zwei Subsystemen als Bewertungsgröße betrachtet.

Für die Untersuchungen wurde zu Beginn ein numerisches Simulationsmodell einer freischwingenden Platte modelliert. Dieses wurde mit einem analytischen Modell einer freigelagerten Struktur validiert und infolgedessen wurden die Randbedingungen angepasst. Um eine Aussage über die Lösungsgenauigkeit treffen zu können, wurde für die numerisch modellierte Platte eine globale Konvergenzstudie durchgeführt. Die Untersuchungen haben ergeben, dass das FE-Modell mit mindestens 30 Punkten pro Wellenlänge diskretisiert werden muss, damit die berechnete STI konvergent ist.

Mit diesen Erkenntnissen wurde der Leistungsfluss zwischen zwei Subsystemen betrachtet. Anhand der Grenze der beiden Subsysteme wurde die minimal notwendige lokale Diskretisierungsdichte untersucht, um hinreichend genaue Ergebnisse berechnen zu können. Für eine globale Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge hat die Untersuchung ergeben, dass mindestens 80% der maximal vorkommenden Elemente berücksichtigt werden müssen, damit die Abweichung des bestimmten Leistungsflusses kleiner gleich 15% ist.

Um die numerisch bestimmten Resultate mit dem Experiment vergleichen zu können, wurden die unterschiedlichen Experimentkonfigurationen als FE-Modell nachgebildet. Experimentelle Voruntersuchungen haben ergeben, dass die Dämpfung einer frei schwingenden Platte zu gering ist, um ein STI-Feld bestimmen zu können. Zur Erhöhung der Systemdämpfung haben sich zwei Versuchsaufbauten ergeben. Zum einen wurde ein zweiter Shaker in das System integriert, welcher um 180° phasenverschoben arbeitet und so, mathematisch gesehen, als Senke agieren soll. Für die Untersuchung des numerischen Modells hat sich ergeben, dass die Modellierung im stationären Bereich nicht trivial ist. Die Betrachtung der Divergenz hat gezeigt, dass der zweite Shaker im numerischen Modell nicht als Senke agiert. Aus diesem Grund wurde von dem Versuchsaufbau Abstand genommen.

Für die zweite Versuchskonfiguration wurde die Systemdämpfung mittels einer auf die Struktur geklebten CLD-Folie erhöht. In dem numerischen Modell wurde der CLD-Streifen durch eine Erhöhung des Verlustfaktors einiger Elemente in einem definierten Bereich simuliert. Der auf Basis der STI über eine Grenze zwischen zwei Subsystemen bestimmte Leistungsfluss sollte als Vergleichswert für den experimentell bestimmten Leistungsfluss dienen. Des Weiteren wurde für die numerische Untersuchung die Lage und Form des CLD-Streifens variiert. Es hat sich

gezeigt, dass die größte Dissipationswirkung der STI erfolgt, sofern der CLD-Streifen am Rand bei der größten vorkommenden Schallschnelle platziert wird. Zudem ließ sich im Leistungsfluss erkennen, ob der CLD-Streifen vor oder hinter der betrachteten Grenze platziert wurde. Mittels der STI lassen sich für die Praxis konstruktive Maßnahmen zur Minderung der Schallemission ableiten.

Die numerisch bestimmten Ergebnisse dienen als Vergleich für die Berechnungen auf Basis der experimentell ermittelten STI. Für die experimentelle STI wurden zunächst in Kapitel 6 einige Näherungsverfahren vorgestellt, mit welchen die STI mittels gemessenen Größen bestimmt werden kann. Der Vergleich der Verfahren hat gezeigt, dass das 8-Aufnehmerverfahren und CDM-Verfahren keine Resultate hinreichender Genauigkeit erzeugen. Deshalb wurde ein weiteres Verfahren vorgestellt, welches das DLR-Göttingen implementiert hat und eine deutliche Verbesserung der Ergebnisse gezeigt hat. Nachdem die Näherungsverfahren vorgestellt wurden, wurde der Experimentaufbau beschrieben.

Wie bereits erwähnt, haben Voruntersuchungen ergeben, dass für die frei schwingende Aluminiumplatte zu wenig Dämpfung im System vorhanden ist. Deshalb wurden zwei Versuchskonfigurationen betrachtet. Zum einen wurde ein Zwei-Shaker-Aufbau untersucht. Bei der Betrachtung der aktiven und reaktiven STI war eine Erhöhung der Strukturdämpfung zu erkennen. Jedoch ließ sich kein STI-Feld auf Basis der Messdaten bestimmen. Es wurde davon ausgegangen, dass die Verstärker der Shaker nicht genau gleich arbeiten, sodass die dämpfende Wirkung des zweiten Shakers zu gering ist. Deshalb wurde zum anderen die Struktur mit einem CLD-Streifen beklebt, um so die Dämpfung zu erhöhen. Im Vergleich zu der Zwei-Shaker-Messung nahm der aktive Anteil der STI in Bezug auf den reaktiven Anteil zu. Es ließ sich jedoch auch mit der Experimentkonfiguration kein STI-Feld auf Basis der gemessenen Daten bestimmen. Auch weitere Untersuchungen mit erhöhter Strukturdämpfung, variiertem Anregungssignal und der Verringerung des Rauschens der gemessenen Amplitude und Phase im *Post-Processing* haben zu keiner Verbesserung des STI-Felds geführt.

Im Zuge der Masterarbeit konnte keine STI auf Basis von experimentell ermittelten Daten für die frei schwingende Platte bestimmt werden. Somit konnte auch kein Vergleich der numerischen und experimentellen STI durchgeführt werden.

Abschließend lässt sich insbesondere im Bezug auf die Frage, ob sich die STI als Bewertungsgröße zur Bestimmung des Energietransportes in vibroakustischen Systemen eignet, Folgendes sagen. Die Ergebnisse der numerisch berechneten STI zeigen, dass sich die Größe durchaus eignet, um Aussagen über den Energietransport in einer Struktur zu treffen. Für die experimentell bestimmte STI einer frei schwingenden Platte gilt dies jedoch nicht. Die Ergebnisse der Arbeit lassen vermuten, dass sich experimentell kein aussagekräftiges STI-Feld bestimmen lässt, sodass sich die STI so nicht als Bewertungsgröße eignet.

8 Ausblick

Die Ergebnisse der Arbeit haben gezeigt, dass sich die numerische und experimentelle Bestimmung der STI einer frei schwingenden Platte stark unterscheiden. Die numerische Berechnung der STI für die frei schwingende Platte funktioniert vom Grundsatz her. Es ist jedoch aufgefallen, dass sich der Zwei-Shaker-Aufbau für das numerische Modell im stationären Bereich nicht nachbilden lässt. Der zweite Shaker agiert nicht wie erwartet als Senke, sondern nimmt wie der erste Shaker einen Quellencharakter an. Für weitere Untersuchungen ist der Aufbau eines transienten Modells nötig, um das Verhalten des zweiten Shakers im Zeitbereich zu untersuchen.

Bei der Untersuchung der CLD-Streifen im numerischen Modell hat sich gezeigt, dass die größte Dissipationswirkung am Ort der größten Schallschnelle erfolgt. Weitere Untersuchungen sind insbesondere im Hinblick auf die Lage des CLD-Streifens in Bezug auf horizontal auftretende Antiresonanzen interessant. Die Dissipation durch einen CLD-Streifen mit großem Breite/Längen-Verhältnis nahm im Vergleich zu einem CLD-Streifen mit kleinem Breite/Längen-Verhältnis zu.

Die Untersuchungen bezüglich der experimentellen STI-Bestimmung ergaben, dass sich kein STI-Feld für eine frei schwingende Platte bestimmen lässt. Da die Literatur gezeigt hat ([5], [17]), dass die experimentelle STI-Bestimmung einer eingespannten Platte funktioniert, ist es denkbar, dass die Randbedingungen Einfluss auf die STI-Bestimmung nehmen. In der Untersuchung konnte keine genaue Begründung gefunden werden. Für weitere Untersuchungen könnte somit der Fokus auf die Auswirkung des Impedanzsprungs am Plattenrand gelegt werden.

Da BUCKERT [5] gezeigt hat, welchen großen Einfluss die Phase auf die STI hat, soll als weiterer Ansatz zur Verbesserung der experimentellen Ergebnisse die Untersuchung der Amplitude und Phase gegeben sein. Ferner sei darauf hingewiesen, dass die approximierten rotatorischen Geschwindigkeiten im Näherungsverfahren nicht genauer untersucht werden konnten, da die Auswertung der Daten durch DLR-Göttingen erfolgte und kein Einblick in das implementierte Verfahren möglich war. Zudem ist nicht auszuschließen, dass die Ergebnisse aus einem nicht identifizierten Fehler im Messaufbau resultieren.

Literaturverzeichnis

- [1] H. Al Ba'ba'aa and M. Nouha. *A Mechanical Power Dissipation Model for Axially Loaded Metamaterial Bars*. Mechanical and Aerospace Engineering Dept., SUNY at Buffalo, Buffalo, USA, 2017.
- [2] Josef Betten. *Elementare Tensorrechnung für Ingenieure*. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 1977.
- [3] J. Biedermann, R. Winter, and M. Norambuena. *Räumliche hochauflösende vibroakustische Messung zur Charakterisierung eines Kurzsteckeinflugzeugrumpfes im mittleren Frequenzbereich*. Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. - Göttingen, 2017.
- [4] Christopher Blech. *Passive Schwingungsberuhigung einer Plattenstruktur mit Hilfe der Methode der „Akustischen Schwarzen Löcher“*. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Institut für Mechanik, 2014.
- [5] Sebastian Buckert. *Bewertung adaptiver Strukturen auf Basis der Strukturintensität*. Technischen Universität Darmstadt, 2013.
- [6] Alain Couzil, Louis Massip-Paihles, and Serge Castain. *A New Correlation Criterion Based on Gradient Fields Similarity*. IRIT-UPS, Toulouse cedex, France, 1996.
- [7] Lothar Cremer and Manfred Heckl. *Körperschall - Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 1996.
- [8] L Gavric and G. Pavic. *A finite element method for computation of the structural intensity by the normal mode approach*. In: Journal of sound and vibration. 1993;164 (1): 29–43, 1993.
- [9] Peter Hagedorn and Anirvan DasGupta. *Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems*. John Wiley & Sons, Ltd, 2007.
- [10] Stephan A. Hambric. *Power flows and mechanical intensities in structural finite element analysis*. In: Journal of Vibration and Acoustics 112.4 (1990), S. 542–549, 1990.
- [11] Holger Hanselka and Joachim Bös. *Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau - Kapitel 3: Maschinenakustik*, pages 1022–1033. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2014.
- [12] Volker Hellman. *Stab- und Flächentragwerke - Teil 2*. Skript - TU Dresden, 2006.
- [13] Thorsten Hering. *Strukturintensitätsanalyse als Werkzeug der Maschinenakustik*. Dissertation. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt, 2012.
- [14] Tom Irvine. 5. frequency response function measurements. http://www.vibrationdata.com/tutorials_alt/FRF_measurements.pdf, August 2021.

- [15] Konrad Königsberger. *Analysis 2*. Springer, Berlin, Heidelberg, 1997.
- [16] Franz G. Kollmann. *Maschinenakustik - Grundlagen, Meßtechnik, Berechnung, Beeinflussung*. Springer Berlin Heidelberg, Wiesbaden, 2006.
- [17] Steffen Kuhl. *Gezielte Leitung von Körperschall unter Zuhilfenahme der Strukturintensitätsrechnung*. Technischen Universität Darmstadt, 2009.
- [18] Hewo Pueh Lee and Kian Meng Lim. *Renaissance of Structural Intensity Analysis*. National University of Singapore, Singapore, 2019.
- [19] Peter Meudt. *Strukturintensitätsanalyse in der Maschinenakustik*. Publikationsreihe des Fachgebiets Maschinenelemente und Maschinenakustik der Technischen Universität Darmstadt, Aachen: Shaker, 1998.
- [20] D. U. Noiseux. *Measurement of power flow in uniform beams and plates*. Journal of the Acoustical Society of America, 1970.
- [21] Michael Oberguggenberger and Alexander Ostermann. *Analysis für Informatiker - Grundlagen, Methoden, Algorithmen*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [22] G. Pavic. *Measurement of structure borne wave intensity: Part 1: Formulation of the methods*. In: Journal of Sound and Vibration 49.2, S. 221–230, 1976.
- [23] G. Pavic. *Determination of sound power flow in structures: Principles and problems of realisation*. Proc. of the second international congress on recent developments in acoustic intensity mesurment, CETIM, Senlis, 1981.
- [24] Felipe Pires, Stephane Avril, Steve Vanlanduit, and Joris Dirckx. *Structural intensity assessment on shells via a finite element approximation*. Department of Electromechanical Engineering, University of Antwerp, Groenenborgerlaan 171, Antwerp 2020, Belgium, 2019.
- [25] Julian Redeker. *Gezielte Leitung von Körperschall zur Reduktion der abgestrahlten Schallleistung mit Hilfe der Strukturintensität*. TU Braunschweig - Institut für Konstruktions-technik, 2017.
- [26] Hans A. Richard and Sander Manuela. *Technische Mechanik. Dynamik*. Vieweg, Wiesbaden, 2008.
- [27] A.J. Romano, Abraham, P.B., and E.G. Williams. *A poynting vector formulation for thin shells and plates, and its application to structural intensity analysis and source localization .1. Theory*. In: Journal of the Acoustical Society of America,. 87(3): S.1166-1175, 1990.
- [28] Sebastian Rothe and Sabine C. Langer. *Betrachtung der Schalleistungsflüsse körperschalltragener Strukturen mit gekoppeltem Fluid*. Institut für Akustik - TU Braunschweig, 2019.
- [29] Michael Schäfer. *Computational Engineering - Introduction to Numerical Methods*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006.
- [30] Gottlieb Strassacker and Roland Süsse. *Quellen und Senken als Feldursachen*, pages 11–33. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2003.
- [31] Dassault Systems. *Abaqus 6.14 Online Documentation: Abaqus Analysis User's Guide*.

- Dassault Systems, 2014.
- [32] J.W. Verheij. *Cross spectral density methods for measuring structure borne power flow on beams and pipes*. In: Journal of Sound and Vibration, 1980. 70(1): S. 133-138, 1980.
- [33] Marcus Wagner. *Lineare und nichtlineare FEM*. Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2017.
- [34] Bernhard Weigand, Jürgen Köhler, and Jens von Wolfersdorf. *Thermodynamik kompakt*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2016.
- [35] Peter Welch. *The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms*. IEEE TRANSACTIONS ON AUDIO AND ELECTROACOUSTICS, VOL. AU-15, NO. 2, 1967.

Anhang

.1 Eigenfrequenzen der Platte

Tabelle A-1: Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Eigenfrequenzen

Nr.	Mode	Eigenfreq. [Hz] analyt. Lsg.	Eigenfreq. [Hz] FE-Lsg. 6 Abtastpkt.	$ \Delta f $ [%]	Eigenfreq. [Hz] FE-Lsg. 10 Abtastpkt.	$ \Delta f $ [%]	Eigenfreq. [Hz] FE-Lsg. 20 Abtastpkt.	$ \Delta f $ [%]
1	1-1	116,53	116,14	0,33	116,14	0,33	116,14	0,33
2	2-1	224,10	223,23	0,39	223,23	0,39	223,23	0,39
3	1-2	358,56	357,81	0,21	357,80	0,21	357,80	0,21
4	3-1	403,38	402,08	0,32	402,07	0,32	402,07	0,32
5	2-2	466,13	464,19	0,41	464,19	0,41	464,19	0,41
6	3-2	645,42	642,12	0,51	642,11	0,51	642,11	0,51
7	4-1	654,38	652,42	0,30	652,39	0,30	652,38	0,30
8	1-3	761,95	760,24	0,22	760,16	0,23	760,15	0,23
9	2-3	869,52	866,15	0,38	866,07	0,39	866,06	0,39
10	4-2	896,42	891,61	0,53	891,57	0,54	891,57	0,54
11	5-1	977,09	974,02	0,31	973,88	0,32	973,86	0,33
12	3-3	1048,81	1043,10	0,54	1043,10	0,54	1043,00	0,55
13	5-2	1219,13	1212,40	0,55	1212,30	0,56	1212,30	0,56
14	4-3	1299,81	1291,40	0,64	1291,30	0,65	1291,30	0,65
15	1-4	1326,70	1322,80	0,29	1322,30	0,33	1322,20	0,33
16	6-1	1371,52	1366,60	0,35	1366,20	0,38	1366,20	0,38
17	2-4	1434,27	1428,30	0,41	1427,80	0,45	1427,80	0,45
18	6-2	1613,55	1604,40	0,56	1604,00	0,59	1603,90	0,59
19	3-4	1613,55	1604,40	0,56	1604,00	0,59	1603,90	0,59
20	5-3	1622,52	1610,90	0,71	1610,70	0,72	1610,70	0,72
21	7-1	1837,66	1830,10	0,41	1829,10	0,46	1829,00	0,47
22	4-4	1864,55	1851,40	0,70	1851,00	0,72	1850,90	0,73
23	6-3	2016,94	2001,50	0,76	2001,10	0,78	2001,00	0,79
24	1-5	2052,80	2044,80	0,38	2043,10	0,47	2042,90	0,48
25	7-2	2079,69	2067,10	0,60	2066,20	0,64	2066,00	0,65
26	2-5	2160,37	2149,90	0,48	2148,20	0,56	2148,00	0,57
27	5-4	2187,26	2169,40	0,81	2168,80	0,84	2168,80	0,84

Fortführung der Tabelle auf der nächste Seite

Tabelle A-1: Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Eigenfrequenzen

Nr.	Mode	Eigenfreq.	Eigenfreq.	$ \Delta f $	Eigenfreq.	$ \Delta f $	Eigenfreq.	$ \Delta f $
28	3-5	2339,65	2325,20	0,61	2323,60	0,68	2323,30	0,69
29	8-1	2375,51	2364,40	0,46	2362,10	0,56	2361,80	0,57
30	7-3	2483,08	2462,90	0,81	2461,90	0,85	2461,70	0,86
31	6-4	2581,69	2558,30	0,90	2557,40	0,94	2557,30	0,94
32	4-5	2590,65	2571,00	0,75	2569,30	0,82	2569,10	0,83
33	8-2	2617,54	2600,60	0,64	2598,40	0,73	2598,10	0,74
34	5-5	2913,36	2887,40	0,89	2885,50	0,95	2885,30	0,96
35	1-6	2940,26	2926,20	0,47	2921,20	0,64	2920,50	0,67
36	9-1	2985,08	2969,30	0,52	2964,80	0,67	2964,10	0,70
37	8-3	3020,93	2995,10	0,85	2992,80	0,93	2992,50	0,94
38	2-6	3047,83	3017,90	0,98	3016,40	1,03	3016,20	1,03
39	7-4	3047,83	3030,80	0,55	3025,80	0,72	3025,20	0,74
40	9-2	3227,11	3204,80	0,69	3200,30	0,83	3199,70	0,84

Ende der Tabelle

.2 Verläufe des Leistungsbilanzvergleichs für verschiedene Diskretisierungsdichten

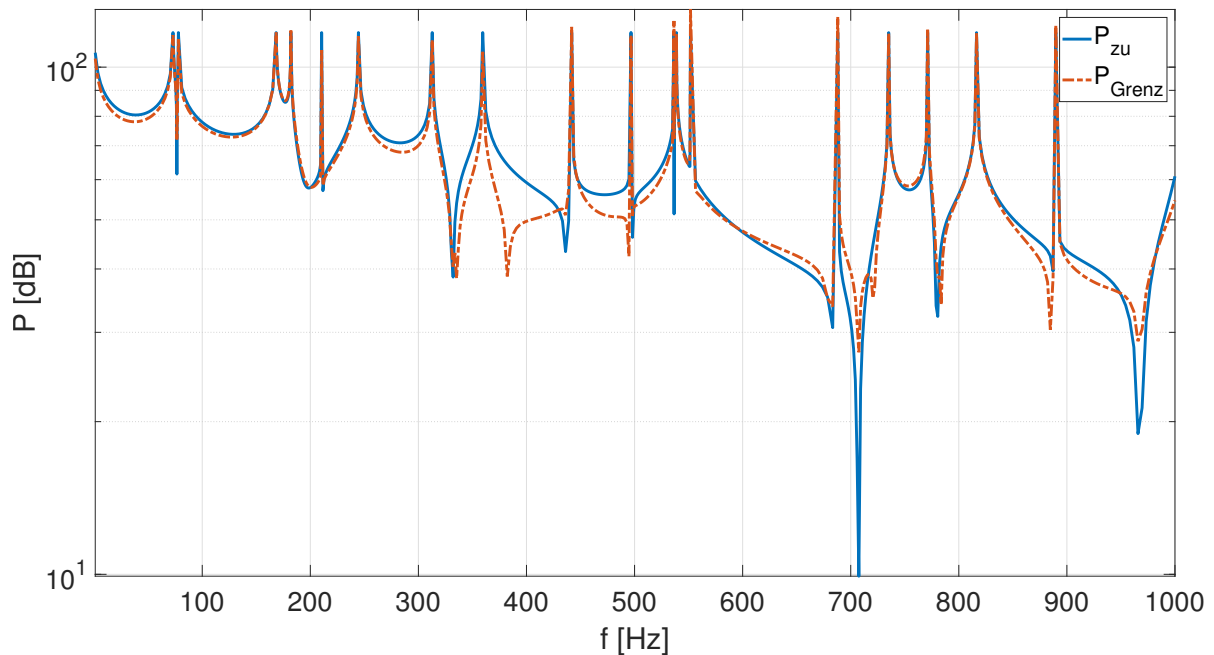


Abbildung A-1: Vergleich der Eingangs- mit der Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 10 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683

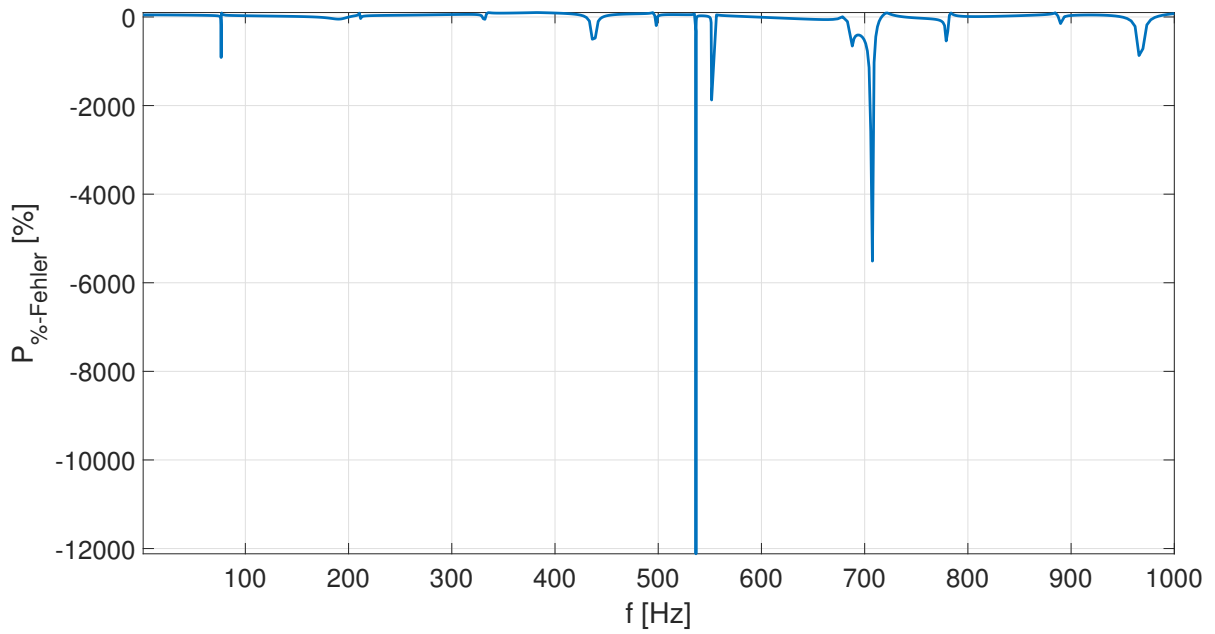


Abbildung A-2: Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 10 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz

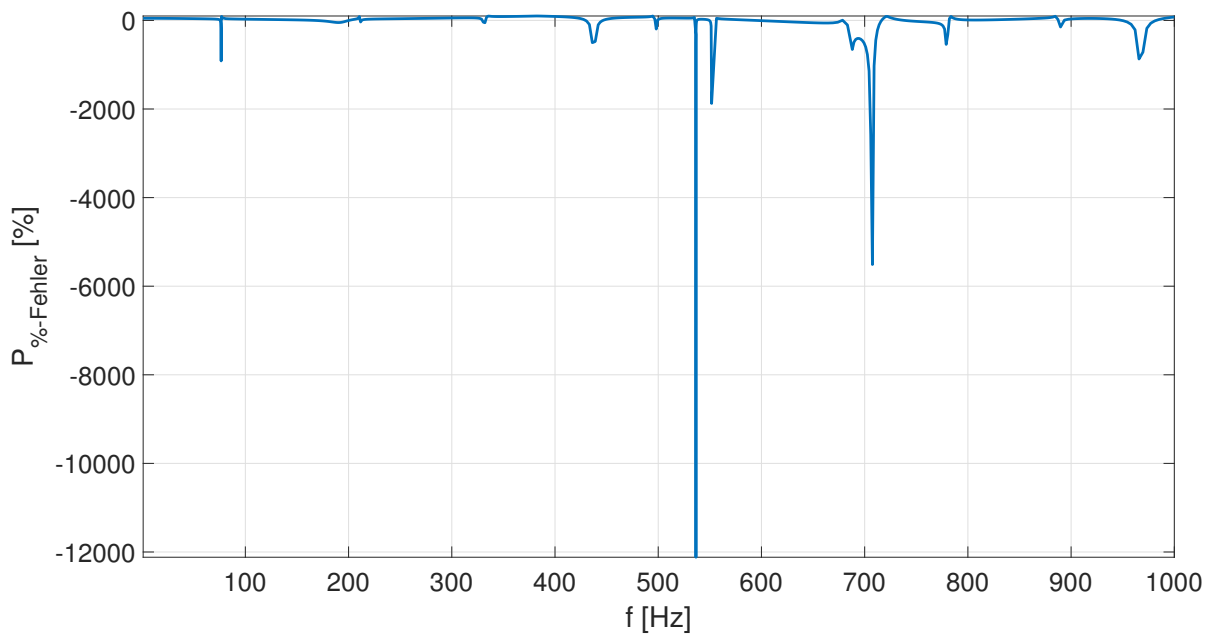


Abbildung A-3: Differenz der Leistungsverläufe bei einer Diskretisierung von 10 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz

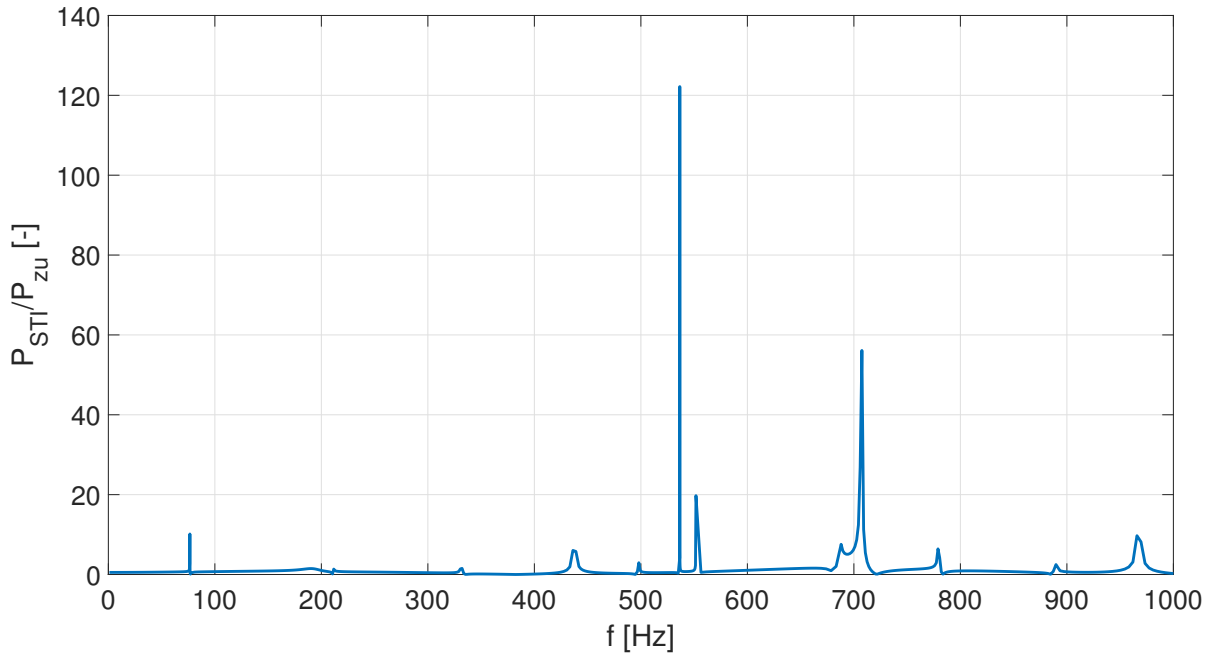


Abbildung A-4: Verhältnis zwischen Eingangs- und Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 10 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz

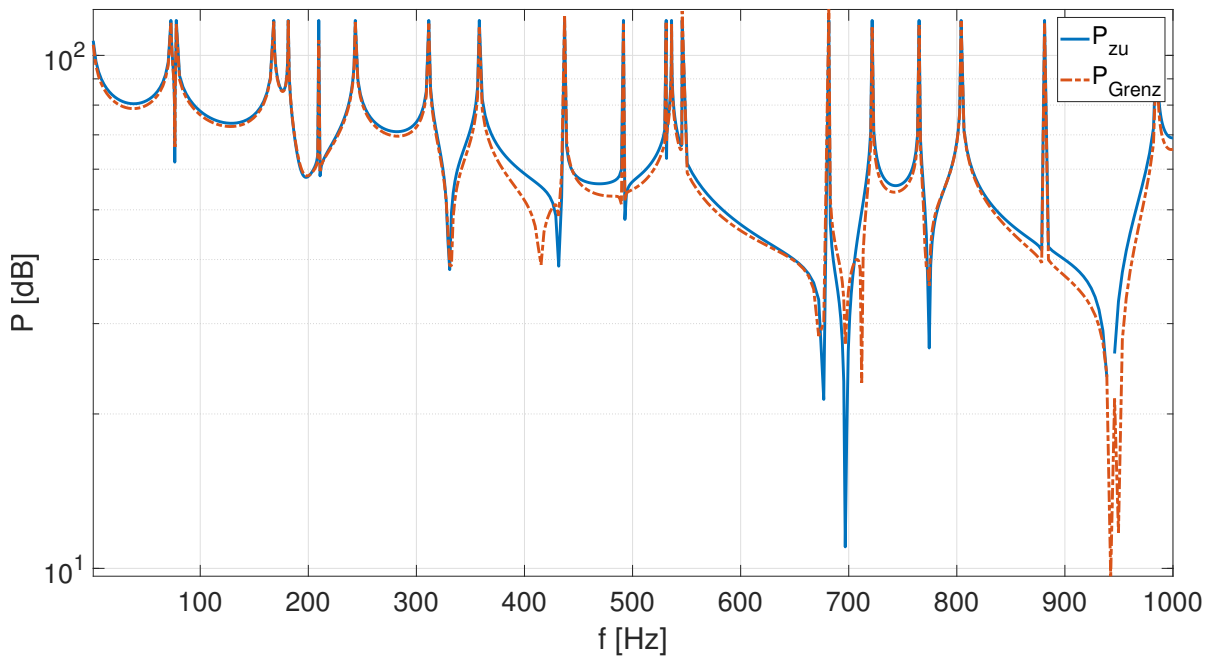


Abbildung A-5: Vergleich der Eingangs- mit der Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 20 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W}$ nach DIN EN 21683

ANHANG

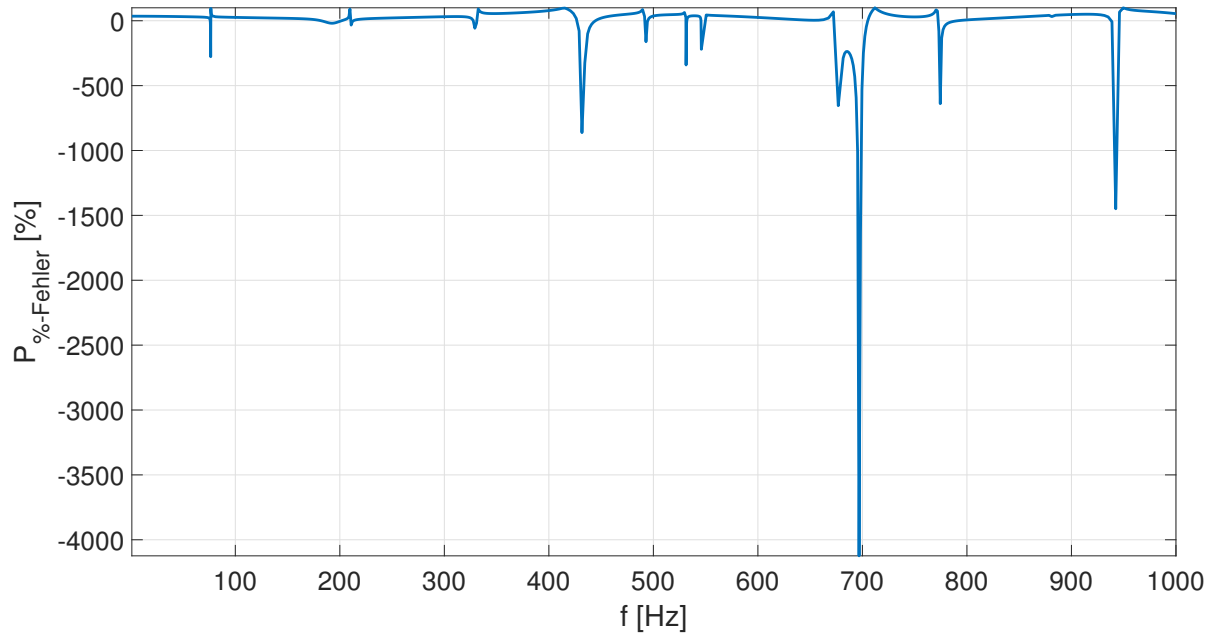


Abbildung A-6: Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 20 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz

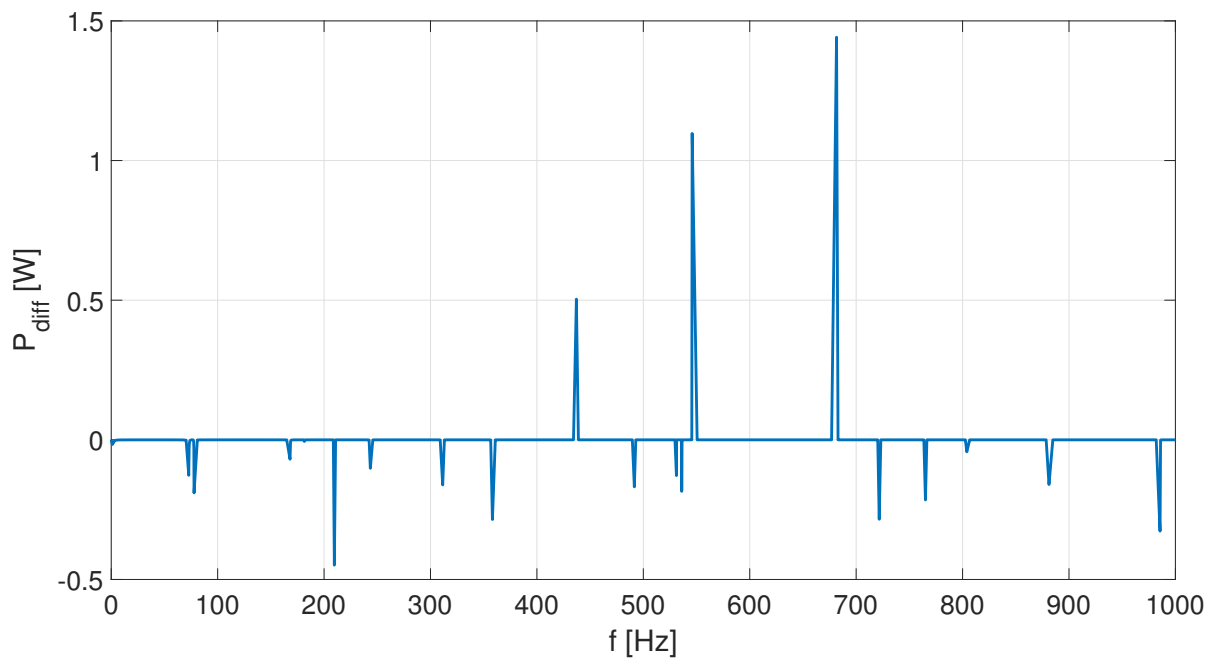


Abbildung A-7: Differenz der Leistungsverläufe bei einer Diskretisierung von 20 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz

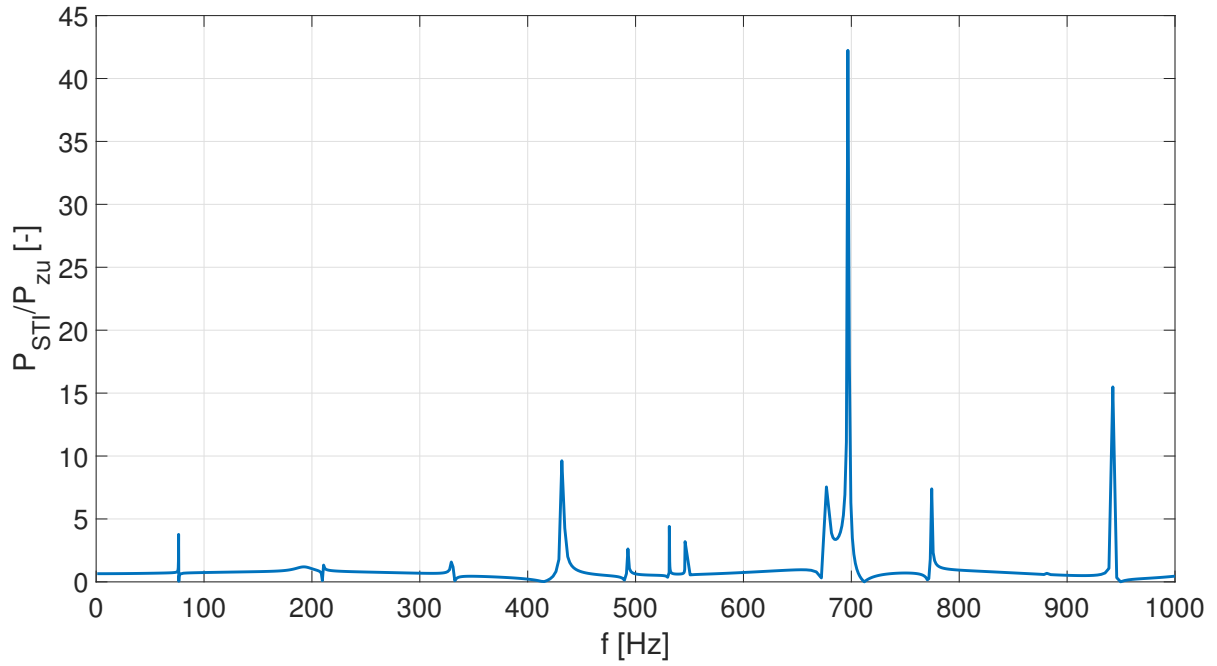


Abbildung A-8: Verhältnis zwischen Eingangs- und Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 20 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz

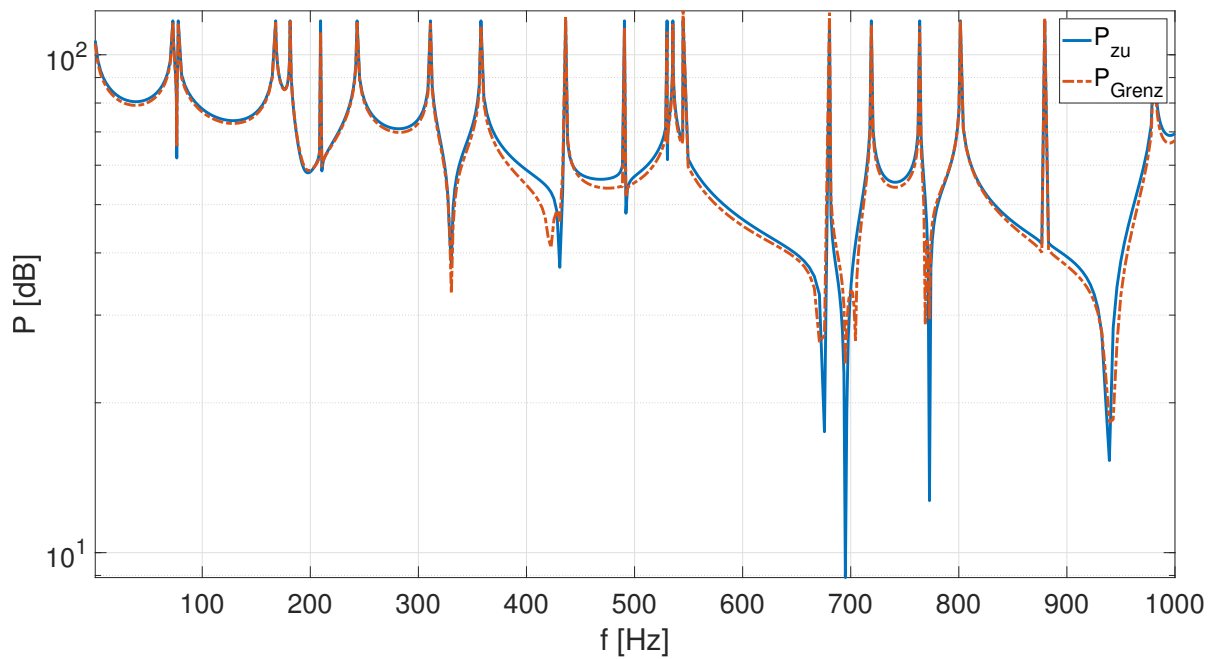


Abbildung A-9: Vergleich der Eingangs- mit der Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz - Logarithmische Darstellung mit dem Referenzwert $P_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W nach DIN EN 21683

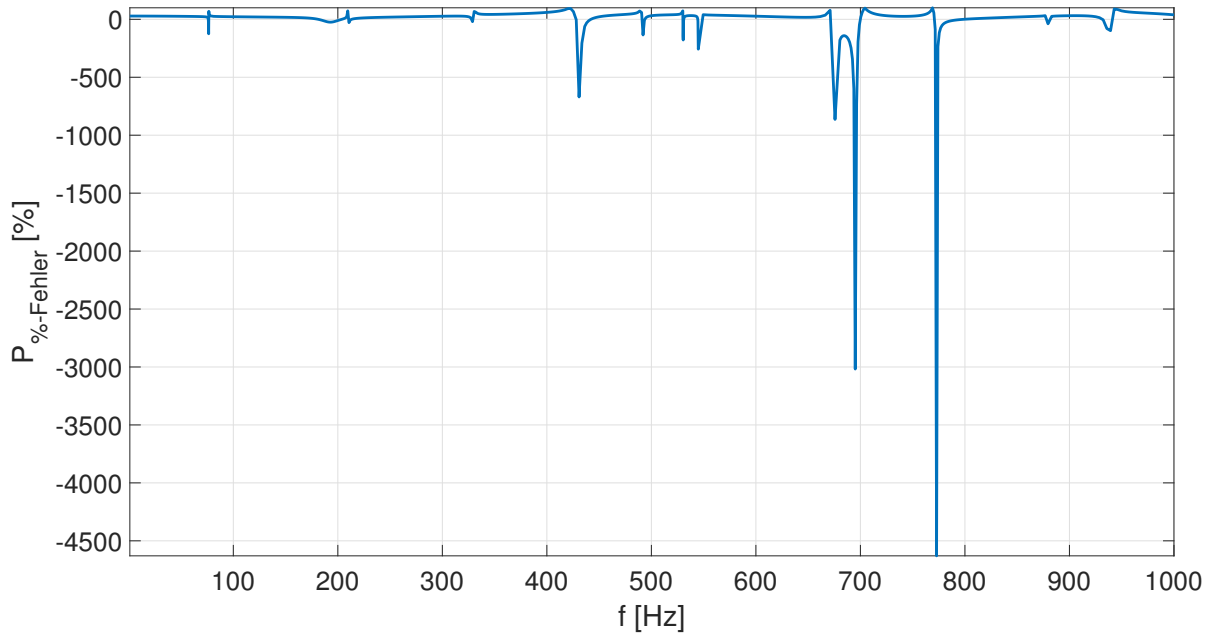


Abbildung A-10: Prozentualer Fehler bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz

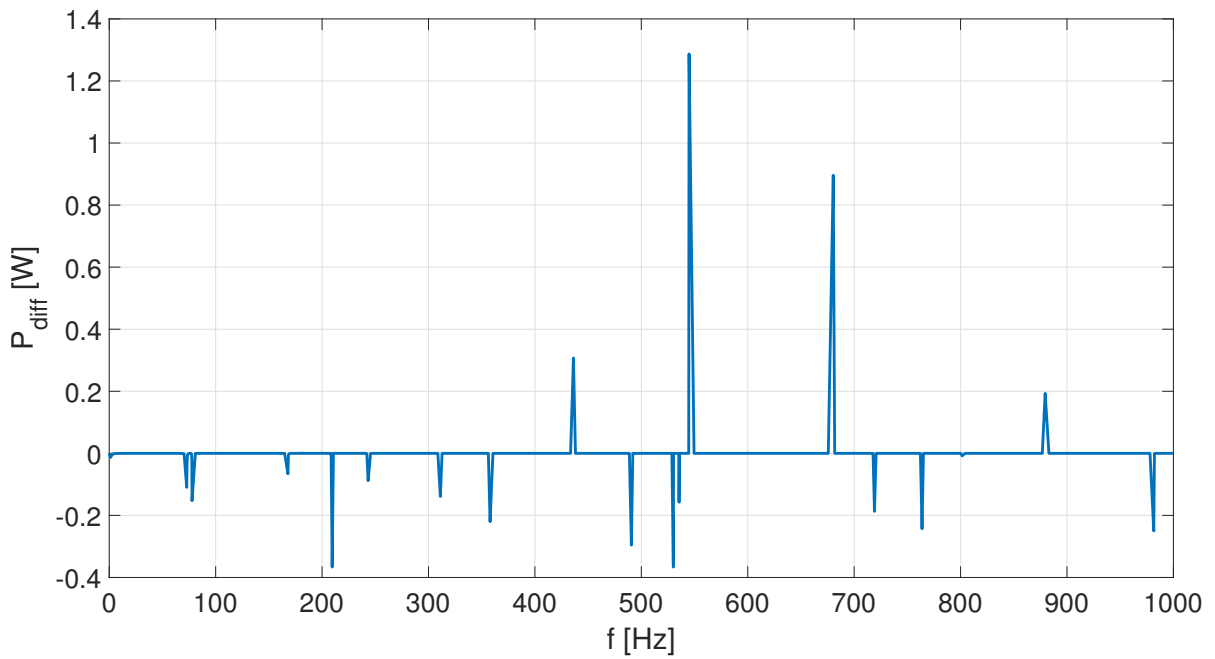


Abbildung A-11: Differenz der Leistungsverläufe bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz

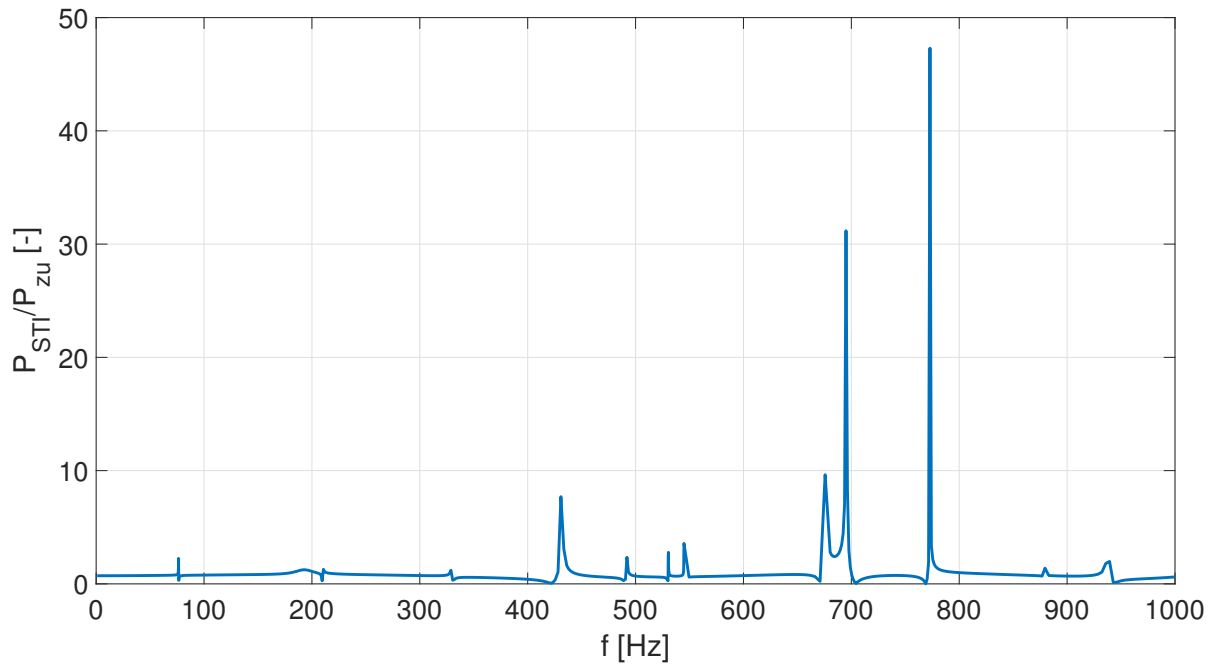


Abbildung A-12: Verhältnis zwischen Eingangs- und Grenzleistung bei einer Diskretisierung von 30 Punkten pro Wellenlänge im Bereich von 0 bis 1000 Hz

.3 Leistungsverlauf mit Fokus auf die Grenzdiskretisierung für weitere exemplarische Grenzen

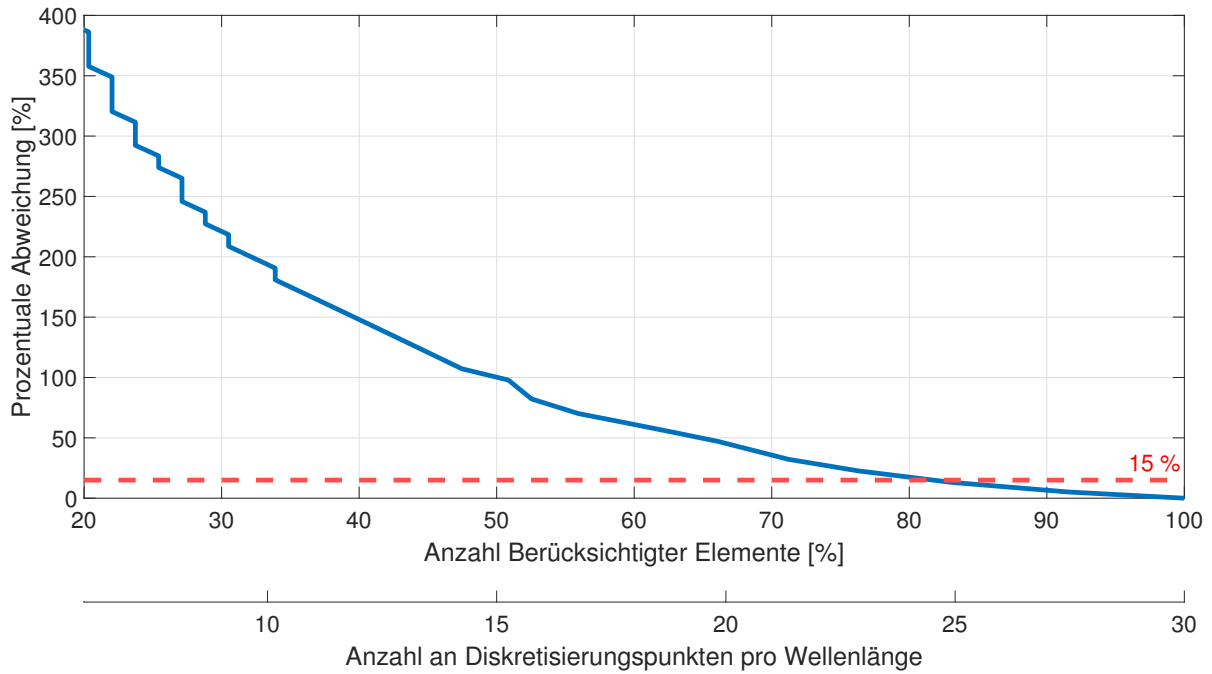


Abbildung A-13: Konvergenzverhalten der lokalen Grenzdiskretisierung zur Leistungsbestimmung für die Grenze an der Stelle $x = 0,19 m$

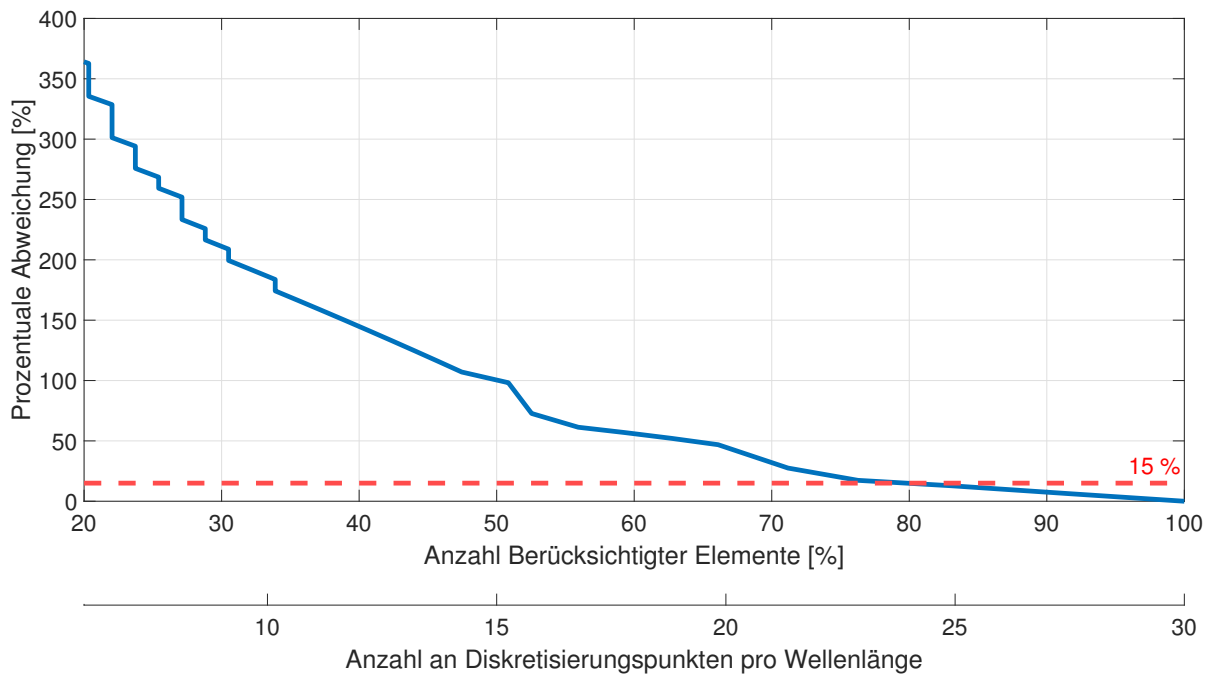


Abbildung A-14: Konvergenzverhalten der lokalen Grenzdiskretisierung zur Leistungsbestimmung für die Grenze an der Stelle $x = 0,3 m$