

DLR-IB-FA-BS-2021-85

**Erarbeitung einer
Modellierungsstrategie für die
progressive Schädigungsanalyse
von Open Hole Tension
Prüfkörpern aus faserverstärktem
Kunststoff unter Berücksichtigung
intralaminarer Plastizität**

Diplomarbeit

Joshua Moll, Oliver Völkerink



DLR

**Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt**

Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik

DLR-IB-FA-BS-2021-85

**Erarbeitung einer Modellierungsstrategie für die
progressive Schädigungsanalyse von Open Hole Tension
Prüfkörpern aus faserverstärktem Kunststoff unter
Berücksichtigung intralaminarer Plastizität**

Zugänglichkeit:

Stufe 2 DLR intern zugänglich

Braunschweig, *Juli, 2021*

Abteilungsleiter:

Prof. Dr.-Ing. C. Hühne

Der Bericht umfasst: 107 Seiten

Autoren:

Joshua Moll

Oliver Völkerink



DLR

Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt

Diplomarbeit

Erarbeitung einer Modellierungsstrategie für die progressive Schädigungsanalyse von Open Hole Tension Prüfkörpern aus faserverstärktem Kunststoff unter Berücksichtigung intralaminarer Plastizität

vorgelegt am Institut für Leichtbau und Kunststofftechnik
der Technischen Universität Dresden zum Abschluss des Studiums
in der Studienrichtung Luft- und Raumfahrttechnik

Betreuender Hochschullehrer: Prof. Dr.-Ing. habil. Maik Gude

Studienrichtungsleiter: Prof. Dr. Johannes Markmiller

Betreuer: M.Sc. Oliver Völkerink (DLR-FA)
Dipl.-Ing. Moritz Kuhtz (TUD-ILK)

Bearbeiter: **cand. Dipl.-Ing. Joshua Moll**

Matrikelnummer: 4083852

Dresden, 30. April 2021



Aufgabenstellung Diplomarbeit

in der Studienrichtung: Luft- und Raumfahrttechnik

Bearbeiter: cand. Ing. **Moll, Joshua**

Matrikelnr.: 4083852

Thema: **Erarbeitung einer Modellierungsstrategie für die progressive Schädigungsanalyse von Open Hole Tension Prüfkörpern aus faserverstärktem Kunststoff unter Berücksichtigung intralaminarer Plastizität**

Development of a modelling strategy for the progressive damage analysis in composite open hole tension test specimens considering intralaminar plasticity

Zielstellung:

Eine zuverlässige Simulation des Versagensverhaltens von faserverstärkten Kunststoffen erfordert ein umfangreiches Materialmodell, das das plastische Verhalten, die Erstschädigung sowie das Nachbruchverhalten beschreibt. In der Arbeit soll daher untersucht werden, inwiefern ein bestehendes Materialmodell für dreidimensionale finite Elemente – ohne wesentlichen Verlust der Aussagegenauigkeit – für zweidimensionale Elemente reduziert werden kann. Hierzu sollen vorhandene experimentelle Daten herangezogen sowie ergänzende Versuche durchgeführt und mit den Simulationsergebnissen verglichen werden.

Einzelaufgaben:

1. Einarbeitung in die Thematik
2. Analyse der bereits vorhandenen experimentellen Daten sowie Konzeption, Durchführung und Analyse zusätzlich notwendiger Untersuchungen
3. Implementierung eines Materialmodells für Schalenelemente mit besonderer Berücksichtigung der plastischen Verformungen vor der Erstschädigung
4. Modellierung des Open Hole Tension Prüfkörpers und Anwendung des Materialmodells
5. Untersuchungen zu numerischen und physikalischen Einflussfaktoren
6. Dokumentation der Arbeiten

Hinweis: Für die Anfertigung der Diplomarbeit gelten die Vorgaben des Instituts für Leichtbau und Kunststofftechnik, Fakultät Maschinenwesen.

Betreuer: Dipl.-Ing. Moritz Kutzt (TUD-ILK)
M.Sc. Oliver Völkerink (DLR-FA)

Ausgehändigt am: 01.12.2020

Digital unterschrieben
von Maik Gude
Datum: 2020.12.08
08:26:45 +01'00'

Maik Gude

Prof. Dr.-Ing. habil. Maik Gude
Betreuender Hochschullehrer

Einzureichen bis: 30.04.2021
Digital
unterschrieben von
Johannes Markmiller
Datum: 2020.12.08
10:41:24 +01'00'

**Johannes
Markmiller**

Prof. Dr. Johannes Markmiller
Studienrichtungsleiter


Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Facharbeit mit dem Titel:

Erarbeitung einer Modellierungsstrategie für die progressive Schädigungsanalyse von Open Hole Tension Prüfkörpern aus faserverstärktem Kunststoff unter Berücksichtigung intralaminarer Plastizität

selbstständig und ohne unzulässige Hilfe Dritter verfasst habe. Es wurden keine anderen als die in der Arbeit angegebenen Hilfsmittel und Quellen benutzt. Die wörtlichen und sinngemäß übernommenen Zitate habe ich als solche kenntlich gemacht.

Dresden, 30. April 2021



Joshua Moll

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	iii
Tabellenverzeichnis	v
Abkürzungs- und Symbolverzeichnis	vi
1 Einleitung	1
2 Skalenübergreifende Finite-Elemente-Modellierung unidirektionaler Faser-Kunststoff-Verbunde	2
2.1 Herausforderungen analytischer und numerischer Abbildungen von FKV	2
2.2 Finite-Elemente-Repräsentationen faserverstärkter Kunststoffe	3
2.3 Inter- und intralaminare Schädigungs- und Plastizitätsverhalten	10
2.4 Modellierungsstrategien für Open Hole Tension Prüfkörper	15
3 Entwicklung eines zweidimensionalen Materialmodells	18
3.1 Effektive Spannung und Steifigkeitsdegradation	18
3.2 Intralaminare Plastizitätsmodell nach SUN und CHEN	20
3.3 Schädigungsdetektion durch Versagenskriterien nach CUNTZE und PUCK	22
3.4 Dehnungsgesteuerte Schadensprogression	24
4 Numerische Implementation in Finite-Elemente-Anwendungen	26
4.1 Umsetzung des 2D-Materialmodells als inkrementeller Algorithmus	26
4.2 Entwicklung eines Fortran-Programmcodes zur Anwendung in Abaqus	32
4.3 Modellverifizierung durch 1-Element-Versuche	34
5 Bestimmung von Materialparametern und Modellvalidierung	36
5.1 Qualitative Bewertung der Materialkennwerte	36
5.2 Bestimmung von Plastizitätsparametern durch Off-Axis-Zugversuche	37
5.3 Validierung und Kalibrierung des Plastizitätsmodells durch $[\pm 45^\circ]$ -Versuche	44
5.4 Bestimmung von Puck-Neigungsparametern und Cuntze-Reibbeiwerten	47
5.5 Berechnung transversaler Steifigkeiten in Schalenmodellen	49
6 Numerische Untersuchung der Anwendbarkeit des 2D-Materialmodells in Open Hole Tension Simulationen	51
6.1 Aufbau der Simulationsmodelle	51
6.2 Einflüsse verschiedener Elementgrößen und Vernetzungsarten	54
6.3 Betrachtung der Simulationsergebnisse von Volumen- und Schalenmodellen	56
6.4 Einflüsse einzelner Modellbestandteile auf das Schädigungsverhalten	61
6.5 Auswirkungen diskret modellierter Delaminationen auf den Schädigungsverlauf	65
6.6 Einfluss des Risswiderstandes auf das Degradationsmodell	69
6.7 Bewertung der Modellierungsstrategien für Open Hole Tension Prüfkörper	71
7 Zusammenfassung und Ausblick	74

Literatur	76
A Anhang	83
A.1 Mittelwertkurven der Off-Axis-Versuche	83
A.2 Programmcode der Mittelwertberechnungen	84
A.3 Programmcode der Berechnung der Plastizitätsparameter	89
A.4 Off-Axis-Simulationen mit $a_{66} = 1,0$	95

Abbildungsverzeichnis

2.1	Open Hole Tension Prüfkörper	3
2.2	Skalenbezogene Betrachtung von UD-Laminaten	4
2.3	Skalenbezogene Elementformulierungen	8
2.4	Versagensmechanismen in UD-Schichten	11
2.5	Evolution von Matrixschädigungen in eingebetteten UD-Schichten	12
2.6	Versagensmodi von Delaminationen	13
2.7	Versagensmodi von OHT-Prüfkörpern nach [32]	13
2.8	Schädigungszonen in in Open Hole Tension Prüfkörpern	14
2.9	Modellierungsvarianten des Degradationsverhaltens	16
3.1	Allgemeines Verhalten des Materialmodells	18
3.2	Bruchkurve im σ_{22} - τ_{21} -Spannungsraum nach PUCK	24
3.3	Steifigkeitsdegradation des linearen Schädigungsmodells	25
4.1	Flussdiagramm der UMAT innerhalb des impliziten Berechnungsablaufs	27
4.2	Flussdiagramm des inkrementellen UMAT-Algorithmus	29
4.3	Flussdiagramm der Fortran-Implementierung des Materialmodells	33
4.4	1-Element-Modell mit periodischen Randbedingungen	34
4.5	1-Element-Kontinuumsschalenmodell unter Wechselbelastung in Faserrichtung (links) und ebener Schubbelastung (rechts)	34
4.6	1-Element-Kontinuumsschalenmodell unter Druckbelastung (links) und Zugbelastung (rechts) quer zur Faserrichtung	35
5.1	Versuchsaufbau der Off-Axis-Zugversuche an unidirektionalen Laminaten mit Dehnmessstreifen	38
5.2	Geometrie der Prüfkörper mit abgeschrägten Aufleimern	38
5.3	Zerstörte 10°- bis 75°-Prüfkörper aus den Off-Axis-Zugversuchen	39
5.4	Bruchspannungen und -dehnungen der Prüfkörper aus den Off-Axis-Versuchen	39
5.5	Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 20°-Prüfkörper mit Mittelwertkurve	40
5.6	Methodik der Mittelwertberechnung	40
5.7	Gemittelte Spannungs-Dehnungs-Kurven der Off-Axis-Versuche	41
5.8	Masterkurve des Plastizitätsmodells für $a_{66}=0,8$	42
5.9	Flussdiagramm der iterativen Bestimmung von a_{66}	43
5.10	Qualitativer Vergleich unterschiedlicher Werte von a_{66}	43
5.11	Off-Axis-Simulationen der 10°-, 15°- und 20°-Prüfkörper (links) sowie 30°- und 45°-Prüfkörper (rechts) aus T700GC/M21	44
5.12	Off-Axis-Simulationen der 60°- und 75°-Off-Axis-Prüfkörper aus T700GC/M21	45
5.13	Simulationsmodell des $[\pm 45^\circ]_{2s}$ -Versuchs	45
5.14	Spannungs-Dehnungs-Verläufe verschiedener a_{66} -Werte in $[\pm 45^\circ]_{2s}$ -Simulationen an T700GC/M21	46
5.15	Bruchkurven nach CUNTZE im σ_2 - τ_{21} -Spannungsraum (links) und σ_2 - σ_3 -Spannungsraum (rechts)	47

5.16	Bruchkurve nach PUCK im σ_2 - τ_{21} -Spannungsraum	48
6.1	Mikroskopie des OHT-Prüfkörpers aus T700GC/M21: Bohrung mit 6 mm Durchmesser (links) und Schädigungen nach dem Versagen (rechts)	52
6.2	Simulationsmodell des Open Hole Tension Prüfkörpers (links) und Randbedingungen (rechts)	52
6.3	Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 2D- und 3D-Linde-UMAT von Abaqus [82] auf dem OHT-Simulationsmodelle für AS4/PEEK	53
6.4	Einfluss der Elementgröße im 2D-Simulationsmodell auf die Bruchfestigkeit	54
6.5	Vergleich strukturierter und unstrukturierter Netzaufbau	55
6.6	Einfluss der Elementgröße und des Netzaufbaus auf die Bruchfestigkeit im 3D-Modell	56
6.7	Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 2D- und 3D-Elemente im AS4/PEEK-Modell	57
6.8	Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 2D- und 3D-Elemente im T700GC/M21-Modell	58
6.9	Vergleich der Schadensevolution des Faserbruchs in 0°-Lagen des 2D-	59
6.10	Vergleich der Schadensevolution des Matrixversagens in 90°-Lagen	59
6.11	Vergleich der Schadensevolution des Schubversagens in 45°-Lagen	60
6.12	Vergleich angesammelter plastischer Dehnung \tilde{p} zum Zeitpunkt A	60
6.13	Schadenseinleitungspunkte durch Cuntze- und Puck-Kriterien im AS4/PEEK-Modell	61
6.14	Spannungs-Dehnungs-Verläufe unter Verwendung von Schalenelementen SC8R und S4R sowie deaktivierter Plastizität im AS4/PEEK-Modell	62
6.15	Position des kritischen Elements 13 162 in außen liegender 0°-Lage	62
6.16	Spannungs-Dehnungs-Verlauf (links) und Spannungs-Verschiebungs-Verlauf (rechts) in Element 13162 in Faserrichtung	63
6.17	Materialanstrengungen nach CUNTZE im Volumenelement 13162 (links) und Kontinuumsschalenelement 13162 (rechts)	63
6.18	Spannungs-Dehnungs-Verlauf der Volumenelemente mit 2D-Schädigung im AS4/PEEK-Modell	64
6.19	Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 2D- und 3D-Modelle aus AS4/PEEK mit kohäsiven Kontakten	66
6.20	Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 2D- und 3D-Modelle aus T700GC/M21 mit kohäsiven Kontakten	66
6.21	Auftretende Delamination an den Kontaktflächen innen liegender Lagen in den 2D- und 3D-Modellen bei Maximallast	67
6.22	Intensität transversaler Schädigungen im 3D-Modell (oben) und 3D-Modell mit kohäsiven Kontakten (unten) bei Maximallast	69
6.23	Einfluss des Bruchwiderstandes auf die Festigkeiten in den T700GC/M21-Modellen	70
A.1	Mittelwertkurven der Winkelserien aus den Off-Axisversuchen zu Bestimmung der Plastizitätsparameter	83
A.2	Spannungs-Dehnungsverläufe der Off-Axis-Simulationen mit $a_{66} = 1,0$	95

Tabellenverzeichnis

3.1	Aktivierungsbedingungen der Versagensmodi nach PUCK	23
4.1	Empfohlene Elementgrößen nach BÄZANT und OH [56] in mm	31
5.1	Materialparameter AS4/PEEK	36
5.2	Materialparameter T700GC/M21	37
5.3	Plastizitätsparameter AS4/PEEK und T700GC/M21	46
5.4	Cuntze- und Puck-Parameter AS4/PEEK und T700GC/M21	49
5.5	Querschubsteifigkeiten AS4/PEEK und T700GC/M21	50
6.1	Geometriedaten und Lagenaufbau der OHT-Versuche	51
6.2	Vergleich der Bruchlasten der Volumen- und Schalenmodelle	57
6.3	Interlaminare Materialkennwerte für kohäsive Kontakte	65
6.4	Rissfestigkeiten T700GC/M21 nach FURTADO et al. [69]	70

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

Abkürzungen

2D, 3D	Zwei- bzw. Dreidimensional
S4R	reduziert integriertes konv. Schalenelement mit 4 Knotenpunkten
SC8R	reduziert integriertes Kontinuumsschalenelement mit 8 Knotenpunkten
C3D8R	reduziert integriertes Volumenelement mit 8 Knotenpunkten
APSC	Wirkebenen-Kriterium nach PUCK (<i>action plane strenght criterion</i>)
CDM	Kontinuum-Schädigungsmechanik (<i>continuum damage mechanics</i>)
CLT	Klassische Laminattheorie (<i>classical laminate theory</i>)
FB	Faserbruch
FE	Finite Elemente
FEA	Finite-Elemente-Analyse
FEM	Finite-Elemente-Methode
FKV	Faser-Kunststoff-Verbund
FMC	Schadensmodi-Konzept nach CUNTZE
FSDT	Schubdeformationstheorie 1. Ordn. (<i>first-order shear deformation theory</i>)
ODB	Ergebnisdatenbank (<i>output database</i>)
OHT	Lochplatte unter Zugbelastung (<i>open-hole tension</i>)
SDV	Statusvariable (<i>solution-dependent state variable</i>)
UD	Unidirektional
UMAT	Nutzerdefiniertes Materialverhalten (<i>user-defined material subroutine</i>)
ZFB	Zwischenfaserbruch

Symbole

A	Scheiben-Steifigkeitsmatrix des Laminats	N/mm
B	Kopplungsmatrix	N
\mathbf{C}^{ep}	konsistente tangentielle Steifigkeitsmatrix	MPa
C	allg. Steifigkeitsmatrix, räumlich oder eben	MPa
$\mathbf{C}(d)$	degradierte Steifigkeitsmatrix	MPa
D	Platten-Steifigkeitsmatrix	Nmm
H	Intralaminare Schubsteifigkeitsmatrix	N/mm

I	Einheitsmatrix	-
M (<i>d</i>)	Schadensoperator	-
P	Abbildungsmatrix	-
Q	Schicht-Steifigkeitsmatrix im Schicht-KOS	MPa
$\bar{\mathbf{Q}}$	Schichtsteifigkeit im globalen KOS	MPa
S	Nachgiebigkeitsmatrix	mm ² /N
S (<i>d</i>)	geschädigte Nachgiebigkeitsmatrix	mm ² /N
Z	Abbildungsmatrix	-
<i>a</i> ₆₆	Plastizitätsparameter	-
<i>A</i>	Querschnittsfläche	mm ²
<i>b</i> _{<i>ij</i>}	Reibbeiwerte nach CUNTZE (<i>i,j</i> =⊥,)	-
<i>d</i>	Durchmesser	mm
<i>d</i> _{<i>i</i>}	Schädigungsvariable (<i>i</i> =11,22,12)	-
\dot{d}_M^v	viskose Schädigungsvariable	-
d_M^v	regularisierte Schädigungsvariable	-
<i>E</i> _{<i>i</i>}	Elastizitätsmodul (<i>i</i> =1,2,3)	MPa
<i>Eff</i> ^{<i>i,j</i>}	Materialanstrengung nach CUNTZE (<i>i</i> =⊥, ; <i>j</i> =σ, τ,)	-
<i>Eff</i> ^{<i>n</i>}	Gesamtmaterialanstrengung nach CUNTZE	-
<i>f</i>	plastisches Potential	MPa
<i>f</i> _{<i>E,i,j</i>}	Einzelanstrengungen nach PUCK (<i>i</i> =FF,IFF; <i>j</i> =T,C)	-
<i>F</i>	Fließkriterium	MPa
<i>G</i> _{<i>i,j</i>}	Schubmodul (<i>i</i> =1,2,3; <i>j</i> =1,2,3)	MPa
<i>G</i>	Energiefreisetzungsrage	N/mm
<i>G</i> _{<i>M</i>}	Rissfestigkeit in Modus M	N/mm
<i>G</i> _{<i>I,II,III</i>}	Rissfestigkeiten kohäsiver Kontakte	N/mm
<i>K</i> _{<i>i</i>}	Querschubsteifigkeit (<i>i</i> =11,22,12)	MPa
<i>K</i> _{<i>I,II,III</i>}	Steifigkeiten kohäsiver Kontakte	MPa
<i>l</i>	Länge	mm
<i>L</i> _{<i>c</i>}	charakteristische Elementlänge	mm
<i>L</i> [*]	kritische Elementgröße	mm
<i>M</i> _{<i>i</i>}	Schnittmomente normiert auf Breite (<i>i</i> =x,y,xy)	Nm/mm
<i>m</i>	Interaktionskoeffizient nach CUNTZE	-
<i>N</i> _{<i>i</i>}	Schnittkräfte normiert auf Breite (<i>i</i> =x,y,xy)	N/mm
\tilde{p}	skalärer Wert angesammelter plast. Dehnung	-
<i>p</i> _{<i>ij</i>} ^{<i>k</i>}	PUCK'sche Neigungsparameter (<i>i</i> =⊥; <i>j</i> =⊥, ; <i>k</i> =+,-)	-

P	Belastung	N
$R_{\perp\perp}^A$	Bruchwiderstand der Wirkebene	MPa
R_i	Festigkeit ($i=\parallel, \perp$)	MPa
$R_{\perp\parallel}$	Schubfestigkeit	MPa
$T_{I,II,III}$	Festigkeiten in kohäsiven Kontakten	MPa
t	Laminatdicke	mm
t_k	Lagendicke der Lage k	mm
U	Verschiebung	mm
V_i	Querschubkräfte normiert auf Breite	N/mm
w	Breite	mm
\bar{z}_k	Abstand Lagen- zur Laminatmittelfläche	mm
α	Exponent isotropes Verfestigungsgesetz	-
β	Koeffizient isotrops Verfestigungsgesetz	-
$\gamma_{i,j}$	Schubverzerrung ($i=1,2,x,y$; $j=2,3,y,z$)	-
δ	äquivalente Dehnung	-
$\Delta\varepsilon$	Dehnungsinkrement	-
ε_i	Dehnungen ($i=1,2,3,x,y,z$)	-
ε_i^p	plastischer Dehnungsanteil ($i=11,22,12$)	-
ε_i^e	elastischer Dehnungsanteil ($i=11,22,12$)	-
ε^{kl}	pertubierter Dehnungsvektor für die kl -Komponente	-
η	Viskositätskoeffizient	-
θ	Bruchwinkel	°
κ_i	Verdrillung ($i=x,y,xy$)	-
$\partial\lambda$	plast. Proportionalitätsfaktor	-
μ_{ij}	Reibungskoeffizient ($i=\perp$; $j=\perp, \parallel$)	-
ν_{ij}	Querkontraktionszahl ($i=1,2,3$; $j=1,2,3$)	-
$\nu_{ij}(d)$	degradierte Querkontraktionszahl ($i=1,2$; $j=1,2$)	-
φ	Lagenwinkel	°
σ_i	Normalspannung ($i=1,2,3,x,y,z$)	MPa
$\tilde{\sigma}_i$	effektive Spannung ($i=11,22$)	MPa
$\bar{\sigma}_y$	Fließgrenze	MPa
$\tau_{i,j}$	Schubspannung ($i=1,2$; $j=2,3$)	MPa
$\tilde{\tau}_{12}$	effektive Schubspannung	MPa
τ_{21}^c	Kritische Schubspannung nach PUCK	MPa

Tief- und hochgestellte Indizes

0	unbeschädigt; Zeitpunkt der Schadensinitiierung
abq	vom Abaqus-Gleichungslöser gegeben
c	charakteristisch
deg	degradiert
eff	effektiv
elem	elementbezogen
eq	äquivalent
ft,fc	Faserbruch durch Zug- bzw. Druckbelastung
M	Bruchmodi (M=ft,fc,mt,mc,s)
mt,mc	Zwischenfaserbruch durch Zug- bzw. Druckbelastung
n,n+1	Inkrementbezeichnung
result	resultierend
s	Zwischenfaserbruch durch Schubbelastung
f	Totalversagen
c/-	Druckrichtung (<i>compression</i>)
t/+	Zugrichtung (<i>tension</i>)
e	elastisch
p	plastisch
T	transponiert

Koordinatensysteme

x,y,z	Globales Strukturkoordinatensystem
1,2,3	Lokales Koordinatensystem einer UD-Schicht, 1 entspricht Faserparallel
, \perp	Zylindrisches Koordinatensystem einer UD-Schicht
φ	Orientierungswinkel von Faserschichten bezogen auf x

1 Einleitung

Faser-Kunststoff-Verbunde (FKV) werden aufgrund ihrer ausgezeichneten Materialeigenschaften wie hohen spezifischen Festigkeiten und Steifigkeiten bereits seit den 1970er-Jahren in der Luft- und Raumfahrt verwendet [1]. Die freie Formgebung ermöglicht, viele Einzelkomponenten in einem Strukturbauteil zu vereinen. Um das sich daraus ergebende Leichtbaupotenzial dieser Werkstoffe voll ausnutzen zu können, weichen konservative analytische Auslegungsmethoden zunehmend Simulationen auf Basis der Finite-Elemente-Methode. Diese bieten detailliertere Analysemöglichkeiten des komplexen Material- und Schädigungsverhaltens, insbesondere von Mehrschichtverbunden. Komplexe Geometrien und Lagenaufbauten stellen hohe Anforderungen an die Genauigkeit und Komplexität der verwendeten Simulationsmodelle. So benötigt die Finite-Elemente-Analyse von gelochten Platten ein umfassendes Materialmodell, um die auftretenden Schädigungs- und Plastizitätseffekte vor dem Strukturversagen abbilden zu können.

Effiziente Modellierungsstrategien basieren meist auf einer zweidimensionalen Betrachtung der Spannungszustände. Dabei werden die räumlichen Effekte, die in gelochten Platten auftreten, vernachlässigt. In der Literatur finden sich dennoch zweidimensionale Materialmodelle, die genaue Ergebnisse in Festigkeitsanalysen erzielen konnten [2–4]. Aus der Diskrepanz dieser Aussagen stellt sich die Frage, wie es durch zweidimensionale Formulierungen in den Materialmodellen möglich ist, das dreidimensionale Materialverhalten abzubilden. Im Rahmen dieser Arbeit soll daher der numerische Einfluss unterschiedlicher Schädigungsmechanismen in Open Hole Tension Prüfkörpern auf das Materialverhalten untersucht werden. Dafür wird ein Vergleich zwischen zwei- und dreidimensionalen Materialmodellen vorgenommen, die jeweils unterschiedliche Schädigungsmechanismen abbilden können.

In dieser Arbeit werden zunächst das Schädigungsverhalten von FKV und die in Open Hole Tension Prüfkörpern auftretenden Schädigungsmodi analysiert. Anschließend werden verschiedene Modellierungsmethoden im Rahmen der Finite-Elemente-Methode miteinander verglichen und die Aussagegenauigkeit vorhandener Modelle beschrieben. Auf Basis des dreidimensionalen Materialmodells nach VÖLKERINK et al. [5] wird ein zweidimensionales Materialmodell entwickelt. Diese theoretischen Formulierungen werden daraufhin als inkrementeller Algorithmus in der Finite-Elemente-Software Abaqus implementiert und verifiziert. Das integrierte Plastizitätsmodell erfordert die Ermittlung von Kennwerten durch Off-Axis-Zugversuche, die an der Materialkombination T700GC/M21 durchgeführt werden. Anhand einfacher Simulationsmodelle wird das Materialmodell validiert und das Plastizitätsmodell kalibriert.

Anschließend werden die Unterschiede des zweidimensionalen und dreidimensionalen Materialmodells hinsichtlich ihrer Schädigungsmodellierung und weiterer Faktoren mittels ausgewählter Open Hole Tension Versuche analysiert. Dafür werden Ergebnisse aus der Literatur mit dem Werkstoff AS4/PEEK sowie am DLR in Braunschweig vorliegende Versuchsdaten der Materialkombination T700GC/M21 verwendet. Insbesondere der Einfluss transversaler Schädigungsanteile und Delaminationen auf den Schädigungsverlauf der Simulationsmodelle wird detailliert analysiert. Zusätzlich werden weitere Einflussfaktoren bezüglich der Element- und Netzeigenschaften sowie der Rissenergie bewertet. Abschließend wird die Anwendbarkeit der verschiedenen Materialmodelle bewertet.

2 Skalenübergreifende Finite-Elemente-Modellierung unidirektionaler Faser-Kunststoff-Verbunde

Faserverstärkte Verbundwerkstoffe besitzen bedeutende Vorteile gegenüber traditionellen metallischen Werkstoffen. Ihr Einsatz ist vielseitig und sie sind vor allem in Bereichen mit Anforderungen an die Festigkeit, Steifigkeit und Gewicht etabliert. Ihre schichtweise Verarbeitung erlaubt es, komplexe Bauteilgeometrien mit lokal variablen Eigenschaften zu erzeugen [6]. Den Vorteilen stehen jedoch Nachteile bezüglich der hohen Material- und Fertigungskosten sowie ein großer experimenteller Aufwand in der Auslegung gegenüber. Das komplexe Materialverhalten führt nach klassischen Auslegungsmethoden zu konservativen Strukturbauteilen, die das Potenzial von FKV nicht vollständig ausnutzen. Durch effiziente, rechnergestützte Entwurfsprozesse ergeben sich präzise ausgelegte Bauteile. Ebenso wird die Anzahl aufwändiger Materialtests verringert beziehungsweise ganz ersetzt.

2.1 Herausforderungen analytischer und numerischer Abbildungen von FKV

Ein großer Anteil der in der Luft- und Raumfahrttechnik verwendeten Faserverbundstrukturen sind Mehrschichtverbunde, die aus Einzellagen mit unidirektional gerichteten Verstärkungsfasern bestehen [1]. Durch unterschiedliche Lagenorientierungen lässt sich das anisotrope mechanische Verhalten dieser Strukturen spezifisch für unterschiedliche Anwendungsfälle anpassen. Die hohen Steifigkeiten und Festigkeiten, die sich in den Faserrichtungen ergeben, können so auf die zu erwartenden Belastungen eingestellt werden. Durch einen Aufbau als Mehrschichtverbund entwickeln sich aus den physikalischen Grundeigenschaften der Einzellagen komplexe mechanische Zustände. Diese können durch analytische Berechnungsmethoden abgebildet werden, die jedoch meist auf der Annahme ebener Spannungszustände beruhen.

Analytische Untersuchungen ergeben sich durch eine lagenweise Betrachtung nach der linearen Elastizitätstheorie. Meist werden damit Auslegungen mit Anforderungen an statische Festigkeiten und Steifigkeiten sowie der Stabilität durchgeführt [1]. Die analytische Herangehensweise beinhaltet keine detaillierte Betrachtung von Nichtlinearitäten und dem Schädigungsverhalten der Strukturen. Diese ist außerdem auf einfache Geometrien und näherungsweise Formulierungen beschränkt. Dadurch sind umfangreiche Material- und Strukturversuche im Entwicklungsprozess nötig, die einen hohen Kosten- und Zeitaufwand verursachen.

Um die Anzahl an experimentellen Tests zu verringern, wird die numerische Auslegungsmethodik nach der Finite-Elemente-Methode eingesetzt. Hierfür werden zuverlässige Materialmodelle benötigt, die das mechanische Materialverhalten bis zum Eintreten des Versagens genau abbilden können. Insbesondere die Abbildung des Schädigungsverlaufs bleibt trotz jahrzehntelanger Forschung eine herausfordernde Aufgabe [7]. Realitätsnahe Modelle müssen intra- und interlaminare Schädigungsmechanismen und deren Interaktionen miteinander abbilden. Ebenso müssen sie die Ausbildung unterschiedlicher Bruchmodi in verschiedenen Laminataufbauten und Geometrien darstellen.

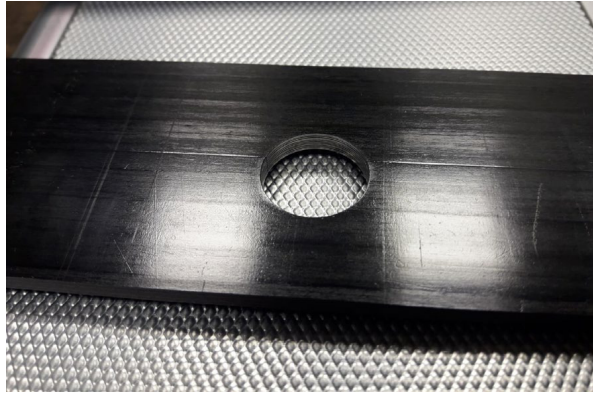


Abbildung 2.1 – Open Hole Tension Prüfkörper

Die Implementierung dieser Effekte in Materialmodelle ist eine komplexe Aufgabe und muss unterschiedliche Theorien zusammenbringen. Verifizierung und Validierung sind die wichtigsten Werkzeuge, um eine hohe Validität in die Modellvorhersagen zu ermöglichen. Dafür werden geeignete Versuche benötigt, die komplex genug sind, um ein umfängliches Zusammenwirken der Modellbestandteile abzubilden. Gleichzeitig sollte der Modellaufbau möglichst simpel sein, um einfache experimentelle Versuche mit akzeptablen Berechnungszeiten durchführen zu können. Hierfür haben sich Versuche an Open Hole Tension Prüfkörpern (vgl. Abb. 2.1) bewährt. Die Komplexität der Versuche wird zwischen reinen Materialtests und einfachen Strukturversuchen eingeordnet. OHT-Versuche ergeben zwangsläufig geometrische Interaktionen mit den Materialeigenschaften und begünstigen mit ihren dreidimensional auftretenden Spannungszuständen die Ausbildung unterschiedlicher Schädigungsmechanismen [8].

2.2 Finite-Elemente-Repräsentationen faserverstärkter Kunststoffe

Die allgemeine Betrachtung von Laminaten kann anhand von Skalen spezifiziert werden, die unterschiedliche Abstraktionsebenen abbilden. In Abbildung 2.2 sind die vier Einteilungen auf die Mikro-, Meso- und Makroskala sowie die Strukturebene dargestellt. Diese bauen aufeinander auf und umfassen jeweils alle tieferen Ebenen in sich [6].

Mikroskala

Auf mikromechanischer Skala nach Abbildung 2.3 werden die Fasern und das Matrixmaterial als unterschiedliche Werkstoffe mit jeweils eigenem Materialverhalten betrachtet. Das resultierende Verhalten des zweiphasigen Gemisches lässt hochauflösende Beobachtungen zu. Meist werden Steifigkeiten, Festigkeiten, das interlaminare Schädigungsverhalten der Faser-Matrix-Verklebung sowie Risse in der Matrix experimentell, analytisch oder numerisch untersucht. Der geringe Maßstab eignet sich ausschließlich, um Lagenausschnitte zu untersuchen und wird oftmals zu Voruntersuchungen für verschmierte Materialeigenschaften in den höheren Skalen verwendet [6]. ERNST et al. [9] entwickelten einen multiskaligen Algorithmus, der durch mikromechanische Simulationen die Materialparameter für die Mesoskala berechnet. Mesomechanische Simulationen werden verwendet,

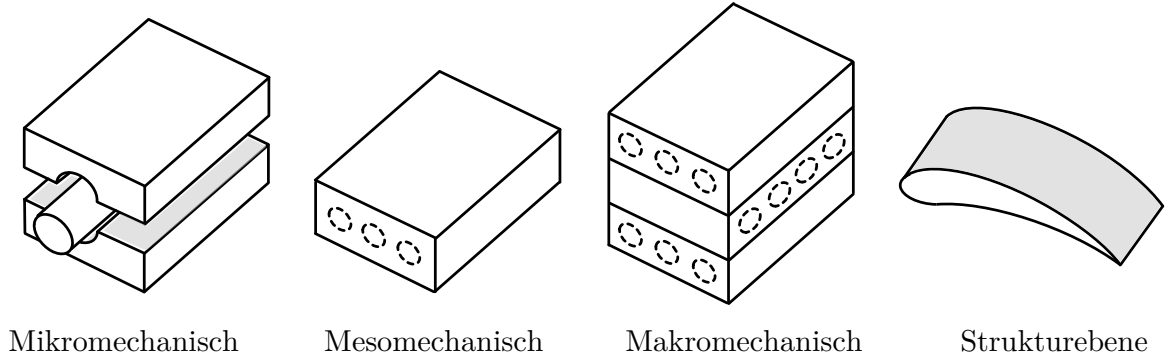


Abbildung 2.2 – Skalenbezogene Betrachtung von UD-Laminaten

um Materialeigenschaften von Einzellagen zu berechnen, die in Simulationen der Makroskala benötigt werden. Durch dieses Vorgehen kann auf aufwendige Materialtests verzichtet werden.

Mesoskala

Auf der Mesoskala wird das Faser-Matrix-Gemisch als homogenes, anisotropes Material angesehen (vgl. Abb. 2.2). Die Steifigkeits- und Festigkeitswerte setzen sich aus den verschmierten individuellen Faser- und Matrixeigenschaften zusammen und beziehen sich so auf das gesamte betrachtete Volumen. Die Werte werden hier analytisch durch Mischungsregeln, numerischen mikromechanischen Ansätzen sowie experimentellen Versuchen an einlagigen Laminaten bestimmt [10]. Bei linear-elastischer Betrachtung wird das Materialverhalten in einer Lage üblicherweise durch ein orthotropes Materialgesetz beschrieben. Die dabei definierten Hauptrichtungen liegen in Faserrichtung (1 bzw. \parallel), quer zur Faserrichtung (2 bzw. \perp) sowie in Dickenrichtung der Schicht (3 bzw. \perp) [11]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & sym. & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

Die dreidimensionale Formulierung stellt den Zusammenhang zwischen Spannungsvektor σ und Dehnungsvektor ε mittels der Steifigkeitsmatrix \mathbf{C} dar, deren Einträge C_{ij} über die Materialkonstanten der Elastizitätsmodule E_i , Schubmodule G_{ij} und Querkontraktionen ν_{ij} definiert sind:

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= E_1 \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{\nu} & C_{12} &= E_2 \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{\nu} & C_{44} &= G_{23} \\
 C_{22} &= E_2 \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{\nu} & C_{13} &= E_2 \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{\nu} & C_{55} &= G_{13} \\
 C_{33} &= E_2 \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{\nu} & C_{23} &= E_2 \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{\nu} & C_{66} &= G_{12}
 \end{aligned}$$

$$\text{mit } \nu = 1 - \nu_{21}\nu_{12} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{32}\nu_{21}\nu_{13}. \quad (2.2)$$

Weiterhin gelten die MAXWELL-BETTI Symmetriebedingungen:

$$\nu_{ij}E_j = \nu_{ji}E_i. \quad (2.3)$$

Mit Annahme von transversaler Isotropie durch einen homogenen Matrixwerkstoff sowie gleichmäßig verteilten Fasern in der Lage kann das Materialverhalten in Quer- und Dickenrichtung gleichgesetzt werden:

$$E_3 = E_2, \quad G_{13} = G_{12}, \quad \nu_{13} = \nu_{12}, \quad G_{23} = \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})}. \quad (2.4)$$

Die Anzahl unabhängiger Werkstoffkennwerte reduziert sich hierdurch bei linear-elastischer Modellierung auf lediglich fünf Kennwerte (E_1 , E_2 , G_{12} , ν_{12} und ν_{23}). Die Formulierung in Gleichung 2.2 umfasst alle räumlichen Spannungen und Dehnungen und stellt zusammen mit den getroffenen Annahmen die Ausgangsbasis für eine Vielzahl analytischer und numerischer dreidimensionaler Berechnungsmethoden dar. Durch die Annahme eines ebenen Spannungszustandes können alle Spannungen und Dehnungen, die außerhalb der 12-Ebene auftreten, vernachlässigt werden. Daraus ergibt sich die folgende zweidimensionale Formulierung [11]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Diese Variante findet in ebenen Problemstellungen große Anwendung. Dies liegt an der geringeren Anzahl an Formeln und der dadurch verringerten Komplexität darauf aufbauender Materialmodelle. Ebenso können durch schnellere Berechnungen größere Modelle analysiert werden. Sie bildet die Grundlage für die klassische Laminattheorie (CLT, *classical lamination theory*) und die darauf aufbauende Schubdeformationstheorie erster Ordnung (FSDT, *first-order shear deformation theory*). Diese lassen sich der nächsthöheren Skalenebene zuordnen und stellen die meist verbreiteten Laminattheorien dar [10].

Makroskala

Auf der Makroskala wird ein Mehrschichtverbund aus gestapelten Lagen betrachtet (vgl. Abb. 2.2). Ein Laminatvolumen besteht demnach aus quasihomogenen, orthotropen Einzellagen, die perfekt miteinander verbunden sind und dünnwandiges Strukturverhalten abbilden. Neben den Materialkennwerten aus der Mesoskala und der geometrischen Beschreibung wird das Laminat durch die Lagenwinkel φ_i der Einzellagen charakterisiert. Diese beziehen sich auf den Winkel zwischen der jeweiligen Faserrichtung und einer laminatbezogene Achse [12].

Die Spannungsanalyse auf Makroebene ermöglicht es, sowohl interlaminare wie auch intralaminare Spannungen und Dehnungen zu berechnen. Die Berechnung erfolgt üblicherweise unter Annahme zweidimensionaler Spannungszustände nach der CLT (vgl. Gleichung 2.5), die auf den KIRCHHOFF-LOVE-Hypothesen basiert. Dabei wird ein linearer Ansatz der Membranverschiebung über die Dicke verwendet und alle Spannungseffekte außerhalb der Mittelebene vernachlässigt. Charakteristisch ist, dass durch die bei Biegeverformungen konstant orthogonal zur Oberfläche verbleibenden Querschnitte

keine Querschubspannungen und -effekte induziert werden. Ebenso treten keine Normalspannungen in Dickenrichtung auf [1].

Die FSDT basiert auf der REISSNER-MINDLIN-Plattentheorie und integriert zwei zusätzlich Freiheitsgrade, die Drehungen der unverformten Querschnittsflächen gegenüber der Plattenmittellinie erlauben. Die konstanten Schubverformungen erzeugen konstante Schubspannungen in Dickenrichtung. Diese sind interlaminar unstetig und erzeugen Spannungssprünge an den Lagenübergängen [13]. Das Materialverhalten einer lokal betrachteten Schicht wird beschrieben durch [11]:

$$\sigma = \mathbf{Q}\varepsilon$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

mit $Q_{44} = G_{23}$, $Q_{55} = Q_{66} = G_{12}$ und $Q_{ij} = C_{ij}$; $i, j = 1, 2$.

Durch Integrationen über die Dicke t des Laminates kann die Membransteifigkeitsmatrix \mathbf{A} , die Koppelsteifigkeitsmatrix \mathbf{B} , die Plattensteifigkeit \mathbf{D} sowie die interlaminare Schubsteifigkeitsmatrix \mathbf{H} berechnet werden, nachdem die lokalen Schichtsteifigkeiten \mathbf{Q} in die globalen Schichtsteifigkeiten $\bar{\mathbf{Q}}$ der Laminatkoordinaten transformiert wurden [14]:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k t_k; \quad i, j = 1, 2, 6 \\ B_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k t_k \bar{z}_k; \quad i, j = 1, 2, 6 \\ D_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k \left(t_k \bar{z}_k^2 + \frac{t_k^3}{12} \right); \quad i, j = 1, 2, 6 \\ H_{ij} &= \frac{5}{4} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k \left[t_k - \frac{4}{t^2} \left(t_k \bar{z}_k^2 + \frac{t_k^3}{12} \right) \right]; \quad i, j = 4, 5. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dafür werden die Lagendicken t_k der Einzellege k sowie die Abstände der Mittelflächen der Einzellegen zur Laminatmitte \bar{z}_k verwendet. Das Materialverhalten des Laminates mit den Schnittkräften $N = (N_x, N_y, N_{xy})^T$, Schnittmomenten $M = (M_x, M_y, M_{xy})^T$ und Querschubkräften $V = (V_y, V_x)^T$ kann dann über die $ABDH$ -Matrix ins Verhältnis zu den Verzerrungen in der Ebene $\varepsilon = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})^T$, der Krümmung und Verdrillung $\kappa = (\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{yx})^T$ sowie den Schubverzerrungen $\gamma = (\gamma_{yz}, \gamma_{xz})^T$ gesetzt werden:

$$\begin{pmatrix} N \\ M \\ V \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} & 0 \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \kappa \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Es existieren weitere Schubtheorien höherer Ordnung sowie Theorien, die auf den dreidimensionalen Formulierungen nach Gleichung 2.1 basieren und dadurch lineare Dehnungen in Dickenrichtung ε_z abbilden [13]. Diese finden aufgrund ihrer komplexen Formulierungen jedoch nur bedingt Einsatz in konkreten Anwendungen. In Bezug auf Modellierungen innerhalb der FEM wird hauptsächlich auf die Annahmen der CLT und FSDT zurückgegriffen. Diese sind beispielsweise in den Formulierungen von dünnen und dicken Schalenelementen zu finden [15].

Strukturebene

Die strukturumfassende Ebene nach Abbildung 2.2 bezieht sich auf gesamte Komponente mit komplexen Geometrien und unterschiedlichen Lagenaufbauten. Ziel dieser erweiterten makroskopischen Betrachtung ist es, Spannungen an beliebiger Position des Bauteils zu berechnen und daraus Aussagen auf die Gesamteigenschaften der Komponente zu treffen. Dies betrifft meist die Festigkeit sowie das Auftreten von Schädigungen und Versagen [6].

Umsetzung unidirektionaler Mehrschichtverbunde in Finite-Element-Anwendungen

Die strukturmechanische Betrachtung von Lochplatten ordnet sich innerhalb der Meso- und Makroebene ein. In Bezug auf diese beiden Skalen werden in der Finite-Element-Analyse (FEA) üblicherweise zwei Modellierungsansätze verwendet, die im Mehrschichtverbund jede Lage individuell betrachten oder alle Einzellagen in einer äquivalenten Einzelschicht zusammenfassen [6]. Den beiden Ansätzen liegen somit die beschriebenen Annahmen und Berechnungsmethoden der Meso- und Makroskala zugrunde. Daraus ergibt sich eine unterschiedliche Ergebnisgenauigkeit wodurch deren Auswahl für jede individuelle Problemstellung evaluiert werden muss.

Je nach verwendeter Software werden verschiedene theoretische Methoden miteinander kombiniert, um Laminats in der FEM modellieren zu können. Dabei findet immer ein Abwägen zwischen Genauigkeit, Vielseitigkeit, Anwendbarkeit und Berechenbarkeit statt. Die grundsätzlichen Zusammenhänge der Methode der äquivalenten Einzelschicht sowie in der lagenweisen FE-Modellierung basieren aber auf den gleichen Prinzipien und sind in ähnlicher Form in der meisten FE-Software implementiert. Die im Folgenden vorgestellten Umsetzungsmöglichkeiten werden anhand der in dieser Arbeit verwendeten FE-Software Abaqus [15] beschrieben, sind grundsätzlich aber auch auf andere Anwendungen übertragbar.

Makromechanische Modellierung

Innerhalb dieser Modellierungsmethode wird die Stapelreihenfolge der Lagen als Materialeigenschaft verstanden. Sie ist definiert über die Schichtdicken und -winkel sowie dem üblicherweise als orthotrop angenommenen Materialverhalten. Die Zuordnung dieser Informationen geschieht durch ein einzelnes Element, welches das Laminat in Dickenrichtung diskretisiert und die Gesamtsteifigkeit des Laminates so äquivalent repräsentieren kann. Der Ansatz ermöglicht es, analog zur CLT und FSDT, etablierte Modelle für homogene Strukturen wie die KIRCHHOFF'sche oder REISSNER-MINDLIN-Plattentheorie je nach Art und Formulierungen des verwendeten Elements zu nutzen. Die Anzahl an Freiheitsgraden des Simulationsmodells ist somit unabhängig von der Lagenanzahl.

Die makromechanische Modellierung kann Spannungsfelder in Dickenrichtung des Laminats nicht korrekt repräsentieren. Bei dem Auftreten von stärkeren dreidimensionalen Spannungsfeldern können

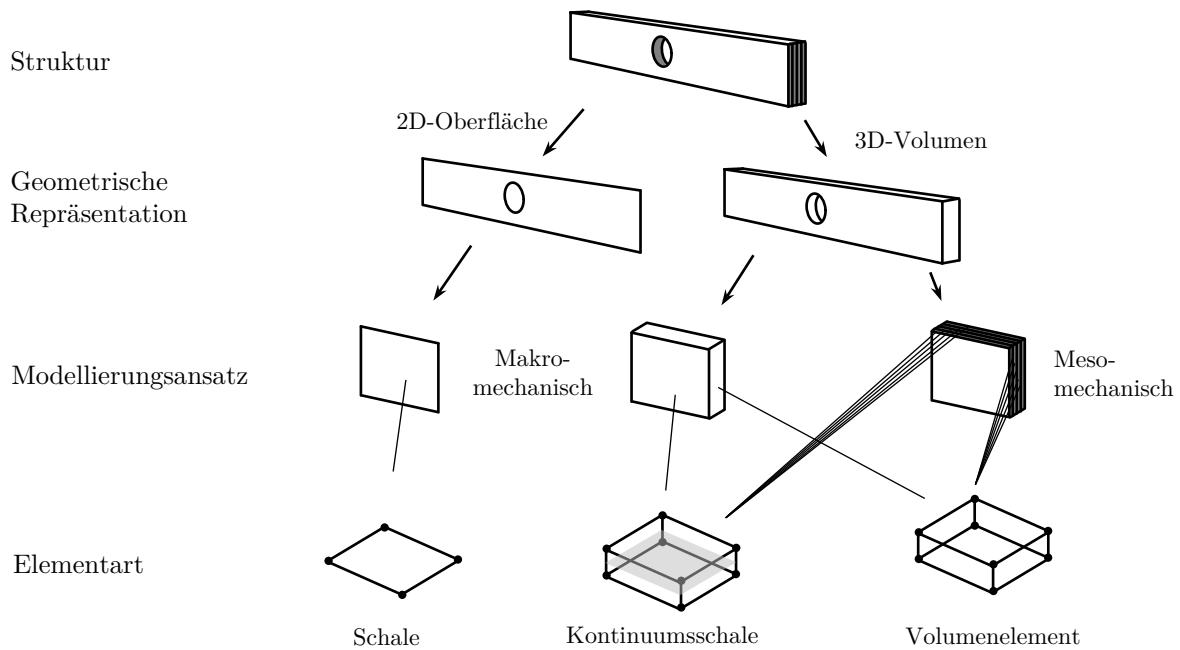


Abbildung 2.3 – Skalenbezogene Elementformulierungen

so Berechnungsungenauigkeiten entstehen [16]. Die Integrationen über die Dicke im Laminat werden in einer beliebigen Anzahl an Integrationspunkten durchgeführt, an welchen angeforderte Ergebnisse wie Spannungen, Dehnungen oder Statusvariablen des Materialmodells ausgegeben werden können [17].

Mesomechanische Modellierung

In der mesomechanischen Modellierung wird das Laminat mit mindestens einem Element pro Lage in Dickenrichtung geometrisch repräsentiert, besitzt also lagenweise eigene Freiheitsgrade. Je nach Lagenanzahl ist der Ansatz somit auf die Berechnungszeit bezogen schnell deutlich aufwändiger, erzielt aber aufgrund der zusätzlichen Freiheitsgrade deutlich genauere Ergebnisse. Die Auflösung in Dickenrichtung ist von der Anzahl an Elementen pro Lage abhängig. Diese repräsentieren das orthotrope Volumen der Mesoebene [6].

Elementformulierungen für Laminat-Strukturen

Moderne FE-Software stellt meist eine Vielzahl verschiedener Elementformulierungen zur Verfügung, die in unterschiedlichen Formen auftreten. Die passende Formulierung ist vom Anwendungsfall abhängig und bezieht sich in erster Linie darauf, wie das Laminat in Dickenrichtung repräsentiert werden soll [15]. Dünne Laminat in denen größtenteils ebene Spannungszustände unter Belastungen zu erwarten sind, können effizient durch eine äquivalente Einzelschicht modelliert werden. Die Struktur wird dabei in eine geometrische 2D-Oberfläche transformiert und die mechanischen Eigenschaften in Dickenrichtung werden mit einem Materialparameter substituiert. Die zweite Möglichkeit besteht darin, die Struktur dreidimensional nachzubilden, wodurch sich eine geometrische Repräsentation der Dicke ergibt. Die geometrischen Annahmen betreffen die Auswahl des konkreten Elementtyps. Die Abhängigkeiten dazu sind in Abbildung 2.3 ausgehend von einem Open Hole Tension Prüfkörper dargestellt.

Konventionelle Schalenelemente

Konventionelle Schalenelemente werden meist für die Modellierung von dünnwandigen Strukturen verwendet. Sie diskretisieren die Strukturgeometrie zweidimensional und behandeln die Eigenschaften in Dickenrichtung als Materialparameter. Dünne Schalenelemente basieren auf der KIRCHHOFF'schen Plattentheorie und besitzen 5 Freiheitsgrade, aus denen sich die ebenen Dehnungskomponenten ε_x , ε_y und γ_{xy} ergeben. Dicke Schalenelemente implementieren zusätzliche Schubverformungen in Dickenrichtung durch Biegung nach der MINDLIN-REISSNER-Plattentheorie.

In beiden Fällen werden nur die Spannungen in der Ebenen ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) direkt ausgegeben. Die Schubspannungen τ_{xz} und τ_{yz} werden über Gleichgewichtsgleichungen, abgegrenzt vom Materialmodell berechnet. Auftretende Spannungs- und Dehnungskomponente in Dickenrichtung σ_z und ε_z werden ignoriert. Änderungen in der Dicke der Schale sind somit ausgeschlossen. Schalenelemente werden bei der Repräsentation von Laminaten meist in Form von Allzweck-Schalenelementen (*general-purpose shells*) eingesetzt, deren Formulierungen sich automatisch den Dickenverhältnissen anpassen [6, 15].

Kontinuumsschalenelemente

Kontinuumsschalenelemente diskretisieren die Laminatgeometrie vollständig im 3D-Raum und sind für Analysen mit großen Dehnungen geeignet. Ihr Einsatz ist vielseitig, da diese robuste und exakte Ergebnisse für dünne beziehungsweise dicke Schalenprobleme ergeben. Kontinuumsschalen erscheinen äußerlich wie Volumenelemente, ihr kinematisches und konstitutives Verhalten ist jedoch den konventionellen Schalenelementen sehr ähnlich. Sie implementieren die Effekte von Querschubverformungen durch die MINDLIN-REISSNER-Annahmen und können aufgrund des geometrischen Aufbaus zusätzlich Änderungen in ihrer Dicke realisieren.

Laminat können durch gestapelte Elemente lagenweise repräsentiert werden, wodurch sich verbesserte Abschätzungen der Querschubspannungen und -kräfte ergeben. Es wird empfohlen, sie nur in Fällen einzusetzen, in denen die Dickenänderung weniger als 10 % beträgt [15]. Dickenänderungen der Elemente basieren auf den Verschiebungen der sechs bis acht translatorischen Knotenpunkte. Diese ergeben sich durch Berechnungen mit Elastizitätsmodulen und Querkontraktionen, die bei Analysebeginn definiert werden. Die Steifigkeiten bleiben über den Verlauf der Analyse konstant und sind nicht direkt in den Berechnungen zum Materialverhalten mittels Steifigkeitsmatrix verankert.

Es ist somit auch nicht möglich, Schädigungsmechanismen über Steifigkeitsdegradationen außerhalb der Elementebene zu implementieren. Kontinuumsschalenelemente bieten verbesserte Abschätzungen in Dickenrichtung im Vergleich zu konventionellen Schalen. Um ein komplexes dreidimensionales Materialverhalten abzubilden, muss jedoch auf die vollumfänglichen Volumenelemente gewechselt werden. Durch den identischen räumlichen Aufbau lassen sich diese beiden Elementtypen direkt über ihre Knotenpunkte mathematisch miteinander verbinden.

Volumenelemente

Volumenelemente diskretisieren eine dreidimensionale Geometrie, ohne dass ihnen vereinfachende Annahmen zugrunde liegen. Dadurch stehen sämtliche räumliche Spannungen und Dehnungen zu Verfügung, wodurch sich jedoch auch längere Rechenzeiten ergeben. Bei korrekter Anwendung

lassen sich durch das gänzlich betrachtete Spannung- und Dehnungsfeld exakte und detailreiche Ergebnisse erzielen. In der mesomechanischen Modellierung entstehen dünne Elementlagen. Bei Verwendung von Volumenelementen muss beachtet werden, dass deren Genauigkeit mit zu großen Seitenverhältnissen sinkt. Entstehen im Modell komplexe Spannungszustände und wird in der Analyse mehrdimensionales Material-, Schädigungs- und Degradationsverhalten benötigt, sind meist alleinig Volumenelemente geeignet.

Grundsätzlich eignen sich alle Elementtypen für Strukturuntersuchungen von Laminaten. Gerade für Anwendungen, in denen gesichert ist, dass auftretende Spannungen außerhalb der Lagenmittelebenen keinen größeren Einfluss auf den Ablauf haben, kann es von Vorteil sein, die vereinfachten Annahmen der Schalentheorien zu verwenden. Dadurch verringert sich der Aufwand in den Formulierungen des Materialverhaltens deutlich - insbesondere wenn Schädigungen und Degradationen implementiert werden sollen [14].

2.3 Inter- und intralaminare Schädigungs- und Plastizitätsverhalten

Um das Materialverhalten von Faserkunststoffverbunden bis zum Verlust der Tragfähigkeit realistisch modellieren zu können, müssen die unterschiedlichen Schädigungsmechanismen sowie das Auftreten plastischen Verhaltens unter Belastungen charakterisiert werden. Durch die anisotropen Verhältnisse im Laminat ergeben sich sowohl auf Meso- und Makroebene, wie auch auf die Struktur bezogen, unterschiedliche Mechanismen, die sich gegenseitig beeinflussen. Aufgeteilt in einen faser- bzw. matrixdominierten Bereich führt die Art des Auftretens dieser Effekte zu unterschiedlichen Versagensmodi in OHT-Körpern.

Faserdominiertes Verhalten

Das Materialverhalten auf Mesoebene wird in Faserrichtung maßgeblich durch die Eigenschaften der Fasern bestimmt, welche sich nahezu rein-elastisch bis zum Versagen verhalten. In unidirektionalen Zugversuchen wurden teils leichte Versteifungseffekte beobachtet, denen unterschiedliche Ursachen zugeschrieben werden können. Diese betreffen eine verbesserte Ausrichtung der Graphitebenen innerhalb von Kohlenstofffasern sowie geometrische Dehn- und Rotationseinflüsse [18]. Dieser Effekt wird in den meisten Materialmodellen jedoch nicht weiter vertieft. Ein abruptes Zerreißen aller Fasern in einer Lage orthogonal zur Faserrichtung, wie in Abbildung 2.4 dargestellt, charakterisiert den spröden Modus des Faserbruchs unter Zugbelastung. Individuelles Reißen einzelner Fasern innerhalb von Lagen kann bereits ab 50 - 70 % der Faserfestigkeit beobachtet werden.

Faserversagen in Druckrichtung ist ein vergleichsweise wenig erforschtes Phänomen [19, 20]. Fasern mit geringen Festigkeiten können zwar direkt durch Druckbelastungen brechen, bei den meisten Faser-Matrix-Kombinationen zeigen die Fasern jedoch eher ein mikro- oder makroskopisches Abknickverhalten. Abhängig von der Materialkombination und dem Faservolumenanteil reicht dieses bis zum Faserknicken (sog. *kinking*), bei welchem die Fasern in größeren Lagenbereichen gemeinsam in dieselbe Richtung abknicken. Das stabilisierende Matrixmaterial hat somit großen Einfluss auf die Druckfestigkeit in Faserrichtung [20].

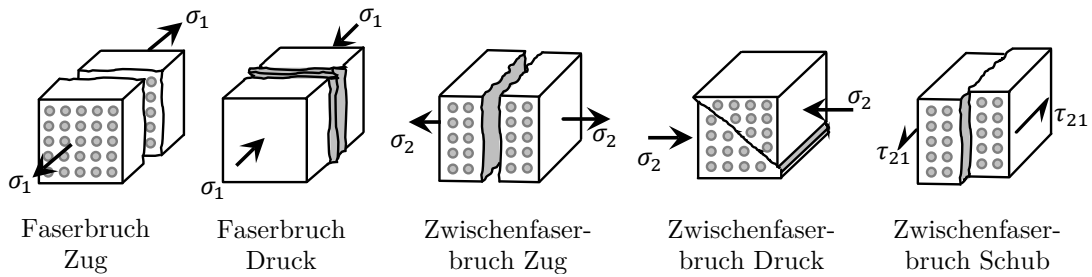


Abbildung 2.4 – Versagensmechanismen in UD-Schichten

Matrixdominiertes Verhalten

Zug- oder Druckbelastungen orthogonal zur Faserrichtung und Schubbeanspruchungen sind Auslöser für die Zwischenfaserbrüche, die in Abbildung 2.4 dargestellt sind. Der Begriff umschreibt dabei makroskopische Risse, die in Form von faserparallelen Bruchebenen über die gesamte Lagendicke hinweg durch die Matrix verlaufen und von den versetzten Fasern der angrenzenden Schichten gestoppt werden. Mit einer Zunahme der Anzahl an Rissen in einer Lage und Aufweitungen in den Rissbreiten sinkt die Steifigkeit. Gleichzeitig steigt die Gefahr von Delamination an den Lagenübergängen [21]. Der Bruchwinkel θ , den die Bruchfläche ausbildet, ist dabei vom Spannungszustand abhängig. Der Maximalwinkel beträgt circa 45° bis 55° , bei dreidimensionalen Spannungszuständen sind auch größere Winkel möglich. Bei ebenen Spannungsverhältnissen bildet sich unter Zugbelastung sowie im kombinierten Fall einer kleineren Druck- mit größeren Schubspannung eine orthogonal zur Mittelebene stehende Bruchebene in Faserrichtung aus [22].

Bereits vor Bildung diskreter Matrixrisse kann in Experimenten nichtlineares Materialverhalten in Form degradierender Steifigkeiten festgestellt werden [23, 24]. Dieses kann teilweise durch Mikroschäden begründet werden, die bereits im Herstellungsprozess eingebracht werden. Durch unterschiedliche Wärmeausdehnungskoeffizienten sowie einer Schrumpfung der Matrix aufgrund von Polymerisation treten bereits Eigenspannungen im Matrixmaterial nach dem Aushärtungsvorgang auf. Diese können zu fehlerhaften Faser-Matrix-Verbindungen und Mikrorissen führen, die unter Beanspruchung sowohl in Anzahl als auch in ihren Dimensionen wachsen können. Zusätzliche Haarrisse können sich unter Schubbelastungen entwickeln, sowie lokal erhöhte Spannungen in der Matrix in Bereichen einzelner, zerrissener Fasern [6].

Zusätzlich zu Mikrorissen ergeben sich Nichtlinearitäten aus dem plastischen Verhalten der Matrix. Unter Krafteinwirkungen findet werkstoffspezifisches Fließen durch dauerhafte Streckungen und Ausrichten der Polymerketten statt. Im ebenen Spannungszustand wird diese plastische Verformung im Wesentlichen interaktiv durch die Querspannung σ_2 und die Schubspannung τ_{12} hervorgerufen. Im Faser-Matrix-Verbund sind die Fließvorgänge stark abhängig von der Belastungsrichtung, da sie zwischen den eingebetteten Fasern in unterschiedlichen Ebenen stattfinden [25].

Druckspannungen quer zur Faserrichtung verzögern ein Fließen in Schubrichtung und erhöhen so die Festigkeit. Der Einfluss von Zugspannungen ist hingegen in der Literatur noch nicht detailliert begründet. Nach TAUBERT [25] gibt es zwar experimentelle Auswertungen, diese kommen jedoch beim Einfluss von Zugspannungen auf das nichtlineare Verhalten zu unterschiedlichen Ergebnissen [26, 27]. Hier spielen auch Faserrotationen eine Rolle, da sie besonders bei größeren Deformationen

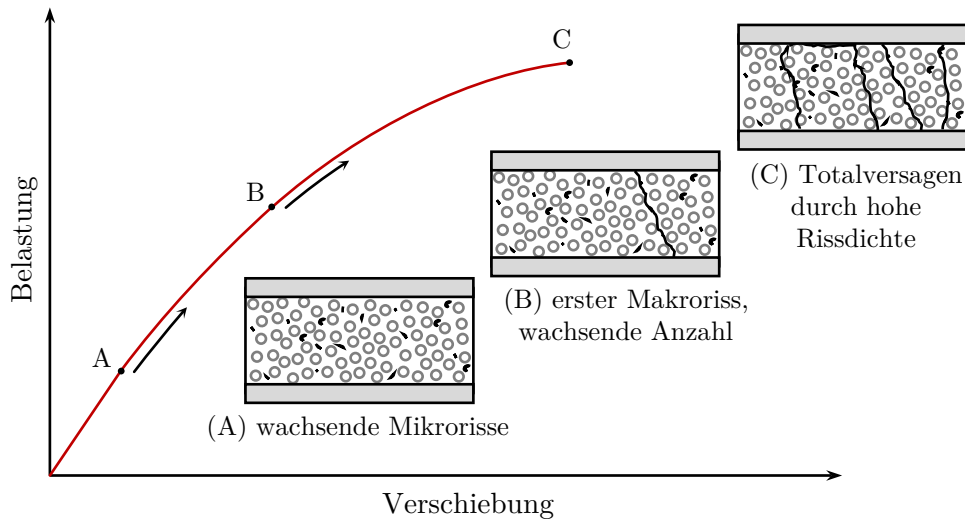


Abbildung 2.5 – Evolution von Matrixschädigungen in eingebetteten UD-Schichten

Einfluss auf das nichtlineare Materialverhalten haben. Durch Verformungen der Laminatschichten ergeben sich dabei Änderungen im Winkel zwischen der Ausrichtung der Fasern im Vergleich zu ihrer Ausgangslage, wodurch sich auch Änderungen in den anisotropen Eigenschaften ergeben. Das Unterschätzen der Effekte der Faserrotationen kann signifikante Fehler in der Einschätzung des Spannungs-Dehnungs-Zustandes in den Lagen zur Folge haben, wobei insbesondere Quer- und Schubspannungen betroffen sind [28]. In der Literatur werden die Effekte von Matrixplastizität, Mikrorissen und Faserrotation oft unter dem Begriff der *Pseudoplastizität* zusammengefasst und ihre Effekte in Modellen als verschmiert betrachtet.

Der Verlauf der matrixbezogenen Schädigungen in einer Laminatlage lässt sich in drei Bereiche einteilen, die durch unterschiedliches Verhalten charakterisiert sind. Unter geringen Belastungen entsteht trotz der bereits von Beginn an vorhandenen Mikrorisse und -schädigungen ein quasielastisches Verhalten. Dieses verläuft bis Punkt A in Abbildung 2.5. Je nach Laminatkonfiguration können Nichtlinearitäten allerdings bereits hier beobachtet werden. Bei Lastzunahme ist ab Punkt A nichtlineares Verhalten zu beobachten, welches durch Wachstum und neu gebildete Mikrorisse sowie plastische Verformungen der Matrix entsteht. Die Mikroschädigungen nehmen zu, bis sich in Punkt B der erste makroskopische Riss in Form eines Zwischenfaserbruchs bildet. Bei weiterer Dehnung steigt die Anzahl an Makrorissen an, welche die Steifigkeit zusätzlich verringern, bis in Punkt C das Totalversagen eintritt.

Die Ausbildung der Bereiche ist von der Werkstoffkombination sowie dem Laminataufbau abhängig. So fällt Punkt B unter Zugbelastung quer zur Faserrichtung in UD-Proben mit Punkt C zusammen. Ohne umgebende rissstoppende Lagen führt die erste Bildung eines Makrorisses direkt zum Versagen. Die Spannungszustände im Laminat haben großen Einfluss auf die Schädigungsentwicklung ab Punkt B, da Zugspannungen in der Lage die Risse weiter öffnen, Druckspannungen die Rissoberflächen jedoch aufeinanderpressen und sich so ungeschädigte Druck- und Schubsteifigkeiten in der Lage ergeben können.

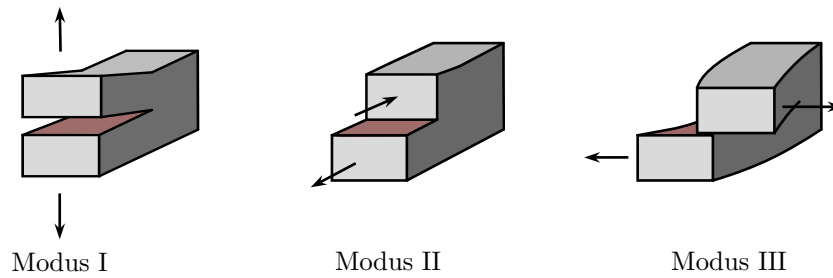


Abbildung 2.6 – Versagensmodi von Delaminationen

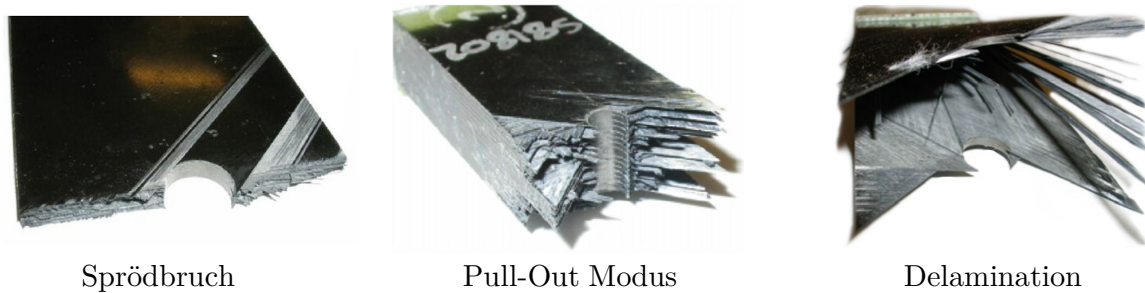


Abbildung 2.7 – Versagensmodi von OHT-Prüfkörpern nach [32]

Delaminationen entstehen durch interlaminare Spannungen in Form von Zugspannung in Dickenrichtung und Schubspannungen an den Schichtübergängen. Sie werden in den drei gezeigten Modi (Abb. 2.6) für Zugsanstrengung, ebener Schubanstrengung in Faserrichtung sowie Querschubanstrengung unterschieden. Typischerweise entstehen diese an Lasteinleitungspunkten, bei Biegungen und an freien Kanten des Laminates [29, 30]. Sie sind begünstigt durch Spannungskonzentrationen an Lagenoberflächen, die durch Produktionsfehler oder Anhäufungen von Matrixmaterial entstehen können. Weiterhin können Zugbelastungen Makrorisse aufweiten, wodurch lokale Delamination hervorgerufen wird. Ebenso werden sie durch Spannungsüberhöhungen in den Rissspitzen eingeleitet, sobald die Dichte der Zwischenfaserbrüche in einem Bereich einen kritischen Wert erreicht [31]. Im Falle schräger Bruchebenen können sie auch durch Schichten entstehen, die sich in Dickenrichtung zueinander verschieben.

Bruchverhalten von Open Hole Tension Körpern

Die matrix- und faserdominierten Schädigungsmechanismen ergeben sich durch die auftretenden Spannungszustände in den Lagen und dem Laminat. In komplexen Geometrien wie bei OHT-Prüfkörpern ist im Vorhinein nicht ausreichend abzuschätzen, welche Mechanismen in welcher Intensität eintreten. Aus den treibenden Mechanismen entstehen unterschiedliche Schädigungsverläufe. In gekerbten Probenkörpern mit mittig eingebrachtem Loch können die drei in Abbildung 2.7 gezeigten Modi Sprödbruch, Pull-Out (engl.: Ausreißmodus) und Delamination auftreten [32]. In Open Hole Tension Simulationen liegt eine zwangsläufige Interaktion zwischen der Geometrie und den Materialeigenschaften vor [8].

Sprödbrüche sind von Faserbruch dominiert. Sie lassen sich durch relativ glatte Bruchoberflächen orthogonal zur Lastrichtung charakterisieren. Der Pull-Out-Modus wird ebenfalls maßgeblich durch das Zerreißen der Fasern gesteuert. Dabei treten jedoch größere Anteile an Delaminationen und

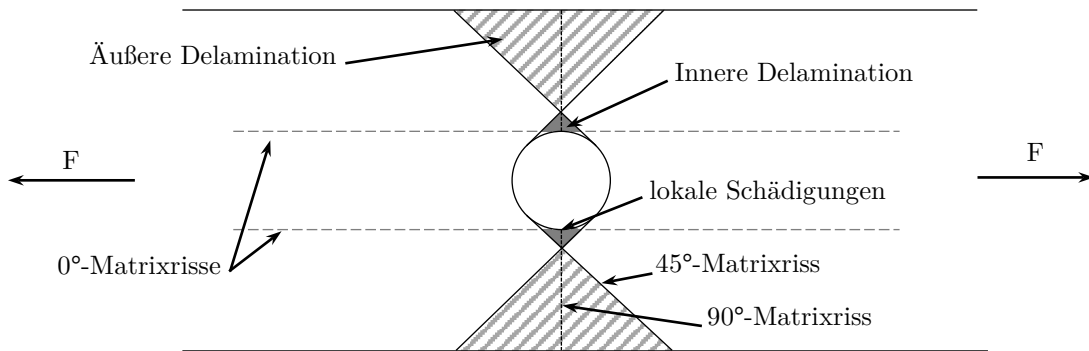


Abbildung 2.8 – Schädigungszonen in in Open Hole Tension Prüfkörpern

Matrixbrüchen auf. Die Schädigungen ermöglichen es Einzellagen, die Lagenwinkeln ungleich 0° in Bezug auf die Lastrichtung aufweisen (*off-axis ply*), sich voneinander zu lösen und auseinanderzuziehen. Im Modus der Delamination tritt Faserbruch zwar bedingt auf, die Proben delaminieren jedoch großflächig. Dabei können die 0° -Lagen zunächst zwar noch etwas Last halten, die Probe verliert jedoch ihre strukturelle Integrität und die mechanische Funktion ist nicht mehr gewährleistet.

HALLET et al. führten OHT-Versuche durch, die zu definierten Zeitpunkten unterbrochen wurden, um die Entstehung und Ausbreitung von Schädigungen vor dem Versagen untersuchen zu können [32]. Für ein quasiisotropes Laminat kann das Schädigungsverhalten in verschiedene Wirkungsbereiche eingeteilt werden, die in Abbildung 2.8 dargestellt sind. Bei Belastung des Probekörpers bilden sich durch Spannungskonzentrationen zunächst erste lokale Schädigungen am Lochrand in Form von Matrixrissen in den 90° -Schichten aus. Diese Risse haben in Verbindung mit den dort auftretenden interlaminaren Normal- und Schubspannungen lokale Delaminationen an den Lagenübergängen zur Folge. Die Delaminationen ermöglichen die interlaminare Ausbreitung von Zwischenfaserrissen im Bereich des Loches. Intralaminare Matrixrisse können sich zu diesem Zeitpunkt über die gesamte Probenbreite ziehen. Weitere Belastung führt zu Schädigungen in einem großflächigen Einflussbereich, der begrenzt von $\pm 45^\circ$ -Rissen ist und sich über die gesamte Laminatbreite und -dicke um das Loch befindet. Dieser schließt großflächige Delaminationen mit ein. Spaltrisse in den 0° -Lagen entstehen in Lastrichtung, diese führen zu Spannungsumverteilungen im Laminat [32]. Die Schäden werden bei weiterer Belastung stetig größer und führen schlussendlich zum Verlust der strukturellen Integrität und dem Zerreißen des Probekörpers.

Das Auftreten dieser Abläufe variiert je nach Laminatkonfiguration und bedingt den sich ausbildenden Bruchmodus nach Abbildung 2.7. Einlagige UD-Laminat versagen durch reinen Faser- oder Zwischenfaserbruch und liegen dadurch im Modi des Sprödbrechens. Die Wachstumsphasen der Schädigungen sind stark eingeschränkt. Es treten kaum Delaminationen auf und Makrorisse führen sehr schnell zum Gesamtversagen. In Laminaten mit mehreren Lagenwinkeln, beispielsweise in quasiisotroper Form, ist der Schädigungsverlauf und daraus folgende Modi stark davon abhängig, wie sich die hohen Spannungen, die in unmittelbarer Umgebung des Loches auftreten, in der Probe verteilen. Eine signifikante Rolle spielt hier die Lagendicke, welche bei größeren Werten die Entstehung von Delaminationen deutlich begünstigt. Der Versagensmodus wird dabei in Richtung Delamination verschoben, was mit einer Verringerung der Festigkeit einhergeht [33]. Laminat mit geringeren Lagendicken versagen tendenziell eher in Form von Faserbrüchen. Auch der Lochdurchmesser hat

Auswirkungen auf die Festigkeit des OHT-Prüfkörpers. Diese verringert sich unter Verwendung kleiner Lagendicken mit größer werdendem Lochdurchmesser. Bei Verwendung von Laminaten mit nur wenigen, aber dicken Lagen ist der gegenläufige Effekt zu beobachten: Hier erhöht sich die Festigkeit mit wachsendem Lochdurchmesser. Dies ist dem dominanten Versagensmodus in Form von Delaminationen in dicklagigen Laminaten zuzuschreiben. Kleinere Lochdurchmesser bilden größere Delaminationsflächen aus, die sich unkontrolliert ausbreiten [34].

2.4 Modellierungsstrategien für Open Hole Tension Prüfkörper

Um eine erfolgreiche FE-Analyse durchführen zu können, muss das Materialverhalten über ein Materialmodell mit ausreichender Genauigkeit beschrieben werden. Die mechanischen Möglichkeiten des Modells sind dabei direkt von der verwendeten Elementformulierung abhängig. Bei der Verwendung von konventionellen und Kontinuumsschalen stehen wie in Kapitel 2.2 erläutert, somit nur die ebenen Dehnungen ε_1 , ε_2 und γ_{12} zur Verfügung, um in der dehnungsbasierten Verfahrensweise der FEM die Spannungen σ_1 , σ_2 und τ_{12} zu ermitteln. Somit können die in Kapitel 2.3 beschriebenen Schädigungs- und Plastizitätsmechanismen unter Vernachlässigung jeglicher mechanischer Effekte in Dickenrichtung nur innerhalb der Ebene ausgewertet werden.

Das Material- und Schädigungsverhalten von gekerbten Faserkunststoffverbunden ist sehr komplex und von vielen unterschiedlichen Parametern abhängig, aus denen sich der resultierende Versagensmodus entwickelt. Gerade der Einfluss von Delaminationen, die im Lochbereich entstehen, besitzen einen signifikanten Einfluss auf den Verlauf der Schädigung. Die auftretenden dreidimensionalen Spannungszustände können nur von Volumenelementen umfasst werden. Manche Forschungsergebnisse legen sogar nahe, dass eine zusätzliche diskrete Modellierung von Delaminationen unumgänglich sei, um Festigkeiten in OHT-Körpern vorherzusagen [7].

CHEN et al. [35] beobachten eine Überschätzung der tatsächlichen Festigkeiten sobald der Schädigungsmechanismus der Delamination ignoriert wird, auch wenn diese nicht den primären Versagensmodus darstellen. WISNOM et al. [33] bestätigen ebenfalls in ihren Untersuchungen die signifikante Bedeutung von Delaminationen auf den Schädigungsverlauf und stellen eine Abhängigkeit des eintretenden Versagensmodus zur Schichtdicke fest. Wie bereits beschrieben, begünstigen dickere Lagen das Delaminationsversagen. Delaminationen werden üblicherweise durch Einbringen zusätzlicher kohäsiver Elemente diskret modelliert oder über die Formulierung kohäsiver Kontakte zwischen den Oberflächen der Laminatschichten in das FE-Modell implementiert [35, 36]. Ihre Entstehung durch transversale Spannungen kann zumindest teilweise in Modellen mit Volumenelementen mit einbezogen werden. Kritische Spannungen die Delaminationen hervorrufen, können hier durch eine Steifigkeitsdegradation in den Dickenrichtungen substituiert werden. Dadurch verändert sich die Spannungsverteilung innerhalb der Struktur, was in dieser Form in 2D-Modellen nicht abgebildet werden kann. Diese Aussage wird in den numerischen Untersuchungen in Kapitel 6.5 weiter ausgeführt.

Materialmodelle unterscheiden sich hauptsächlich in der Formulierung für den 2D- oder 3D-Spannungszustand sowie dem implementierten Schädigungsverhalten. Dies umfasst Versagenskriterien, unterschiedliches Degradationsverhalten (vgl. Abb. 2.9) und das Abbilden von Plastizität. Es

gibt eine große Zahl an Veröffentlichungen und Ansätze mit unterschiedlichen Ergebnissen, die sich mit der Bruchfestigkeit von gekerbten Faserverbundwerkstoffen befassen. Moderne Modelle sind Weiterentwicklungen von simplen Ansätzen mit linear-elastischem Verhalten und einem implementierten Versagenskriterium, die beim Erkennen einer Schädigung die Materialeigenschaften abrupt herabsetzt [37, 38]. Materialeigenschaften können einzeln degradiert werden, wie nach ENGELSTAD et al. [39], oder kombiniert durch interaktive Modelle wie nach CAMANHO und MATTHEWS [40]. Diese Modelle vernachlässigen jedoch sämtliche Wachstumsprozesse der Schädigungen, da das Material hier nur zwei Schädigungszustände annehmen kann und führen dadurch zu generell konservativeren Auslegungen. Genauere Ergebnisse können mit graduell verlaufender Degradation durch Degradationsregeln erzielt werden [41, 42]. Aktuell werden dafür meist kontinuumsmechanische Ansätze mit Schädigungsvariablen verwendet, welche spannungs- dehnungs- oder energiebasiert berechnet werden [43, 44].

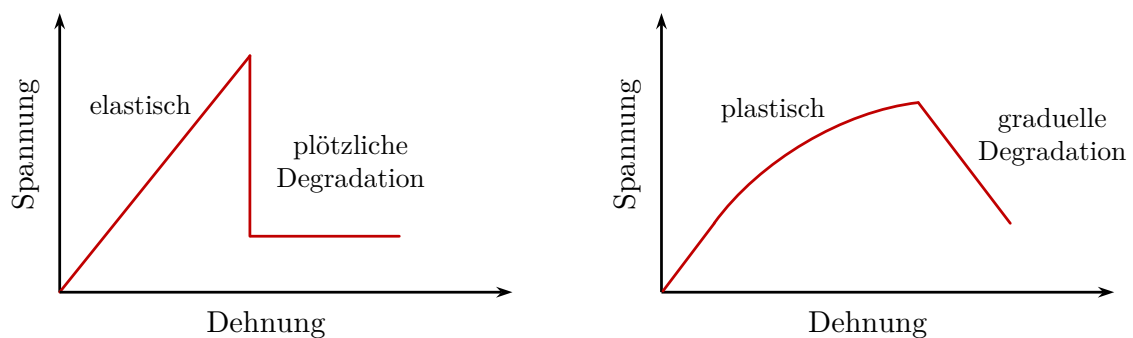


Abbildung 2.9 – Modellierungsvarianten des Degradationsverhaltens

Mikromechanische Phänomene, die das nichtlineare Materialverhalten vor der Erstschädigung erzeugen, werden makroskopisch im Rahmen von Plastizitätsmodellen beschrieben, in denen meist plastische Dehnung sämtliche irreversiblen Deformationen im Material repräsentiert [2]. Viele dieser Modelle haben den Nachteil, dass sie nur einzelne plastische Effekte integrieren, wie beispielsweise nur Schubanteile in LÜDERS et al. [45], oder für die umfängliche Betrachtung eine Vielzahl zusätzlicher Parameter benötigen, wie im Modell von VOGLER et al. [46]. Unter den Plastizitätsmodellen spielt das 1-Parameter-Modell von SUN und CHEN [47] aufgrund seiner Funktionalität und Genauigkeit eine signifikante Rolle. Die Formulierungen für den ebenen Spannungszustand benötigen nur einen einzelnen, materialabhängigen Koeffizienten und basieren auf HILL's quadratischem plastischen Potential sowie der Annahme rein elastischer Verformung in Faserrichtung.

Dieses wird unter anderem in den zweidimensionalen Materialmodellen von CHEN et al. [2] und DIN et al. [3] verwendet, welche die Versagenskriterien nach HASHIN und PUCK für Untersuchungen an OHT-Prüfkörpern implementieren. In beiden Fällen konnten gute Ergebnisse an quasiisotropen AS4/PEEK-Laminaten in Bezug auf die Festigkeit erzielt werden. Das ähnlich aufgebaute dreidimensionale Modell nach VÖLKERINK et al. [5] implementiert die von WEEKS und SUN [48] für den 3D-Fall übertragenen Plastizitätsformulierungen unter Verwendung des CUNTZE-Kriteriums. In identischen OHT-Analysen konnten auch hier gute Repräsentationen des nichtlinearen Bereichs, des Schädigungsverhaltens sowie der Festigkeiten erzielt werden.

Es gibt in der Literatur somit unterschiedliche Modellierungsansätze und Aussagen zur Umsetzung von OHT-Analysen. Insbesondere die von CHEN et al. [2] und DIN et al. [3] erarbeiteten 2D-Modelle widersprechen in ihrer Einfachheit den Beobachtungen bezüglich des komplexen Spannungs- und Schädigungsverhaltens. Beide Materialmodelle vernachlässigen Schädigungsmechanismen außerhalb der Lagenebenen und können Delaminationen nicht abbilden. Dennoch erzielen sie genaue Ergebnisse in Bezug auf Bruchfestigkeiten und Schädigungsverläufe.

In dieser Arbeit soll aus diesem Grund, ausgehend von dem erprobten 3D-Modell nach VÖLKERINK et al. [5], die Rückentwicklung in den 2D-Spannungsraum vollzogen und das Materialmodell für Schalenelemente umgesetzt werden. Dabei soll ermittelt werden, ob das reale Materialverhalten auch mit dem so vereinfachten Modell ausreichend genau abgebildet werden kann, inwiefern sich Unterschiede in der Schädigungsentwicklung ergeben und ob die Ergebnisse in Übereinstimmung mit den Modellierungen nach CHEN et al. [2] und DIN et al. [3] stehen. Am Ende soll abgewogen werden, ob der Einsatz eines 2D-Modells mit seinen kürzeren Rechenzeiten, simpleren Formulierungen aber dafür weniger detaillierten Ergebnissen gerechtfertigt werden kann. Um dabei unter der Annahme des ebenen Spannungszustandes einen Einfluss der als signifikant bewerteten Spannungen in Dickenrichtung in das Modell zu integrieren, wird entsprechend Kapitel 2.2 eine mesomechanische Modellierung unter Verwendung von Kontinuumsschalenelementen angewendet.

3 Entwicklung eines zweidimensionalen Materialmodells

In diesem Kapitel erfolgt, in Anlehnung an das dreidimensionale Materialmodell nach VÖLKERINK et al. [5], die Entwicklung der Modellbestandteile eines zweidimensionalen Materialmodells. Diese bildet das nichtlineare Materialverhalten durch plastische Vorgänge ab und implementiert Schädigungserkennung und -einleitung sowie Steifigkeitsdegradation. Neben vereinfachten Formulierungen wurden aufgrund der Annahme des ebenen Spannungszustandes in bestimmten Punkten abweichende Modelle verwendet.

In Abbildung 3.1 ist das grundsätzliche Materialverhalten, eingeteilt in 3 Bereiche, dargestellt. Ein zunächst linear-elastisch angenommenes Verhalten in Bereich 1 wandelt sich in plastisches Verhalten in Bereich 2, in welchem die in Kapitel 2.3 beschriebenen Nichtlinearitäten durch das Plastizitätsmodell nach SUN und CHEN [47] implementiert sind. Schädigung in Form von Faser- und Zwischenfaserbrüchen wird durch das Versagenskriterium nach CUNTZE bzw. PUCK in Punkt A erkannt, woraufhin die Steifigkeitsdegradierung in Bereich 3 eingeleitet wird.

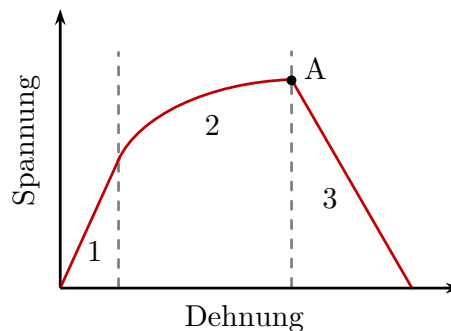


Abbildung 3.1 – Allgemeines Verhalten des Materialmodells

3.1 Effektive Spannung und Steifigkeitsdegradation

In der Kontinuums-Schädigungsmechanik (CDM, *continuum damage mechanics*) nach den theoretischen Grundlagen von KACHANOV werden alle Schädigungen eines Materials als homogen verschmiert über das betrachtete Volumen angesehen [49]. Schädigungen werden isotrop betrachtet und durch eine homogenisierte Steifigkeitsverringering ausgedrückt. Die nominale Spannung σ in einem Querschnitt beträgt unter der auf die Fläche A_0 wirkenden, uniaxialen Last P :

$$\sigma = \frac{P}{A_0}. \quad (3.1)$$

Das Konzept nach KACHANOV drückt Schädigungen durch eine, im Vergleich zur unbeschädigten Fläche A_0 verringerte, effektive Querschnittsfläche A_{eff} aus, die noch Lasten überträgt. Unter Annahme eines ebenen Spannungszustandes ist die entstehende effektive Spannung $\tilde{\sigma} = (\tilde{\sigma}_{11}, \tilde{\sigma}_{22}, \tilde{\tau}_{12})^T$

bei gleicher Last durch den kleineren Querschnitt im Vergleich zu $\sigma = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \tau_{12})^T$ erhöht:

$$\tilde{\sigma} = \frac{P}{A_{eff}}. \quad (3.2)$$

Das auf den Grundlagen von KACHANOV basierende Schädigungsmodell von MATZENMILLER [50] verknüpft das Verhältnis von nominaler zu effektiver Spannung über den Schadensoperator:

$$\mathbf{M}(d) = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-d_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-d_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-d_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

zu:

$$\tilde{\sigma} = \mathbf{M}(d)\sigma. \quad (3.4)$$

Die skalaren Schädigungsvariablen d_{11} , d_{22} und d_{12} repräsentieren die Schädigungen in Bezug auf Faserbruch sowie Matrixversagen infolge von Quer- bzw. Schubbelastungen. Ihre Werte steigen von 0 bis 1 an und drücken die wachsende Degradation vom unbeschädigten Zustand bis hin zum Totalversagen aus, wobei eine Verringerung ausgeschlossen wird, da Schädigungen als irreversibel angesehen werden. Um eine Nullteilung zu verhindern ist der Wertebereich auf 0 bis 0,99 verringert. In den beiden ebenen Hauptrichtungen können Schädigungen sowohl infolge von Zug- als auch Druckbelastungen auftreten. Um hier eine Zug-Druck-Interaktion der Einzelschädigungen zu realisieren, werden die jeweiligen Zug- bzw. Druckanteile ($^t/c$) nach REINOSO [43] verschmiert durch:

$$\begin{aligned} d_{11} &= d_{11}^t + d_{11}^c - d_{11}^t d_{11}^c \\ d_{22} &= d_{22}^t + d_{22}^c - d_{22}^t d_{22}^c. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Im Gegensatz dazu sind Schädigungen und dadurch auch die Schädigungsvariable d_{12} in Schubrichtung nicht vom Vorzeichen von τ_{12} abhängig. Durch die Implementation von Schädigungs- und Plastizitätsmodell wird die Gesamtdehnung ε im Material als die Summe aus einem elastischen Anteil ε^e und einem plastischen Anteil ε^p ausgedrückt:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p. \quad (3.6)$$

Der plastische Dehnungsanteil bezeichnet alle irreversiblen Verformungen im nichtlinearen Materialbereich und ist nicht in der Lage, Lasten zu übertragen, woraus sich die effektive Spannung aus dem elastischen Anteil und der unbeschädigten Steifigkeitsmatrix \mathbf{C}_0 berechnet:

$$\tilde{\sigma} = \mathbf{C}_0 \varepsilon^e. \quad (3.7)$$

Mit der Nachgiebigkeitsmatrix \mathbf{S}_0 als Inverse von \mathbf{C}_0 :

$$\mathbf{S}_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{11}} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

berechnet sich die Dehnung ε^e für den Fall orthotroper Elastizität im ebenen Spannungszustand zu:

$$\varepsilon^e = \mathbf{S}_0 \tilde{\sigma}. \quad (3.9)$$

Durch Einsetzen von Gleichung 3.4 in Gleichung 3.9 werden die Schädigungsanteile implementiert:

$$\varepsilon^e = \mathbf{S}_0 \mathbf{M}(d) \sigma. \quad (3.10)$$

Aus der Verrechnung von \mathbf{S}_0 und $\mathbf{M}(d)$ kann die geschädigte Nachgiebigkeitsmatrix $\mathbf{S}(d)$ erhalten werden. Dafür werden zusätzliche Annahmen getroffen, mit denen eine Anpassung der Querkontraktionen $\nu_{12}(d)$ und $\nu_{21}(d)$ vorgenommen wird. Die physikalischen Zusammenhänge auf denen diese Degradation beruht, sind von MATZENMILLER beschrieben worden [50]. Die finale Form von $\mathbf{S}(d)$ ergibt sich wie folgt:

$$\mathbf{S}(d) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_{11})E_{\parallel}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{\parallel}} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{\perp}} & \frac{1}{(1-d_{22})E_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_{12})G_{12}} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Die korrespondierende Steifigkeitsmatrix:

$$\sigma = \mathbf{C}(d) \varepsilon^e, \quad (3.12)$$

besitzt folgende Form:

$$\mathbf{C}(d) = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1-d_{11})E_{11} & (1-d_{11})(1-d_{22})\nu_{21}E_{22} & 0 \\ (1-d_{11})(1-d_{22})\nu_{12}E_{11} & (1-d_{22})E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D(1-d_{12})G_{12} \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

mit $D = 1 - (1-d_{11})(1-d_{22})\nu_{12}\nu_{21}$.

3.2 Intralaminares Plastizitätsmodell nach Sun und Chen

Um Schädigungen und Versagen einer Lage vorhersagen zu können, werden für die Schadenserkenkung durch Versagenskriterien sowie die angeschlossene Materialdegradation akkurate Spannungswerte im Material benötigt. Für Materialien mit ausgeprägtem plastischen Verhalten vor der Schädigung ist deren Ermittlung deshalb ein wichtiger Faktor, um qualitativ gute Ergebnisse zu erhalten. Zur Ermittlung des Anteils an plastischen Dehnungen ε^p in der Gesamtdehnung, aus der dann die erforderliche Anpassung der effektiven Spannung erfolgt, wird das Plastizitätsmodell nach SUN und CHEN implementiert [47]. Dieses findet breite Anwendung in wissenschaftlichen Veröffentlichungen und ermöglicht die Bestimmung der Plastizitätsparameter mithilfe von Off-Axis-Zugversuchen an unidirektionalen Laminaten.

Es integriert eine plastische Fließregel in Kombination mit einer dynamischen Fließgrenze, welche durch ein Verfestigungsgesetz beschrieben wird. Als Annahmen werden transversale Isotropie in der

2-3 Ebene sowie linear-elastisches Verhalten $d\varepsilon_{11}^p = 0$ in Faserrichtung getroffen. Dies wird durch den fehlenden Spannungsanteil $\tilde{\sigma}_{11}$ in Gleichung 3.14 verdeutlicht. Nach SUN und CHEN beträgt das plastische Potential im ebenen Spannungszustand:

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{22}^2 + 2a_{66}\tilde{\sigma}_{12}^2). \quad (3.14)$$

Der Materialparameter a_{66} wertet den Anteil plastischer Deformationen durch Schubbelastungen im Vergleich zu Lasten quer zur Faserrichtung und ist der charakterisierende Faktor des Modells. Inkrementelle plastische Dehnungen können auf Basis des plastischen Potentials in Gleichung 3.14 beschrieben werden:

$$\partial\varepsilon_{i,j}^p = \frac{\partial f}{\partial\sigma_{i,j}}\partial\lambda, \quad (3.15)$$

dabei bezeichnet $\partial\lambda$ den Proportionalitätsfaktor. Die im Material wirkende äquivalente Spannung ergibt sich durch folgenden Zusammenhang:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3f}. \quad (3.16)$$

Über Gleichung 3.17 lässt sich das plastische Potential in Gleichung 3.14 in Abhängigkeit von der effektiven Spannung $\bar{\sigma}$ und dem skalaren Wert der aufgetretenen plastischen Dehnung \tilde{p} zur Fließbedingung ausdrücken:

$$f(\bar{\sigma}, \tilde{p}) = \sqrt{\frac{3}{2}(\bar{\sigma}_{22}^2 + 2a_{66}\bar{\sigma}_{12}^2)} - \bar{\sigma}_y(\tilde{p}) = 0. \quad (3.17)$$

Die dynamische Fließgrenze $\bar{\sigma}_y(\tilde{p})$ steigt unter Belastung an, da sie abhängig von der kontinuierlich wachsenden plastischen Dehnung ist:

$$\bar{\sigma}_y(\tilde{p}) = \beta(\tilde{p})^\alpha. \quad (3.18)$$

In dieser Gleichung wird ein isotropes Verfestigungsgesetz mit dem materialabhängigen Exponenten α und Koeffizienten β verwendet. Die Berechnung dieser beiden Werte erfolgt anhand einer linearen Regressionsanalyse im Zuge der experimentellen Ermittlung von a_{66} . Das Verfahren ist detailliert in Kapitel 5.2 durchgeführt und basiert auf der Nachbildung der experimentell ermittelten Verhärtungskurven [48]. Die quadratische Form des plastischen Potentials in Gleichung 3.17, die in dieser Form im Materialmodell implementiert ist, kann nach DIN et al. [3] im effektiven Spannungsraum mit der Abbildungsmatrix \mathbf{P} wie folgt ausgedrückt werden:

$$F(\tilde{\sigma}, \tilde{p}) = \frac{1}{2}\tilde{\sigma}^T \mathbf{P} \tilde{\sigma} - \bar{\sigma}_y^2(\tilde{p}), \quad (3.19)$$

mit

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6a_{66} \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

3.3 Schädigungsdetektion durch Versagenskriterien nach Cuntze und Puck

Um Schädigungen zu erkennen und Degradation einzuleiten, werden die beiden Bruchkriterien nach PUCK und CUNTZE angewandt. Bruchkriterien müssen die auftretenden physikalischen Schädigungsmechanismen aus Kapitel 2.3 erfassen können. Im großangelegten Vergleich im Rahmen der World-Wide-Failure-Excercises konnten diese beiden Kriterien vor allem in Bezug auf Matrixschädigungen eine sehr hohe Genauigkeit erreichen [51]. In beiden Konzepten wird zwischen Bruchmechanismen unterschieden, sodass in der Analyse detaillierte Aussagen über die Schädigungsverläufe getroffen werden können. PUCK begründet seine Kriterien physikalisch, während die Kriterien nach CUNTZE einer probabilistischen Argumentation folgen [10].

In den Simulationen in dieser Arbeit wird, falls nicht anders beschrieben, das Versagensmodus-konzept nach CUNTZE (FMC, *failure mode concept*) verwendet. Dies hat den Hintergrund einer besseren Vergleichbarkeit mit den 3D-Modellen von VÖLKERINK et al. [5]. Im Gegensatz zu den dreidimensionalen Formulierungen entfällt im ebenen Spannungszustand in den Kriterien nach PUCK die iterative Suche nach dem Winkel der Bruchebene θ , da hierfür eine analytische Berechnung angewendet werden kann [52]. Im zweidimensionalen Fall unterscheiden sich die beiden Kriterien deshalb in Bezug auf den Rechenaufwand nur geringfügig.

FMC nach Cuntze

Die Beschreibung von konkreten Schädigungen im Material geschieht in CUNTZE'S FMC mittels der fünf Schädigungsmechanismen, die in Kapitel 2.3 und Abbildung 2.4 beschrieben wurden. Jeder Mechanismus wird mit einem Versagenskriterium assoziiert, welches sich wiederum auf jeweils eine Materialfestigkeit bezieht:

$$\text{FF1 : } \quad Eff^{\parallel\sigma} = \frac{\sigma_{eq}^{\parallel\sigma}}{R_{\parallel}^t} \quad \text{mit} \quad \sigma_{eq}^{\parallel\sigma} = \tilde{\sigma}_{11} > 0 \quad (3.21)$$

$$\text{FF2 : } \quad Eff^{\parallel\tau} = \frac{\sigma_{eq}^{\parallel\tau}}{R_{\parallel}^c} \quad \text{mit} \quad \sigma_{eq}^{\parallel\tau} = \tilde{\sigma}_{11} < 0 \quad (3.22)$$

$$\text{IFF1 : } \quad Eff^{\perp\sigma} = \frac{\sigma_{eq}^{\perp\sigma}}{R_{\perp}^t} \quad \text{mit} \quad \sigma_{eq}^{\perp\sigma} = \tilde{\sigma}_{22} > 0 \quad (3.23)$$

$$\text{IFF2 : } \quad Eff^{\perp\tau} = \frac{\sigma_{eq}^{\perp\tau}}{R_{\perp}^c} \quad \text{mit} \quad \sigma_{eq}^{\perp\tau} = \tilde{\sigma}_{22} < 0 \quad (3.24)$$

$$\text{IFF3 : } \quad Eff^{\perp\parallel} = \left(\frac{|\tilde{\tau}_{12}|}{R_{\perp\parallel}} \sqrt{R2D} \right) \quad \text{mit} \quad R2D = b_{\perp\parallel} \tilde{\sigma}_{22} + \sqrt{(b_{\perp\parallel} \tilde{\sigma}_{22})^2 + R_{\perp\parallel}^2} \quad (3.25)$$

In den Kriterien wird die effektive Spannung $\tilde{\sigma}$ nach Gleichung 3.4 ausgewertet. Die in Gleichungen 3.21-3.25 berechneten Materialanstregungen werden anschließend zur Gesamtmaterialanstregung Eff^m aufsummiert. Diese Interaktion der individuellen Schädigungsmechanismen charakterisiert das FMC und wird unter Verwendung des Interaktionskoeffizienten m durchgeführt:

$$Eff^m = \sum_1^5 Eff^{mode} = (Eff^{\parallel\sigma})^m + (Eff^{\parallel\tau})^m + (Eff^{\perp\sigma})^m + (Eff^{\perp\tau})^m + (Eff^{\perp\parallel})^m. \quad (3.26)$$

Die Ermittlung der Reibbeiwerte $b_{\perp\parallel}$ und $b_{\perp\perp}$ erfolgt experimentell oder aus Erfahrungswerten und ist in Kapitel 5.4 beschrieben.

Puck-Kriterium

Analog zu CUNTZE unterscheidet PUCK dieselben fünf Schädigungsmechanismen. Im Unterschied dazu wird jedoch auch der Winkel der Bruchebene θ miteinbezogen. Dieser entsteht im Falle kombinierter Spannungszustände aus $\tilde{\sigma}_{22}$ und $\tilde{\tau}_{12}$ im Modus C, mit welchem CUNTZE's IFF2-Kriterium assoziiert wird. Die verwendeten Formulierungen nach PUCK lauten wie folgt - dabei gibt es im Unterschied zu den Formulierungen nach CUNTZE keinen ausgezeichneten Schubmodus:

$$\text{FFT:} \quad f_{E,FF,T} = \frac{\tilde{\sigma}_{11}}{R_{\parallel}^t} \quad (3.27)$$

$$\text{FFC:} \quad f_{E,FF,C} = \frac{-\tilde{\sigma}_{11}}{R_{\parallel}^c} \quad (3.28)$$

$$\text{Modus A:} \quad f_{E,IFF,T} = \frac{1}{R_{\perp\parallel}} \left[\sqrt{\left(\frac{R_{\perp\parallel}}{R_{\perp}^t} - p_{\perp\parallel}^{(+)} \right)^2 \tilde{\sigma}_{22}^2 + \tilde{\tau}_{21}^2 + p_{\perp\parallel}^{(+)} \tilde{\sigma}_{22}} \right] \quad (3.29)$$

$$\text{Modus B:} \quad f_{E,IFF,C} = \frac{1}{R_{\perp\parallel}} \left[\sqrt{\tilde{\tau}_{12}^2 + \left(p_{\perp\parallel}^{(-)} \tilde{\sigma}_{22} \right)^2 \tilde{\sigma}_{22}^2 + p_{\perp\parallel}^{(-)} \tilde{\sigma}_{22}} \right] \quad (3.30)$$

$$\text{Modus C:} \quad f_{E,IFF,C} = \frac{R_{\perp}^c}{(-\tilde{\sigma}_{22})} \left[\left(\frac{\tilde{\tau}_{21}}{2(1 + p_{\perp\perp}^{(-)})R_{\perp\parallel}} \right)^2 + \left(\frac{\tilde{\sigma}_{22}}{R_{\perp}^c} \right)^2 \right]. \quad (3.31)$$

Die Aktivierungsbedingungen der einzelnen Modi und die Zuordnung der entsprechenden Materialanstregungen sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Im Modus des Zwischenfaserbruchs unter Druckbelastung entscheidet das Verhältnis zwischen σ_{22} und τ_{12} ob die Materialanstregung $f_{E,IFF,C}$ nach Modus B oder C berechnet wird.

Tabelle 3.1 – Aktivierungsbedingungen der Versagensmodi nach PUCK

f_E	Aktivierungsbedingung	Versagensmodus
$f_{E,FF,T}$	$\tilde{\sigma}_{11} \geq 0$	FFT
$f_{E,FF,C}$	$\tilde{\sigma}_{11} < 0$	FFC
$f_{E,IFF,T}$	$\tilde{\sigma}_{22} \geq 0$	Modus A
$f_{E,IFF,C}$	$\tilde{\sigma}_{22} < 0$ und $0 \leq \left \frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\tau}_{12}} \right \leq \frac{R_{\perp\perp}^A}{\tilde{\tau}_{12}^C}$	Modus B
$f_{E,IFF,C}$	$\tilde{\sigma}_{22} < 0$ und $0 \leq \left \frac{\tilde{\tau}_{12}}{\tilde{\sigma}_{22}} \right \leq \frac{\tilde{\tau}_{12}^C}{R_{\perp\perp}^A}$	Modus C

Mit den Neigungsparametern $p_{\perp\parallel}^+$, $p_{\perp\parallel}^-$ und $p_{\perp\perp}^-$ wird die Steigung der Bruchkurve im Übergang zwischen den Bruchmodi beschrieben. Sie werden mit den inneren Reibungen im Material assoziiert und ihre Bestimmung erfolgt experimentell oder aus Erfahrungswerten. Der Bruchwiderstand der

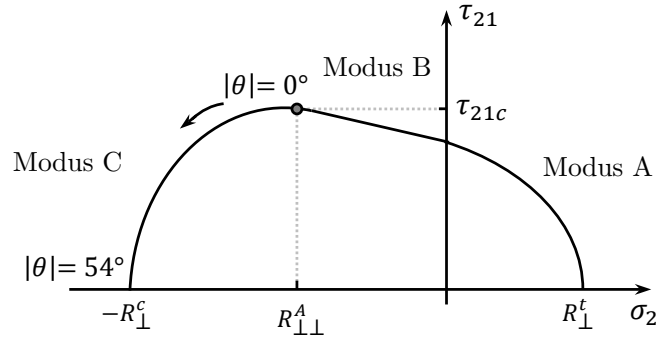


Abbildung 3.2 – Bruchkurve im σ_{22} - τ_{21} -Spannungsraum nach PUCK

Wirkebene $R_{\perp\perp}^A$ berechnet sich über die Festigkeitsparameter zu:

$$R_{\perp\perp}^A = \frac{R_{\perp\parallel}}{2p_{\perp\parallel}^{(-)}} \left(\sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^{(-)} \frac{R_{\perp\parallel}^{(-)}}{R_{\perp\parallel}}} - 1 \right). \quad (3.32)$$

In Abbildung 3.2 ist die Bruchkurve im $\sigma_{22} - \tau_{21}$ -Spannungsraum dargestellt. Die kritische Schubspannung τ_{21}^c , die den Wechsel von Modus B zu Modus C beschreibt, berechnet sich zu:

$$\tau_{21}^c = R_{\perp\parallel} \left(\sqrt{1 + 2p_{\perp\perp}^{(-)}} \right). \quad (3.33)$$

3.4 Dehnungsgesteuerte Schadensprogression

Das in Kapitel 3.1 beschriebene Modell zur Steifigkeitsdegradierung nach MATZENMILLER erfordert die Berechnung von drei internen Schädigungsvariablen. Durch die Formulierungen der CDM werden Schädigungen verschmiert, also auf die räumliche Ausdehnung einzelner Elemente bezogen. So können physikalische Risse im Material nur durch die Degradation von ganzen Elementen abgebildet werden, die den realen auftretenden Risspfad nachbilden. Zur Berechnung wird das Modell nach LAPCZYK und HURTADO [53] verwendet, welches eine generalisierte Form von CAMANHO und DAVILA's [54] Entwurf zur Berechnung interlaminarer Delaminationen darstellt.

Die Evolution der Schädigungsvariablen findet linear-dehnungsbasiert statt und ist von der material- und modusspezifischen Energiefreisetzungsrate G_M abhängig. Diese beschreibt die Energie die für die Rissfortpflanzung benötigt bzw. dabei freigesetzt wird. G_M stellt die Fläche unter der Spannungs-Dehnungs-Kurve in Abbildung 3.3 da und steuert die Rate der Steifigkeitsdegradations [55].

Bei der dehnungsbasierten Berechnung der Variablen ergibt sich in diesem Modell eine starke Abhängigkeit von der Elementgröße. Dies liegt daran, da Elementdehnungen einheitslose Größen sind, G_M jedoch experimentell bestimmt wird und sich auf die Rissenergie pro Längeneinheit bezieht. Ein Modell mit einem feineren Netz führt so zu einer langsameren Steifigkeitsdegradations [53]. Um eine Unabhängigkeit von der Elementgröße gewährleisten zu können, wird eine Regularisierung der freigesetzten Energie nach dem Crack-Band-Modell von BAŽANT [56] durchgeführt. Dafür wird

die charakteristische Elementlänge L_c mit eingebunden, welche bei Schalenelementen von Abaqus als $L_{c,abq} = \sqrt{A_{el}}$ aus der Elementfläche A_{elem} ausgegeben wird. Darüber wird eine äquivalente, elementspezifische Dehnung berechnet:

$$\delta = \frac{\varepsilon}{L_c}. \quad (3.34)$$

In den in dieser Arbeit verwendeten Modellen werden unstrukturierte bzw. einfach strukturierte Netze verwendet. Dadurch ist die Ausbreitungsrichtung im einzelnen Element nicht bekannt, wodurch keine Risslänge bezogen auf L_c berechnet werden kann. Nach MAIMÍ [57] kann ein Faktor, der den durchschnittlichen Ausbreitungswinkel beschreibt, verwendet werden. Dadurch ergibt sich die charakteristische Elementlänge zu:

$$L_c = 1,12L_{c,abq}. \quad (3.35)$$

Durch die Regularisierung wird garantiert, dass die im Element verarbeitete Degradation unabhängig von der Elementgröße ist. In Abbildung 3.3 werden also die Dehnungen zur Fläche von G_M skaliert.

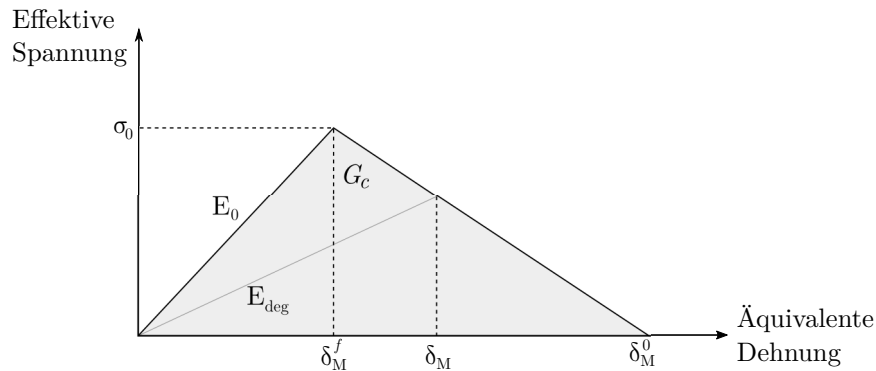


Abbildung 3.3 – Steifigkeitsdegradation des linearen Schädigungsmodells

Die Spannung σ_0 und äquivalente Dehnung δ_0 treten zum Zeitpunkt der Schadensinitiierung auf. Die äquivalente Dehnung δ^f bei der ein Totalversagen eintritt und die Schädigungsvariable $d = 1$ erreicht, berechnet sich zu:

$$\delta_M^f = \frac{2G_M}{\sigma_0 L_c}. \quad (3.36)$$

Über folgende Gleichung lassen sich die modusspezifischen Schädigungsvariablen berechnen:

$$d_M = \frac{\delta_M^f(\delta_M - \delta_M^0)}{\delta_M(\delta_M^f - \delta_M^0)}. \quad (3.37)$$

Die lineare Steifigkeitsdegradation nach Gleichung 3.37 nimmt, wie in Abbildung 3.3 zu erkennen ist, das Materialverhalten im Bereich vor der Schädigung als elastisch an. Die Vereinfachung des eigentlich nichtlinearen Verlaufs hat allerdings keinen ausschlaggebenden Einfluss auf die berechneten Werte [58].

4 Numerische Implementation in Finite-Elemente-Anwendungen

Im Folgenden wird die Integration der in Kapitel 3 beschriebenen Module in die FE-Software erläutert. Dafür wird der entwickelte Berechnungsalgorithmus in Form des nutzerdefinierten Materialmodells (UMAT, *user-defined material subroutine*) und dessen Einbindung in den impliziten Berechnungsprozess vorgestellt. Zur Anwendung kommt die kommerziell verfügbare FEA-Software Abaqus 2020 mit dem Modul Abaqus/Standard als Gleichungssystemlöser für das implizite Verfahren.

4.1 Umsetzung des 2D-Materialmodells als inkrementeller Algorithmus

Die Implementierung des Materialmodells erfolgt in dieser Arbeit für implizite Berechnungsverfahren in Form einer UMAT. Es ist jedoch mit Blick auf weiterführende Untersuchungen ohne größeren Aufwand möglich, diese für explizite Rechnungen anzupassen und in eine sogenannte VUMAT umzuwandeln.

Eingliederung in das implizite Berechnungsverfahren

In Abbildung 4.1 ist die Eingliederung der UMAT in den Rechenprozess dargestellt. Die vom Gleichungslöser berechneten Dehnungen werden an die UMAT übergeben, welche die resultierenden Spannungen berechnet. Aus der UMAT wird zusätzlich zu den Spannungen die konsistente Steifigkeitsmatrix des Inkrementes berechnet, die im impliziten Verfahren benötigt wird. Daten innerhalb der UMAT können als lösungsabhängige Zustandvariablen *SDV* pro Integrationspunkt gespeichert, und so über Inkremente hinweg verwendet werden.

Die Berechnungsroutine wird an jedem Integrationspunkt des Systems in jedem Inkrement aufgerufen, um die mechanische Antwort des Elements auf die Dehnungsinkremente zu berechnen. Mit den erhaltenen Daten überprüft der Löser, ob die von außen aufgebrachten Belastungen mit den inneren Spannungen des Systems im Gleichgewicht sind. Dies ist erfüllt, sobald das Residuum unterhalb eines Toleranzwertes liegt. Ist dies nicht der Fall, startet eine neue Iteration des Inkrements indem der Gleichungslöser neue Dehnungswerte unter angepassten Startbedingungen berechnet. Wird nach einer definierten Anzahl an Iterationen kein Gleichgewicht gefunden, kann der Löser die Zeitschrittweite anpassen. In Bezug zum vorliegenden Materialmodell ist diese Option festen Zeitschritten vorzuziehen, da das durch Plastizität und Schädigung auftretende stark nichtlineare Verhalten schnell zu Konvergenzproblemen führt. Ist die Gleichgewichtsbedingung erfüllt, werden die Ergebnisse in einer Ergebnisdatenbank (ODB, *output database*) abgespeichert und es beginnt das nächste Inkrement.

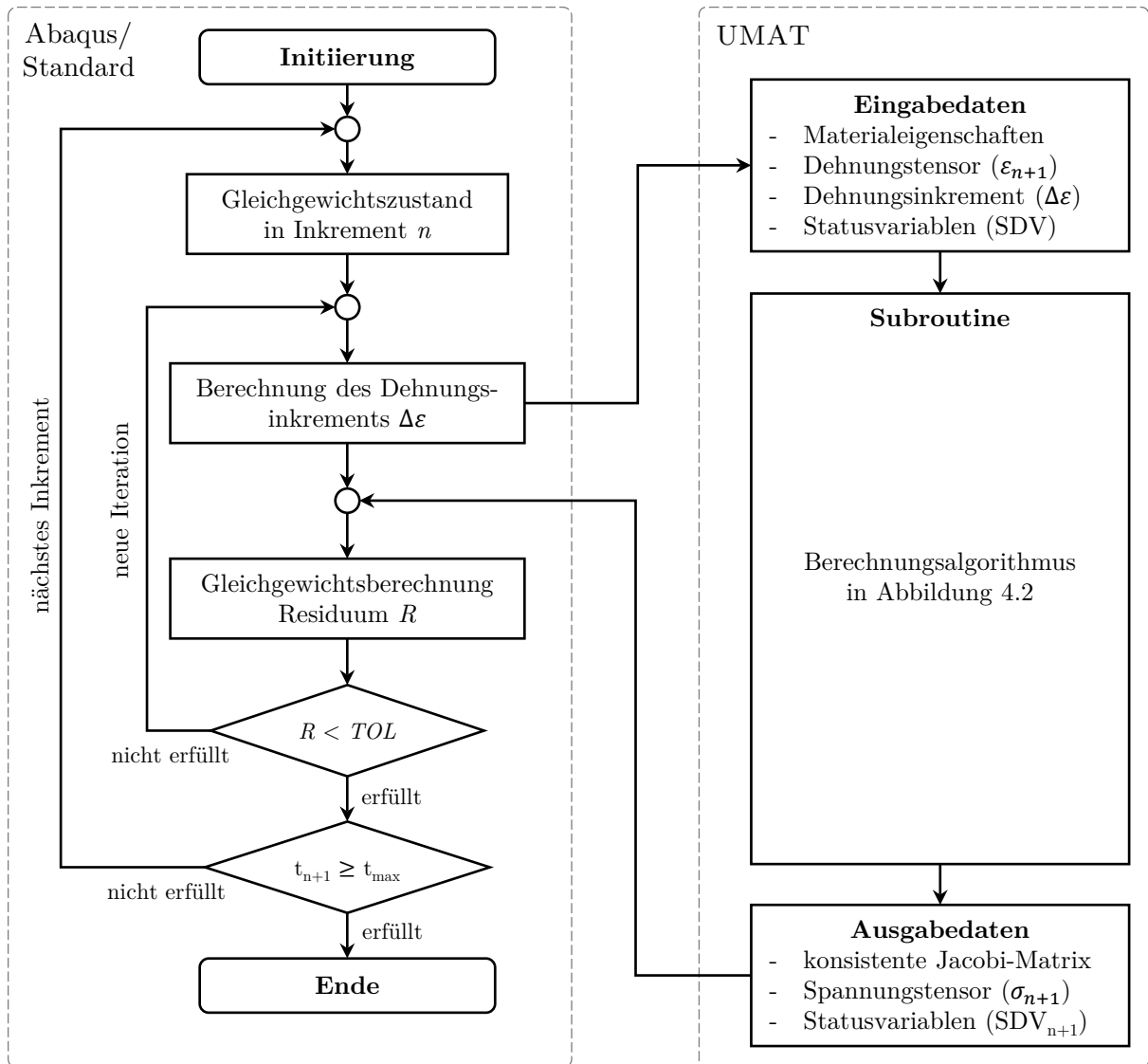


Abbildung 4.1 – Flussdiagramm der UMAT innerhalb des impliziten Berechnungsablaufs

Numerischer Umsetzung des Materialmodells

Der inkrementelle Berechnungsalgorithmus der UMAT gliedert sich in Abbildung 4.1 in die implizite Berechnung ein und wird in Abbildung 4.2 detailliert dargestellt.

Nachdem zu Beginn der Routine sämtliche verfügbaren Werte eingelesen wurden, wird die effektive Spannung im Element nach Gleichung 3.2 berechnet. Das Material verhält sich innerhalb eines Inkrements entweder elastisch oder plastisch. Dazu wird die Methode des elastischen Prädiktors und plastischen Korrektors angewendet [59]. Es wird dabei zunächst angenommen, dass das $(n+1)$ -Inkrement nur einen elastischen Dehnungszuwachs besitzt und der Prädiktor bestehend aus einer Prüfspannung und -dehnung nach den elastischen Grundgleichungen berechnet werden kann. Mit dem Prädiktor wird überprüft, ob es sich tatsächlich um ein elastisches Inkrement handelt oder doch Plastizität auftritt und diese Anteile in einem zusätzlichen Schritt bestimmt werden müssen. In einem elastischen Inkrement tritt kein Plastizitätszuwachs auf, also wäre $\tilde{p}_{n+1} = \tilde{p}_n$ und auch die davon abhängige Fließgrenze $\bar{\sigma}_y(\tilde{p})$ unverändert. Mit der Prädiktorspannung und ohne Plastizitätszuwachs wird die elastische Annahme mit dem Fließkriterium aus Gleichung 3.19 geprüft:

$$F\left(\tilde{\sigma}_{n+1}^{trial}, \tilde{p}_n = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{n+1}^{trial})^T \mathbf{P} \tilde{\sigma}_{n+1}^{trial} - \bar{\sigma}_y^2(\tilde{p}_n)\right) \quad (4.1)$$

Ist $F\left(\tilde{\sigma}_{n+1}^{trial}, \tilde{p}_n\right) \leq 0$ so wird das Inkrement als elastisch betrachtet und die Werte des Prädiktors für die weiteren Berechnungen verwendet. Ist die Fließbedingung dagegen erfüllt, tritt im Inkrement Plastizität auf und die effektive Spannung $\tilde{\sigma}_{n+1}$ für das plastische Inkrement ist unbekannt. \tilde{p}_{n+1} ist ebenfalls unbekannt und auch der plastische Anteil des vom Gleichungslöser an die UMAT übermittelten Dehnungsincrements $\Delta\varepsilon$ muss berechnet werden. Es wird die Lösung folgender Gleichung gesucht:

$$F\left(\tilde{\sigma}_{n+1}, \tilde{p}_{n+1}\right) = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{n+1})^T \mathbf{P} \tilde{\sigma}_{n+1} - \bar{\sigma}_y^2(\tilde{p}_{n+1}). \quad (4.2)$$

Nach Herleitung von DIN et al. [3] ergibt sich der auf Plastizität korrigierte effektive Spannungsvektor unter Verwendung der Einheitsmatrix \mathbf{I} zu:

$$\tilde{\sigma}_{n+1} = (\mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{C}_0 \mathbf{M}(d) \mathbf{P})^{-1} \tilde{\sigma}_{n+1}^{trial}. \quad (4.3)$$

Durch Einsetzen in Gleichung 4.2 wird folgende Gleichung erhalten:

$$F(\Delta\lambda) = \frac{1}{2} \left[(\mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{C}_0 \mathbf{M}(d) \mathbf{P})^{-1} \tilde{\sigma}_{n+1}^{trial} \right]^T \mathbf{P} \left[(\mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{C}_0 \mathbf{M} \mathbf{P})^{-1} \tilde{\sigma}_{n+1}^{trial} \right] - \bar{\sigma}_y^2(\tilde{p}_{n+1}). \quad (4.4)$$

Die angesammelte plastische Dehnung ergibt sich durch:

$$\tilde{p}_{n+1} = \tilde{p}_n + \Delta\lambda \sqrt{(\mathbf{P} \tilde{\sigma}_{n+1})^T \mathbf{Z} (\mathbf{P} \tilde{\sigma}_{n+1})}, \quad (4.5)$$

wobei die Abbildungsmatrix \mathbf{Z} folgende Form besitzt:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3a_{66}} \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

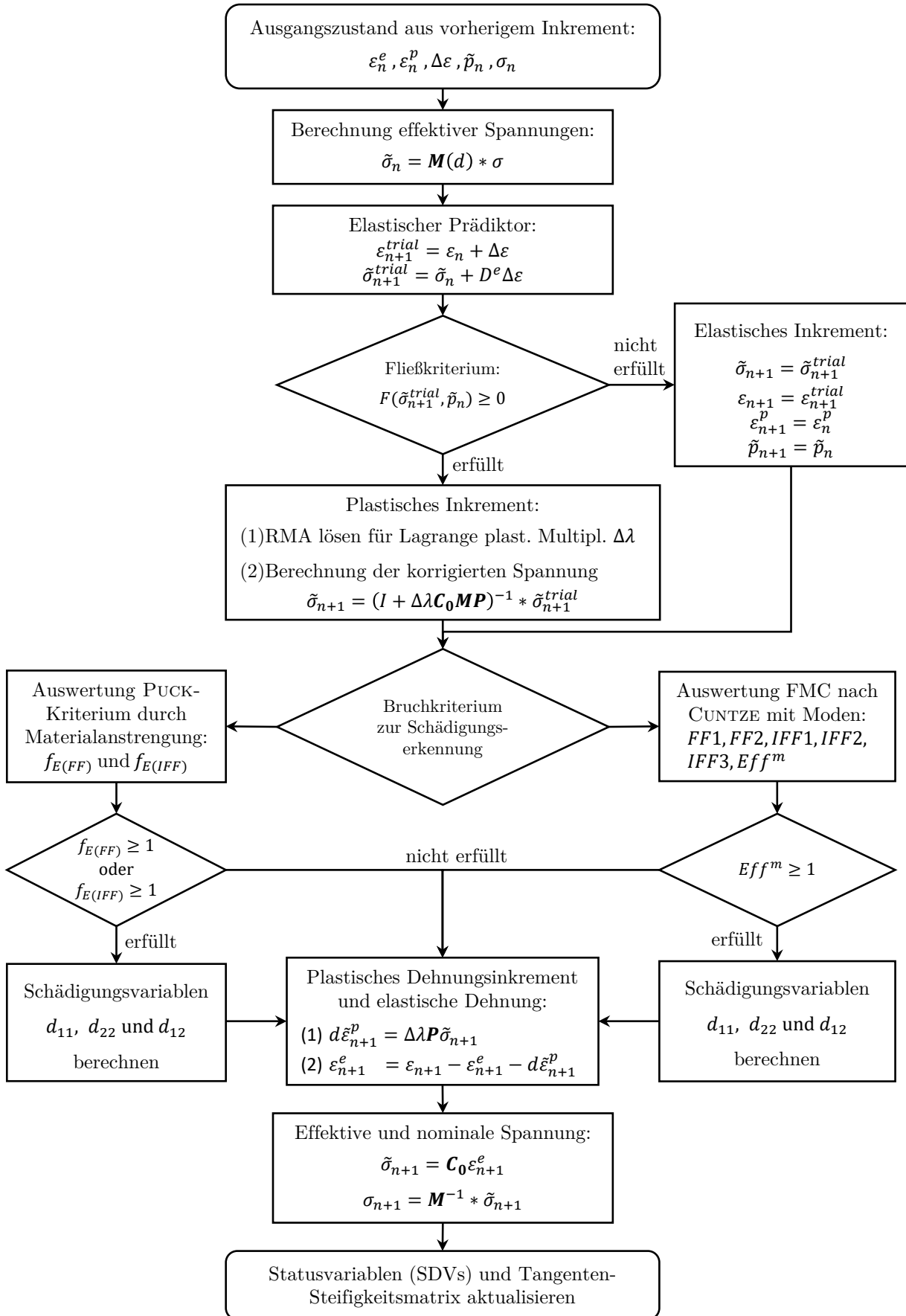


Abbildung 4.2 – Flussdiagramm des inkrementellen UMAT-Algorithmus

Die einzige unbekannt Variable in der skalaren Funktion in Gleichung 4.4 ist der plastische Multiplikator $\Delta\lambda$. Dessen Verwendung hat den Zweck, den elastischen Prädiktor im Prädiktor-Korrektor-Modell um die plastischen Einflüsse zu korrigieren. Um $\Delta\lambda$ zu approximieren wird ein Return-Mapping-Algorithmus mit dem iterativen Newton-Raphson-Verfahren verwendet [60]. Daraus lässt sich die korrigierte effektive Spannung errechnen. Mit dieser wird dann das Versagenskriterium nach CUNTZE oder PUCK ausgewertet und die Schädigungsvariablen berechnet. Anschließend wird das plastische Dehnungsinkrement bestimmt und daraus der elastische Dehnungsvektor berechnet. Die effektive Spannung ergibt sich aus dem elastischen Dehnungsvektor und der ungeschädigten Steifigkeitsmatrix \mathbf{C}_0 . Darüber lässt sich mit dem Schadensoperator $\mathbf{M}(d)$ die an Abaqus zurückgegebene nominale Spannung berechnen.

Viskose Regularisierung

Bei Verwendung impliziter Verfahren für Materialmodelle mit Steifigkeitsdegradation treten häufig Konvergenzprobleme auf, welche durch die schlagartige Änderung der Spannungsverhältnisse im Modell bei Eintritt von Schädigungen hervorgerufen werden. Um dem entgegenzuwirken wird die Entwicklung der Schädigungsvariablen gedämpft. Dies wird durch das Einführen einer künstlichen Viskosität durchgeführt. Plötzliche Spannungssprünge in den Elementen können so über Inkremente hinweg verschmiert werden. Dies erleichtert es dem Gleichungslöser, die Gleichgewichtsbedingung zu erfüllen. Ebenso wird das Konvergenzverhalten verbessert. Nach LAPCZYK und HURTADO [53] ist eine viskose Schädigungsvariable auf Basis des Regularisierungsmodells nach DUVAULT und LIONS [61] durch folgende Evolutionsgleichung definiert:

$$\dot{d}_M^v = \frac{1}{\eta_M}(d_M - d_M^v). \quad (4.7)$$

Dabei bezeichnet η_M den Viskositätskoeffizienten der die Relaxationszeit des viskosen Systems repräsentiert und d_M^v die regularisierte Schädigungsvariable im Schädigungsmodus M . Mit ausreichend klein gewähltem Koeffizienten η_M konvergiert die Lösung des viskosen Systems mit fortschreitender Zeit in Gleichung 4.7 zur ursprünglichen Lösung, ohne die Ergebnisse signifikant zu beeinflussen. Nach CHEN [2] berechnet sich die regularisierte Schädigungsvariante inkrementell betrachtet durch:

$$d_{M,n+1}^v = \frac{\Delta t}{\eta \Delta t} d_{M,n+1} + \frac{\Delta t}{\eta \Delta t} d_{M,n}. \quad (4.8)$$

Berechnung der konsistenten tangentialen Steifigkeitsmatrix

Aufgrund des impliziten Berechnungsverfahrens benötigt der Gleichungslöser eine Steifigkeitsmatrix, die mit der durch die UMAT aktualisierte Spannung im Inkrement konsistent ist. Für das vorliegende Plastizitätsmodell wird zur Berechnung von \mathbf{C}^{ep} folgender von DIN et al. [3] abgeleiteter, analytischer Operator verwendet:

$$\mathbf{C}^{ep} = \frac{\partial \Delta \tilde{\sigma}_{n+1}}{\partial \Delta \varepsilon_{n+1}^{trial}} = \left[\mathbf{C}_0^{-1} + \Delta \lambda \mathbf{P} + \frac{\mathbf{M} n_F n_F^T}{2 \tilde{\sigma}_y \tilde{H} \tilde{\zeta}} - \frac{\Delta \lambda}{\tilde{\zeta}^2} \mathbf{M} n_F n_F^T \mathbf{Z} \mathbf{P} \right]^{-1}. \quad (4.9)$$

Darin ist $n_F = \mathbf{P} \tilde{\sigma}_{n+1}$, $\tilde{\zeta} = \sqrt{n_F^T \mathbf{Z}}$ und $\tilde{H} = \alpha \beta \tilde{p}_{n+1}^{\alpha-1}$. Solange alle Schädigungsvariablen d_M den Wert null betragen, entspricht der Schadensoperator \mathbf{M} der Einheitsmatrix \mathbf{I} .

Treten Schädigungen im Material auf kann die Berechnung von \mathbf{C}^{ep} über Gleichung 4.9 zu Konvergenzproblemen führen. Dies konnte mithilfe einer numerischen Berechnungsmethode behoben werden. Dafür wird die Perturbationstechnik basierend auf dem Vorwärts-Differenzen-Verfahren nach MEIER [62] verwendet, wodurch sich die Komponenten von \mathbf{C}^{ep} wie folgt berechnen:

$$\mathbf{C}_{ijkl}^{ep} = \frac{d\sigma_{ij}}{d\varepsilon_{kl}} \approx \frac{\sigma_{ij}(\hat{\varepsilon}^{kl} - \sigma_{ij}(\varepsilon))}{\Delta\varepsilon}. \quad (4.10)$$

Der korrespondierende pertubierte Dehnungsvektor $\hat{\varepsilon}^{kl} = \varepsilon + \Delta\varepsilon^{kl}$ wird dabei über die Pertubationsdehnung $\Delta\varepsilon^{kl}$ für die kl -Komponente berechnet.

Charakteristische und kritische Elementgrößen

Um Netzabhängigkeiten durch die Degradationsmethode zu verringern und Konvergenzprobleme zu vermeiden wurde die Regularisierung nach dem Crack-Band-Ansatz von BÄZANT und OH [56] implementiert. Der Ansatz regularisiert bei der Degradation der Steifigkeiten die Bruchenergie unter Verwendung der Elementgröße um korrekte Energieverhältnisse während des Bruchvorgangs zu gewährleisten. Durch die Verschmierung des Risses auf die gesamte Elementbreite ergibt sich eine kritische Elementgröße L^* , die nicht überschritten werden darf und sich für jede Richtung aus dem jeweiligen Elastizitätsmodul E_M , der Bruchfestigkeit R_M und der Rissfestigkeit G_M berechnet: [56]:

$$L^* = \frac{2E_M G_M}{R_M^2}. \quad (4.11)$$

BÄZANT und OH empfehlen, eine Elementgröße von $0,5L^*$ zu verwenden. Die berechneten Werte dafür sind in Tabelle 4.1 für jeden Modus aufgetragen. Bei beiden in dieser Arbeit verwendeten Materialien liegen die kritischen Fälle im Bereich von transversalem Druck. Die Formel schätzt die Werte, beispielsweise für AS4/PEEK, mit 1,86 mm deutlich größer ein als die von VÖLKERINK et al. mittels Netzkonvergenzstudie ermittelte optimale Größe von 0,78 mm [5]. Dies macht es erforderlich den Einfluss der Netzgröße auf das Materialmodell auch für T700GC/M21 zu untersuchen, wie es in Kapitel 6.2 durchgeführt wird.

Tabelle 4.1 – Empfohlene Elementgrößen nach BÄZANT und OH [56] in mm

Spannungszustand	11 _{Zug}	11 _{Druck}	22 _{Zug}	22 _{Druck}	12 _{Schub}	13 _{Schub}	23 _{Schub}
AS4/PEEK	3,96	10,65	6,71	1,86	4,34	4,34	2,49
T700GC/M21	2,1	2,68	0,87	0,46	1,71	1,71	1,04

4.2 Entwicklung eines Fortran-Programmcodes zur Anwendung in Abaqus

Der Quelltext der UMAT kann zum aktuellen Zeitpunkt noch nicht veröffentlicht werden, da er während der Anfertigung dieser Arbeit in Projekten des DLR in Braunschweig eingesetzt wird. Um dennoch einen Einblick geben zu können, ist die Umsetzung des in Abbildung 4.2 dargestellten inkrementellen Algorithmus mittels Pseudocode in Abbildung 4.3 visualisiert. Darin befindet sich in der linken Hälfte der Abbildung der Ablauf der Hauptroutine sowie abgetrennte Funktionen auf der rechten Seite, die in Fortran als Subroutinen bezeichnet werden und aus der Hauptroutine heraus aufgerufen werden.

Nachdem die vom Gleichungslöser an die UMAT übergebenen Daten sowie Materialeigenschaften und Zustandsvariablen eingelesen sind, ist vor dem Aufstellen des Prädiktors zu prüfen, ob im aktuellen Inkrement eine Evolution der Schädigungsvariablen stattfindet. Die dafür vorgenommene Zwischenberechnung wird durch die Funktionen *calcDamageEvolution()* sowie die daran angeschlossene *calcDamageVariables()* durchgeführt. Gekennzeichnet ist dieser Schritt im Diagramm durch einen gestrichelten Pfeil. Die dadurch berechneten Variablen entscheiden im Vergleich zu den Eingangsgrößen darüber, ob bei der Berechnung des elastischen Prädiktors durch die Funktion *calcElasticPredictor()* im nächsten Schritt mit der degradierten Steifigkeit $\mathbf{C}(d)$ gerechnet wird. Die endgültige Berechnung der Variablen findet erst zu einem späteren Zeitpunkt statt, wenn die eventuellen plastischen Einflüsse des Inkrements miteinbezogen wurden.

Nachdem der Prädiktor über das Plastizitätsmodell in der Funktion *evaluateIncrement()* evaluiert wurde, liegt entweder ein plastisches oder ein elastisches Inkrement vor. Bei ersterem Fall wird der Prädiktor iterativ durch die Funktion *ReturnMappingAlgorithm()* auf die plastischen Anteile angepasst. Anschließend kann das Versagenskriterium mit der effektiven Spannung durch *calcCuntzeFMC()* ausgewertet werden, wodurch sich die Materialanstressungen berechnen.

Die Funktion *calcDegradationBehaviour()* ermittelt im nächsten Schritt die größte Einzelanstressung, sobald die Gesamtanstressung E_{ff}^m größer eins wird. Für diese Richtung sowie anschließend für alle Einzelanstressungen E_{ff}^{mode} größer eins werden entsprechende Variablen mit den Spannungen und Dehnungen bei Schadensinitiierung besetzt. Diese Werte bleiben nach ihrer Besetzung für den restlichen Verlauf der Simulation gleich und dienen dazu, im folgenden Schritt die Berechnung der entsprechenden Schädigungsvariable auszulösen.

Die Funktion *calcDamageEvolution()* greift hier wiederum auf eine weitere Subroutine zu, welche die Berechnung der Variablen nach Kapitel 3.4 durchführt. Eine Heilung des Materials durch kleiner werdende Schädigungsvariablen wird verhindert. Die Berechnung der konsistenten, tangentialen Steifigkeitsmatrix erfolgt je nach Auftreten von Plastizität und Schädigungsevolution analytisch oder numerisch. Die Unterteilung in Subroutinen für die einzelnen Modellbestandteile hat den Vorteil, dass einzelne Teile so leicht deaktiviert werden können und zwischen Methoden wie beispielsweise den Versagenskriterien gewechselt werden kann.

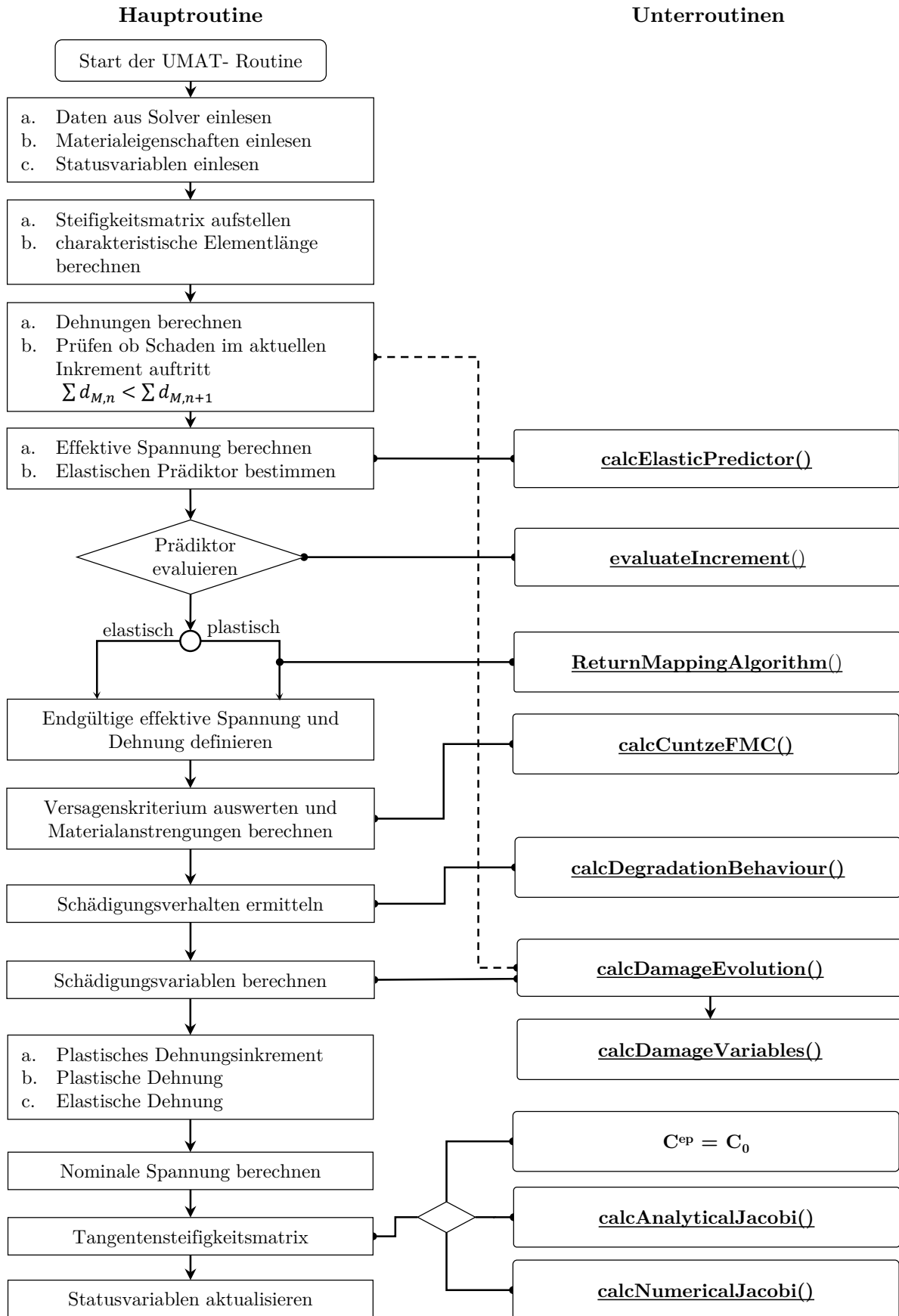


Abbildung 4.3 – Flussdiagramm der Fortran-Implementierung des Materialmodells

4.3 Modellverifizierung durch 1-Element-Versuche

Die grundlegende Modellverifizierung wird anhand von isolierten Spezialfällen an einem repräsentativen Einzelement durchgeführt, um die einzelnen Bestandteile getrennt testen zu können. Dieses Vorgehen hat sich in der Literatur bei vergleichbaren Modellen bewährt, da etwaige Fehler so schnell und präzise identifiziert werden können [15]. Der Modellaufbau besteht aus einem einzelnen SC8R Kontinuumschalen- bzw. C3D8R Volumenelement mit einer Seitenlänge von 1 mm und ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Verwendet wird eine variable Schrittweite mit begrenztem Maximal-

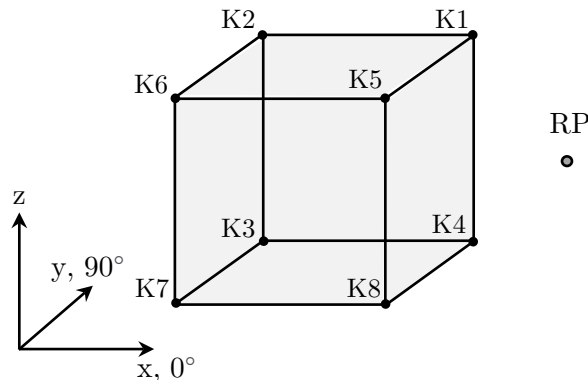


Abbildung 4.4 – 1-Element-Modell mit periodischen Randbedingungen

und Minimalinkrement. Im Element sollen möglichst reine eindimensionale Spannungszustände induziert werden. Dafür ist es nötig, periodische Randbedingungen zur Steuerung der Lagerungen und Belastung zu verwenden. Dafür wird das Abaqus Plug-In *EasyPBC* von OMAIREY et al. [63] integriert, das die Freiheitsgrade der Knotenpunkte automatisch zueinander sowie zu einem Referenzpunkt koppelt, über dessen Verschiebung die Last eingeleitet wird. Für beide Modelle wird das Material AS4/PEEK verwendet. Die Herkunft der Materialparameter wird ausführlich in Kapitel 5.1 beschrieben und bewertet (vgl. Tabelle 5.1, 5.3 - 5.5). Auf der linken Seite von Abbildung 4.5 ist

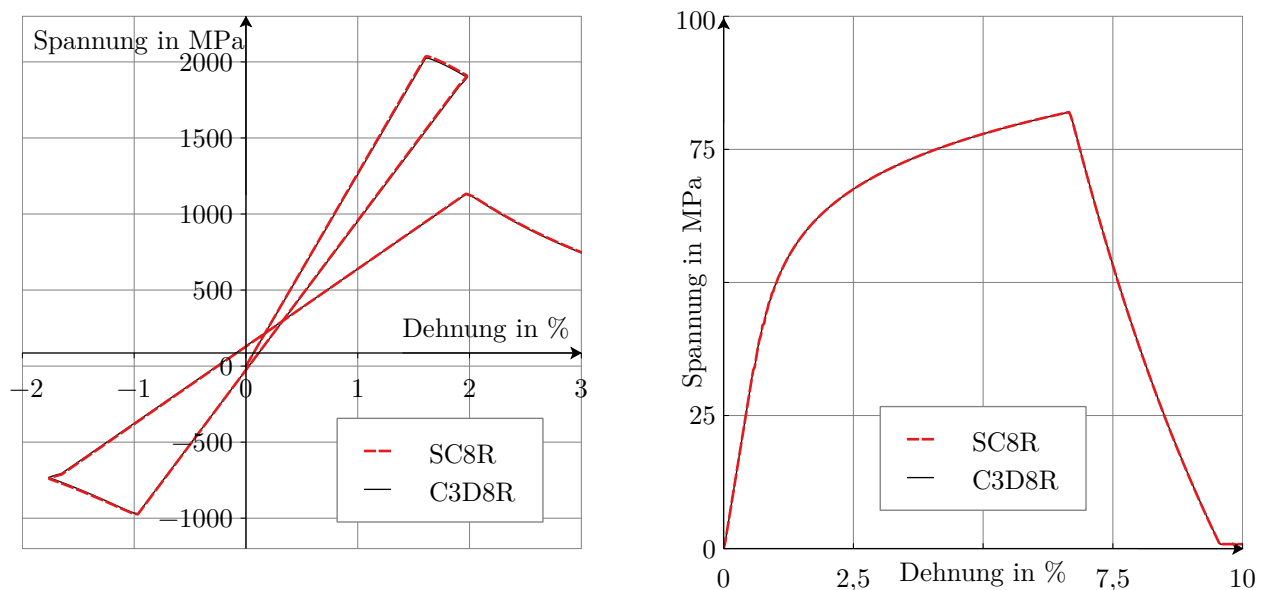


Abbildung 4.5 – 1-Element-Kontinuumschalenmodell unter Wechselbelastung in Faserrichtung (links) und ebener Schubbelastung (rechts)

der Spannungs-Dehnungs-Verlauf einer zyklischen Zug-Druckbelastung in Faserrichtung aufgetragen. Nach den Annahmen des Plastizitätsmodells gibt es in Faserrichtung keine plastischen Einflüsse, die Zug- und Druckspannungen wachsen demnach linear bis die jeweilige Festigkeitsgrenze erreicht ist. Diese Punkte im Zug- und Druckbereich werden vom Versagenskriterium erkannt und leiten die Degradation der Steifigkeiten ein. Da in beiden Richtungen mit der gleichen Steifigkeit gerechnet wird und sich die Schädigungsvariablen in Zug- und Druckrichtung miteinander nach Gleichung 3.5 verrechnen, wirken sich die Anteile aufeinander aus und die degradierte Steifigkeit wird am Übergang von der Zug- zur Druckbelastung linear fortgeführt. Die Verläufe des 2D- und 3D-Modells liegen praktisch ineinander, da sich die betreffenden Formulierungen in den Modellen für diesen isolierten Fall entsprechen.

Auf der rechten Seite von Abbildung 4.5 sind die Spannungsverläufe unter einer ebenen zyklischen Schubbelastung dargestellt. Das Auftreten von Plastizität erzeugt im Modell dauerhafte plastische Dehnungen, die auch bei Entlastung weiterhin bestehen. Sobald die Festigkeitsgrenze überschritten ist, beginnt zusätzlich die Steifigkeitsdegradation.

Die Verläufe quer zur Faser sind links in Abbildung 4.6 in Druckrichtung und rechts in Zugrichtung dargestellt. Nach einem linearelastischen Bereich bis circa 0,5% bildet sich in Zugrichtung ein schwaches plastisches Verhalten aus. In Druckrichtung ist dieses ab circa 1% deutlich stärker ausgeprägt. In beiden Richtungen ist die Plastizität in den Kontinuumsschalenelementen verstärkt. Die Auswirkungen sind somit vor allem unter Druckbelastung in einer Erhöhung der Bruchdehnung von -12% auf $-15,5\%$ zu erkennen. Die Bruchfestigkeiten werden in beiden Fällen richtig wiedergegeben. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Unterschiede keine großen Auswirkungen in den OHT-Versuche haben werden. Da in den Elementen durch die periodischen Randbedingungen nachweislich fast reine Spannungen induziert werden und die Formulierungen in den UMATs für solche Fälle dieselben Spannungswerte berechnen würden, kann die Herkunft der Abweichung nicht aus den Berechnungen für das Materialverhalten stammen. Wodurch exakt der Unterschied entsteht, muss im Rahmen von Folgearbeiten untersucht werden.

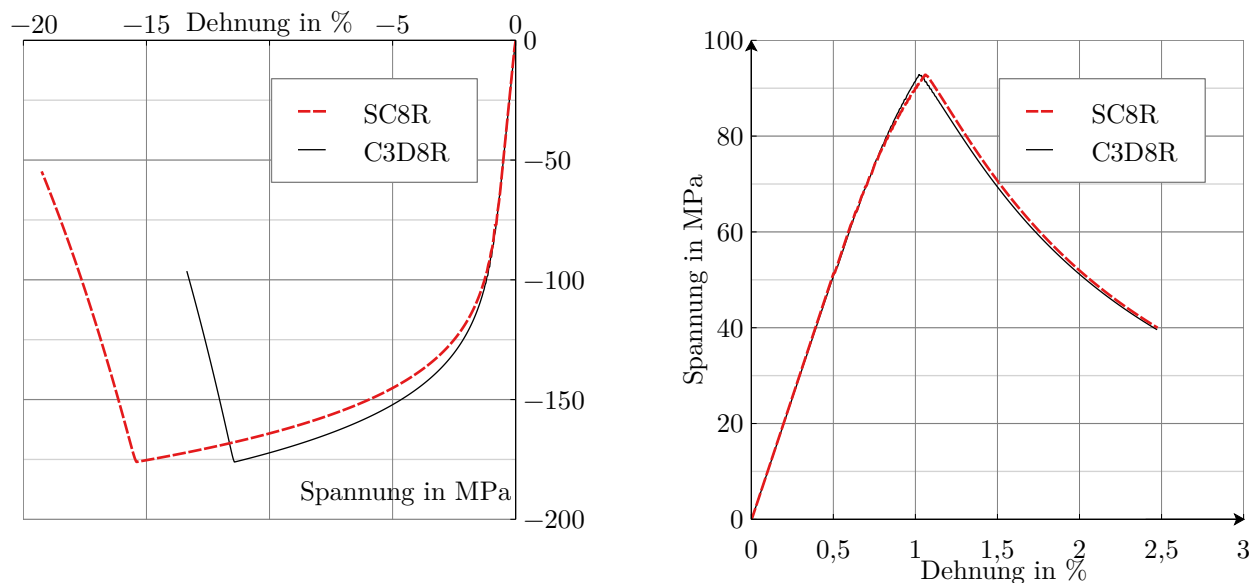


Abbildung 4.6 – 1-Element-Kontinuumsschalenmodell unter Druckbelastung (links) und Zugbelastung (rechts) quer zur Faserrichtung

5 Bestimmung von Materialparametern und Modellvalidierung

Eine Simulation kann nur so präzise sein, wie es die Genauigkeit ihrer Eingabedaten erlaubt. Dies gilt insbesondere für die Materialparameter, da sich hier gegebene Ungenauigkeiten maßgeblich auf den Verlauf der Simulation und das Ergebnis auswirken. In diesem Kapitel werden deshalb die Quellen und die Methodik der Berechnung der wichtigsten Modell- und Materialparameter dargelegt und bewertet. Die Untersuchungen in dieser Arbeit werden anhand der kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffe AS4/PEEK und T700GC/M21 durchgeführt, wobei PEEK ein thermoplastischer und M21 ein duroplastischer Kunststoff ist. OHT Probekörper aus AS4/PEEK werden in der Literatur häufig zur Validierung von Simulationen genutzt. Es bietet sich daher an, diese verifizierten Materialparameter und Ergebnisse als Basis für das entwickelte Materialmodell zu verwenden, um über den gleichen Datenstamm Modellverifizierungen durchführen zu können und eine gute Grundlage für Vergleiche zwischen den Simulationsmodellen zu schaffen. Im Falle von T700GC/M21 kann auf einen umfassenden Datenbestand aus Versuchen des DLR in Braunschweig zugegriffen werden, der in diesem Kapitel mit der Ermittlung der Plastizitätsparameter erweitert wird.

5.1 Qualitative Bewertung der Materialkennwerte

Die Kennwerte von AS4/PEEK sind in Tabelle 5.1 dargestellt. Dabei wurden die Module der elastischen Steifigkeiten sowie die Querkontraktionen nach SUN und YOON [64] übernommen, die Zug- und Schubfestigkeiten nach KAWAI et al. [65], die Werte der Druckfestigkeiten nach SUN und RUI [66], sowie die Werte der kritischen Energiefreisetzungsraten aus CARLILE et al. [67] und CHEN et al. [2]. Die Werte für T700GC/M21 sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst und stammen

Tabelle 5.1 – Materialparameter AS4/PEEK

E_{11}	$E_{22} = E_{33}$	$G_{12} = G_{13}$	G_{23}	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}
126,7 GPa	10,3 GPa	6,0 GPa	3,45 GPa	0,32	0,49
R_{\parallel}^t	R_{\parallel}^c	R_{\perp}^t	R_{\perp}^c	$R_{\perp\parallel}$	
2023,0 MPa	1234,0 MPa	92,7 MPa	176,0 MPa	82,6 MPa	
$G_{ft} = G_{fc}$	$G_{mt} = G_{mc}$	G_s			
128,0 N/mm	5,6 N/mm	4,93 N/mm			

aus Materialversuchen des DLR in Braunschweig. Zur Ermittlung der Grundelastizitäten und -festigkeiten wurden unterschiedliche Versuche durchgeführt, aus denen sich, wie von PETERSEN et al. [68] beschrieben, qualitativ gute Werte ergeben. Die kritischen Energiefreisetzungsraten G_{ft} und G_{fc} in den Modi des Faserbruchs wurden aus FURTADO et al. [69] übernommen. Diese stammen aus Versuchen zur Untersuchung von Abhängigkeiten der Rissenergie zur Lagendicke. In dieser Arbeit werden die Werte für eine Lagendicke von 0,134 mm verwendet. Dies entspricht fast exakt der

Lagendicke der im weiteren Verlauf der Arbeit verwendeten T700GC/M21-Modelle. Eine detaillierte Betrachtung des Einflusses von G_{ft} ist in Kapitel 6.6 vorgenommen.

Tabelle 5.2 – Materialparameter T700GC/M21

E_{11}	$E_{22} = E_{33}$	$G_{12} = G_{13}$	G_{23}	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}
124,1 GPa	8,4 GPa	4,3 GPa	2,6 GPa	0,29	0,59
R_{\parallel}^t	R_{\parallel}^c	R_{\perp}^t	R_{\perp}^c	$R_{\perp\parallel}$	
2214,0 MPa	1521,0 MPa	54,0 MPa	207,0 MPa	77,0 MPa	
G_{ft}	G_{fc}	G_{mt}	G_{mc}	G_s	
131,0 N/mm	60,0 N/mm	0,3 N/mm	2,33 N/mm	2,33 N/mm	

5.2 Bestimmung von Plastizitätsparametern durch Off-Axis-Zugversuche

Für die Bestimmung des Plastizitätsparameters a_{66} existieren zwei verschiedene Methoden. Da das explizite Lösungsverfahren nach WINN und SRISHARAN [70] nur wenige Erwähnungen in der Literatur findet und die Qualität der Ergebnisse schwierig zu bewerten ist, wurde in dieser Arbeit nach der Trial-and-Error-Methode vorgegangen. Für die iterative Berechnung werden nach SUN und CHEN [47] die Spannungs-Dehnungs-Kurven von 4 bis 5 verschiedenen Faserwinkeln benötigt. Diverse Publikationen beschäftigen sich intensiv mit der Identifizierung von a_{66} , sodass durch Berechnung und sorgsames Auswählen bereits zwei kritische Winkelkonfigurationen ausreichend sind, um qualitativ hochwertige Parameter zu erhalten [71]. Für dieses vereinfachte Vorgehen wird der Winkel verwendet, bei dem das größte plastische Fließen durch die Kopplung zwischen Quer- und Schubspannung entsteht. Dieser beträgt üblicherweise 8° bis 15° . Mit ansteigendem Faserwinkel nimmt das Fließen konstant ab. Der zweite Winkel beträgt 45° bis 90° und kann mittels Sensitivitätsanalyse bestimmt werden. Nach WANG et al. [72] erfordern besonders die stark plastisch fließenden Faserwinkel eine hohe Genauigkeit in der Herstellung der Prüfkörper, da Winkelabweichungen hier einen größeren Einfluss auf das Ergebnis haben.

In Veröffentlichungen dieser Art ist es üblich, die Qualität der vereinfachten Auswertungsmodelle anhand des Vergleichs mit dem Standardvorgehen nach SUN und CHEN zu vergleichen. Die Berechnung von a_{66} durch eine größere Anzahl an Off-Axis-Serien mit verschiedenen Winkeln wird meist als Referenzwert verwendet. Da der Mehraufwand gering und eine bessere Ergebnisqualität zu erwarten ist, wurden für T700GC/M21 im Rahmen dieser Arbeit sieben verschiedene Winkel mit jeweils sieben Probekörpern ausgewertet.

Durchführung der Off-Axis-Zugversuche

Die Versuche wurden auf Basis der Richtlinien DIN 527-20 auf einer servomechanischen Prüfmaschine Zwick 1484 durchgeführt. Die Prüfgeschwindigkeit betrug 2 mm/min bei einer Umgebungstemperatur von $23 \pm 2^\circ\text{C}$. Der Versuchsaufbau einer Probe mit Dehnmessstreifen ist in Abbildung 5.1 dargestellt.

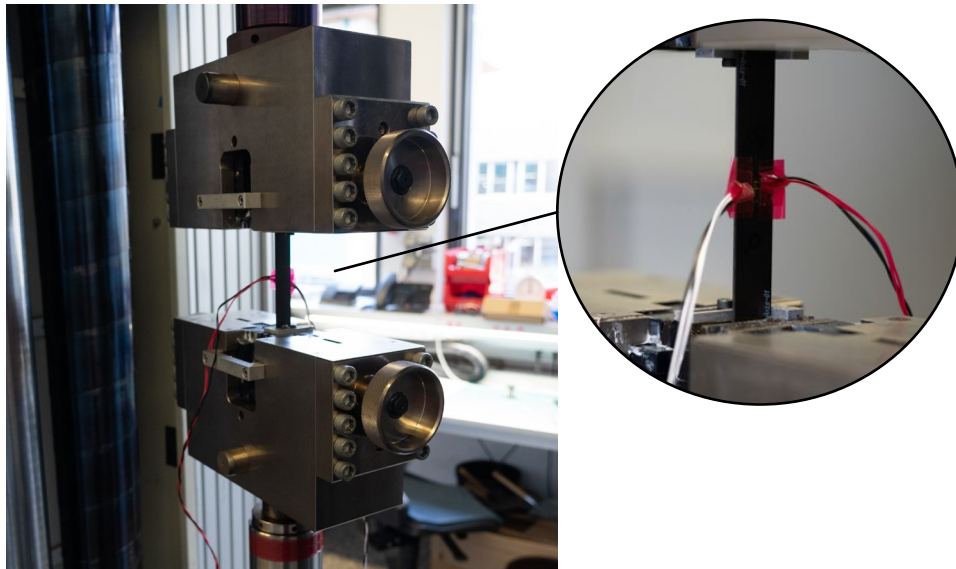


Abbildung 5.1 – Versuchsaufbau der Off-Axis-Zugversuche an unidirektionalen Laminaten mit Dehnmessstreifen

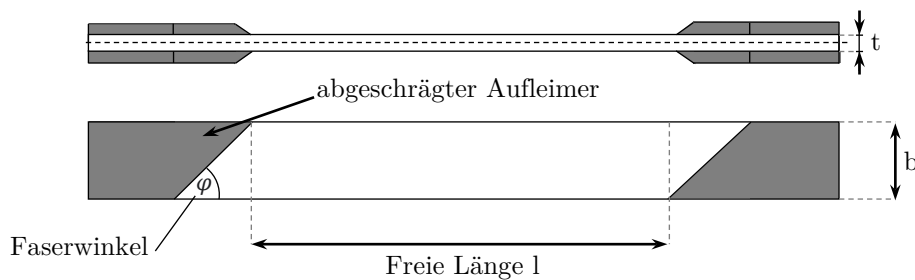


Abbildung 5.2 – Geometrie der Prüfkörper mit abgeschrägten Aufleimern

Je Faserwinkel θ mit 10° , 15° , 20° , 30° , 45° , 60° und 75° wurden sieben Probenkörper getestet, deren Geometrie in Abbildung 5.2 dargestellt ist. Die Aufleimer können bei dieser Art von Zugversuchen, bei welchen die Faserrichtungen nicht auf der Lasteinleitungssachse der Maschine liegen, einen ungewollten Einfluss auf das Ergebnis haben. Dies zeigte sich in einem Vorversuch in Form unterschätzter Bruchlasten. Dadurch wurde eine Anpassung des Versuchsaufbaues nötig. Durch die hydraulisch starr beschränkte Einspannung werden ungewollte Schubkräfte und Biegemomente während des verschiebungsgesteuerten Versuchablaufes in den Prüfkörper induziert. Durch diese zusätzlichen Anteile versagt dieser unter einer zu geringen Last, was ein ein verfrühtes Abbrechen der Spannungs-Dehnungs-Kurve zur Folge hat. Für das Plastizitätsmodell ist jedoch vor allem der nichtlineare Bereich plastischer Verformung von Bedeutung, der so jedoch nur in geringerem Umfang auftritt. Abhilfe können hier verformbare [73] oder rotierende [74] Aufleimer schaffen, die den gewünschten Spannungszustand begünstigen.

Eine Methode die einfacher durchzuführen ist, steht durch die Verwendung von auf den Faserwinkel des Prüfkörpers abgestimmten und abgeschrägten Aufleimern [75] zur Verfügung. In Kontrast zum normalen Versuchsaufbau wurden hiermit deutliche Verbesserungen in Bezug zur Kraffteinleitung festgestellt. In Abbildung 5.3 sind die versagten Probenkörper abgebildet, bei denen glatte Bruchkannten infolge von Zwischenfaserbrüchen erkennbar sind. In Abbildung 5.4 sind die Bruchspannungen

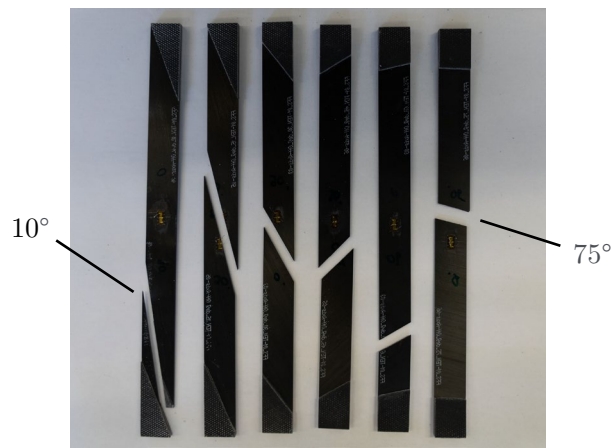


Abbildung 5.3 – Zerstörte 10°- bis 75°-Prüfkörper aus den Off-Axis-Zugversuchen

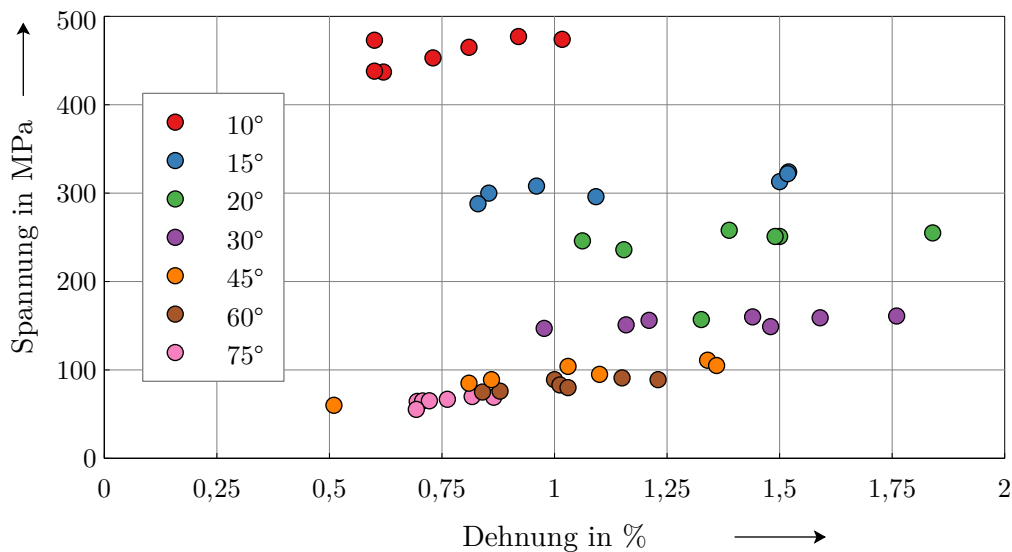


Abbildung 5.4 – Bruchspannungen und -dehnungen der Prüfkörper aus den Off-Axis-Versuchen

aller Probekörper, die aus den gemessenen Kräften der Prüfmaschine und dem Querschnitt berechnet wurden, dargestellt. Die Bruchdehnung wurde über Dehnmessstreifen in der Mitte der Probekörper ermittelt. Die Bruchlasten sind innerhalb der Serien in guter Übereinstimmung. Bei den Bruchdehnungen ergeben sich größere Differenzen, die zum Teil durch ein sehr sensibles Verhalten auf Steifigkeitsabweichungen erklärbar sind. Das starke Abflachen der Kurven durch die plastischen Effekte verstärkt so die Auswirkungen auf die Bruchdehnungen.

Versuchsauswertung und Berechnung der Parameter

In Abbildung 5.5 sind die Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 20°-Proben, sowie die daraus berechnete Mittelwertkurve dargestellt. Die Spannungs-Dehnungs-Verläufe der weiteren Versuche sind in Anhang A.1 abgebildet. Durch das stark plastische Verhalten der Proben wirken sich schon geringe Unterschiede in den Steifigkeiten im nichtlinearen Bereich deutlich auf die Bruchdehnung aus, da die Abweichungen in den Bruchfestigkeiten geringer sind.

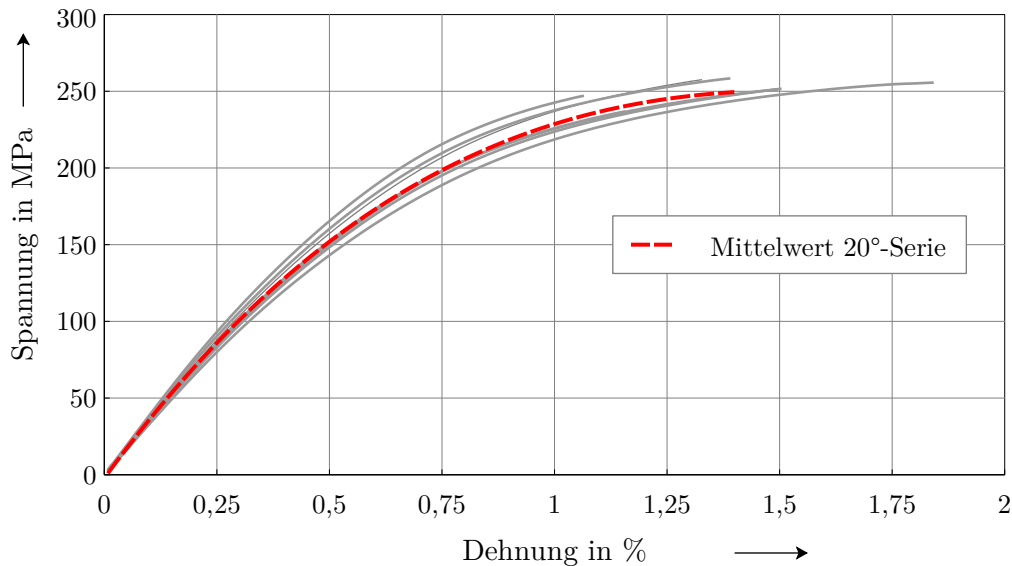


Abbildung 5.5 – Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 20°-Prüfkörper mit Mittelwertkurve

Für das Verrechnen und Auswerten der Daten wurde Python 3.8 mit dem Modul *NumPy* verwendet. Der Programmcode dazu befindet sich in Anhang A.2. Das Vorgehen, das für die gemittelten Spannungs-Dehnungs-Kurven in jeder Serie verwendet wurde, ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Dabei werden die Datenpunkte jeder Probe zunächst mittels quadratischer Polynominterpolation zu einer Spannungs-Dehnungs-Kurve verarbeitet. Diese wird dann über die Weite der Bruchdehnung in 10 000 Punkte eingeteilt sowie deren zugehörige Spannungswerte berechnet. Aus den auf 10 000 Datenpunkte normierten Werten kann anschließend die Mittelwertkurve berechnet werden.

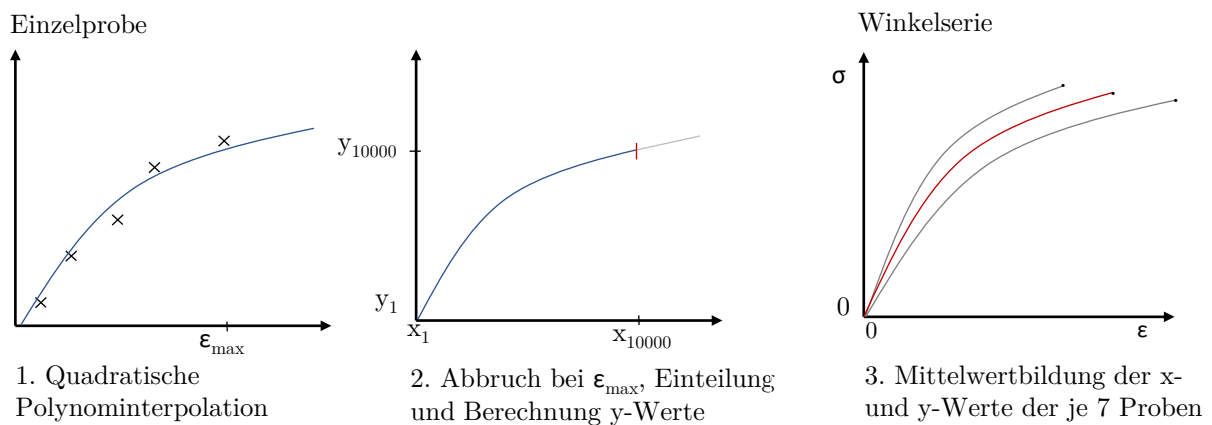


Abbildung 5.6 – Methodik der Mittelwertberechnung

Die gemittelten Kurven aus den Versuchen sind in Abbildung 5.7 dargestellt. Sie stellen den Ausgangspunkt der Trial-and-Error-Methode zur iterativen Bestimmung von a_{66} dar. Im nachfolgend beschriebenen Rechnungsablauf werden dabei mittels des Plastizitätsmodells von SUN und CHEN die plastischen Dehnungswerte für verschiedene Werte von a_{66} ermittelt. Die Ergebnisse können dann verglichen werden, um die beste Variante zu ermitteln.

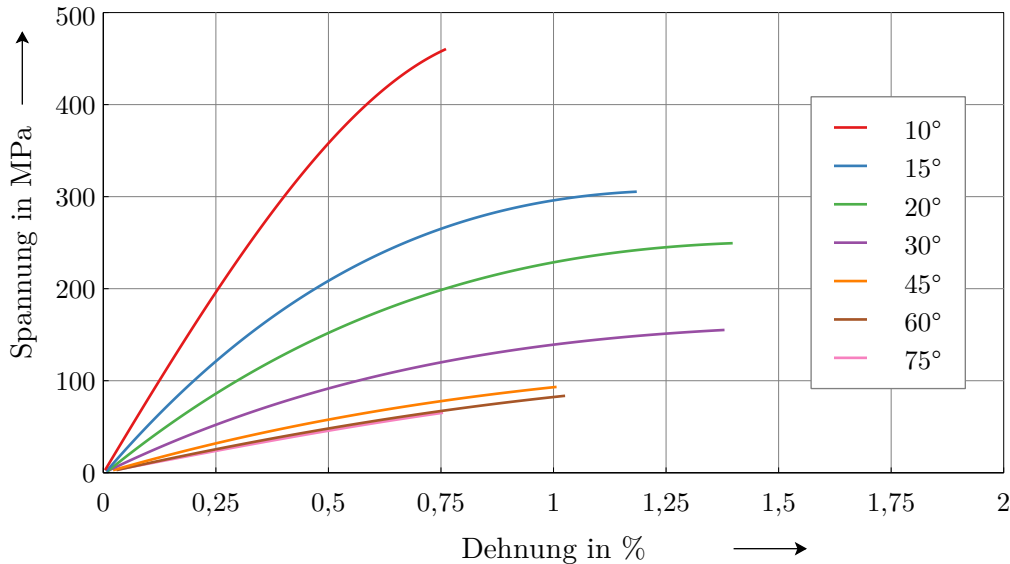


Abbildung 5.7 – Gemittelte Spannungs-Dehnungs-Kurven der Off-Axis-Versuche

Mit θ können die Spannungen auf den Materialhauptachsen zur Spannung σ_x in Lastrichtung der Maschine ins Verhältnis gesetzt werden durch:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \cos^2 \theta \sigma_x \\ \sigma_{22} &= \sin^2 \theta \sigma_x \\ \sigma_{12} &= -\sin \theta \cos \theta \sigma_x.\end{aligned}\tag{5.1}$$

Diese Zusammenhänge werden in die Formel für die effektive Spannung nach SUN und CHEN eingesetzt. In Faserrichtung werden nur elastische Zustände angenommen wodurch sich nach dem Plastizitätsmodell ergibt:

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma_{22}^2 + 2a_{66}\sigma_{12}^2)}.\tag{5.2}$$

Mit dem Einsetzen von Gleichung 5.1 in Gleichung 5.2 ergibt sich:

$$\tilde{\sigma} = h(\theta, a_{66})\sigma_x\tag{5.3}$$

mit:

$$h(\theta, a_{66}) = \sqrt{\frac{3}{2}(\sin^4 \theta + 2a_{66} \sin^2 \theta \cos^2 \theta)}.\tag{5.4}$$

Durch Gleichung 5.3 kann jeder der 10000 Spannungspunkte der gemittelten Kurven in das Materialkoordinatensystem transformiert werden. Mit den Dehnungswerten ε_x kann, durch die bereits bekannte Annahme $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$, die plastische Dehnung in Hauptachsenrichtung berechnet werden:

$$\varepsilon_x^p = \varepsilon_x - \frac{\sigma_x}{E_x}.\tag{5.5}$$

Dabei bezeichnet E_x das Elastizitätsmodul in Lastrichtung. Anschließend wird sie ins Materialkoordinatensystem transformiert:

$$\tilde{\varepsilon}^p = \frac{\varepsilon_x^p}{h(\theta, a_{66})}.\tag{5.6}$$

Dieser Berechnungsablauf wird für jedes der 10 000 Datenpaare in jeder der sieben Mittelwertkurven durchgeführt. Daraus ergeben sich sieben Kurven der Form $\tilde{\sigma}(\tilde{\varepsilon}^p)$, die winkelunabhängig sind und idealisiert betrachtet alle in einer sogenannten Masterkurve zusammenfallen. Um die Masterkurve aus den gegebenen Datenpunkten zu ermitteln, wird üblicherweise ein Potenzgesetz verwendet, welches das nichtlineare Verhältnis von effektiver Spannung zu effektiver, plastischer Dehnung widerspiegeln kann. Die isotrope Verfestigung wird demnach ausgedrückt durch:

$$\tilde{\varepsilon}^p = A\tilde{\sigma}^n, \quad (5.7)$$

mit den Koeffizienten A und n . Diese werden mit der Python-Bibliothek *Scipy* mittels Methode der kleinsten Quadrate ermittelt. In Abbildung 5.8 sind die winkelunabhängigen effektiven Spannungs-Dehnungs-Kurven für $a_{66} = 0,8$ abgebildet, die über den gezeigten Ablauf annähernd in der Masterkurve zusammenfallen. Mithilfe des Determinationskoeffizienten R^2 kann die Güte dieser

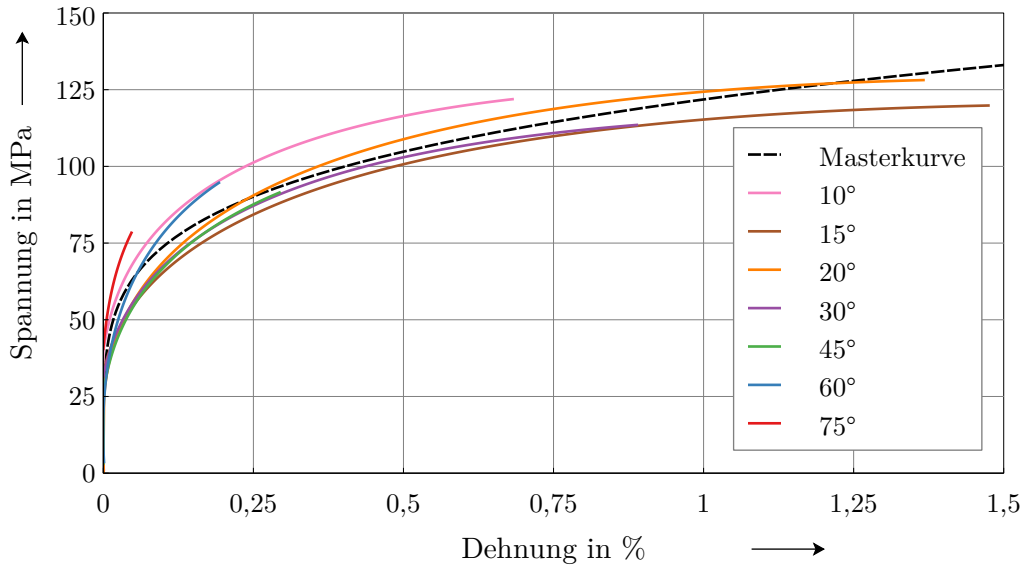


Abbildung 5.8 – Masterkurve des Plastizitätsmodells für $a_{66}=0,8$

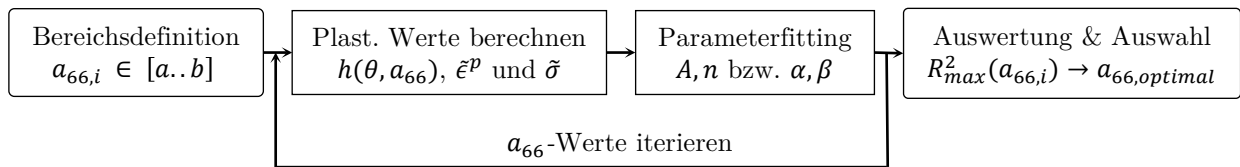
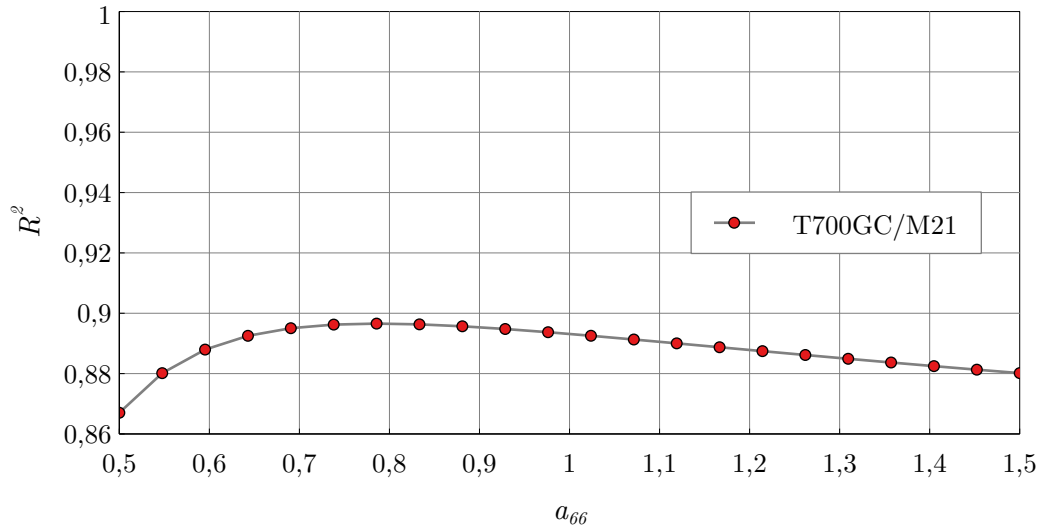
Regression bewertet werden. Der Determinationskoeffizient dient als Vergleichsfaktor, um die beste Kombination der verschiedenen a_{66} - A - n -Kombinationen herauszufinden:

$$a_{66,opt.} \rightarrow R^2(a_{66}, \theta, A, n)_{max}, a_{66} \in [a_{66,min}..a_{66,max}]. \quad (5.8)$$

Die effektive Spannung in Abhängigkeit von der effektiven plastischen Dehnung kann mit folgendem Zusammenhang ausgedrückt werden, aus dem sich die für das Materialmodell benötigten Parameter α und β erschließen:

$$\tilde{\sigma}(\tilde{\varepsilon}^p) = A^{-1/n}(\tilde{\varepsilon}^p)^{1/n} = \beta(\tilde{\varepsilon}^p)^\alpha. \quad (5.9)$$

Nachdem der in Abbildung 5.9 dargestellte Algorithmus alle Durchläufe abgeschlossen hat, lässt sich die Güte der Parameteranpassung R^2 als Funktion der getesteten a_{66} wie in Abbildung 5.10 darstellen. Für T700GC/M21 wird bei der Berechnung aus allen sieben Mittelwertkurven ein R^2 von circa 90 % erreicht. Das Maximum bildet sich bei einem a_{66} von ungefähr 0,8 aus. Der Quelltext der Auswertungsroutine befindet sich in Anhang A.3. Nach Untersuchungen von WINN et al. [70] ist das 1-Parameter-Plastizitätsmodell sehr gut geeignet, um das Verhalten von Laminaten mit einer rein

Abbildung 5.9 – Flussdiagramm der iterativen Bestimmung von a_{66} Abbildung 5.10 – Qualitativer Vergleich unterschiedlicher Werte von a_{66}

unidirektionalen Faserrichtung vorherzusagen. Die Verläufe aus den Off-Axis-Versuchen stellen das nichtlineare Materialverhalten von UD-Laminaten mit einem einzelnen Lagenwinkel bis zum abrupten Lastabfall dar. Das sogenannte *first-ply-failure* beschreibt das Versagen eines solchen Laminates mit Auftreten des ersten makroskopischen Risses. Laminare mit mehr als einem einheitlichen Lagenwinkel weisen dieses meist nicht auf. Das Versagen zögert sich heraus, da die unterschiedlichen Lagen das intralaminare Ausbreiten von Matrixrissen über die gesamte Laminatdicke behindern. Der weiterhin lasttragende nichtlineare Bereich nach der Erstschädigung der Einzellage kann daher nicht in den Off-Axis-Versuchen erfasst werden und besitzt somit keinen Einfluss auf die Berechnung der Plastizitätsparameter. Ebenfalls ändert sich der Einfluss von Mikrorissen auf die Nichtlinearität im Spannungs-Dehnungs-Verlauf von mehrlagigen Laminaten [70].

Im Falle der Verwendung des Plastizitätsmodells mit Mehrschichtverbunden wird von WINN et al. empfohlen, die Parameter phänomenologisch auf den Anwendungsfall zu kalibrieren, um diese Einflüsse mit einzubeziehen. Als kalibriertes phänomenologisches Modell wird dessen Eignung für mehrlagige Laminare erhöht, die Genauigkeit für simplere Fälle wie Off-Axis-Zugversuche jedoch verringert. Im Rahmen der Validierung im folgenden Kapitel wird deshalb eine Kalibrierung des Plastizitätsparameters durchgeführt, um den Einfluss der Schubspannung genauer einzustellen. Da die zu untersuchenden OHT-Körper als quasiisotrop angesehen werden können und dabei nur Lagenwinkel in 45° -Schritten beinhalten, wird dafür ein $\pm 45^\circ$ -Aufbau verwendet.

5.3 Validierung und Kalibrierung des Plastizitätsmodells durch $[\pm 45^\circ]$ -Versuche

Zur Validierung werden die Off-Axis-Versuche mit dem 1-Element-Modell berechnet. Dabei liegt das Hauptaugenmerk auf dem Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Kurven sowie dem Ausmaß des ausgebildeten plastischen Bereichs. Die aus der Simulation berechneten Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 10° - bis 75° -Modelle sind in Abbildungen 5.11 und 5.12 aufgetragen. Zusätzlich sind die Mittelwerte der Serien aus den Experimenten und die jeweilige Probe mit dem größten und kleinsten plastischen Verlauf hinzugefügt. Das Ausbilden leichter Stufen in den Simulationskurven ergibt sich aus der Verwendung dynamischer Zeitschrittweiten. Zu kleine Inkremente resultierten in Konvergenzproblemen, welche durch eine größere Startschrittweite gelöst werden konnten. Da der qualitative Verlauf der Kurven nur optisch bewertet und mit einem impliziten Verfahren gerechnet wird, stellen die Stufen keine Probleme für die Auswertung dar.

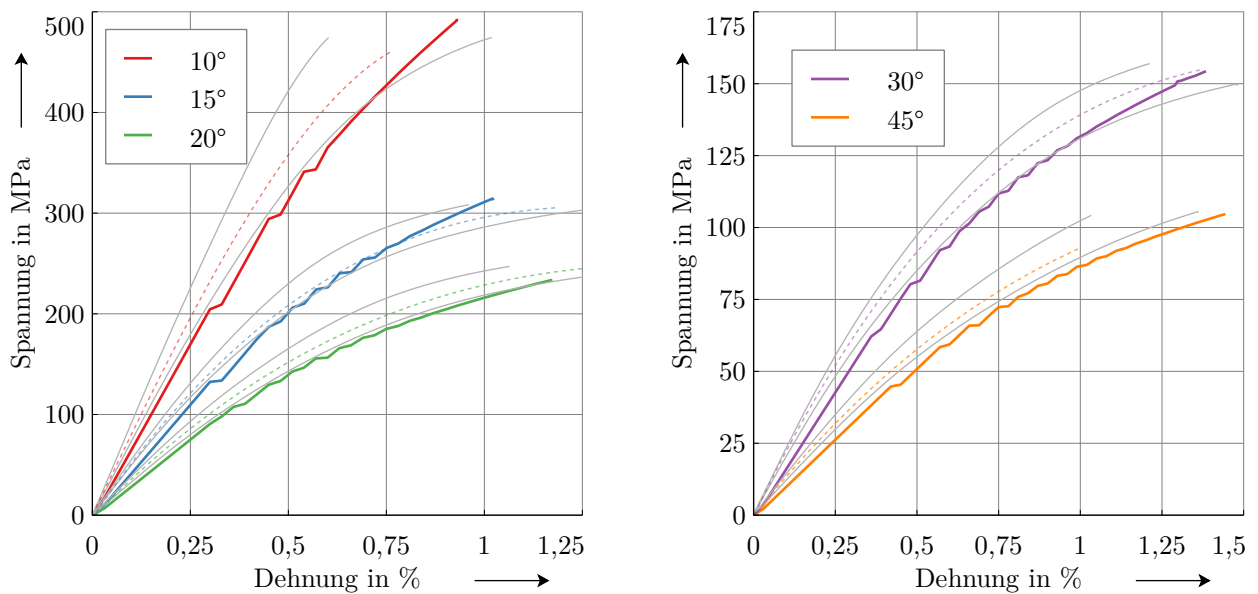


Abbildung 5.11 – Off-Axis-Simulationen der 10° -, 15° - und 20° -Prüfkörper (links) sowie 30° - und 45° -Prüfkörper (rechts) aus T700GC/M21

Die Simulationen ergeben in allen Varianten Kurvenverläufe am unteren Ende der Bereiche aus den Experimenten. Die Steifigkeit wird zu Beginn leicht unterschätzt. Der plastische Verlauf wird besonders bei den mittleren Winkeln 20° , 30° und 45° in hoher Übereinstimmung wiedergegeben, hier sind ebenso die Differenzen der Proben in den Versuchen am geringsten. Bei den Winkeln 10° und 15° zeigt die Simulation eine zu hohe Steifigkeit und unterschätzt dadurch die Plastizität. Bei den größeren Winkeln 60° und 75° wird das plastische Verhalten dagegen überschätzt, wodurch die Kurven stärker abflachen. Durch die genaue Wiedergabe der Bruchfestigkeit ergibt sich dadurch eine größere Bruchdehnung als in den Experimenten.

Die Abweichungen in den Bruchdehnungen der experimentellen Off-Axis-Versuche, welche unter anderem auf die Krafteinleitungsproblematik zurückgeführt werden können und bereits in Kapitel 5.2 behandelt wurden, übertragen sich in die Simulationen. Im 1-Parameter Plastizitätsmodell werden durch die Erstellung der Masterkurve die Ergebnisse der Versuche miteinander verschmiert.

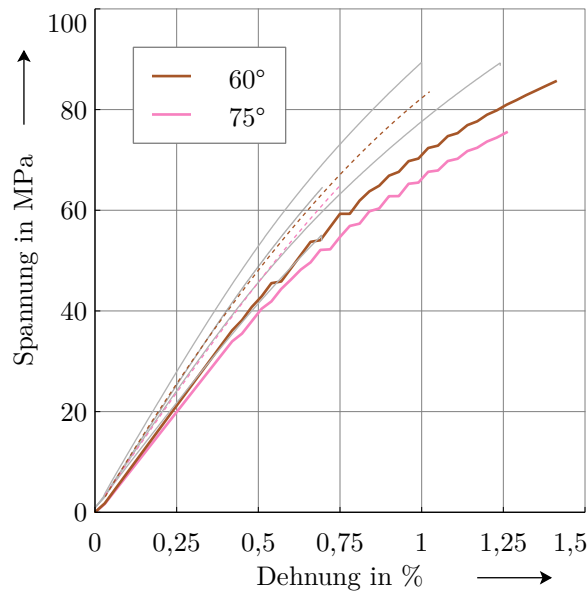


Abbildung 5.12 – Off-Axis-Simulationen der 60°- und 75°-Off-Axis-Prüfkörper aus T700GC/M21

In der Simulation der Off-Axis-Versuche ergibt dieser gemittelte Zustand im Plastizitätsmodell somit für die Winkel mit mittlerem plastischen Verhalten: 20°, 30° und 45° die besten Ergebnisse. Auch stellen die 1-Element-Simulationen idealisierte Modelle dar.

Nach WINN et al. [70] sollte nach experimenteller Bestimmung von a_{66} eine Parameterkalibrierung vorgenommen werden, um das Plastizitätsmodell für den spezifischen Anwendungsfall zu optimieren. Eine Kalibrierung von Modellparametern kann allgemein durchgeführt werden, um höhere Genauigkeiten in der Übereinstimmung mit experimentellen Versuchen zu erreichen. Ein blindes Anpassen von Parametern für bessere Ergebnisse sollte jedoch vermieden werden. Hier besteht die Gefahr, dass das Modell anschließend ausschließlich für die gegebenen Testdaten validiert ist, die Anwendung des Modells in einem anderen Anwendungsfall jedoch ungültig wird. Von der EASA [76] wird deshalb empfohlen, den Ansatz und die Methodik der durchgeführten Kalibrierung detailliert festzuhalten.

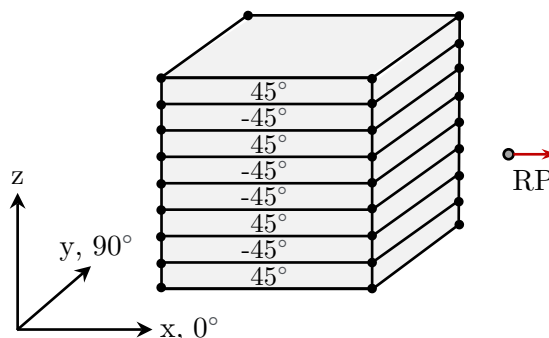


Abbildung 5.13 – Simulationsmodell des $[\pm 45^\circ]_{2s}$ -Versuchs

Für die Kalibrierung wird auf am DLR in Braunschweig durchgeführte $[\pm 45^\circ]$ -Versuche zurückgegriffen. Diese Versuche sind schublastig und spiegeln die in den OHT-Körpern auftretenden Spannungszustände besser als die reinen Off-Axis-Versuch wieder. Die Laminat in den OHT-Versuchen haben einen 50 %-igen Anteil an $\pm 45^\circ$ -Lagen. Das repräsentative Simulationsmodell ist

in Abbildung 5.13 dargestellt. Es besteht aus einem Kontinuumsschalenelement pro Lage. Der aus den Versuchen errechnete Plastizitätsparameter a_{66} mit dem geringsten Residuum beträgt 0,8. Wie in Abbildung 5.14 zu erkennen ist, unterschätzt dieser das plastische Verhalten und damit die Bruchdehnung deutlich.

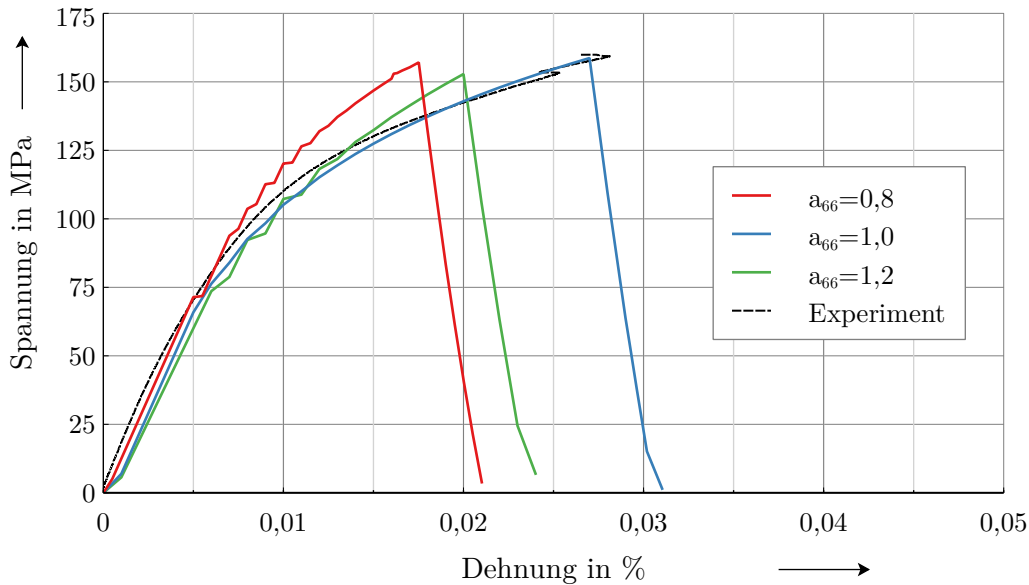


Abbildung 5.14 – Spannungs-Dehnungs-Verläufe verschiedener a_{66} -Werte in $[\pm 45^\circ]_{2s}$ -Simulationen an T700GC/M21

Durch den Parameter a_{66} wird der Anteil der Spannungen in Schubrichtung am plastischen Verhalten des Materials gewichtet. Da Werte aus der Literatur bei ähnlichen Materialien tendenziell eher einen größeren Schubanteil veranschlagen, wurden verschiedene Werte von a_{66} in den Off-Axis-Simulationen und dem $[\pm 45^\circ]$ -Versuch getestet. Dies ist möglich, da sich die Residuen (vgl. Abb. 5.10) für verschiedene Werte von a_{66} in einem Bereich von wenigen Prozent bewegen. Die a_{66} -Werte mit ihren jeweiligen α - und β -Parametern ergeben in den Spannungs-Dehnungs-Verläufen der Off-Axis-Simulationen nur geringfügige Abweichungen, unterscheiden sich in der $[\pm 45^\circ]$ -Simulation jedoch signifikant.

Eine deutliche Verbesserung stellt sich unter Verwendung von $a_{66} = 1,0$ ein (vgl. Abb. 5.14). Der nichtlineare Bereich wird damit sehr gut abgebildet und ergibt eine gute Übereinstimmung mit der gemessenen Festigkeit und Bruchdehnung aus dem realen Versuch. Kleinere und größere Werte ergeben geringere Bruchdehnungen, ein Konvergenzverhalten zeigte sich jedoch nicht. Die Ergebnisse der Off-Axis-Simulationen sind in Anhang A.4 zusammengefasst. In Tabelle 5.3 sind die Werte aus der Kalibrierung auf T700GC/M21, die im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendet werden, aufgelistet. Für AS4/PEEK wurden Werte nach SUN und YOON verwendet [64].

Tabelle 5.3 – Plastizitätsparameter AS4/PEEK und T700GC/M21

Material	a	α	β
AS4/PEEK	1,5	0,143	295,0
T700GC/M21	1,0	0,218	336,3

5.4 Bestimmung von Puck-Neigungsparametern und Cuntze-Reibbeiwerten

Für die beiden Bruchkriterien nach CUNTZE und PUCK werden zusätzliche materialabhängige Parameter benötigt, da diese beiden sogenannten modalen Kriterien neben den üblichen Festigkeiten auch konkrete innere Reibung berücksichtigen. Diese sind nicht wie bei simpleren Kriterien über die Formulierungen verschmiert. Auf Grundlage von experimentellen Untersuchungen von PETERSEN et al. [68] zur Bestimmung der Reibungskoeffizienten $\mu_{\perp\parallel}$ und $\mu_{\perp\perp}$ an T700GC/M21 können die Reibbeiwerte in CUNTZE's FMC sowie die Neigungsparameter nach PUCK für den zweidimensionalen Fall ermittelt werden.

Reibbeiwerte nach Cuntze

Zur Bestimmung von $\mu_{\perp\parallel}$ und $\mu_{\perp\perp}$ verwenden PETERSEN et al. Arcan-Versuche, um im Material möglichst reine IFF2- und IFF3-Spannungszustände zu erzeugen. Zur Ermittlung von $b_{\perp\parallel}$ werden dafür zwei Punkte auf der reinen IFF3-Kurve verwendet. Neben der Schubfestigkeit $R_{\perp\parallel}$ wird Punkt A in Abbildung 5.15 durch einen zweiachsigen Versuch ermittelt, welcher den Spannungszustand $(\sigma_2^c, \tau_{21}^c)$ liefert. Über diese beiden Punkte lässt sich $b_{\perp\parallel}$ wie folgt berechnen:

$$b_{\perp\parallel} = \frac{R_{\perp\parallel}^4 - (\tau_{21}^c)^4}{2\sigma_2^c(\tau_{21}^c)^2 R_{\perp\parallel}}. \quad (5.10)$$

Der Zusammenhang mit dem Reibungskoeffizienten kann unter Annahme einer linearen Mohr-Coulomb Formulierung über eine gerade Linie zwischen den Punkten angenähert werden und wird beschrieben durch:

$$\mu_{\perp\parallel} = \frac{\tau_{21}^c - R_{\perp\parallel}}{\sigma_2^c} = \frac{b_{\perp\parallel}}{2}. \quad (5.11)$$

Zur Bestimmung von $b_{\perp\perp}$ wird mit einem zweiachsigen Versuch ein Punkt auf der IFF2-Bruchkurve

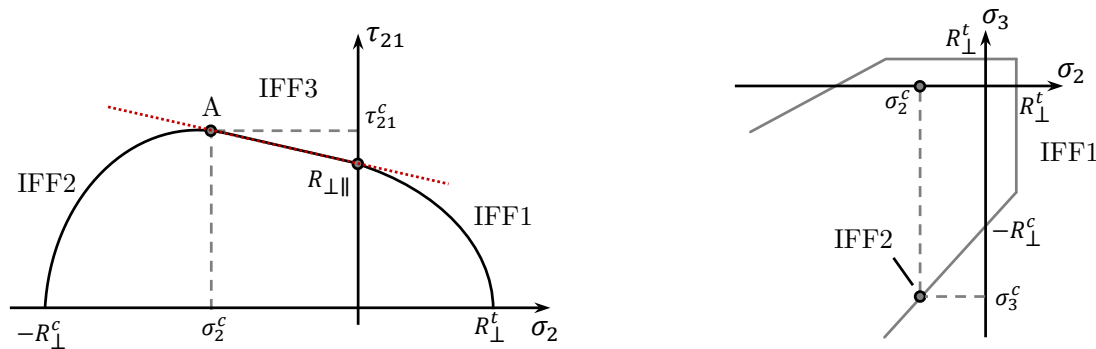


Abbildung 5.15 – Bruchkurven nach CUNTZE im σ_2 - τ_{21} -Spannungsraum (links) und σ_2 - σ_3 -Spannungsraum (rechts)

erzeugt, von dem angenommen wird reine IFF2-Anstrengung im Material zu erzeugen. Die Spannungen σ_2^c und σ_3^c in diesem Zustand sind rechts in Abbildung 5.15 dargestellt.

In das Bruchkriterium IFF2 nach Gleichung 3.24 eingesetzt und umgestellt ergibt sich:

$$b_{\perp\perp} = \frac{1 + (\sigma_2^c + \sigma_3^c)/R_{\perp}^-}{(\sigma_2^c + \sigma_3^c)/R_{\perp}^- + \sqrt{(\sigma_2^c + \sigma_3^c)^2/R_{\perp}^-}}, \quad (5.12)$$

und

$$b_{\perp\perp} = \frac{1}{1 - \mu_{\perp\perp}}. \quad (5.13)$$

Eine Übersicht über alle Bruchkriterienkoeffizienten findet sich in Tabelle 5.4. Der Interaktionskoeffizient m , der die Einzelanstressungen E_{ff}^{mode} zur Gesamtanstressung E_{ff}^m wertet, kann nach CUNTZE über Testdaten ermittelt werden [77]. Es hat sich hierbei jedoch bewährt, für jede Anstrengung denselben Koeffizienten m zu verwenden und diesen über Erfahrungswerte zu definieren. CUNTZE empfiehlt einen Bereich von 2,5 bis 3,0, wobei ein kleinerer Wert zu einer geringeren Bruchspannung führt und infolgedessen zu einer konservativeren Auslegung. In dieser Arbeit wird aus diesem Grund der von PETERSEN et al. empfohlene Wert von $m = 2,6$ verwendet.

Neigungsparameter nach Puck

Die beiden Neigungsparameter $p_{\perp\parallel}^-$ und $p_{\perp\parallel}^+$ können analog zu den Reibbeiwerten von CUNTZE aus der experimentellen τ_{21} - σ_2 -Bruchkurve bestimmt werden. Sie repräsentieren die Steigung der Bruchkurve in Punkt A in Abbildung 5.16, an welchem der Übergang von Modus A zu B stattfindet. Unter Annahme eines stetigen Kurvenverlaufes entspricht sie dem Reibungskoeffizienten $\mu_{\perp\parallel}$ [52]. Die einfache Bestimmung liegt an einem Bruchwinkel θ_{fp} von 0° in den Modi A und B. Die Wirkebene von σ_2 und τ_{12} wird also zur Bruchebene mit $\sigma_2 = \sigma_n$ und $\tau_{12} = \tau_{nt}$. Die Parameter $p_{\perp\perp}^+$ und

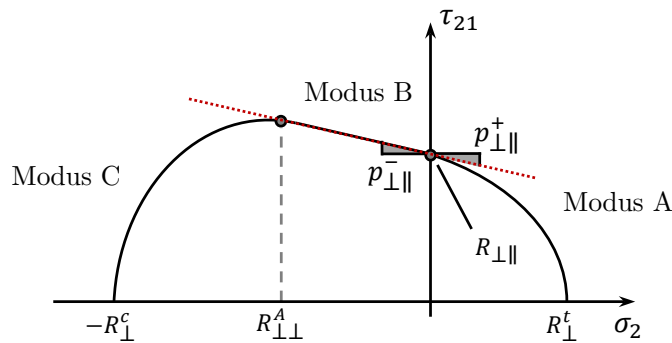


Abbildung 5.16 – Bruchkurve nach PUCK im σ_2 - τ_{21} -Spannungsraum

$p_{\perp\perp}^-$ können auf diese Weise nicht direkt bestimmt werden, da die σ_n - τ_{nt} -Bruchkurve im Bereich um $\sigma_n \approx 0$ experimentell nicht ausgewertet werden kann. Bei einem 3D-Spannungszustand im Puck-Kriterium ist es nötig, den Bruchwinkel numerisch zu bestimmen. Eine Ausnahme existiert im ebenen Spannungszustand mit einer analytischen Lösung zur Berechnung von θ [78]. Dadurch ergibt sich die Möglichkeit den Parameter $p_{\perp\perp}^-$ unter Annahme folgender Parameterkopplung zu berechnen:

$$\frac{p_{\perp\perp}^-}{R_{\perp\perp}^A} = \frac{p_{\perp\parallel}^-}{R_{\perp\parallel}}. \quad (5.14)$$

Mit dem Risswiderstand der Bruchebene:

$$R_{\perp\perp}^A = \frac{R_{\perp\parallel}}{2p_{\perp\parallel}^-} \left(\sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^- \frac{R_{\perp}^-}{R_{\perp\parallel}}} - 1 \right), \quad (5.15)$$

ergibt sich anschließend:

$$p_{\perp\perp}^- = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^- \frac{R_{\perp}^-}{R_{\perp\parallel}}} - 1 \right). \quad (5.16)$$

Die benötigten Parameter sind aus den Versuchen vorhanden. PUCK empfiehlt, die σ_n - τ_{nt} -Bruchkurve als stetig anzusehen und $p_{\perp\perp}^+$ gleichzusetzen mit $p_{\perp\parallel}^-$. Für AS4/PEEK sind die Parameter für das

Tabelle 5.4 – Cuntze- und Puck-Parameter AS4/PEEK und T700GC/M21

Material	Cuntze			Puck			
	$b_{\perp\parallel}$	$b_{\perp\perp}$	m	$p_{\perp\parallel}^+$	$p_{\perp\parallel}^-$	$p_{\perp\perp}^+$	$p_{\perp\perp}^-$
T700GC/M21	0,44	1,266	2,6	0,22	0,22	0,23	0,23
AS4/PEEK	0,44	1,266	2,6	0,22	0,22	0,23	0,23

Cuntze- und Puck-Kriterium nicht vorhanden, nach VÖLKERINK et al. [5] können hier jedoch die gleichen Parameter wie von T700GC/T700GC verwendet werden.

5.5 Berechnung transversaler Steifigkeiten in Schalenmodellen

Elemente, die nach der FSDT formuliert sind, wie die Kontinuumsschalen SC8R in Abaqus, basieren auf der Annahme konstanter Schubverformung in Dickenrichtung. Die dafür benötigten Querschubsteifigkeiten werden von Abaqus aus den anfänglichen, elastischen Materialeigenschaften in der Präprozessing-Phase berechnet. Dies geschieht durch Integration der Sektion in Dickenrichtung, die Werte bleiben anschließend für die gesamte Analyse konstant. Die Verwendung nutzerdefinierter Materialmodelle erfordert es, diese im Vorhinein anzugeben, da die für die Integration benötigten Schubsteifigkeiten während der Präprozessing-Phase in diesem Fall nicht zur Verfügung stehen. Die Werte für die Querschubsteifigkeiten müssen den Sektionen des Teils so schon beim Modellaufbau zugewiesen werden. Bei Verwendung eines mesomechanischen Modellaufbaus mit mindestens einem Element in Dickenrichtung pro Lage können die Berechnungsansätze für isotrope, homogene Platten verwendet werden. Eine Herleitung und Vergleich dieser ist von ALTENBACH [79] gegeben. Dabei wird hier der Schubkorrekturfaktor 5/6 nach REISSNER [80] verwendet. Dies ist ebenso in der Abaqus Dokumentation empfohlen [15]:

$$\begin{aligned} K_{11} &= \frac{5}{6} G_{13} t \\ K_{22} &= \frac{5}{6} G_{23} t \\ K_{12} &= 0. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Bei makromechanischen Modellen die über eine äquivalente Einzellage aufgebaut sind, ist die Berechnung nach den Gleichungen 5.17 nicht möglich. Die verschiedenen ausgerichteten Materialhauptachsen der Lagen müssen hier über die Dicke miteinander verrechnet werden, um die Gesamtsteifigkeiten des Lagenblockes in transversaler Richtung abschätzen zu können. Die in diesem Falle von Abaqus während der Präprozessing-Phase durchgeführten Berechnungen sind in der Dokumentation der Software beschrieben [17]. Für die händische Berechnung die bei Verwendung einer UMAT nötig wird, können nach BARBERO [14] die Werte der \mathbf{H} -Matrix aus Gleichungen 2.7 verwendet werden. Zu beachten sind die Unterschiede in der Notation von Abaqus im Vergleich zur üblichen Voigtschen-Notation [14]:

$$\begin{aligned} K_{11} &= H_{55} \\ K_{22} &= H_{44} \\ K_{12} &= H_{45}. \end{aligned} \tag{5.18}$$

Wie in den Gleichungen 5.17 zu sehen ist, sind die Querschubsteifigkeiten dickenabhängig. Bei jeder Veränderung im Modell, die in Bezug auf die Lagendicken oder Anzahl an Elementen pro Lage in Dickenrichtung umgesetzt wird, muss daher eine Anpassung der Werte erfolgen. Für die in dieser Arbeit verwendeten Lagendicken sind die entsprechenden Querschubsteifigkeiten in Tabelle 5.5 aufgelistet.

Tabelle 5.5 – Querschubsteifigkeiten AS4/PEEK und T700GC/M21

Lagendicke t in mm	AS4/PEEK			T700GC/M21		
	K_{11} in MPa	K_{22} in MPa	K_{12} in MPa	K_{11} in MPa	K_{22} in MPa	K_{12} in MPa
0,125	625,0	359,4	0,0	430,7	344,6	0,0
0,131	655,0	376,6	0,0	473,9	288,6	0,0
1,0	5000,0	2875,0	0,0	3617,5	2203,3	0,0

6 Numerische Untersuchung der Anwendbarkeit des 2D-Materialmodells in Open Hole Tension Simulationen

Das Materialmodell wurde in Kapitel 4.3 und 5.3 anhand von 1-Element-Versuchen, Off-Axis-Tests und $[\pm 45^\circ]$ -Versuchen verifiziert und validiert, sowie das Plastizitätsmodell kalibriert. In diesem Kapitel wird anhand ausgewählter OHT-Versuche das 2D-Materialmodell in komplexen Versuchen getestet und mit den Ergebnissen der 3D-Variante in Bezug auf Steifigkeiten, Bruchfestigkeiten sowie Schädigungs- und Plastizitätsverhalten verglichen. Durch die Implementierung kohäsiver Kontakte wird der Einfluss von Delaminationen auf den Schädigungsverlauf im Detail analysiert, um eine Aussage auf die Anwendbarkeit der Materialmodelle für OHT-Körper zu treffen.

6.1 Aufbau der Simulationsmodelle

In den folgenden Untersuchungen werden zwei unterschiedliche OHT-Versuche mit den beiden Materialien AS4/PEEK und T700GC/M21 simuliert. Im Falle von AS4/PEEK wird ein 16-lagiger quasiisotroper Laminataufbau mit einem Lochdurchmesser von 5 mm verwendet. Der Aufbau ist in dieser Form bereits mehrfach in der Literatur behandelt worden und bietet dadurch eine gute Datengrundlage [2–5]. Für den Werkstoff T700GC/M21 wird auf einen quasiisotropen Versuch des DLR Braunschweig zurückgegriffen. Eine Zusammenfassung der Geometriedaten der Versuche ist in Tabelle 6.1 aufgelistet. Die Länge der Proben wurde, um die Rechenzeiten zu verkürzen, von 180 mm freier Länge in den Zugversuchen auf 100 mm im Simulationsmodell verringert. Plastisches Verhalten sowie Schädigungen treten hauptsächlich in einem beschränkten Bereich um das Loch auf. In entfernteren Zonen verhält sich das Material quasielastisch und besitzt einen vernachlässigbaren Einfluss auf das Modellverhalten. In Abbildung 6.1 ist auf der linken Seite die Bohrung durch das

Tabelle 6.1 – Geometriedaten und Lagenaufbau der OHT-Versuche

OHT-Modell	Lagenaufbau []	Lagendicke in mm	Länge l in mm	Breite w in mm	Dicke t in mm	Durchmesser d in mm
AS4/PEEK	$[0^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ]_{2s}$	0,125	100	20	2	5
T700GC/M21	$[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{3s}$	0,1308	100	18	3,1404	5,988

T700GC/M21-Laminat mittels optischer Mikroskopie abgebildet. So ist sichergestellt, dass die durch einen Karbid-Bohrer erzeugte Innenfläche keine künstlich eingebrachten Fehler aufweisen. Diese können beispielsweise in Form von delaminierten Lagen die Ergebnisse der Versuche beeinflussen. Auf der rechten Seite in Abbildung 6.1 ist die zerstörte Probe nach dem Zugversuch zu sehen. Es sind deutlich die einzelnen Lagen in 45° -Schritten erkennbar. Die Probe ist final auf Höhe des Loches orthogonal zur Lasttrichtung zerrissen und weist vor allem in den innen liegenden Lagen ein sprödes Schädigungsverhalten auf. An dieser kritischen Stelle zeigen sich deutlich Faserbrüche.

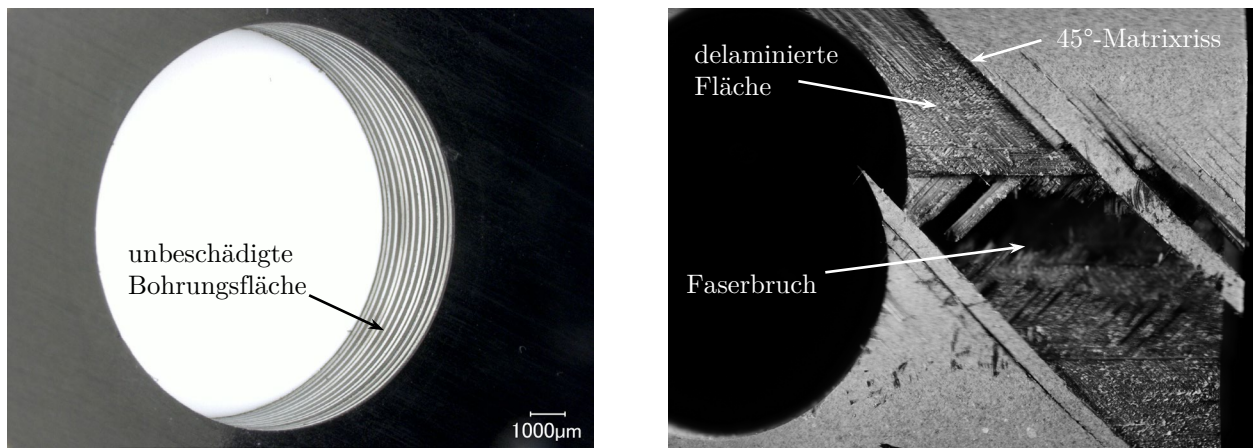


Abbildung 6.1 – Mikroskopie des OHT-Prüfkörpers aus T700GC/M21: Bohrung mit 6 mm Durchmesser (links) und Schädigungen nach dem Versagen (rechts)

An den äußeren Lagen überwiegt jedoch vor allem der Pull-Out-Modus, der bereits in Kapitel 2.3 beschrieben wurde. Dieser ist gekennzeichnet durch Versagen der Off-Axis-Lagen aufgrund von Delaminationen und Matrixbrüchen [34]. Deutlich zu erkennen sind hier delaminierte Flächen zwischen 45°- und 90°-Lagen die durch Matrixbrüche entlang der Fasern der 45°-Lagen begrenzt werden. Es sind weiterhin einzelne aus dem Matrixwerkstoff M21 herausgezogene Fasern zu erkennen, deren Einfluss in den Werkstoffmodellen über das Plastizitätsmodell implementiert ist. Das in Kapitel 2.3 definierte Verhalten und die auftretenden Zonen der Schädigungen stimmen überein. Das Bruchverhalten des OHT-Probekörpers erscheint in der optischen Auswertung komplex und durch das Zusammenspiel mehrerer Mechanismen geprägt. Diese beeinflussen sich gegenseitig und können signifikante Einflüsse auf die Belastbarkeit und das Schädigungsverhalten haben. Es treten delaminierte Flächen und Schädigungseffekte in Dickenrichtung auf, die nicht durch ein zweidimensionales Materialmodell abgebildet werden können.

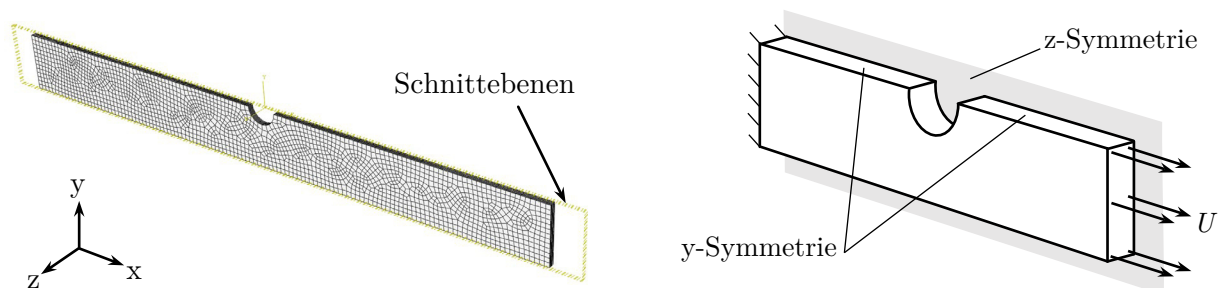


Abbildung 6.2 – Simulationsmodell des Open Hole Tension Prüfkörpers (links) und Randbedingungen (rechts)

Das bei beiden Elementtypen äußerlich identische Simulationsmodell ist links in Abbildung 6.2 abgebildet. Der Grundkörper ist durch Ebenen in die einzelnen Lagen unterteilt und besteht aus einem einzelnen Element in Dickenrichtung. Die Elemente sind in einem unstrukturierten Netz angeordnet. Dies hat den Hintergrund einer besseren Vergleichbarkeit mit den Modellen aus der Literatur, die auf die gleiche Art aufgebaut sind [2, 3, 5]. Das Verhalten des Materialmodells dieser Arbeit in Bezug zur Netzausrichtung sowie der Elementgröße wird in Kapitel 6.2 behandelt.

Um die Rechenzeiten zu verringern, können die Laminat auf Grund ihres symmetrischen Lageraufbaus in Dickenrichtung halbiert werden. Eine weitere Halbierung wird an der xz -Ebene vorgenommen. Dies ist nach COEHLIO et al. [81] möglich ohne das Spannungsfeld im Material zu verändern. Bei der Auswertung muss infolgedessen jedoch beachtet werden, dass Zustände innerhalb von $\pm 45^\circ$ -Lagen nicht einfach symmetrisch auf die andere Hälfte übertragen werden können, da die $\pm 45^\circ$ -Lagen einzeln betrachtet keine Symmetrie mit der xy -Ebene aufweisen. Im Widerspruch zu den Modellen von CHEN et al. und DIN et al. [2, 3] sollte nach COEHLIO et al. in Belastungsrichtung keine weitere Symmetrieebene eingesetzt werden. Diese würde sich im kritischen Bereich des Loches befinden, in welchem die höchsten Spannungskonzentrationen auftreten und die größte plastische Verformung entsteht. Eine Symmetrieebene an dieser Stelle hätte ein verändertes Spannungsfeld zur Folge. Eine Symmetrieebene kann in y -Richtung eingesetzt werden, da die Effekte in Längsrichtung am Loch deutlich geringer sind. Rechts in Abbildung 6.2 sind neben den Symmetrieebenen auch die Randbedingungen an der modellierten Viertelprobe dargestellt.

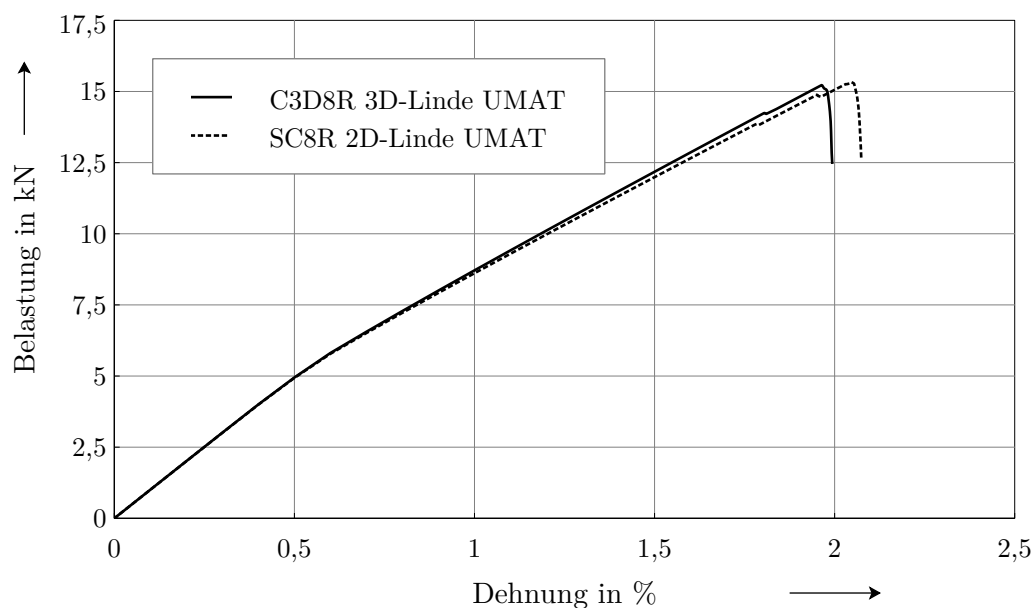


Abbildung 6.3 – Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 2D- und 3D-Linde-UMAT von Abaqus [82] auf dem OHT-Simulationsmodelle für AS4/PEEK

In den vorherigen Abschnitten wurde die zweidimensionale UMAT an vereinfachten Modellen verifiziert und validiert. Um die beiden Materialmodelle anhand der OHT-Simulationen vergleichen zu können, ist es sinnvoll, den Aufbau der beiden Simulationsmodelle zunächst mit der 2D- und 3D-Variante einer einfacheren UMAT zu bestätigen. Dafür wurden die beiden UMAT-Varianten des *Abaqus Example Problem 1.4.6* [82] verwendet, welche elastisches Verhalten abbilden und das Schädigungsmodell nach LINDE et al. [83] implementieren. Das LINDE-Schädigungsmodell basiert auf den Annahmen des ebenen Spannungszustandes und wird in beiden Varianten analog angewandt. In Abbildung 6.3 sind beide Spannungs-Dehnungs-Verläufe abgebildet, die sich unter Verwendung der Abaqus UMATs und Materialparameter auf dem AS4/PEEK-Simulationsmodell nach Tabelle 6.1 ergeben. Das Schalenmodell weist eine leicht höhere Bruchdehnung auf, wie sie auch schon in den 1-Element-Versuchen in Kapitel 4.3 teilweise beobachtet wurde. Die beiden Verläufe sind abgesehen davon in guter Übereinstimmung und verifizieren einen korrekten Modellaufbau.

6.2 Einflüsse verschiedener Elementgrößen und Vernetzungsarten

Die geometrische Größe der Elemente besitzt einen Einfluss auf die Ergebnisse. Deren Berechnung nach Formel 4.11 von BÄZANT und OH [56] ergibt, zumindest für AS4/PEEK, keine aussagekräftigen Werte, wie in Kapitel 4.1 beschrieben ist. VÖLKERINK et al. beobachteten hier in einer Netzkonvergenzstudie eine unterschätzte Bruchlast bei zu kleinen und großen Überschätzungen bei zu großen Elementen. Für AS4/PEEK wurde eine von den Formelwerten in Tabelle 4.1 deutlich abweichende optimale Größe von 0,76 mm ermittelt [5]. Dieser Wert wird in den angeschlossenen Simulationen für die AS4/PEEK Modelle verwendet.

Wie in Abbildung 6.5 zu sehen ist, sind Angaben für die Elementgröße tendenzielle Werte, da sich diese vor allem im Bereich des Loches unterscheiden. Elemente die größer als der untersuchte Bereich sind, können die Form des Loches sowie die Rissausbreitung nicht korrekt abbilden. Bei Elementen kleiner als 0,4 mm ergeben sich sehr lange Rechenzeiten. Analoge OHT-Versuche in der Literatur ordnen sich ebenfalls in diesem Bereich ein [2, 3, 84]

Eine umfangreiche Analyse der Simulationsergebnisse in Bezug auf Abweichungen der Bruchfestigkeiten zu den experimentell bestimmten Werten wird im nachfolgenden Kapitel vorgenommen. Die Netzkonvergenzstudien dienen an dieser Stelle nur zur Untersuchung des Konvergenzverhaltens, der einzusetzenden Elementgröße sowie des Einflusses des Netzaufbaus. Nach Formel von BÄZANT und OH [56] ergibt sich für M21/T700GC eine empfohlene Elementgröße von 0,87 mm. In Abbildung 6.4 sind die Bruchfestigkeiten für den OHT-Versuch mit T700GC/M21 aus Tabelle 6.1 für verschiedene Elementgrößen abgebildet. Es ergeben sich Bruchlasten auf einem ähnlichen Niveau für Elementgrößen bis 0,85 mm was mit der Empfehlung nach BÄZANT und OH zusammenfällt. Bei größeren Elementen werden geringere Bruchfestigkeiten ermittelt.

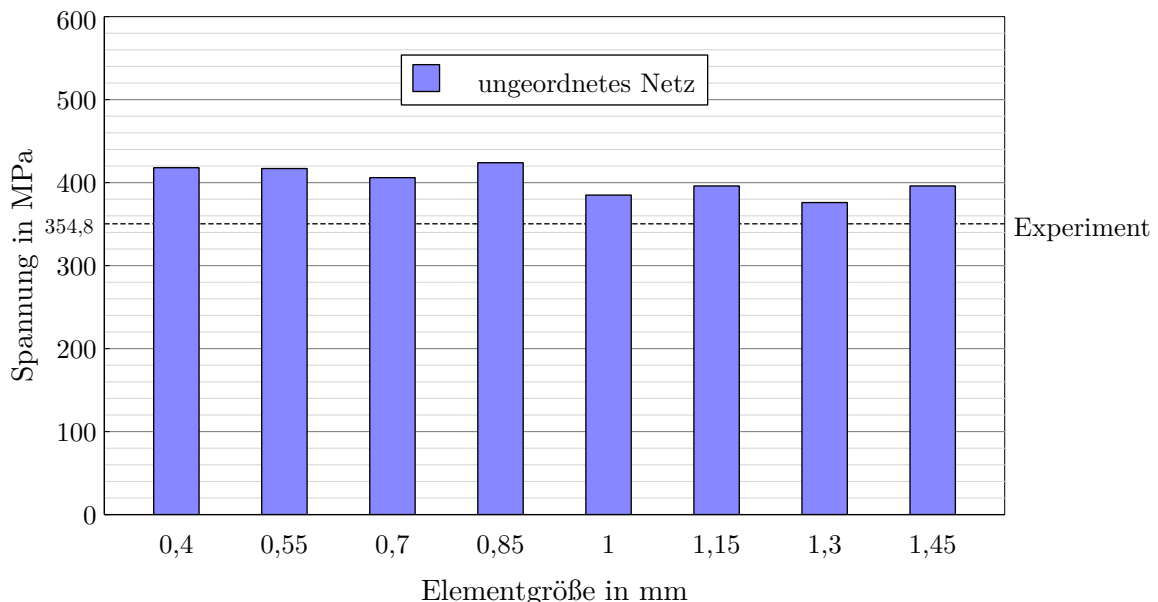


Abbildung 6.4 – Einfluss der Elementgröße im 2D-Simulationsmodell auf die Bruchfestigkeit

Nach FALCO et al. [85] hat auch die Art des Netzaufbaus Einfluss auf die Ausbreitung von Schädigungen und damit auf die Festigkeit. In 10° -Off-Axis-Simulationen konnten verbesserte Ergebnisse mit zur Faserrichtung ausgerichteter Elementkanten beobachtet werden. Strukturierte Netze, wie in Abbildung 6.5 dargestellt, steuern den Pfad dem die Risse in ihrem Ausbreitungsweg folgen und sind in Bezug auf die Laminatbreite in den kritischen 0° -Lagen kürzer als ein sich windender Pfad. Die vorgegebene Richtung ergibt insgesamt weniger Elemente im Risseinflussbereich und erzeugt konzentriertere Rissflächen, welche die Rissausbreitung begünstigen.

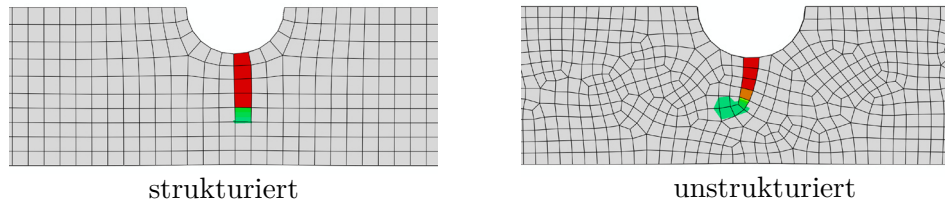


Abbildung 6.5 – Vergleich strukturierter und unstrukturierter Netzaufbau

In Open Hole Tension Simulationen wurden die genauesten Ergebnisse erzielt, wenn die Elemente jeder einzelnen Lage in Faserrichtung ausgerichtet wurden und mittels kohäsiver Elemente zwischen den Schichten verbunden wurden. Dies erhöht den Modellierungsaufwand allerdings deutlich [85]. Von FALCO et al. wurde hierfür extra ein Algorithmus entwickelt, um das Loch in die schichtweise ausgerichteten Elementlagen schneiden zu können. Meist werden in der Literatur in OHT-Modellen nur unstrukturierte [2, 3] oder strukturierte Netze [7, 86, 87] ohne eine lagenweise Ausrichtung in Faserrichtung verwendet.

Um den Einfluss der Elementgröße sowie des Netzaufbaus zu untersuchen, sind die Bruchlasten des T700GC/M21-Modells mit Volumenelementen zwischen 0,4 mm und 1,45 mm in Abbildung 6.6 dargestellt. Nach der Vernetzungsmethode von Abaqus sind die tatsächlichen Elementgrößen am Lochrand eines strukturierten Netzes 10 bis 20 % kleiner als die für die Vernetzungssteuerung in Abaqus eingegebenen und in Abbildung 6.6 aufgelisteten Elementgrößen.

Die Orientierung der Elementkanten hat einen Einfluss auf die Bruchfestigkeit. Deren Schwankungen sind unter Verwendung strukturierter Netze größer. Bei Elementgrößen unter 1 mm ergeben sich in strukturierten Netzen geringere Bruchlast, unter Verwendung größerer Elemente ist eine gegenläufige Tendenz zu erkennen. Die Bruchfestigkeiten konvergieren in beiden Fällen im Bereich um 1 mm große Elemente.

Um eine gute Vergleichbarkeit zwischen dem zwei- und dreidimensionalen Modell in den Analysen der folgenden Abschnitte sicherzustellen, wird für T700GC/M21 eine Elementgröße von 0,87 mm in einem unstrukturierten Netz verwendet, wie sie nach Tabelle 4.1 empfohlen wurde.

Angemerkt werden sollte, dass die nach Gleichung 3.35 durchgeführte Anpassung der charakteristischen Elementlänge L_c auch in den strukturierten Modellen beibehalten wurde. Diese Verrechnung könnte in den Elementen der 0° -Lagen weggelassen werden, da die Rissausbreitung hier parallel zu den Elementkanten verläuft. Dadurch kann der von Abaqus ausgegebene Wert $L_{c,abq}$ für die Regularisierung verwendet werden. Erwartet werden leichte Verringerungen in den Festigkeiten, da dadurch die benötigte Energie zur Schädigung eines solchen Elementes gesenkt wird.

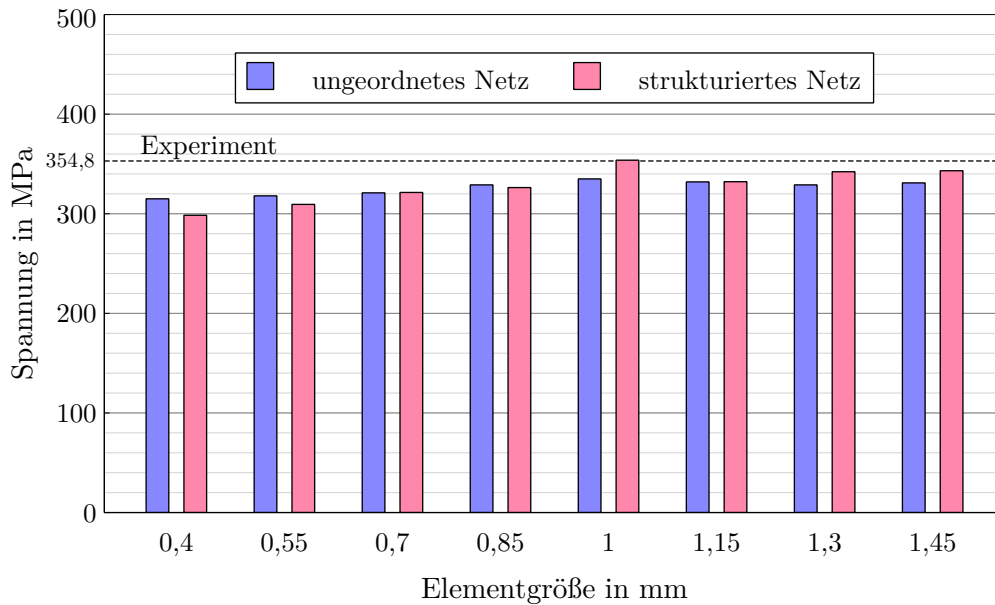


Abbildung 6.6 – Einfluss der Elementgröße und des Netzaufbaus auf die Bruchfestigkeit im 3D-Modell

Ein Einfluss auf die allgemein unterschätzten Bruchlasten des validierten Volumenmodells nach VÖLKERINK et al. [5] ist ebenfalls durch vernachlässigte In-situ-Festigkeiten gegeben. Nach CAMANHO et al. [88] werden für spannungsbasierte Versagenskriterien, die Matrixrisse in eingebetteten Lagen erkennen sollen, akkurate und lagenabhängige In-situ-Festigkeitswerte benötigt. So weisen die beiden außen liegenden Lagen geringere Festigkeitswerte auf als beidseitig eingebettete Einzellagen. Ebenso sind In-situ-Festigkeiten von der konkreten Lagendicke abhängig. Nach CAMANHO et al. können In-situ-Festigkeiten analytisch durch Formulierungen mit den Energiefreisetzungsraten bei der Rissentstehung G berechnet werden und sollten jeder Lage individuell zugewiesen werden [88]. Diese Einflüsse sind im Rahmen dieser Arbeit nicht erfasst.

6.3 Betrachtung der Simulationsergebnisse von Volumen- und Schalenmodellen

Die experimentellen Kennwerte des AS4/PEEK-Versuchs wurden aus MAA et al. [4] übernommen. Die Versuche mit T700GC/M21 wurden am DLR in Braunschweig auf der Prüfmaschine Zwick 1484 mit 0,5 mm/min bei 22 °C Prüfklima und einem Anpressdruck von 200 bar durchgeführt. Die mittlere Bruchlast der Serie betrug 20 064 kN mit einer relativen Standardabweichung von 2,16 %.

Die Spannungs-Dehnungs-Verläufe der simulierten OHT-Versuche aus Tabelle 6.1 sind in den Abbildungen 6.7 und 6.8 dargestellt. Für T700GC/M21 wurde die Experimentalkurve einer detailliert untersuchten Probe der Serie hinzugefügt. Für die Dehnungsmessung wurde hier das optische Bildkorrelationssystem ARAMIS 12M (*Gesellschaft für optische Messtechnik*, GOM Braunschweig) verwendet. Dabei werden Dehnungen auf der Oberfläche durch ein Sprengelmuster digital erfasst und in der Software ausgewertet [89].

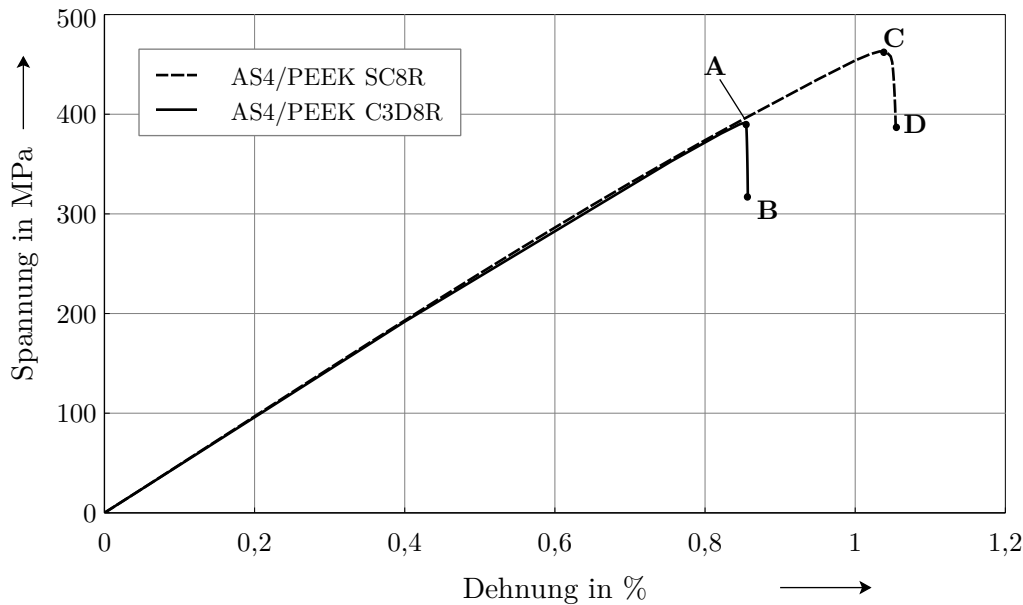


Abbildung 6.7 – Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 2D- und 3D-Elemente im AS4/PEEK-Modell

Die Probensteifigkeiten werden von beiden Modellen für beide Materialien gut wiedergegeben. Die T700GC/M21-Simulationen überschätzen die Steifigkeit um 3,9%, für das Volumenmodell von AS4/PEEK ermittelten VÖLKERINK et al. [5] eine Überschätzung von 5,5%. Die Punkte A und C stellen jeweils den Zeitpunkt da, ab dem die Schädigung soweit fortgeschritten ist, dass die Tragfähigkeit des Materials nicht mehr gegeben ist. Die Punkte B und D markieren einen 20%-igen Lastabfall ab dem die Simulation abgebrochen wird, da zu diesem Zeitpunkt ein Gesamtversagen des Modells angenommen werden kann. Die Werte der Bruchlasten in Tabelle 6.2 zeigen eine

Tabelle 6.2 – Vergleich der Bruchlasten der Volumen- und Schalenmodelle

OHT-Modell	Experiment in kN	C3D8R		SC8R	
		Bruchlast in kN	Abweichung in %	Bruchlast in kN	Abweichung in %
AS4/PEEK	15,31 [4]	15,65	+2,2	18,52	+17,33
T700GC/M21	20,06	18,79	-6,73	23,97	+16,31

deutliche Überschätzung der Festigkeiten in den Schalenmodellen von jeweils über 15%. Dabei liegen die großen Abweichungen in den Festigkeiten der Schalenmodelle tendenziell in der gleichen Größenordnung. Dies steht im Gegensatz zu den analogen Simulationen von CHEN et al. und SUN et al., die mit ähnlichen 2D-Materialmodellen genauere Ergebnisse erzielen konnten [2, 64]. Die Volumenelemente ergeben genaue Ergebnisse, wobei insbesondere die AS4/PEEK-Bruchfestigkeit mit 2,2% Abweichung sehr gut abgebildet wird.

Grobe Fehler in der Bestimmung und Berechnung der T700GC/M21 Material- und Plastizitätsparameter können ausgeschlossen werden, da in den Volumen- und Schalenmodellen die gleichen Materialdaten verwendet wurden.

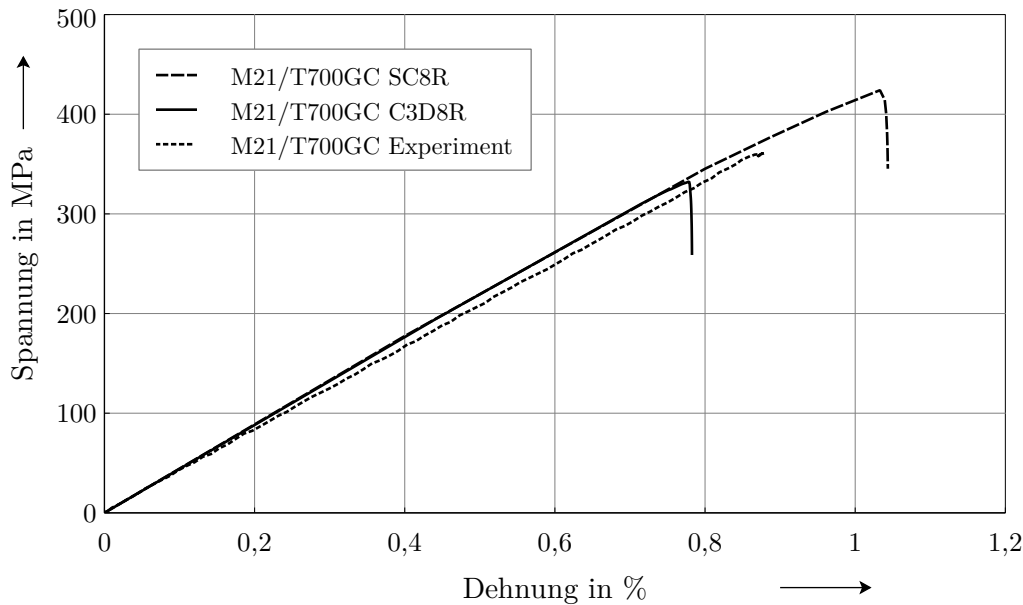


Abbildung 6.8 – Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 2D- und 3D-Elemente im T700GC/M21-Modell

Untersuchung zu Schädigungs- und Plastizitätsverhalten

Da der Simulationsverlauf maßgeblich vom Schädigungs- und Plastizitätsverhalten abhängt, wird im Folgenden ein Blick auf die Entwicklung und Ausbreitung von Schädigungen und Plastizität in den einzelnen Lagen der 2D- und 3D-Varianten des AS4/PEEK-Modells geworfen.

In Abbildung 6.9 ist der Verlauf des Faserbruchs in einer 0° -Lage anhand der Schädigungsvariable d_{11} dargestellt, die Punkte A,B,C und D beziehen sich dabei auf Abbildung 6.2. Da das Schalenmodell eine weit größere Festigkeit aufweist, wird hier zusätzlich eine Momentaufnahme des Volumenmodells zum Zeitpunkt A ausgewertet.

Die Evolution des Faserbruchs entwickelt sich in beiden Modellen, ausgehend vom kritischen Spannungspunkt am Lochrand. Der Riss bildet einen orthogonal zur Faserrichtung verlaufenden schmalen Bereich, der die Breite eines Elements aufweist. Der Verlauf des Risses ist durch das unstrukturierte Netz vorgegeben und erscheint deswegen leicht gekrümmt. Der Einfluss, der daraus auf das Ergebnis entsteht, wurde in Kapitel 6.2 anhand von Simulationen mit strukturiertem Netzaufbau untersucht.

Bei beiden Modellen befindet sich der Riss zum Zeitpunkt A im gleichen anfänglichen Stadium mit nur zwei beschädigten Elementen. Im Volumenmodell breitet sich der Schaden ab diesem Moment schlagartig aus, sodass zum Zeitpunkt B bereits fast die komplette Breite der Probe stark beschädigt ist. Im Gegensatz dazu ist die Ausbreitung des Risses im Schalenmodell gehemmt und schlägt erst in Punkt C in den schlagartigen Versagensvorgang um.

In Abbildung 6.10 ist die Evolution der Schädigungsvariable d_{22} in einer 90° -Lage dargestellt. Die Schäden in der Matrix treten von Beginn an großflächiger am Lochrand auf, sind in ihrer Intensität allerdings zunächst geringer. Die Schädigung entwickelt sich bei fortschreitender Belastung in einem

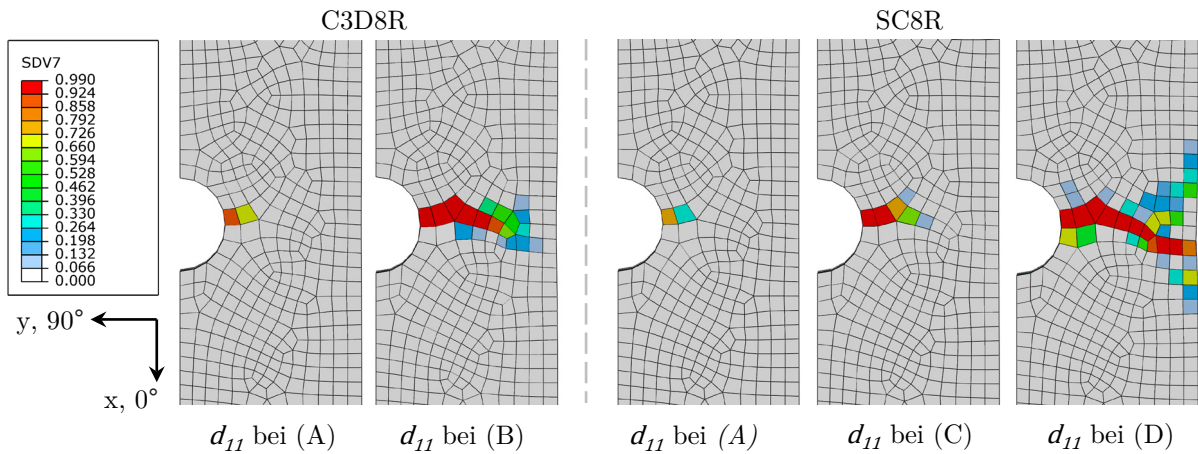


Abbildung 6.9 – Vergleich der Schadensevolution des Faserbruchs in 0° -Lagen des 2D-

breiteren Bereich erst in y -Richtung aus. Daraus bildet sich die charakteristische Fläche in $\pm 45^\circ$ -Richtung, die in Abbildung 2.8 dargestellt ist. Im Schalenmodell entwickelt sich die Schädigung träge und bildet zum Zeitpunkt C ein in die $\pm 45^\circ$ -Richtungen verlaufendes Muster. Das Rissband mit vollständig geschädigten Elementen weist nur die Breite eines Elementes auf.

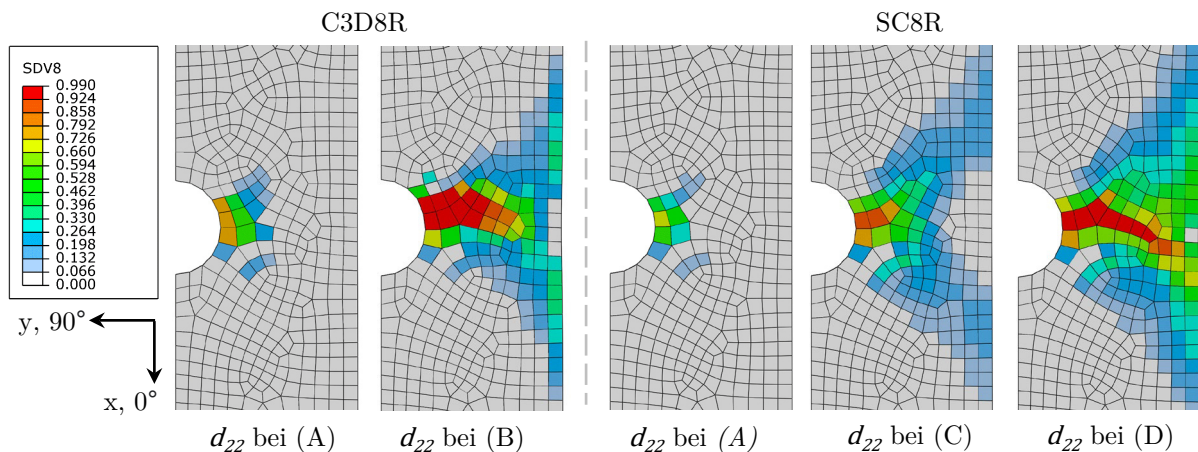


Abbildung 6.10 – Vergleich der Schadensevolution des Matrixversagens in 90° -Lagen

Die Variable des Matrixschadens im Schubmodus entwickelt sich in Abbildung 6.11 bei den Volumenelementen ausgehend von mehreren leicht geschädigten Elementen am Lochrand mit Beginn des Lastabfalls zu einer breiten und stark geschädigten Zone. Im Schalenmodell pflanzen sich die Schädigungen zwischen Zeitpunkt A und C nur geringfügig fort, im Zuge des Lastabfalls bildet sich anschließend ein relativ schmaler Pfad aus, der sich in Nähe der freien Seite des OHT-Körpers aufteilt.

Das Schädigungsverhalten beider Modellvarianten stimmt grundsätzlich mit dem zu erwartenden Verlauf und den optischen Ergebnissen in Abbildung 6.1 überein. So ist die kreuzförmige Ausbreitung des Matrixschadens in den 90° -Lagen bei quasiisotropen Laminaten in der Literatur häufig und detailliert beschrieben [3, 43]. Der kritische Schädigungsmechanismus, der maßgeblich das Gesamtversagen steuert, ist der Faserbruch in den 0° -Lagen und wird in beiden Modellen in Form von minimal breiten Rissbändern wiedergegeben. Das Schalenmodell benötigt deutlich länger, um

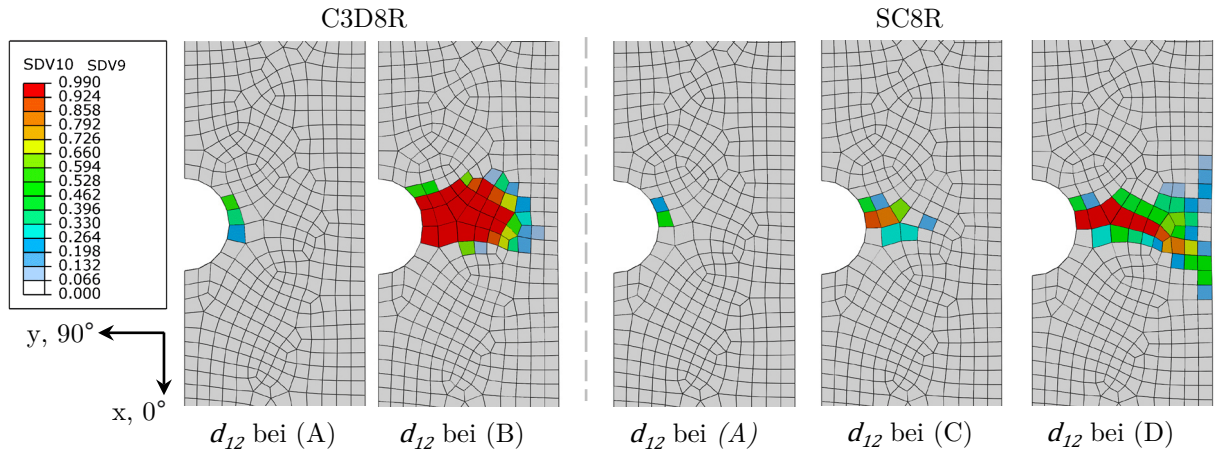


Abbildung 6.11 – Vergleich der Schadensevolution des Schubversagens in 45°-Lagen

ausgehend von den ersten Schädigungen ein abruptes Versagen zu zeigen. Daraus ergibt sich die deutlich höhere Festigkeit. Dies ist ein Indiz für das Fehlen wichtiger Anteile in den Element- und Schädigungsformulierungen der Kontinuumschalen. Diese sind durch die vernachlässigten Spannungseinflüsse nicht miteinbezogen.

In Abbildung 6.12 ist das Auftreten von Plastizität im Laminat in 45°- und 90°-Lagen abgebildet. In beiden Modellen zeigt sich ähnliches Verhalten. Die größten plastischen Verformungen treten direkt am Lochrand auf und es bilden sich kreuzförmige Konturen. Dies entspricht den Beobachtungen von FLATSCHER et al. [90] an $[\pm 45^\circ]$ -Laminaten. Die Werte in den $\pm 45^\circ$ -Lagen übersteigen die der 90°-Lagen um eine Größenordnung, das plastische Verhalten scheint sich in geringerem Maße von Lage zu Lage zu übertragen. Im Schalenmodell wird Plastizität außerhalb der kreuzförmigen Zonen minimal höher eingeschätzt.

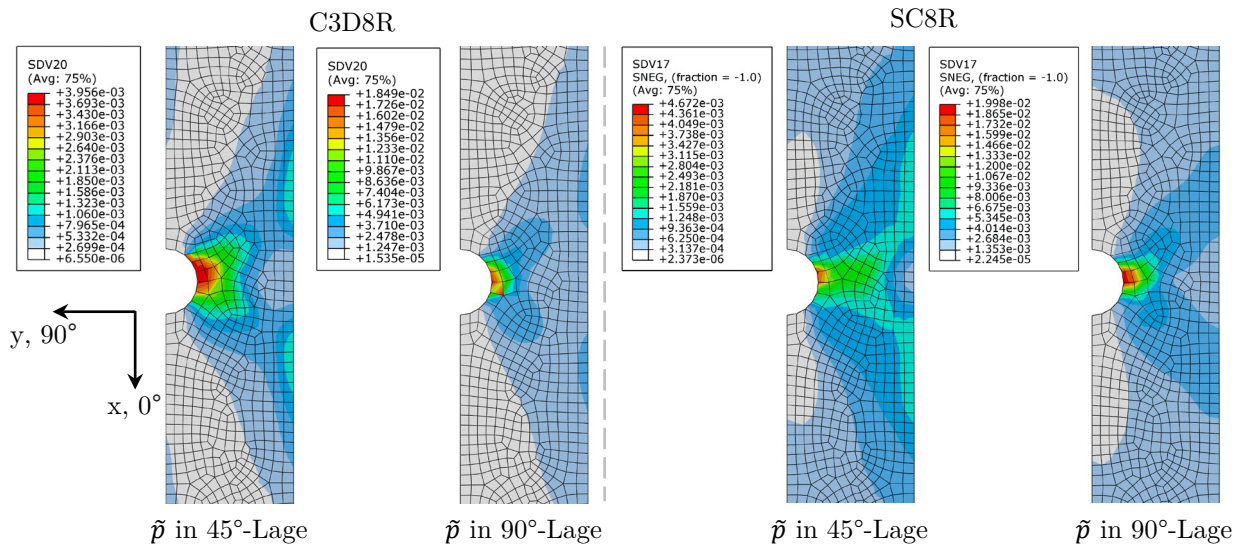


Abbildung 6.12 – Vergleich angesammelter plastischer Dehnung \tilde{p} zum Zeitpunkt A

6.4 Einflüsse einzelner Modellbestandteile auf das Schädigungsverhalten

Um sicherzustellen, dass die verwendeten zweidimensionalen Cuntze-Formulierungen keinen Fehler enthalten, wurde das AS4/PEEK-Modell zusätzlich mit dem 2D-Puck-Kriterium zur Schadenserkennung simuliert. Die Analyse ergibt, wie in Abbildung 6.13 zu sehen ist, einen gleichartigen Kurvenverlauf und analoge Bruchlasten. Dies ist auf die nur geringfügig unterschiedlichen Formulierungen zurückzuführen. Unter Verwendung der jeweiligen 3D-Kriterien ergeben sich durch das Einbeziehen des Bruchebenenwinkels im Puck-Kriterium größere Abweichungen [5]. In den Verläufen ist das erstmalige Auftreten von Faserbrüchen (FB), Zwischenfaserbruch in Transversal- (ZFB) sowie in Schubrichtung (ZFB2) gekennzeichnet. Sie entsprechen den in Kapitel 2.3 beschriebenen Beobachtungen von HALLET et al. [32], dass im Schädigungsverlauf von OHT-Körpern bereits in einem frühen Stadium die ersten Makrorisse in der Matrix auftreten. Die Einleitungspunkte nach beiden Kriterien stimmen überein, der Unterschied in ZFB2 entsteht durch den im Cuntze-Kriterium auftretenden Schubmodus IFF3 zur Steuerung der d_{12} -Variable. Die Formulierungen nach PUCK enthalten keinen eigenständigen Schubmodus. Die beiden Schädigungsvariablen d_{22} und d_{12} entwickeln sich deshalb im daran angepassten Degradationsmodell zum gleichen Zeitpunkt. In Abbildung 6.14

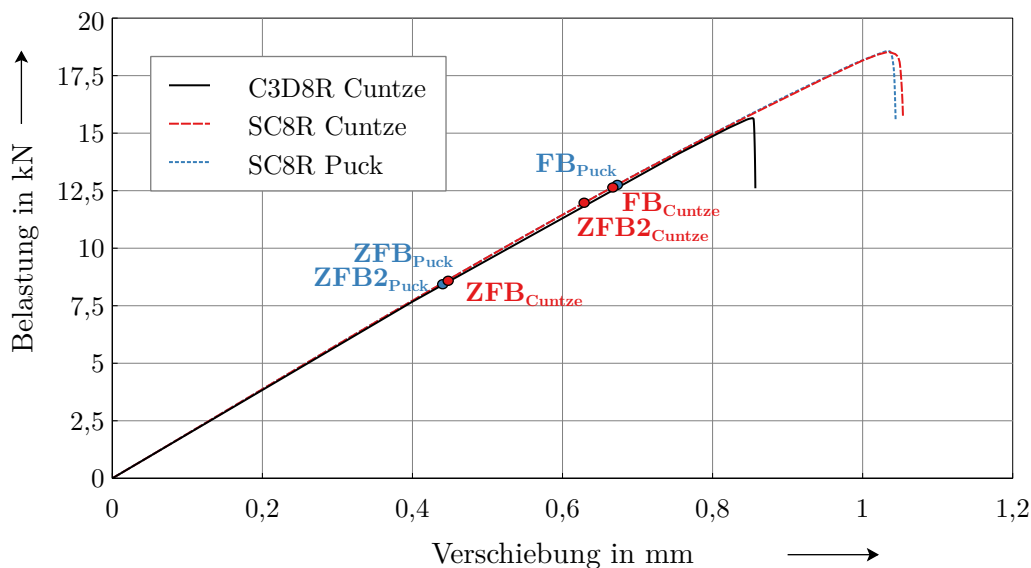


Abbildung 6.13 – Schädenseinleitungspunkte durch Cuntze- und Puck-Kriterien im AS4/PEEK-Modell

ist zu erkennen, dass die Plastizität einen deutlichen Einfluss auf den Simulationsverlauf besitzt. Bei der Unterdrückung dieses Modellbestandteils erhöhen sich die Steifigkeiten und Festigkeiten sowohl im Volumen- als auch im Schalenmodell. Um Probleme des Modells mit den verwendeten Kontinuumsschalenelementen auszuschließen, wurde der Versuch ebenfalls mit konventionellen Schalenelementen S4R berechnet. Diese können mittels des in Abaqus integrierten *Composite Layup Tools* nach der Methode der äquivalenten Einzelschicht in Kapitel 2.2 realisiert werden. Das Modell nimmt dabei konstante Dehnungen über die Dicke des Laminates an. Gleichzeitig vernachlässigt es den Einfluss von lagenabhängigen Querschubsteifigkeiten, da diese als über die Elementdicke verschmiert betrachtet werden. Das S4R-Modell besitzt eine minimal erhöhte Steifigkeit, die auf den

Aufbau als äquivalente Einzelschicht zurückzuführen sind. Die Bruchlast wird, obwohl sie etwas geringer ist als in den Mesomodellen, mit 14 % deutlich überschätzt.

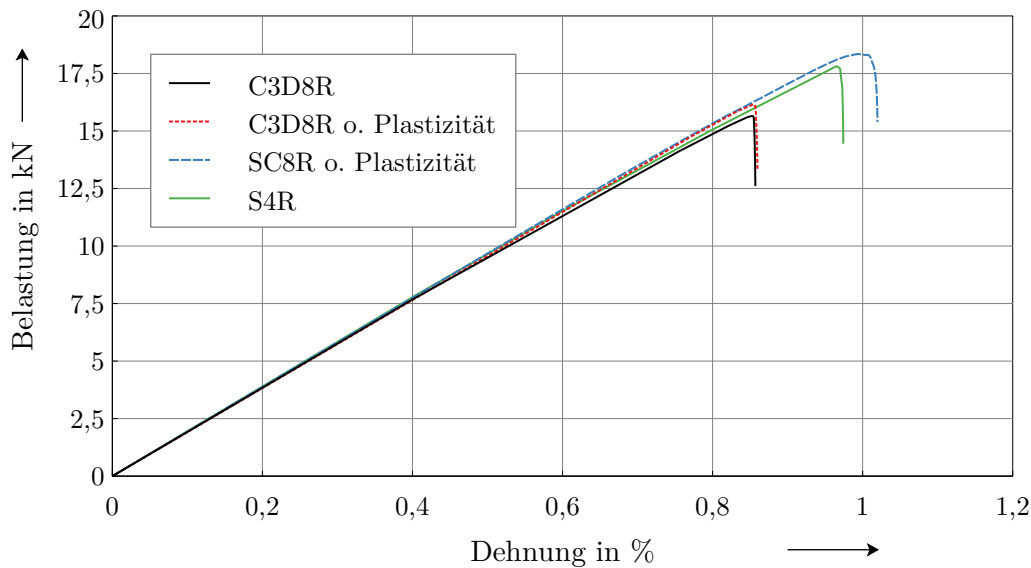


Abbildung 6.14 – Spannungs-Dehnungs-Verläufe unter Verwendung von Schalenelementen SC8R und S4R sowie deaktivierter Plastizität im AS4/PEEK-Modell

Um einen detaillierten Blick auf den unterschiedlichen Schädigungsverlauf des 2D- und 3D-Modells werfen zu können, wird ein kritisches Element in der äußeren 0° -Lage des OHT-Körpers betrachtet, das aufgrund desselben Netzaufbaus im Volumen- und Schalenmodell die gleiche Position und Geometrie besitzt. Das Element 13 162 befindet sich an der kritischen Position am Lochrand, an der das Modell aufgrund hoher Spannungen initial durch Faserbruch geschädigt wird (vgl. Abbildung 6.15).

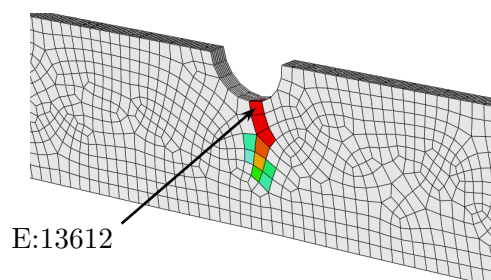


Abbildung 6.15 – Position des kritischen Elements 13 162 in außen liegender 0° -Lage

Der Verlauf der Spannung des Elements in Faserrichtung ist in Abbildung 6.16 über der Dehnung sowie der Verschiebung U in mm aufgetragen. Wie bereits in den 1-Element-Versuchen in Kapitel 4.3 beobachtet, verläuft die dehnungsbasierte Degradation beider Elementarten fast identisch. Im Volumenelement wird Schädigung durch die hier zusätzlich vorhandenen Spannungsanteile etwas früher ausgelöst. Im Vergleich zum zeitlich schnell wachsenden Degradationsverhalten des Volumenelements schwächt sich die Spannung im Schalenelement zunächst nur langsam auf ein Level von circa 30 % der Maximallast ab, bevor ein plötzlicher Lastabfall auftritt. In Abbildung 6.17 sind die zeitlichen Verläufe der Einzel- und Gesamtmaterialanstregungen nach dem FMC von CUNTZE

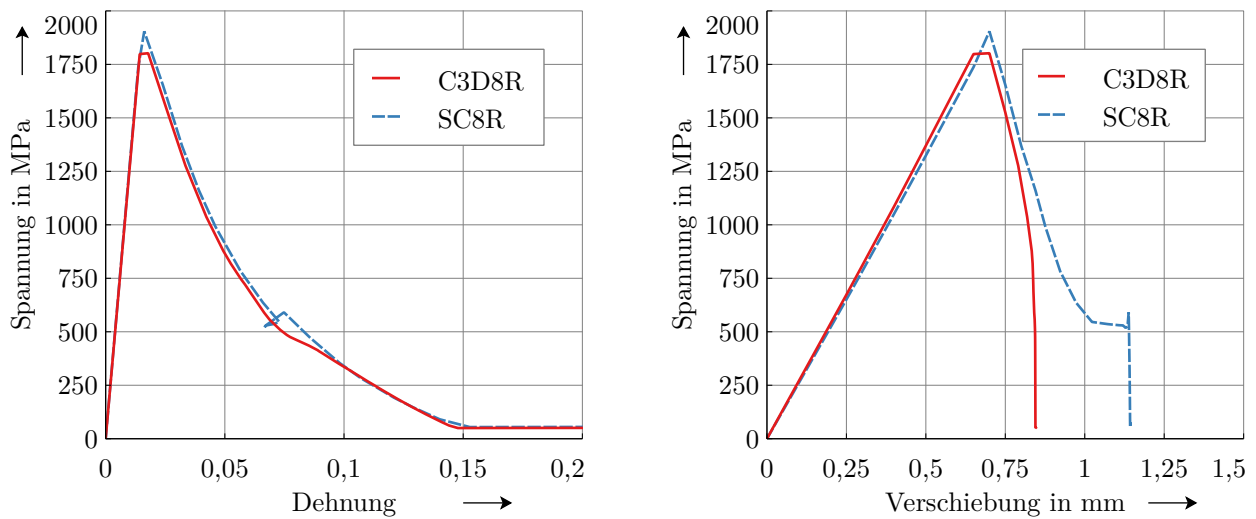


Abbildung 6.16 – Spannungs-Dehnungs-Verlauf (links) und Spannungs-Verschiebungs-Verlauf (rechts) in Element 13162 in Faserrichtung

an Elementposition 13162 im Volumen- und Schalenmodell abgebildet. Hier zeichnet sich erneut das träge Schädigungsverhalten des Kontinuumschalenelements ab. Der Punkt der Erstschädigung wird bei 0,7 mm Verschiebung zwar ebenfalls erkannt, die Materialanstressungen steigen daraufhin allerdings nicht exponentiell an und erreichen erst bei $U = 1,14$ mm den verspäteten Umschlagpunkt. Zu diesem Zeitpunkt tritt das Gesamtversagen ein. In den durchgeführten Untersuchungen nach

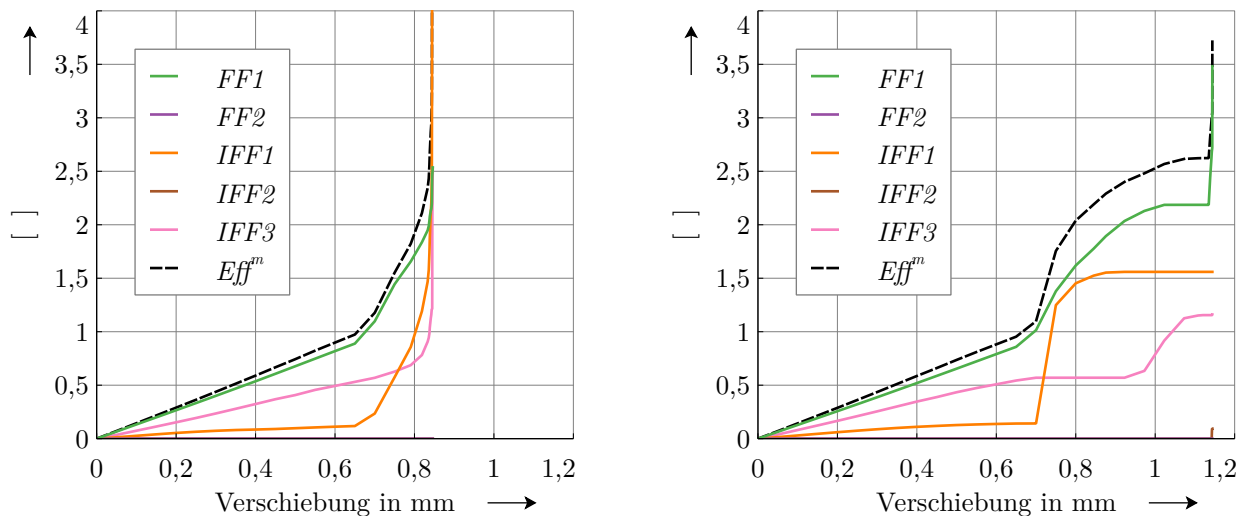


Abbildung 6.17 – Materialanstressungen nach CUNTZE im Volumelement 13162 (links) und Kontinuumschalenelement 13162 (rechts)

Kapitel 4.3 konnten im 2D-Modell keine konkreten Fehler erkannt werden. Es kann deshalb davon ausgegangen werden, dass seine grundsätzliche Funktionalität mit den bekannten Einschränkungen der Schalenformulierung gegeben ist. Daraus kann gefolgert werden, dass die zweidimensional implementierten Schädigungsmechanismen den komplexen Spannungszustand und Schädigungsverlauf im OHT-Körper nicht ausreichend genau abbilden zu können. Um diese Aussage zu bestätigen wird eine Variante des 3D-Materialmodells im Volumenmodell verwendet, in der die zweidimensionalen CUNTZE-Formulierungen und die Steifigkeitsdegradation integriert ist.

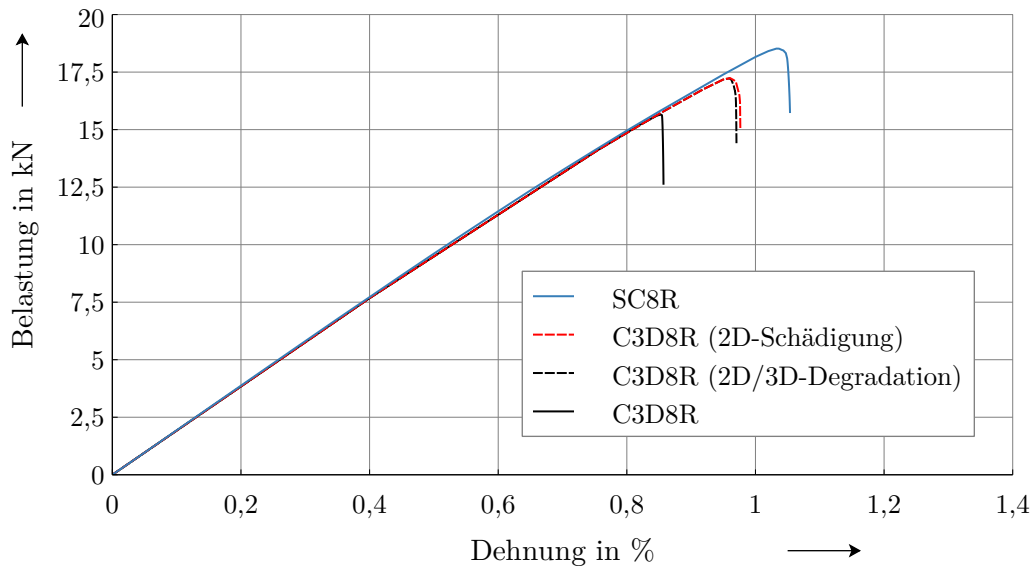


Abbildung 6.18 – Spannungs-Dehnungs-Verlauf der Volumenelemente mit 2D-Schädigung im AS4/PEEK-Modell

In Abbildung 6.18 sind die resultierenden Spannungs-Dehnungs-Verläufe dargestellt. Demnach überschätzen die Volumenelemente die Bruchlast unter 2D-Schädigungsverhalten ebenfalls deutlich, aufgrund der dreidimensionalen Spannungsbetrachtung in den restlichen Modellbestandteilen jedoch nicht ganz so stark wie die Kontinuumschalen. Ein Modell mit dreidimensionaler Steifigkeitsdegradation, die aus dem 2D-Kriterium errechnet wird, ergibt keine signifikanten Unterschiede. Die fehlenden signifikanten Anteile im Schädigungsverhalten werden durch die vernachlässigten Spannungen σ_{33} , τ_{13} und τ_{23} hervorgerufen. Die Steifigkeiten in diesen Richtungen werden in Schalenmodellen zu Beginn der Simulation von Abaqus berechnet oder vom Benutzer angegeben. Dies umfasst die für den restlichen Verlauf der Simulation konstanten Werte der Querschubsteifigkeiten in Kapitel 5.5 sowie E_{33} .

Schädigungen die mit diesen Spannungsrichtungen assoziiert werden, sind physikalisch betrachtet Delaminationen sowie Matrixrisse und können im 3D-Modell als verschmiert in den Schädigungsvariablen d_{33} , d_{13} und d_{23} betrachtet werden. Diese fehlenden Schädigungsmechanismen führen zu einer Vernachlässigung von treibenden Anteilen im Bruchverhalten des OHT-Körpers und so zu einer Fehleinschätzung der Bruchfestigkeit. Das Auftreten dreidimensionale Spannungszustände im Bereich des Lochrandes ist bekannt, dass sie allerdings einen solch großen Einfluss auf das Bruchverhalten besitzen, widerspricht den Ergebnissen der Simulationen von CHEN et al. [2] und DIN et al. [3]. Diese erzielten mit ihren zweidimensionalen plastischen OHT-Modellen genaue Ergebnisse mit AS4/PEEK.

Um eine genauere Untersuchung der in den Simulationsmodellen auftretenden Mechanismen durchzuführen, werden im folgenden Abschnitt Delaminationen in das 2D- und 3D-Modell implementiert.

6.5 Auswirkungen diskret modellierter Delaminationen auf den Schädigungsverlauf

Die im OHT-Modell auftretenden Delaminationen werden den Regionen homogenen Matrixmaterials zugeordnet, die sich zwischen den einzelnen Lagen befindet. An den Elementen werden an diesen Stellen kohäsive Oberflächenkontakte definiert, die eine Verklebung der Lagen repräsentieren [7]. Durch diese definierten Interaktionseigenschaften können sich Lagen zueinander verschieben und räumlich voneinander trennen. Die Kontakte implementieren ein linear-elastisches Verschiebungsverhalten mit den Normal- und Schubsteifigkeiten K_I , K_{II} und K_{III} , die in Tabelle 6.3 aufgelistet sind. Eine quadratische Separationsformulierung dient als Kriterium für die Schadenseinleitung. Die Degradation der Steifigkeiten geschieht durch eine Schädigungsevolution nach dem energiebasierten Degradationsmodell von BENZEGGAGH-KENANE [91] mit den Festigkeiten T_I , T_{II} und T_{III} , sowie den Rissenergien G_I , G_{II} und G_{III} . Diese Werte stammen aus Versuchen, die am DLR in Braunschweig durchgeführt wurden und die Bestandteil laufender Studien sind. Diese sind zum Zeitpunkt der Anfertigung dieser Arbeit noch nicht veröffentlicht. Die lineare Degradation kann analog zu der Degradation des Materials in Abbildung 3.3 dargestellt werden, wobei die steuernde Größe hier die effektive Separation der Knoten ist.

Tabelle 6.3 – Interlaminare Materialkennwerte für kohäsive Kontakte

Material	Steifigkeiten in MPa			Festigkeiten in MPa			Rissenergien in kJ/m^2		
	K_I	K_{II}	K_{III}	T_I	T_{II}	T_{III}	G_I	G_{II}	G_{III}
AS4/PEEK	5e+5	5e+5	5e+5	30,0	140,0	140,0	0,969	1,719	1,719
T700GC/M21	1e+5	1e+5	1e+5	20,0	175,0	175,0	0,304	2,33	2,33

Das Schalenmodell mit implementierter Delamination zeigt im AS4/PEEK-Versuch eine deutliche Verbesserung der Bruchfestigkeit. Der Einfluss dieses zusätzlichen Schädigungsmechanismus ist dabei in Abbildung 6.19 klar ersichtlich. Die Spannungs-Dehnungs-Kurve bildet einen Bereich konstanter Spannung ab dem Moment aus, in welchem im Volumenmodell und im Experiment das schlagartige Versagen eintritt. Die Spannung wird auf einem ähnlichen Niveau für weitere Dehnung von 0,1 % gehalten - dabei bilden sich zwei schwache Spannungsmaxima. Dieser Kurvenabschnitt ist typisch für Delaminationsvorgänge und beschreibt das teilweise Lösen der Lagen voneinander [32]. Der schlagartige Lastabfall entsteht durch Faserbruch in den 0° -Lagen.

Im Falle der Volumenelemente werden in allen drei aufgetragenen Konfigurationen ähnlich genaue Ergebnisse erzielt. Die ungenügenden 2D-Formulierungen können ebenso ausgeglichen werden, wie es im Schalenmodell der Fall ist. Dabei bildet sich hier jedoch keine aus der Spannungs-Dehnungs-Kurve erkennbare Delaminierung aus, sodass über das Zusammenspiel der Mechanismen keine Aussage getroffen werden kann.

Es ist weiterhin zu beobachten, dass auch bei Verwendung der C3D8R-Elemente mit dreidimensionaler Schädigung und implementierten kohäsiven Kontakten genaue Ergebnisse erzielt werden. Delamination kann hier neben der diskreten Modellierung durch die Kontakte auch durch Steifigkeitsdegradierung in Dickenrichtung repräsentiert werden. Die Schädigungsenergie teilt sich auf die

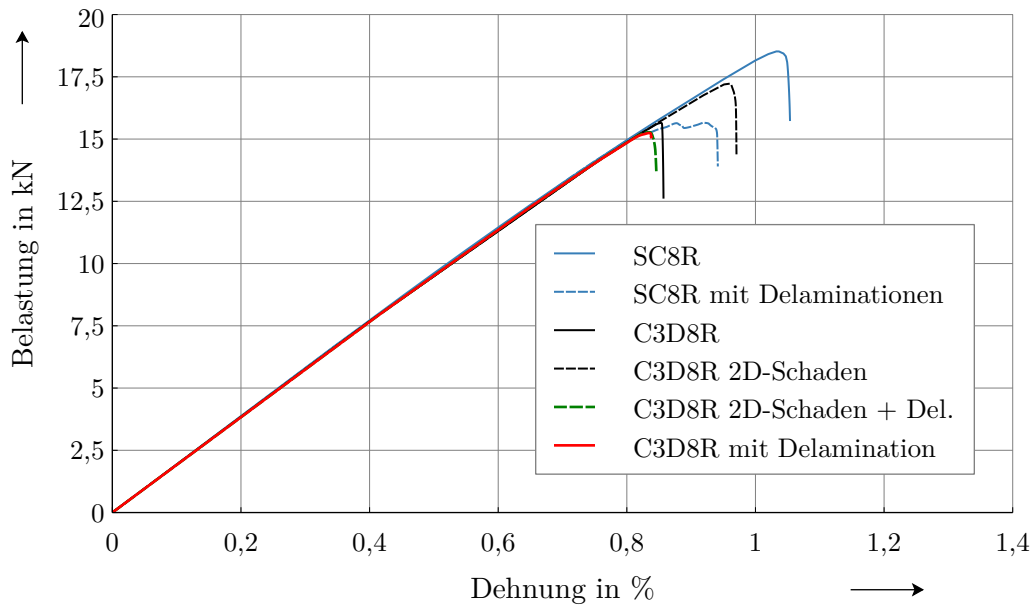


Abbildung 6.19 – Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 2D- und 3D-Modelle aus AS4/PEEK mit kohäsiven Kontakten

unterschiedlichen Mechanismen auf, die als in Reihe geschaltet betrachtet werden können. Dadurch entsteht kein verstärkter Schädigungsverlauf. In Abbildung 6.20 ist der Spannungs-Dehnungs-Verlauf für T700GC/M21 unter Verwendung von Kontinuumschalen abgebildet. Es bildet sich ähnlich wie in der AS4/PEEK-Simulation ein Delaminationsbereich aus. In diesem steigt die Spannung geringfügig und bildet ein lokales, schwach ausgeprägtes Maximum aus. Die Bruchlast wird bei dieser Konfiguration sehr gut wiedergegeben.

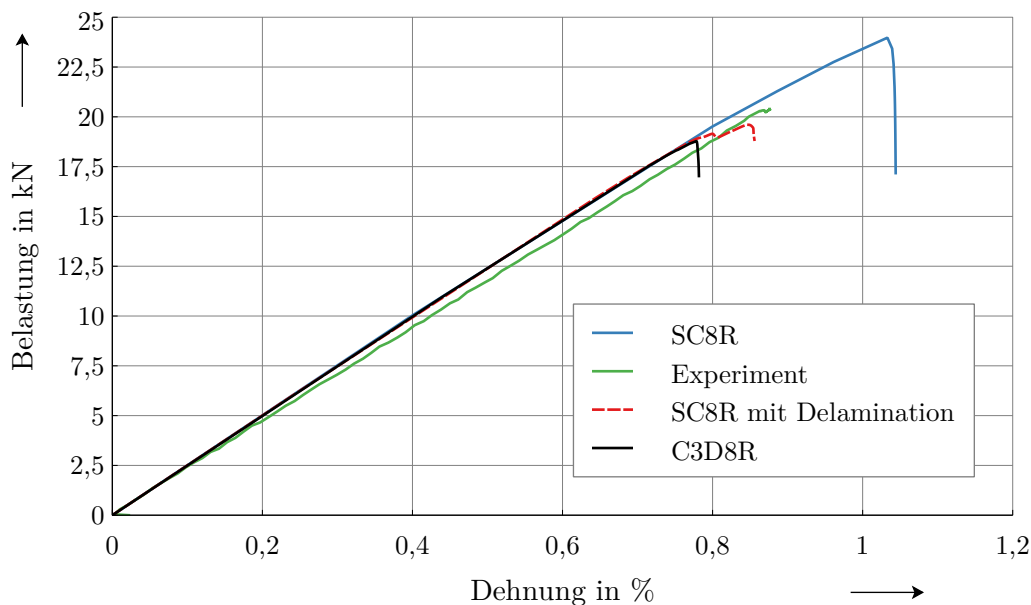


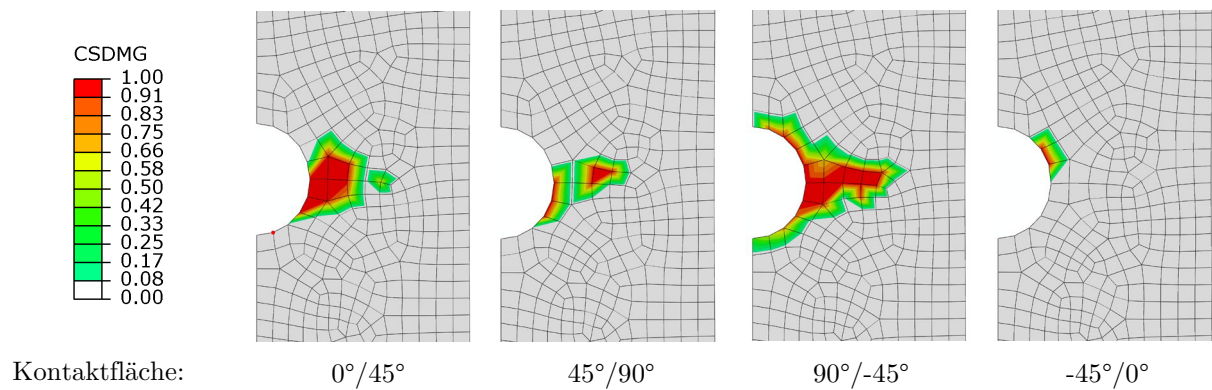
Abbildung 6.20 – Spannungs-Dehnungs-Verläufe der 2D- und 3D-Modelle aus T700GC/M21 mit kohäsiven Kontakten

Die Kurvenverläufe bestätigen, dass das 2D-Schädigungsmodell nicht ausreicht, um die mehrdimensionalen Spannungszustände in den OHT-Körpern und die daraus entstehenden Schädigungsvorgänge

nach Kapitel 2.3 abzubilden. Durch das Einbringen von Delaminationen in Form kohäsiver Kontakte können diese fehlenden Anteile ins Modell integriert werden. Die Vorteile die für eine Verwendung von Schalenelementen sprechen werden dadurch jedoch deutlich verringert. Kohäsive Kontakte zwischen den Lagen erfordern einen zusätzlichen Modellierungsaufwand für die Modelle und verlängern die Rechenzeiten deutlich. Die in dieser Arbeit berechneten Modelle benötigen längere Rechenzeiten und einen Mehraufwand in der Modellierung als die des einfachen Volumenmodells. Gleichzeitig sind Modelle mit kohäsiven Kontakten grundsätzlich anfälliger für Konvergenzprobleme sobald Materialdegradationen auftreten [92, 93].

In Abbildung 6.21 sind die auftretenden Delaminationen zum Zeitpunkt der Maximallast im Modell dargestellt. Die 4 abgebildeten Kontaktflächen befinden sich zwischen den innen liegenden Lagen der AS4/PEEK-Modelle. Die Schädigungsvariablen der Knotenpunktkontakte nehmen Werte von null im unbeschädigten bis eins im vollständig degradierten Zustand an. Delaminationen bilden sich in Übereinstimmung mit der experimentellen Betrachtung aus Kapitel 2.3 zunächst unmittelbar am Lochrand und breiten sich von dort flächig in den OHT-Körper aus.

SC8R (2D-Schädigung) mit kohäsiven Kontakten



C3D8R (3D-Schädigung) mit kohäsiven Kontakten

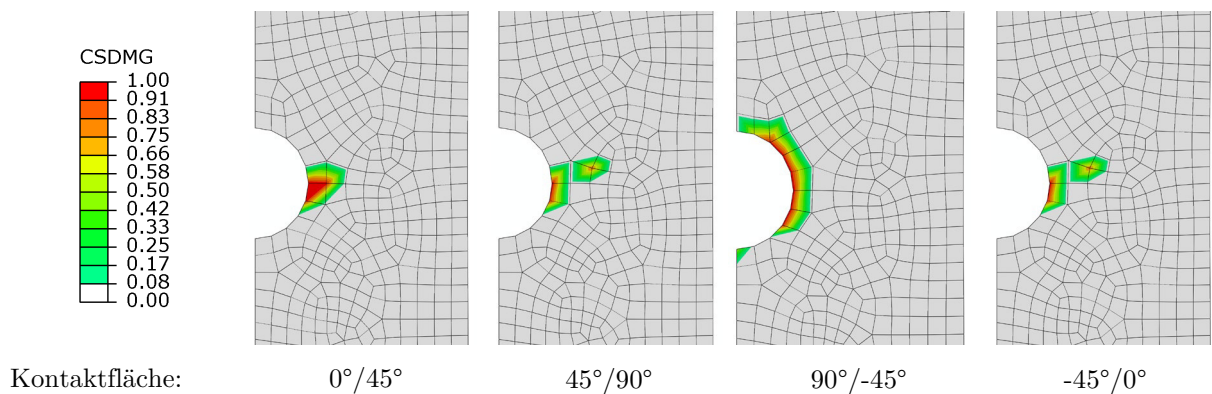


Abbildung 6.21 – Auftretende Delamination an den Kontaktflächen innen liegender Lagen in den 2D- und 3D-Modellen bei Maximallast

Lokal auftretende Delaminationen entstehen am Lochrand an jedem Schichtübergang. Diese bilden sich durch Matrixrisse in diesem Bereich [32]. Bei den Volumenelementen beschränken sich die Delaminationen größtenteils auf einen schmalen Bereich um das Loch. Dadurch haben sie nur einen geringen Einfluss auf das Gesamtbruchverhalten. In den Schalenmodellen konnte der Einfluss der

Delaminationen bereits in den Spannungs-Dehnungs-Kurven erkannt werden, dies spiegelt sich auch in Abbildung 6.21 wieder. Vor allem in den Kontaktflächen $0^\circ/45^\circ$ und $90^\circ/-45^\circ$ sind größere Bereiche vollständig delaminierter Flächen zu erkennen. Durch diese Bereiche verringert sich die Festigkeit und der Bruchmodus verschiebt sich in Richtung Delamination.

Im Volumenmodell sind unter Verwendung kohäsiver Kontakte zwei Modelle implementiert, die Schädigungen und Delaminationen in Dickenrichtung abbilden können. Anhand von Abbildung 6.22 kann analysiert werden wie groß diese Anteile sind, die von der diskreten Delaminierung eingenommen werden. Zum Zeitpunkt der Maximallast sind dafür die entsprechenden Schädigungsanteile im Volumenmodell mit und ohne implementierte Delaminationen extrahiert. Aus Übersichtsgründen werden nur Elemente abgebildet, deren Schädigungsvariablen d_{33} , d_{13} und d_{23} höhere Werte als 0,2 betragen.

Die Schädigungen sind in beiden Modellen jeweils in identischen Lagen stärker oder schwächer ausgebildet. Aufgrund der Degradationsformulierungen des 3D-Modells sind d_{33} und d_{23} identisch. Die Intensität der Schädigungen ist im einfachen Volumenmodell sichtlich stärker. Vor allem in den Elementen direkt am Lochrand sind deutliche Differenzen in den Werten der Variablen zu erkennen. Während sich im Modell mit Kontakten d_{13} vorwiegend in Bereichen um 0,5 bewegt, sind einige Elemente im normalen Modell durch Werte um 0,9 bereits stark geschädigt. Daraus ergeben sich deutliche Differenzen in den verminderten Schubsteifigkeiten in der 1-3-Ebene der Modelle.

In dem Bereich um das Loch entwickeln sich die Delaminationen nach Abbildung 6.21. Die geringeren Werte in den Variablen werden durch die aufgetretenen Delaminationen widergespiegelt. Delaminationen können als verschmiert in den Variablen d_{33} , d_{13} und d_{23} betrachtet werden, solange keine kohäsiven Kontakte implementiert sind. Die Energie die zur Bildung der Schädigung in den Modellen aufgewendet wird teilt sich auf die Mechanismen auf. Da mit beiden Varianten gute Ergebnisse erzielt werden, ist über die Anforderung an den Detailgrad der Schädigungsmodellierung zu entscheiden, welches Modell verwendet werden sollte. In Bezug auf die UMAT ändert sich dadurch nichts.

Das zweidimensionale Materialmodell eignet sich somit nur bedingt für die Analyse von OHT-Körpern, da die Spannungsanteile in Dickenrichtung in den getesteten Konfigurationen einen zu großen Einfluss auf den Schädigungsverlauf haben. Delaminationen können nach den Untersuchungen in dieser Arbeit, wie ebenfalls von CHEN et al. [7, 35] beobachtet, nicht vernachlässigt werden. Dies gilt auch, wenn nicht Delaminationen sondern Faserbruch in den Schichten der primäre Schädigungsmechanismus ist. Je nach Versagensmodus des Laminates haben die Delaminationen einen größeren oder kleineren Einfluss auf die Festigkeit und sollten zumindest verschmiert über Schädigungsvariablen in den Modellen implementiert sein. Die Festigkeit wird ansonsten überschätzt.

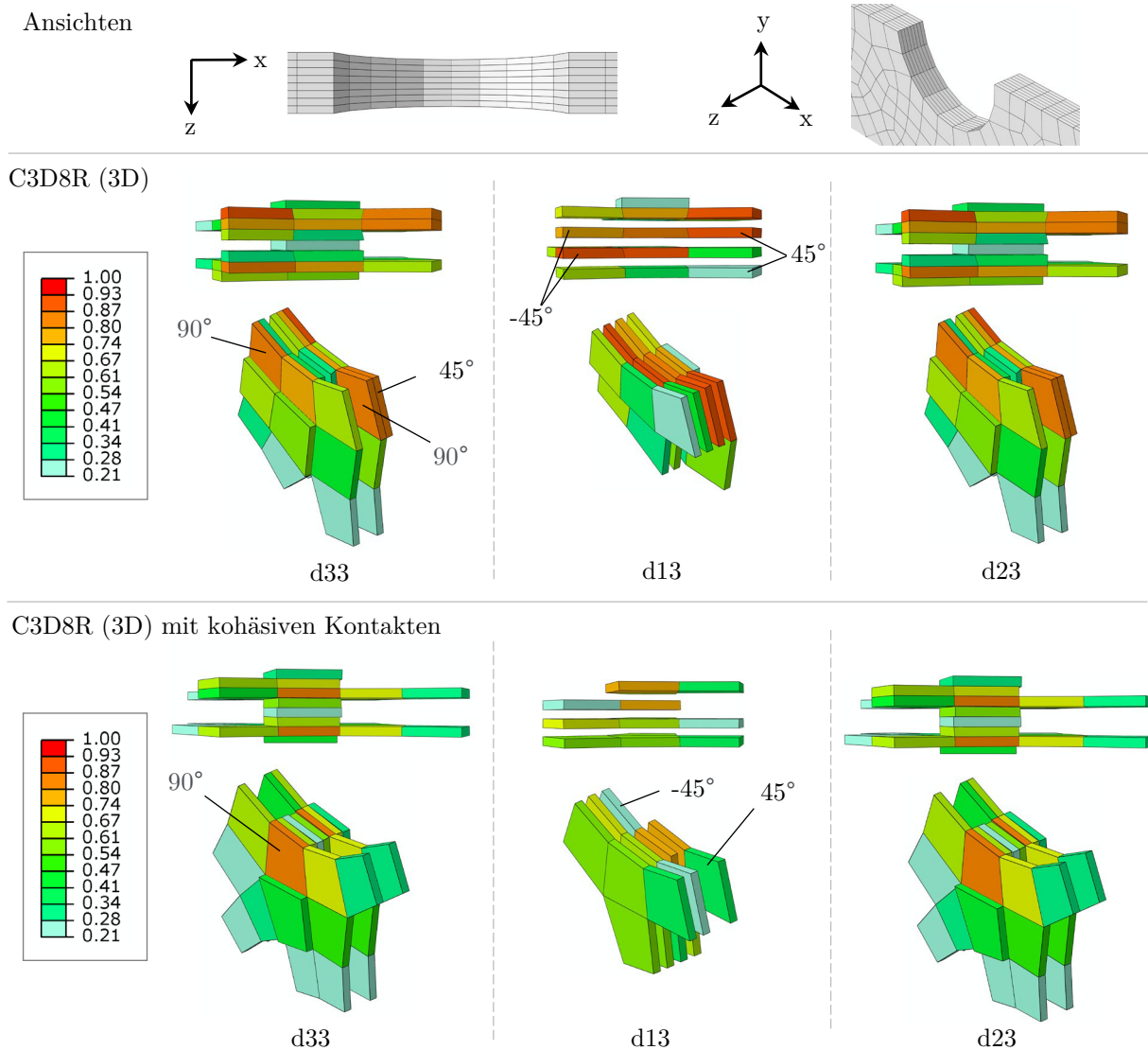


Abbildung 6.22 – Intensität transversaler Schädigungen im 3D-Modell (oben) und 3D-Modell mit kohäsiven Kontakten (unten) bei Maximallast

6.6 Einfluss des Risswiderstandes auf das Degradationsmodell

Die Versagensmodi der in dieser Arbeit untersuchten Faserverbunde werden durch den Modus Faserbruch dominiert. Im implementierten Degradationsmodell nach Kapitel 3.4 ist die Rissfestigkeit G_{ft} von großer Bedeutung, da sie die Degradationsrate maßgeblich steuert. Wie in Kapitel 5.1 dargelegt, wurde für T700GC/M21 ein Wert für G_{ft} von 131 N/mm verwendet. Die Rissfestigkeiten für diesen Werkstoff wurden von FURTADO et al. [69] experimentell für unterschiedliche Lagendicken bestimmt und die Annahme bestätigt, dass sie mit größeren Lagendicken wie in Tabelle 6.4 linear ansteigen [94]. Die Erhöhung des Risswiderstandes als Funktion der Lagendicke wird dem vermehrten Auftreten von unkritischen Schädigungen im Einflussbereich des Lochs bei dickeren Lagen zugeschrieben. Insbesondere Spaltrisse durch Schubbelastungen in den 0° -Lagen besitzen einen signifikanten Anteil an Spannungsumverteilungen (vgl. Kapitel 2.3). Durch die Umverteilung werden Spannungsspitzen im Laminate abgemindert und die Festigkeit erhöht.

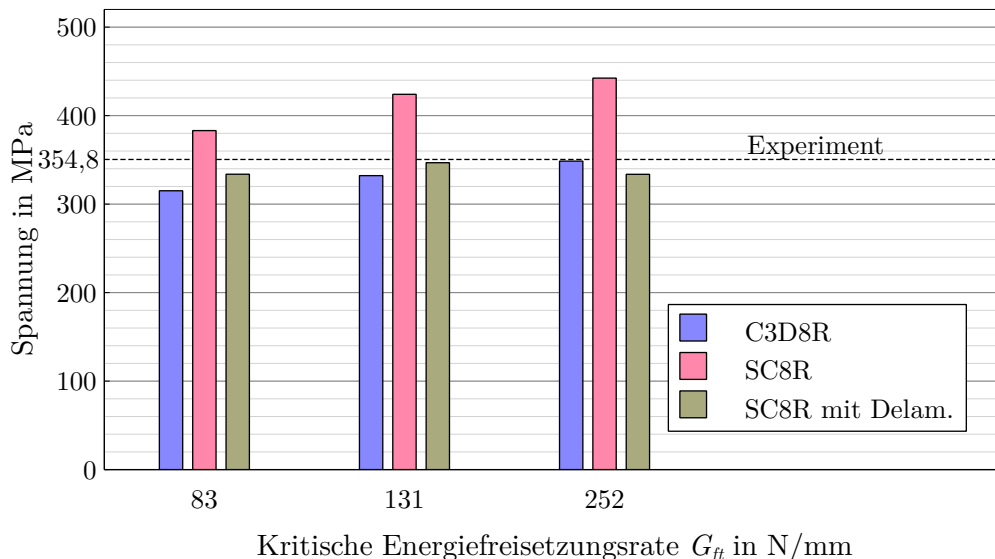
Tabelle 6.4 – Rissfestigkeiten T700GC/M21 nach FURTADO et al. [69]

Lagendicke in mm	0,075	0,134	0,268
Rissfestigkeit in $\frac{\text{N}}{\text{mm}}$	83	131	256

Numerische Untersuchungen ergaben, dass bei korrekter Implementierung dieser Schädigungsmechanismen im Modell mit einem konstanten Wert für den Risswiderstand gute Ergebnisse für die Bruchfestigkeiten erhalten werden. FURTADO et al. empfehlen, die intralaminaren Risswiderstände in detaillierten Modellen nicht mit der Lagendicke zu skalieren. Es sollten experimentelle Werte verwendet werden, die anhand dünner Lagendicken bestimmt wurden. Hier treten die oben beschriebenen unkritischen Schädigungen nur in geringem Umfang auf [69].

HALLET et al. [32] implementieren in ihrem Modell Spaltrisse in der Matrix durch den Einbau kohäsiver Elemente entlang der zu erwartenden Risslinien nach Abbildung 2.8. Dadurch können sich an diesen Stellen diskrete Risse im Modell ausbreiten, wodurch Elemente in den Lagen vollständig voneinander getrennt werden. Dieser Schädigungsmechanismus ist in den Modellen dieser Arbeit nicht vorhanden. Die Aussagen von FURTADO et al. über die Rissfestigkeit die eingesetzt werden sollte, sind daher zu überprüfen.

In Abbildung 6.23 sind die Bruchfestigkeiten mit den Werten für G_{ft} aufgetragen. Volumenelemente und Kontinuumsschalen mit Delaminationen ergeben genauere Ergebnisse für den mit der Lagendicke skalierten Wert von 131 N/mm im Vergleich zu 83 N/mm. Auf die Aussagen von FURTADO et al. bezogen bedeutet dies, dass die fehlende diskrete Modellierung von Spaltrissen ein Skalieren der Rissfestigkeit bedingt. Über den skalierten Wert werden so die Effekte der Spaltrisse in dickeren Lagen mit in das Modell einbezogen, da sie ansonsten nicht ausreichend repräsentiert sind.

**Abbildung 6.23** – Einfluss des Bruchwiderstandes auf die Festigkeiten in den T700GC/M21-Modellen

Die Bruchfestigkeiten steigen in den Modellen dieser Arbeit, außer unter Verwendung diskreter Delaminierungen, linear mit den Rissfestigkeiten an. Unter der Verwendung von $G_{ft} = 252 \text{ N/mm}$

verschiebt sich der Bruchmodus dabei stärker in Richtung Delamination, wodurch die Bruchfestigkeit herabgesetzt wird.

MAA et al. [4] implementierten in ihrem Schalenmodell für OHT-Simulationen ein Schädigungsmodell, dessen Degradation im Modus des Faserbruchs durch eine materialabhängige Konstante gesteuert wird, die aus Experimenten abgeleitet werden kann. Diese steuert analog zu dem in dieser Arbeit mit der Rissfestigkeit G_{ft} implementierten Modell maßgeblich die Bruchlast des OHT-Körpers. Da sich die Bestimmung als sehr schwierig herausgestellt hat, passten MAA et al. ihren Parameter rückwirkend an die Simulationsergebnisse an. Dafür wurde eine Parameteranalyse durchgeführt und der Wert ausgewählt, der mit dem Modell die genauesten Ergebnisse erzielen konnte. Mit Blick auf Abbildung 6.23 würde dieses Vorgehen grundsätzlich auch im 2D-Materialmodell dieser Arbeit funktionieren und die experimentelle Bruchlast unter Verwendung von $G_{ft} = 40 \text{ N/mm}$ sehr genau getroffen. Eine solche Anpassung der Rissfestigkeit hätte jedoch keine physikalische Grundlage und würde nur für diese spezifische Laminatkonfiguration unter Verwendung des Schalenmodells kalibriert sein. Die Rissfestigkeit müsste als rein phänomenologischer Degradationsparameter angesehen werden und mit dem Materialmodell könnten keine Voraussagen für andere Geometrien und Lagenaufbauten getroffen werden.

6.7 Bewertung der Modellierungsstrategien für Open Hole Tension Prüfkörper

Anhand der durchgeführten Untersuchungen ist ein detaillierter Vergleich der 2D- und 3D-Materialmodelle mit und implementierte Delaminationen möglich. Dabei wird primär auf das Schädigungsverhalten, die abbildbaren Schädigungsmodi sowie die Qualität der Steifigkeiten und Festigkeiten eingegangen. Ebenso werden wichtige Aspekte des konkreten Auslegungsprozesses wie der Modellierungsaufwand und die benötigten Rechenzeiten qualitativ angesprochen.

Für die zweidimensionale Modellierung von OHT-Körpern wird die Verwendung FSDT-basierter Elemente wie Kontinuumsschalenelementen in einem lagenweisen Aufbau empfohlen (vgl. Kapitel 2.3). Diese können die auftretenden komplexen Spannungsfelder insbesondere im Bereich des Lochrandes genauer wiedergeben sowie Dickenänderungen des Laminates abbilden. Durch ihre geometrisch dreidimensionale Repräsentation entsprechen die Modelle äußerlich Modellen mit Volumenelementen. Daraus resultiert eine gute Vergleichbarkeit zwischen den Modellen. Ebenso ist ein Wechsel zwischen den verwendeten Elementformulierungen in vorhandenen Modellen ohne großen Aufwand möglich.

Um plastisches Materialverhalten abzubilden, wurde das 1-Parameter Plastizitätsmodell nach SUN und CHEN in Kapitel 3.2 implementiert. Die benötigten Parameter wurden durch Off-Axis-Versuche in Kapitel 5.2 ermittelt. In Abbildung 6.14 sind verbesserte, verringerte Steifigkeiten feststellbar, die sich aus der Verwendung des plastischen Modells ergeben. Plastische Verformungen treten wie in Abbildung 6.12 ersichtlich, hauptsächlich in direkter Umgebung des Lochrandes auf. An dieser Stelle haben sie signifikante Einflüsse auf das Spannungsfeld sowie die sich daraus ergebenden Schädigungsmechanismen. Durch die einfache Versuchsdurchführung und Implementation eignet sich das Plastizitätsmodell gut, um das plastische Materialverhalten sowohl im zwei- als auch dreidimensionalen Modell abzubilden.

Zweidimensionales Materialmodell

Das zweidimensionale Materialmodell überschätzt die Bruchfestigkeiten in beiden OHT-Versuchen deutlich, wie in Kapitel 6.3 beschrieben und in Tabelle 6.2 festgehalten wurde. Die intralaminaren Schädigungsmechanismen geben den Schädigungsverlauf nach der Erkennung durch die Versagenskriterien korrekt wieder, im Gesamtverlauf fehlen jedoch signifikante Anteile, wodurch die Schädigung insgesamt langsamer abläuft und zu größeren Bruchlasten führt. Delaminationen und transversale Degradationen können nicht abgebildet werden. Das Vernachlässigen dieser Mechanismen führt zu erhöhten Festigkeiten. Dies kann durch implementierte 2D-Schädigung im Volumenmodell bestätigt werden, wie in Abbildung 6.18 ersichtlich. Die Modellierung ist unkompliziert und es ergeben sich schnelle Rechenzeiten, die Anwendung in OHT-Modellen ist jedoch nicht empfohlen. Die Qualität der Anwendung in Problemstellungen mit eindeutigeren ebenen Spannungszuständen muss in Folgeuntersuchungen analysiert werden.

Die Ergebnisse widersprechen den Untersuchungen von DIN et al. [3] und CHEN [2], die mit ähnlichen, zweidimensionalen Modellen genauere Bruchfestigkeiten ermitteln konnten. Die Abweichung die zu diesen Modellen entsteht, wird in den verwendeten Degradationsformulierungen vermutet. Wie in Kapitel 6.6 festgestellt, ist die Bruchfestigkeit bei energiebasierter Degradation im zweidimensionalen Modell signifikant vom Risswiderstand G_{ft} in Faserrichtung abhängig. Dieser steuert zusammen mit den verwendeten Degradationsformulierungen den Faserbruch. Das Modell reagiert sensibel auf den Wert der berechneten Schädigungsvariable d_{11} .

Zweidimensionales Materialmodell mit kohäsiven Kontakten

Durch die Implementation von kohäsiven Kontakten in das zweidimensionale Modell werden Delaminationen diskret modelliert. Daraus ergeben sich Bruchlasten in Übereinstimmung zu den Experimenten. Durch die Delaminationen kann das Modell eine größere Reichweite an Schädigungsmodi abbilden. Wie an den Kurvenverläufen in Abbildungen 6.19 und 6.20 zu erkennen ist, verschiebt sich dieser bei den untersuchten OHT-Körper in Richtung von Delamination. Ausgehend vom Lochrand entstehen größere delaminierte Bereiche, wie in Abbildung 6.21 ersichtlich ist. Diese begünstigen den Schädigungsverlauf der zweidimensionalen, intralaminaren Schädigungsmechanismen, die dadurch im Vergleich zum normalen Schalenmodell beschleunigt ablaufen. Das Modell reagiert insgesamt weniger sensibel auf die intralaminaren Schädigungsparameter. Der Modellierungsaufwand ist größer und es ergeben sich unter Verwendung kohäsiver Kontakte längere Rechenzeiten als in den reinen zwei- oder dreidimensionalen Modellen. Ebenso ist das Modell anfälliger für Konvergenzproblemen.

Dreidimensionales Materialmodell

Mit dem dreidimensionalen Materialmodell können auch ohne eine diskrete Modellierung von Delaminationen, Ergebnisse in guter Übereinstimmung zu den experimentellen Bruchlasten erzielt werden. Die dreidimensionale Steifigkeitsdegradation ist ausreichend, um das Spannungsfeld und seine Auswirkungen im OHT-Körper gut abbilden zu können. Im Vergleich zum zweidimensionalen Modell können Schädigungsanteile in den transversalen Richtungen abgebildet werden. Zum Zeitpunkt der auftretenden Maximallast sind die kritischen Elemente am Lochrand in diesen Richtungen stark

geschädigt, wie in Abbildung 6.22 zu erkennen ist. Aussagen über den eintretenden Schädigungsmodus sind nur bedingt möglich, da das Auftreten von Delaminationen nicht bewertet werden kann.

Der Modellierungsaufwand ist insbesondere auf die im Materialmodell verwendeten Theorien größer, da sich durch die Betrachtung eines dreidimensionalen Spannungszustandes detailliertere Formulierungen mit größerem Umfang implementieren lassen. Durch die geringeren Rechenzeiten als des zweidimensionalen Modells mit kohäsiven Kontakten ist die Verwendung von Volumenelementen die erste Wahl, wenn auf die Modellierung von Delaminationen verzichtet werden kann. Das Verhalten ist dadurch sensibel auf die intralaminaren Degradationsformulierungen. Durch die iterative Suche nach dem Bruchwinkel, die in den dreidimensionalen Formulierungen des Bruchkriteriums nach PUCK benötigt wird, erhöhen sich die Rechenzeiten stark im Vergleich zur Anwendung des FMC nach CUNTZE [5].

Dreidimensionales Materialmodell mit kohäsiven Kontakten

Die Energie, die in das Ausbilden von Schädigungen fließt, teilt sich in dieser Konfiguration auf die implementierten Schädigungsmechanismen auf. Wie in Abbildung 6.21 ersichtlich ist, bilden sich Delaminationen am Lochrand in einem kleineren Umfang als im Schalenmodell mit kohäsiven Kontakten aus. Die transversalen Schädigungen sind im Vergleich zum normalen dreidimensionalen Modell schwächer ausgebildet (vgl. Abb. 6.22). Die implementierten Schädigungsmechanismen ergänzen sich und lassen die detaillierteste Analyse des Schädigungsverlaufs zu. Dies erfordert allerdings auch den größten Rechenaufwand aller Modelle.

Die Wahl der richtigen Modellierungsmethode ist vom Anwendungsfall und der geforderten Detailtiefe abhängig. Sollen Delaminationen nicht in diskretem Umfang analysiert werden, ist das dreidimensionale Modell ausreichend. Es erzeugt robuste Ergebnisse und kann die intralaminaren Schädigungsvorgänge im Laminat gut abbilden. Die Effekte von Delaminationen werden verschmiert über die transversalen Schädigungsvariablen abgebildet. Die diskrete Modellierung von Delaminationen ist aufwändiger, erhöht aber den Detailgrad der Analyse deutlich. Das Schalenmodell mit kohäsiven Kontakten erzeugt dabei stärker delaminationsgetriebene Schädigungsmodi. Eine umfängliche Betrachtung intra- und interlaminarer Schädigungen ist mit Volumenmodellen mit kohäsiven Kontakten möglich. Mit diesen Modellen ist es detailliert möglich, die Anteile der einzelnen Mechanismen am Gesamtschädigungsverlauf zu vergleichen. Um bewerten zu können, welches Modell mit kohäsiven Kontakten das Auftreten von Delamination genauer abbildet, sind weitergehende Untersuchungen an realen Prüfkörpern durchzuführen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Für eine technisch zeitgemäße Auslegung von Faserverbundstrukturen bedarf es zuverlässiger und genauer Simulationsmodelle. Für diese wird eine detaillierte Beschreibung des Materialverhaltens benötigt. Gerade komplexere Strukturen wie Open Hole Tension Körper stellen aufgrund ihrer räumlich auftretenden Spannungszustände hohe Anforderungen an die Modelle. Diese betreffen inter- und intralaminare Schädigungs- und Plastizitätsmechanismen und daraus folgende Bruchmodi. Obwohl diese nur von dreidimensionalen Modellen gänzlich abgebildet werden können, ist die Forderung nach zweidimensionalen Modellierungsstrategien, die geringere Rechenzeiten benötigen sowie einfacher formuliert und modelliert werden, gegeben. Im Rahmen dieser Arbeit wird untersucht, inwiefern ein vereinfachtes, zweidimensionales Modell das Schädigungsverhalten von Open Hole Tension Prüfkörpern abbilden kann. Der Fokus in den numerischen Untersuchungen wird darauf gelegt, inwiefern sich eine Reduzierung der Aussagekraft in der Schädigungsanalyse ergibt.

Aus einer experimentellen Betrachtungsweise des Schädigungsverhaltens von Open Hole Tension Prüfkörpern ergeben sich die Bruchmodi Sprödbruch, Pull-Out und Delamination. Diese entstehen durch unterschiedlich stark ausgeprägte, dreidimensionale Spannungszustände im Laminat, welche hauptsächlich von der Geometrie, dem Lagenaufbau und den Materialeigenschaften abhängig sind. In der Literatur finden sich zweidimensionale Modellierungen, die unter der Annahme eines ebenen Spannungszustands genaue Ergebnisse an OHT-Prüfkörpern erzielen. Dies geschieht trotz der fehlenden Abbildung von schädigungsrelevanten räumlichen Spannungen.

In Anlehnung an ein dreidimensionales Materialmodell nach VÖLKERINK et al. [5] wird im Rahmen dieser Arbeit ein zweidimensionales Modell entwickelt, welches ein intralaminare Plastizitätsmodell, Versagenkriterien nach CUNTZE und PUCK, sowie eine energiebasierte Schadensprogression implementiert. Für die Ermittlung der Plastizitätsparameter werden Off-Axis-Zugversuche an T700GC/M21-Laminaten durchgeführt und ausgewertet. Der inkrementelle Algorithmus des Materialverhaltens wird in Form einer UMAT für die FE-Software Abaqus umgesetzt und anhand von 1-Element-, Off-Axis-, und $[\pm 45^\circ]$ -Versuchen verifiziert und validiert.

Das entwickelte Materialmodell wird durch eine mesomechanische Modellierung mit Kontinuumsschalenelementen auf ausgewählten OHT-Versuchen getestet. Dabei werden die Bruchlasten überschätzt, dies kann durch eine isolierte Betrachtung einzelner Modellbestandteile auf die vernachlässigten Schädigungsmechanismen zurückgeführt werden. Die zweidimensionalen Formulierungen des Modells sind nicht ausreichend, um die auftretenden räumlichen Schädigungsvorgänge abzubilden. Das ebene Schädigungsverhalten entspricht dem des Volumenmodells, läuft jedoch langsamer ab.

Die fehlenden Degradierungsmöglichkeiten in Richtungen außerhalb der Lagenebene in Form von Delaminationen und Matrixrissen, die durch räumliche Spannungszustände entstehen, führen zu einem deutlichen Überschätzen der Bruchfestigkeit. Dies konnte durch die Implementierung von kohäsiven Kontakten, welche Delaminationen diskret modellieren, aufgezeigt werden. Durch deren Integration in das Kontinuumsschalenmodell können genaue Ergebnisse erzielt werden. Die Vorteile einer zweidimensionalen Modellierung in Bezug auf schnellere Rechenzeiten werden dadurch jedoch stark reduziert.

Die Energie, welche das Schädigungsverhalten steuert, teilt sich im Volumenmodell mit kohäsiven Kontakten auf die Delamination und die Steifigkeitsdegradationen in der Dickenrichtung auf. Dies ist insbesondere am Lochrand deutlich erkennbar. Ohne kohäsive Kontakte treten die Delaminationseinflüsse als zusätzliche Anteile in den Schädigungsvariablen auf.

Die Anwendung des zweidimensionalen Materialmodells auf Open Hole Tension Prüfkörper ohne implementierte Delaminationen wurde als nicht sinnvoll eingestuft, da sich deren Verhalten als zu komplex darstellt, um mit den 2D-Formulierungen abgebildet zu werden. Zweidimensionale Elemente sollten in Kombination mit kohäsiven Kontakten verwendet werden, wodurch sich der Schädigungsmodus in Richtung von Delaminationsversagen verschiebt. Die genauesten und detailliertesten Ergebnisse werden unter Verwendung von Volumenelementen mit kohäsiven Kontakten erreicht. Diese stellen jedoch auch die höchsten Ansprüche an die Modellierung sowie an die Formulierung des Materialverhaltens.

Der Einsatz des zweidimensionalen Materialmodells in Problemstellungen, in denen die Annahme eines ebenen Spannungszustandes eindeutig gegeben ist, sollte Gegenstand weiterer Untersuchungen sein. Dabei ist zu erwarten, dass die vernachlässigten Effekte keinen signifikanten Einfluss auf das Materialverhalten haben und mit dem Materialmodell das plastische Verhalten sowie die Schädigungsmechanismen korrekt wiedergegeben werden können. Der Einfluss von In-situ-Festigkeiten auf die Bruchfestigkeit sollte weitergehend behandelt werden.

Ebenfalls sollte das Auftreten von Delaminationen in realen Prüfkörpern detaillierter analysiert werden. Dadurch kann die unterschiedliche Intensität, mit der Delaminationen in den zwei- und dreidimensionalen Modellen mit kohäsiven Kontakten auftreten, bewertet werden. Dafür können Ultraschalluntersuchungen an geschädigten Prüfkörpern verwendet werden, die sich durch definiert abgebrochene Open Hole Tension Versuche erzeugen lassen.

Literatur

- [1] Rossow, C., Wolf, K. und Horst, P.: *Handbuch der Luftfahrzeugtechnik*. Carl Hanser Verlag, 2014.
- [2] Chen, J., Morozov, E. und Shankar, K.: „A combined elastoplastic damage model for progressive failure analysis of composite materials and structures“. In: *Composite Structures* 94.12 (2012). DOI: 10.1016/j.compstruct.2012.04.021.
- [3] Din, I., Hao, P., Franz, G. und Panier, S.: „Elastoplastic CDM model based on Puck’s theory for the prediction of mechanical behavior of Fiber Reinforced Polymer (FRP) composites“. In: *Composite Structures* 201 (2018), S. 291–302. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.06.010.
- [4] Maa, R.-H. und Cheng, J.-H.: „A CDM-based failure model for predicting strength of notched composite laminates“. In: *Composites Part B: Engineering* 33 (2002), S. 479–489. DOI: 10.1016/S1359-8368(02)00030-6.
- [5] Völkerink, O., Petersen, E., Koord, J. und Hühne, C.: „A pragmatic approach for a 3D material model considering elasto-plastic behaviour, damage initiation by Puck or Cuntze and progressive failure of fibre-reinforced plastics“. In: *Composite Structures* 236.106280 (2020). DOI: 10.1016/j.compstruc.2020.106280.
- [6] Deuschle, H.: „3D failure analysis of UD fibre reinforced composites: Puck’s theory within FEA“. Dissertation. 2010.
- [7] Chen, B., Tay, T., Baiz, P. und Pinho, S.: „Numerical analysis of size effects on open-hole tensile composite laminates“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 47 (2013), S. 52–62. DOI: 10.1016/j.compositesa.2012.12.001.
- [8] Hallett, S. und Wisnom, M.: „The open hole tensile test: A challenge for virtual testing of composites“. In: *International Journal of Fracture* 158 (2009), S. 169–181. DOI: 10.1007/s10704-009-9333-8.
- [9] Ernst, G., Vogler, M., Hühne, C. und Rolfes, R.: „Multiscale progressive failure analysis of textile composites“. In: *Composites Science and Technology* 70 (2010), S. 61–72. DOI: 10.1016/j.compscitech.2009.09.006.
- [10] van Dongen, B.: „Progressive damage modelling of FRPs using a blended stress-strain and fracture mechanics approach in FEM“. Master Thesis. 2017.
- [11] VDI-Gesellschaft Materials Engineering: *Entwicklung von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbund - Berechnungen*. Beuth-Verlag, Berlin, 2014. ISBN: 9781466516632.
- [12] Schürmann, H.: *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. 2. Aufl. Berlin: Springer-Verlag, 2007.
- [13] Ghugal, Y. und Shimpi, R.: „A review of refined shear deformation theories of isotropic and anisotropic laminated plates“. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 21 (2002), S. 775–813. DOI: 10.1177/073168402128988481.
- [14] Barbero, E.: *Finite element analysis of composite materials using Abaqus™*. Boca Raton: CRC Press, 2013. ISBN: 9781466516632.

- [15] *ABAQUS Documentation*. Dassault Systèmes. 2020.
- [16] Liew, K., Pan, Z. und Zhang, L.: „An overview of layerwise theories for composite laminates and structures: Development, numerical implementation and application“. In: *Composite Structures* 216 (2019), S. 240–259. DOI: 10.1016/j.compstruct.2019.02.074.
- [17] *Transverse shear stiffness in composite shells and offsets from the midsurface*. <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAETHERefMap/simathe-c-transshearshells.htm>. besucht am 16.03.2021.
- [18] Kyriakides, S., Arseculeratne, R., Perry, E. und Liechti, K.: „On the compressive failure of fiber reinforced composites“. In: *International Journal of Solids and Structures* 32.6-7 (1995), S. 689–738. DOI: 10.1016/0020-7683(94)00157-R.
- [19] Soutis, C., Smith, F. und Matthews, F.: „Predicting the compressive engineering performance of carbon fibre-reinforced plastics“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 31.6 (2000), S. 531–536. DOI: 10.1016/S1359-835X(99)00103-7.
- [20] Schultheisz, C. und Waas, A.: „Compressive failure of composites, part I: Testing and micromechanical theories“. In: *Progress in Aerospace Sciences* 32.1 (1996), S. 1–42. DOI: 10.1016/0376-0421(94)00002-3.
- [21] Van der Meer, F.: „Computational Modeling of Failure in Composite Laminates“. Dissertation. 2010.
- [22] Schuecker, C. und Pettermann, H.: „Fiber Reinforced Laminates: Progressive Damage Modeling Based on Failure Mechanisms“. In: *Archives of Computational Methods in Engineering* 15.2 (2008), S. 163–184. ISSN: 1134-3060. DOI: 10.1007/s11831-008-9016-z.
- [23] Wang, J., Callus, P. und Bannister, M.: „Experimental and numerical investigation of the tension and compression strength of un-notched and notched quasi-isotropic laminates“. In: *Composite Structures* 64.3-4 (2004), S. 297–306. DOI: 10.1016/j.compstruct.2003.08.012.
- [24] Van Paepegem, W., De Baere, I. und Degrieck, J.: „Modelling the nonlinear shear stress–strain response of glass fibre-reinforced composites. Part I: Experimental results“. In: *Composites Science and Technology* 66.10 (2006), S. 1455–1464. DOI: 10.1016/j.compscitech.2005.04.014.
- [25] Taubert, R.: „Einfluss von nichtlinearem Materialverhalten auf die Entwicklung und Auswirkung von Zwischenfaserbrüchen in Verbundlaminaten“. Dissertation. 2017.
- [26] Puck, A.: „Failure Analysis of FRP Laminates by Means of Physically Based Phenomenological Models“. In: *Composites Science and Technology* 58.7 (1998), S. 1045–1067.
- [27] Swanson, S. R., Messick, M. J. und Tian, Z.: „Failure of Carbon/Epoxy Lamina Under Combined Stress“. In: *Journal of Composite Materials* 21.7 (1987), S. 619–630. DOI: 10.1177/002199838702100703.
- [28] Dumanskii, A., Komarov, V. und Alimov, M.: „On the effect of fiber rotation upon deformation of carbon-fiber angle-ply laminates“. In: *Polymer Science Series D* 10 (2017), S. 197–199. DOI: 10.1134/S199542121702006X.

- [29] Mandel, U., Taubert, R. und Hinterhölzl, R.: „Mechanism based nonlinear constitutive model for composite laminates subjected to large deformations“. In: *Composite Structures* 132 (2015), S. 98–108. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.04.029.
- [30] Flatscher, T. und Pettermann, H. E.: „A constitutive model for fiber-reinforced polymer plies accounting for plasticity and brittle damage including softening – Implementation for implicit FEM“. In: *Composite Structures* 93.9 (2011), S. 2241–2249. DOI: 10.1016/j.compstruct.2011.03.012.
- [31] Berthelot, J.: „Transverse cracking and delamination in cross-ply glass-fiber and carbonfiber reinforced plastic laminates: Static and fatigue loading“. In: *Applied Mechanics Reviews* 56.1 (2003), S. 111–147. DOI: 10.1115/1.1519557.
- [32] Hallett, S., Green, B., Jiang, W. und Wisnom, M.: „An experimental and numerical investigation into the damage mechanisms in notched composites“. In: *Composites* 40.5 (2009), S. 613–624. DOI: 10.1016/j.compositesa.2009.02.021.
- [33] Wisnom, M. R.: „The role of delamination in failure of fibre-reinforced composites“. In: *Phil. Trans. R. Soc. A* 370 (2012), S. 1850–1870. DOI: 10.1098/rsta.2011.0441.
- [34] Green, B., Wisnom, M. und Hallett, S.: „An experimental investigation into the tensile strength scaling of notched composites“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38.3 (2007), S. 867–878. DOI: 10.1016/j.compositesa.2006.07.008.
- [35] Chen, J.-F., Morozov, E. V. und Shankar, K.: „Simulating progressive failure of composite laminates including in-ply and delamination damage effects“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 61 (2014), S. 185–200. DOI: 10.1016/j.compositesa.2014.02.013.
- [36] Huchette, C., Vandellos, T. und Laurin, F.: „Influence of Intralaminar Damage on the Delamination Crack Evolution“. In: *Damage Growth in Aerospace Composites* (2015). DOI: 10.1007/978-3-319-04004-2_5.
- [37] Tserpes, K., Labeas, G., Papanikos, P. und Kermanidis, T.: „Strength prediction of bolted joints in graphite/epoxy composite laminates“. In: *Composites Part B: Engineering* 33.7 (2002), S. 521–529. DOI: 10.1016/S1359-8368(02)00033-1.
- [38] McCarthy, C. und Lawlor, V.: „Progressive damage analysis of multi-bolt composite joints with variable bolt-hole clearances“. In: *Composites Part B: Engineering* 36.4 (2005), S. 290–305. DOI: 10.1016/j.compositesb.2004.11.003.
- [39] Engelstad, S. P., Reddy, J. N. und Jr., N. F. K.: „Postbuckling response and failure prediction of graphite-epoxy plates loaded in compression“. In: *AIAA Journal* 30.8 (1992), S. 2106–2113. DOI: 10.2514/3.11187.
- [40] Camanho, P. und Matthews, F.: „A Progressive Damage Model for Mechanically Fastened Joints in Composite Laminates“. In: *Journal of Composite Materials* 33.24 (1992), S. 2248–2280. DOI: 10.1177/002199839903302402.
- [41] Lin, W.-P. und Hu, H.-T.: „Nonlinear analysis of fiber-reinforced composite laminates subjected to uniaxial tensile load“. In: *Journal of Composite Materials* 36.12 (2002), S. 1429–1450. DOI: 10.1177/0021998302036012463.

- [42] Hwang, T.-K., Hong, C.-S. und Kim, C.-G.: „Probabilistic deformation and strength prediction for a filament wound pressure vessel“. In: *Composites Part B: Engineering* 34.5 (2003), S. 481–497. DOI: 10.1016/S1359-8368(03)00021-0.
- [43] Reinoso, J. et al.: „A consistent anisotropic damage model for laminated fiber-reinforced composites using the 3D-version of the Puck failure criterion“. In: *International Journal of Solids and Structures* 126–127 (2017), S. 37–53. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2017.07.023.
- [44] Ning, Z., Huo, G., Liu, R., Wu, W. und Xie, J.: „Progressive Failure Analysis of Laminates with Embedded Wrinkle Defects Based on an Elastoplastic Damage Model“. In: *Materials* 13(10):2422 (2020). DOI: 10.3390/ma13102422.
- [45] Lüders, C., Krause, D. und Kreikemeier, J.: „Fatigue damage model for fibre-reinforced polymers at different temperatures considering stress ratio effects“. In: *Composite Materials* 52.29 (2018), S. 4023–4050. DOI: 10.1177/0021998318773466.
- [46] Vogler, M., Rolfes, R. und Camanho, P.: „Modeling the inelastic deformation and fracture of polymer composites – Part I: Plasticity model“. In: *Mechanics of Materials* 59.29 (2013), S. 50–64. DOI: 10.1016/j.mechmat.2012.12.002.
- [47] Sun, C. und Chen, J.: „A Simple Flow Rule for Characterizing Nonlinear Behavior of Fiber Composites“. In: *Journal of Composite Materials* 23.10 (1989), S. 1009–1020. DOI: 10.1177/002199838902301004.
- [48] Weeks, C. A. und Sun, C. T.: „Modeling non-linear rate-dependent Behaviour in Fiber-Reinforced Composites“. In: *Composites Science and Technology* 58 (1998), S. 603–611. DOI: 10.1016/S0266-3538(97)00183-8.
- [49] Kachanov, L. und Krajcinovic, D.: „Introduction to continuum damage mechanics“. In: *Mechanics of Elastic Stability* 10 (1986). DOI: 10.1007/BF02486267.
- [50] Matzenmiller, A., Lubliner, J. und Taylor, R.: „A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites“. In: *Mechanics of Materials* 20 (1995), S. 125–152. DOI: 10.1016/0167-6636(94)00053-0.
- [51] Kaddour, A. und Hinton, M.: „Maturity of 3D failure criteria for fibre-reinforced composites: Comparison between theories and experiments: Part B of WWFE-II“. In: *Journal of Composite Materials* 47.6-7 (2013), S. 925–966. ISSN: 0021-9983. DOI: 10.1177/0021998313478710.
- [52] Puck, A., Kopp, J. und Knops, M.: „Guidelines for the determination of the parameters in Puck’s action plane strength criterion“. In: *Composites Science and Technology* Volume 62.3 (2002), S. 371–378. DOI: 10.1016/S0266-3538(01)00202-0.
- [53] Lapczyk, I. und Hurtado, J.: „Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38.11 (2007), S. 2333–2341. ISSN: 1359835X. DOI: 10.1016/j.compositesa.2007.01.017.
- [54] Camanho, P. und Davila, C.: „Mixed-Mode Decohesion Finite Elements for the Simulation of Delamination in Composite Materials“. In: *NASA/TM-2002-211737* (2002), S. 1–37.
- [55] Zhao, L., Qin, T., Zhang, J. und Chen, Y.: „3D Gradual Material Degradation Model for Progressive Damage Analyses of Unidirectional Composite Materials“. In: *Mathematical Problems in Engineering* (2015). DOI: 10.1155/2015/145629.

- [56] Bažant, Z. und Oh, B.: „Crack band theory for fracture of concrete“. In: *Materials and Structures* 16 (1983), S. 155–177. DOI: 10.1007/BF02486267.
- [57] Maimí, P., Camanho, P. P., Mayugo, J. und Dávila, C.: „A continuum damage model for composite laminates: Part II - Computational implementation and validation“. In: *Mechanics of Materials* 39.10 (2007), S. 909–919. DOI: 10.1016/j.mechmat.2007.03.006.
- [58] Joseph, A. et al.: „Progressive Damage and Failure Prediction of Open Hole Tension and Open Hole Compression Specimens“. In: (2015). DOI: 10.2514/6.2015-0466.
- [59] Naldi, G., Urban, K. und Venini, P.: „A convergent adaptive wavelet-Rothe method for elastoplastic hardening“. In: *Arabian Journal for Science and Engineering* 29 (2005). DOI: 10.2514/6.2015-0466.
- [60] de Souza Neto, E., Peric, D. und Owen, D.: *Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications*. Wiley, 2008. ISBN: 978-0470694527.
- [61] Duvault, G. und Lions, J.: *Inequalities in Mechanics and Physics*. Springer, 1976. ISBN: 978-3-642-66167-9. DOI: 10.1007/978-3-642-66165-5.
- [62] Meier, F., Schwarz, C. und Werner, E.: „Numerical calculation of the tangent stiffness matrix in materials modeling“. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* Volume 14.1 (2014), S. 425–426. DOI: 10.1002/pamm.201410200.
- [63] Omairey, S., Dunning, P. und Sriramula, S.: „Development of an ABAQUS plugin tool for periodic RVE homogenisation“. In: *Engineering With Computers* 35 (2019). DOI: 10.1007/s00366-018-0616-4.
- [64] Sun, C. und Yoon, K.: „Characterization of Elastic-Plastic Behavior of AS4/PEEK Thermoplastic Composite for Temperature Variation“. In: *Composite Materials* 25.10 (1991), S. 1297–1313. DOI: 10.1177/002199839102501003.
- [65] Kawai, M., Y. Masuko, Kawase, Y. und Negishi, R.: „Micromechanical analysis of the off-axis rate-dependent inelastic behavior of unidirectional AS4/PEEK at high temperature“. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 43.9 (2001), S. 2069–2090. DOI: 10.1016/S0020-7403(01)00029-7.
- [66] Sun, C. und Rui, Y.: „Orthotropic elasto-plastic behavior of AS4/PEEK thermoplastic composite in compression“. In: *Mechanics of Materials* 10.1-2 (1990), S. 117–125. DOI: 10.1016/0167-6636(90)90022-8.
- [67] Carlile, D., Leach, D., Moore, D. und Zahlan, N.: „Mechanical properties of the carbon fiber/PEEK APC-2/AS-4 for structural applications“. In: *Advances in thermoplastic matrix composite materials* (1989), S. 199–212. DOI: 10.1520/STP24603S.
- [68] Petersen, E., Cuntze, R. und Hühne, C.: „Experimental determination of material parameters in Cuntze’s Failure-Mode-Concept-based UD strength failure conditions“. In: *Composites Science and Technology* 134 (2016), S. 12–25. DOI: 10.1016/j.compscitech.2016.08.006.
- [69] Furtado, C., Arteiro, A., Linde, P., Wardle, B. und Camanho, P.: „Is there a ply thickness effect on the mode I intralaminar fracture toughness of composite laminates?“ In: *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* Volume 107 (2020), S. 199–212. DOI: 10.1016/j.tafmec.2020.102473.

- [70] Winn, V. M. und Sridharan, S.: „An Investigation into the Accuracy of a One-Parameter Nonlinear Model for Unidirectional Composites“. In: *Journal of Composite Materials* Volume 35.16 (2001), S. 1491–1507. DOI: 10.1106/M99D-14RL-NHHF-CHWN.
- [71] Odegard, G. und Kumosa, M.: „Elastic-plastic and failure properties of a unidirectional carbon/PMR-15 composite at room and elevated temperatures“. In: *Composites Science and Technology* Volume 60.16 (2000), S. 2979–2988. DOI: 10.1016/S0266-3538(00)00163-9.
- [72] Wang, J., Xiao, Y. und Kawai, M.: „Parameter identification problem in oneparameter plasticity model for fibrous composites“. In: *Advanced Composite Materials* Volume 28.2 (2018), S. 29–51. DOI: /10.1080/09243046.2018.1448684.
- [73] Sun, C. und Berreth, S.: „A New End Tab Design for Off-Axis Tension Test of Composite Materials“. In: *Journal of Composite Materials* Volume 22.8 (1988), S. 766–779. DOI: 10.1177/002199838802200805.
- [74] Xiao, Y., Kawai, M. und Hatta, H.: „An integrated method for off-axis tension and compression testing of unidirectional composites“. In: *Journal of Composite* Volume 45.6 (2011), S. 657–669. DOI: 10.1177/0021998310377936.
- [75] Sun, C. und Chung, I.: „An oblique end-tab design for testing off-axis composite specimens“. In: *Composites* Volume 24.8 (1993), S. 619–623. DOI: 10.1016/0010-4361(93)90124-Q.
- [76] *Modelling & Simulation – CS-25 Structural Certification Specifications*. European Aviation Safety Agency. 2020.
- [77] Cuntze, R.: „The predictive capability of failure mode concept-based strength conditions for laminates composed of unidirectional laminae under static triaxial stress states“. In: *Journal of Composite Materials* Volume 46.19-20 (2012), S. 2563–2594. DOI: 10.1177/0021998312449894.
- [78] Puck, A. und Schürmann, H.: „Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models“. In: *Composites Science and Technology* Volume 62.12-13 (2002), S. 1633–1662. DOI: 10.1016/S0266-3538(01)00208-1.
- [79] Altenbach, H.: „On the determination of transverse shear stiffnesses of orthotropic plates“. In: *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik* 51 (2000), S. 629–649. DOI: 10.1016/j.mechmat.2007.03.006.
- [80] Reissner, E.: *On Bending of Elastic Plates*. 1947, S. 55–68.
- [81] Coelho, A., Mottram, J. und Harries, K.: „Finite element guidelines for simulation of fibre-tension dominated failures in composite materials validated by case studies“. In: *Composite Structures* 126 (2015), S. 299–313. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.02.071.
- [82] *1.4.6 Failure of blunt notched fiber metal laminates*. <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/exa/default.htm?startat=ch01s04aex50.html>. besucht am 17.03.2021.
- [83] Linde, P., Pleitner, J., Boer, H. und Carmone, C.: „Modelling and Simulation of Fibre Metal Laminates“. In: 2004.
- [84] Lee, H.: „Damage Modelling For Composite Structures“. Ph.D. 2015.

- [85] Falcó, O., Ávila, R., Tijs, B. und Lopes, C.: „Modelling and simulation methodology for unidirectional composite laminates in a Virtual Test Lab framework“. In: *Composite Structures* 190 (2018), S. 137–159. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.02.016.
- [86] Zhou, S., Zhang, J., Sun, Y. und Tian, K.: „Experimental and numerical investigation of open hole carbon fiber composite laminates under compression with three different stacking sequences“. In: *Journal of Materials Research and Technology* 8.3 (2019), S. 2957–2968. DOI: 10.1016/j.jmrt.2019.05.003.
- [87] Seon, G., Makeev, A., Schaefer, J. und Justusson, B.: „Measurement of Interlaminar Tensile Strength and Elastic Properties of Composites Using Open-Hole Compression Testing and Digital Image Correlation“. In: *Applied Science* 9.13 (2019). DOI: 10.3390/app9132647.
- [88] Camanho, P., Dávila, C., Pinho, S., Iannucci, L. und Robinson, P.: „Prediction of in situ strengths and matrix cracking in composites under transverse tension and in-plane shear“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 37.2 (2006), S. 165–176. DOI: 10.1016/j.compositesa.2005.04.023.
- [89] Koord, J., Stüven, J.-L., Petersen, E., Völkerink, O. und Hühne, C.: „Investigation of exact analytical solutions for circular notched composite laminates under tensile loading“. In: *Composite Structures* 243 (2020). ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112180.
- [90] Flatscher, T., Wolfahrt, M., Pinter, G. und Pettermann, H.: „Simulations and experiments of open hole tension tests – Assessment of intra-ply plasticity, damage, and localization“. In: *Composites Science and Technology* 72.10 (2012), S. 1090–1095. DOI: 10.1016/j.compscitech.2011.07.021.
- [91] Kenane, M. und Benzeggagh, M.: „Mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites under fatigue loading“. In: *Composites Science and Technology* 57 (1997), S. 597–605. DOI: 10.1016/S0266-3538(97)00021-3.
- [92] Gao, Y. und Bower, A.: „A simple technique for avoiding convergence problems in finite element simulations of crack nucleation and growth on cohesive interfaces“. In: *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 453.12 (2004). DOI: 10.1088/0965-0393/12/3/007.
- [93] Sepasdar, R. und Shakiba, M.: „Overcoming the convergence difficulty of cohesive zone models through a Newton-Raphson modification technique“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 233 (2020). DOI: 10.1016/j.engfracmech.2020.107046.
- [94] Teixeira, R., Pinho, S. und Robinson, P.: „Thickness-dependence of the translaminar fracture toughness: experimental study using thin-ply composites“. In: *Composites Part A: Appl. Sci. Manuf.* 90 (2016), S. 33–44. DOI: 10.1016/j.compositesa.2016.05.031.

A Anhang

A.1 Mittelwertkurven der Off-Axis-Versuche

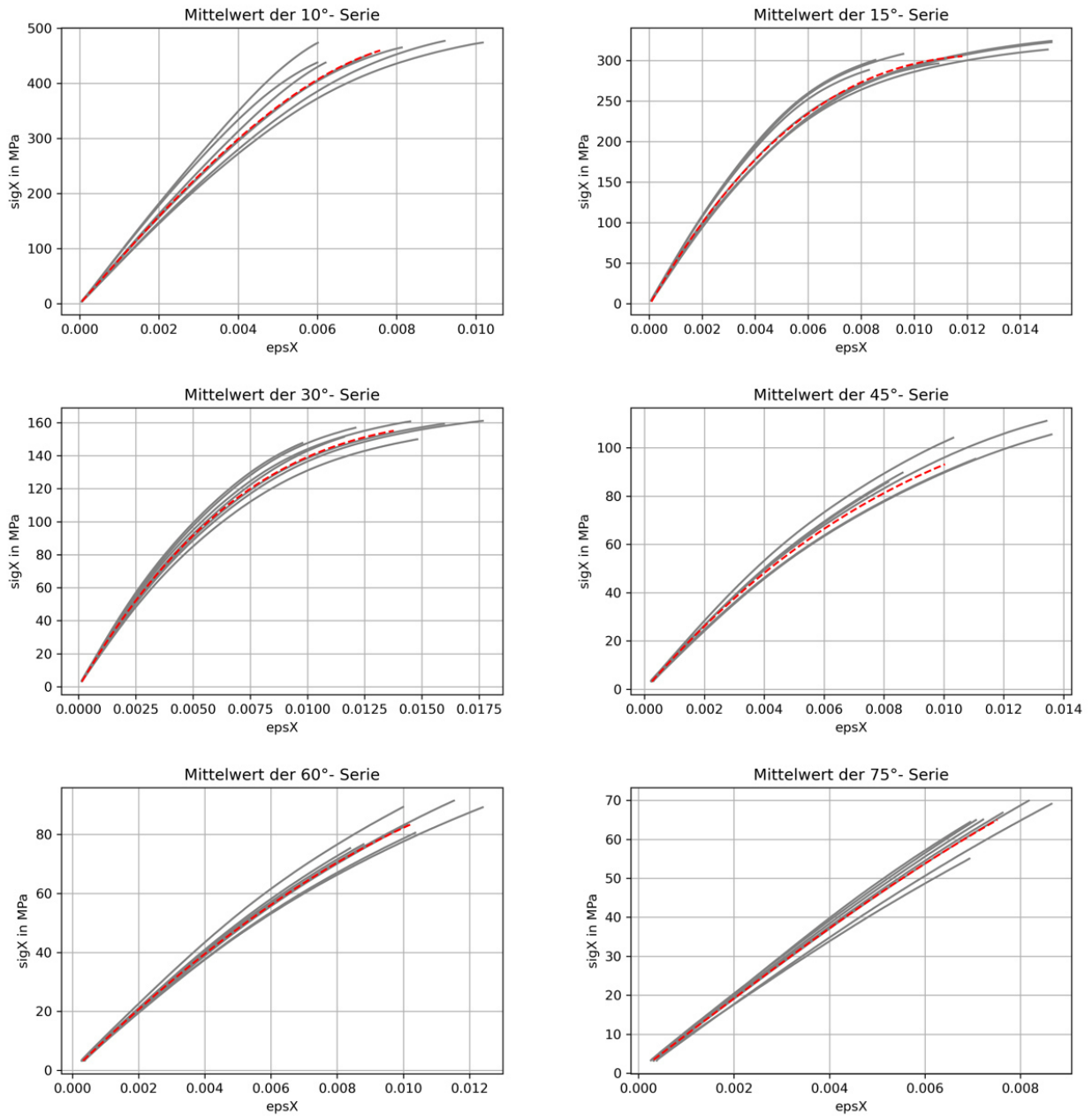


Abbildung A.1 – Mittelwertkurven der Winkelserien aus den Off-Axisversuchen zu Bestimmung der Plastizitätsparameter

A.2 Programmcode der Mittelwertberechnungen

```

import os
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Tue Oct 13 18:24:07 2020
@author: Joshua Moll
Mittelwertberechnung der Testdaten und abspeichern in .csv
"""
# Funktionen definieren
def load_data(i, angle, directory_path):

    filename = "/FFS_01_TEN_" + str(angle) + "_off_axis_" + str(i+1) + ".TRA"
    # Spalten in den Kraftdaten der 20Grad-Serie sind vertauscht, In Specimen 6 der
    # 60Grad ebenfalls
    if angle == "20" or angle == "60" and i+1 == 4:
        force, epsX, epsY = np.loadtxt(directory_path + filename, delimiter = ";",
                                       skiprows=10, usecols=(1, 3, 4), unpack=True)
    else:
        force, epsX, epsY = np.loadtxt(directory_path + filename, delimiter = ";",
                                       skiprows=10, usecols=(1, 4, 3), unpack=True)
    specimen = [force, epsX, epsY]
    return specimen

def plot_data(_specimens_list, _colorlist):

    for i in range(0, 7):
        specimen = _specimens_list[i]
        color = _colorlist[i]
        plt.plot(specimen[1], specimen[0], c=color, label = "Specimen - " + str(i+1))
        plt.plot(specimen[2], specimen[0], c=color)

    plt.title("Normalkraft der " + str(angle) + "°- Specimens")
    plt.xlabel('Dehnung in Mikrometer/Meter')
    plt.ylabel('Normalkraft [N]')
    plt.grid(True, zorder=True)
    plt.legend(prop={'size':7})
    plt.savefig(cwd + "/plots/normal_forces_" + str(angle) + "_deg.png", dpi=300)
    plt.show()
    return

def cut_after_max(_specimen):

    # Get Indice of maximal Force
    index_max = np.argmax(_specimen[0])
    # Cut Specimen-Lists at index_max
    cutted_specimen = [_specimen[0][0:index_max], _specimen[1][0:index_max]]
    return cutted_specimen

def calc_mean_curve(_specimen_list):

    # Anzahl der Einteilungen des neuen Wertebereiches
    n = 10000

    interpolated_values_x = []
    interpolated_values_y = []
    cutted_specimen_list = []

    epsX_max = 0
    epsX_min = 0.001

```



```

for i in range(0, 7):

    specimen = _specimen_list[i]
    specimen = cut_after_max(specimen)

    # Minimal und Maximalwert der X-Werte bestimmen
    min_specimen_x, max_specimen_x = min(specimen[1]), max(specimen[1])

    # Neuen x_Wertebereich in beliebige Anzahl aufteilen
    new_specimen_x = np.linspace(min_specimen_x, max_specimen_x, n)

    # Interpolieren der Wertepaare, Polynom n-ten Grades
    specimen_coefefs = np.polyfit(specimen[1], specimen[0], 3, full=True)

    # Neue Y-Koordinaten aus den Polynom-Koeffizienten berechnen
    new_specimen_y = np.polyval(specimen_coefefs[0], new_specimen_x)

    # Residuum berechnen
    ss_res = specimen_coefefs[1]
    ss_tot = np.sum((new_specimen_y - np.mean(new_specimen_y))**2)
    r_sq = 1 - (ss_res / ss_tot)

    # Die interpolierten Werte an entsprechender Position hinzufügen.
    interpolated_values_x.append(new_specimen_x)
    interpolated_values_y.append(new_specimen_y)

    # Speichern der max_epsX Kurven von 10 15 und 20 Grad
    if int(angle) == 10:
        if i == 0:
            np.savetxt(cwd + "/max_epsX_kurven/mean_values_" + angle + "deg.csv",
                       [p for p in zip(specimen[0], specimen[1])], delimiter=";", fmt="%s")

    if int(angle) == 15:
        if i == 6:
            np.savetxt(cwd + "/max_epsX_kurven/mean_values_" + angle + "deg.csv",
                       [p for p in zip(specimen[0], specimen[1])], delimiter=";", fmt="%s")

    if int(angle) == 20:
        if i == 5:
            np.savetxt(cwd + "/max_epsX_kurven/mean_values_" + angle + "deg.csv",
                       [p for p in zip(specimen[0], specimen[1])], delimiter=";", fmt="%s")

    cutted_specimen_list.append(specimen)
    # Den maximalen und minimalen X-Wert aller Specimens bestimmen
    if (max_specimen_x > epsX_max):
        epsX_max = max_specimen_x

    if (min_specimen_x < epsX_min):
        epsX_min = min_specimen_x

    # Durchschnitt aller x-Werte und Durchschnitt aller Y-Werte berechnen
    midx = [np.mean([interpolated_values_x[0][i], interpolated_values_x[1][i],
                    interpolated_values_x[2][i], interpolated_values_x[3][i],
                    interpolated_values_x[4][i], interpolated_values_x[5][i],
                    interpolated_values_x[6][i]]) for i in range(10000)]

    midy = [np.mean([interpolated_values_y[0][i], interpolated_values_y[1][i],
                    interpolated_values_y[2][i], interpolated_values_y[3][i],
                    interpolated_values_y[4][i], interpolated_values_y[5][i],

```

```

        interpolated_values_y[6][i]]) for i in range(10000)]

# Gemittelte Kurve erstellen [Spannung/Dehnung]
mean_curve = [midy, midx]

# Mittelwertkurve im Vergleich zu Normalkurven plotten:

for i in range (0,7):
    plt.plot(cuttet_specimen_list[i][1], cutted_specimen_list[i][0], c="grey")
    np.savetxt(cwd + "/20deg_epsX_sigX/specimen_" + angle + str(i) + ".csv",
               [p for p in zip(cuttet_specimen_list[i][1], cutted_specimen_list[i][0])],
               delimiter=";", fmt="%s")

plt.title("Mittelwert der " + str(angle) + "°- Serie")
plt.xlabel('epsX')
plt.ylabel('sigX in MPa')
plt.grid(True)
plt.savefig(cwd + "/plots/mean_stress_strain_" + str(angle) + "_deg.png", dpi=300)
plt.show()

return mean_curve, mean_curve_interpolated

def calc_stresses(_specimen_list, thickness, width, angle):

    specimen_stress_list = []
    for i in range (0, 7):

        # Berechnung der Spannungen
        specimen = _specimen_list[i]
        A = thickness[i]*width[i]
        specimen[0] = [1/A for l in specimen[0]]
        # Umrechnung der Dehnungswerte /1e6 | % = *100
        specimen[1] = [1/1000000 for l in specimen[1]]

        # Daten jedes Specimen abspeichern.
        np.savetxt(cwd + "/computed_specimens/" + str(angle) + '_deg_Specimen_' + str(i) +
                  '.csv', [p for p in zip(specimen[0], specimen[1])], delimiter=";",
                  fmt="%s")

        specimen_stress_list.append(specimen)

    return specimen_stress_list

"""
Beginn
"""
cwd = os.getcwd()
print("Current working directory: " + str(cwd))

anglelist = ["10", "15", "20", "30", "45", "60", "75"]

# Bezeichnung der Specimens
n = [1,2,3,4,5,6,7]

print("Verarbeite Winkel: " + str(anglelist))

stress_specimen_list = []
stress_specimen_list_interpolated = []
failure_stresses = []

```

```

failure_strains = []

for i in anglelist:

    angle = i
    title = "FFS_01_TEN_" + str(angle) + "_off_axis"
    directory_path = cwd + "/FFS_01_TEN_" + str(angle) + "_off_axis"
    print("Aktuelle Serie = " + title)
    specimen_list = []

    # Specimens in Liste einlesen
    for i in range(0, 7):
        specimen_list.append(load_data(i, angle, directory_path))

    colorlist = ["blue", "green", "r", "c", "m", "y", "orange"]
    plot_data(specimen_list, colorlist)

    # Vermessungsdaten der Serie (angle) laden
    thickness, width = np.loadtxt(directory_path + "/FFS_01_TEN_" + str(angle)
                                   + "deg_off_axis_vermessung.txt", delimiter = "\t",
                                   skiprows=0, unpack=True)

    # Spannungen aller Specimens der aktuellen (angle)-Serie berechnen und in die
    # Serienliste einfügen
    specimen_list = calc_stresses(specimen_list, thickness, width, angle)

    # Durchschnittskurve berechnen
    mean_curve, mean_curve_interpolated = calc_mean_curve(specimen_list)
    stress_specimen_list.append(mean_curve)
    stress_specimen_list_interpolated.append(mean_curve_interpolated)

    #Failure Stresses (der Specimens)
    failure_stress = []
    failure_strain = []

    for i in range(0,7):
        specimen = specimen_list[i]
        failure_index = np.argmax(specimen[0])
        failure_stress.append(specimen[0][failure_index])
        failure_strain.append(specimen[1][failure_index])

    # In die Gesamtliste eintragen
    failure_stresses.append(failure_stress)
    failure_strains.append(failure_strain)

for i in range(0,7):
    plt.scatter(failure_strains[i], failure_stresses[i], label = anglelist[i] +
                "deg - Specimens", )

plt.title("Failure Stresses")
plt.xlim(xmin=0)
plt.xlabel('epsX')
plt.ylabel('sigX [MPa]')
plt.legend(prop={'size':7})
plt.savefig(cwd + "/plots/failure_stresses.png", dpi=300)
plt.show()

# Mean_Values in Dateien speichern.

for i in range (0,7):

```

```
np.savetxt(cwd + "/mittelwerte/mean_values_" + anglelist[i] + "deg.csv",
           [p for p in zip(stress_specimen_list[i][0], stress_specimen_list[i][1])],
           delimiter=";", fmt="%s")

np.savetxt(cwd + "/mittelwerte_verlaengert/mean_values_" + anglelist[i] + "deg.csv",
           [p for p in zip(stress_specimen_list_interpolated[i][1],
                          stress_specimen_list_interpolated[i][0])],
           delimiter=";", fmt="%s")

# Spannungs_Dehnungsverläufe plotten
for i in range(0, 7):
    plt.plot(stress_specimen_list[i][1], stress_specimen_list[i][0], label =
             anglelist[i] + "deg - Series")

plt.title("Spannungsverläufe")
plt.xlabel('epsX')
plt.ylabel('sigX [MPa]')
plt.legend(prop={'size':7})
plt.savefig(cwd + "/plots/stress_strain_overview.png", dpi=300)
plt.show()
```

A.3 Programmcode der Berechnung der Plastizitätsparameter

```

import os
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import pandas as pd
from _Utilities import Utilities as U
from scipy.optimize import curve_fit
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Tue Oct 13 18:24:07 2020
@author: Joshua Moll
Auswertung Off-Axis Versuche
"""
#-----FUNKTIONEN-----
""" Daten einlesen """
def read_csv_data(_myFiles, _datapath):
    dfs=[]
    colnames = ['sigX', 'epsX']
    for myFile in _myFiles:
        df = pd.read_csv(_datapath + myFile + '.csv',
                        sep = ';',
                        decimal = '.',
                        names = colnames)

        df['specimen'] = myFile
        # E-Modul berechnen:
        # range[0, Rp0,2] , epsX-Werte sind bereits in [%] in der Liste vorhanden
        # -> range[0, 0.2]

        modulus_regression = U.calculate_modulous_regression(df['sigX'], df['epsX'],
                                                           [0, 0.002])
        #print(myFile + ' moduluss = ' + str(modulus_regression))
        df['modulus'] = modulus_regression
        print("E-Modul " + str(myFile) + " = " + str(df['modulus'][0]))
        dfs.append(df)

    data = pd.concat(dfs, keys = _myFiles)
    return data

""" Berechnungen durchführen """
def converttoplasticvalues(_myFiles, _data, _a):

    dfs = []

    for myFile in _myFiles:
        datadict = {}
        if '10' in myFile:
            theta = 10*np.pi/180
        if '15' in myFile:
            theta = 15*np.pi/180
        if '20' in myFile:
            theta = 20*np.pi/180
        if '30' in myFile:
            theta = 30*np.pi/180
        if '45' in myFile:
            theta = 45*np.pi/180
        if '60' in myFile:
            theta = 60*np.pi/180
        if '75' in myFile:
            theta = 75*np.pi/180

```

```

# Calculate h and sig (Sun&Chen Formeln 21 * 23)
h = np.sqrt(3/2 * (np.sin(theta)**4 + 2*_a*np.sin(theta)**2 * np.cos(theta)**2))
#print('h = ' + str(h))
sig = h * _data['sigX'][myFile]

# Anteil plastischer Dehnung in X-Richtung berechnen (zB. Sun&Chen 36)
epsXp = _data['epsX'][myFile] - _data['sigX'][myFile] / _data['modulus'][myFile]

# Effektive plastische Dehnung (Sun&Chen 27)
eps = epsXp / h

# Test, was abgeschnitten wird beim plastischen Strain
#print("h = " + str(h))
count = 0

# Cut-Off plastic strains smaller than zero
cutoff = True
if cutoff == True:
    for i in range(0,len(eps)):
        if eps[i] <= 0.0:
            del eps[i]
            del sig[i]
            count = count + 1

#print("Anzahl cutted-off eps <0 : " + str(count))
datadict['sig'] = sig
datadict['eps'] = eps
datadict['h'] = h

df = pd.DataFrame(datadict)
dfs.append(df)

plasticdata = pd.concat(dfs, keys = _myFiles)

#print(plasticdata)

return plasticdata

def parameterfitting(_plasticdata):

# Define Function that provides type of fit
# Nach Sun&Chen (30), Power_Law
def func(x, A, n):
    return A*np.power(x, n)

# sig wird im Powerlaw für x eingesetzt. eps sind die y daten in diesem Fall
popt, pcov = curve_fit(func, _plasticdata['sig'], _plasticdata['eps'],
                       p0 = [5e-17, 8], bounds=((0.0, 1.0), (1, 20.0)))
A, n = popt

# Calculation of Residual r_sq
ydata = _plasticdata['eps'].tolist()
xdata = _plasticdata['sig'].tolist()

residuals = ydata - func(xdata, *popt)
ss_res = np.sum(residuals**2)

ss_tot = np.sum((ydata - np.mean(ydata))**2)
r_sq = 1 - (ss_res / ss_tot)

return A, n , r_sq

```

```

def convert_a_n_to_alpha_beta(_A, _n):

    beta = (1/_A)**(1/_n)
    alpha = 1 / _n
    return alpha, beta

""" Ergebnisse plotten """
def plotresultsoverview(_data, _plotpath, _myFiles, _A, _n):

    def func(x, A, n):
        return A*np.power(x,n)

    sigfit = np.linspace(0,200,100)
    epspfit = func(sigfit, _A, _n)

    plt.xlabel('epsp')
    plt.ylabel('sig in MPa')
    for myFile in _myFiles:
        if '10' in myFile:
            plt.plot(_data['epsp'][myFile],_data['sig'][myFile], color="yellow",
                    label="10deg", linewidth=1.5)
            np.savetxt(cwd + "/winkelunabhängig/10.csv",
                      [p for p in zip(_data['epsp'][myFile], _data['sig'][myFile])],
                      delimiter=";", fmt="%s")
        if '15' in myFile:
            plt.plot(_data['epsp'][myFile],_data['sig'][myFile], color="blue",
                    label="15deg", linewidth=1.5)
            np.savetxt(cwd + "/winkelunabhängig/15.csv", [p for p in zip(_data['epsp'][myFile],
                    _data['sig'][myFile])], delimiter=";", fmt="%s")
        if '20' in myFile:
            plt.plot(_data['epsp'][myFile],_data['sig'][myFile], color="pink",
                    label="20deg", linewidth=1.5)
            np.savetxt(cwd + "/winkelunabhängig/20.csv", [p for p in zip(_data['epsp'][myFile],
                    _data['sig'][myFile])], delimiter=";", fmt="%s")
        if '30' in myFile:
            plt.plot(_data['epsp'][myFile],_data['sig'][myFile], color="green",
                    label="30deg", linewidth=1.5)
            np.savetxt(cwd + "/winkelunabhängig/30.csv", [p for p in zip(_data['epsp'][myFile],
                    _data['sig'][myFile])], delimiter=";", fmt="%s")
        if '45' in myFile:
            plt.plot(_data['epsp'][myFile],_data['sig'][myFile], color="black",
                    label="45deg", linewidth=1.5)
            np.savetxt(cwd + "/winkelunabhängig/45.csv", [p for p in zip(_data['epsp'][myFile],
                    _data['sig'][myFile])], delimiter=";", fmt="%s")
        if '60' in myFile:
            plt.plot(_data['epsp'][myFile],_data['sig'][myFile], color="orange",
                    label="60deg", linewidth=1.5)
            np.savetxt(cwd + "/winkelunabhängig/60.csv", [p for p in zip(_data['epsp'][myFile],
                    _data['sig'][myFile])], delimiter=";", fmt="%s")
        if '75' in myFile:
            plt.plot(_data['epsp'][myFile],_data['sig'][myFile], color="teal",
                    label="75deg", linewidth=1.5)
            np.savetxt(cwd + "/winkelunabhängig/75.csv", [p for p in zip(_data['epsp'][myFile],
                    _data['sig'][myFile])], delimiter=";", fmt="%s")
    plt.plot(epspfit, sigfit, color="red", linewidth=1.5)
    np.savetxt(cwd + "/winkelunabhängig/Mastercurve.csv", [p for p in zip(epspfit, sigfit)],
              delimiter=";", fmt="%s")
    startx, endx = 0, 0.015
    starty, endy = 0, 300
    plt.title('Overview')

```

```

plt.legend(loc = "upper left")
plt.axis([startx, endx, starty, endy])
plt.savefig('Overview.png', dpi=300)
plt.show()

return

def plot_prediction(_data, _myFiles, _plotpath, _theta_deg_list, _a, _A, _n):

plt.xlabel('Longitudinal strain')
plt.ylabel('Longitudinal stress in MPa')
for _theta_deg in _theta_deg_list:
    theta = _theta_deg * np.pi /180
    Ex = []
    for myFile in _myFiles:
        if str(_theta_deg) in myFile:
            Ex.append(_data['modulus'][myFile])
    Ex = np.mean(Ex)
    #Ex = Ex[0]
    print('Ex', Ex)
    h = np.sqrt(3/2 * (np.sin(theta)**4 + 2*_a * np.sin(theta)**2 * np.cos(theta)**2))
    sigx = np.linspace(0.0,400,100)
    epsx = sigx / Ex + h**(_n+1.0) * _A * sigx**_n
    for myFile in _myFiles:
        if str(_theta_deg) in myFile:
            plt.plot(_data['epsX'][myFile],_data['sigX'][myFile], color="blue",
                    linewidth=1.5)
    plt.plot(epsx, sigx, color="red", linewidth=1.5)
startx, endx = 0, 0.030
starty, endy = 0, 400
plt.title('Overview')
plt.axis([startx, endx, starty, endy])
plt.savefig('fit.png', dpi=300)
plt.show()

def plot_h_theta(_plasticdata, _myFiles):

plt.xlabel('Theta')
plt.ylabel('h')
h_list = []
theta_list = []

for myFile in _myFiles:
    if '10' in myFile:
        theta_list.append(10)
        h_list_dummy = _plasticdata['h'][myFile]
        h_list.append(h_list_dummy[9000])
    if '15' in myFile:
        theta_list.append(15)
        h_list_dummy = _plasticdata['h'][myFile]
        h_list.append(h_list_dummy[9000])
    if '20' in myFile:
        theta_list.append(20)
        h_list_dummy = _plasticdata['h'][myFile]
        h_list.append(h_list_dummy[9000])
    if '30' in myFile:
        theta_list.append(30)
        h_list_dummy = _plasticdata['h'][myFile]
        h_list.append(h_list_dummy[9000])
    if '45' in myFile:
        theta_list.append(45)

```



```

        h_list_dummy = _plasticdata['h'][myFile]
        h_list.append(h_list_dummy[9000])
    if '60' in myFile:
        theta_list.append(60)
        h_list_dummy = _plasticdata['h'][myFile]
        h_list.append(h_list_dummy[9000])
    if '75' in myFile:
        theta_list.append(75)
        h_list_dummy = _plasticdata['h'][myFile]
        h_list.append(h_list_dummy[9000])

plt.plot(theta_list, h_list, color= 'red', linewidth=1.5, marker='o', markersize=5)
plt.title('Sensitivitätsanalyse')
plt.savefig('sensitivity.png', dpi=300)
plt.show
return

""" Steuerungsfunktion Parameterberechnung """
def a66fit(_myFiles, _computeddata, _a66_list, _plotpath):

    r_sq_list = []
    alpha_list = []
    beta_list = []
    iteration = 0

    for a66 in _a66_list:
        iteration = iteration+1
        # Plastische Werte berechnen [sig][epsp] nach Sun&Chen Formel 21, 23 und 27
        plasticdata = converttoplasticvalues(_myFiles, _computeddata, a66)
        # [sig] über [epsp] plotten. Für verschiedenen Winkel müssten die Kurven identisch sein
        # was über die Wahl des Parameters a66 geschieht. Hier durch trial&error realisiert.
        # In der Praxis ist die stress-strain kurve bei 90deg unabhängig von a66, sie ist
        # also die Masterkurve an die sich alle anderen Kurven mittels a66 anschmiegen.
        A, n, r_sq = parameterfitting(plasticdata)
        alpha, beta = convert_a_n_to_alpha_beta(A, n)
        r_sq_list.append(r_sq)
        alpha_list.append(alpha)
        beta_list.append(beta)

    # Goodness of fit plotten

    print('r_sq')
    print(r_sq_list)
    print('a66')
    print(_a66_list)

    plt.xlabel('a66')
    plt.ylabel('r_sq')
    plt.plot(a66_list, r_sq_list, color="red", linewidth=2.5)
    startx, endx = min(a66_list), max(a66_list)
    starty, endy = min(r_sq_list), 1.0
    plt.title('Goodness of Fit')
    plt.axis([startx, endx, starty, endy])
    plt.savefig('goodness_of_fit.png', dpi=300)
    plt.show()

    # a66 mit kleinstem Fehler auswählen
    maxpos = r_sq_list.index(max(r_sq_list))
    a66 = a66_list[maxpos]

    # Parameter mittels bestem a66 berechnen.

```

```

plasticdata = converttoplasticvalues(_myFiles, _computeddata, a66)
A, n, r_sq = parameterfitting(plasticdata)
alpha, beta = convert_a_n_to_alpha_beta(A, n)

print("Max_r_sw: " + str(max(r_sq_list)))
print('a66 = ' + str(a66))
print('alpha = ' + str(alpha))
print('beta = ' + str(beta))

return plasticdata, a66, alpha, beta, A, n

#-----EINGABEN-----

""" Definitionen """
cwd = os.getcwd()
plotpath = cwd + "/plots"

""" Pfad zu den Kurven definierenL: """
datapath = cwd + '/mittelwerte/'

print("Current working directory: " + str(cwd))
print("Plotpath: " + plotpath)

angles = [10, 15, 20, 30, 45, 60, 75]
anglelist = ["10", "15", "20", "30", "45", "60", "75"]

""" Auswahl der Dateien """
myFiles = ['mean_values_10deg', 'mean_values_15deg', 'mean_values_20deg',
           "mean_values_30deg", "mean_values_45deg", "mean_values_60deg",
           'mean_values_75deg']

""" Zu testende a66 - Werte festlegen """
a66_list = np.linspace(0.5, 1.5, 22)

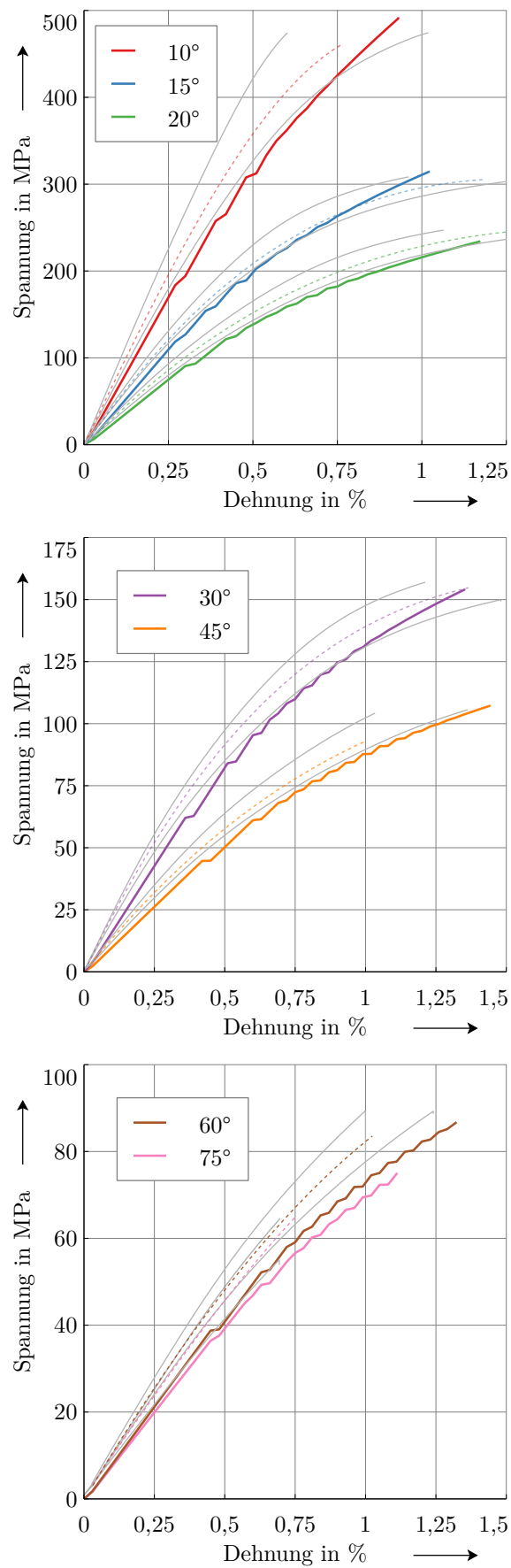
#-----START ROUTINE-----

""" Ablauf Auswertungsroutine """
# sigX/epsX Mittelwertkurven in Dataframe einlesen und E-Modul berechnen
computeddata = read_csv_data(myFiles, datapath)

# Berechnungen durchführen
plasticdata, a66, alpha, beta, A, n = a66fit(myFiles, computeddata, a66_list, plotpath)

# Ergebnis plotten
plotresultoverview(plasticdata, plotpath, myFiles, A, n)
plot_prediction(computeddata, myFiles, plotpath, angles, a66, A, n)
plot_h_theta(plasticdata, myFiles)

```

A.4 Off-Axis-Simulationen mit $a_{66} = 1,0$ Abbildung A.2 – Spannungs-Dehnungsverläufe der Off-Axis-Simulationen mit $a_{66} = 1,0$