

STRENG VERTRAULICH



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Masterarbeit

Jascha Kwik

Entwicklung eines Materialmodells zur Vorhersage von Schäden an Faserhalbzeugen während automatisierter Ablegeprozesse

*Fakultät Technik und Informatik
Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau*

*Faculty of Engineering and Computer Science
Department of Automotive and
Aeronautical Engineering*

Jascha Kwik

**Entwicklung eines Materialmodells zur
Vorhersage von Schäden an
Faserhalbzeugen während
automatisierter Ablegeprozesse**

Masterarbeit eingereicht im Rahmen der Masterprüfung

im Studiengang Flugzeugbau
am Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

In Zusammenarbeit mit:
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V. (DLR)
Zentrum für Leichtbauproduktionstechnologie
Ottenbecker Damm 12
21684 Stade

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. Eckart Nast
Zweitprüfer: Dipl.-Ing. Dominik Delisle

Industrieller Betreuer: Dipl.-Ing. Dominik Delisle

Abgabedatum: 22.03.2019

Zusammenfassung

Jascha Kwik

Thema der Masterthesis

Entwicklung eines Materialmodells zur Vorhersage von Schäden an Faserhalbzeugen während automatisierter Ablegeprozesse

Stichworte

Faserverstärkte Kunststoffe, CFK, Prepreg, Automated Fiber Placement, Automated Tape Laying, Materialmodell, Stabilitätskriterium

Kurzzusammenfassung

Bei der Fertigung großflächiger faserverstärkter Kunststoffbauteile überwiegt der Einsatz automatisierter Ablegeprozesse wie Automated Fiber Placement oder Automated Tape Laying. Abhängig von gewählten Prozessparametern und der verwendeten Halbzeugbreite kann es beim Ablegevorgang zu Schäden am abgelegten Material kommen. Diese werden in bestehenden Simulationsprozessen bisher nicht vollumfänglich erfasst. Als wesentliche Mechanismen zur Entstehung von Schäden werden in dieser Arbeit Kontaktverlust und Stabilitätsverlust während der Ablage identifiziert. Für beide Mechanismen werden ein Materialmodell und entsprechende Versagenskriterien entwickelt. Dabei wird ein in der Literatur bestehender Ansatz so weiterentwickelt, dass er auch auf allgemeine dreidimensionale Geometrien anwendbar ist. Darüber hinaus werden erforderliche Einflussgrößen identifiziert und Möglichkeiten zu ihrer Ermittlung aufgezeigt. Basierend darauf werden Versuche zur Validierung des entwickelten Modells definiert und durchgeführt.

Jascha Kwik

Title of the paper

Development of an analogous material model for the prediction of defects occurring during automated fiber layup processes

Keywords

Fiber reinforced plastics, CFRP, prepreg, Automated Fiber Placement, Automated Tape Laying, material model, stability criterion

Abstract

Automated layup processes, such as Automated Fiber Placement or Automated Tape Laying are essential to the production of large fiber reinforced parts. Depending on chosen process parameters and the used material width, defects may occur during the layup. In state-of-the-art process simulation, these defects are not yet fully considered. As the most important mechanisms for the formation of defects during automated layup, loss of stability and loss of contact are identified. For both mechanisms, a material model and failure criteria are developed. To achieve this, an existing approach is extended in such a way, that it becomes applicable for general three-dimensional layup geometries. Furthermore, the experimental determination of identified required material and process parameters is discussed. In addition, experiments in order to validate the developed models are defined and carried out.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| Zusammenfassung | 3 |
| Abbildungsverzeichnis | 6 |
| Tabellenverzeichnis | 9 |
| Liste der Abkürzungen und Symbole | 10 |
| 1 Einleitung | 14 |
| 1.1 Motivation der Arbeit..... | 14 |
| 1.2 Aufbau der Arbeit | 16 |
| 2 Grundlagen | 17 |
| 2.1 Faserverstärkte Kunststoffe..... | 17 |
| 2.2 Automatisierte Faserablegetechnologien | 18 |
| 2.3 Forschungsanlage GroFi..... | 23 |
| 3 Analyse des Ablegeprozesses | 25 |
| 3.1 Kategorisierung auftretender Schäden | 25 |
| 3.2 Randbedingungen und Einflussfaktoren | 30 |
| 4 Entwicklung der Modelle | 32 |
| 4.1 Stabilitätsverlust infolge Längsdruckspannungen | 32 |
| 4.1.1 Bestehender Ansatz..... | 33 |
| 4.1.2 Weiterentwicklung des Ansatzes | 45 |
| 4.1.3 Bewertung des Modells | 57 |
| 4.2 Kontaktverlust..... | 59 |
| 4.3 Stabilitätsverlust infolge Längszugspannungen | 63 |
| 5 Bestimmung der Eingangsgrößen | 65 |
| 5.1 Geometrie | 67 |
| 5.2 Äußere Lasten | 70 |
| 5.3 Materialsteifigkeiten..... | 74 |
| 5.4 Tackeigenschaften | 77 |
| 6 Validierung der Modelle | 81 |
| 6.1 Steering-Versuche mit AFP | 82 |
| 6.1.1 Vorbereitung..... | 82 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 6.1.2 | Durchführung..... | 83 |
| 6.1.3 | Schlussfolgerungen..... | 88 |
| 6.2 | Steering-Versuche mit ATL | 91 |
| 6.2.1 | Vorbereitung..... | 91 |
| 6.2.2 | Durchführung..... | 93 |
| 6.2.3 | Schlussfolgerungen..... | 98 |
| 6.3 | Ablegeversuche über dreidimensionale Testgeometrie | 100 |
| 6.3.1 | Mathematische Beschreibung der Testgeometrie..... | 102 |
| 6.3.2 | Definition der abzubildenden Lastfälle..... | 106 |
| 6.3.3 | Vorbereitung..... | 112 |
| 6.3.4 | Durchführung..... | 114 |
| 6.3.5 | Schlussfolgerungen..... | 116 |
| 6.4 | Versuch zur Ermittlung der Faserdehnung | 117 |
| 6.4.1 | Vorbereitung..... | 117 |
| 6.4.2 | Durchführung..... | 117 |
| 6.4.3 | Schlussfolgerungen..... | 119 |
| 6.5 | Rückschlüsse auf das entwickelte Modell | 119 |
| 6.6 | Empfehlungen für nachfolgende Versuche..... | 122 |
| 7 | Implementierung der Modelle | 125 |
| 7.1 | Aufbau des entwickelten Arbeitstools | 125 |
| 7.2 | Mögliche Integration in die Fertigungsvorbereitung | 129 |
| 8 | Fazit | 132 |
| 9 | Ausblick | 136 |
| | Literaturverzeichnis | 138 |
| | Anhang A: Lösungen verwendeter Integrale..... | 141 |
| | Anhang B: Quellcode des Arbeitstools | 142 |
| | Anhang C: Bilddokumentation weiterer Versuche..... | 149 |

Abbildungsverzeichnis

| | |
|---|----|
| <i>Abbildung 1: An Portalanlage befestigter ATL-Kopf (Quelle: [MTOR])</i> | 19 |
| <i>Abbildung 2: Schematischer Aufbau eines ATL-Kopfes (geändert nach [LENG15])</i> | 20 |
| <i>Abbildung 3: Segmentierte Kompaktierungsrolle</i> | 20 |
| <i>Abbildung 4: Schematischer Aufbau einer AFP-Anlage (geändert nach [LENG15])</i> | 21 |
| <i>Abbildung 5: Ablagebild beim ATL-Prozess (Quelle: [DLR])</i> | 22 |
| <i>Abbildung 6: Ablagebild beim AFP-Prozess (Quelle: [CORI])</i> | 22 |
| <i>Abbildung 7: Überblick über die Forschungsanlage GroFi (Quelle: [DLR])</i> | 23 |
| <i>Abbildung 8: ATL- (links) und AFP-Einheit am selben Bauteil (Quelle: [DLR])</i> | 24 |
| <i>Abbildung 9: Schadensbild eines im Legekopf feststeckenden Tows</i> | 27 |
| <i>Abbildung 10: Senkrechtes Ablösen aus konkav gekrümmter Werkzeugform (Bridging)</i> . | 28 |
| <i>Abbildung 11: Beulen bei mit AFP abgelegten Tows (Quelle: [ZHAO16])</i> | 29 |
| <i>Abbildung 12: Beulen bei mit ATL abgelegtem Tape</i> | 29 |
| <i>Abbildung 13: Umklappen des äußeren Randes (Quelle: [LUKA12])</i> | 29 |
| <i>Abbildung 14: Modell der elastisch gebetteten ebenen Platte (geändert nach [BEAK11])</i> | 34 |
| <i>Abbildung 15: Beulender Bereich des abgelegten Materials (geändert nach [MATV16])</i> . | 34 |
| <i>Abbildung 16: Lagerungsbedingungen der modellierten Platte</i> | 34 |
| <i>Abbildung 17: Ausschnitt der Breite dy der verformten Platte</i> | 39 |
| <i>Abbildung 18: Verlauf der Ansatzfunktion für die Plattenverformung</i> | 42 |
| <i>Abbildung 19: Vereinfachung des Spannungszustandes</i> | 45 |
| <i>Abbildung 20: Längenunterschiede auf der abgelegten Bahn</i> | 46 |
| <i>Abbildung 21: Verlauf der weiterentwickelten Ansatzfunktion für Fall 3</i> | 52 |
| <i>Abbildung 22: Vergleich der beiden Ansatzfunktionen für Fall 1</i> | 52 |
| <i>Abbildung 23: Last- und Verformungsverlauf für kleine kritische Druckbereiche</i> | 54 |
| <i>Abbildung 24: Lasten am gekrümmt abgelegten Faserband</i> | 59 |
| <i>Abbildung 25: Kräfte am infinitesimalen Bandausschnitt</i> | 60 |
| <i>Abbildung 26: Zerlegung der Kontaktlast in y- und z-Richtung</i> | 61 |
| <i>Abbildung 27: Längsfalten infolge Längszugspannungen (Quelle: [NAYY14])</i> | 63 |

| | |
|---|-----|
| Abbildung 28: Geometrische Eingangsgrößen | 67 |
| Abbildung 29: Querschnittsmessung des Prepregs unter dem Mikroskop | 69 |
| Abbildung 30: Versuchsaufbau zur Ermittlung der anlagenbedingten Abziehspannung... 70 | |
| Abbildung 31: Beispielhafter Verlauf einer Kraftmessung | 71 |
| Abbildung 32: Verlauf der gemessenen Kraft über die Zeit..... | 72 |
| Abbildung 33: Vergleich der Kraft-Zeit-Verläufe verschiedener Ablegegeschwindigkeiten73 | |
| Abbildung 34: Einflüsse auf den Tack während des Ablegevorgangs..... | 77 |
| Abbildung 35: Vorrichtung zur Ermittlung der Scherfestigkeit (geändert nach [DLR17])... 78 | |
| Abbildung 36: Gemessene maximale Scherkräfte (geändert nach [DLR17]) | 79 |
| Abbildung 37: Beulen bei den Radien $R = 3\text{ m}$ und $R = 3.2\text{ m}$ | 83 |
| Abbildung 38: Ablagebild Radien $R = 8\text{ m}$ bis $R = 100\text{ m}$ | 84 |
| Abbildung 39: Ablagebild Radien $R = 2.8\text{ m}$ bis $R = 16\text{ m}$ | 85 |
| Abbildung 40: Rekonstruktion der Beulen nach Radien geordnet..... | 86 |
| Abbildung 41: Ablösevorgang beim Radius $R = 1.8\text{ m}$ | 87 |
| Abbildung 42: Zulässige Klebebedingungen (geändert nach [AIRB08])..... | 89 |
| Abbildung 43: Oberfläche des verwendeten Werkzeugs..... | 90 |
| Abbildung 44: Tacksteifigkeit in Abhängigkeit des ermittelten kritischen Radius..... | 92 |
| Abbildung 45: Beulen in der Mitte des mit dem Radius $R = 80\text{ m}$ abgelegten Tapes | 93 |
| Abbildung 46: Aufstauen des Materials vor der Kompaktierungsrolle | 94 |
| Abbildung 47: Seitliches Verrutschen beim Tape..... | 95 |
| Abbildung 48: Ablagebild der Radien $R = 14\text{ m}$ bis $R = 20\text{ m}$ | 96 |
| Abbildung 49: Beulen beim Radius $R = 16\text{ m}$ | 97 |
| Abbildung 50: Beulen beim Radius $R = 8\text{ m}$ | 97 |
| Abbildung 51: Lastverlauf nach einsetzendem Schubversgen..... | 99 |
| Abbildung 52: Versuchsaufbau mit Rampengeometrie | 100 |
| Abbildung 53: Praxisbeispiel für Rampengeometrie (Quelle: [LENG15]) | 101 |
| Abbildung 54: Draufsicht des schräg über die Rampe laufenden Tapes..... | 102 |
| Abbildung 55: Geometrische Ermittlung des Bahnsteigungswinkels..... | 103 |
| Abbildung 56: Seitenansicht Bereich II | 104 |

| | |
|---|-----|
| <i>Abbildung 57: Seitenansicht Bereich III</i> | 104 |
| <i>Abbildung 58: Seitenansicht Bereich IV</i> | 105 |
| <i>Abbildung 59: Längen- und Lastverläufe für $\alpha = 30^\circ$ und $l_{\text{Vorlauf}} = 300 \text{ mm}$</i> | 107 |
| <i>Abbildung 60: Längen- und Lastverläufe für $\alpha = 70^\circ$ und $l_{\text{Vorlauf}} = 300 \text{ mm}$</i> | 107 |
| <i>Abbildung 61: Längen- und Lastverläufe für $\alpha = 70^\circ$ und $l_{\text{Vorlauf}} = 600 \text{ mm}$</i> | 109 |
| <i>Abbildung 62: Möglicher Ablagepfad für Kombination von Rampe und Steering</i> | 110 |
| <i>Abbildung 63: Verläufe für $\alpha = 45^\circ$ und $l_{\text{Steering}} = 500 \text{ mm}$ (Konstellation 1)</i> | 111 |
| <i>Abbildung 64: Verläufe für $\alpha = -45^\circ$ und $l_{\text{Steering}} = 500 \text{ mm}$ (Konstellation 2)</i> | 111 |
| <i>Abbildung 65: Vergleich Lastverläufe Steering (R_{krit}) und Rampe</i> | 113 |
| <i>Abbildung 66: Vergleich Lastverläufe Steering (R_{krit}) und Kombination Rampe/Steering</i> | 113 |
| <i>Abbildung 67: Kopf der ATL-Einheit beim Ablegen über Rampe</i> | 114 |
| <i>Abbildung 68: Bridging an Rampenkante</i> | 114 |
| <i>Abbildung 69: Knick der Ablagebahn auf Rampe</i> | 115 |
| <i>Abbildung 70: Ablagebild Rampe und Steering</i> | 115 |
| <i>Abbildung 71: Markierungslinien auf mit Steering abgelegtem Tape</i> | 118 |
| <i>Abbildung 72: Messung der Abweichung von angenommener Verformung</i> | 118 |
| <i>Abbildung 73: Verformung am Bahnausschnitt bei Steering</i> | 120 |
| <i>Abbildung 74: Schematischer Ablauf des Arbeitstools</i> | 126 |
| <i>Abbildung 75: Beispiel für eine Benutzerausgabe des Arbeitstools</i> | 128 |
| <i>Abbildung 76: Definition des Koordinatenrasters</i> | 130 |
| <i>Abbildung 77: Möglicher Ablauf einer vollständigen Prozessevaluation</i> | 131 |

Tabellenverzeichnis

| | |
|---|----|
| <i>Tabelle 1: Kategorisierung nach Schadensauswirkung.....</i> | 26 |
| <i>Tabelle 2: Kategorisierung nach Auftretenszeitpunkt und Mechanismus</i> | 26 |
| <i>Tabelle 3: Übersicht aller identifizierter Einflussfaktoren.....</i> | 30 |
| <i>Tabelle 4: Parameter der FEA.....</i> | 50 |
| <i>Tabelle 5: Die drei wesentlichen Fälle für Randbedingungen</i> | 51 |
| <i>Tabelle 6: Einflussfaktoren und verwendete Eingangsgrößen</i> | 66 |
| <i>Tabelle 7: Ergebnisse der Querschnittsmessungen.....</i> | 69 |
| <i>Tabelle 8: Ermittelte Kraft- und Spannungswerte.....</i> | 73 |
| <i>Tabelle 9: Modellabweichungen bei vereinfacht angenommenen Materialsteifigkeiten....</i> | 76 |
| <i>Tabelle 10: Umweltbedingungen an den Versuchstagen.....</i> | 89 |

Liste der Abkürzungen und Symbole

| Symbol | Einheit | Bezeichnung |
|--|------------------|--|
| α | ° | Winkel |
| β | ° | Winkel |
| γ | ° | Steigungswinkel |
| $[\varepsilon], [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \dots, \gamma_{xy}]$ | | Verzerrungsvektor |
| θ | rad | Mittelpunktswinkel (eines Kreisbogens) |
| λ | | Korrekturfaktor |
| ν_{12}, ν_{21} | | Querkontraktionszahl (Last in 1- und 2-Richtung) |
| Π | J | elastisches Gesamtpotential |
| Π^* | J | Schätzwert für das elastische Gesamtpotential |
| Π_i | J | Potential der inneren Arbeit |
| Π_a | J | Potential der äußeren Arbeit |
| ρ_F | $\frac{g}{cm^3}$ | Faserdichte |
| $[\sigma], [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \dots, \tau_{xy}]$ | MPa | Spannungsvektor |
| σ_0 | MPa | anlagenbedingte Spannung |
| σ_{geo} | MPa | geometriebedingte Spannung |
| φ | % | Faservolumengehalt |
| χ | | Parameter einer Ansatzfunktion |
| ψ | | Parameter einer Ansatzfunktion |
| A | m^2, mm^2 | Fläche |
| AFP | | Automated Fiber Placement |
| ATL | | Automated Tape Laying |
| b | mm | Breite |
| CAD | | computergestützte Konstruktion |

| | | |
|--|------------------|--|
| CFK | | kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff |
| CPT | mm | Cured Ply Thickness |
| $C_0, \dots, C_i, \dots, C_m$ | mm^{1-i} | Koeffizienten Interpolationspolynom (Längenfunktion) |
| $C_0, \dots, C_k, \dots, C_n$ | mm | Koeffizienten Ansatzfunktion (Durchbiegung) |
| $[D], [D_{11}, D_{12}, \dots, D_{66}]$ | $N \cdot mm$ | Biegesteifigkeitsmatrix |
| DLR | | Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. |
| E_1, E_2 | MPa, GPa | Elastizitätsmodul (in 1- und 2-Richtung) |
| E_F | MPa, GPa | Faserelastizitätsmodul |
| e | | Steigung |
| F | N | Kraft |
| FAW | $\frac{g}{m^2}$ | Faserflächengewicht |
| FEA | | Finite-Elemente-Analyse |
| f | | Lastfaktor |
| f_{krit} | | kritischer Lastfaktor |
| G_{12} | MPa | Schubmodul (in der 1-2-Ebene) |
| GroFi | | Großbauteile in Fiber-Placement-Technologie |
| K | $\frac{N}{mm^3}$ | Bettungsmodul, Tack-Steifigkeit |
| L | mm | Beulwellenlänge |
| L_{krit} | mm | kritische Beulwellenlänge |
| l | mm | Länge |
| $l_{angenommen}$ | mm | angenommene Länge |
| $l_{Steering}$ | mm | Länge nach Steering |
| Δl | mm | Längenunterschied |
| $\Delta l_{angenommen}$ | mm | angenommener Längenunterschied |
| $\Delta l_{Abweichung}$ | mm | Abweichung von angenommener Länge |
| l_0 | mm | mittlere Länge |
| $l_{Vorlauf}$ | mm | Vorlauflänge |
| l_R | mm | Position Rampenbeginn |

| | | |
|--|---------------------------------|---|
| m | | Anzahl Datenpunkte über Bahnlänge |
| m_F | <i>g</i> | Fasermasse |
| NC | | numerische (Maschinen-)Steuerung |
| n | | Anzahl Datenpunkte über Bahnbreite |
| P_r | <i>N</i> | Kraft (Resultierende einer Flächenlast) |
| Prepreg | | vorimprägnierte Fasern |
| p | <i>MPa</i> | Anpressdruck |
| p_r, p_y, p_z | <i>MPa</i> | Flächenlast (verschiedene Richtungen) |
| \dot{Q} | <i>W</i> | Heizleistung |
| $[Q], [Q_{11}, Q_{12}, \dots, Q_{66}]$ | <i>MPa</i> | reduzierte Steifigkeitsmatrix |
| Q_t, Q_x | <i>N</i> | Kraft (Resultierende einer Streckenlast) |
| q_t, q_x | $\frac{N}{mm}$ | Streckenlast (verschiedene Richtungen) |
| R, R_y, R_z | <i>m, mm</i> | Radius (Biegung um verschiedene Achsen) |
| R_{krit} | <i>m, mm</i> | kritischer Steering-Radius |
| S_y | <i>MPa</i> | Scherfestigkeit |
| S_z | <i>MPa</i> | Schälfestigkeit |
| s, s_i | | Wegkoordinate (kontinuierlich, diskret) |
| t | <i>mm</i> | Dicke |
| u | <i>mm</i> | Verschiebung in x-Richtung |
| V_{ges} | <i>cm³</i> | Gesamtvolumen |
| V_F | <i>cm³</i> | Faservolumen |
| v | $\frac{m}{min}, \frac{mm}{min}$ | Ablegegeschwindigkeit |
| W | <i>J</i> | (virtuelle) Gesamtarbeit |
| W_a | <i>J</i> | (virtuelle) äußere Arbeit |
| $W_{i,B}$ | <i>J</i> | (virtuelle) innere Arbeit infolge Biegeverformung |
| $W_{i,K}$ | <i>J</i> | (virtuelle) innere Arbeit einer elastischen Bettung |
| W_f | <i>J</i> | Formänderungsenergie |
| w | <i>mm</i> | Verschiebung in z-Richtung, Durchbiegung |

| | | |
|-----------------|------|--|
| w^*, w_k, w_L | mm | Schätzfunktion (Ansatzfunktion) für Durchbiegung |
| X, X_L | | Integralausdruck |
| x | | kartesische Koordinate |
| y, y_j | | kartesische Koordinate (kontinuierlich, diskret) |
| y_{max} | | y-Position eines Maximums |
| y_{wende} | | y-Position eines Wendepunktes |
| Z | | kartesische Koordinate |

1 Einleitung

Faserverstärkten Kunststoffen kommt im Leichtbau eine immer größere Bedeutung zu, insbesondere in der Luft- und Raumfahrtindustrie. Aufgrund der großflächigen Bauteilgeometrien und der geringen einzuhaltenden Toleranzen überwiegt hier der Einsatz automatisierter Fertigungsprozesse. Bei den dabei zur Anwendung kommenden vergleichsweise jungen Technologien besteht heute noch ein großer Forschungsbedarf. Diese Arbeit soll durch die Entwicklung eines analytischen Materialmodells dazu beitragen, einen wichtigen Teilbereich der Fertigung faserverstärkter Kunststoffbauteile, die automatisierten Ablegeprozesse, besser zu verstehen und entsprechend optimieren zu können.

1.1 Motivation der Arbeit

Automatisierte Ablegeprozesse bestimmen wesentlich den Formgebungsprozess großflächiger faserverstärkter Kunststoffbauteile. Hierfür werden flächige Halbzeuge aus Fasermaterial schichtweise auf der Oberfläche eines formgebenden Werkzeugs abgelegt. Bei diesem Vorgang müssen die Prozessparameter genau auf das Verhalten des abzulegenden Materials abgestimmt sein, da es sonst zu Formabweichungen oder Schäden bei der Ablage kommen kann. Die Ermittlung der optimalen Prozessparameter erfolgt in der Praxis meist iterativ über eine Vielzahl von Ablegeversuchen. Dieses Vorgehen ist sehr zeitintensiv und muss häufig an jeder Fertigungsanlage für jedes neu verwendete Material wiederholt werden. Ein analytisches Modell, das das Materialverhalten theoretisch beschreiben und für verschiedene Praxisfälle vorhersagen kann, erwirkt hier eine deutliche Zeitersparnis.

Zwei wesentliche prozesstechnische Eigenschaften der Faserhalbzeuge, die bei Ablegeprozessen verwendet werden, sind zum einen die als Tack bezeichnete Klebrigkeit des Materials sowie seine Drapierfähigkeit. Die Drapierfähigkeit beschreibt die Fähigkeit des Materials, bei gewissen ebenen Krümmungen keine Falten zu bilden und wird häufig durch kurvenförmiges Ablegen, das auch Steering genannt wird, nachgewiesen [LENG15]. In der Literatur existieren einige wissenschaftliche Ansätze, sowohl das Tackverhalten als auch das Materialverhalten beim Steering in Teilen zu beschreiben, auf die in den Kapiteln 4.1.1 und 5.4 genauer eingegangen wird. Keiner dieser öffentlich zugänglichen Ansätze lässt sich heute jedoch auf reale Prozesse mit dreidimensionalen Bauteilgeometrien übertragen. Eine Vorhersage von Schäden ist daher nach dem aktuellen Stand der Forschung nicht möglich.

An der Forschungsanlage GroFi (kurz für Großbauteile in Fiber-Placement-Technologie) des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) ergibt sich ein weiteres Potential für die modellhafte Vorhersage von Schäden. An dieser Anlage ist es erstmals möglich, zwei verschiedene Faserablegetechnologien, die im Kapitel 2.2 genau beschrieben werden, gleichzeitig am selben Bauteil einzusetzen. Die beiden Technologien unterscheiden sich im Wesentlichen in der Breite der verwendeten Faserhalbzeuge. Durch die Kombination der Technologien können jeweils verschiedene Geometrien besonders effizient und dabei fehlerfrei abgelegt werden. So ist es denkbar, verschiedene Bauteilbereiche in Abhängigkeit ihrer Geometrie der jeweils am besten geeigneten Ablegetechnologie zuzuweisen. Dafür ist es notwendig, bereits vor der Fertigung beurteilen zu können, welche Geometriebereiche eines Bauteils mit welcher Technologie fehlerfrei abgelegt werden können und wann es zu Schäden kommen kann.

Die Aufgabenstellung, die dieser Arbeit zugrunde liegt, besteht darin, ein Modell zu entwickeln, das auf Basis realer, dreidimensionaler Bauteilgeometrien sowie relevanter Prozess- und Werkstoffparameter eine Vorhersage über das Auftreten von Schäden während der Faserablage treffen kann. Einerseits soll ein solches Modell ermöglichen, Prozesse nach bestimmten Parametern optimieren zu können, sodass aufwändiges Testen bei der Prozessauslegung entfällt. Andererseits sollen mit dem Modell dreidimensionale Bauteilgeometrien hinsichtlich der Fertigbarkeit mit bestimmten Technologien bewertet werden können, was die Identifikation der optimalen Technologie für bestimmte Bereiche des Bauteils ermöglicht. Dafür soll das Modell generisch, also technologie- und werkstoffübergreifend, entwickelt werden.

1.2 Aufbau der Arbeit

Nachdem in Kapitel 2 die Forschungsanlage GroFi und die dort eingesetzten Werkstoffe und Faserablegetechnologien vorgestellt und beschrieben werden, orientiert sich der Aufbau dieser Arbeit chronologisch am Vorgehen: Zunächst werden in Kapitel 3 die bei automatisierten Ablegeprozessen auftretenden Schäden ausführlich analysiert und kategorisiert sowie Einflussfaktoren identifiziert. Anschließend erfolgt in Kapitel 4 die eigentliche Modellentwicklung. Dabei werden drei Mechanismen zur Schadensentstehung getrennt betrachtet, sodass letztendlich mehrere Teilmodelle entwickelt werden. Zudem wird ein Einblick in existierende Forschungsergebnisse in dem jeweiligen Bereich gegeben. In Kapitel 5 werden Möglichkeiten vorgestellt, die für die Modelle erforderlichen Eingangsgrößen zu ermitteln, bevor in Kapitel 6 praktische Versuche zur Modellvalidierung beschrieben werden. Möglichkeiten, die Modelle zukünftig in den Fertigungsvorbereitungsprozess zu implementieren und so praktisch zu nutzen, werden in Kapitel 7 genannt. Als Abschluss der Arbeit wird in Kapitel 8 ein Fazit gezogen und in Kapitel 9 ein Ausblick auf die nächsten notwendigen Schritte aufgezeigt.

2 Grundlagen

Im folgenden Abschnitt wird eine kurze Übersicht über die Grundlagen gegeben, auf denen diese Arbeit aufbaut. Zunächst werden die untersuchten Werkstoffe, die faserverstärkten Kunststoffe, beschrieben. Anschließend werden die automatisierten Faserlegetechnologien vorgestellt, für die entsprechend der in Kapitel 1.1 genannten Zielsetzung der Arbeit die Prozesse modellhaft beschrieben werden sollen. Zuletzt wird auf die Forschungsanlage GroFi eingegangen, an der die Untersuchungen durchgeführt und die Ergebnisse validiert werden.

2.1 Faserverstärkte Kunststoffe

Die Eigenschaften mehrerer Werkstoffe in einem Verbundwerkstoff zu kombinieren schafft neue Potentiale bei den erzielbaren Eigenschaften des Verbunds. So erreichen faserförmige Stoffe mit sehr hohen Festigkeiten und Steifigkeiten, die in einem kontinuierlichen Werkstoff mit einer geringen Dichte, wie beispielsweise Kunststoff, eingebettet sind, sehr gute mechanische Eigenschaften bezogen auf das Gewicht. Diese sogenannten spezifischen Eigenschaften solcher faserverstärkten Kunststoffe können die von ebenfalls explizit für den Leichtbau eingesetzten Metallen wie Aluminium oder Titan bis auf das Fünffache übertreffen [LENG15]. Umgekehrt kann bei gleichen Eigenschaften entsprechend Bauteilgewicht eingespart werden. Dies hebt die Bedeutung von faserverstärkten Kunststoffen in der Luft- und Raumfahrt sowie in der Automobilbranche hervor, wo das Einsparen von Treibstoff und somit von Betriebskosten sowie von CO₂-Emissionen vor allem mit Gewichtseinsparungen korreliert.

Der Faserstoff nimmt im Verbund die wesentlichen Lasten auf, während der kontinuierliche Werkstoff, der als Matrix bezeichnet wird, die Fasern stabilisiert, sie auf Abstand hält, die Lasten zwischen ihnen verteilt und zudem die Form und Oberfläche des fertigen Bauteils bestimmt. Da bei diesem Aufbau nur Lasten in Faserrichtung optimal aufgenommen werden können, ist bei der Bauteilauslegung vor allem die Ausrichtung der Fasern zu berücksichtigen. Das volle Potential der Werkstoffe kann nur bei lastgerechter Faserorientierung ausgeschöpft werden.

In der Luft- und Raumfahrtindustrie überwiegt der Einsatz von kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffen (CFK). Es kommen aber auch andere Faserwerkstoffe wie zum Beispiel Glasfasern zum Einsatz. Als Matrixwerkstoffe sind vor allem duroplastische Kunststoffe, wie beispielsweise Epoxid, verbreitet. Die Anwendung von thermoplastischen Kunststoffen nimmt jedoch ebenfalls

zu. Faserverstärkte Kunststoffe und die Eigenschaften verschiedener Werkstoffkombinationen sind in der Literatur umfangreich beschrieben [EHRE06].

2.2 Automatisierte Faserablegetechnologien

Je nach Werkstoffkombination und Bauteilgeometrie existieren zahlreiche Fertigungsverfahren für faserverstärkte Kunststoffe. Großflächige Bauteile werden in der Regel erzeugt, indem schichtweise flächige Faserhalbzeuge in Bahnen aufeinandergelegt werden. Pro Schicht kann dabei die Faserorientierung variiert werden, um für das fertige Bauteil die für den Anwendungsfall optimalen mechanischen Eigenschaften zu erzielen. Es existieren viele verschiedene Arten hierfür geeigneter Faserhalbzeuge. Diese unterscheiden sich vor allem in den verwendeten Werkstoffen und dem Zeitpunkt, wann im konkretem Fertigungsprozess Faser- und Matrixwerkstoff zusammengeführt werden. Eine Möglichkeit ist, bereits bei der Halbzeugherstellung mit dem Matrixwerkstoff vorimprägnierte Fasern, sogenannte Prepregs (siehe auch [LENG15]), zu verwenden. Hierbei kann sowohl thermoplastischer als auch duroplastischer Kunststoff verwendet werden. Alternativ können nur aus den „trockenen“ Fasern bestehende Halbzeuge abgelegt und der Kunststoff, der später die Matrix bilden wird, nachträglich zugegeben werden. Entweder erfolgt dies direkt nach dem Ablegen jeder einzelnen Schicht oder in einem getrennten Prozessschritt nach dem Ablegen aller Schichten. Dafür werden die Faserschichten zunächst mit textilen Hilfsstoffen oder einem bereits in das Halbzeug eingebrachten thermoplastischen Binder fixiert und im Folgeprozess als Ganzes mit dem eigentlichen Matrixmaterial durchtränkt. Beide Vorgehen sind nur für duroplastische Matrixwerkstoffe möglich, da diese eine ausreichend geringe Viskosität besitzen. Für automatisierte Ablegeprozesse werden sowohl Prepregs als auch Halbzeuge aus trockenen Fasern in unidirektionaler Form verwendet, was bedeutet, dass alle Fasern in der gleichen Ausrichtung nebeneinander liegen.

Die einfachste und kostengünstigste Möglichkeit für das schichtweise Ablegen der oben beschriebenen Faserhalbzeuge ist das Laminieren von Hand. Die hohen Anforderungen in der Luft- und Raumfahrt erfordern jedoch eine hohe und vor allem reproduzierbare Qualität. In diesem Punkt und bezüglich der erzielbaren Produktivität sind automatisierte, maschinelle Ablegeverfahren für fast alle Anwendungen den manuellen Verfahren deutlich überlegen [LUKA12, LENG15]. Die verbreitetsten Technologien für das automatisierte Ablegen von unidirektionalen Halbzeugen sind das sogenannte Automated Tape Laying (ATL) und das Automated Fiber Placement (AFP). Bei beiden Technologien, die unter anderem von Lengsfeld et al. ausführlich beschrieben werden [LENG15], wird das Material von einem Maschinenkopf,

der zum Beispiel wie in Abbildung 1 dargestellt an einer Portalanlage oder an einer Robotereinheit montiert ist, auf der Oberfläche eines formgebenden Werkzeugs abgelegt.

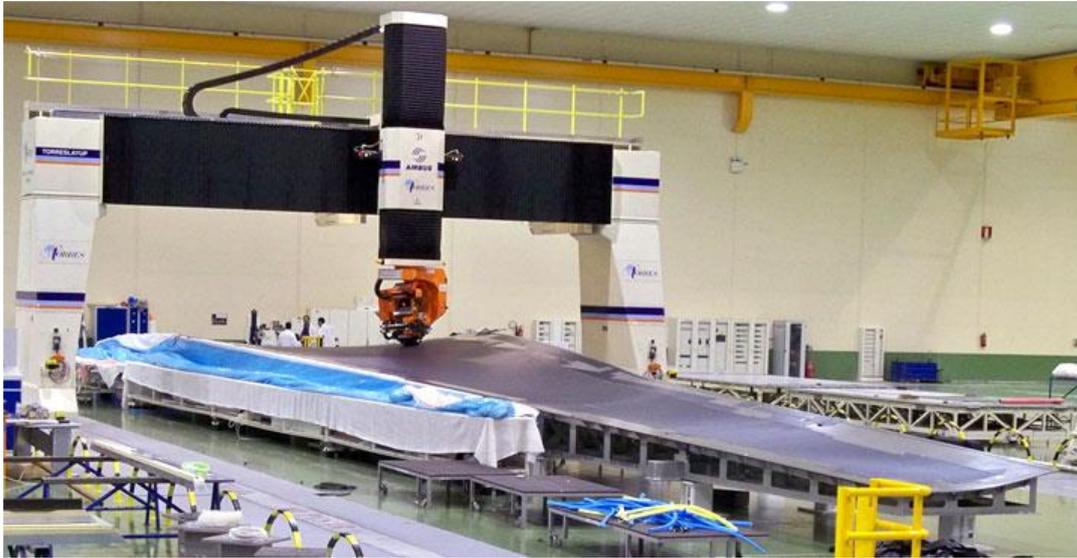


Abbildung 1: An Portalanlage befestigter ATL-Kopf (Quelle: [MTOR])

Abbildung 2 zeigt schematisch den Aufbau eines ATL-Kopfes. Beim Automated Tape Laying handelt es sich beim abzulegenden Halbzeug um ein standardmäßig 75 mm, 150 mm oder 300 mm breites Band, das als Tape bezeichnet wird. Das Tape wird üblicherweise auf einer Rolle aufgewickelt geliefert, die wie in Abbildung 2 zu erkennen von einer angetriebenen Spule im Ablegekopf aufgenommen wird. Sowohl bei Prepreg als auch bei mit Binder versehenen Trockenfasern weist das Halbzeug Tack, also eine Klebrigkeit, auf, die für das Haften der abgelegten Bahnen notwendig ist. Um ein Zusammenkleben der Wicklungen auf der Rolle zu verhindern und um dem Tape die für die Führung im Kopf notwendige Steifigkeit zu verleihen, befindet sich das eigentliche Fasermaterial dabei auf einer als Trägerpapier bezeichneten trennenden Folie. Diese wird kurz vor dem Ablegen vom Fasermaterial getrennt und auf einer zweiten, oft ebenfalls angetriebenen Spule aufgewickelt. Durch die Antriebe von Material- und Trägerpapierspule lässt sich die Fördergeschwindigkeit und die Spannung im Tape kontrollieren. Das Faserhalbzeug wird nach dem Trennen vom Papier weitergefördert, erhitzt und anschließend von einer Kompaktierungsrolle gegen das formgebende Werkzeug gedrückt und somit abgelegt. Dabei wird sowohl das Beheizen als auch das Kompaktieren mit der Rolle kontrolliert gesteuert, um den Tack so einzustellen, dass das abgelegte Material einerseits an der Unterlage haften bleibt, sich aber andererseits von der Rolle löst. Einige Kompaktierungsrollen sind wie in Abbildung 3 gezeigt in einzelnen gegeneinander verschieblichen Segmenten ausgeführt, um auch einer nicht ebenen Formkontur folgen zu können und dennoch einen über die Materialbreite konstanten Druck zu erzeugen. Beim Ablegevorgang wird der Ablegekopf so durch eine

computergestützte numerische Steuerung (NC) bewegt, dass das Tape auf definierten Bahnen abgerollt wird. Kurz vor dem Ende jeder Bahn wird mit einer sich an der Materialzuführung befindlichen Schneideeinheit das Fasermaterial getrennt, ohne das Trägerpapier zu beschädigen. Auf diese Weise endet die Bahn nach der gewünschten Länge, während das Material für die nächste Bahn auch nach dem Schneidevorgang durch den Antrieb der Folienspule weitergefördert werden kann, nachdem der Kopf an die Anfangsposition der neuen Bahn bewegt wurde.

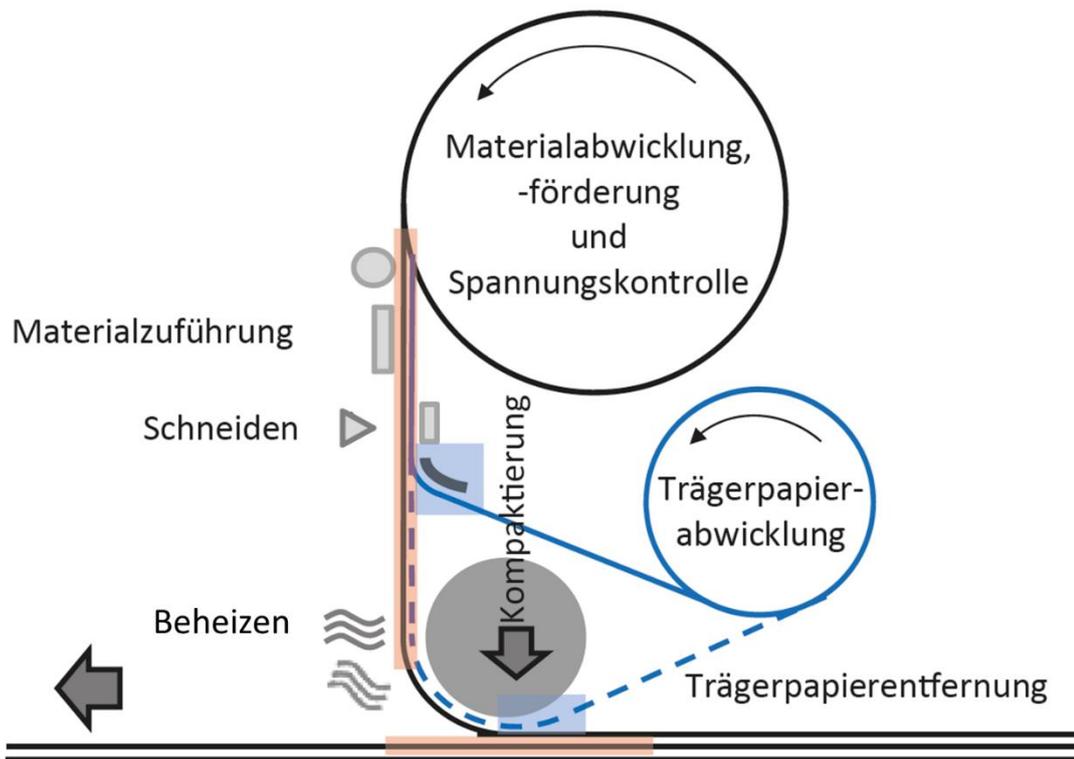


Abbildung 2: Schematischer Aufbau eines ATL-Kopfes (geändert nach [LENG15])



Abbildung 3: Segmentierte Kompaktierungsrolle

Im Unterschied zum ATL werden beim AFP nicht ein breites Tape, sondern mehrere schmale als Tows bezeichnete Bändchen gleichzeitig platziert. Standardmäßig werden dabei 8, 16, 24 oder 32 Tows mit Breiten von 3.175 mm (1/8“), 6.35 mm (1/4“), 12.7 mm (1/2“) oder 25.4 mm (1“) nebeneinander abgelegt. Der in Abbildung 4 dargestellte schematische Aufbau ist beim AFP für jedes einzelne Tow parallel vorhanden. Jedes Tow wird beim Prozess auf einer eigenen Spule im sogenannten Spulengatter gelagert. Dieses befindet sich entweder direkt am Ablegekopf oder zentral neben der Anlage, wobei die Tows dann einzeln zum Kopf geführt werden. Wie beim Tape sind die Tows mit einer Trennfolie versehen, die anders als beim ATL direkt beim Abwickeln entfernt und auf einer weiteren Spule pro Tow aufgespult wird. Ebenfalls am Spulengatter wird zum Beispiel mit einem sogenannten Tänzersystem für jedes Tow die Spannung so kontrolliert, dass die Bewegung des Ablegekopfes ausgeglichen wird. Anschließend werden die Tows durch den Kopf geführt, wo sie unabhängig voneinander gefördert und geschnitten werden können. Erst kurz vor dem Ablegen werden schließlich alle Tows zusammengeführt, beheizt und gemeinsam von einer Kompaktierungsrolle kompaktiert und abgelegt. Dieser Aufbau ist wesentlich komplexer als beim ATL, dafür kann durch das separate Fördern und Schneiden die Position jedes Tows unabhängig kontrolliert werden, sodass konturnahes Ablegen möglich ist. Das aktive Fördern ist dabei nur über eine kurze Ablagelänge so lange notwendig, bis die Haftung des bereits abgelegten Materials ausreicht, um den Rest der abzulegenden Bahn passiv durch die Anlage zu ziehen.

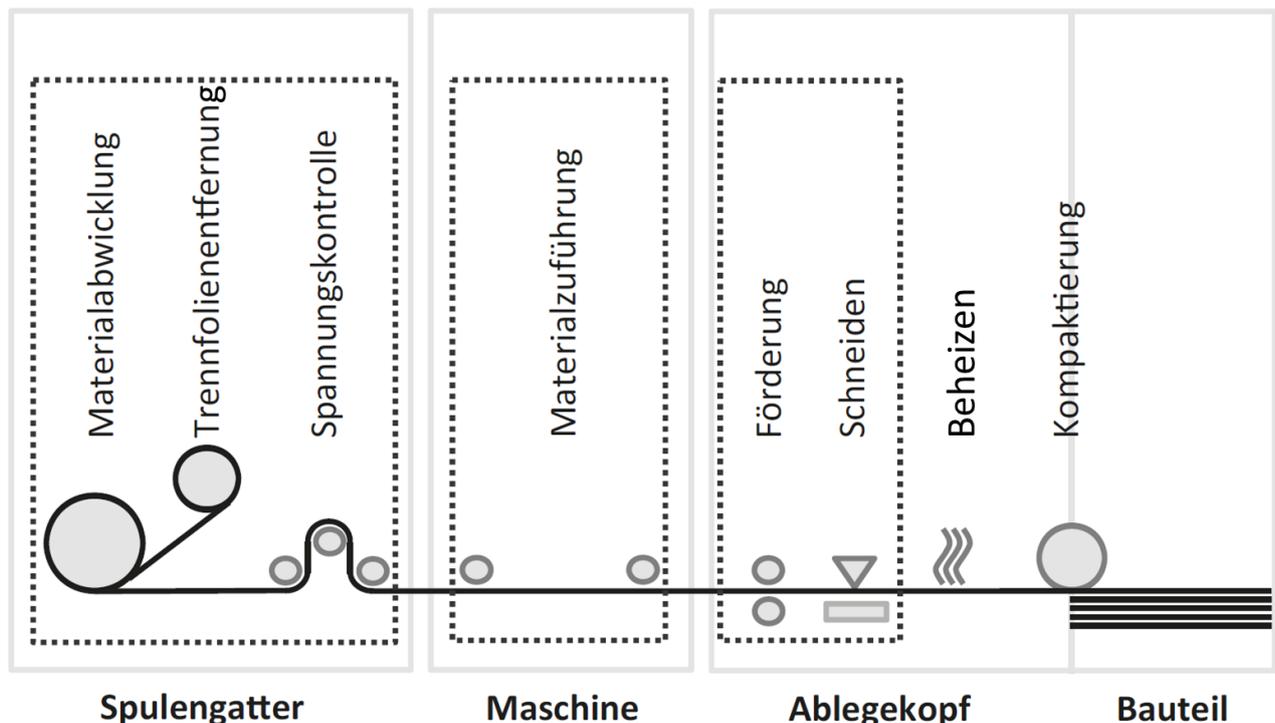


Abbildung 4: Schematischer Aufbau einer AFP-Anlage (geändert nach [LENG15])

Zusammengefasst ist der Aufbau einer ATL-Anlage deutlich einfacher als der einer AFP-Anlage. Auch die Produktivität ist beim ATL oft höher als beim AFP. So liegt beispielsweise die gesamte Ablagebreite pro Bahn bei einem AFP-Prozess mit 16 Tows und einer Tow-Breite von 6.35 mm bei 100.6 mm, wodurch für das gleiche Bauteil etwa eineinhalbmahl so viele Bahnen benötigt werden wie bei einem ATL-Prozess mit 150 mm breitem Tape. Mit einer höheren Anzahl gleichzeitig abgelegter Tows kann zwar die Produktivität von AFP gesteigert werden, gleichzeitig sinkt dann jedoch die Genauigkeit bei der Positionierung und der Kompaktierung [LENG15]. Andererseits entsteht durch das endkonturnahe Beschneiden beim AFP-Prozess, wie beim Vergleich der Ablagebilder in den Abbildungen 5 und 6 zu erkennen ist, deutlich weniger Materialverschnitt an der Bauteilkontur. Der größte Vorteil von AFP gegenüber ATL ist jedoch, dass wegen der geringeren Materialbreiten deutlich komplexere Geometrien falten- und schadensfrei abgelegt werden können [LENG15].

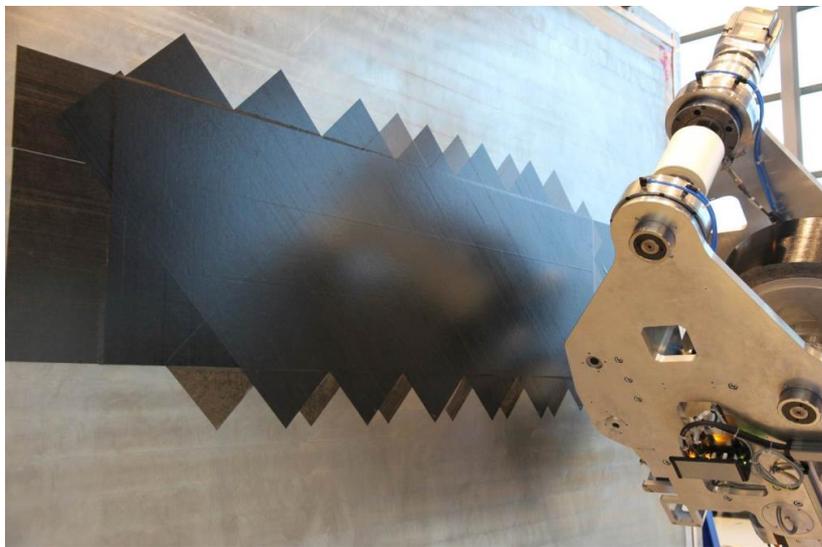


Abbildung 5: Ablagebild beim ATL-Prozess (Quelle: [DLR])



Abbildung 6: Ablagebild beim AFP-Prozess (Quelle: [CORI])

2.3 Forschungsanlage GroFi

Das vordergründige Ziel weltweiter Forschungsaktivitäten im Bereich der automatisierten Ablegeprozesse ist, die Produktivität beider Technologien weiter zu steigern [LUKA12]. Einige Ansätze hierzu werden an der Forschungsplattform GroFi am DLR-Standort Stade verfolgt. Hier soll das in dieser Arbeit entwickelte Modell in erster Linie angewendet werden. Die in Abbildung 7 gezeigte Anlage besteht aus einem Schienensystem, auf dem ein oder zwei formgebende Werkzeuge bis zu einer Länge von 20 m von bis zu acht Robotereinheiten simultan bearbeitet werden können. Eine solche simultane Bearbeitung durch mehrere Köpfe ist so in der industriellen Fertigung bisher nicht umgesetzt. Außerdem können bei GroFi erstmals die in Kapitel 2.2 beschriebenen Technologien AFP und ATL gleichzeitig am selben Bauteil zum Einsatz kommen, wie in Abbildung 8 zu erkennen ist. Dabei können sowohl duroplastische oder thermoplastische Prepregs als auch Trockenfaserhalbzeuge eingesetzt werden [DLR16].



Abbildung 7: Überblick über die Forschungsanlage GroFi (Quelle: [DLR])

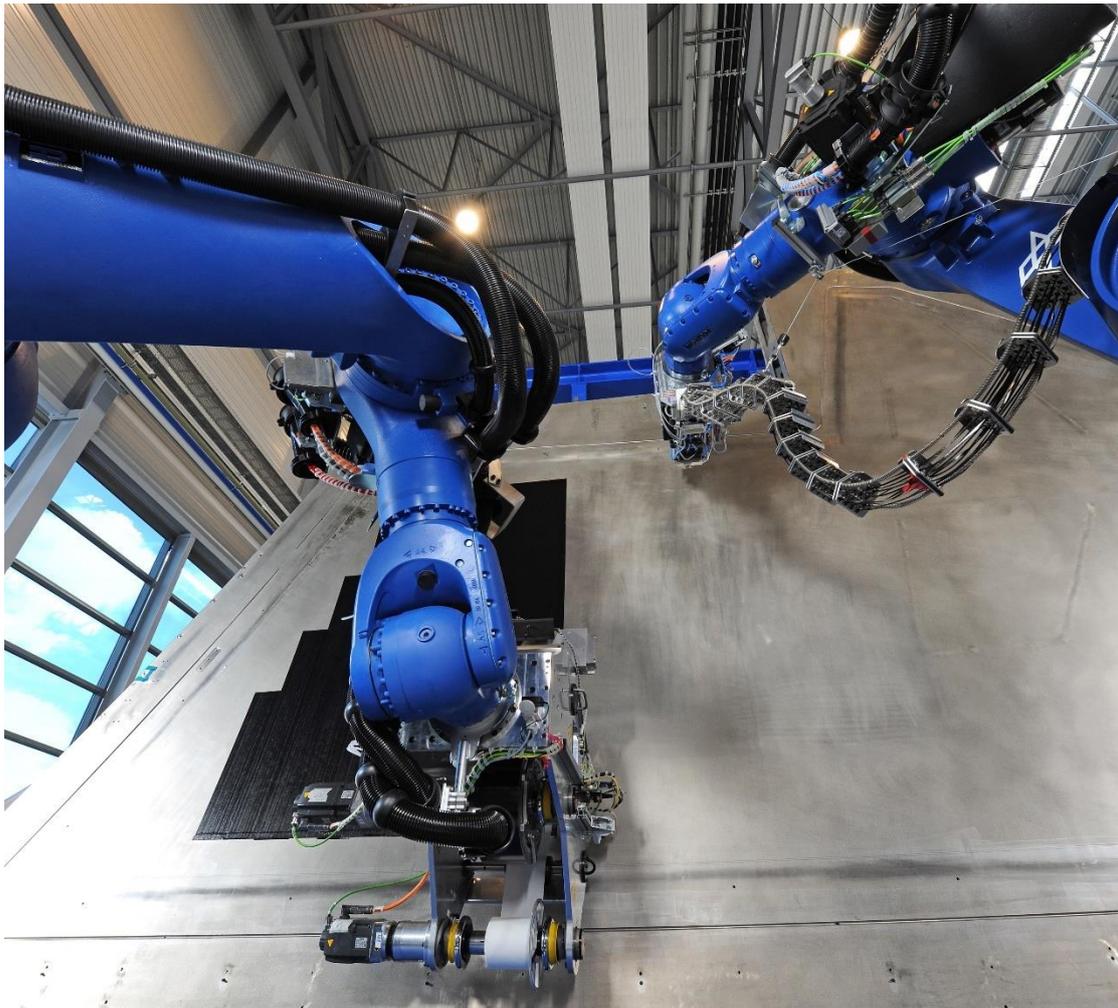


Abbildung 8: ATL- (links) und AFP-Einheit am selben Bauteil (Quelle: [DLR])

Die Produktivität heutiger Anlagen wird vor allem dadurch eingeschränkt, dass insgesamt bis zu 60 Prozent der Betriebszeit für Rüstung, Wartung sowie das Erkennen und Beheben von Fehlern aufgewendet werden [DLR13]. Dieses Problem soll bei GroFi dadurch gelöst werden, dass die einzelnen Robotereinheiten in einen separaten Wartungsbereich (rechts in Abbildung 7 erkennbar) ausgeschleust werden können, wodurch sowohl der Wartungs- als auch der Rüstprozess zeitlich vom Produktionsprozess entkoppelt werden können. Zudem wird durch die Entwicklung eines sensorbasierten Qualitätssicherungssystems, das bereits während des Ablegens eventuelle Schäden erkennt und somit eine visuelle Inspektion überflüssig macht, weitere Zeit eingespart [DLR13].

3 Analyse des Ablegeprozesses

Nachfolgend wird der Ablegeprozess allgemein, also technologieunabhängig, analysiert. Hierfür erfolgt zunächst eine Betrachtung und Kategorisierung aller beim Ablegeprozess beobachtbarer Schäden. Anschließend werden unter Berücksichtigung der beim Prozess herrschenden Randbedingungen alle Einflussfaktoren, die die Schadensbildung während des Prozesses bedingen können, identifiziert und beschrieben. Die Identifikation der Schäden und Einflussgrößen geht zum einen auf Beschreibungen in der Literatur [LUKA12, HARI18] und zum anderen auf eigene Beobachtungen beim Ablegeprozess zurück.

3.1 Kategorisierung auftretender Schäden

Im folgenden Abschnitt werden die im Herstellungsprozess von CFK-Bauteilen mit dem AFP/ATL-Verfahren auftretenden Schäden aufgeführt und kategorisiert. Eine Kategorisierung ist unter anderem nach der Auswirkung des Schadens, nach dem Entstehungsmechanismus und nach dem Auftretenszeitpunkt möglich.

In Tabelle 1 wird eine Kategorisierung nach der Schadensauswirkung vorgenommen. Die Auswirkungen verschiedener Schäden auf die mechanischen Bauteileigenschaften werden in einigen anderen Arbeiten ausführlich untersucht [CROF11, LAN16, BELN17]. Grundsätzlich können alle Abweichungen von einem idealen Herstellungsprozess zu einer der folgenden Auswirkungen oder zu einer Kombination aus diesen führen: Verschlechterung der Bauteilsteifigkeiten und -festigkeiten, Verschlechterung des Stabilitätsverhaltens des Bauteils sowie Abweichung von der Bauteilform. Die Verschlechterung der Bauteilsteifigkeiten und -festigkeiten ergibt sich dabei vor allem dadurch, dass infolge des Schadens die tatsächliche Faserorientierung im Bauteil von der ausgelegten abweicht, dass die Fasern nicht gleichmäßig verteilt vorliegen oder dass der Faser-Matrix-Kontakt nicht durchgängig gegeben ist. Das Stabilitätsverhalten des Bauteils wird zudem vor allem dadurch negativ beeinflusst, dass durch fast alle möglichen Schäden geometrische Imperfektionen in das Bauteil eingebracht werden. In den meisten Fällen sind dies Welligkeiten, also Abweichungen von der Bauteilebene, in der Lasten aufgenommen werden sollen. Hierdurch kann bereits bei kleineren Drucklasten als berechnet ein Ausweichen aus der Ebene auftreten, das wiederum zu einem vollständigen Stabilitätsverlust des gesamten Bauteils führen kann [CROF11]. Die Kategorisierung nach

Schadensauswirkung zeigt die Relevanz auf, die Entstehung von Schäden während des Ablegevorgangs zu verstehen und zu vermeiden.

Tabelle 1: Kategorisierung nach Schadensauswirkung

| Auswirkung | |
|--|------------------------------------|
| Steifigkeiten und Festigkeiten verschlechternd | Faserorientierung beeinflussend |
| | Faser-Matrix-Kontakt beeinflussend |
| | Matrixverteilung beeinflussend |
| Stabilitätsverhalten verschlechternd | |
| Bauteilform verändernd | |

In Tabelle 2 sind die Schadensbilder aufgeführt, die sich am mit AFP/ATL abgelegten Material während des Legeprozesses auf der zuletzt abgelegten Lage beobachten lassen. Gleichzeitig wird in der Tabelle eine Zuordnung zu entsprechenden Kategorien nach Auftretenszeitpunkt und Entstehungsmechanismus vorgenommen. Die Darstellung dieser Zuordnung ist teilweise vereinfacht, da sich einige Schadensbilder mehreren Kategorien zuordnen lassen.

Tabelle 2: Kategorisierung nach Auftretenszeitpunkt und Mechanismus

| Auftretenszeitpunkt (Prozess) | | Mechanismus | | Schadensbild | |
|-------------------------------|--------------------------------|-----------------------|------------------------------|-----------------------------------|------------------|
| Halbzeugherstellung/-lagerung | | | | Polymerverteilung (Matrix/Binder) | |
| | | | | Polymerzustand (z.B. Aushärtung) | |
| Legeprozess (Formgebung) | Zuführung | Beschädigung | | gebrochene Faser | |
| | | | | aufgesplissenes Tow/Tape | |
| | | | | ausgefranztes Tow/Tape | |
| | | | | fehlende Ablage | |
| | bei Ablage | (Haft-)Kontaktverlust | lateral | Verrutschen des Tows/Tapes | |
| | | | vertikal | Delamination | |
| | | Stabilitätsverlust | infolge Längsdruckspannungen | | Hohlraum |
| | | | infolge Längszugspannungen | | Beulen |
| | | | | | Knittern |
| | Ablagepfad (NC-Programmierung) | | | | Umklappen |
| | | | | Verdrehung | |
| nach Ablage | | | | Überlappung/Lücken | |
| Aushärtungsprozess | | | | Ablösen der Schicht | |
| Nachbearbeitung | | | | Fremdkörpereinschluss | |

Ein Teil der beobachtbaren Schäden entsteht bereits während der Halbzeugherstellung beziehungsweise -lagerung, wie beispielsweise die Verteilung oder der Zustand des im Halbzeug vorliegenden Kunststoffes (entweder als Matrixmaterial oder als Binder). So kann zum Beispiel bei duroplastischem Prepreg die Aushärtung bei falscher Lagerung bereits vorangeschritten sein, was zu veränderten mechanischen Eigenschaften führt. Diese vor dem eigentlichen Legeprozess entstandenen Schäden werden in dieser Arbeit nicht weiter untersucht. Das gleiche gilt für Schäden, die in späteren Prozessschritten wie dem Aushärtungsprozess oder während Nachbearbeitungsprozessen auftreten und daher nicht bei den bei der Ablage beobachtbaren Schäden aufgeführt sind.

Beim Legeprozesses können Schäden am Material wiederum entweder während der Materialzuführung, zum Zeitpunkt der eigentlichen Ablage oder nach der erfolgten Ablage entstehen. Während der Zuführung kann es zur Beschädigung des Tows beziehungsweise Tapes kommen, die zu gebrochenen Fasern, ausgefranzten Tows oder zum Feststecken des Materials innerhalb der Legeeinheit führen kann wie in Abbildung 9 gezeigt, was zu einer fehlenden Ablage führt. Kernblickpunkt dieser Arbeit stellen die Schäden dar, die genau am Ablagezeitpunkt auftreten. Fehler, die nachträglich beim abgelegten Material entstehen, wie beispielsweise Fremdkörpereinschlüsse oder das Ablösen einer bereits abgelegten Schicht, werden nicht weiter untersucht. Des Weiteren werden nur Schäden betrachtet, die aus dem mechanischen Materialverhalten resultieren. Das Ausbilden von zu großen Spalten oder Überlappungen, das ohne das gleichzeitige Auftreten anderer Schäden vor allem auf die Prozessprogrammierung mit NC zurückzuführen ist, wird ebenfalls nicht betrachtet.



Abbildung 9: Schadensbild eines im Legkopf feststeckenden Tows

Die Ablage erfolgt entweder direkt auf der Werkzeugoberfläche oder auf der zuvor abgelegten Laminatschicht. In dieser Arbeit wird allgemein der Begriff „Unterlage“ verwendet.

Für die während der Ablage auftretenden Schäden können zwei wesentliche Mechanismen der Entstehung identifiziert werden: Kontaktverlust sowie Stabilitätsverlust. Kontaktverlust des Materials mit der Unterlage unmittelbar nach dem Ablegen kann in zwei Richtungen auftreten. Zum einen kann es zum lateralen Wegrutschen des abgelegten Materials kommen, zum anderen ist es insbesondere bei konkaven Radien der Unterlage möglich, dass sich das Material wie in Abbildung 10 dargestellt vertikal aus dieser löst. Eine Folge dieses sogenannten Bridgings kann Delamination der verschiedenen Laminatschichten oder das Bilden eines Hohlraums zwischen Unterlage und Werkstoff sein.

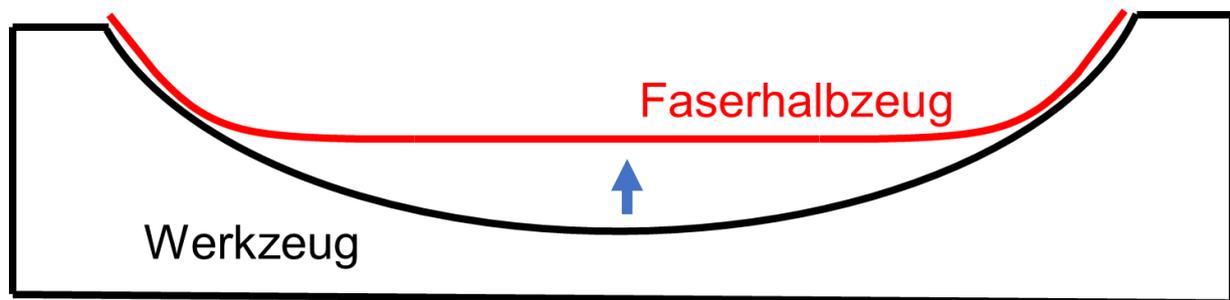


Abbildung 10: Senkrecht Ablösen aus konkav gekrümmter Werkzeugform (Bridging)

Der zweite wesentliche Mechanismus zur Entstehung möglicher Schäden während der Ablage ist der Stabilitätsverlust des Materials. Stabilitätsverlust bedeutet in diesem Fall, dass das abgelegte Material infolge einer großen Druckbelastung senkrecht aus der Ablagegeometrie ausweicht. Die Belastung des Materials während des Ablegevorgangs führt hauptsächlich zu Längsspannungen innerhalb des abgelegten Faserbandes. Handelt es sich hierbei um Druckspannungen, kann Stabilitätsverlust auftreten und das senkrechte Ausweichen in Form von Knitter- oder Beulenbildung sichtbar werden wie in den Abbildungen 11 und 12 dargestellt. Auch Längszugspannungen können zu Stabilitätsverlust führen. Dies liegt daran, dass wie in Kapitel 4.3 näher beschrieben unter bestimmten Bedingungen Zugspannungen in Längsrichtung mit Druckspannungen in Querrichtung einhergehen können. Diese Querdruckspannungen können ebenfalls zum Ausweichen des Materials führen, entweder ebenfalls in Form von Knittern oder Abheben beziehungsweise Umklappen eines Faserbandrandes wie in Abbildung 13 dargestellt. Letzteres kann im Extremfall sogar zum kompletten Verdrehen des Bandes führen.



Abbildung 11: Beulen bei mit AFP abgelegten Tows
(Quelle: [ZHAO16])



Abbildung 12: Beulen bei mit ATL abgelegtem Tape

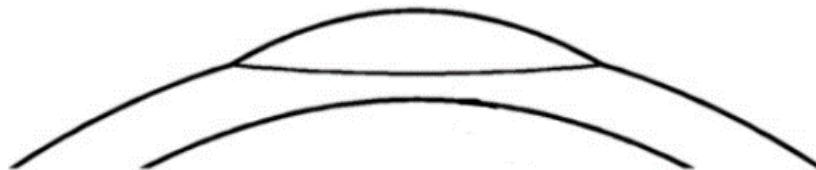


Abbildung 13: Umklappen des äußeren Randes
(Quelle: [LUKA12])

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Modelle sollen also insbesondere diese beiden wesentlichen Mechanismen, einerseits Stabilitätsverlust und andererseits Kontaktverlust des abgelegten Faserbandes, beschreiben.

3.2 Randbedingungen und Einflussfaktoren

Nachfolgend werden die Randbedingungen analysiert, die einen Stabilitäts- oder Kontaktverlust während der Faserablage beeinflussen können und entsprechend bei einer Modellbildung zu berücksichtigen sind.

Eine gesamte Aufstellung aller identifizierter Einflussfaktoren wird in Tabelle 3 vorgenommen. Neben Prozessparametern, wie beispielsweise der Ablegegeschwindigkeit oder der Orientierung der Laminatschicht, die sich für jeden neuen Prozess individuell einstellen lassen, handelt es sich hierbei um die Eigenschaften aller am Prozess beteiligten Komponenten. Dazu gehören das abzulegende Halbzeug, die Legeeinheit, die Unterlage, auf der abgelegt wird, sowie die Prozessumgebung.

Tabelle 3: Übersicht aller identifizierter Einflussfaktoren

| | | Geometrie | Materialsteifigkeiten | Haftung (Tack) | äußere Last |
|----------------------|---------------------------------------|-----------|-----------------------|----------------|-------------|
| Halbzeug | Adhäsion Matrix-Faser | | x | x | |
| | Breite (Tow/Tape) | x | | x | |
| | Dicke (Tow/Tape) | x | | x | |
| | Faserfeinheit | | x | | |
| | Faservolumengehalt | | x | | |
| | Faserelastizitätsmodul längs | | x | | |
| | Faserelastizitätsmodul quer | | x | | |
| | Faserquerkontraktion | | x | | |
| | Faserschubmodul | | x | | |
| | Kunststoffkohäsion | | x | x | |
| | Kunststoffelastizitätsmodul | | x | x | |
| | Kunststoffquerkontraktion | | x | | |
| | Kunststoffschubmodul | | x | x | |
| | Lagerungsbedingungen (u.a. Dauer) | | | x | |
| Legeeinheit | Adhäsion Halbzeug-Andrückrolle | | | x | |
| | Aufheizdauer | | x | x | |
| | Aufheizleistung | | x | x | |
| | Förder-/Abzugsspannung | | | | x |
| | Rauhigkeit Andrückrolle | | | x | |
| | Temperaturverteilung | | x | x | |
| | Tow/Tape Führung | | | | x |
| Prozess | Ablegegeschwindigkeit | | | x | |
| | Steering-Radius | x | | | |
| | Bahnlänge | x | | | |
| | Anpressdruck | | | x | x |
| | Anpressdruckverteilung | | | x | x |
| | Laminataufbau (Schichtorientierung) | | | x | |
| Umgebung | Laminatdicke | x | | | |
| | Fremdkörper/Partikel | x | | x | |
| | Luftfeuchtigkeit | | x | x | |
| | Umgebungsdruck | | | x | x |
| Unterlage (Form) | Umgebungstemperatur | | x | x | |
| | Ablagekrümmung in Faserrichtung | x | | | |
| | Ablagekrümmung quer zur Faserrichtung | x | | | |
| | Adhäsion Halbzeug-Unterlage | | x | x | |
| | Temperatur der Unterlagenoberfläche | | x | x | |
| Rauhigkeit Unterlage | | | x | | |

Alle aufgeführten Eigenschaften sind entweder geometrische Eigenschaften, beschreiben eine äußere Last auf das Halbzeug oder beschreiben beziehungsweise bedingen dessen mechanische Eigenschaften. In Tabelle 3 wird eine entsprechende Kategorisierung vorgenommen, wobei sich einige Eigenschaften mehreren Kategorien zuordnen lassen. Der Anpressdruck, mit dem das Halbzeug auf die Unterlage gedrückt wird, bedingt zum Beispiel einerseits die mechanischen Eigenschaften des Tacks des Halbzeugs und ist andererseits eine äußere Last.

Die wesentlichen geometrischen Eigenschaften sind die Breite und Dicke des abzulegenden Halbzeugs, die Krümmung der Unterlage und gegebenenfalls der Steering-Radius. Die wesentlichen äußeren Lasten sind die Förderspannung (beim aktiven Ablegen) beziehungsweise die Abziehspannung (beim passiven Ablegen) in der Legeeinheit sowie der Anpressdruck.

Bei den mechanischen Eigenschaften des Halbzeugs wird in Tabelle 3 weiter zwischen den Halbzeugsteifigkeiten und den Eigenschaften des Tacks unterschieden. Auf Eigenschaften des Tacks haben sehr viele Parameter, wie Ablegegeschwindigkeit, Temperatur, Druck sowie Geometrie- und Materialeigenschaften von Halbzeug, Legeeinheit und Unterlage, einen Einfluss, worauf in Kapitel 5.4 genauer eingegangen wird. Die Steifigkeiten des Halbzeugs werden durch die entsprechenden Werkstoffeigenschaften der im Halbzeug vorliegenden Komponenten aus Fasermaterial und Kunststoff und dem Faservolumengehalt, der das Verhältnis der beiden zuvor genannten Komponenten angibt, beschrieben. Die wichtigsten Kenngrößen sind hier die Elastizitäts- und Schubmoduln sowie die Querkontraktionszahlen von Faser und Kunststoff. Obwohl bei der Beschreibung von faserverstärkten Kunststoffen in der Literatur häufig der Begriff „Matrix-“ Eigenschaften verwendet wird (und entsprechend „Matrixschubmodul“, etc.), wird in dieser Arbeit stattdessen der Begriff „Kunststoff-“ Eigenschaften genutzt, da der im Halbzeug vorliegende Kunststoff teilweise die Funktion eines Binders und nicht einer Matrix erfüllt. Bei Trockenfaserhalbzeugen erfüllt der Kunststoff sogar ausschließlich die Funktion eines Binders. Des Weiteren haben auch andere Prozesskenngößen Einfluss auf die Werkstoffeigenschaften. Vor allem sind dies Parameter, die die Temperatur des Halbzeugs bei der Ablage beeinflussen, wie die Umgebungs- und Unterlagentemperatur sowie die Aufheizleistung und -dauer der Legeeinheit.

4 Entwicklung der Modelle

Die Entwicklung der analytischen Modelle erfolgt entsprechend der in Kapitel 3.1 vorgenommenen Kategorisierung der bei automatisierten Ablegeprozessen auftretenden Schäden nach dem wesentlichen Versagensmechanismus. Zunächst wird der Stabilitätsverlust infolge Längsdruckspannungen beschrieben. Anschließend wird jeweils ein Kriterium für lateralen und vertikalen Kontaktverlust entwickelt, bevor auf möglichen Stabilitätsverlust innerhalb abgelegter Faserhalbzeuge eingegangen wird, bei denen in Faserrichtung vorrangig Zugspannungen auftreten.

4.1 Stabilitätsverlust infolge Längsdruckspannungen

Die Entstehung von Beulen bei der Faserhalbzeug-Ablage, die im Wesentlichen auf Stabilitätsverlust infolge Längsdruckspannungen zurückzuführen ist, wurde in früheren Arbeiten bereits untersucht. In den meisten Arbeiten wird der Einfluss von verschiedenen Prozessparametern wie der Ablagegeschwindigkeit oder dem Anpressdruck durch empirische Versuche beschrieben [ZHAO16]. Ein analytisches Modell, um die Entstehung von Beulen nicht nur beschreiben, sondern auch vorhersagen zu können, wurde erstmals von Beakou et al. [BEAK11] entwickelt und in späteren Arbeiten [MATV16, BELH18] optimiert. Nachfolgend wird dieser bestehende Ansatz vorgestellt und anschließend für die Anwendbarkeit auf allgemeine Ablegeprozesse weiterentwickelt. Der bestehende und der weiterentwickelte Ansatz werden zudem bewertet und verglichen.

4.1.1 Bestehender Ansatz

Der bestehende Ansatz beschreibt das Auftreten von Beulen infolge Steerings, also bei einer reinen zweidimensionalen Biegung des Faserhalbzeugs um seine Hochachse. Die Beulen sind das Resultat eines Stabilitätsverlustes infolge der dabei in Längsrichtung auftretenden Druckspannungen auf der Innenseite des Faserhalbzeugbandes [LENG15]. Das Problem kann somit auf die Stabilitätsbetrachtung einer Platte zurückgeführt werden.

Modellbildung

Das Fasermaterial wird beim Steering zwar entlang einer gekrümmten Bahn abgelegt, da die Größe der Beulen allerdings deutlich kleiner als der Krümmungsradius ist, wird der zu untersuchende Bereich der Ablage bei allen drei Arbeiten vereinfacht als rechteckige Platte angenommen wie in Abbildung 14 dargestellt. Zudem wird der Faserwerkstoff sowie der Kunststoff Mischungsregeln entsprechend zu einem einzigen homogenen orthotropen Material verschmiert. Weiterhin wird in den Modellen die Kirchhoff-Love-Hypothese angewendet: Schubverformungen infolge der Biegung werden also als vernachlässigbar klein angenommen. Während Beakou et al. als Randbedingungen an drei Plattenseiten gelenkige Lagerungen annehmen [BEAK11], wird in der Arbeit von Matveev et al. argumentiert, dass sich im realen Fall wie in Abbildung 15 skizziert nur die Beule vom Untergrund löst, während der Bereich des Faserbandes davor und dahinter weiter durch den Tack haften bleibt. Der beulende Bereich kann also akkurater wie in Abbildung 16 gezeigt als eine am vorderen und hinteren Ende momentenstarr gelagerte Platte modelliert werden, während der äußere seitliche Rand ebenfalls momentenstarr gelagert und der innere Rand frei angenommen wird [MATV16]. Die Länge der Platte L in x -Richtung entspricht dann der Länge der Beule, während die Breite b in y -Richtung sowie die Dicke t in z -Richtung der Geometrie des Faserbandes entsprechen. Die infolge des Steerings wirkende Last wird als Streckenlast q_x modelliert, die, wie in Abbildung 16 zu erkennen ist, am in x -Richtung verschieblichen Plattenrand bei $x = L$ angreift, während die zugehörige Lagerreaktion am bei $x = 0$ eingespannten Plattenrand erfolgt.

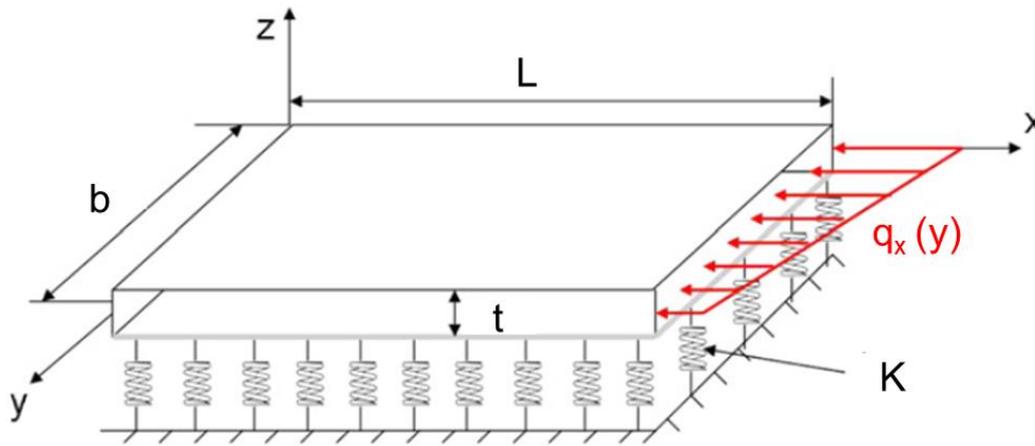


Abbildung 14: Modell der elastisch gebetteten ebenen Platte (geändert nach [BEAK11])

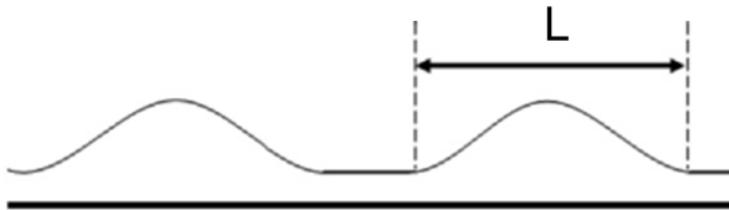


Abbildung 15: Beulender Bereich des abgelegten Materials (geändert nach [MATV16])

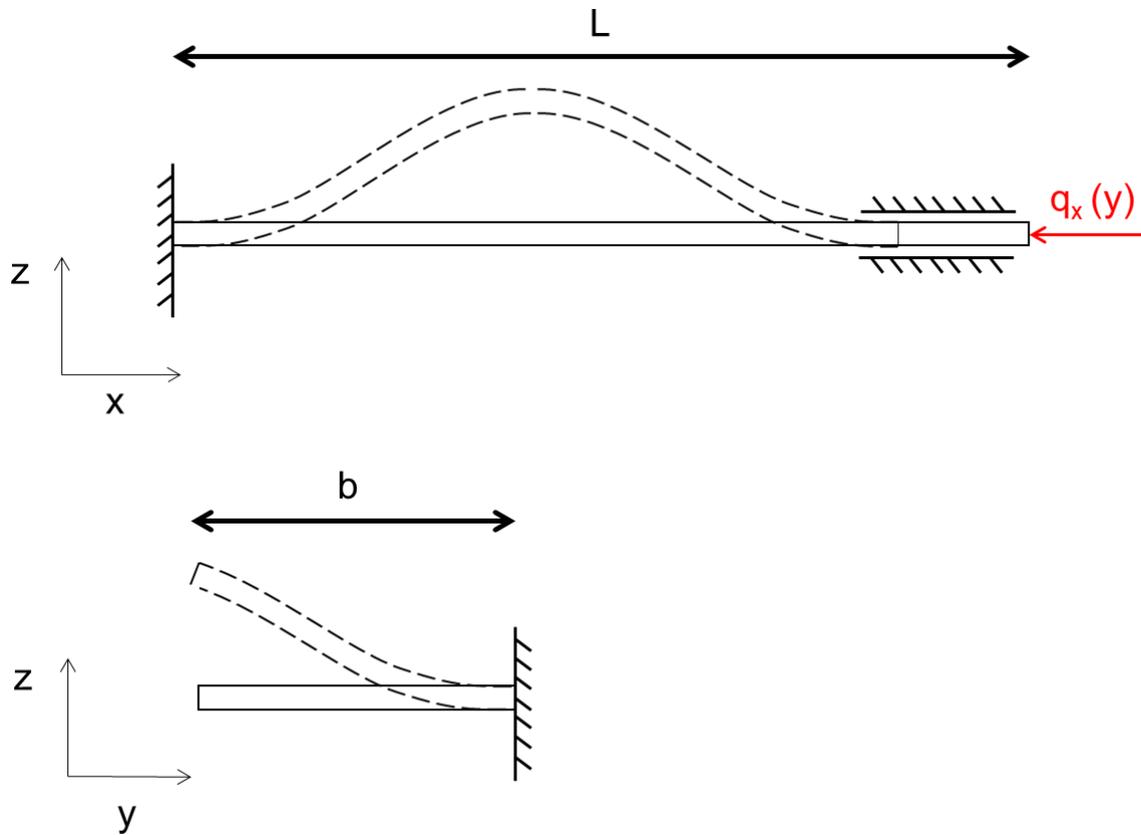


Abbildung 16: Lagerungsbedingungen der modellierten Platte

Der Einfluss des Tacks, der sich in Form rückstellender Kräfte in z-Richtung beim Ausbilden der Beule auswirkt, kann als einparametrische elastische Bettung, auch Winklersche Bettung genannt (siehe auch [MADH15]), modelliert werden [BEAK11]. Diese kann wie in Abbildung 14 dargestellt als Schicht infinitesimaler Federn mit der Steifigkeit K betrachtet werden, wobei K auch als Bettungsmodul bezeichnet wird und auf die Fläche bezogen als Proportionalitätsfaktor zwischen rückstellender Flächenlast p_z und Auslenkung in z-Richtung definiert ist:

$$p_z(z) = K z \quad (1)$$

Auf das resultierende in den Abbildungen 14 und 16 dargestellte Modell wird sich im Folgenden weiter bezogen.

Prinzip vom Minimum des elastischen Gesamtpotentials

In den betrachteten Ansätzen wird die Stabilitätsbetrachtung analytisch vorgenommen. Dies hat gegenüber einer numerischen Lösung, beispielsweise mit finiten Elementen, den Vorteil, dass sich eine geschlossene Gleichung für die kritische Last ergibt und somit einerseits der Rechenaufwand deutlich geringer ausfällt und andererseits in der Gleichung direkt auf die Einflussgrößen parametrisch zugegriffen werden kann [BEAK11].

Für die Lösung des Stabilitätsproblems wird das sogenannte Verfahren von Ritz angewendet, ein Näherungsverfahren, das auf Variationsrechnung basiert. Ausgangspunkt für das Verfahren ist das Prinzip vom Minimum des elastischen Gesamtpotentials.

Das Prinzip vom Minimum des elastischen Gesamtpotentials beruht auf dem Prinzip der virtuellen Arbeit [ALTE16]. Dieses Prinzip besagt, dass im Gleichgewichtszustand die Gesamtarbeit W des Systems, die sich aus der inneren virtuellen Arbeit W_i und der äußeren virtuellen Arbeit W_a zusammensetzt, Null ist:

$$W = W_i + W_a = 0 \quad (2)$$

Dabei ist im Allgemeinen die Arbeit einer Kraft F entlang der Wegkoordinate s definiert als:

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F(s) ds \quad (3)$$

Um das elastische Gesamtpotential aufstellen zu können, werden nachfolgend die inneren und äußeren virtuellen Arbeiten an der betrachteten Platte definiert. Die innere Arbeit infolge Biegung $W_{i,B}$ ist die durch die auftretenden Spannungen über die Verzerrungen verrichtete Arbeit und entspricht der negativen Formänderungsenergie $W_{f,B}$:

$$W_{i,B} = -W_{f,B} = -\frac{1}{2} \int_V [\sigma] [\varepsilon] dV \quad (4)$$

Dabei gilt zwischen dem Spannungsvektor $[\sigma]$ und dem Verzerrungsvektor $[\varepsilon]$ der lineare Zusammenhang nach dem hookeschen Gesetz, sodass die Spannungen auch durch die reduzierte Steifigkeitsmatrix $[Q]$ ausgedrückt werden können:

$$[\sigma] = [Q][\varepsilon] \quad (5)$$

Eingesetzt in Gleichung (4) folgt hieraus ausgeschrieben:

$$W_{i,B} = -\frac{1}{2} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \int_0^b \int_0^L Q_{11} \varepsilon_x^2 + Q_{22} \varepsilon_y^2 + 2 Q_{12} \varepsilon_x \varepsilon_y + Q_{66} \gamma_{xy}^2 dx dy dz \quad (6)$$

Nach der Kirchhoff-Love-Hypothese gilt dabei $\varepsilon_z \approx \gamma_{xz} \approx \gamma_{yz} \approx 0$. Die Verzerrungen in x- und y-Richtung infolge Biegung können außerdem durch den Abstand z von der unverformten Mittelebene ($z=0$) sowie der Krümmung, die der zweiten Ableitung der Durchbiegung w entspricht, dargestellt werden:

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (7)$$

Eingesetzt in Gleichung (6) erhält man:

$$W_{i,B} = -\frac{1}{2} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \int_0^b \int_0^L Q_{11} z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + Q_{22} z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2 Q_{12} z^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 4 Q_{66} z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 dx dy dz \quad (8)$$

Die Integration der reduzierten Steifigkeiten Q_{ij} über die Plattendicke ergibt die Biegesteifigkeiten D_{ij} :

$$D_{ij} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} Q_{ij} z^2 dz \quad (9)$$

Einsetzen führt zu folgender Gesamtgleichung für die innere Arbeit infolge Biegeverformung:

$$W_{i,B} = -\frac{1}{2} \int_0^b \int_0^L D_{11} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2 D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 4 D_{66} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 dx dy \quad (10)$$

vgl. [BEAK11]

Die Biegesteifigkeiten lassen sich aus den Kennwerten des vereinfachten homogenen orthotropen Werkstoffs ableiten:

$$D_{11} = \frac{E_1 t^3}{12(1 - \nu_{12} \nu_{21})} \quad (11)$$

$$D_{22} = \frac{E_2 t^3}{12(1 - \nu_{12} \nu_{21})} \quad (12)$$

$$D_{12} = \frac{\nu_{21} E_1 t^3}{12(1 - \nu_{12} \nu_{21})} \quad (13)$$

$$D_{66} = \frac{G_{12} t^3}{12} \quad (14)$$

Dabei ist E der Elastizitätsmodul, G der Schubmodul und ν die Querkontraktionszahl des Materials. Da das gewählte Koordinatensystem mit der Faserrichtung des Halbzeugs übereinstimmt, entspricht der Index 1 der x-Richtung (Faserrichtung) und der Index 2 der y-Richtung.

In dem speziell betrachteten Modell wird ein weiterer Teil der inneren Arbeit $W_{i,K}$ von der elastischen Bettung verrichtet. Zunächst wird ein infinitesimal kleiner Anteil der Arbeit $dW_{i,K}$ betrachtet, den eine infinitesimal kleine, in z-Richtung ausgerichtete Feder als Teil der Bettung verrichtet. Der zurückgelegte Weg entspricht dabei der Durchbiegung w . Die infinitesimale Federkraft dF wirkt als rückstellende Kraft in negative z-Richtung, womit die Arbeit negativ wird:

$$dW_{i,K} = - \int_0^w dF(z) dz \quad (15)$$

Die Federkraft kann dabei als Resultierende der Flächenlast p_z auf eine infinitesimal kleine Fläche $dx dy$ interpretiert werden und man erhält:

$$dW_{i,K} = - \int_0^w p_z(z) dx dy dz \quad (16)$$

Einsetzen von Gleichung (1) und Integration über z von Null bis w liefert:

$$dW_{i,K} = -\frac{1}{2} K w^2 dx dy \quad (17)$$

Durch Integration über die Plattenfläche erhält man schließlich die gesamte innere Arbeit der elastischen Bettung:

$$W_{i,K} = -\frac{1}{2} \int_0^b \int_0^L K w^2 dx dy \quad (18)$$

vgl. [BEAK11]

Zuletzt muss in der Bilanz die äußere virtuelle Arbeit definiert werden. Hierbei handelt es sich um die von den äußeren Lasten entlang der resultierenden Verschiebungen verrichtete Arbeit. Für das zu untersuchende Problem reicht es hierbei nicht aus, die statischen Verschiebungen infolge der in x -Richtung angreifenden Last q_x zu betrachten. Gesucht ist nicht das statische Gleichgewicht, sondern die kritische Beullast, also der Grenzfall, bei dem das System selbst im ausgelenkten Zustand gerade noch ein Gleichgewicht annimmt. Es müssen daher die Verschiebungen im ausgelenkten Zustand betrachtet werden.

In Abbildung 17 ist ein Längsschnitt durch die verformte Platte zusammen mit den infinitesimalen Verschiebungen infolge der Durchbiegung am Punkt x dargestellt.

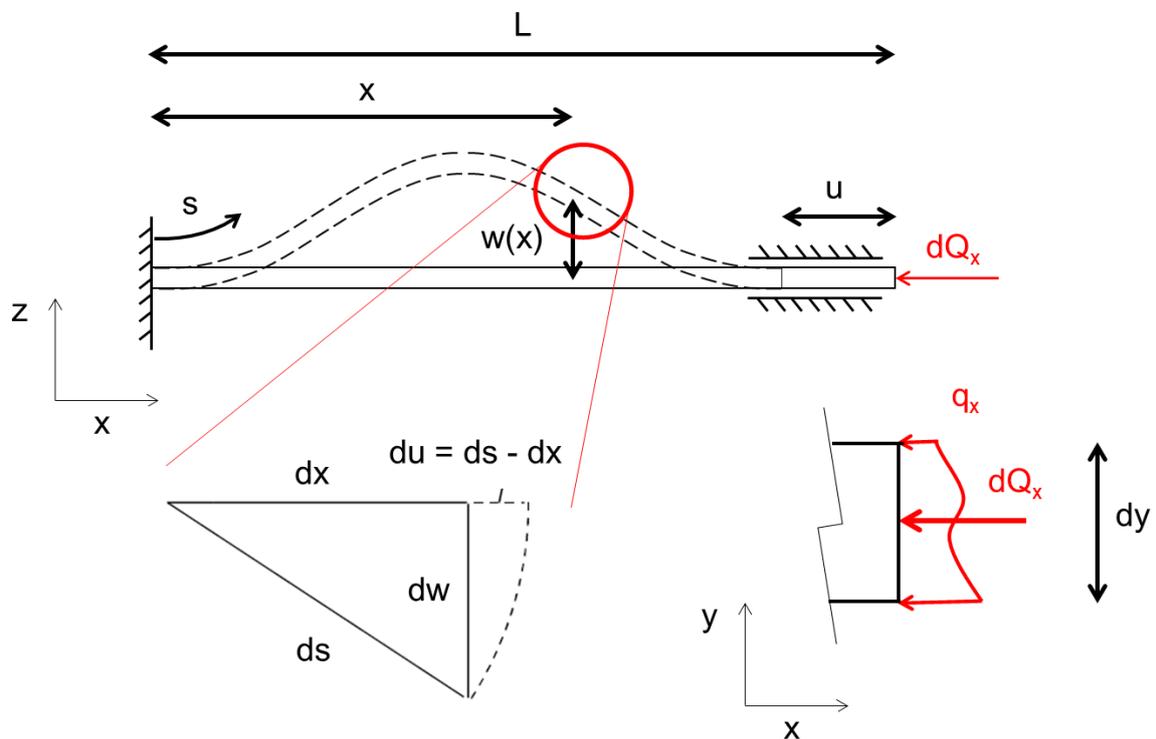


Abbildung 17: Ausschnitt der Breite dy der verformten Platte

Für die Verschiebung u in x -Richtung ergibt sich für das betrachtete Problem [MATH10]:

$$u = \int_0^L du = \int_0^L (ds - dx) = \int_0^L \left[\sqrt{1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2} - 1 \right] dx \approx \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx \quad (19)$$

Der Anteil der äußeren virtuellen Arbeit dW_a in dem betrachteten Schnitt der Breite dy wird wie in Abbildung 17 dargestellt von der Resultierenden dQ_x der Streckenlast q_x verrichtet. Dabei bleibt die Last über die Wegkoordinate s konstant, sodass für dW_a folgt:

$$dW_a = \int_0^u dQ_x ds = \int_0^u q_x(y) dy ds = q_x(y) u dy \quad (20)$$

Die über die gesamte Plattenbreite verrichtete äußere virtuelle Arbeit wird mit Berücksichtigung von Gleichung (19) zu:

$$W_a = \int_{y=0}^{y=b} dW_a(y) = \int_0^b q_x(y) u dy = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^L q_x(y) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy \quad (21)$$

vgl. [BEAK11]

Beim Steering handelt es sich um eine einachsige Biegung, aus der eine über y lineare Lastverteilung resultiert, die wie folgt über den Radius R und einen Lastfaktor f beschrieben werden kann:

$$q_{x,Steering}(y) = f \frac{E_1 t}{R} \left(\frac{b}{2} - y \right) \quad (22)$$

Nachdem die beim betrachteten Problem verrichteten äußeren und inneren virtuellen Arbeiten vollständig beschrieben sind, kann nun das elastische Gesamtpotential aufgestellt werden. Während die virtuellen Arbeiten von der Verformung w abhängen, die nicht bekannt ist, existieren für jede theoretisch mögliche Verformung w^* die Potentiale $\Pi_i = -W_i(w^*)$ und $\Pi_a = -W_a(w^*)$. Nach Gleichung (2) existiert dann ein Gesamtpotential mit:

$$\Pi(w^*) = \Pi_i(w^*) + \Pi_a(w^*) = -W_{i,B}(w^*) - W_{i,K}(w^*) - W_a(w^*) \quad (23)$$

Das Prinzip vom Minimum des elastischen Gesamtpotentials sagt nun aus, dass von allen denkbaren Verformungszuständen w^* das System tatsächlich denjenigen Verformungszustand w einnimmt, für den das elastische Gesamtpotential minimal wird [MATH10], also die Bedingung gilt:

$$\frac{d\Pi}{dw} = 0 \quad (24)$$

Verfahren von Ritz

Um mithilfe der in Gleichung (24) genannten Bedingung eine Funktion w^* zu finden, die möglichst genau mit der tatsächlichen Funktion w übereinstimmt, wird in der Mechanik auf Näherungsverfahren wie das Verfahren von Ritz zurückgegriffen. Dieses Verfahren sieht vor, als Schätzfunktion für die Verformung w^* eine Linearkombination aus bekannten Funktionen w_k zu verwenden mit:

$$w^*(x, y) = \sum_{k=1}^n c_k w_k(x, y) \quad (25)$$

[MATH10]

Für das elastische Gesamtpotential kann mit der Schätzfunktion w^* ein Schätzwert Π^* berechnet werden. Die Bedingung des Minimums des elastischen Potentials ergibt sich dann zu:

$$\frac{\partial \Pi^*(w^*)}{\partial c_k} = 0 \quad (26)$$

Die Funktionen w_k können dabei beliebig gewählt werden, es müssen jedoch mindestens die geometrischen Randbedingungen des Problems erfüllt werden. Beispielsweise dürfen durch die Funktionen an eingespannten Rändern keine Verschiebungen und Verdrehungen beschrieben werden. Dort muss eine Schätzfunktion w^* entsprechend die Bedingungen $w^* = 0$ und $w^{*'} = 0$ erfüllen. Die besten Übereinstimmungen mit den tatsächlichen Funktionen liefern jedoch Schätzfunktionen, die zusätzlich ebenfalls die sogenannten dynamischen Randbedingungen erfüllen. Ein Beispiel hierfür ist, dass an einem nicht gelagerten und somit momentenfreien Rand keine Krümmungen in der Biegelinie auftreten und entsprechend die Bedingung $w^{*''} = 0$ gilt [MATH10]. Anders als bei anderen Näherungsverfahren, wie beispielsweise dem Galerkin-Verfahren (siehe auch [MATH10]), ist beim Ritz-Verfahren für die Näherungsfunktionen das Erfüllen der dynamischen Randbedingungen nicht zwingend gefordert. Geeignete Ansatzfunktionen sind also einfacher zu formulieren, was den wesentlichen Vorteil dieses Verfahrens ausmacht.

Im Modell nach Matveev et al. wird in x-Richtung ein Cosinus-Ansatz verwendet, um die im Abschnitt „Modellbildung“ genannten geometrischen Randbedingungen der eingespannten Ränder zu erfüllen. Die Wellenlänge der Cosinus-Funktion und somit der Beule entspricht dabei genau der Länge der Platte L. In y-Richtung kommt ein Polynomansatz zur Anwendung, der mit $w^* = 0$ und $w^{*'} = 0$ die geometrischen Randbedingung des momentenstarr eingespannten Randes bei $y = b$ (siehe Abbildung 16) erfüllt [MATV16]. Die dynamische Randbedingung $w^{*''} = 0$ am freien Rand bei $y = 0$ wird im Ansatz nicht berücksichtigt. Für die gesamte Ansatzfunktion ergibt sich damit:

$$w^*(x, y) = \sum_{k=1}^n c_k \left[1 - \cos \frac{2\pi x}{L} \right] \left[1 - \frac{y}{b} \right]^{k+1} \quad (27)$$

Der Verlauf der Funktion für $k = n = 1$ ist in Abbildung 18 dargestellt.

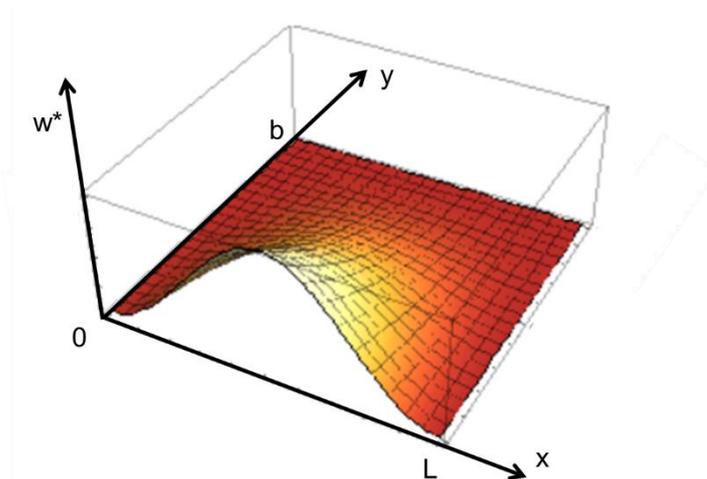


Abbildung 18: Verlauf der Ansatzfunktion für die Plattenverformung

Einsetzen in Gleichung (26) unter Berücksichtigung der Gleichungen (10), (18) und (21) führt nach Berechnung der Differentiale und Integrale zu einem linearen Gleichungssystem, das sich durch folgende Matrixschreibweise darstellen lässt:

$$([\Phi] - f[\Psi])[c] = 0 \quad (28)$$

vgl. [BEAK11]

Hierbei handelt es sich um ein Eigenwertproblem. Der Eigenwert f stellt hierbei den kritischen Lastfaktor dar, während der Eigenvektor $[c]$ die unbekannt Koeffizienten c_k liefert, die wiederum mit Gleichung (27) die beste Näherung w^* an die tatsächliche Verformung w beschreiben.

Analytische Lösung

Um den Rechenaufwand zu verringern, wird in den jüngeren Arbeiten zur Lösung des Stabilitätsproblems lediglich ein eingliedriger Ritz-Ansatz verwendet, also mit $k = n = 1$ in Gleichung (27) [MATV16, BELH18]. Der Vorteil eines eingliedrigen Ansatzes ist, dass sich nur eine einzige Gleichung für den kritischen Lastfaktor f_{krit} einer allgemeinen Last $q_x(y)$ ergibt, die nicht mehr von den Koeffizienten c_k abhängt. Für den betrachteten Ansatz ergibt sie sich durch Differentiation von Gleichung (23), nachdem die Gleichungen (10), (18), (21) und (27) eingesetzt wurden, zu:

$$f_{krit} = \frac{\frac{8 \pi^4 b}{5 L^3} D_{11} + \frac{6 L}{b^3} D_{22} + \frac{8 \pi^2}{3 b L} (4 D_{66} - D_{12}) + \frac{3 b L}{10} K}{\int_0^L \int_0^b q_x(y) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy} \quad (29)$$

Die Lösungen der dabei verwendeten Integrale sind im Anhang A aufgeführt. Mit der Lastverteilung nach Gleichung (22) wird aus Gleichung (29):

$$f_{krit} = \frac{15 R}{2 E_1 t b} \left[\frac{8 \pi^2}{5 L^2} D_{11} + \frac{6 L^2}{\pi^2 b^4} D_{22} + \frac{8}{3 b^2} (4 D_{66} - D_{12}) + \frac{3 L^2}{10 \pi^2} K \right] \quad (30)$$

Durch Einsetzen von $f_{krit} = 1$ kann außerdem der kritische Steering-Radius R_{krit} in Abhängigkeit der geometrischen und materialabhängigen Parameter direkt berechnet werden:

$$R_{krit} = \frac{2 E_1 t b}{15 \left(\frac{8 \pi^2}{5 L^2} D_{11} + \frac{6 L^2}{\pi^2 b^4} D_{22} + \frac{8}{3 b^2} (4 D_{66} - D_{12}) + \frac{3 L^2}{10 \pi^2} K \right)} \quad (31)$$

Hierbei ist die Beulwellenlänge L allerdings noch nicht bekannt. Die beim Einsetzen des Beulens tatsächlich auftretende Beulwellenlänge ist jedoch diejenige, für die der kritische Lastfaktor am kleinsten wird [MATV16]. Für den eingliedrigeren Ritz-Ansatz kann sie also durch Differentiation von Gleichung (29) nach L unter folgender Bedingung berechnet werden:

$$\frac{d}{dL} f_{krit}(L = L_{krit}) = 0 \quad (32)$$

Dabei wird ersichtlich, dass die kritische Beulwellenlänge unabhängig von der Last $q_x(y)$ ist. Sie ergibt sich zu:

$$L_{krit} = 2\pi b \sqrt[4]{\frac{D_{11}}{60 D_{22} + 3 b^4 K}} \quad (33)$$

Übertragbarkeit des Ansatzes

Für die Verwendung zur Vorhersage von Schäden während automatisierter Ablageprozesse bietet der vorgestellte Ansatz eine gute Ausgangslage, da bereits viele zu betrachtende Einflussgrößen in das Modell einfließen und zudem der Rechenaufwand vergleichsweise gering ist. Dies ist besonders im Hinblick auf eine mögliche Implementierung in einen numerischen Prüfalgorithmus wie beispielsweise in Kapitel 7 beschrieben vorteilhaft.

Allerdings besteht für die bestehenden Modelle noch ein großer Erweiterungsbedarf, da bisher nur der Steering-Lastfall untersucht wird. Dieses rein zweidimensionale Problem lässt sich nur auf ebene Ablagegeometrien übertragen, einen Spezialfall, der in der industriellen Praxis eine Ausnahme darstellt. Ein für dreidimensionale Ablagegeometrien anwendbarer Lösungsansatz wird im nachfolgenden Kapitel erarbeitet.

4.1.2 Weiterentwicklung des Ansatzes

Um das Bilden von Falten und Beulen infolge Druckspannungen, die in Ablegerichtung des Fasermaterials auftreten, allgemeingültig vorherzusagen, wird das in Kapitel 4.1.1 vorgestellte Modell, das auf dem Verfahren von Ritz basiert, weiterentwickelt. Hierbei werden die dort eingeführten Bezeichnungen und das Koordinatensystem weiterverwendet. Wie zuvor beschrieben wird in dem existierenden Modell nur der Steering-Lastfall, also eine zweidimensionale Biegung des Bandes um die z-Achse, betrachtet. In der Praxis kommt es jedoch auch daher zu Schäden, dass Spannungen innerhalb des Fasermaterials aufgrund der komplexen dreidimensionalen Ablagegeometrien entstehen. Der wesentliche Schritt, das Modell universell einsetzbar zu machen, besteht also darin, den Spannungszustand zu beschreiben, der infolge der dreidimensionalen Verformung eintritt.

Überführen des dreidimensionalen Verformungszustandes in ein zweidimensionales Modell

Um eine analytische Lösung zu ermöglichen, soll dabei weiterhin der betrachtete Bahnausschnitt vereinfacht als ebene Rechteckplatte modelliert werden, wie in Abbildung 14 in Kapitel 4.1.1 dargestellt ist. Diese Näherung ist akzeptabel, weil analog zum in Kapitel 4.1.1 betrachteten Steering-Radius die Radien der Ablagekrümmungen mehrere Größenordnungen größer sind als die Abmaße des Ausschnitts. Da die Banddicke t zudem deutlich kleiner ist als die Breite b , können die BiegeNormalspannungen, die aufgrund der Biegungen um die x- und um die y-Achse entstehen, vernachlässigt werden. Im Modell treten also entsprechend der in Abbildung 19 angedeuteten Vereinfachung zusammengefasst nur Spannungen in x-Richtung auf, die zudem über die Plattendicke t konstant sind. Diese Spannungen haben einen über die Breite b der Platte veränderlichen Verlauf, der von der dreidimensionalen Geometrie der abgelegten Bahn abhängt.

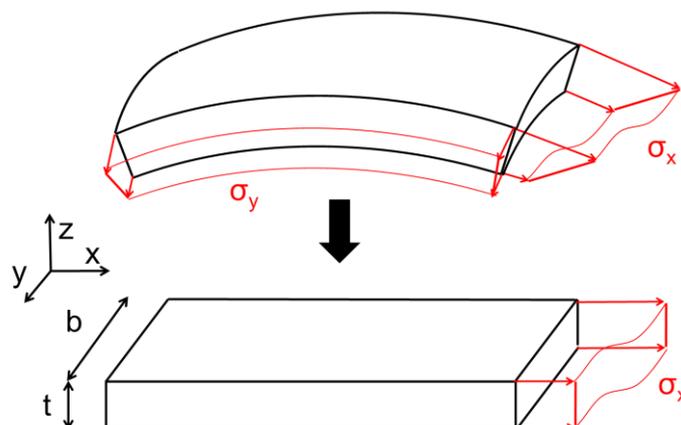


Abbildung 19: Vereinfachung des Spannungszustandes

Der wesentliche Einfluss der Geometrie besteht darin, dass verschiedene Bereiche innerhalb des abgelegten Bandes unterschiedlich gedehnt werden. Anschaulich wird dies durch die in Abbildung 20 gezeigte Darstellung einer bis zu der Wegkoordinate s bereits abgelegten Bahn auf einer dreidimensionalen Oberfläche.

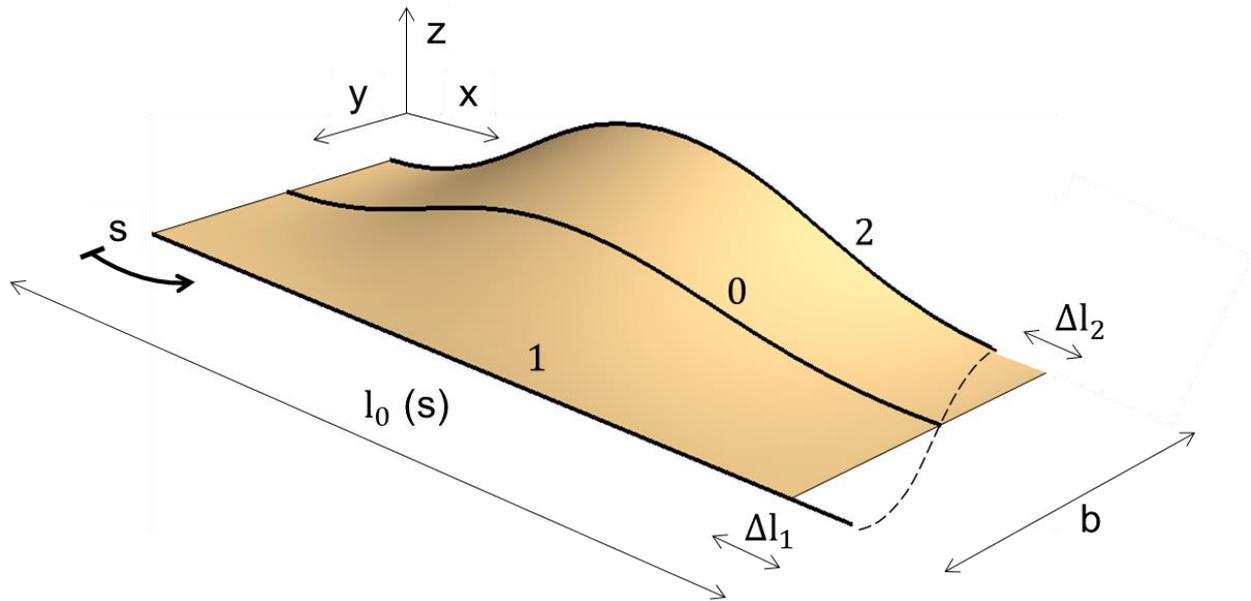


Abbildung 20: Längenunterschiede auf der abgelegten Bahn

Es ist zu erkennen, dass die einzelnen Fasern des unidirektionalen Materials je nach y -Position unterschiedliche Längen aufweisen. Da die Fasern nach erfolgter Ablage aufgrund der gegenseitigen Haftung und der Haftung an der Unterlage als unverschieblich angenommen werden können, führen die Längenunterschiede Δl zu Dehnungen ε gegenüber einer neutralen, ungedehnten Faser der Länge l_0 :

$$\varepsilon(s, y) = \frac{\Delta l(s, y)}{l_0(s)} \quad (34)$$

l_0 entspricht dabei der mittleren Länge aller abgelegten Fasern an der Wegkoordinate s . Für alle kürzeren Fasern (1) resultiert eine negative Dehnung, für alle längeren (2) eine positive. Über das hookesche Gesetz lassen sich nun die aus der Geometrie resultierenden Spannungen σ_{geo} ableiten:

$$\sigma_{geo}(s, y) = E_1 \varepsilon(s, y) = E_1 \frac{\Delta l(s, y)}{l_0(s)} \quad (35)$$

Der Elastizitätsmodul E_1 ist dabei der zusammengesetzte Modul aus Faser- und Kunststoffanteilen.

Ein weiterer Anteil des Spannungszustandes im Material zum betrachteten Prozesspunkt bei s tritt bereits in der Ablageeinheit auf und entspricht der zum Abrollen von der Materialspule notwendigen Spannung sowie Reibungsverlusten in der Materialzuführung. Dieser Spannungsanteil σ_0 ist also ein konstanter anlagenabhängiger Prozessparameter. Die gesamte Spannung σ setzt sich aus beiden Anteilen zusammen:

$$\sigma(s, y) = \sigma_{geo}(s, y) + \sigma_0 = E_1 \frac{\Delta l(s, y)}{l_0(s)} + \sigma_0 \quad (36)$$

Für das in Kapitel 4.1.1 beschriebene Modell wird als Eingangsgröße die Belastung benötigt, die zu der beschriebenen Spannung im Material führt. Um weiterhin eine an den Plattenrändern angreifende Streckenlast q_x verwenden zu können, wird vereinfacht angenommen, dass der Spannungszustand über die Länge L des betrachteten Bahnausschnitts konstant bleibt, also $\sigma(s, y) = \sigma(s + x, y) = \sigma(y)$ im Bereich $0 \leq x \leq L$ gilt. Zwischen der Belastung und dem resultierenden Spannungszustand gilt für den an der Stelle s beginnenden Bahnausschnitt der Länge L somit folgende Beziehung:

$$q_x(y) = \sigma(y) \cdot t = f \left[\frac{E_1 t}{l_0} \Delta l(y) + \sigma_0 t \right] \quad (37)$$

Dabei ist f analog zu Gleichung (22) ein Lastfaktor, während $\Delta l(y)$ eine beliebige Funktion von y sein kann (in Abbildung 20 gestrichelt dargestellt).

Nachfolgend werden in dieser Arbeit zur Beschreibung der Lastfunktion diskrete Längendaten, deren Ermittlung in Kapitel 7 beschrieben wird, verwendet. Diese Daten können beispielsweise durch ein Polynom des Grades m interpoliert werden. Die mittlere Länge l_0 wird durch den Mittelwert der Daten berechnet. Für die Lastfunktion ergibt sich damit folgende Form:

$$q_x(y) = f \left[\frac{E_1 t}{l_0} (C_m y^m + C_{m-1} y^{m-1} + \dots + C_1 y + C_0) + \sigma_0 t \right] \quad (38)$$

Die Koeffizienten C_0 bis C_m hängen dabei von den Längendaten ab. Es kann gezeigt werden, dass in dieser allgemeinen Form die zuvor verwendete spezielle Lastfunktion für den Steering-Lastfall aus Gleichung (22) enthalten ist. Wenn R der Steering-Radius und θ der Mittelpunktswinkel des betrachteten Kreisbogens ist, gilt für die Länge der neutralen Faser beim Steering $l_0 = R\theta$. Für die Koeffizienten in Gleichung (38) gilt dann $C_m = C_{m-1} = \dots = C_2 = 0$ sowie $C_1 = \theta$ und $C_0 = -\frac{\theta b}{2}$. Es wird ersichtlich, dass sich für diesen Fall θ rauskürzt und die Lastverteilung wie in Gleichung (22) impliziert nur von der Materialsteifigkeit und dem Steering-Radius beeinflusst wird. Im Gegensatz zu Gleichung (22) kann mit Gleichung (38) beim Steering-Lastfall zusätzlich ein konstanter Spannungsanteil σ_0 berücksichtigt werden.

Anpassung der Ansatzfunktionen

In der Ansatzfunktion, die in Gleichung (27) in Kapitel 4.1.1 formuliert wird, werden die Randbedingungen eines freien Randes bei $y = 0$ und eines eingespannten Randes bei $y = b$ berücksichtigt. Diese Randbedingungen sind nur für einige spezielle Lastfälle wie zum Beispiel dem Steering-Lastfall zutreffend. Für allgemeine Lasten, die beliebige Funktionen von y sein können, ist das Formulieren einer allgemeingültigen Ansatzfunktion erforderlich, die auf alle im Modell theoretisch möglichen Randbedingungen angepasst werden kann. Die Plattenränder bei $x = 0$ und $x = L$ können weiterhin als momentenstarr angenommen werden (siehe Abbildung 14 in Kapitel 4.1.1), sodass dort die Randbedingungen $w^* = 0$, $w^{*'} = 0$ gelten. In x -Richtung kann daher der in Gleichung (27) eingeführte Cosinus-Ansatz weiterverwendet werden:

$$w^*(x) = \sum_{k=1}^n c_k \left(1 - \cos \frac{2 \pi x}{L} \right) \quad (39)$$

Für die Plattenränder bei $y = 0$ und $y = b$ hingegen können nach einer Abschätzung die drei nachfolgend beschriebenen wesentlichen Fälle mit verschiedenen Randbedingungen in Abhängigkeit der Verläufe möglicher Lastfunktionen identifiziert werden:

1. Die angreifende Streckenlast ist bei $y = 0$ negativ (entspricht Beanspruchung auf Druck) und, falls bei $y = b$ ebenfalls negativ, bei $y = 0$ betragsmäßig größer (kritischer Druckbereich):

Lagerung der Plattenränder: $y = 0$: frei, $y = b$: eingespannt

geometrische Randbedingungen: $w^*(y = b) = 0$, $w^{*'}(y = b) = 0$

dynamische Randbedingung: $w^{*''}(y = 0) = 0$

2. Die angreifende Streckenlast ist bei $y = b$ negativ und, falls bei $y = 0$ ebenfalls negativ, bei $y = b$ betragsmäßig größer:

Lagerung der Plattenränder: $y = 0$: eingespannt, $y = b$: frei

geometrische Randbedingungen: $w^*(y = 0) = 0$, $w^{*'}(y = 0) = 0$

dynamische Randbedingung: $w^{*''}(y = b) = 0$

3. Die angreifende Streckenlast ist bei $y = 0$ und $y = b$ positiv und dazwischen bereichsweise negativ:

Lagerung der Plattenränder: $y = 0$: eingespannt, $y = b$: eingespannt

geometrische Randbedingungen: $w^*(y = 0) = w^*(y = b) = 0$,

$$w^{*'}(y = 0) = w^{*'}(y = b) = 0$$

Um alle drei Fälle mit derselben Ansatzfunktion für die y -Richtung darstellen zu können, muss diese parametrisch veränderbar sein. Aus diesem Grund wird folgende Cosinus-Funktion definiert, deren Periode und Phasenverschiebung durch die Parameter χ und ψ beschrieben werden:

$$w_k^*(y) = \sum_{k=1}^n c_k \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi k \chi y}{b} + k\psi\right) \right] \quad (40)$$

Durch eine entsprechende Variation von χ und ψ lassen sich mit dieser Funktion beliebige Verläufe einer harmonischen Schwingung zwischen $y = 0$ und $y = b$ darstellen, wodurch unter anderem alle genannten Randbedingungen erfüllt werden können.

In der Praxis eignen sich die Positionen von Extremstellen und Wendepunkten einer Funktion zur Beschreibung ihres Verlaufs. Daher wird nachfolgend dargestellt, wie die Parameter χ und ψ aus den bekannten Positionen eines Maximums y_{Max} und eines Wendepunktes y_{Wende} berechnet werden können:

$$\chi = \frac{1}{4 \left(\frac{y_{Max}}{b} - \frac{y_{Wende}}{b} \right)} \quad (41)$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{\frac{y_{Wende}}{b}}{\left(\frac{y_{Max}}{b} - \frac{y_{Wende}}{b} \right)} \right] \quad (42)$$

Insgesamt ergibt sich für die gesamte Platte folgende Ansatzfunktion für die Verformung:

$$w_k^*(x, y) = \sum_{k=1}^n c_k \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \right] \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi k \chi y}{b} + k\psi\right) \right] \quad (43)$$

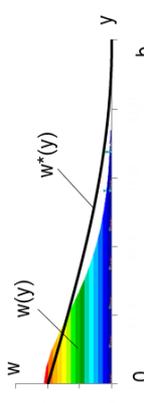
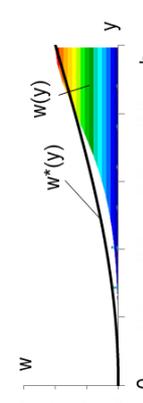
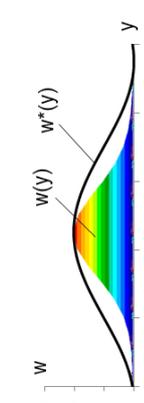
Um die drei definierten Fälle für Randbedingungen validieren zu können, wird darüber hinaus eine Finite Elemente Analyse (FEA) für die beschriebenen Lastverläufe durchgeführt. Die Analyse erfolgt dabei jedoch nur qualitativ, da die elastische Bettung hier aus zeitlichen Gründen vernachlässigt wird. Da zudem noch keine eigenen Materialkennwerte ermittelt wurden, werden die in nachfolgender Tabelle 4 aufgeführten Parameter für ein duroplastisches Prepregmaterial aus der Literatur übernommen [BELH18]:

Tabelle 4: Parameter der FEA

| Materialparameter | Formelzeichen | Betrag | Einheit |
|---|-----------------------------|--------|---------|
| Länge | L | 13.11 | mm |
| Breite | b | 6.35 | mm |
| Dicke | t | 0.2 | mm |
| Elastizitätsmodul in Ablagerichtung | E_1 | 31000 | MPa |
| Elastizitätsmodul quer zur Ablagerichtung | E_2 | 0.046 | MPa |
| Schubmodul | G_{12} | 3.025 | MPa |
| Querkontraktionszahl (Last in Ablagerichtung) | ν_{12} | 0.2 | - |
| Modellparameter | | | |
| Elementtyp | QUAD4 | | |
| Elementverteilung | 20 Elemente pro Kantenlänge | | |

In Tabelle 5 werden für die drei zuvor beschriebenen Fälle verschiedener Randbedingungen die Verläufe der in Gleichung (4) genannten Ansatzfunktion $w^*(y)$ (als Kurve dargestellt) den entsprechenden qualitativen Ergebnissen der FEA (als Fläche dargestellt) gegenübergestellt. Auch sind qualitative Beispiele für den Verlauf einer Lastfunktion, die dem jeweiligen Fall entspricht, dargestellt. Darüber hinaus werden die sich aus den zugeordneten Randbedingungen ergebenden Parameter $\frac{y_{Max}}{b}$ und $\frac{y_{Wende}}{b}$ sowie χ und ψ aufgeführt. Zuletzt wird der neu entwickelte Cosinus-Ansatz mit dem bestehenden Polynomansatz hinsichtlich der Darstellbarkeit der jeweiligen geometrischen Randbedingungen verglichen.

Tabelle 5: Die drei wesentlichen Fälle für Randbedingungen

| Fall | Verlauf Lastfunktion (qualitativ) | Verlauf Verformungsfunktion | $\frac{y_{Max}}{b}$ | $\frac{y_{Wende}}{b}$ | χ | ψ | Erfüllbarkeit geometrischer Randbedingungen | |
|------|--|--|---------------------|-----------------------|----------------|-----------------|---|--------------------------------------|
| | | | | | | | Polynom-Ansatz | Cosinus-Ansatz |
| 1 |  |  | -1 | 0 | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | ✓ | ✓ + dynamische Randbedingungen |
| 2 |  |  | 2 | 1 | $\frac{1}{4}$ | 0 | (✓) | ✓ + dynamische Randbedingungen |
| 3 |  |  | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 | 0 | ✗ | ✓ |

Im Vergleich zum bisherigen in Gleichung (27) beschriebenen Ansatz mit einer Polynomfunktion in y -Richtung ist der weiterentwickelte Ansatz in Gleichung (41) mit einer Cosinus-Funktion in y -Richtung deutlich flexibler. Es können die geometrischen Randbedingungen der drei als wesentlich identifizierten Fälle (wie zum Beispiel für den in Abbildung 21 qualitativ dargestellten Fall 3 sowie die dynamischen Randbedingungen von zwei der drei Fälle erfüllt werden. Mit dem Polynomansatz aus Gleichung (27) werden nur die geometrischen Randbedingungen aus Fall 1 erfüllt. Da Fall 2 nach einer Spiegelung der y -Koordinaten Fall 1 entspricht, sind auch für diesen die geometrischen Randbedingungen darstellbar. Der Cosinus-Ansatz erfordert im Vergleich zu einer solchen Koordinatenspiegelung lediglich ein Anpassen der Parameter χ und ψ .

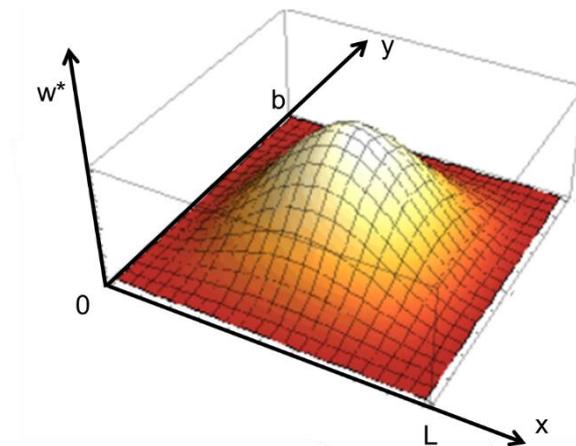


Abbildung 21: Verlauf der weiterentwickelten Ansatzfunktion für Fall 3

Wird jeweils die eingliedrige Form beider Ansätze für Fall 1 verwendet, ist der Funktionsverlauf wie in Abbildung 22 erkennbar sehr ähnlich. Für Lastfunktionen, die Fall 1 gut erfüllen, betragen zudem die Abweichungen der mit beiden Ansätzen jeweils ermittelten Ergebnisse für den kritischen Lastfaktor weniger als ein Prozent.

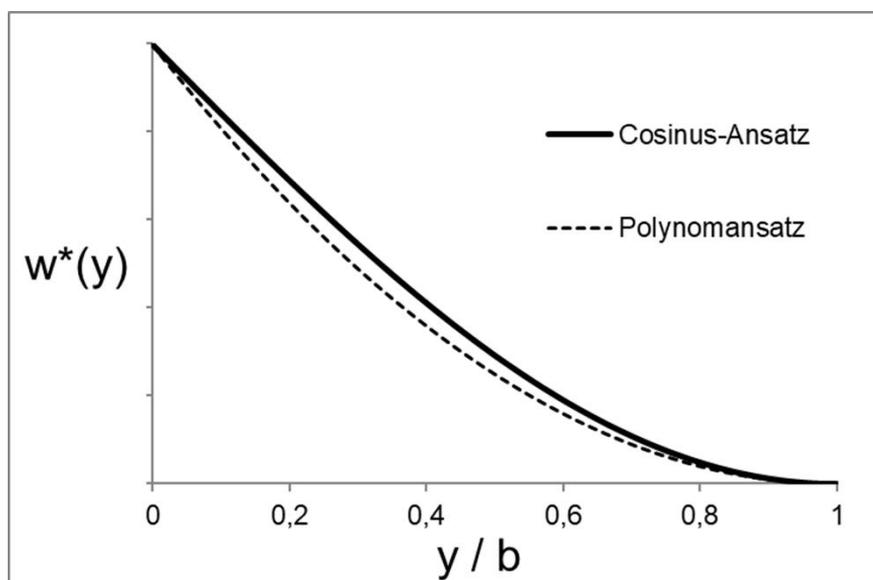


Abbildung 22: Vergleich der beiden Ansatzfunktionen für Fall 1

Wenn der kritische Druckbereich der Lastfunktion deutlich kleiner als die halbe Plattenbreite $\frac{b}{2}$ wird, weicht die eingliedrige Form beider Ansätze wie in Abbildung 23 dargestellt deutlich von dem durch die FEA ermittelten Verlauf ab. Die im Diagramm oberhalb der y-Achse dargestellten positiven Lasten wirken in diesem Fall der durch den eingliedrigen Ansatz angenommenen Verformung entgegen, sodass ein hoher Lastfaktor erforderlich wird, um dennoch mit dem Lastverlauf diese Verformung darstellen zu können. Im Extremfall strebt der mit dem Modell ermittelte kritische Lastfaktor unabhängig von den verwendeten Materialparametern gegen unendlich, während mit der FEA ein Stabilitätsverlust bei einem deutlich geringeren Lastfaktor vorhergesagt wird. Dieses Problem lässt sich durch die Verwendung höhergliedriger Ritz-Ansätze deutlich verringern. Wie in Abbildung 23 zu erkennen ist, kommt der Verlauf der viergliedrigen Ansatzfunktion dem Ergebnis der FEA deutlich näher. Alternativ kann das Problem gelöst werden, indem angenommen wird, dass der Randbereich des abgelegten Faserhalbzeugs, der dem kritischen negativen Lastbereich gegenüber liegt, keinen Einfluss auf die Entstehung der Beule hat. Wie die späteren in Kapitel 6 beschriebenen Validierungsversuche zeigen, ist auch in der Realität vor allem bei breiten Halbzeugen, wie beispielsweise Tape, die Breite entstehender Beulen oder Falten deutlich geringer als die Halbzeugbreite, während die übrigen Bereiche weiterhin durch den Tack am Untergrund anliegen. Konkret bedeutet dieser Ansatz, dass die betrachtete Plattenbreite b gegenüber der eigentlichen Breite des abgelegten Faserbandes reduziert wird, die modellierte Einspannung entsprechend verschoben und die im nicht berücksichtigten Bereich wirkenden Lasten vernachlässigt werden. Eine Analyse zeigt, dass die innere Arbeit infolge Biegeverformung und somit der kritische Lastfaktor am kleinsten wird, wenn als Plattenbreite die doppelte Breite des kritischen Druckbereichs angenommen wird. Die Verwendung dieser Breite führt also in jedem Fall zu einer konservativen Lösung, auch wenn die tatsächliche Breite der entstehenden Beule unbekannt ist. Wie Abbildung 23 zeigt, liegt der Verlauf einer eingliedrigen Ansatzfunktion für die reduzierte Plattenbreite deutlich näher an der mit der FEA ermittelten Verformung.

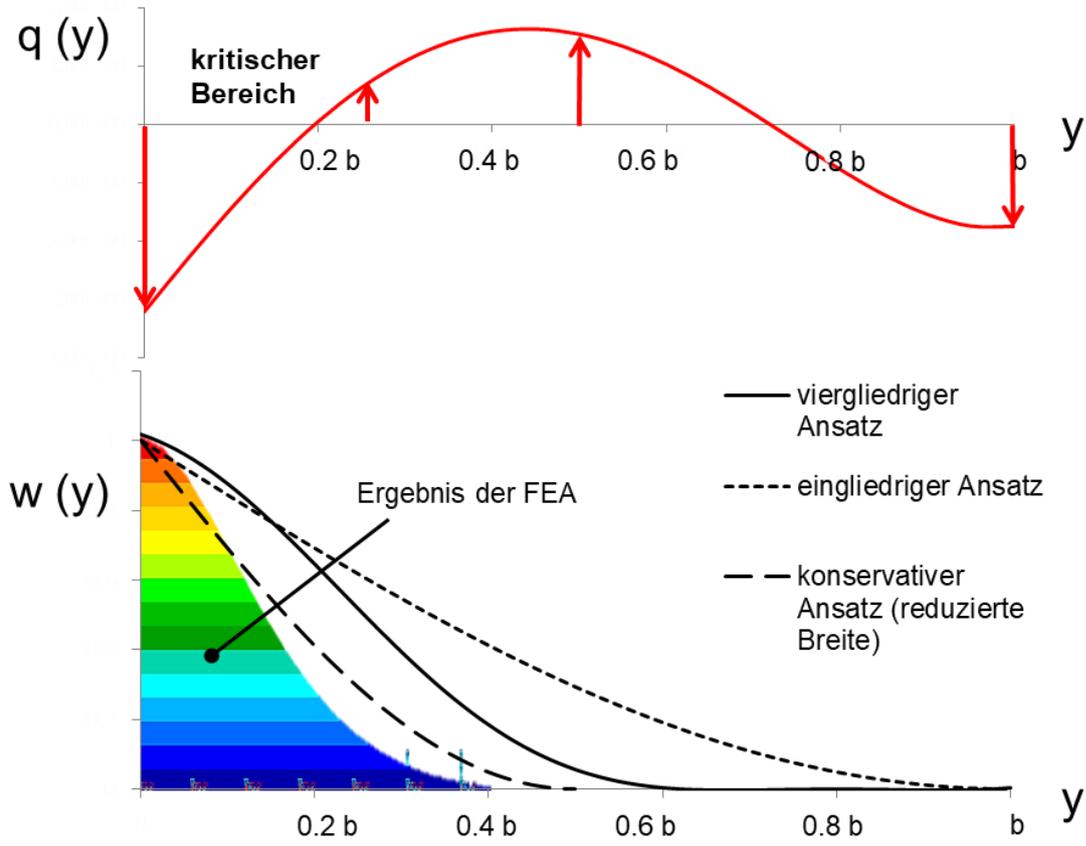


Abbildung 23: Last- und Verformungsverlauf für kleine kritische Druckbereiche

Analytische Gesamtlösung

Die analytische Gesamtlösung erfolgt wie in Kapitel 4.1.1 beschrieben durch die in Gleichung (26) aufgestellte Bedingung des Minimums des elastischen Gesamtpotentials. Die Anteile des Potentials sind weiterhin durch die Gleichungen (23), (10), (18) und (21) definiert. Für die angreifende Last q_x wird im Gegensatz zum in Kapitel 4.1.1 vorgestellten Ansatz nun Gleichung (37) eingesetzt und für die Ansatzfunktion w^* Gleichung (41). Nachfolgend sind die Gleichungen noch einmal zusammengefasst aufgeführt:

$$\frac{\partial \Pi^*(w^*)}{\partial c_k} = 0 = \frac{\partial}{\partial c_k} \{ -W_{i,B}(w^*) - W_{i,K}(w^*) - W_a(w^*) \} \quad (44)$$

mit

$$W_{i,B} = -\frac{1}{2} \int_0^b \int_0^L D_{11} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2 D_{12} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + 4 D_{66} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x \partial y} \right)^2 dx dy \quad (45)$$

$$W_{i,K} = -\frac{1}{2} \int_0^b \int_0^L K w^{*2} dx dy \quad (46)$$

$$W_a = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^L q_x(y) \left(\frac{\partial w^*}{\partial x} \right)^2 dx dy = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^L f \left[\frac{E_1 t}{l_0} \Delta l(y) + \sigma_0 t \right] \left(\frac{\partial w^*}{\partial x} \right)^2 dx dy \quad (47)$$

$$w_k^*(x, y) = \sum_{k=1}^n c_k \left[1 - \cos \left(\frac{2 \pi x}{L} \right) \right] \left[1 - \cos \left(\frac{2 \pi k \chi y}{b} + k \psi \right) \right] \quad (48)$$

Wie zuvor beschrieben, kann dieses Gleichungssystem im Allgemeinen auf ein Eigenwertproblem zurückgeführt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird wie bereits in Kapitel 4.1.1 ein eingliedriger Ritz-Ansatz, also mit $k = n = 1$, verwendet. Aufgelöst nach dem kritischen Lastfaktor führt dies analog zu Gleichung (29) zu:

$$f_{krit} = \frac{\int_0^b \int_0^L D_{11} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2 D_{12} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + 4 D_{66} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x \partial y} \right)^2 + K w^{*2} dx dy}{\int_0^b \int_0^L \left[\frac{E_{11} t}{l_0} \Delta l(y) + \sigma_0 t \right] \left(\frac{\partial w^*}{\partial x} \right)^2 dx dy} \quad (49)$$

Der kritische Lastfaktor f_{krit} entspricht gleichzeitig der Sicherheit gegen Stabilitätsverlust, sodass die Bedingung $f_{krit} \geq 1$ als Stabilitätskriterium betrachtet werden kann.

Die Integrale der verschiedenen Differentiale von w^* sind im Anhang A aufgeführt und dort abgekürzt mit X_j bezeichnet. Sie können jeweils als Produkt eines Terms $X_{L,j}$ sowie einer Potenz der Länge L ausgedrückt werden. Der nachfolgend gezeigte Ausdruck ist beispielsweise ein Produkt des Terms $X_{L,4}$ und L^{-3} :

$$X_4 = \int_0^b \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \right)^2 dx dy = X_{L,4} \cdot L^{-3} \quad (50)$$

Dabei kann gezeigt werden, dass die Ausdrücke $X_{L,j}$ den zugehörigen Integralen X_j entsprechen, wenn eine Platte mit der Einheitslänge $L = 1$ angenommen wird. Durch Substitution von L durch 1 können also die von der tatsächlichen Länge L unabhängigen Terme $X_{L,j}$ berechnet werden. Für das genannte Beispiel führt dies zu:

$$X_{L,4} = X_4(L = 1) = \int_0^b \int_0^{L=1} \left(\frac{\partial^2 w_L}{\partial x^2} \right)^2 dx dy \quad (51)$$

mit

$$w_L = w^*(L = 1) = [1 - \cos(2\pi x)] \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi \chi y}{b} + \psi\right) \right] \quad (52)$$

Bei Anwendung auf alle Integrale X_j aus Gleichung (49) lässt sich diese auf folgende Funktion von L zurückführen:

$$f_{krit}(L) = \frac{X_{L,4} D_{11} L^{-2} + (X_{L,5} D_{22} + X_{L,1} K) L^2 + X_{L,7} D_{12} + X_{L,6} D_{66}}{\int_0^b \int_0^1 \left[\frac{E_{11} t}{l_0} \Delta l(y) + \sigma_0 t \right] \left(\frac{\partial w_L}{\partial x} \right)^2 dx dy} \quad (53)$$

Ebenso wie die Ausdrücke $X_{L,j}$ ist der Nennerterm hierbei von L unabhängig. Durch Anwendung der in Gleichung (32) aufgestellten Bedingung für den minimalen kritischen Lastfaktor kann analog zum Vorgehen in Kapitel 4.1.1 die kritische Wellenlänge L_{krit} bestimmt werden:

$$L_{krit} = \sqrt[4]{\frac{X_{L,4} D_{11}}{X_{L,5} D_{22} + X_{L,1} K}} = \sqrt[4]{\frac{\int_0^b \int_0^1 D_{11} \left(\frac{\partial^2 w_L}{\partial x^2} \right)^2 dx dy}{\int_0^b \int_0^1 D_{22} \left(\frac{\partial^2 w_L}{\partial y^2} \right)^2 + K w_L^2 dx dy}} \quad (54)$$

Das Einsetzen der so berechneten Beulwellenlänge L_{krit} für L in die Gleichungen (45) bis (49) vervollständigt das Modell.

4.1.3 Bewertung des Modells

Im vorangegangenen Abschnitt wurde das bestehende Modell zum Stabilitätsverlust infolge Längsdruckspannungen erweitert. Die wesentliche Modifikation besteht darin, dass im erweiterten Modell beliebige Verläufe für die in Ablegerichtung wirkende Last verwendet werden können. Dadurch können nicht nur der bisher abbildbare Steering-Verformungszustand, sondern alle Zustände, die sich aus in der Praxis denkbaren dreidimensionalen Ablagegeometrien ergeben können, berücksichtigt werden. Des Weiteren wurde eine neue Ansatzfunktion definiert. Während die ursprüngliche Funktion auf einen konkreten Fall geometrischer Randbedingungen ausgelegt wurde, ist die neue Funktion parametrisch anpassbar, wodurch alle theoretisch möglichen geometrischen Randbedingungen und darüber hinaus in einigen Fällen auch die dynamischen Randbedingungen abgebildet werden können.

Das erweiterte Modell ermöglicht dabei weiterhin eine analytische Lösung, sodass eine Abschätzung des kritischen Lastfaktors im Vergleich zu einer numerischen Lösung, beispielsweise mit einer FEA, mit sehr geringem Rechenaufwand möglich ist. Darüber hinaus werden wie auch beim ursprünglichen Modell alle wichtigen Einflussfaktoren in einer einzigen Gleichung berücksichtigt, sodass direkt auf diese zugegriffen und analytisch nach diesen optimiert werden kann. Im Geltungsbereich des ursprünglichen Modells, also für den Steering-Lastfall, liefern beide Modelle mit einem eingliedrigen Ansatz annähernd die gleichen Ergebnisse, sodass gezeigt werden kann, dass sich die Modifikationen nicht nachteilig auf das Modell auswirken. Da im erweiterten Modell weiterhin die Annahmen und Vereinfachungen des ursprünglichen Ansatzes gelten, weisen beide Modelle jedoch gemeinsame Grenzen auf, die im Folgenden diskutiert werden.

Eine Vereinfachung ist die Modellierung des instabil werdenden Bereichs des Faserbandes als rechteckige Platte. Diese geht mit der Vereinfachung des Spannungszustandes einher, dass nur Zug- und Druckspannungen in Faserrichtung betrachtet werden und diese zudem über die Plattendicke t konstant sind (siehe Abbildung 19 in Kapitel 4.1.2). Beide Vereinfachungen beruhen auf der Annahme, dass die Radien der Biegungen der abgelegten Bahn um die Längs- und Querachse (x und y) im Vergleich zur Bahndicke t sehr groß sind. Mit kleiner werdenden Radien ist daher zu erwarten, dass die Genauigkeit des Modells abnimmt.

Zudem werden entsprechend der Kirchhoff-Love-Hypothese Schubverformungen infolge Biegung vernachlässigt. Dass die Materialdicke im Vergleich zu den Kantenlängen des betrachteten Bahnausschnitts sehr klein ist, würde normalerweise diese Vereinfachung rechtfertigen. Da aber für viele bei automatisierten Ablegeprozessen verwendete Materialien, wie beispielsweise unausgehärtete duroplastische Prepregs, der Schubmodul viele

Größenordnungen kleiner als der Elastizitätsmodul in Faserrichtung ist, kann nicht ausgeschlossen werden, dass das Material dennoch auf Schub deutlich nachgiebiger ist als auf Biegung. In diesem Fall ist die Plattentheorie nach Mindlin und Reissner zutreffender, in der auch Schubverformung berücksichtigt wird. Mit dieser Theorie sind analytische Modelle wie das in dieser Arbeit beschriebene in den meisten Fällen nicht möglich, sodass die Lösung numerisch erfolgen muss [ALTE16]. Wie groß die Abweichung durch die Vereinfachung nach Kirchhoff und Love im Vergleich zu einer mit der Theorie nach Mindlin und Reissner ermittelten Lösung ist, sollte in zukünftigen Arbeiten genauer untersucht werden (siehe Ausblick in Kapitel 9).

Eine weitere große Vereinfachung wird durch das Bilden eines homogenen Ersatzwerkstoffs durch Mischungsregeln vorgenommen. Dieses Vorgehen wird normalerweise für fertige faserverstärkte Kunststoffbauteile, bei denen der Kunststoff in fester kontinuierlicher Form vorliegt, angewendet. Inwieweit diese Vereinfachung auch für Faserhalbzeuge anwendbar ist, ist ebenfalls in zukünftigen Arbeiten zu untersuchen. Im Gegensatz zu fertigen faserverstärkten Kunststoffbauteilen ist während der untersuchten Ablegeprozesse der Kunststoff deutlich nachgiebiger und zudem häufig nicht gleichmäßig im Halbzeug verteilt. Zum einen können so die mechanischen Eigenschaften des Halbzeugs lokal stark variieren. Zum anderen ist es je nach Material möglich, dass die Stützwirkung des Kunststoffs auf die Faser teilweise so gering ist, dass infolge Druckspannungen nicht das gesamte Faserband in Form einer Beule oder Knitter versagt, sondern einzelne Fasern knicken oder es zum Auffächern des Bandes kommt.

Zudem erfolgt die mechanische Betrachtung des abgelegten Fasermaterials statisch, während das Materialverhalten als linearelastisch angenommen wird. Da sich aber insbesondere unausgehärtete duroplastische Matrixwerkstoffe tatsächlich viskoelastisch verhalten [CROS09], hat auch die Verformungsgeschwindigkeit während des Ablegevorgangs einen Einfluss, der in den beschriebenen Modellen ebenfalls nicht berücksichtigt wird.

4.2 Kontaktverlust

Nachfolgend wird der zweite wichtige in Kapitel 3.1 identifizierte Versagensmechanismus, der Kontaktverlust, untersucht. Grundsätzlich kommt es zum Haftkontaktverlust zwischen abgelegtem Material und der Unterlage, also entweder dem formgebenden Werkzeug oder einer zuvor abgelegten Laminatlage, wenn die im Kontakt wirkenden Lasten die Festigkeit des Tacks überschreiten.

Der Kontakt zwischen gekrümmt abgelegtem Faserband und Unterlage kann ähnlich beschrieben werden wie der Kontakt zwischen einem Seil und einer Rolle (siehe [POPO09]). Im Gegensatz zum Seil, das linienförmig modelliert wird, besitzt das Faserband eine Fläche wie in Abbildung 24 dargestellt. Während der Seilkontakt im Freischnitt durch die tangential im Seil wirkende Seilkraft und die radial wirkende linienförmige Kontaktlast beschrieben wird, ist die tangential im Band wirkende Last eine Streckenlast q_t und die in radialer Richtung wirkende Kontaktlast hier eine Flächenlast p_r . Die Streckenlast q_t entspricht dabei der im Kapitel 4.1.2 mit q_x (Gleichung (37)) bezeichneten Lastfunktion.

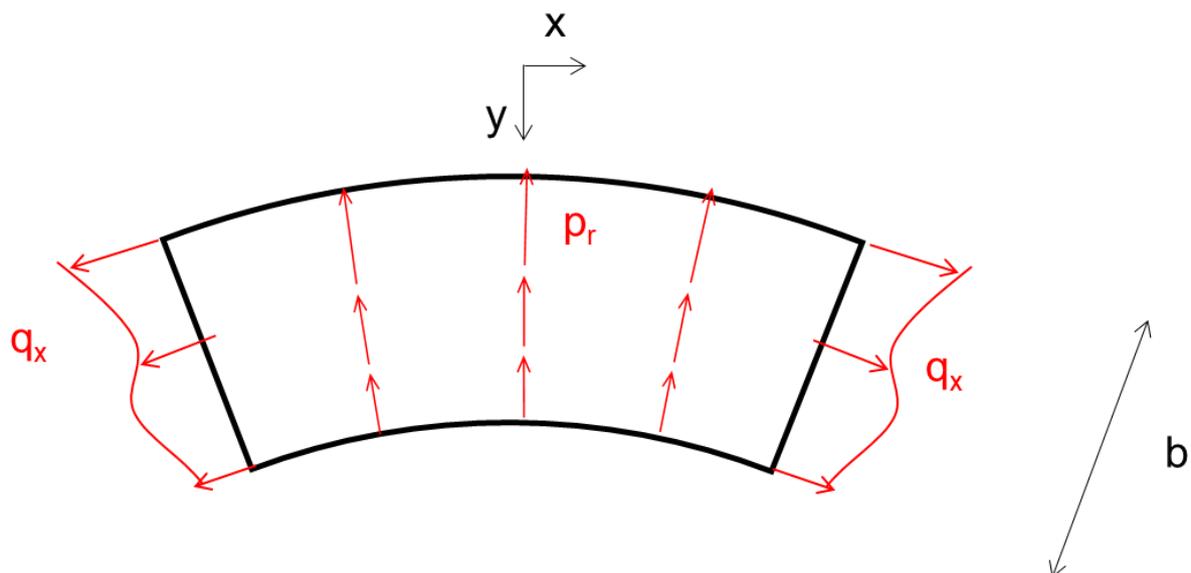


Abbildung 24: Lasten am gekrümmt abgelegten Faserband

Um die Kontaktlast p_r zu beschreiben, wird der in Abbildung 25 abgebildete infinitesimale Ausschnitt des Bandes betrachtet.

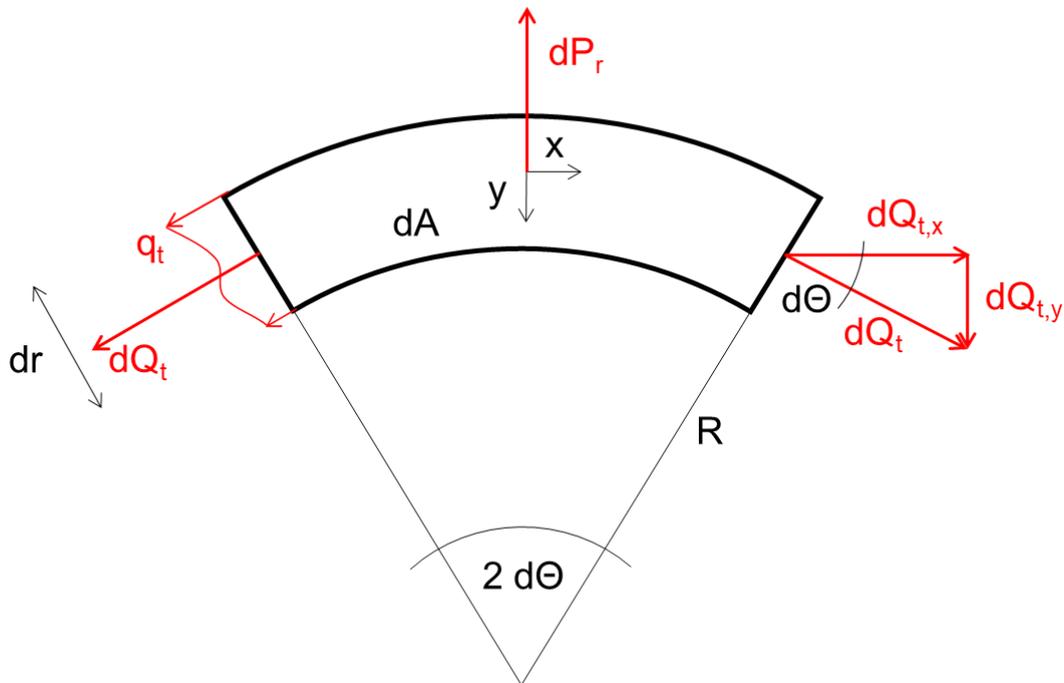


Abbildung 25: Kräfte am infinitesimalen Bandausschnitt

Dieser Ausschnitt hat die Form eines Kreisringsegmentes der Fläche dA , dessen mittlerer Radius der lokale Krümmungsradius R der Ablagegeometrie ist. Das Segment wird außerdem durch die Breite dr und den Mittelpunktswinkel $2d\theta$ beschrieben. Seine Fläche lässt sich somit wie folgt beschreiben:

$$dA = 2 R dr d\theta \quad (55)$$

Von den am infinitesimalen Ausschnitt angreifenden Lasten können nun die Resultierenden bestimmt werden:

$$dP_r = p_r dA \quad (56)$$

$$dQ_t = q_t dr \quad (57)$$

Um ein Kräftegleichgewicht aufstellen zu können, wird die Kraft dQ_t in die kartesischen Koordinaten x und y zerlegt. Dabei kann die Näherung für kleine Winkel angewendet werden, sodass für die y -Komponente wie in Abbildung 25 zu erkennen gilt:

$$dQ_{t,y} = dQ_t \sin d\theta \approx dQ_t d\theta \quad (58)$$

Das Kräftegleichgewicht in y-Richtung führt nun zu:

$$dP_r = p_r dA = 2 dQ_{t,y} \quad (59)$$

Auflösen nach p_r und Einsetzen der Gleichungen (55), (57) und (58) ergibt für die Kontaktlast:

$$p_r = \frac{dP_r}{dA} = \frac{2 q_t d\theta dr}{2 R d\theta dr} = \frac{q_t}{R} = \frac{q_x}{R} \quad (60)$$

Für den Anwendungsfall soll zwischen lateralem und vertikalem Kontaktverlust des Faserbandes unterschieden werden. Auch die Festigkeit des Tacks lässt sich gut für beide Richtungen getrennt beschreiben, nämlich in Form der Scherfestigkeit lateral und in Form der Schälfestigkeit vertikal. Es ist also eine getrennte Betrachtung in den kartesischen Koordinaten y und z des in Kapitel 4.1.1 beschriebenen Koordinatensystems erforderlich. Hierfür muss der in Gleichung (60) beschriebene Ausdruck wie folgt in seine y - und z -Koordinaten zerlegt werden, wie in Abbildung 26 veranschaulicht wird. Es ergeben sich folgende Komponenten der Kontaktlast:

$$p_y = p_r \cos \beta \quad (61)$$

$$p_z = p_r \sin \beta \quad (62)$$

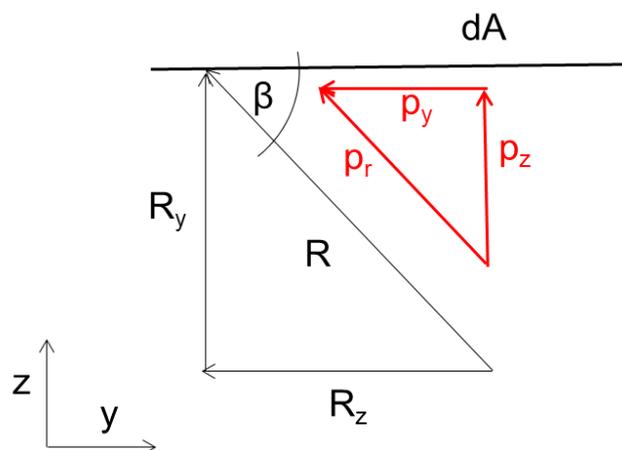


Abbildung 26: Zerlegung der Kontaktlast in y - und z -Richtung

Der Winkel β definiert dabei die Richtung des absoluten Krümmungsradius R der im Raum liegenden Kurve bezogen auf die betrachtete Fläche dA . Alternativ können die entsprechenden Komponenten des Krümmungsradius R_y und R_z verwendet werden. Dabei wirkt entsprechend der Darstellung in Abbildung 26 die Lastkomponente p_y in Richtung des Krümmungsradius um die z -Achse R_z und die Lastkomponente p_z in Richtung des Krümmungsradius um die y -Achse R_y . In den Gleichungen (63) und (64) sind beide Darstellungsmöglichkeiten berücksichtigt.

Der laterale Kontaktverlust setzt ein, wenn infolge der in Gleichung (37) in Kapitel 4.1.2 beschriebenen Belastung q_x der Betrag der Flächenlastkomponente p_y die Scherfestigkeit des Tacks S_y lokal überschreitet. Da nur bei konkaven Krümmungen das Material aus der Unterlage gezogen wird, während es bei konvexen Krümmungen in diese hineingedrückt wird, kann es nur im erstgenannten Fall zu vertikalem Kontaktverlust kommen. Dieser setzt ein, sobald p_z die Schälffestigkeit des Tacks S_z lokal überschreitet. Es ergeben sich folgende Kriterien zur Vermeidung von Kontaktverlust:

lateral:

$$|p_y(s, y)| = \left| \frac{q_x(s, y) \cos \beta(s, y)}{R(s, y)} \right| = \left| \frac{q_x(s, y)}{R_z(s, y)} \right| \leq S_y \quad (63)$$

vertikal:

$$|p_z(s, y)| = \left| \frac{q_x(s, y) \sin \beta(s, y)}{R(s, y)} \right| = \left| \frac{q_x(s, y)}{R_y(s, y)} \right| \leq S_z \quad \text{für konkave Krümmung} \quad (64)$$

für konvexe Krümmung immer erfüllt

Mithilfe des beschriebenen Ansatzes kann für bekannte Festigkeiten des Tacks und bekannte Krümmungsradien der Ablagegeometrie sehr schnell abgeschätzt werden, ob lokal Kontaktverlust auftritt oder nicht. Nicht betrachtet wird hierbei die Frage, ob sich bei lokal einsetzendem Kontaktverlust infolge einer Kettenreaktion die gesamte abgelegte Bahn ablöst oder ob in bestimmten Fällen die umliegenden Bereiche, in denen noch kein Kontaktverlust auftritt, stabilisierend wirken und somit kein sichtbarer Schaden auftritt. Zudem werden Scher- und Schälffestigkeiten des Tacks als Materialparameter getrennt betrachtet und ermittelt. Mögliche Effekte bei einer kombinierten Belastung werden ebenso nicht betrachtet.

4.3 Stabilitätsverlust infolge Längszugspannungen

Neben dem Kontaktverlust und dem Stabilitätsverlust infolge Druckspannungen wurde in Kapitel 3.1 der Stabilitätsverlust infolge Längszugspannungen als wesentlicher Entstehungsmechanismus für Schäden bei der Faserablage identifiziert. Obwohl die Zugspannungen in Faserrichtung direkt keinen Stabilitätsverlust auslösen können, bestehen zwei Möglichkeiten, dass gleichzeitig quer zur Faserrichtung Druckspannungen auftreten und diese zu Stabilitätsverlust führen können.

Eine dieser Möglichkeiten resultiert aus der Behinderung von Querkontraktion bei einer wie in Abbildung 27 dargestellten auf Zug belasteten, einseitig eingespannten Platte. Die Randbedingung der Einspannung, die bei der automatisierten Faserablage beispielsweise durch das Festhalten des Bandes durch die Kompaktierungsrolle erfüllt ist, verhindert in deren Nähe die Querkontraktion der Platte infolge der Zugbelastung. Aus diesem Grund entstehen in der Nähe der Einspannung sowohl Zug- als auch Druckspannungen quer zur Lastrichtung [FRIE00]. Das Entstehen von den in Abbildung 27 dargestellten Längsfalten infolge dieser Druckspannungen wird in der Literatur für isotrope dünne Platten umfangreich beschrieben [FRIE00, PUNT10, NAYY14]. Für Faserhalbzeuge, die in der Regel eine starke Orthotropie aufweisen, wird dieses Phänomen jedoch als nicht relevant eingeschätzt. Für isotrope Stoffe sind die Querdruckspannungen bereits betragsmäßig um mehr als eine Größenordnung kleiner als die Spannungen in Längsrichtung [FRIE00]. Für orthotrope Stoffe wird dieses Verhältnis zusätzlich durch das Verhältnis der Steifigkeiten in Quer- und Längsrichtung bedingt, welches für die betrachteten Faserhalbzeuge vernachlässigbar klein ist.



Abbildung 27: Längsfalten infolge Längszugspannungen (Quelle: [NAYY14])

Eine weitere Möglichkeit dafür, dass mit Zugspannungen in Längsrichtung Druckspannungen in Querrichtung einhergehen, ist bei gekrümmt abgelegten Faserhalbzeugen gegeben. Wie in Kapitel 4.2 erläutert und im Freikörperbild in Abbildung 23 veranschaulicht, treten bei gekrümmten Ablagebahnen quer zur Ablagerichtung Kräfte auf. Für die resultierenden Spannungen im Material sind zwei Fälle zu unterscheiden: Besteht über die gesamte Breite des Faserbandes durch den Tack Haftkontakt zum Untergrund, führen die Querkräfte zu Schubspannungen über die Materialdicke t (in der y - z -Ebene), die nicht zum Stabilitätsverlust führen. Hat jedoch am äußeren Rand des Faserbandes Kontaktverlust eingesetzt, während am inneren Bereich des Bandes weiterhin Haftkontakt besteht, entstehen im gelösten Bereich Druckspannungen in Querrichtung. Diese sind eine wahrscheinliche Erklärung für das in Kapitel 3.1 beschriebene beobachtbare Umklappen des äußeren Randes. Da der lokale Kontaktverlust hierfür eine notwendige Bedingung ist, ist dieser Schaden bereits über das in Kapitel 4.2 entwickelte Kriterium für Kontaktverlust abgedeckt. Auch diese Form von Stabilitätsverlust infolge Längszugspannungen wird daher in dieser Arbeit nicht weiter vertieft.

5 Bestimmung der Eingangsgrößen

Im folgenden Abschnitt werden Möglichkeiten zur Bestimmung der für die Modelle benötigten Eingangsgrößen vorgestellt und diskutiert. Dabei wird die Ermittlung der Eingangsgrößen, die für die in Kapitel 6 erfolgenden Validierungsversuche erforderlich sind, detailliert beschrieben. Die Einflussfaktoren auf die Entstehung von Schäden während des Ablegevorgangs wurden in Kapitel 3.2 identifiziert und kategorisiert. Die Größen sind in Tabelle 6 noch einmal entsprechend der in Kapitel 3.2 erfolgten Kategorisierung aufgeführt. Dabei wurde differenziert, in welcher Form die Einflussfaktoren in die Modelle einfließen. Hierfür wurde zwischen äußeren geometrischen Eigenschaften, Werkstoffeigenschaften und äußeren Lasten unterschieden. Die Einflussgrößen auf die Werkstoffeigenschaften wurden danach eingeordnet, ob es sich um Einflussfaktoren auf die Materialsteifigkeiten oder auf die Eigenschaften des Tacks handelt. Es ergeben sich insgesamt vier Kategorien:

- Geometrie
- Äußere Lasten
- Materialsteifigkeiten
- Tackeigenschaften

Dieses Kapitel ist entsprechend der vier Kategorien aufgebaut.

In Tabelle 6 ist darüber hinaus gekennzeichnet, welche der Einflussfaktoren letztendlich als Eingangsgröße für das Modell verwendet und welche nicht berücksichtigt werden. Nicht berücksichtigt werden die Laminatdicke und Fremdkörper, da diese keinen Einfluss auf die in dieser Arbeit betrachteten, im Moment der Ablage entstehenden Schäden entsprechend Tabelle 2 in Kapitel 3.2 haben. Die Vereinfachung des Werkstoffs zu einem homogenen Material führt zudem dazu, dass die Faserfeinheit im Modell nicht berücksichtigt wird. Bei den übrigen Einflussfaktoren fällt auf, dass die meisten zwar im Modell berücksichtigt werden, aber nicht als direkte Eingangsgröße in dieses einfließen. Dazu gehören zum einen Materialkenngrößen wie Elastizitätsmoduln oder Querkontraktionszahlen der einzelnen Werkstoffkomponenten. Diese Materialkenngrößen werden zum Teil für den gesamten Verbundwerkstoff ermittelt, sodass die aufgeführten Größen in den ermittelten Größen bereits enthalten sind beziehungsweise abgeleitet werden können. Zum anderen gehören hierzu die meisten Einflussfaktoren auf den Tack, bei denen es sich vor allem um Umweltbedingungen oder Oberflächenbeschaffenheiten handelt. Diese werden indirekt in das Modell einbezogen, indem die nachfolgend beschriebene Ermittlung der entsprechenden Eingangsgrößen unter den beim tatsächlichen Fertigungsprozess herrschenden Bedingungen durchgeführt wird. Der Anpress- und Umgebungsdruck wird nur als

ein solcher Einflussfaktor auf den Tack einbezogen, obwohl es sich jeweils auch um eine Last handelt. Die einzige als äußere Last in das Modell einfließende Eingangsgröße ist damit die Förder- beziehungsweise Abziehspannung.

Tabelle 6: Einflussfaktoren und verwendete Eingangsgrößen

| | | Geometrie | Material- steifigkeiten | Haftung (Tack) | äußere Last | verwendete Eingangsgrößen | abgeleitete/ enthaltene Größen | nicht berücksichtigt |
|----------------------|---------------------------------------|-----------|----------------------------|----------------|-------------|------------------------------|--------------------------------------|-------------------------|
| Halbzeug | Adhäsion Matrix-Faser | | x | x | | | x | |
| | Breite (Tow/Tape) | x | | x | | x | | |
| | Dicke (Tow/Tape) | x | | x | | x | | |
| | Faserfeinheit | | x | | | | | x |
| | Faservolumengehalt | | x | | | x | | |
| | Faserelastizitätsmodul längs | | x | | | x | | |
| | Faserelastizitätsmodul quer | | x | | | | x | |
| | Faserquerkontraktion | | x | | | | x | |
| | Faserschubmodul | | x | | | | x | |
| | Kunststoffkohäsion | | x | x | | | x | |
| | Kunststoffelastizitätsmodul | | x | x | | | x | |
| | Kunststoffquerkontraktion | | x | | | x | | |
| | Kunststoffschubmodul | | x | x | | | x | |
| | Lagerungsbedingungen (u.a. Dauer) | | | | x | | x | |
| Legeeinheit | Adhäsion Halbzeug-Andrückrolle | | | x | | | x | |
| | Aufheizdauer | | x | x | | | x | |
| | Aufheizleistung | | x | x | | | x | |
| | Förder-/Abziehspannung | | | | x | x | | |
| | Rauhigkeit Andrückrolle | | | x | | | x | |
| | Temperaturverteilung | | x | x | | | x | |
| | Tow/Tape Führung | | | | | | x | |
| Prozess | Ablegegeschwindigkeit | | | x | | | x | |
| | Steering-Radius | x | | | | x | | |
| | Bahnlänge | x | | | | x | | |
| | Anpressdruck | | | x | (x) | | x | |
| | Anpressdruckverteilung | | | x | (x) | | x | |
| | Laminataufbau (Schichtorientierung) | | | x | | | x | |
| Umgebung | Laminatdicke | x | | | | | | x |
| | Fremdkörper/Partikel | x | | x | | | | x |
| | Luftfeuchtigkeit | | x | x | | | x | |
| | Umgebungsdruck | | | x | (x) | | x | |
| Unterlage (Form) | Umgebungstemperatur | | x | x | | | x | |
| | Ablagekrümmung in Faserrichtung | x | | | | x | | |
| | Ablagekrümmung quer zur Faserrichtung | x | | | | x | | |
| | Adhäsion Halbzeug-Unterlage | | x | x | | | x | |
| | Temperatur der Unterlagenoberfläche | | x | x | | | x | |
| Rauhigkeit Unterlage | | | x | | | x | | |

5.1 Geometrie

Die geometrischen Eingangsgrößen ergeben sich aus der Form der Unterlage, dem programmierten Ablagepfad sowie den Abmaßen des Halbzeugs. Die Geometrien des Ablagepfads und der Unterlage sind in der Regel in den Daten der computergestützten Konstruktion (CAD) hinterlegt. Auf die automatische Erfassung dieser Daten wird in Kapitel 7 näher eingegangen. Die Ermittlung erfolgt dabei diskret für jeden durch die Koordinaten s_i und y_j beschriebenen Punkt. Die für das Modell als Eingangsgröße benötigten Parameter sind in Abbildung 28 zusammengefasst dargestellt. Benötigt werden für jeden betrachteten Punkt die Länge des bisher abgelegten Materials $l(s_i, y_j)$ und entweder der Krümmungsradius $R(s_i, y_j)$ zusammen mit dem Neigungswinkel gegenüber der Krümmungsrichtung $\beta(s_i, y_j)$ oder die Komponenten des Krümmungsradius um die z-Achse $R_z(s_i, y_j)$ sowie um die y-Achse $R_y(s_i, y_j)$. Mögliches Steering ist dabei in der Komponente R_z berücksichtigt. Aus den Längendaten $l(s_i, y_j)$ können wiederum für jede Stelle s_i die über y gemittelte Länge $l_0(s_i)$ sowie die Verformungsfunktion $\Delta l(s_i, y_j) = l(s_i, y_j) - l_0(s_i)$ berechnet werden.

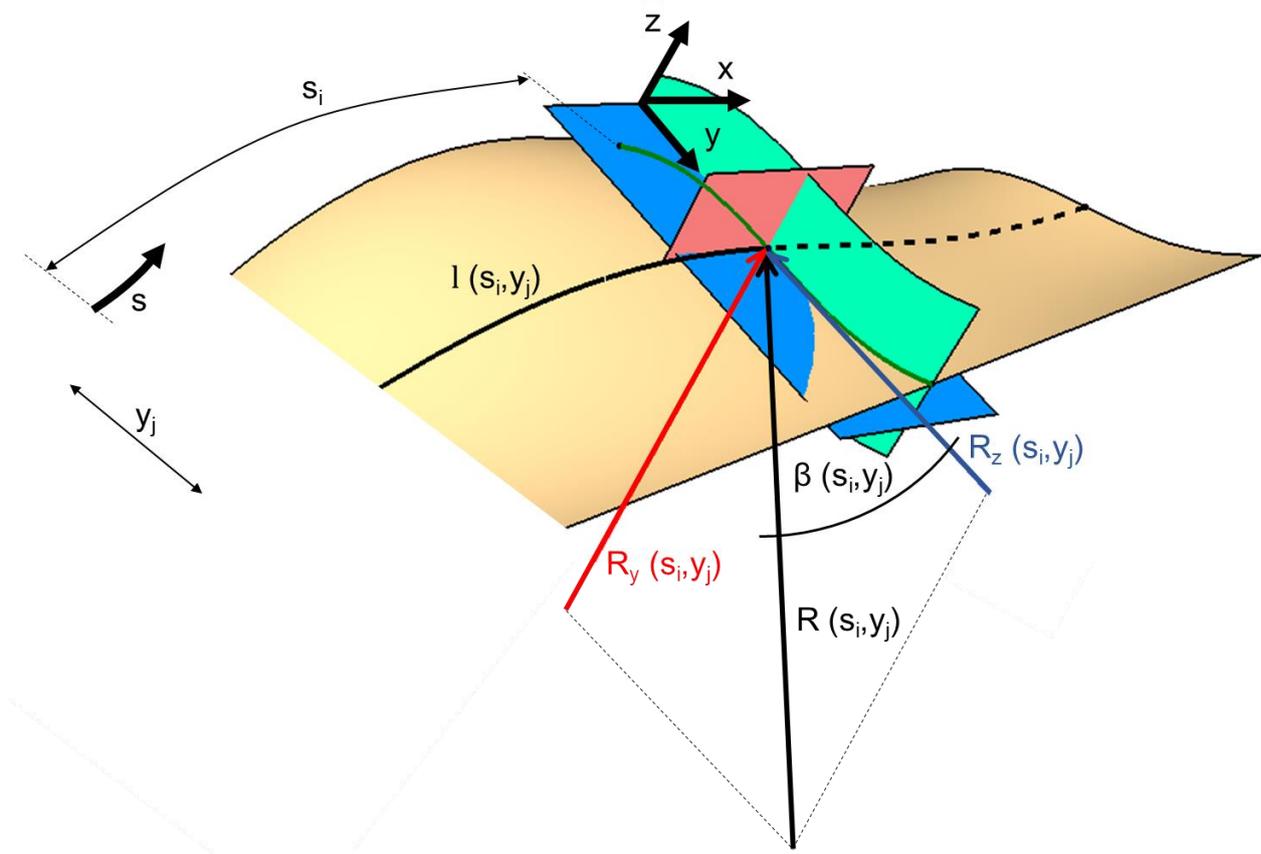


Abbildung 28: Geometrische Eingangsgrößen

Von den Halbzeugabmaßen werden die Breite b und die Dicke t benötigt. Die Breite ist in der Regel standardisiert und wird vom Hersteller angegeben oder lässt sich leicht ausmessen. Als Dicke gibt der Hersteller normalerweise die sogenannte Cured Ply Thickness (CPT) an, also die (theoretische) Dicke des ausgehärteten Materials. Da beim Aushärteprozess das Material üblicherweise kompaktiert wird, um Poren im Material zu schließen und gleichzeitig den Matrixwerkstoff gleichmäßig zu verteilen, weicht die CPT jedoch von der Materialdicke während des Ablegeprozesses ab. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Dicke des für die Validierung verwendeten Prepreg-Halbzeugs durch eine Messung ermittelt, nachdem es zuvor unter den gleichen Umweltbedingungen wie beim Ablegeprozess ohne Kompaktierung aushärten gelassen wurde. Für die Messung werden zunächst an mehreren Stellen des Halbzeugs Schnitte quer zur Faserrichtung durchgeführt und anschließend die jeweiligen Querschnittsflächen mithilfe eines mit entsprechender Software ausgerüsteten Lichtmikroskops ermittelt. Da sich bei der für die Messung erforderlichen Vergrößerung der Querschnitt nicht über die gesamte Halbzeugbreite darstellen lässt, wird an verschiedenen Stellen, wie in Abbildung 29 beispielhaft für Messung 5 dargestellt ist, jeweils über eine Breite von 2 mm gemessen. Aus der Fläche kann anschließend die gemittelte Dicke für den untersuchten Bereich berechnet werden. Insgesamt werden für das bei der Validierung verwendete Prepreg-Material sechs Messungen durchgeführt, deren Ergebnisse in nachfolgender Tabelle 7 dargestellt sind. Dabei werden zwei verschiedene Schnitte und sowohl Messungen in der Mitte als auch am Rand des Faserbandes berücksichtigt. Insgesamt ergibt sich eine mittlere Dicke von gerundet $t = 0.22$ mm. Diese Dicke wird für Tapes und Tows des gleichen Werkstoffs und Herstellers als gleich angenommen, da beide Halbzeugformen üblicherweise hergestellt werden, indem das gleiche Rohmaterial auf die verschiedenen Breiten zugeschnitten wird [LENG15].

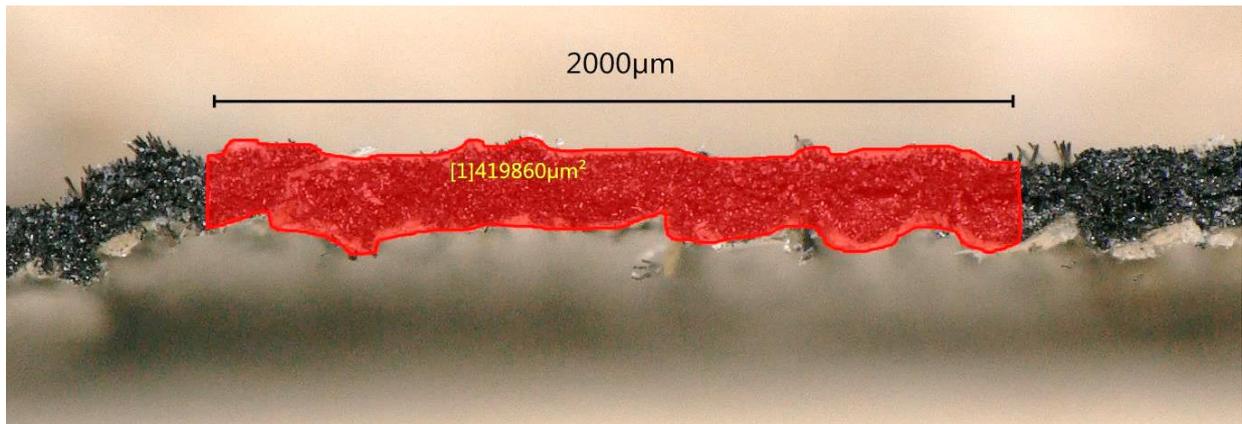


Abbildung 29: Querschnittsmessung des Prepregs unter dem Mikroskop

Tabelle 7: Ergebnisse der Querschnittsmessungen

| Messung | Position | Fläche [mm ²] | Mittlere Dicke [mm] |
|----------|------------------|---------------------------|---------------------|
| 1 | Schnitt 1, Mitte | 0.4526 | 0.2263 |
| 2 | Schnitt 1, Mitte | 0.4554 | 0.2277 |
| 3 | Schnitt 1, Rand | 0.4278 | 0.2139 |
| 4 | Schnitt 2, Mitte | 0.4274 | 0.2137 |
| 5 | Schnitt 2, Mitte | 0.4199 | 0.2099 |
| 6 | Schnitt 2, Rand | 0.4260 | 0.2130 |
| Ø | - | 0.4348 | 0.2174 |

5.2 Äußere Lasten

Als äußere Last fließt lediglich die anlagenspezifische Vorspannung des Materials σ_0 in das Modell ein. Diese setzt sich aus Reibungsverlusten in der Materialzuführung sowie auftretenden Förder-, Brems- und Abrolllasten zusammen. Die gesamte Vorspannung ist abhängig von der eingesetzten Technologie und vom jeweiligen Aufbau der Anlage. Die Ermittlung muss entsprechend für jede neu zu verwendende Maschine einzeln durchgeführt werden. Im Rahmen dieser Arbeit kommen eine AFP- und eine ATL-Einheit zum Einsatz, für die die Bestimmung der Vorspannung nachfolgend getrennt beschrieben ist.

Beim AFP wird üblicherweise nur beim Beginn der Ablagebahn eine aktive Förderung eingesetzt und danach das Material passiv von der Materialspule und durch die Materialführung gezogen. Aus diesem Grund ist nur die Messung der passiven Abziehspannung notwendig. Für diese wird der in Abbildung 30 dargestellte Versuchsaufbau verwendet.

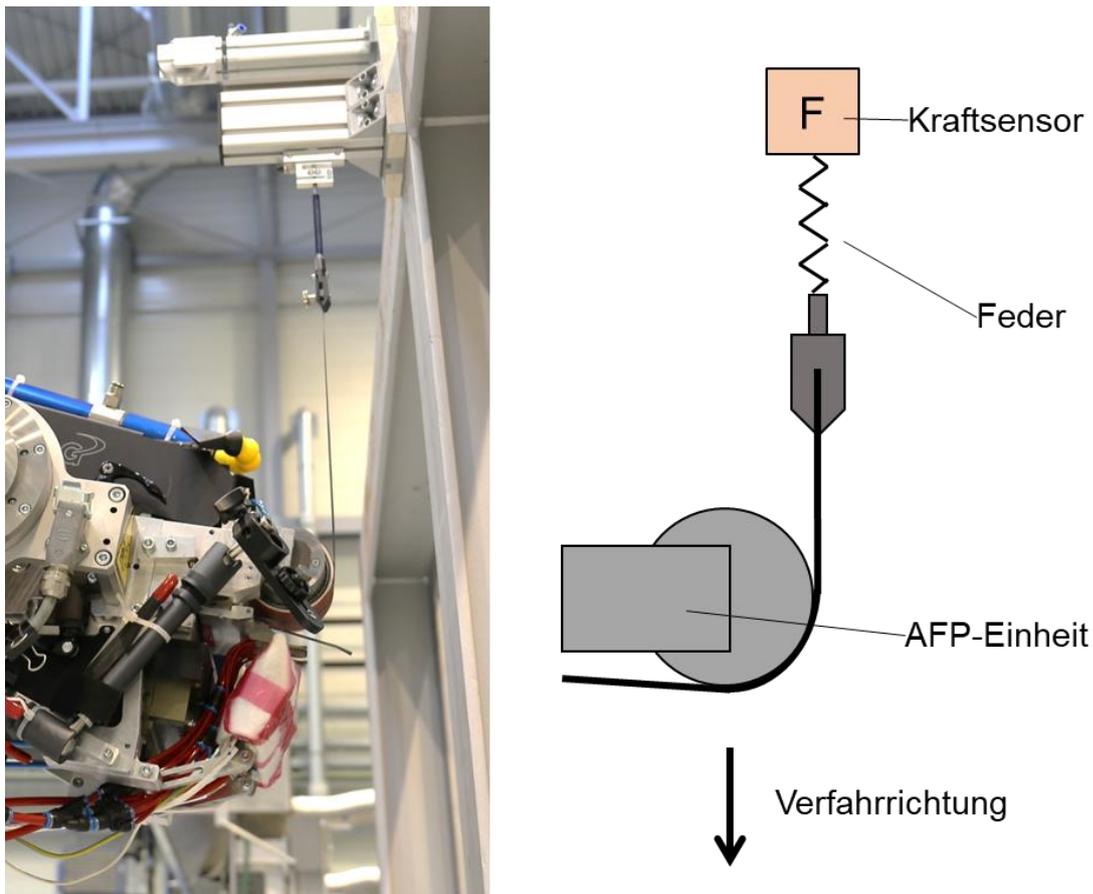


Abbildung 30: Versuchsaufbau zur Ermittlung der anlagenbedingten Abziehspannung

Dabei kommt ein Kraftsensor des Typs KD40S zum Einsatz, an dem das durch die Ablegeeinheit geführte Tow spannungsfrei vertikal befestigt wird. Zwischen Tow und Sensor ist zusätzlich eine Feder geschaltet. Diese hat die Aufgabe, während des Versuchs Laststöße abzdämpfen, die beim Losbrechen des Haftkontaktes zwischen Tow und Towführung innerhalb der Einheit auftreten. In dem in Abbildung 31 beispielhaft gezeigtem Kraft-Zeit-Verlauf ist ein solcher Laststoß zu Beginn der Messung zu erkennen. In Vergleichsversuchen kann gezeigt werden, dass die Feder sich nicht negativ auf das Messergebnis auswirkt. Vor jedem Versuchsdurchgang wird der Sensor mit einer zuvor mit einem geeichten System ermittelten Referenzmasse kalibriert und anschließend tariert. Für die Messung der Abziehspannung wird anschließend der Ablegekopf vertikal über eine Strecke von 1500 mm verfahren. Die Verfahrgeschwindigkeit entspricht dabei der für spätere Versuche geplanten Prozessgeschwindigkeit von $v = 2000 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$.

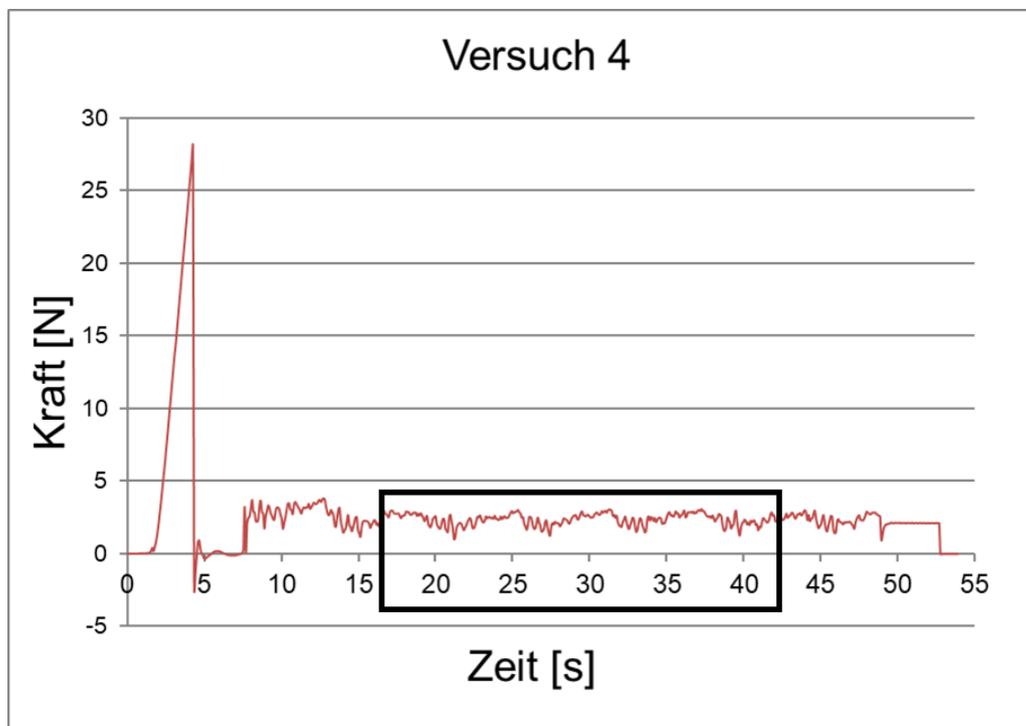


Abbildung 31: Beispielhafter Verlauf einer Kraftmessung

Für die Auswertung werden die Messdaten von fünf Versuchsdurchgängen im in Abbildung 32 dargestellten Diagramm überlagert. Um den Einfluss des zuvor beschriebenen anfänglichen Losbrechens gering zu halten, wird dabei der in Abbildung 31 markierte Zeitausschnitt von etwa 25 s betrachtet, der etwa 850 mm des Fahrwegs entspricht. Im Diagramm in Abbildung 32 sind die Kraft-Zeit-Verläufe der fünf Versuchsdurchläufe, der für jeden Zeitpunkt über alle fünf Durchläufe gemittelte Durchschnittsverlauf sowie der über die gesamte Zeitspanne ermittelte Mittelwert dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die spezifische Vorspannung für diese Anlage nicht konstant ist, sondern sich im Wesentlichen aus zwei sich überlagernden Schwingungen zusammensetzt. Die langsamere Schwingung mit einer Periodendauer von etwa 6 s kann später

als die Schwingung des Tänzersystems, das die Spannungskontrolle der verwendeten Einheit darstellt, identifiziert werden. Die Ursache für die schnellere Schwingung mit einer Periodendauer von etwa 0.5 s kann nicht eindeutig identifiziert werden. Als Möglichkeit kommt ein an der Einheit installiertes System zur Verringerung der Towspannung in Betracht. Neben dem Mittelwert werden im gezeigten periodischen Zeitabschnitt die durchschnittlichen Maximal- und Minimalwerte von allen Versuchsdurchgängen ermittelt. Die Ergebnisse werden zusammen mit den über die Towquerschnittsfläche umgerechneten Werten der entsprechenden Spannungen in Tabelle 8 wiedergegeben.

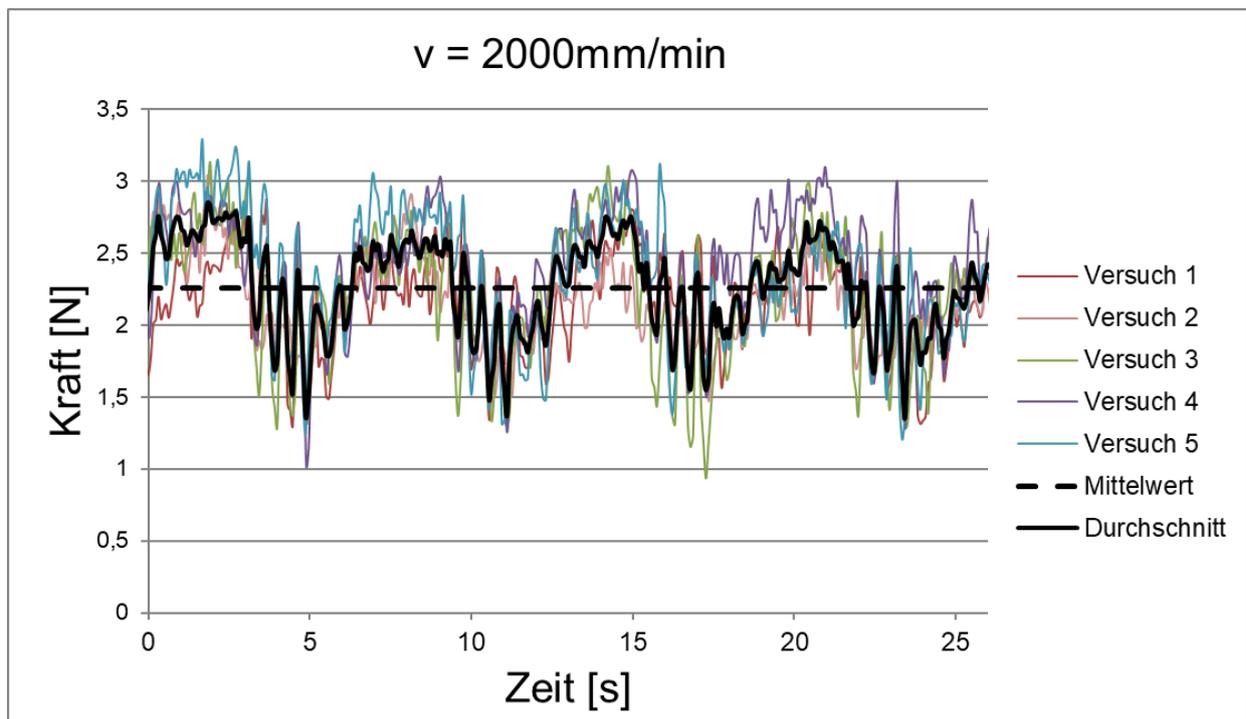


Abbildung 32: Verlauf der gemessenen Kraft über die Zeit

Um die Abhängigkeit von der Ablegegeschwindigkeit zu ermitteln, wird zusätzlich eine weitere Versuchsreihe bei der doppelten Geschwindigkeit von $v = 4000 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$ durchgeführt. Die Durchschnittsverläufe und Mittelwerte beider Versuchsreihen werden in Abbildung 33 verglichen. Wie an der halbierten Periodendauer zu erkennen ist, hängt die Frequenz der langsameren Schwingung direkt von der Ablegegeschwindigkeit ab, während die Frequenz der schnelleren Schwingung unverändert bleibt. Der Mittelwert sowie die durchschnittlichen Maximal- und Minimalwerte sind ebenfalls in Tabelle 8 aufgeführt. Alle drei Kenngrößen liegen für die Geschwindigkeit von $v = 4000 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$ um etwa 14 % unterhalb der Ergebnisse für $v = 2000 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$. Es ist also eine Abhängigkeit der Vorspannung von der Ablegegeschwindigkeit zu erkennen.

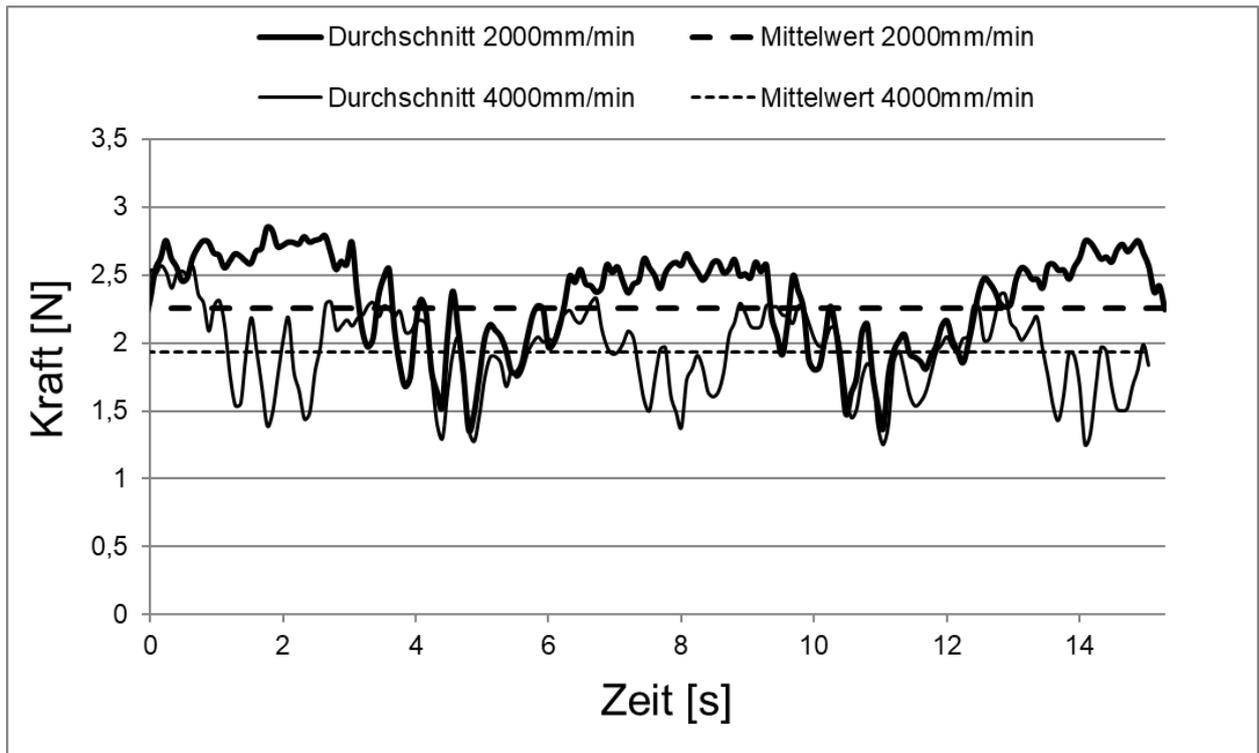


Abbildung 33: Vergleich der Kraft-Zeit-Verläufe verschiedener Ablegegeschwindigkeiten

Tabelle 8: Ermittelte Kraft- und Spannungswerte

| | v = 2000 mm/min | | v = 4000 mm/min | | Abweichung |
|-------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|------------|
| | Kraft | Spannung | Kraft | Spannung | |
| Mittelwert | 2.26 N | 1.62 MPa | 1.93 N | 1.38 MPa | 14.54 % |
| Maximum | 3.08 N | 2.21 MPa | 2.64 N | 1.89 MPa | 14.35 % |
| Minimum | 1.12 N | 0.80 MPa | 0.97 N | 0.69 MPa | 13.10 % |

Da für die späteren Validierungsversuche die Ablegegeschwindigkeit von $v = 2000 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$ verwendet werden wird, wird die hierfür ermittelte mittlere Spannung von $\sigma_o = 1.62 \text{ MPa}$ in das Modell einbezogen.

Bei der verwendeten ATL-Einheit wird wie in Kapitel 2.2 beschrieben das Tape bewegt, indem die Aufnahmerolle des Trägerpapiers sowie die Materialrolle angetrieben werden. Zur Ermittlung der Spannung im Tape werden die Antriebsmomente der Rollen benötigt, die jedoch nicht bekannt sind. Vereinfacht wird daher im weiteren Verlauf der Arbeit der für AFP ermittelte Wert von $\sigma_o = 1.62 \text{ MPa}$ auch für den ATL-Prozess übernommen.

5.3 Materialsteifigkeiten

Zur Berechnung der Biegesteifigkeiten sind für das Stabilitätsverlust-Modell die Elastizitätsmoduln E_1 (in Faserrichtung) und E_2 (quer zur Faserrichtung), der Schubmodul G_{12} sowie die Querkontraktionszahlen ν_{12} und ν_{21} in der Ablageebene erforderlich. Auf Werkstoffdatenblättern sind in der Regel nur Eigenschaften für das ausgehärtete Material im fertigen Bauteil angegeben, sodass die Parameter für das Faserhalbzeug anderweitig bestimmt werden müssen.

In anderen Arbeiten zum Stabilitätsverhalten von Faserhalbzeugen werden zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls in Faserrichtung E_1 Zug- beziehungsweise Biegeversuche durchgeführt [MATV16, BELH18]. Dabei kommen einmal ein in der Quelle nicht näher bezeichnetes Trockenfaserhalbzeug [MATV16] und einmal ein unausgehärtetes duroplastisches Prepreg (CYCOM 977-2/HTS-145) [BELH18] zum Einsatz. Bei den verwendeten Fasern handelt es sich in beiden Fällen um Kohlenstofffasern. Für die Halbzeuge werden die Elastizitätsmoduln in Längsrichtung von $E_1 = 30$ GPa [MATV16] und $E_1 = 31$ GPa [BELH18] ermittelt. Beide Werte betragen weniger als 15 % des üblicherweise deutlich über 200 GPa liegenden Elastizitätsmoduls von Kohlenstofffasern. Sowohl für Trockenfaser- als auch Prepreghalbzeuge wird jedoch erwartet, dass der Fasermodul einen deutlich größeren Einfluss auf den Elastizitätsmodul des Halbzeugs hat.

Eine mögliche Erklärung für die niedrigen in der Literatur ermittelten Werte ist, dass sowohl bei Trockenfaserhalbzeugen als auch bei unausgehärtetem Prepreg oft kein vollständiger Kontakt zwischen Fasern und Kunststoff besteht. Aus diesem Grund ist zum einen die Kontaktierung von Versuchsproben und somit die gleichmäßige Verteilung von Lasten auf alle Fasern schwierig. Zum anderen kann anders als bei ausgehärteten Bauteilen nicht davon ausgegangen werden, dass die Fasern konstant auf Abstand gehalten werden. Dadurch ist sowohl während Zug- als auch Biegeversuchen keine zuverlässige Aussage über die tatsächliche effektive Materialquerschnittsfläche möglich.

Für diese Arbeit wird daher entschieden, den Elastizitätsmodul in Faserrichtung über den Faservolumengehalt φ zu bestimmen. Unter der bei unausgehärtetem Prepreg erfüllten Voraussetzung, dass der Elastizitätsmodul der Faser E_F sehr viel größer ist als der des Kunststoffs, kann folgende Näherung verwendet werden:

$$E_1 \approx \varphi \cdot E_F \quad (65)$$

Der Faservolumengehalt ist als Verhältnis von Faservolumen V_F und Gesamtvolumen V_{ges} definiert:

$$\varphi = \frac{V_F}{V_{ges}} \quad (66)$$

Während das Faservolumen auch durch die Faserdichte ρ_F und -masse m_F ausgedrückt werden kann, ist das Gesamtvolumen des abgelegten Materials das Produkt aus Ablagefläche A und Dicke t :

$$\varphi = \frac{m_F}{\rho_F \cdot A \cdot t} \quad (67)$$

Für faserverstärkte Kunststoffe wird die Masse des Faserwerkstoffs üblicherweise flächenspezifisch als so genanntes Faserflächengewicht $FAW = \frac{m_F}{A}$ angegeben, sodass folgt:

$$\varphi = \frac{FAW}{\rho_F \cdot t} \quad (68)$$

Beim für die Validierung der Modelle verwendeten Material handelt es sich um ein Kohlenstofffaser-Prepreg der Firma Hexcel Composites aus IMA12K-Fasern und einer Variante von M21 Epoxidharz. Der Hersteller gibt ein Flächengewicht von $FAW = 134 \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$, eine Faserdichte von $\rho_F = 1.79 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ sowie einen Faserelastizitätsmodul (für Zugbelastung) von $E_F = 297 \text{ GPa}$ an [HEXC]. Mit der in Kapitel 5.1 bestimmten Dicke von $t = 0.22 \text{ mm}$ ergeben sich folglich mit den Gleichungen (65) und (68) ein Faservolumengehalt von $\varphi = 34 \%$ sowie ein für den Verbundwerkstoff zusammengesetzter Elastizitätsmodul in Faserrichtung von $E_1 = 101 \text{ GPa}$.

Die übrigen Größen E_2 , G_{12} sowie ν_{12} und ν_{21} werden für das verwendete Prepreg weder vom Hersteller angegeben, noch konnten sie wegen der hohen Nachgiebigkeit des Harzes verlässlich experimentell bestimmt werden. Die Moduln E_2 und G_{12} werden wesentlich von den Harzeigenschaften bestimmt. Aus anderen Arbeiten, in denen vergleichbares Material verwendet wurde, wird jedoch ersichtlich, dass die Moduln des Harzes zwischen fünf und sieben Größenordnungen unter denen der Faser liegen [BEAK11, BELH18]. Weiterhin gilt:

$$\nu_{21} = \frac{E_2}{E_1} \cdot \nu_{12} \quad (69)$$

Mit den Gleichungen (10) bis (14) aus Kapitel 4.1.1 ist damit abzusehen, dass der Einfluss von E_2 , G_{12} , ν_{12} und ν_{21} auf die virtuelle innere Arbeit infolge Biegeverformung $W_{i,B}$ und somit auf das Gesamtmodell sehr gering wird. Um dies zu verdeutlichen, sind in nachfolgender Tabelle 9 die prozentualen Abweichungen von $W_{i,B}$, wenn einerseits $E_2 = G_{12} = 0$ angenommen wird und wenn andererseits beide Werte vier Größenordnungen kleiner als E_1 angenommen werden, aufgezeigt. Für den Vergleich werden im eingliedrigen Cosinus-Ansatz verschiedene Ansatzfunktionen berücksichtigt, indem zwei Breite-Länge-Verhältnisse $\frac{b}{L}$ und die Fälle 1 und 3 für Randbedingungen (siehe Kapitel 4.1.2) in verschiedenen Kombinationen betrachtet werden. Für E_1 und t werden zudem die oben ermittelten Werte verwendet.

Tabelle 9: Modellabweichungen bei vereinfacht angenommenen Materialsteifigkeiten

| | $\frac{b}{L} = 10$ | | $\frac{b}{L} = 0.2$ | |
|---|--------------------|-----------|---------------------|----------|
| | Fall 1 | Fall 3 | Fall 1 | Fall 3 |
| $W_{i,B} \left(E_2 = G_{12} = \frac{E_1}{10000}; \nu_{12} = 0.5 \right)$ | 7918.557 | 52380.394 | 0.0635321 | 0.446979 |
| $W_{i,B} (E_2 = G_{12} = 0)$ | 7918.355 | 52378.997 | 0.0633468 | 0.419032 |
| Abweichung [%] | 0.0026 | 0.0027 | 0.29 | 6.67 |

Es wird deutlich, dass der Einfluss der Kenngrößen E_2 , G_{12} , ν_{12} und ν_{21} erst für Beulenformen, die deutlich länger als breit sind und entsprechend Fall 3 nur in der Materialmitte und nicht am Rand entstehen, relevant wird. Diese Beulenform ist weder in der Literatur beschrieben, noch konnte sie in eigenen Versuchen beobachtet werden. Dieser Sonderfall wird daher für Stabilitätsverlust infolge Längsdruckspannungen als nicht praxisrelevant eingeschätzt, weshalb im weiteren Verlauf dieser Arbeit die genannten Größen und somit die aus ihnen resultierenden Biegesteifigkeiten D_{12} , D_{22} und D_{66} (siehe Gleichungen (12) bis (14)) vernachlässigt werden.

5.4 Tackeigenschaften

Der Einfluss des Tacks lässt sich nur sehr schwer quantifizieren. Dies liegt zum einen daran, dass sehr viele verschiedene Einflussgrößen die Tackeigenschaften bestimmen, wie auch unter anderem in Tabelle 6 in Kapitel 5 verdeutlicht ist. Zum anderen sind diese Einflussgrößen zum Teil über den Ablegevorgang zeitlich stark veränderlich. Veranschaulicht wird dies in nachfolgender Abbildung 34, in der die Situation während des Ablegens dargestellt ist.

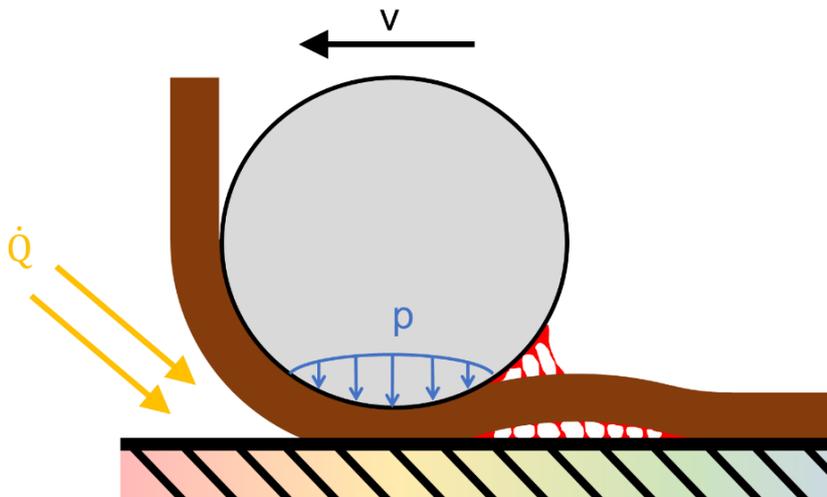


Abbildung 34: Einflüsse auf den Tack während des Ablegevorgangs

Die während des Ablegevorgangs wesentlichen Einflussgrößen auf den Tack sind die durch die Kompaktierungsrolle ausgeübte Anpressdruckverteilung p , die durch Heizelemente erzeugte Heizleistung \dot{Q} sowie die Oberflächenbeschaffenheiten und Geometrien von Kompaktierungsrolle, Unterlage und Halbzeug. Beim Ablegevorgang bewegt sich die Legeeinheit, an der die Kompaktierungsrolle und die Heizelemente befestigt sind, mit der konstanten Ablegegeschwindigkeit v über die Unterlage. Bezogen auf das auf der Unterlage abgelegte Material variieren daher die Parameter p und \dot{Q} stark mit der Zeit und dem Ort. Der aus \dot{Q} resultierende Temperaturverlauf an der Oberfläche der Unterlage wird durch den Farbverlauf in Abbildung 34 qualitativ angedeutet. Die Eigenschaften des Tacks sowohl zwischen Halbzeug und Unterlage als auch zwischen Halbzeug und Kompaktierungsrolle sind für eine feste betrachtete Stelle des Halbzeugs entsprechend zeitlich veränderlich. Als für die Ablage am kritischsten wird der Zeitpunkt des Loslösen der Kompaktierungsrolle vom abgelegten Material angesehen, weil hier zwischen Rolle und Halbzeug ein Haftkontakt überwunden werden muss, der dem gewünschten Haftkontakt zwischen Halbzeug und Unterlage genau entgegenwirkt.

In der Literatur existieren einige Arbeiten, in denen in Abhängigkeit von Oberflächenbeschaffenheiten und veränderlichen Druckverläufen das Tackverhalten sowohl für Klebstoffe im Allgemeinen [CROS99, PERS01] als auch für verschiedene Faserhalbzeuge beschrieben wird [GUTO88, GROU13]. In keinem der heute öffentlich zugänglichen Modelle werden jedoch alle wichtigen beim Ablegevorgang auftretenden Einflussgrößen gleichzeitig und ausreichend genau berücksichtigt, um sie auf das in dieser Arbeit betrachtete Problem anwenden zu können. Hinzu kommt, dass das Tackverhalten von Faserhalbzeugen von den individuellen Herstellungs- und Lagerungsbedingungen abhängt [LENG15], sodass Kennwerte zum heutigen Stand experimentell und für jedes verwendete Material neu ermittelt werden müssen.

Für die in dieser Arbeit entwickelten Modelle werden als Kennwerte des Tacks die Scherfestigkeit S_y , die Schälfestigkeit S_z sowie die Steifigkeit K benötigt. Die Scherfestigkeit, also die Festigkeit in lateraler Richtung, wurde für das bei der Validierung in dieser Arbeit verwendete Material bereits in einer früheren Arbeit am DLR durch einen Scherversuch für die erste direkt auf dem Werkzeug abgelegte Faserschicht (First Ply) bestimmt [DLR17]. Hierfür wurden zunächst mit dem AFP-Prozess Tows mit einer Breite von $b = 6.35 \text{ mm}$ auf einer mit Trennfolie beschichteten vertikalen Platte abgelegt. Anschließend wurde das obere Ende der Tows jeweils so weit vom Werkzeug abgelöst, dass noch eine Länge von 30 mm anhaftete. Das gelöste Ende wurde wie in Abbildung 35 skizziert über eine an einer Robotereinheit befestigten Umlenkrolle geführt und mit einer Klammer an einem ebenfalls dort angebrachten Kraftsensor über eine Feder verbunden.

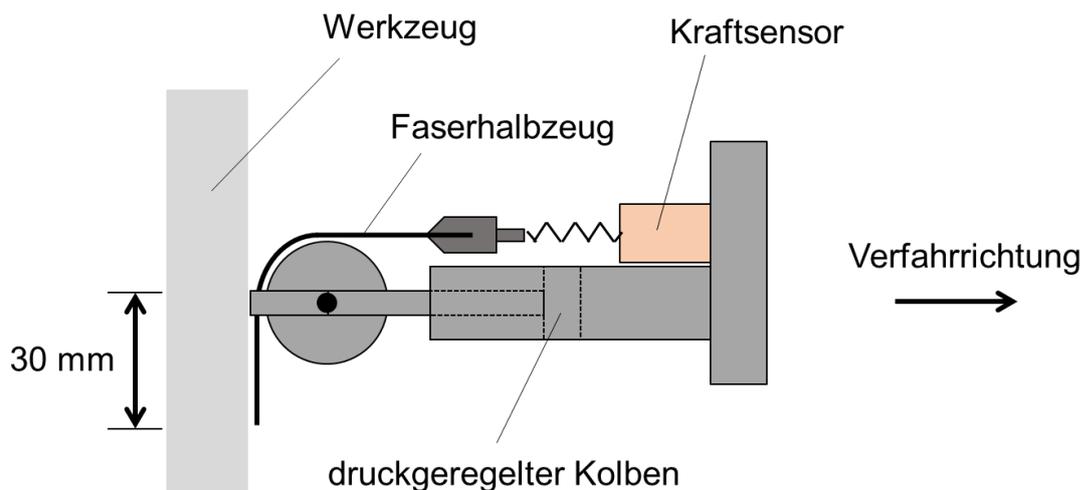


Abbildung 35: Vorrichtung zur Ermittlung der Scherfestigkeit (geändert nach [DLR17])

Für den Versuch wurde die Robotereinheit vom Werkzeug weggefahren, während die Position der Umlenkrolle über einen druckgeregelten Kolben konstant gehalten wurde. Hierdurch wurden die Tows bei gleichbleibender anliegender Fläche bis zum Abrutschen auf Scherung belastet, wobei die Kraftmessdaten aufgenommen wurden. Die Ablage der Tows erfolgte mit verschiedenen Parametern für die Heizleistung und die Ablegegeschwindigkeit. Für jede sich so ergebende Parameterkombination wurden anschließend jeweils fünf Durchläufe des Scherversuchs durchgeführt. Die gemittelten Ergebnisse der maximal gemessenen Kräfte im Moment des Abrutschens sind für die verschiedenen Parameter in Abbildung 36 dargestellt. Dabei kann kein eindeutiger Zusammenhang zwischen den gemessenen Kräften und den Parametern der Ablegegeschwindigkeit und der Heizleistung festgestellt werden. Die durchschnittliche maximale Kraft ergab 15.85 N. Über die anliegende Fläche lässt sie sich in die Scherfestigkeit von $S_y = 0.083 \text{ MPa}$ umrechnen. Da das Prepreg für den Versuch in Faserrichtung belastet wurde, S_y in Kapitel 4.2 aber quer zur Faserrichtung definiert ist, liegt dieser Rechnung die Annahme zugrunde, dass sich das Material beim Abrutschen in beiden Richtungen gleich verhält. Diese Annahme sollte gegebenenfalls durch entsprechende zukünftige Versuche überprüft werden.

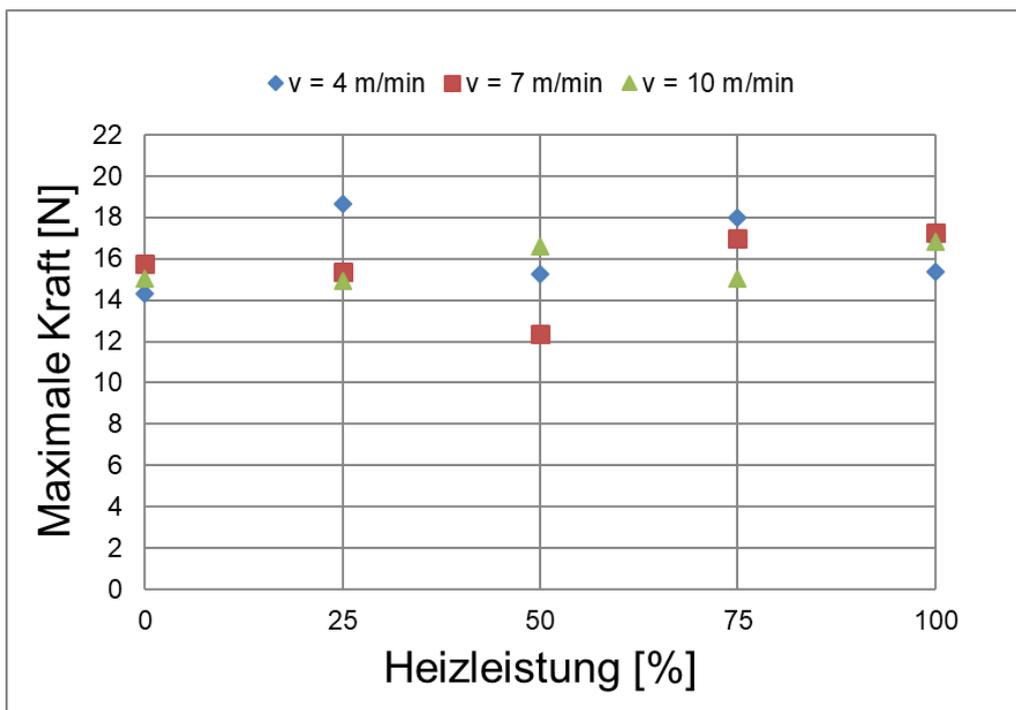


Abbildung 36: Gemessene maximale Scherkräfte (geändert nach [DLR17])

Übliche Methoden, um die Eigenschaften von Klebstoffen im Allgemeinen oder des Tacks von Faserhalbzeugen in vertikaler Richtung zu beschreiben, sind die sogenannte Stempelmethode (siehe auch [KEND71, CRET00, CROS09, BEAK11]) oder der Schältest (siehe auch [KEND71, CROS09]). Bei beiden Methoden werden Kraft-Weg-Daten aufgenommen, aus denen wiederum Werte für die Steifigkeit K und Festigkeit S_z berechnet werden können. Für das in dieser Arbeit verwendete Material erwiesen sich in bisherigen Versuchen des DLR beide Werte jedoch als so klein, dass Kraft-Weg-Daten nicht sinnvoll aufgenommen werden konnten. Da sich zudem die oben beschriebene zeitliche Veränderlichkeit der Parameter des realen Prozesses, insbesondere Anpressdruck und Temperatur, mit beiden vorgestellten Methoden nicht abbilden lässt, wurde sich gegen eine Anwendung im Rahmen dieser Arbeit entschieden und auf eine Validierung des Kriteriums für vertikalen Kontaktverlust, für die S_z benötigt wird, verzichtet (siehe Fazit in Kapitel 8).

Auf das entwickelte Modell zum Stabilitätsverlust hat die Festigkeit S_z keinen Einfluss. Daher ist die Tacksteifigkeit K die einzige relevante, nicht im Vorfeld ermittelte Einflussgröße. Daher ist es möglich, durch zweidimensionale Steering-Versuche, deren Prozessparameter genau beschrieben werden können, vom beobachtbaren kritischen Radius über das Steering-Modell entsprechend Gleichung (31) auf die Tacksteifigkeit K zu schließen. Im Vorfeld der eigentlichen Validierung sind also Steering-Versuche notwendig, die in den Kapiteln 6.1 und 6.2 ausführlich beschrieben werden.

6 Validierung der Modelle

Durch Ablegeversuche an der Forschungsanlage GroFi soll im folgenden Abschnitt die Gültigkeit und Anwendbarkeit der entwickelten Modelle in der Praxis nachgewiesen werden. Dabei sind zwei Schritte geplant:

- 1.) Steering-Versuche mit AFP
- 2.) Ablegeversuche über eine dreidimensionale Testgeometrie mit ATL

Zunächst werden zweidimensionale Steering-Versuche mit dem AFP-Prozess durchgeführt. Zum einen soll so die Anwendbarkeit für den Steering-Lastfall mit dem auch bei den nachfolgenden Versuchen zum Einsatz kommenden Halbzeugmaterial nachgewiesen werden, zum anderen soll mithilfe dieser Versuche die Tacksteifigkeit wie in Kapitel 5.4 beschrieben bestimmt werden. Bei der in Kapitel 4.1 beschriebenen Modellentwicklung wird vereinfacht angenommen, dass entstehende Beulen durch eine verformte rechteckige Platte, deren Breite der Materialbreite entspricht, dargestellt werden können. Die Wahl der AFP-Technologie für die Steering-Versuche wird dadurch begründet, dass wegen der geringeren Materialbreite eine bessere Erfüllung dieser Vereinfachung als beim ATL angenommen wird. Mithilfe der Steering-Versuche soll außerdem die Validierung des Modells für Kontaktverlust erfolgen. Durch Steering kann hierbei allerdings nur das seitliche Abrutschen dargestellt werden, während das vertikale Ablösen wegen der im Rahmen dieser Arbeit nicht bestimmbar Festigkeit in der entsprechenden Richtung (siehe Kapitel 5.4) hier nicht validiert werden kann.

Anschließend wird durch die Faserablage über eine entsprechende Testgeometrie die Gültigkeit des in dieser Arbeit entwickelten Modells für Stabilitätsverlust bei dreidimensionaler Ablage geprüft. Dabei werden beliebige Spannungsverläufe im Material sowohl über die Materialbreite als auch über die Ablagelänge erwartet. Es ist daher wichtig, Positionen auf dem abgelegten Material genau bestimmen zu können. Da die relative Messgenauigkeit bei breitem Material deutlich höher ist, wird entschieden, bei diesen Versuchen die ATL-Technologie zu verwenden.

6.1 Steering-Versuche mit AFP

Mit dem Ziel, einen kritischen Radius zu ermitteln und mit diesem den Wert für die Tacksteifigkeit K zu bestimmen, werden Steering-Versuche mit der AFP-Technologie durchgeführt.

6.1.1 Vorbereitung

Für die Steering-Versuche kommt als Werkzeug eine vertikale ebene Platte zum Einsatz, die im Rahmen der Versuchsvorbereitung mit einer durch ein Vakuum fixierten Trennfolie überzogen wird. Wie beim in Kapitel 5.2 beschriebenen Versuch zur Ermittlung der anlagenspezifischen Vorspannung wird die AFP-Einheit mit einem 6.35 mm breiten Tow aus M21/IMA-Prepreg ausgerüstet. Die Ablegegeschwindigkeit v beträgt für alle Versuche $2000 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$ und die Anpresskraft im Mittel 980 N. Da an der verwendeten Ablegeeinheit zum Zeitpunkt der Validierung eine neue, noch nicht ausreichend getestete Technologie für das Heizelement eingesetzt wird, wird bei allen Versuchen auf eine beheizte Ablage verzichtet.

Die Ermittlung des kritischen Radius erfolgt iterativ. Für jeden Iterationsschritt werden 13 Ablagepfade programmiert, für die der Radius in festgelegten Schritten variiert wird. Da nicht bekannt ist, in welcher Größenordnung der kritische Radius für den verwendeten Werkstoff liegen würde, wird sich beim Startwert an den Ergebnissen von in der Literatur beschriebenen Versuchen orientiert. Da dort ebenfalls duroplastische Prepregs zum Einsatz kamen, wird ein ähnliches Materialverhalten angenommen. Für den Werkstoff M21/T700GC wird bei beheizter Ablage mit einer Anpresskraft von 3000 N von einem kritischen Radius R_{krit} von 3.5 m berichtet [BEAK11], für CYCOM-2/HTS-145 bei beheizter Ablage mit einer Anpresskraft von umgerechnet 267 N von einem kritischen Radius R_{krit} von 1.2 m [BELH18]. Um auch den kritischen Radius für den lateralen Kontaktverlust berücksichtigen zu können, der entsprechend der in Kapitel 5.4 bestimmten Scherfestigkeit bei $R = 920$ mm erwartet wird, werden im ersten Iterationsschritt die Radien $800 \text{ mm} \leq R \leq 3200 \text{ mm}$ in Schritten von $\Delta R = 200 \text{ mm}$ realisiert.

6.1.2 Durchführung

Im Rahmen der Versuche wird nacheinander auf programmierten Ablagepfaden Material mit der AFP-Ablegeeinheit abgelegt und unmittelbar nach jedem Pfad die Ablage auf Beulen überprüft. Es kann beobachtet werden, dass sich bei einigen abgelegten Tows nach einigen Minuten oder nach einem weiteren Überfahren mit der Ablegeeinheit weitere Beulen bilden. Diese werden bei der Auswertung jedoch nicht berücksichtigt. Für den AFP-Prozess ist außerdem zu berücksichtigen, dass aufgrund des aktiven Förderns am Beginn der Bahn und des Beschneidens am Ende der Bahn nur der mittlere Bereich jeder Ablagebahn bei gleichbleibenden Prozessparametern tatsächlich dem programmierten Pfad folgt. In den nachfolgend beschriebenen Versuchen wird von der programmierten Ablagelänge von 1100 mm also nur der mittlere Bereich einer Länge von etwa 800 mm bewertet (siehe Markierungen in den entsprechenden folgenden Abbildungen).

Bei den Ablegeversuchen am 11.01.2019 wird mit den beiden größten Steering-Radien des ersten Iterationsschritts, $R = 3\text{ m}$ sowie $R = 3.2\text{ m}$, begonnen und bereits bei diesen das Auftreten von Beulen festgestellt, wie in Abbildung 37 erkennbar.

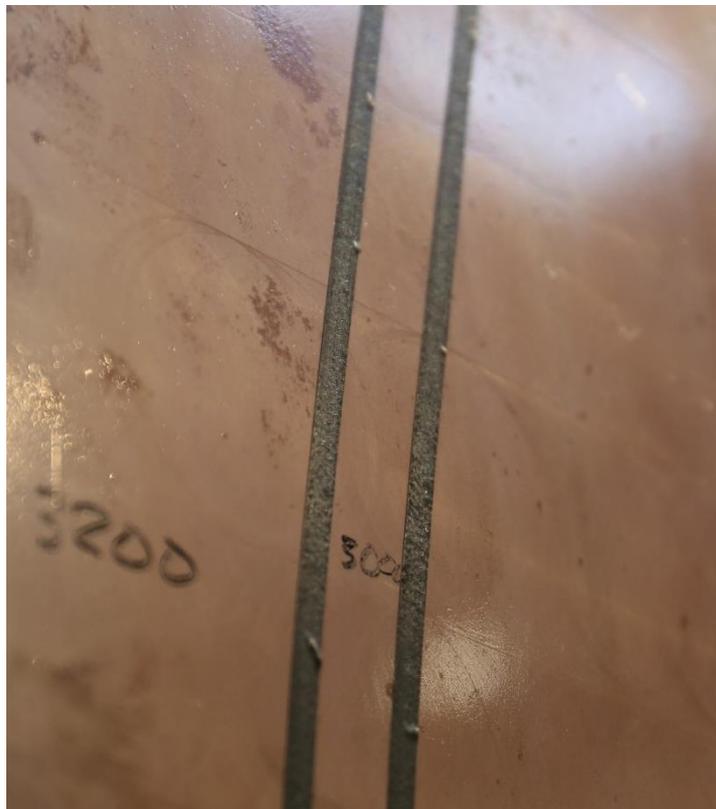


Abbildung 37: Beulen bei den Radien $R = 3\text{ m}$ und $R = 3.2\text{ m}$

Im nächsten Versuch, der am 14.01.2019 durchgeführt wird, wird erneut ein Entstehen von Beulen beim größten Radius von $R = 9 \text{ m}$ beobachtet. Als Konsequenz wird für die nächste Versuchsreihe, die am 16.01.2019 erfolgt, beschlossen, zusätzlich zur Radienvariation von $8 \text{ m} \leq R \leq 26 \text{ m}$, wobei in Schritten von $\Delta R = 2 \text{ m}$ vorgegangen wird, die Radien $R = 50 \text{ m}$ und $R = 100 \text{ m}$ sowie ein gerades Tow ohne Steering als Referenz abzulegen. Bei diesen Versuchen wird ein schlechteres Tackverhalten als an den vorigen Versuchstagen beobachtet, sodass der Beginn jeder Ablagebahn mit der Hand angedrückt werden muss. Mögliche Ursachen hierfür werden im nachfolgenden Kapitel 6.1.3 aufgeführt. Das Ergebnis der Versuchsreihe ist in Abbildung 38 dargestellt. Der betrachtete Bereich ist hierbei mit weißen Linien markiert. Jedes abgelegte Tow ist zudem mit dem entsprechenden Steering-Radius in Metern beschriftet. Unmittelbar nach jeder Ablage werden die beobachteten Beulen mit weißen Punkten (kleinere Beulen als halbe Towbreite) und Kreuzen (größere Beulen als halbe Towbreite) markiert. Es fällt auf, dass auch beim geradlinig abgelegten Tow sowie bei den Radien $R = 50 \text{ m}$ und $R = 100 \text{ m}$ kleinere Beulen zu beobachten sind, einige davon auf der eigentlich auf Zug belasteten äußeren Towseite (jeweils durch einen gelben Punkt und einen Pfeil gekennzeichnet). Diese Beobachtung lässt darauf schließen, dass ein Teil der Beulen stochastisch und unabhängig vom Steering entsteht. Um diese stochastischen Beulen vom Ergebnis auszuschließen, werden nachfolgend nur Beulen berücksichtigt, die breiter als die halbe Towbreite und in Abbildung 38 durch rote Punkte markiert sind. Auch unter dieser Vereinfachung kann kein kritischer Radius identifiziert werden. Die Beulenzahl nimmt zwar über das gesamte Ablagebild mit kleiner werdendem Radius zu, jedoch erfolgt dies zum einen nicht kontinuierlich, zum anderen weicht die Beulenzahl benachbarter Tows teilweise stark voneinander ab. Eine größere Häufigkeit der Beulen (mehr als drei Beulen pro Tow im betrachteten Ablagebereich) ist jedoch bei Radien von $R < 16 \text{ m}$ zu beobachten, sodass entschieden wird, diesen Bereich in einem weiteren Iterationsschritt mit kleineren Radienschritten zu betrachten.

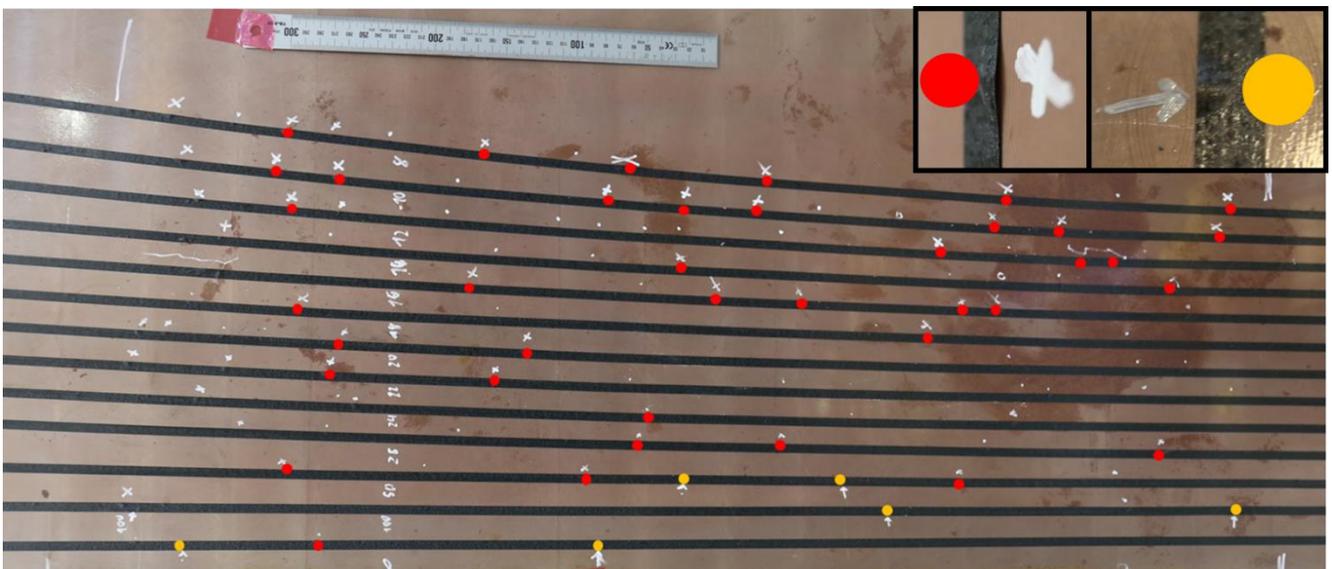


Abbildung 38: Ablagebild Radien $R = 8 \text{ m}$ bis $R = 100 \text{ m}$

Hierfür werden am 17.01.2019 zunächst Radien von $10 \text{ m} \leq R \leq 16 \text{ m}$ in Schritten von $\Delta R = 0.5 \text{ m}$ und anschließend ausgewählte kleinere Radien zwischen $R = 2.8 \text{ m}$ und $R = 8 \text{ m}$ abgelegt. Das Tackverhalten ist dabei wieder deutlich besser als bei den Versuchen vom Vortag. Die in Abbildung 39 gezeigte Markierung des Ablagebildes erfolgt analog zu Abbildung 38. Die Länge der elliptischen, roten Markierungen orientiert sich an der Länge der entsprechenden Beule. Da wie in Abbildung 39 erkennbar die kleineren Radien nach vorhandenem Platz und somit nicht nach dem Radius sortiert abgelegt wurden und zudem die Tows mit den Radien $R = 2.8 \text{ m}$ und $R = 3 \text{ m}$ vor dem Fotografieren beim Überfahren der Ablegeeinheit vom Werkzeug gerissen wurden, ist das Ablagebild mit den original beobachteten Beulenpositionen in Abbildung 40 noch einmal in der richtigen Reihenfolge rekonstruiert. Auch anhand dieses Bildes lässt sich keine klare Grenze und somit kein bestimmter kritischer Radius identifizieren. Darüber hinaus weisen einige Tows deutlich weniger Beulen auf als benachbarte Tows mit größeren Steering-Radien. Beispiele hierfür sind $R = 14 \text{ m}$, $R = 13 \text{ m}$, $R = 8 \text{ m}$ sowie $R = 6 \text{ m}$. Dieses Verhalten spricht gegen die Annahme, dass allein eine höhere Belastung aufgrund größerer Verformung zu einer höheren Anzahl von Beulen führt.

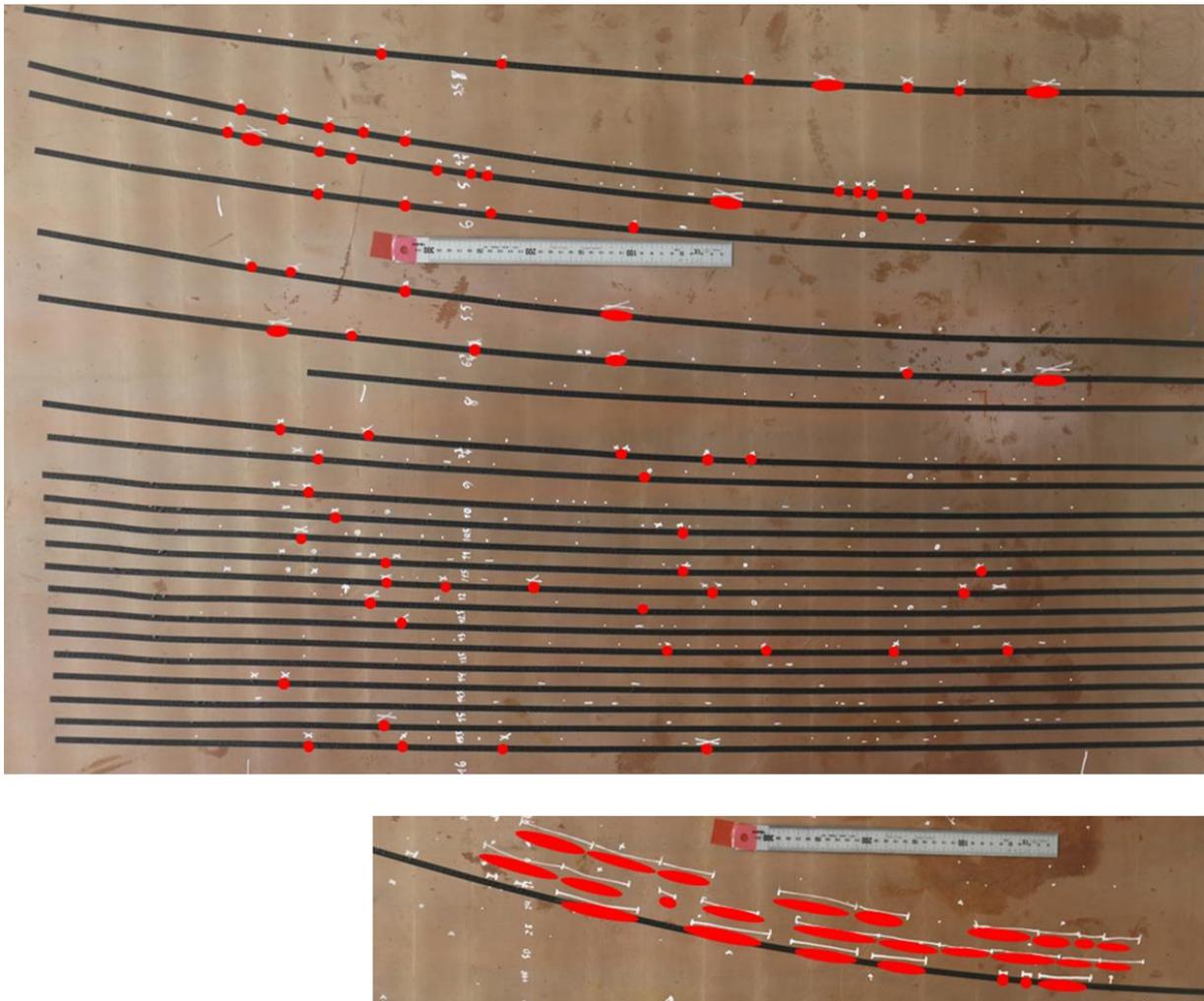


Abbildung 39: Ablagebild Radien $R = 2.8 \text{ m}$ bis $R = 16 \text{ m}$

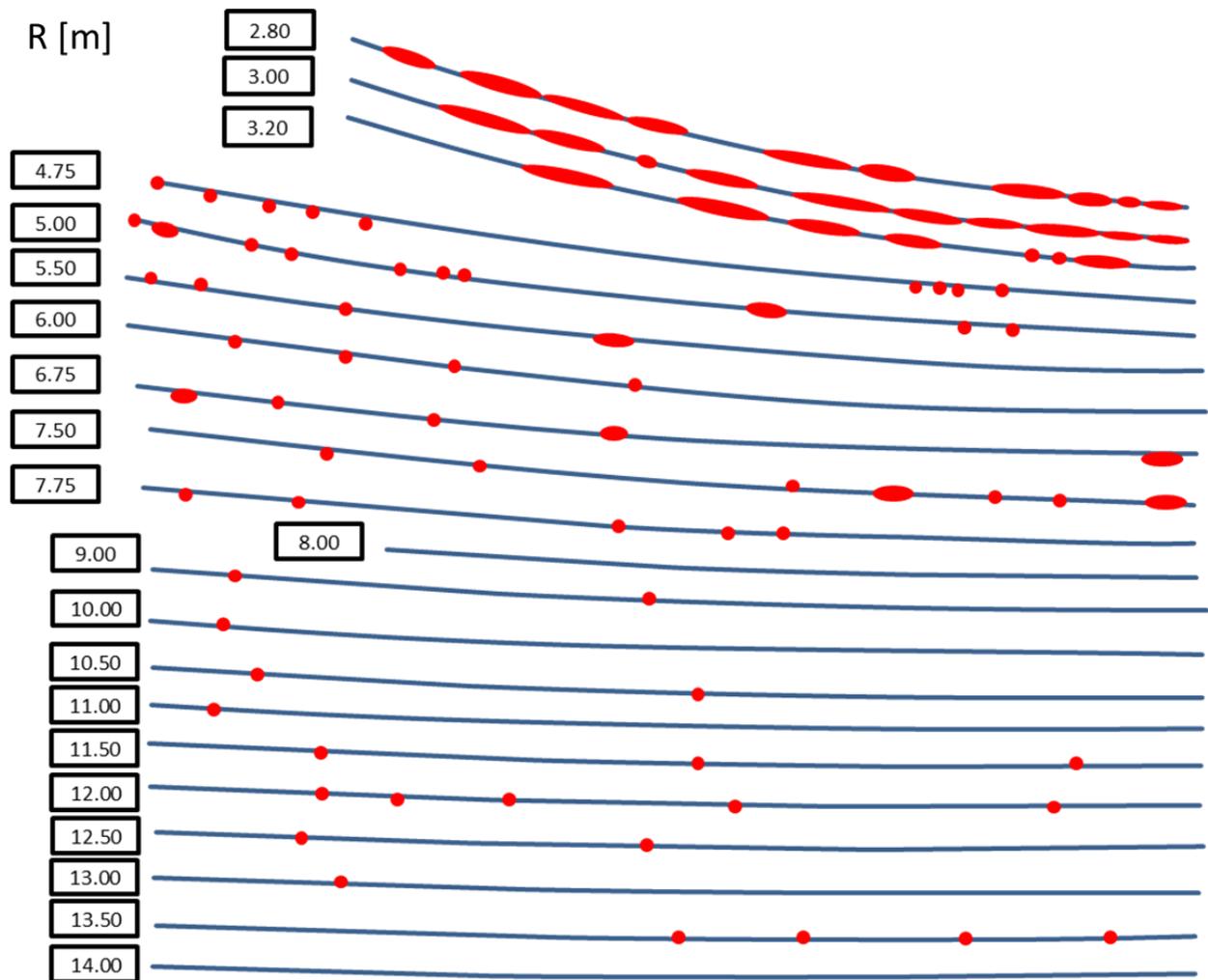


Abbildung 40: Rekonstruktion der Beulen nach Radien geordnet

Um das entwickelte Modell zum lateralen Kontaktverlust validieren zu können, wird darüber hinaus in weiteren Versuchen der Radius in Schritten von $\Delta R = 0.2 \text{ m}$ bis auf $R = 0.8 \text{ m}$ verringert. Alle mit Steering-Radien $R < 2.8 \text{ m}$ abgelegten Tows bleiben beim tatsächlichen Versuch nicht an der Werkzeugoberfläche haften. Anstatt eines seitlichen Wegrutschens oder Umklappen des äußeren Randes, wie in Kapitel 3.2 beschrieben, wird hierbei allerdings zunächst das Bilden einer Beule auf der Towinnenseite beobachtet, die anschließend so weit anwächst, bis sich das gesamte Tow von der Unterlage löst. Diese Abfolge ist in Abbildung 41 beispielhaft für das Tow mit einem Steering-Radius von $R = 1.8 \text{ m}$ dargestellt. Für das verwendete Material setzt also Kontaktverlust erst ein, nachdem bereits Stabilitätsverlust aufgetreten ist. Einerseits bedeutet dies, dass sich mit diesem Material das entwickelte Modell zum lateralen Kontaktverlust nicht validieren lässt, da im Modell vor dem Kontaktverlust ein vollständig anliegendes Halbzeug vorausgesetzt wird. Andererseits kann für das Material der Schluss gezogen werden, dass der Mechanismus des lateralen Kontaktverlustes bei der Schadensentstehung nicht berücksichtigt zu werden braucht, weil in jedem Fall Stabilitätsverlust zuerst eintritt.

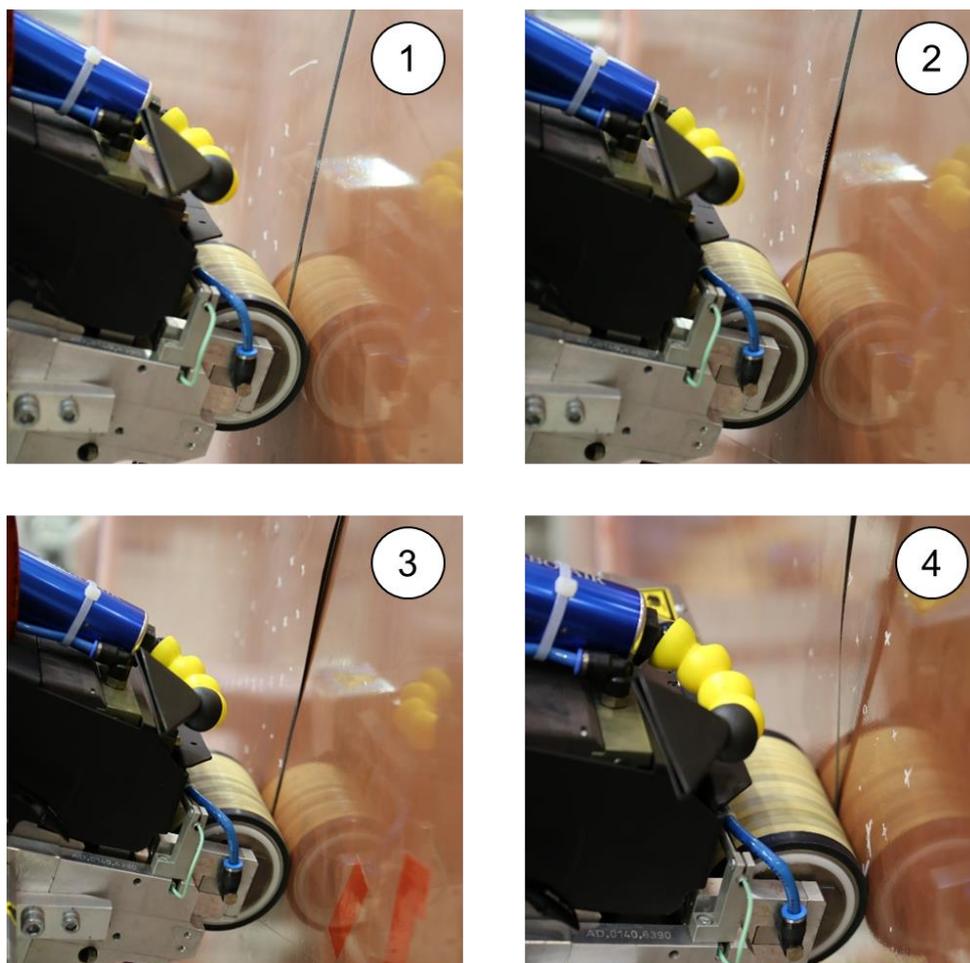


Abbildung 41: Ablösevorgang beim Radius $R = 1.8 \text{ m}$

6.1.3 Schlussfolgerungen

Aus der in Abbildung 38 gezeigten Beobachtung, dass auch bei einem geradlinig abgelegtem Tow und bei großen Steering-Radien sowohl auf der Innen- als auch auf der Außenseite Beulen entstehen, lässt sich schließen, dass für den untersuchten AFP-Prozess nicht allein die aus geometriebedingten Dehnungsunterschieden resultierenden Druckspannungen für das Auftreten von Beulen verantwortlich sind. Nicht geklärt werden kann im Rahmen dieser Arbeit, ob die Beulen bereits vor dem Ablegen im Prepreg vorhanden waren oder ob ein weiterer, bisher nicht identifizierter Mechanismus während der Ablage Beulen verursachen kann. Dennoch handelt es sich bei dem in dieser Arbeit betrachteten Mechanismus um den wesentlichen, da sich mit kleiner werdendem Steering-Radius eine erhebliche Zunahme von sowohl Beulengröße als auch -häufigkeit beobachten lässt.

Jedoch lässt sich bezüglich Beulengröße und -häufigkeit anhand des in Abbildung 40 dargestellten Ablagebildes kein eindeutiger Zusammenhang mit dem Steering-Radius erkennen, da einzelne Tows deutlich von einer kontinuierlichen Zunahme beider Größen mit abnehmenden Steering-Radius abweichen. Zudem treten bei gleichen Radien in verschiedenen Durchläufen ebenfalls deutliche Abweichungen auf. So sind die Beulen der Steering-Versuche mit den Radien von 3 m und 3.2 m vom 11.01.2019 (siehe Abbildung 37) wesentlich kleiner als bei den Versuchen am 17.01.2019 mit den gleichen Radien (in Abbildung 39 unten). Eine mögliche Erklärung für die Abweichungen ist, dass verschiedene Umweltbedingungen an den beiden Tagen das Tackverhalten beeinflusst haben könnten.

Die Umweltbedingungen relative Luftfeuchtigkeit und Lufttemperatur wurden an den Versuchstagen aufgezeichnet und sind in nachfolgender Tabelle 10 aufgeführt. In Abbildung 42 sind die Werte zudem in einem Diagramm für zulässige Klebebedingungen nach Airbus Norm [AIRB08] eingetragen.

Tabelle 10: Umweltbedingungen an den Versuchstagen

| Datum | Lufttemperatur | Relative Luftfeuchtigkeit | Symbol |
|------------|----------------|---------------------------|--------|
| 11.01.2019 | 20.7 °C | 34.3 % | + |
| 14.01.2019 | 21.3 °C | 21.4 % | ★ |
| 16.01.2019 | 20.3 °C | 35.2 % | ✕ |
| 17.01.2019 | 21.4 °C | 28.3 % | ✕ |

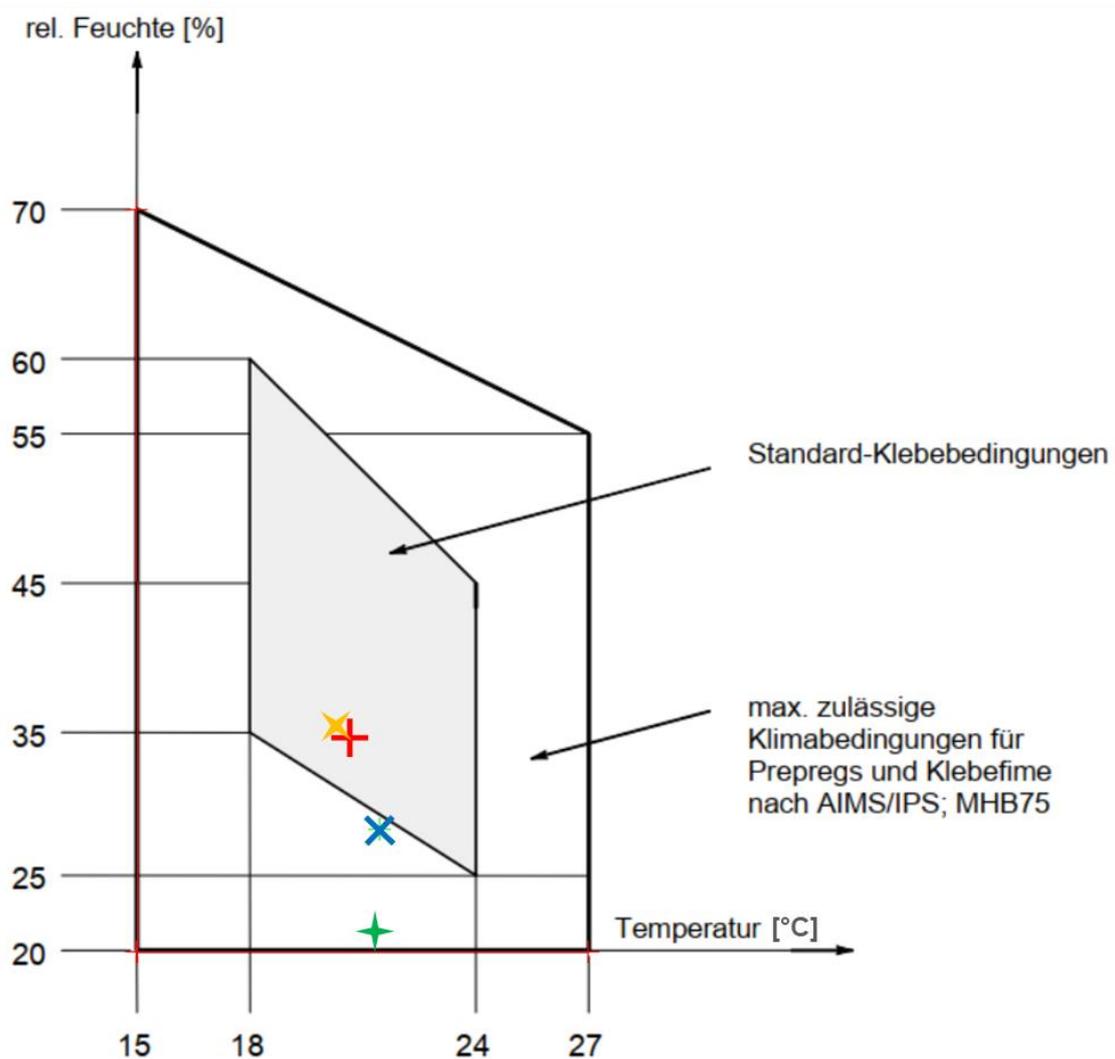


Abbildung 42: Zulässige Klebebedingungen (geändert nach [AIRB08])

Es ist zu erkennen, dass bei allen Versuchen die maximal zulässigen Klimabedingungen eingehalten werden, jedoch nur die Bedingungen am 11.01.2019 und am 16.01.2019 die Standard-Klebebedingungen nach der Norm erfüllen und die Bedingungen am 14.01.2019 am weitesten von diesen entfernt sind. Dies erklärt jedoch nicht das schlechte Tackverhalten am 16.01.2019.

Neben den Umweltbedingungen sind Unterschiede der Oberflächenbeschaffenheit an verschiedenen Ablageorten eine weitere mögliche Erklärung. In den Abbildungen 38 und 39 sind Bereiche zu erkennen, in denen unabhängig von den jeweiligen Radien besonders viele Beulen entstehen. In Abbildung 43 ist erkennbar, dass die Oberfläche der verwendeten ebenen Platte vor allem aufgrund von Korrosion sehr ungleichmäßig ist.

Zusammengefasst ist der betrachtete AFP-Prozess sehr empfindlich gegenüber äußeren Einflüssen, insbesondere denen, die den Tack beeinflussen. Da sich diese Einflüsse während der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche nicht hinreichend genau kontrollieren lassen, sind zukünftig weitere Versuche bei verbesserten Versuchsbedingungen zu empfehlen. Die Vermutung, dass ein Teil der beim AFP beobachtbaren Beulen durch nicht im Modell berücksichtigte Mechanismen entsteht, lässt zudem ohne weiteren Forschungsaufwand zunächst keinen direkten Schluss vom Modell auf die beobachteten Beulen zu. Mit den während der Versuche im Rahmen dieser Arbeit gegebenen Möglichkeiten ist AFP daher sowohl zur Modellvalidierung als auch zur Bestimmung der unbekanntenen Tacksteifigkeit ungeeignet. Aus diesem Grund wird entschieden, abweichend von der ursprünglichen Versuchsplanung zusätzlich Steering-Versuche mit dem ATL-Prozess durchzuführen.

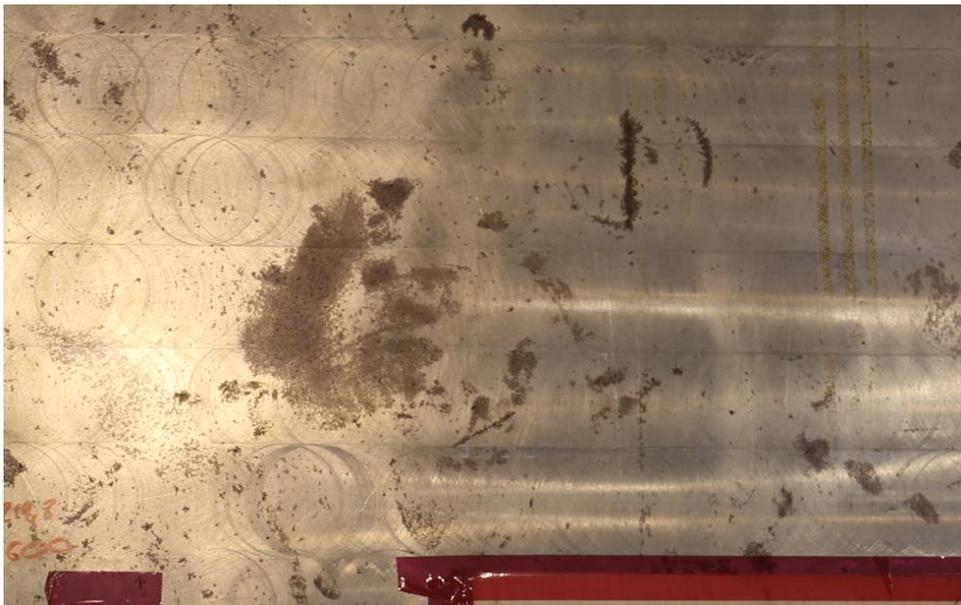


Abbildung 43: Oberfläche des verwendeten Werkzeugs

6.2 Steering-Versuche mit ATL

Die Steering-Versuche mit ATL sollen einerseits zum Vergleich mit der AFP-Technologie dienen, um den Einfluss des Prozesses und des verwendeten breiteren Halbzeugs auf die Entstehung von Beulen zu identifizieren. Andererseits soll mithilfe der Versuche die unbekannte Tacksteifigkeit ermittelt werden, was mit der AFP-Technologie wie in Kapitel 6.3 beschrieben nicht möglich war.

6.2.1 Vorbereitung

Für die Versuche mit ATL wird das gleiche Werkzeug wie bei den AFP-Versuchen verwendet und nur die Robotereinheit entsprechend ausgetauscht. Dabei wird 150 mm breites Tape aus dem gleichen Werkstoff wie beim AFP-Versuch, M21/IMA-Prepreg, verwendet. Auch wird wie beim AFP auf eine beheizte Ablage verzichtet und eine Ablegegeschwindigkeit von $v = 2000 \frac{mm}{min}$ gewählt. Die Anpresskraft der Kompaktierungsrolle beträgt bei den Versuchen mit ATL im Mittel 900 N.

Wie bei den Versuchen mit AFP wird die Tacksteifigkeit iterativ ermittelt. Beim Startwert für die Iteration wird sich an den AFP-Versuchen orientiert. Hierfür werden die in Abbildung 44 gezeigten Diagramme verwendet, in denen für beide Halbzeugbreiten der Zusammenhang zwischen kritischem Radius und Tacksteifigkeit entsprechend des entwickelten Modells dargestellt ist. Es wird dabei angenommen, dass für den gleichen Werkstoff bei beiden Halbzeugbreiten die Tacksteifigkeit gleich ist. Die Beobachtung, dass beim AFP wie in Kapitel 6.3 beschrieben auch oberhalb eines Radius von $R = 3 \text{ m}$ noch Beulen auftreten, lässt darauf schließen, dass die Tacksteifigkeit K deutlich kleiner als $0.2 \frac{N}{mm^3}$ ist. Der kritische Radius für ATL wird also entsprechend Abbildung 44 deutlich oberhalb von 80 m erwartet.

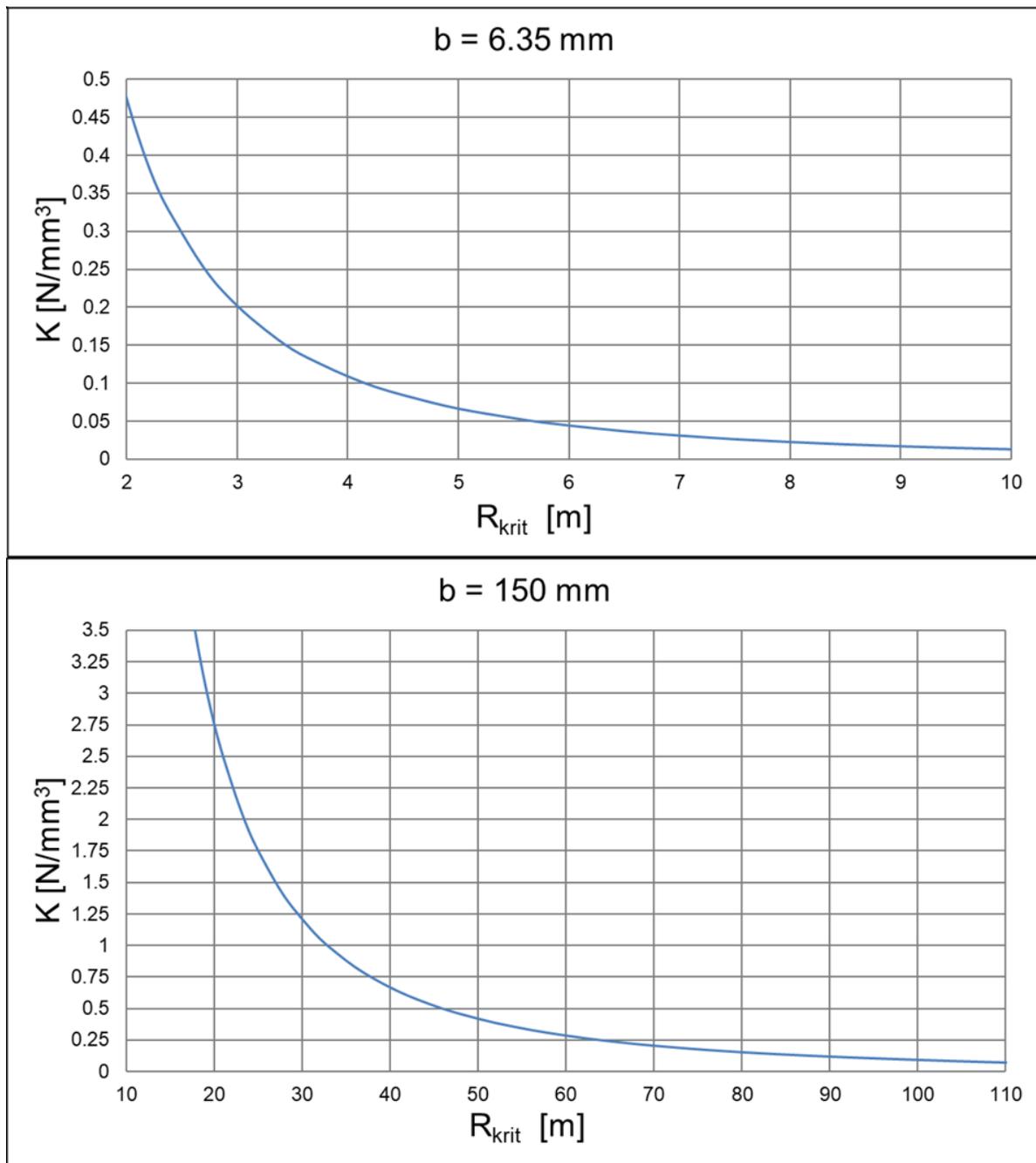


Abbildung 44: Tacksteifigkeit in Abhängigkeit des ermittelten kritischen Radius

6.2.2 Durchführung

Bei einem ersten Testdurchlauf kann die Größenordnung, in der der kritische Radius erwartet wird, nicht bestätigt werden, da bei einem Radius von $R = 80$ m keine Beulen am inneren Rand des Tapes beobachtet werden. Jedoch entstehen hier einige kleine Beulen in der Tapemitte, wie in Abbildung 45 gezeigt. Dies lässt darauf schließen, dass zusätzlich zu den in Kapitel 6.1.3 identifizierten Einflüssen auf das Tackverhalten auch lokal verschiedene Oberflächenbeschaffenheit an der Kompaktierungsrolle entscheidend sein können.

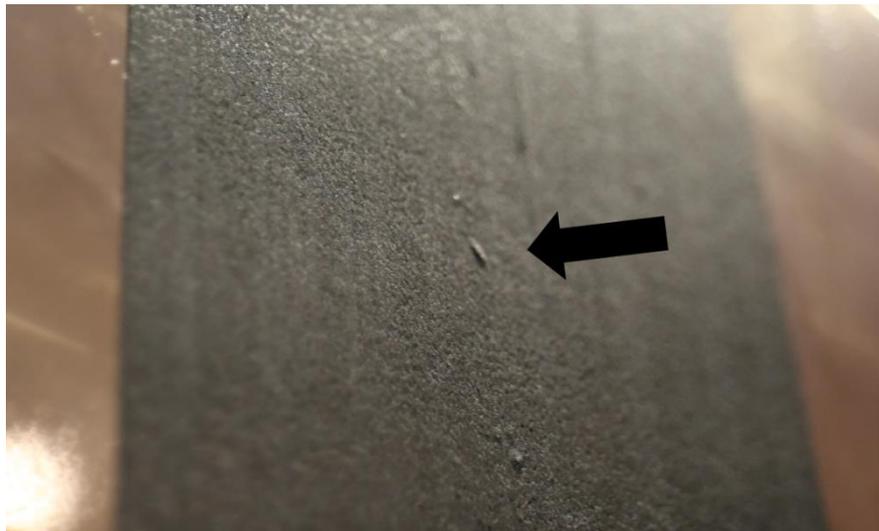


Abbildung 45: Beulen in der Mitte des mit dem Radius $R = 80$ m abgelegten Tapes

Im nächsten Versuchsschritt werden als Konsequenz der Beobachtungen kleinere Steering-Radien verwendet. Da am Versuchstag die Offline-Programmierung der Anlage nur eingeschränkt funktioniert, werden die gleichen Ablagepfade wie beim AFP-Versuch vom 16.01.2019 verwendet. Diese beinhalten alle Radien $8 \text{ m} \leq R \leq 26 \text{ m}$ in Schritten von $\Delta R = 2 \text{ m}$ und zusätzlich die Radien $R = 50 \text{ m}$ sowie $R = 100 \text{ m}$.

Nachdem die abgelegten Tapes mit den nächstkleineren Radien nach $R = 80 \text{ m}$, also $R = 50 \text{ m}$ und $R = 26 \text{ m}$, erneut keine Beulen am inneren Taperand aufweisen, wird entschieden, mit dem kleinsten Radius der Reihe, nämlich $R = 8 \text{ m}$, zu beginnen und anschließend den Steering-Radius in Schritten von $\Delta R = 6 \text{ m}$ zu erhöhen. Dabei werden bei den Steering-Radien $R = 8 \text{ m}$ und $R = 14 \text{ m}$ Beulen am inneren Rand des Tapes beobachtet. Bei den Radien $R = 20 \text{ m}$ und $R = 26 \text{ m}$ treten diese hingegen nicht mehr auf. In einem zweiten Iterationsschritt werden daher anschließend die Radien $R = 14 \text{ m}$, $R = 16 \text{ m}$, $R = 18 \text{ m}$ sowie $R = 20 \text{ m}$ in jeweils drei Versuchsdurchläufen abgelegt.

Neben dem Entstehen von Beulen auf der Tapeinnenseite werden zwei weitere Effekte beobachtet. Zum einen lässt sich während der Materialablage bereits bei der Materialzuführung vor der Kompaktierungsrolle ein Aufstauen des Materials und Bilden von Beulen beobachten, wie in Abbildung 46 erkennbar. Dies ist damit zu erklären, dass beim ATL-Prozess nach dem Beschneiden des Tapes kurz vor dem Ende der Ablagebahn die Spannung im freien Ende des Tapes nicht mehr kontrolliert wird. Um die hierbei entstandenen Schäden von der Versuchsauswertung auszuschließen, wird der Bereich der Bahn, der nach dem Beschneiden abgelegt wird, nicht betrachtet.

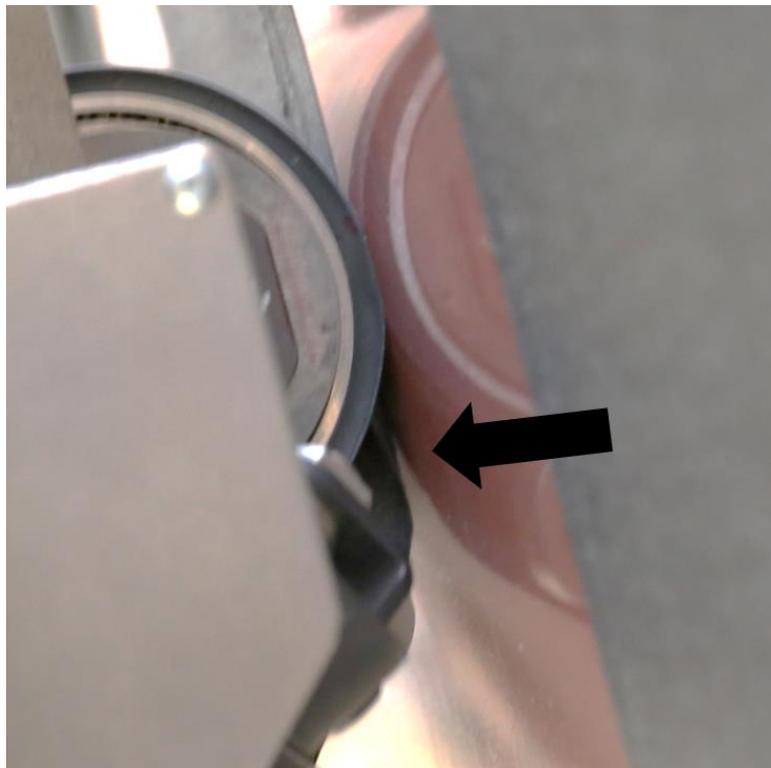


Abbildung 46: Aufstauen des Materials vor der Kompaktierungsrolle

Zum anderen wird ein seitlicher Versatz im unteren Bereich der Ablagebahn wie in Abbildung 47 erkennbar beobachtet, der zum Bilden von Falten und Beulen führt. Eine plausible Erklärung für diesen Effekt ist, dass das Tape bis zum beobachteten Versatz seitlich aus der vorgegebenen Bahn rutscht, auf Höhe des Versatzes an die mechanische Führung stößt und anschließend von dieser zurückgedrückt wird, wodurch die beobachteten Schadensbilder entstehen. Da erwartet wird, dass bei einer geringeren Ablagegeschwindigkeit und einer daraus resultierenden längeren Kompaktierung ein Wegrutschen eingeschränkt werden kann, erfolgen die Versuche ab dem zweiten Durchlauf mit der halben Ablagegeschwindigkeit $v = 1000 \frac{mm}{min}$. Im betrachteten Bahnbereich vor dem Beschneiden tritt der beschriebene Effekt anschließend nicht mehr auf. Um dennoch ein mögliches Abweichen der Ablage von der vorgegebenen Bahn ausschließen zu können, wird beispielhaft an einem mit einem Steering-Radius von $R = 18 \text{ m}$ abgelegten Tape eine Konturmessung mit einem laserbasierten Messsystem durchgeführt. Es kann keine Abweichung der Tapekontur vom vorgegebenen Radius erkannt werden.

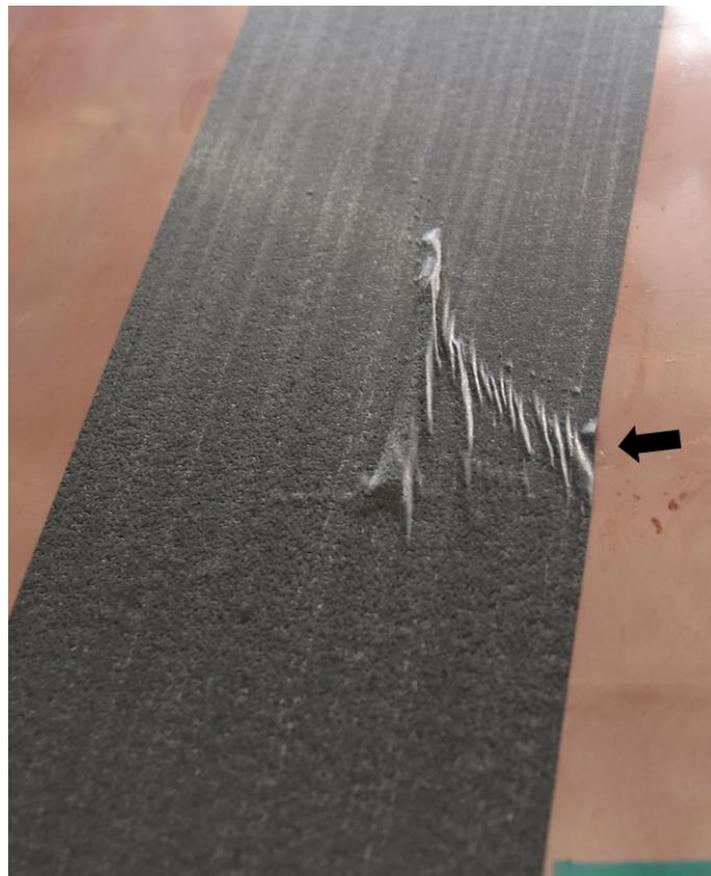


Abbildung 47: Seitliches Verrutschen beim Tape

In nachfolgender Abbildung 48 ist beispielhaft das Ablagebild des dritten Versuchsdurchlaufs dargestellt. Die Bilddokumentation des ersten und zweiten Versuchsdurchlaufs ist darüber hinaus in Anhang C hinterlegt. In den rot markierten Bereichen in Abbildung 48 wirft bereits die Trennfolie Falten, sodass die Beulen am Tape in diesen Bereichen von der Auswertung ausgeschlossen werden. Darüber hinaus nimmt bei allen drei Versuchsdurchläufen die Beulengröße und -häufigkeit bei den Radien $R = 14\text{ m}$ bis $R = 18\text{ m}$ kontinuierlich ab, während beim Radius $R = 20\text{ m}$ (rechts) keine Beulen beobachtet werden. Da der zeitliche Rahmen dieser Arbeit keine weiteren Steering-Versuche ermöglicht, wird auf einen feineren Iterationsschritt verzichtet. Der Radius $R = 18\text{ m}$ kann mit einer Unsicherheit von etwa 10 %, die durch die Radienschritte von $\Delta R = 2\text{ m}$ bedingt ist, als kritischer Radius R_{krit} angenommen werden.

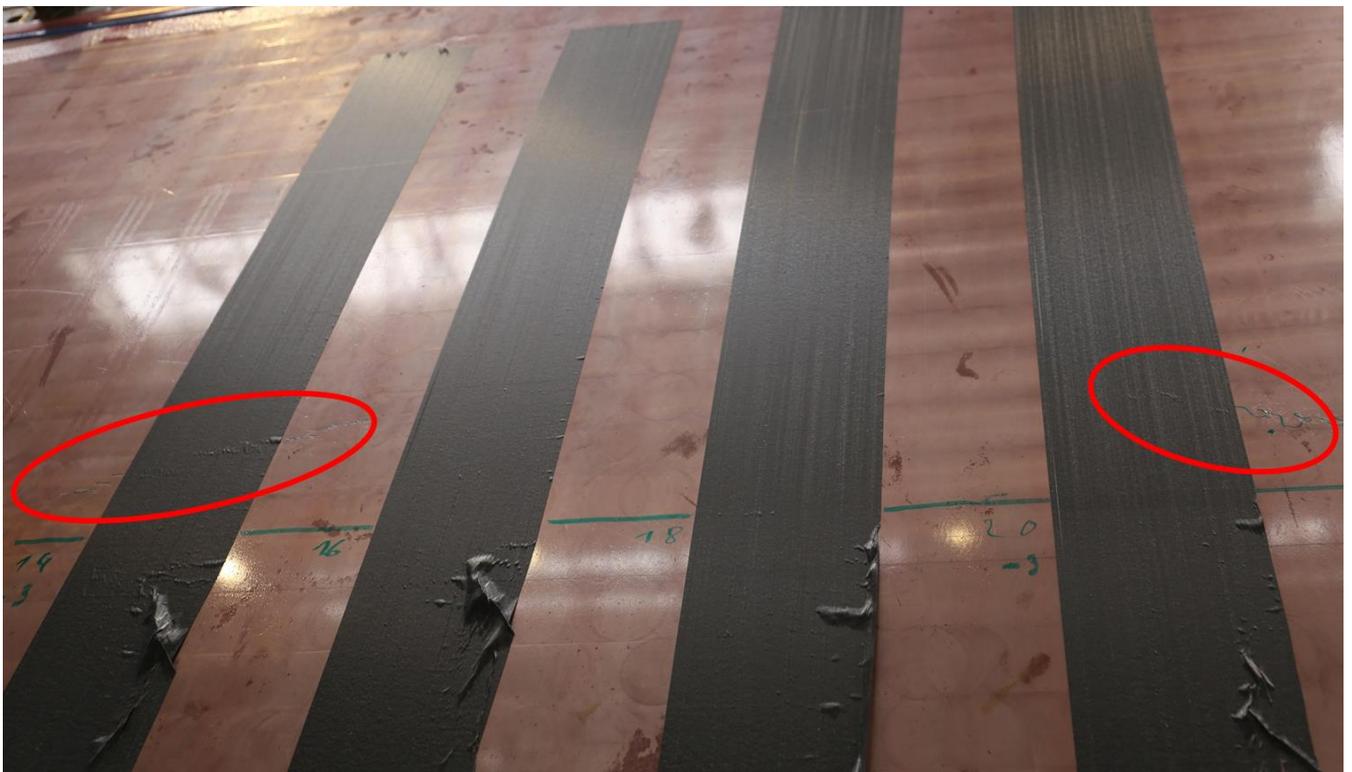


Abbildung 48: Ablagebild der Radien $R = 14\text{ m}$ bis $R = 20\text{ m}$

Neben der Bestimmung des kritischen Radius wird in den Versuchen die Auswirkung des Steering-Radius auf die Beulenform untersucht, um diese mit den mithilfe des Modells vorhergesagten Beulwellenlängen zu vergleichen. Zu diesem Zweck wird eine weitere Bahn mit einem Radius $R = 8\text{ m}$ abgelegt. Bei den mit den Radien $R = 16\text{ m}$ und $R = 18\text{ m}$ abgelegten Tapes entstehen die meisten Beulen am inneren Rand des Tapes und weisen hierbei teilweise eine Breite von mehreren Zentimetern auf, während die Länge 4 mm nicht übersteigt, wie in Abbildung 49 beispielhaft an einem Tape mit dem Radius $R = 16\text{ m}$ zu erkennen ist. Beim mit einem Radius $R = 8\text{ m}$ abgelegten Tape sind die Beulen im Gegensatz dazu länger als breit. Zusätzlich zu den am inneren Rand entstehenden Beulen können hier an einer Stelle mehrere kleine Beulen beobachtet werden, deren Anzahl am inneren Rand am größten ist und die in abnehmender Anzahl auch weiter vom Rand entfernt auftreten, wie in Abbildung 50 zu sehen ist.



Abbildung 49: Beulen beim Radius $R = 16\text{ m}$



Abbildung 50: Beulen beim Radius $R = 8\text{ m}$

6.2.3 Schlussfolgerungen

Es zeigen sich bei Steering-Versuchen mit dem gleichen Prepreg-Werkstoff deutliche Unterschiede zwischen den beiden Technologien AFP und ATL, was die Bewertbarkeit bezüglich der Entstehung von Beulen betrifft. Wie beim AFP können zwar auch beim ATL unabhängig von der Verformung des Halbzeugs durch das Steering Beulen entstehen. Dies verdeutlichen die in Abbildung 45 erkennbaren Beulen in der Mitte eines Tapes, das mit einem deutlich über dem später ermittelten kritischen Steering-Radius liegenden Radius abgelegt wurde. Im Gegensatz zum AFP kann aber aufgrund der höheren Halbzeugbreite deutlich besser unterschieden werden, welche Beulen vermehrt am inneren Rand auftreten und somit eine Abhängigkeit von der Verformung aufweisen. Hierdurch ist im Gegensatz zum AFP-Prozess die Ermittlung des kritischen Steering-Radius von $R_{\text{krit}} = 18 \text{ m}$ für das untersuchte Material durch wiederholbare Versuche möglich.

Dieser Radius liegt jedoch deutlich unter dem Radius, der nach den Versuchen mit AFP erwartet wurde. Wird mit dem entwickelten Modell entsprechend Abbildung 44 in Kapitel 6.2.1 auf die Tacksteifigkeit K zurückgeschlossen, fällt auf, dass sich diese für ATL mit etwa $3.5 \frac{N}{\text{mm}^3}$ um mehr als eine Größenordnung von der für AFP unterscheidet, die auf Grundlage der Versuche deutlich unterhalb von $0.2 \frac{N}{\text{mm}^3}$ angenommen wurde. Die Annahme, dass das Tackverhalten unabhängig von der Halbzeugform bei gleichem Werkstoff als gleich angenommen werden kann, ist in diesem Fall somit nicht erfüllt. Es kann jedoch nicht ausgeschlossen werden, dass auch andere Unterschiede zwischen den beiden verwendeten Halbzeugen einen erheblichen Einfluss auf den Tack haben können, wie beispielsweise das Materialalter oder die Tatsache, dass Tows auf Trennfolie gelagert werden, während bei Tapes Trägerpapier zum Einsatz kommt. Zudem ist anzumerken, dass die Umweltbedingungen am Versuchstag mit einer Luftfeuchtigkeit von 33.5 % und einer Lufttemperatur von 21 °C (ähnlich wie die Daten vom 11.01.2019, siehe Tabelle 10 und Abbildung 42 in Kapitel 6.1.3) innerhalb der Standard-Klebebedingungen nach Airbus Norm [AIRB08] liegen. Dies gilt nicht für die AFP-Versuche vom 17.01.2019, auf deren Grundlage der Wert der Tacksteifigkeit von $K < 0.2 \frac{N}{\text{mm}^3}$ angenommen wurde.

Die entsprechend Abbildung 50 beobachteten Beulformen bei dem mit einem Steering-Radius von 8 m abgelegtem Tape stehen darüber hinaus im Widerspruch zu den bei der Modellentwicklung getroffenen Annahme, dass für jeden betrachteten Bahnausschnitt eine einzige Beule am inneren Rand auftritt. Stattdessen lassen sich mehrere Beulen über die Tapebreite verteilt erkennen, die in der Draufsicht eine Halbkreisform ähneln, wobei die gerade Kante in Richtung des inneren Taperandes weist. Diese Beobachtung führt zu der Annahme, dass

die im Modell berücksichtigte, durch den Kunststoff gegebene gegenseitige Haftung der Fasern teilweise versagt hatte, sodass letztendlich nicht ein breites Halbzeugband, sondern mehrere schmale gegeneinander verschiebliche Streifen, ähnlich wie nebeneinander abgelegte Tows beim AFP-Prozess, vorlagen. Ein solcher Effekt führt dazu, dass die Verläufe der Verformung sowie der Last wie in Abbildung 51 qualitativ angedeutet vom Modell abweichen. Auch die Beobachtung, dass das Längen-Breiten-Verhältnis der Beulen eines mit dem Radius $R = 8$ m abgelegten Tapes von den Beulen der Tapes, die mit den Radien $R \geq 14$ m abgelegt wurden, abweicht, spricht für diese Annahme. Entsprechend des entwickelten Modells hängt die Beulwellenlänge nur von den Materialsteifigkeiten und nicht von der Belastung ab. Ein sich änderndes Längen-Breiten-Verhältnis bei verschiedenen Radien bedeutet demnach also, dass sich die zu berücksichtigende Materialbreite ändert.

Dass die beobachteten Beulen beim kritischen Radius von $R_{\text{krit}} = 18$ m sowie knapp darunter bei $R = 16$ m weiterhin dem Modell entsprechen, führt zu der Schlussfolgerung, dass der beschriebene Effekt erst bei deutlich größeren Verformungen als der kritischen auftritt. Somit hat dieser keinen direkten negativen Einfluss auf die Ermittlung der kritischen Verformung mithilfe des entwickelten Modells. Ein teilweises Versagen des Haftkontaktes zwischen den Fasern führt jedoch zu der Vermutung, dass bereits vor dem Versagen des Haftkontaktes eine entsprechende Schubverformung in der Ablageebene zwischen den Fasern auftritt. Da eine solche Verformung durch das entwickelte Modell nicht zugelassen wird, wird nach den nachfolgenden Ablegeversuchen mit der dreidimensionalen Testgeometrie entschieden, die tatsächlich auftretenden Dehnungen der Fasern mithilfe eines weiteren in Kapitel 6.4 beschriebenen Steering-Versuchs zu ermitteln.

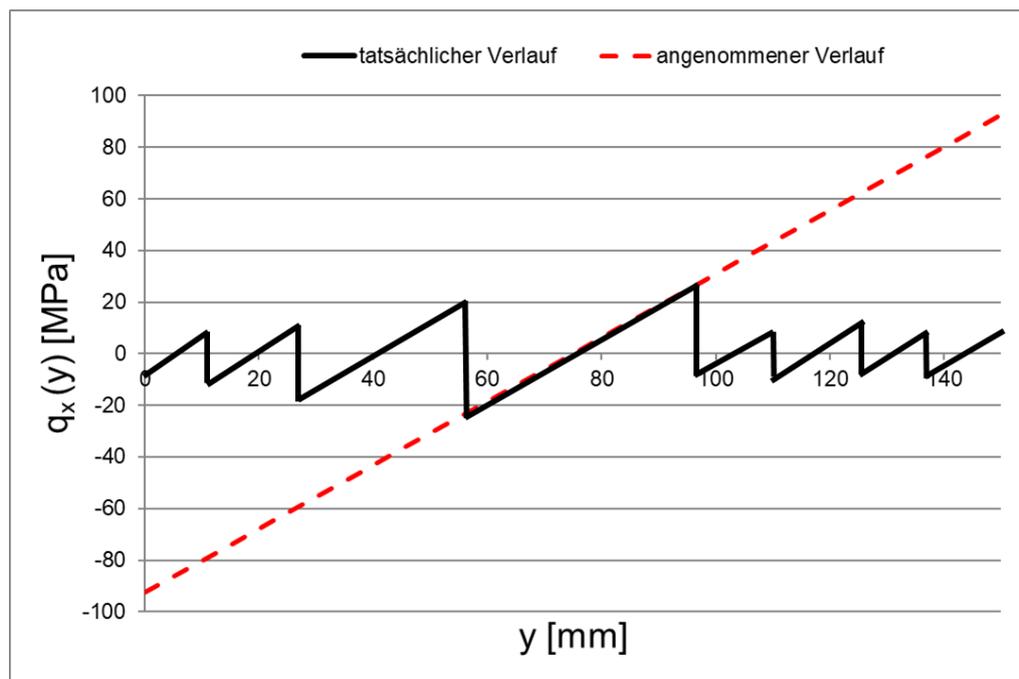


Abbildung 51: Lastverlauf nach einsetzendem Schubversagen

6.3 Ablegeversuche über dreidimensionale Testgeometrie

Um dreidimensionale Ablagegeometrien berücksichtigen zu können, muss im Vorfeld der Ablegeversuche eine entsprechende dreidimensionale Werkzeuggeometrie definiert und realisiert werden. Die Geometrie muss der Anforderung gerecht werden, dass beim Überfahren mit der Ablegeeinheit Lasten im Material erwartbar sind, die zu den im Modell beschriebenen Schäden führen. Außerdem ist wichtig, dass sich die Geometrie für das Modell ohne großen Aufwand genau beschreiben lässt, die Herstellung kostengünstig ist und zudem möglichst eine gute Übertragbarkeit auf reale Bauteilgeometrien besteht. Aus diesen Gründen wird sich für eine aus Holz gefräste, 2000 mm breite, 300 mm lange und 60 mm hohe Rampe entschieden, die wie in Abbildung 52 gezeigt mit Hilfe von Magneten auf der bereits bei den vorigen Versuchen verwendeten ebenen vertikalen Platte befestigt wird. Anschließend werden Platte und Rampe zusammen mit der Trennfolie überzogen. Aus der Länge und Breite der Rampe ergibt sich eine nachfolgend mit e bezeichnete Steigung von 1:5. Rampen mit unter anderem dieser Steigung werden auch bei realen Bauteilen am Übergang von Bereichen mit verschiedenen Wandstärken wie in Abbildung 53 zu sehen realisiert, wodurch mit der Testgeometrie ein möglicher Praxisfall direkt abgebildet wird.

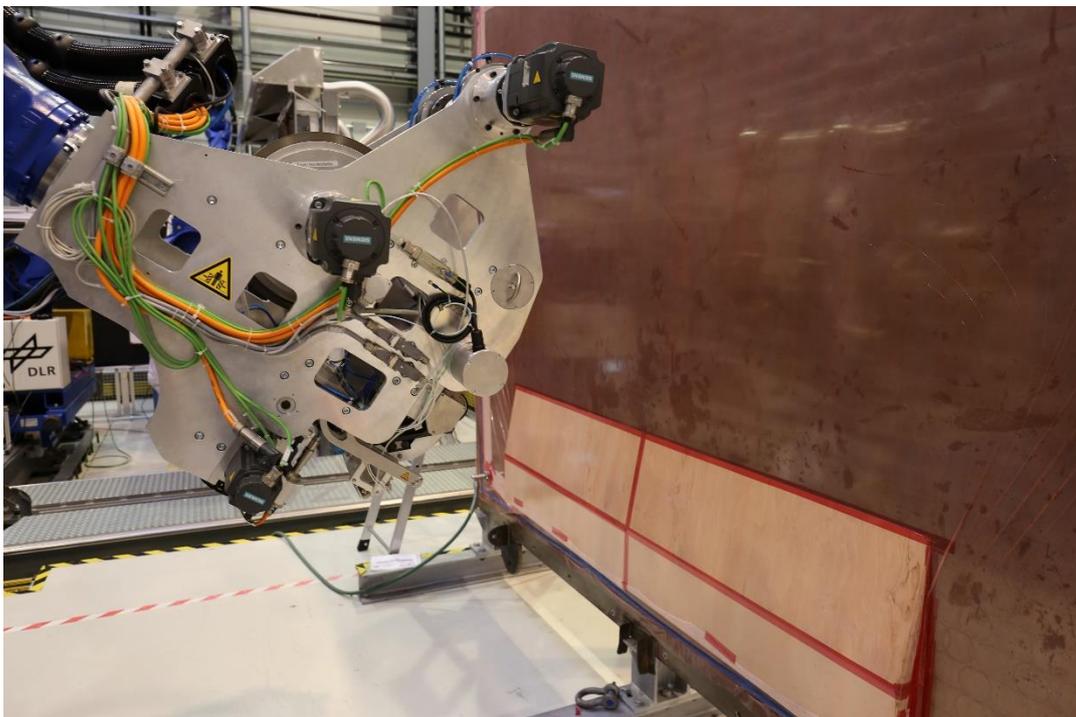


Abbildung 52: Versuchsaufbau mit Rampengeometrie



Abbildung 53: Praxisbeispiel für Rampengeometrie (Quelle: [LENG15])

Beim gradlinigen Überfahren der Rampe mit einer ATL-Einheit unter einem schrägen Winkel entstehen Verformungen im dabei abgelegten Tape. Für die Validierung wird mit Hilfe eines im Rahmen dieser Arbeit programmierten Tools in der Sprache Python, das im Kapitel 7 näher beschrieben ist, das entwickelte Modell auf Grundlage dieser Verformungen angewendet, bevor Ergebnisse mit den tatsächlichen Beobachtungen während der Versuche verglichen werden. Während bei einer möglichen zukünftigen Implementierung ein automatisiertes Ableiten der Geometriedaten aus den CAD-Daten sinnvoll ist (siehe Kapitel 7), kann die Geometrie bisher nur durch eine mathematische Beschreibung erfasst werden. Als Eingangsgröße des Modells zur Beschreibung des Verformungszustandes dienen die Längendaten $l(s,y)$ an verschiedenen Positionen des abgelegten Tapes, die durch die Koordinaten s und y beschriebenen sind. Ihre mathematische Ermittlung ist im nachfolgenden Kapitel 6.3.1 beschrieben ist. Die Verformung an einer bestimmten Stelle s hängt von verschiedenen Parametern des Ablagepfads ab. Durch Variation dieser Parameter lassen sich daher verschiedene Lastfälle darstellen, die in Kapitel 6.3.2 beschrieben sind.

6.3.1 Mathematische Beschreibung der Testgeometrie

In Abbildung 54 ist die Draufsicht des schräg unter dem Winkel α über die Rampe laufenden Tapes der Breite b skizziert. Wie in Kapitel 4 definiert weist die y -Koordinate in die Breitenrichtung, während die Wegkoordinate s dem Verlauf der Mittellinie des Tapes folgt. Die Position des Rampenbeginns $l_R(y)$ bezogen auf die y -Koordinate lässt sich durch folgende Gleichung beschreiben:

$$l_R(y) = \frac{1}{\tan \alpha} \left(y - \frac{b}{2} \right) + l_{\text{Vorlauf}} \quad (70)$$

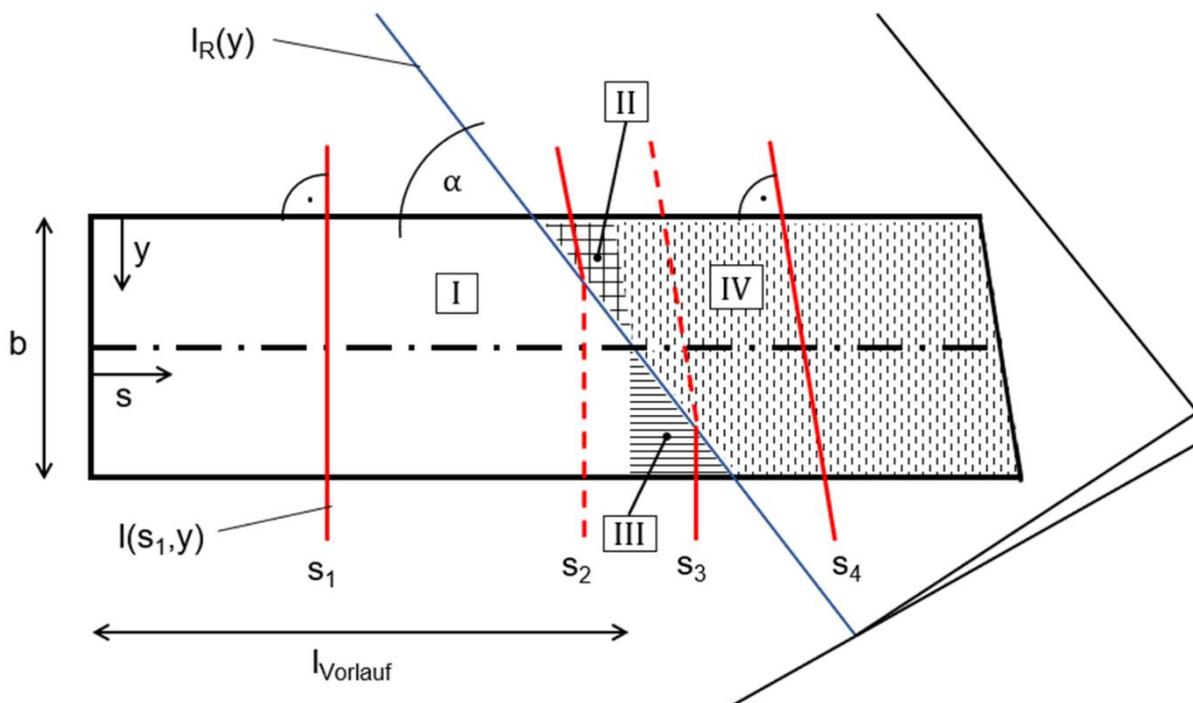


Abbildung 54: Draufsicht des schräg über die Rampe laufenden Tapes

Dabei ist l_{Vorlauf} die Vorlauflänge der Tapemittellinie bis zum Erreichen der Rampe. Ab dem Erreichen der Rampe verläuft das Tape gegenüber der ursprünglichen Ablageebene um den Bahnsteigungswinkel γ geneigt weiter. Der Bahnsteigungswinkel γ lässt sich entsprechend Abbildung 55 wie folgt definieren:

$$\gamma = \arctan \left(\frac{\Delta z}{\Delta x} \right) \quad (71)$$

Bei einem von 90° verschiedenen Überfahrwinkels α weicht wie in Abbildung 55 erkennbar die Steigung $\frac{\Delta z}{\Delta x}$ der Ablagebahn von der Rampensteigung e ab. Es lässt sich folgende trigonometrische Beziehung aufstellen:

$$\sin \alpha = \frac{\frac{1}{e} \cdot \Delta z}{\Delta x} \quad (72)$$

Damit ergibt sich für den Bahnsteigungswinkel:

$$\gamma = \arctan (e \cdot \sin \alpha) \quad (73)$$

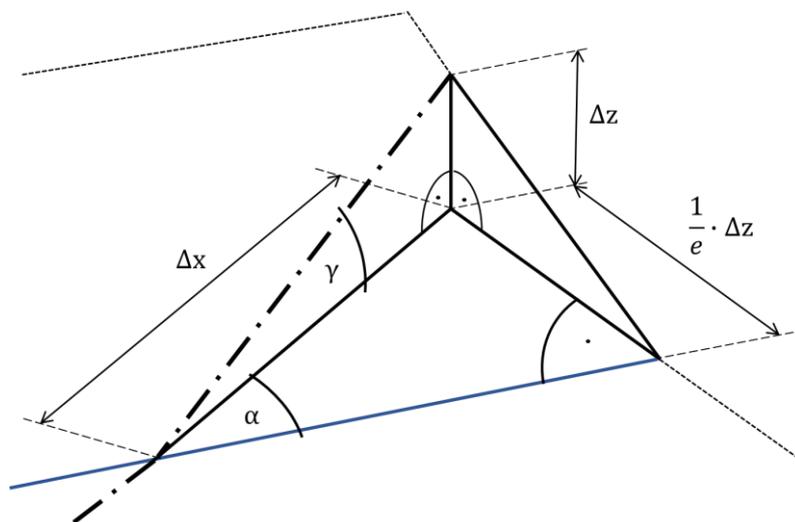


Abbildung 55: Geometrische Ermittlung des Bahnsteigungswinkels

Um die für das Modell benötigten Längen $l(s,y)$ zu berechnen, wird die Bahn als an der Wegkoordinate s (bezogen auf die Mittellinie) abgeschnitten betrachtet. Dabei verläuft die Schnittlinie senkrecht zur Faserrichtung, was der Annahme gegeneinander unverschieblicher Fasern entspricht. In Abbildung 54 sind Schnittlinien an vier verschiedenen Positionen s eingezeichnet. In den Abbildungen 56 bis 58 sind diese Schnittlinien zusammen mit einer allgemeinen Faser an der Position y sowie der Tapemittellinie, also die Faser an der Position $y = \frac{b}{2}$, von der Seite betrachtet skizziert. Anhand der Seitenansichten können nun die Faserlängen an der Position y hergeleitet werden. Dabei sind vier verschiedene Fälle zu unterscheiden, die in den entsprechend schraffierten mit römischen Ziffern gekennzeichneten Bereichen in Abbildung 54 gelten:

- I. $s \leq l_R(y)$ und $s \leq l_{\text{Vorlauf}}$:

$$l(s, y) = s \quad (74)$$

- II. $l_R(y) < s \leq l_{\text{Vorlauf}}$:

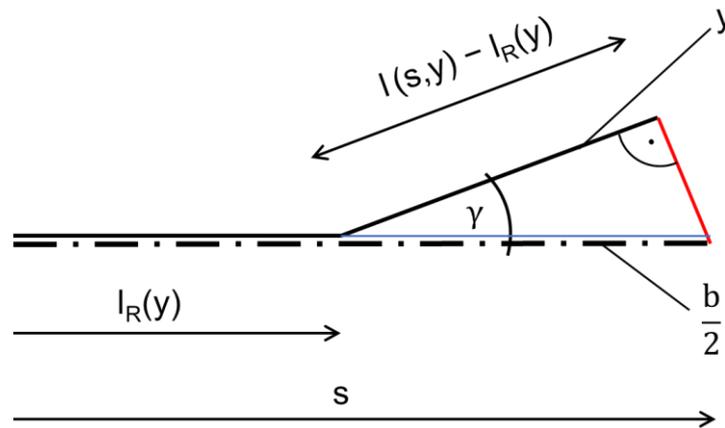


Abbildung 56: Seitenansicht Bereich II

$$l(s, y) = l_R(y) + [s - l_R(y)] \cos \gamma \quad (75)$$

- III. $s > l_{\text{Vorlauf}}$ und $l_{\text{Vorlauf}} + \frac{s - l_{\text{Vorlauf}}}{\cos \gamma} \leq l_R(y)$

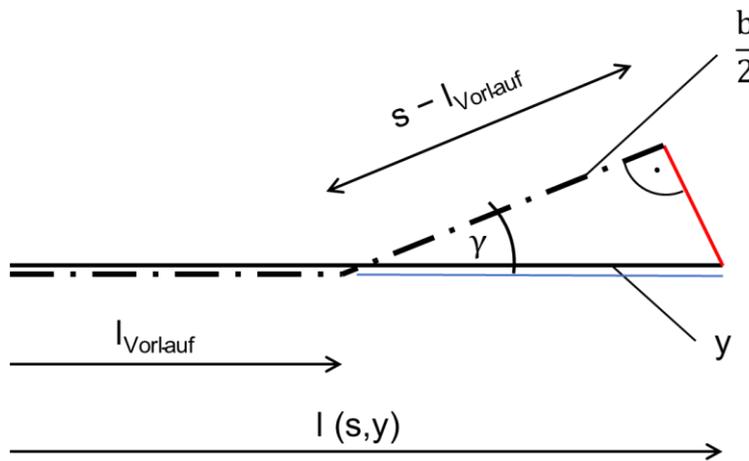


Abbildung 57: Seitenansicht Bereich III

$$l(s, y) = l_{\text{Vorlauf}} + \frac{s - l_{\text{Vorlauf}}}{\cos \gamma} \quad (76)$$

IV. $s > l_{\text{Vorlauf}}$ und $l_{\text{Vorlauf}} + \frac{s - l_{\text{Vorlauf}}}{\cos \gamma} > l_R(y)$:

$$l(s, y) = l_R(y) + s - l_{\text{Vorlauf}} + [l_{\text{Vorlauf}} - l_R(y)] \cos \gamma \quad (77)$$

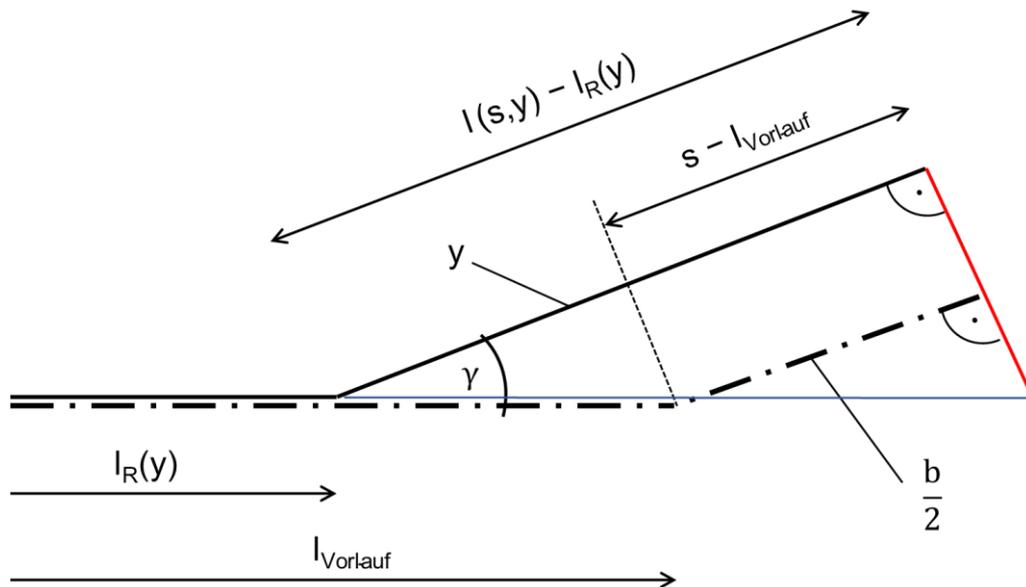


Abbildung 58: Seitenansicht Bereich IV

Während die Rampensteigung e von der Werkzeuggeometrie abhängt, lassen sich der Überfahrwinkel α und somit der Bahnsteigungswinkel γ sowie die Vorlauflänge l_{Vorlauf} durch eine entsprechende Programmierung der Ablagepfade verändern. Mit einer Rampe können also verschiedene zu testende Lastfälle abgebildet werden.

6.3.2 Definition der abzubildenden Lastfälle

Mit einer Rampe als Testgeometrie werden drei sinnvolle Versuchsreihen identifiziert, die nachfolgend beschrieben werden:

- 1.) Variation des Überfahrwinkels α bei konstanter Vorlauflänge l_{Vorlauf}
- 2.) Variation der Vorlauflänge l_{Vorlauf} bei konstantem Überfahrwinkel α
- 3.) Kombination von Überfahren der Rampe und Steering

Variation des Überfahrwinkels α bei konstanter Vorlauflänge l_{Vorlauf}

Die Variation des Überfahrwinkels kann zum Nachweis dienen, dass mit dem weiterentwickelten Stabilitätsverlust-Modell nicht nur aus zweidimensionalem Steering sondern auch aus dreidimensionaler Geometrie auf die Lastverteilung innerhalb des abgelegten Materials geschlossen werden kann.

Zu diesem Zweck werden im Rahmen dieser Arbeit die durch die Gleichungen (74) bis (77) definierten Lastverläufe $l(y)$ über die Materialbreite in Abhängigkeit der Position s mithilfe eines mit dem Programm Excel erstellten Tools grafisch dargestellt. Dabei können die Parameter α und l_{Vorlauf} variiert werden. Darüber hinaus werden die entsprechenden resultierenden Lastverläufe $q_x(y)$ nach Gleichung (37) ebenfalls grafisch veranschaulicht.

In den Abbildungen 59 und 60 sind die Verläufe für jeweils 10 Positionen s im Bereich des Überfahrens der vorderen Rampenkante bei den Überfahrwinkeln $\alpha = 30^\circ$ und $\alpha = 70^\circ$ dargestellt. Die Vorlauflänge l_{Vorlauf} beträgt in beiden Fällen 300 mm. Die Längen- und Lastenunterschiede über die Materialbreite nehmen unter anderem mit größerer Rampensteigung zu. Für die qualitative Veranschaulichung zeigen die Diagramme in den Abbildungen Verläufe für die Rampensteigung $e = 1$, da die Längenunterschiede so besser zu erkennen sind als bei der für die Versuche verwendeten Steigung $e = 1:5$. Neben der Rampensteigung beeinflusst der Überfahrwinkel α den Verlauf der Funktionen. Je näher α den Grenzfällen von $\alpha = 0^\circ$ beziehungsweise $\alpha = 90^\circ$ kommt, in denen die Rampe spannungsfrei überfahren wird, umso geringer sind die Längen- und Lastunterschiede über die Materialbreite. Die größten Spannungsunterschiede für eine Position s treten hingegen bei $\alpha = 45^\circ$ auf. Anders als beim Steering ist jedoch zu berücksichtigen, dass der Lastverlauf sowohl während des Überfahrens der vorderen Rampenkante als auch nach dem vollständigen Überfahren der Rampenkante von der Position s abhängt.

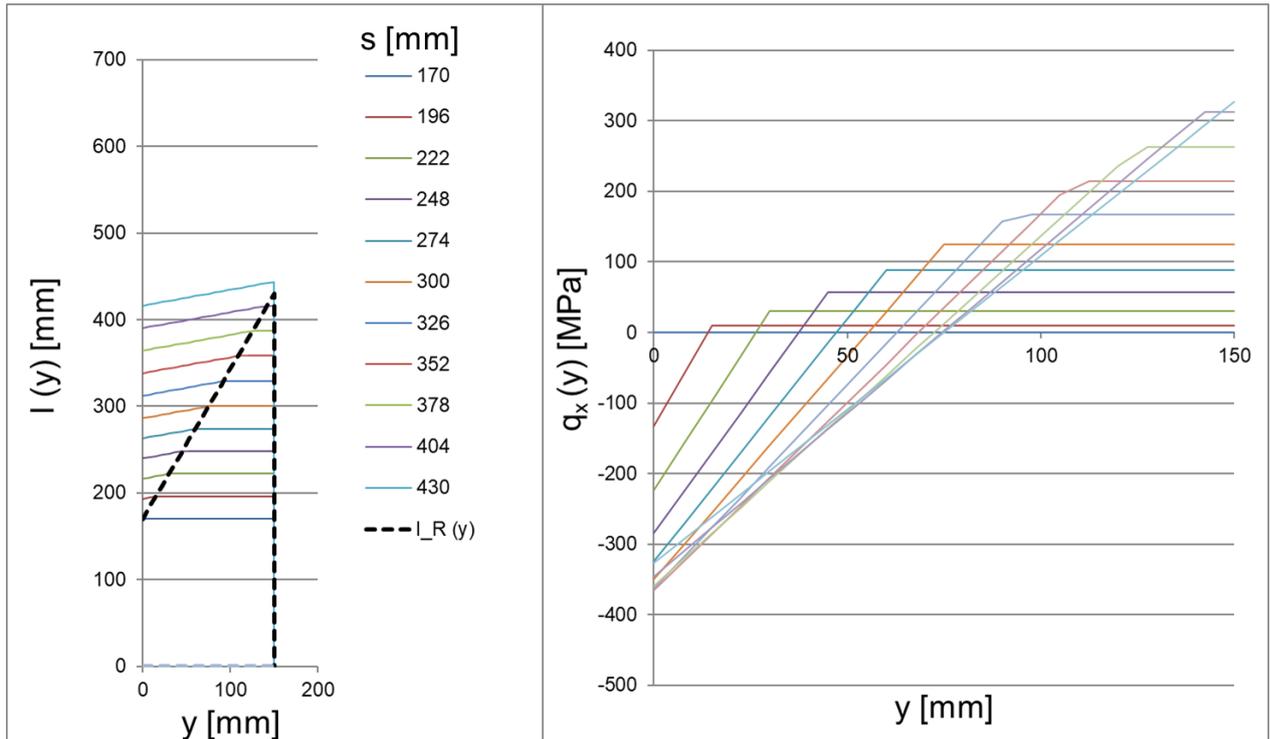


Abbildung 59: Längen- und Lastverläufe für $\alpha = 30^\circ$ und $l_{Vortlauf} = 300$ mm

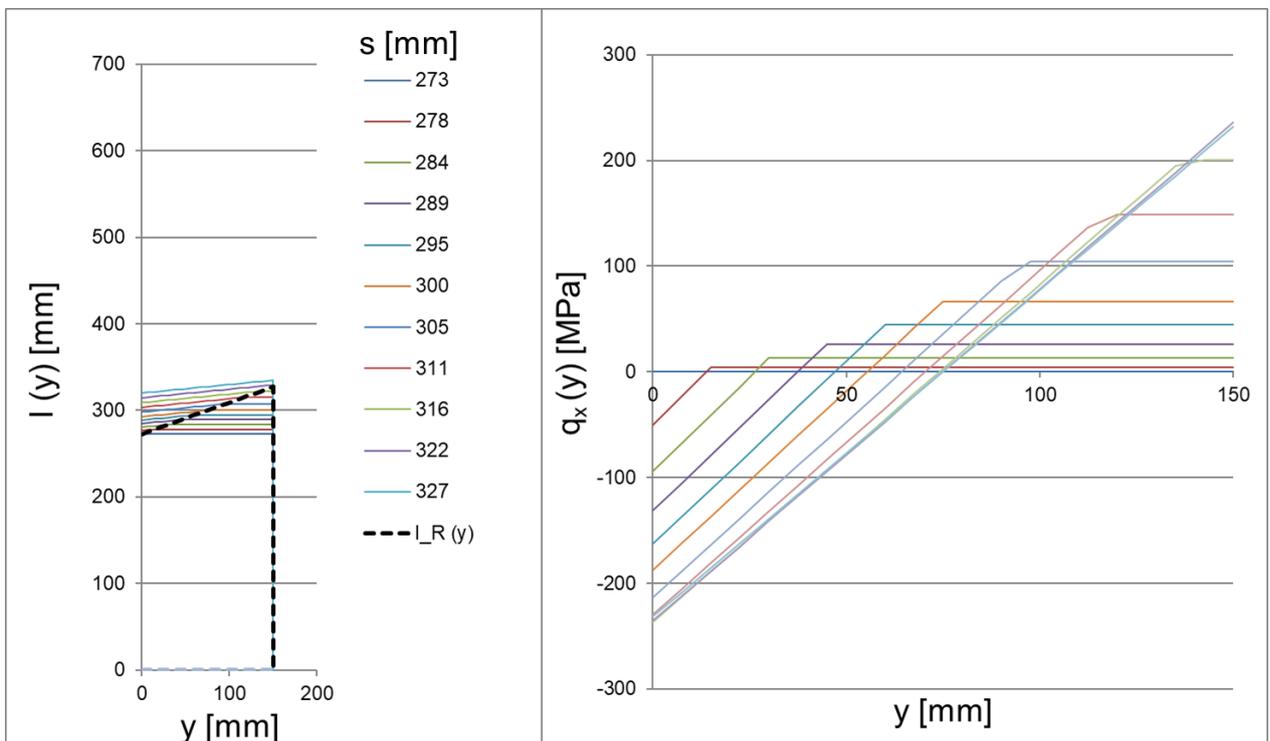


Abbildung 60: Längen- und Lastverläufe für $\alpha = 70^\circ$ und $l_{Vortlauf} = 300$ mm

Es ist zu erkennen, dass, nachdem die vordere Rampenkante vollständig überfahren wurde, wie beim Steering ein linearer Verlauf der Längen- und Lastfunktion durch das Modell vorhergesagt wird. Eine Variation des Überfahrwinkels α führt für eine Position s nach dem Überfahren der Rampenkante zu einer Veränderung der Geradensteigung, wie auch eine Variation des Radius R beim Steering. Ein geeigneter Versuch zur Validierung des dreidimensionalen Ansatzes ist daher, α bei ansonsten gleichbleibenden Parametern schrittweise zu verändern und das Entstehen von Beulen zu beobachten. Ergibt sich der kritische Überfahrwinkel α_{krit} , bei dem das Entstehen von Beulen einsetzt, so, dass der berechnete Lastverlauf dem Lastverlauf für Steering mit dem kritischen Radius R_{krit} entspricht, kann der Ansatz als bestätigt angesehen werden. Die Variation des Überfahrwinkels kann dabei sowohl zwischen $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 45^\circ$ als auch zwischen $\alpha = 90^\circ$ und $\alpha = 45^\circ$ erfolgen, da beide Fälle einen Anstieg von der minimalen zur maximalen Geradensteigung bewirken. Wie in Abbildung 60 erkennbar ist, ist der Bereich der Rampenüberfahrt bei Überfahrwinkeln $\alpha < 45^\circ$ länger als bei $\alpha > 45^\circ$. Bei kleinen Winkeln ist es daher im Bereich der Messgenauigkeit beim Versuch möglich, zwischen verschiedenen Positionen s im Bereich des Überfahrens der vorderen Rampenkante zu unterscheiden. Somit kann zusätzlich getestet werden, ob eventuelle Beulen bereits vor dem vollständigen Überfahren entstehen und diese mit den vorhergesagten nichtlinearen Lastverläufen in diesem Bereich übereinstimmen. Eine Überprüfung ist beispielsweise mit den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Tools möglich. Hierfür werden mit dem Excel-Tool diskrete Längenwerte für die entsprechende Stelle s berechnet und diese in das Python-Tool übertragen. Mit dem Python-Tool kann anschließend abgeglichen werden, ob das Modell für den Lastverlauf einen Stabilitätsverlust vorhersagt oder nicht. Kleine Überfahrwinkel haben jedoch den Nachteil, dass eine konstante Kompaktierung des Materials durch die Ablegeeinheit erschwert wird, da die Kompaktierungsrolle bei der Überfahrt hierfür stark deformiert werden muss. Dies kann eine Beeinflussung des Versuchsergebnisses zur Folge haben.

Variation der Vorlauflänge $l_{Vorlauf}$ bei konstantem Überfahrwinkel α

Als zweiter Schritt kann, sobald ein kritischer Überfahrwinkel α_{krit} für eine bestimmte Vorlauflänge $l_{Vorlauf}$ bestimmt wurde, nun die Vorlauflänge verändert werden. Hierdurch kann die Annahme überprüft werden, dass die durch die Verformung induzierten Spannungen über die Länge des abgelegten Materials abgebaut werden. Wie ein Vergleich folgender Abbildung 61, in der die Längen- und Lastverläufe für $\alpha = 70^\circ$ und $l_{Vorlauf} = 600$ mm dargestellt sind, mit Abbildung 59 zeigt, werden für längere Vorlaufängen geringere Lasten erwartet. Wird beim Beibehalten des zuvor kritischen Überfahrwinkels die Vorlauflänge erhöht, ist folglich ein Verschwinden der Beulen zu erwarten.

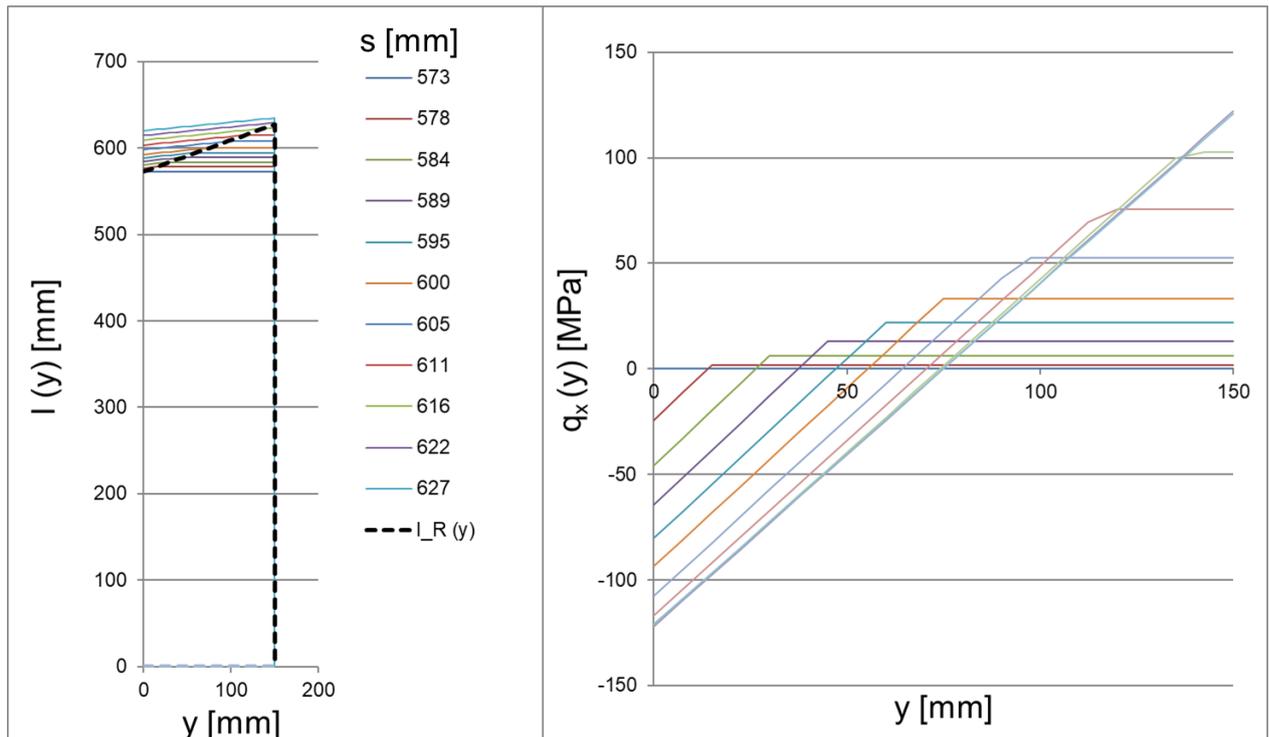


Abbildung 61: Längen- und Lastverläufe für $\alpha = 70^\circ$ und $l_{\text{Vorlauf}} = 600 \text{ mm}$

Kombination von Überfahren der Rampe und Steering

Um weitere Variationen der Lastverläufe mit der Rampengeometrie erzielen zu können, ist es zusätzlich zu den zuvor beschriebenen Versuchen möglich, das Überfahren der Rampe mit zweidimensionalem Steering zu kombinieren. Eine mathematische Erfassung der resultierenden Längen ist am einfachsten, wenn nur vor der Rampe Steering angewendet wird und das Überfahren geradlinig erfolgt.

Ein möglicher Ablagepfad ist in Abbildung 62 dargestellt. Die Längenverteilung infolge Steerings $l_{\text{Steering}}(y)$ mit dem Steering-Radius R und dem Mittelpunktswinkel θ ergibt sich über die Breite b zu:

$$l_{\text{Steering}}(y) = \theta \cdot \left(y + R - \frac{b}{2} \right) \quad (78)$$

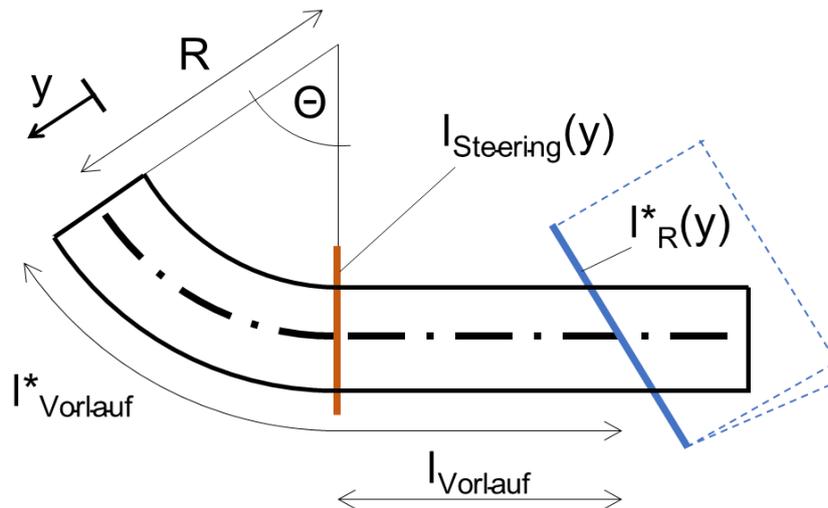


Abbildung 62: Möglicher Ablagepfad für Kombination von Rampe und Steering

Da die in Kapitel 6.3.1 entwickelten Gleichungen (70) sowie (74) bis (76) nur für eine gerade Vorlauflänge l_{Vorlauf} hergeleitet wurden, sind die dort beschriebenen Längen l_{Vorlauf} , $l_R(y)$ und $l(s,y)$ wie folgt zu den Längen l^*_{Vorlauf} , $l^*_R(y)$ sowie $l^*(s,y)$ zu modifizieren:

$$l^*_{\text{Vorlauf}} = l_{\text{Vorlauf}} + \theta \cdot R \quad (79)$$

$$l^*_R(y) = l_R(y) + l_{\text{Steering}}(y) \quad (80)$$

$$l^*(s,y) = l(s,y) + l_{\text{Steering}}(y) \quad (81)$$

Dabei ist zu beachten, dass in den Gleichungen (80) und (81) bereits die modifizierten Längen l^*_{Vorlauf} und $l^*_R(y)$ verwendet werden.

Bei der Kombination des Überfahrens einer Rampe unter einem schrägen Winkel mit Steering sind zwei Versuchskonstellationen denkbar:

- 1.) Der beim Steering innen liegende Halbzeugrand trifft zuerst auf die Rampe
- 2.) Der beim Steering außen liegende Halbzeugrand trifft zuerst auf die Rampe

Wie in den Abbildungen 59 bis 61 zu erkennen ist, entstehen am zuerst auf die Rampe treffenden Rand Verkürzungen und am zuletzt auf die Rampe treffenden Rand Längungen der Fasern. Bei Konstellation 1) wirken also Steering und Rampe bezüglich der Richtung des resultierenden Spannungsverlaufs gleich und bei Konstellation 2) entgegengesetzt. Die sich für die beiden Konstellationen ergebenden theoretischen Verläufe der Längen- und Lastfunktionen sind in den Abbildungen 63 und 64 dargestellt. Die entstehenden Längenverläufe an verschiedenen Stellen s können mithilfe des Modells auf Versagen infolge Stabilitätsverlust überprüft werden. Wenn der Überfahrwinkel α ausreichend klein und somit der Bereich des Überfahrens der vorderen Rampenkante ausreichend groß ist (siehe Abbildung 59), sodass bei der Versuchsdurchführung

auf die Position s geschlossen werden kann, können so auch nichtlineare Lastverläufe direkt validiert werden. Eine weitere Möglichkeit für einen Validierungsversuch ist, einen Steering-Radius $R < R_{krit}$ bei Konstellation 2) zu verwenden, sodass die kritischen Spannungen infolge Steerings beim Fahren auf die Rampe abgebaut werden. In diesem Fall kann die Position s , bei der auf der Rampe die Beulen verschwinden, mit der entsprechenden Vorhersage durch das Modell verglichen werden.

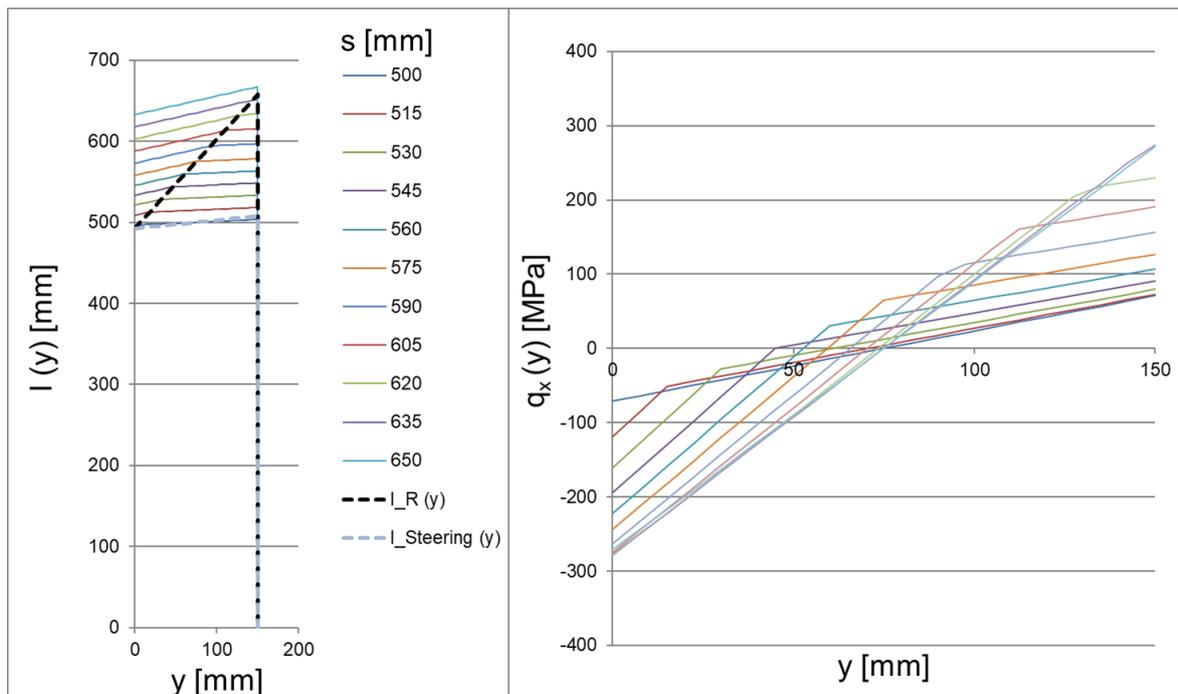


Abbildung 63: Verläufe für $\alpha = 45^\circ$ und $I_{Steering} = 500$ mm (Konstellation 1)

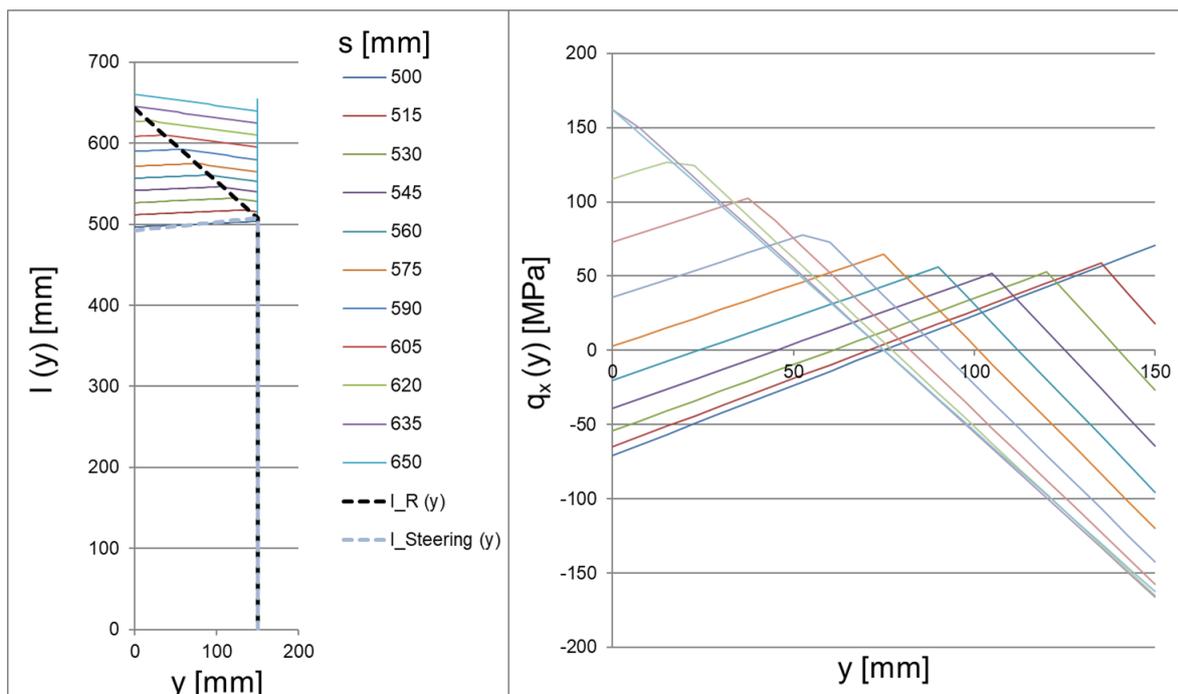


Abbildung 64: Verläufe für $\alpha = -45^\circ$ und $I_{Steering} = 500$ mm (Konstellation 2)

6.3.3 Vorbereitung

Für die Rampenversuche mit ATL werden die gleichen Prozessparameter wie bei den Steering-Versuchen entsprechend Kapitel 6.2 verwendet. Nach der in Kapitel 6.5 erläuterten Vorbereitung des Werkzeugs, auf dem abgelegt werden soll, erfolgt die Programmierung der Ablagepfade entsprechend der drei in Kapitel 6.3.2 definierten Versuchsreihen. Außerdem werden die Ablagepfade mit den entwickelten Tools evaluiert, um den theoretisch kritischen Überfahrwinkel vorherzusagen.

Für die erste Versuchsreihe wird der Überfahrwinkel bei einer konstanten Vorlauflänge von $l_{\text{Vorlauf}} = 100$ mm zwischen $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 90^\circ$ variiert. Die Vorlauflänge ist so gewählt, dass einerseits möglichst hohe Lasten erwartet werden und andererseits auch bei einem Winkel von $\alpha = 45^\circ$ der Bahnbeginn ausreichend vor dem Beginn der Rampe liegt. Um die Vorlauflänge zu variieren, wird zusätzlich die Länge $l_{\text{Vorlauf}} = 500$ mm bei einem Winkel $\alpha = 45^\circ$ programmiert.

Bei den zuvor erfolgten, in Kapitel 6.2 beschriebenen Steering-Versuchen mit ATL wurde ein deutlich kleinerer kritischer Steering-Radius als erwartet ermittelt. Abbildung 65 zeigt den ermittelten Lastverlauf unmittelbar nach dem Überfahren der vorderen Kante der verwendeten Rampe mit der Steigung $e = 1:5$ unter verschiedenen Parametern für l_{Vorlauf} im Vergleich mit dem Lastverlauf für zweidimensionales Steering mit dem kritischen Radius $R_{\text{krit}} = 18$ m. Es ist zu erkennen, dass auch bei den Parametern $\alpha = 45^\circ$ und $l_{\text{Vorlauf}} = 100$ mm, für die die größtmöglichen Lasten erwartet werden, der vorhergesagte Lastverlauf nahezu identisch mit dem für Steering mit dem kritischen Radius berechneten ist. Je nach Versuchsgenauigkeit ist es also möglich, dass selbst bei einem Zutreffen des zugrunde liegenden Modells die auftretenden Lasten etwas unterhalb der kritischen Lasten liegen und somit keine Beulen zu erkennen sind.

Zusätzlich zu einer Variation des Winkels α bei einer konstanten Vorlauflänge $l_{\text{Vorlauf}} = 100$ mm und einer Variation der Vorlauflänge bei einem konstanten Überfahrwinkel $\alpha = 45^\circ$ soll auch eine Kombination von Steering und Rampenüberfahrt getestet werden. Dabei wird die Konstellation, bei der der beim Steering innen liegende Rand zuerst auf die Rampe trifft, angewendet, sodass die durch das Steering erzeugte Spannung beim Fahren auf die Rampe verstärkt wird. Damit nicht vor dem Auftreffen auf die Rampe bereits Beulen entstehen, wird der Radius $R = 20$ m verwendet, der knapp über dem kritischen Radius $R_{\text{krit}} = 18$ m liegt. Dabei wird ein gerader Anteil der Vorlauflänge $l_{\text{Vorlauf}} = 75$ mm gewählt und zudem für das Steering ein Mittelpunktswinkel $\theta = 0.0075$ rad verwendet, sodass der Steering-Anteil der Vorlauflänge bei $\theta \cdot R = 150$ mm liegt. Auch für diesen Fall sind die vorhergesagten Lastverläufe nach dem Überfahren der Rampenkante nahezu identisch mit den Lasten bei reinem Steering mit dem kritischen Radius, wie in Abbildung 66 dargestellt ist.

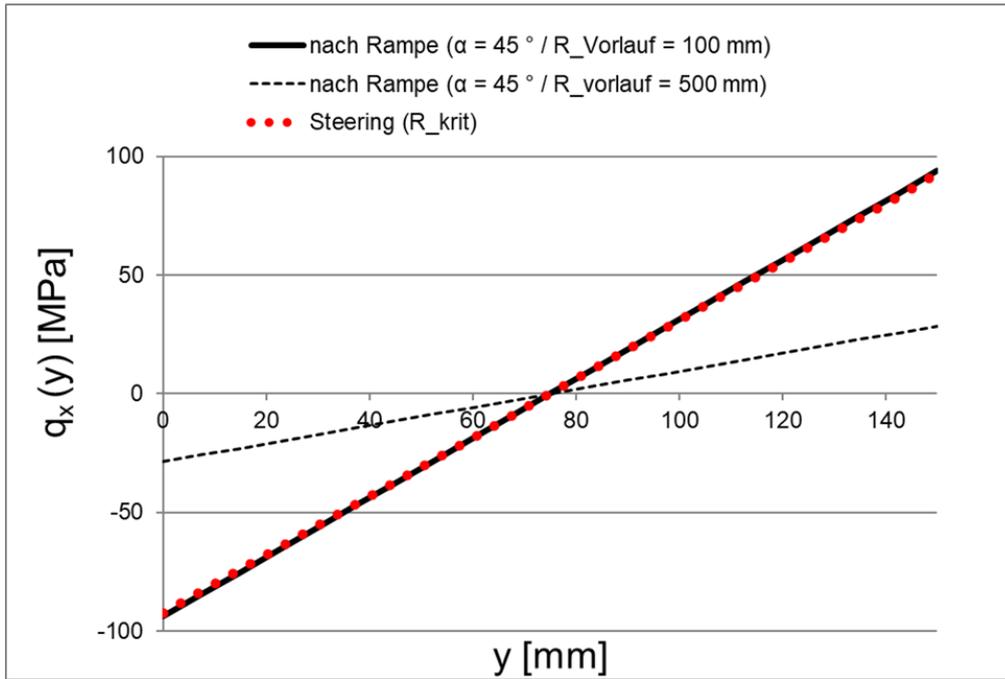


Abbildung 65: Vergleich Lastverläufe Steering (R_{krit}) und Rampe

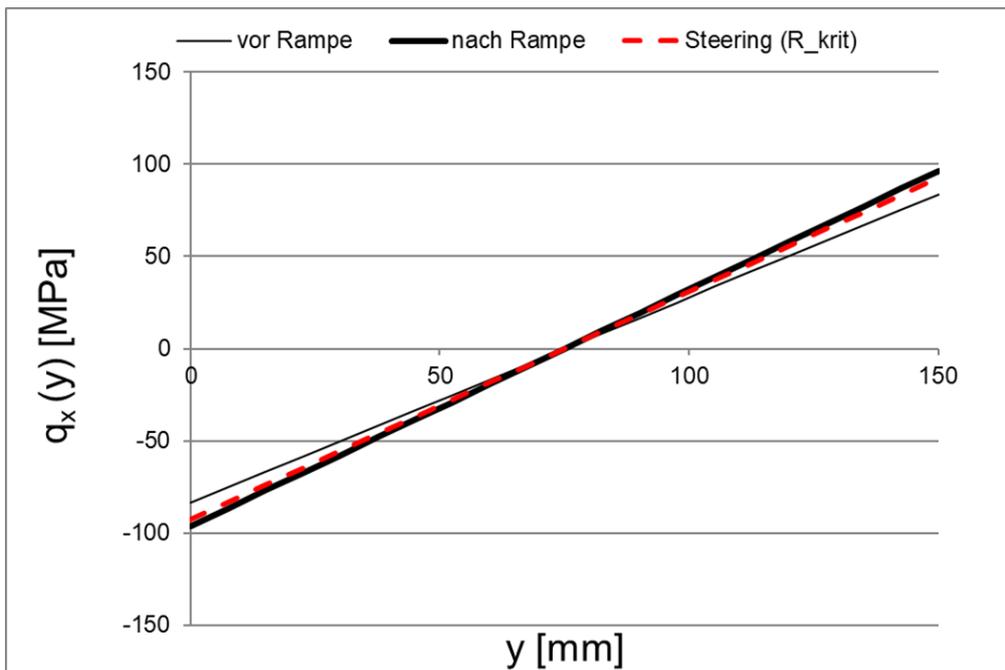


Abbildung 66: Vergleich Lastverläufe Steering (R_{krit}) und Kombination Rampe/Steering

6.3.4 Durchführung

In ersten Ablegeversuchen wird zunächst das Überfahren der Rampe ohne vorhergehendes Steering getestet. Hierfür wird zunächst als Referenz ein Tape unter einem Winkel von $\alpha = 90^\circ$, bei dem keine Spannungen im Material erwartet werden, über die Rampe abgelegt. Anschließend erfolgen Ablagen unter einem Überfahrwinkel von $\alpha = 45^\circ$ mit den Vorlaufängen von $l_{\text{Vorlauf}} = 100$ mm und $l_{\text{Vorlauf}} = 500$ mm. Auf eine Ablage der Winkel zwischen 45° und 90° wird verzichtet, da hier kleinere Lasten erwartet werden. Bei den Versuchen unter einem schrägen Überfahrwinkel wird wie in Abbildung 67 erkennbar deutlich, dass der Ablegekopf der ATL-Einheit beim senkrechten Ausrichten zur Ablageoberfläche nur sehr knapp nicht mit dem Werkzeug kollidiert. Das Ablagebild der Versuche ist im Anhang C dokumentiert. Bei allen drei Ablagen lassen sich keine Beulen erkennen. Stattdessen wird ein senkrecht Ablösen des Materials im Bereich der vorderen Rampenkante (Bridging) beobachtet, das in Abbildung 68 dargestellt ist. Dieses Verhalten deckt sich mit dem in Kapitel 4.2 entwickelten Kontaktverlust-Modell, welches vorhersagt, dass kleine Krümmungsradien, wie an der Rampenkante, zu einer vertikalen Ablösung führen. Da weder der Krümmungsradius noch die Tack-Festigkeit bestimmt werden können, kann das Modell allein durch diese Beobachtung jedoch nicht validiert werden.



Abbildung 67: Kopf der ATL-Einheit beim Ablegen über Rampe



Abbildung 68: Bridging an Rampenkante

Bei der Ablage mit $\alpha = 45^\circ$ fällt außerdem auf, dass das Material nach dem Überfahren der Rampenkante nicht wie erforderlich geradlinig abgelegt wird, sondern ein Knick der Ablagebahn entsteht, wie in Abbildung 69 zu erkennen ist. Der Knick erfolgt in Richtung des Taperandes, der zuletzt auf die Rampe trifft. Dies bedeutet, dass die durch das Fahren auf die Rampe entstehenden Spannungen abgebaut werden. Eine mögliche Erklärung ist, dass an der betreffenden Stelle das Schneiden des Tapes in der Ablegeeinheit erfolgt, nach welchem, wie in Kapitel 6.2.2 beschrieben wird, nicht mehr von einer exakten Tapeführung ausgegangen werden kann. Da die Rampengeometrie sehr weit unten auf der vertikalen Platte montiert ist (siehe auch Abbildung 52), ist ein späteres Schneiden aus Platzgründen nicht möglich. Für den Versuch ist zwar nur der Bereich relevant, in dem die vordere Rampenkante überfahren wird, jedoch kann nicht ausgeschlossen werden, dass ein Abbauen der Spannungen unmittelbar danach auch einen Einfluss auf Spannungen im betrachteten Bereich haben kann.

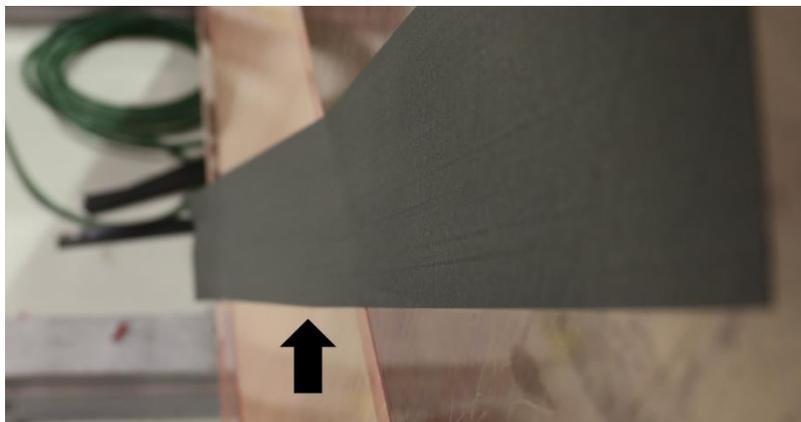


Abbildung 69: Knick der Ablagebahn auf Rampe

Abbildung 70 zeigt ein über die Rampe abgelegtes Tape, bei dem vor der Rampe über eine Strecke von 150 mm Steering mit dem Radius $R = 20$ m erfolgte. Wie zu erkennen ist, können auch bei diesem Versuch keine Beulen beobachtet werden.



Abbildung 70: Ablagebild Rampe und Steering

6.3.5 Schlussfolgerungen

Bereits im Vorfeld der Versuche wurde durch den in Abbildung 65 gezeigten Vergleich des vorhergesagten Lastverlaufs für reines Steering und für reines Überfahren der Rampe deutlich, dass mit der vorhandenen Testgeometrie möglicherweise keine Beulen erzeugt werden können. Diese Vermutung wird durch die Versuche bestätigt.

Auch bei einer Kombination von zweidimensionalem Steering und dem dreidimensionalen Überfahren der Rampe kann kein Auftreten von Stabilitätsverlust demonstriert werden. Wie Abbildung 66 zeigt, liegen auch hier die resultierenden Spannungen nicht deutlich über den Spannungen infolge Steerings mit dem kritischen Radius.

Hinzukommend wird bei den Versuchen beobachtet, dass kurz hinter der vorderen Rampenkante die Spannungen im Material durch eine nicht exakte Tapeführung abgebaut werden, was das Ergebnis zusätzlich negativ beeinflussen kann. Ein ähnlicher Effekt ist auch beim Beginn der abgelegten Bahn möglich, da auch hier das Material die Kompaktierungsrolle spannungsfrei erreicht. Je kürzer die Vorlauflänge l_{Vorlauf} gewählt wird, umso wahrscheinlicher ist es, dass der relevante Bereich im Bereich der Rampenkante von einem solchen Effekt beeinflusst wird. Nach dem entwickelten Modell werden Spannungen über die Länge des abgelegten Materials abgebaut. Eine längere Vorlauflänge hätte demnach also ebenfalls geringere Spannungen im Bereich der Rampenkante zur Folge, sodass die gewählte Länge bereits einen Kompromiss darstellt.

Unter den im Modell getroffenen Annahmen ergeben die Ablegeversuche mit ATL über die entwickelte dreidimensionale Testgeometrie, dass keine Schäden infolge Stabilitätsverlust erzeugt werden können. Eine Validierung des Modells ist demnach ohne eine Modifizierung der Testgeometrie nicht möglich. Möglichkeiten hierfür werden in Kapitel 6.6 genannt. Des Weiteren wird deutlich, dass ein Überprüfen einzelner bei der Modellentwicklung getroffener Annahmen vor einer Validierung des gesamten Modells sinnvoll ist.

6.4 Versuch zur Ermittlung der Faserdehnung

Um die bei der Modellentwicklung getroffene Annahme zu prüfen, dass die bei automatisierten Ablegeprozessen abgelegten Fasern innerhalb eines Faserhalbzeugs gegeneinander unverschieblich sind, wird ein weiterer zweidimensionaler Steering-Versuch mit der ATL-Technologie durchgeführt.

6.4.1 Vorbereitung

Es wird der gleiche Versuchsaufbau wie bei den Steering-Versuchen mit ATL entsprechend Kapitel 6.2 durchgeführt. Wegen der gut beschreibbaren Ablagegeometrie wird hier ebenfalls zweidimensionales Steering untersucht. Dabei wird der Radius von $R = 18$ m verwendet, der zuvor für das verwendete Material bezüglich des Entstehens von Beulen als kritisch identifiziert worden war. Damit die auftretende Verformung ermittelt werden kann, wird im Unterschied zu den in Kapitel 6.2 beschriebenen Versuchen das Tape vor dem Ablegevorgang mit Referenzmarkierungen versehen. Hierfür wird zunächst das Tape über eine Länge von etwa zwei Metern von der Materialrolle abgewickelt und vom Trägerpapier getrennt. Anschließend werden auf der Tapeseite, die nach dem Ablegen sichtbar ist, mehrere zu den Fasern senkrechte Geraden eingezeichnet. Zuletzt wird das Halbzeug zusammen mit dem Trägerpapier wieder aufgewickelt.

6.4.2 Durchführung

Das Ablegen der Bahn erfolgt wie in Kapitel 6.2 beschrieben. Durch das vorhergehende Trennen des Prepregs vom Trägerpapier besteht nach dem erneuten Aufwickeln keine Haftung zwischen Papier und Halbzeug. Dies führt dazu, dass einerseits das Material beim Bahnbeginn nicht kontrolliert zur Kompaktierungsrolle gefördert werden kann und dass andererseits das automatische Beschneiden nicht zuverlässig möglich ist. Beim manuellen Beschneiden löst sich beim einzigen durchgeführten Versuchsdurchlauf ein Teil des abgelegten Materials vom Werkzeug, sodass letztendlich nur die ersten etwa 700 mm der Ablage bewertet werden können. In diesem Bereich liegen drei der zuvor vorbereiteten Markierungen, wie in Abbildung 71 zu erkennen ist.

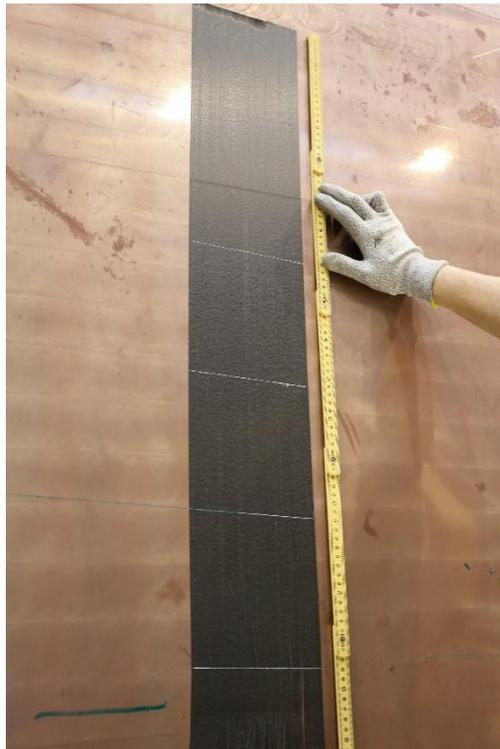


Abbildung 71: Markierungslinien auf mit Steering abgelegtem Tape

Auch nach dem Ablegevorgang mit Steering verlaufen die Markierungslinien weiterhin geradlinig. Allerdings stehen diese nicht mehr senkrecht auf der Ablegerichtung, sondern sind ihr gegenüber wie in Abbildung 72 erkennbar leicht verdreht. Die Abweichung von einer senkrechten Vergleichslinie nimmt mit zunehmender Ablagelänge zu. Sie kann am äußeren Rand für die Markierung bei einer Bahnlänge von 513 mm (auf der Bahn-Innenseite gemessen) zu etwa 2 mm und für die Markierung bei einer Bahnlänge von 668 mm zu 3 mm bestimmt werden. Die Messung ist für die letztgenannte Position in Abbildung 72 dargestellt. Die obere Linie ist hierbei die vor dem Ablegen aufgebraachte Markierung, die untere Linie verläuft nach dem Ablegen senkrecht zur Ablegerichtung.

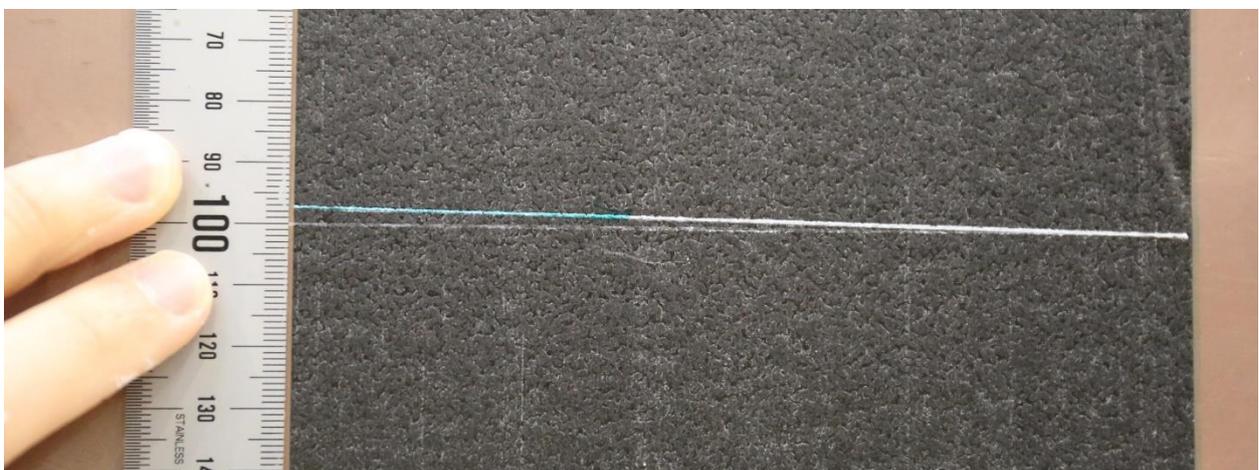


Abbildung 72: Messung der Abweichung von angenommener Verformung

6.4.3 Schlussfolgerungen

Es zeigt sich, dass die bei der Modellentwicklung getroffene Annahme, dass die Fasern im abgelegten Halbzeug gegeneinander unverschieblich sind, für das verwendete Material nicht zutrifft. Die sich hieraus ergebenden Rückschlüsse auf das entwickelte Modell werden nachfolgend erläutert.

6.5 Rückschlüsse auf das entwickelte Modell

In den durchgeführten Versuchen hat sich gezeigt, dass das reale Verformungsverhalten des verwendeten Prepregmaterials nicht dem im Modell zum Stabilitätsverlust infolge Längsdruckspannungen angenommenen Verformungsverhalten entspricht. Bei einer Verformung um die aus der Ablageebene weisenden z-Achse kann das abgelegte Material als Balken betrachtet werden. Sowohl im in Kapitel 4.1.1 vorgestellten bestehenden Ansatz als auch in der in Kapitel 4.1.2 vorgenommenen Weiterentwicklung wird die Last q_x entsprechend der Gleichungen (22) beziehungsweise (37) hergeleitet, indem von der Geometrie des verformten Materials direkt auf resultierende Normalspannungen σ_x geschlossen wird. Dieses Vorgehen beruht auf der Annahme, dass Schubverformungen vernachlässigt werden können und der ursprüngliche Materialquerschnitt nach der Verformung weiterhin senkrecht auf den Fasern steht. Dies entspricht der Balkentheorie nach Bernoulli.

Beim in Kapitel 6.4 beschriebenen Versuch konnte jedoch eine Verdrehung des Querschnitts gegenüber der Faserrichtung beobachtet werden (siehe Abbildung 72). Folglich ist eine Beschreibung durch die Balkentheorie nach Timoshenko zutreffender, nach der Schubverformungen berücksichtigt werden. Die Gleichungen (22) und (37) für die Last q_x sind also nicht zutreffend, sondern müssen erweitert werden.

In Abbildung 73 ist ein Ausschnitt des mit Steering abgelegten Tapes an der betrachteten Stelle s dargestellt. Dabei ist die Faser der Länge l_0 und eine beliebige Faser der Länge $l = l_0 + \Delta l$ dargestellt. Bisher wurde im Modell angenommen, dass die Länge $l_{\text{angenommen}} = l_0 + \Delta l_{\text{angenommen}}$ beträgt, sodass der Querschnitt senkrecht auf den Fasern steht. Im Versuch wurde jedoch eine Abweichung $\Delta l_{\text{Abweichung}}$ zwischen l und $l_{\text{angenommen}}$ beobachtet. Darüber hinaus wurde im Versuch beobachtet, dass der markierte Querschnitt auch nach der Ablage weiterhin gerade verläuft. Aus diesem Grund wird angenommen, dass das Verhältnis von der tatsächlich zu Normalspannungen führenden Längenänderung Δl zur mit dem Modell beschriebenen Längenänderung $\Delta l_{\text{angenommen}}$

für jede Faser an einer beliebigen betrachteten, durch die Koordinaten s und y beschriebenen Stelle gleich ist. Das Verhältnis kann dann wie folgt über einen konstanten Korrekturfaktor λ beschrieben werden:

$$\lambda = \frac{\Delta l(s, y)}{\Delta l_{\text{angenommen}}(s, y)} = 1 - \frac{\Delta l_{\text{Abweichung}}(s, y)}{\Delta l_{\text{angenommen}}(s, y)} = \text{konst.} \quad (82)$$

Ob die Annahme neben dem betrachteten Steering-Versuch auch auf allgemeine Ablagegeometrien übertragbar ist, ist jedoch zu überprüfen.

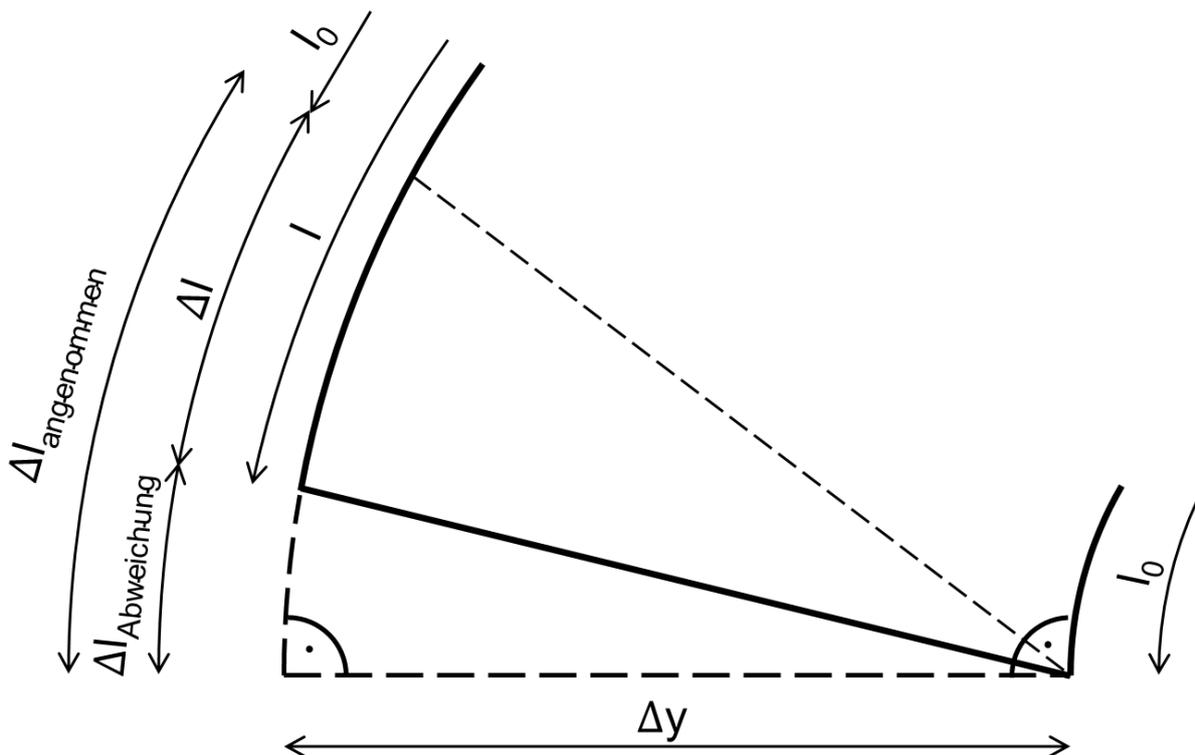


Abbildung 73: Verformung am Bahnausschnitt bei Steering

Beim Versuch wurde bei einer Länge $l_0 = 668$ mm eine Abweichung von $\Delta l_{\text{Abweichung}} = 3$ mm über die gesamte Bahnbreite von $b = \Delta y = 150$ mm gemessen. Die angenommene Längenänderung kann zum Beispiel durch entsprechendes Einsetzen in die Gleichungen (78) und (79) zu $\Delta l_{\text{angenommen}} = 5.67$ mm bestimmt werden. Der Korrekturfaktor ergibt sich somit zu $\lambda = 0.46$. Die resultierenden Normalspannungen betragen demnach also nur 46% des bisher angenommenen Wertes.

Mit dem Korrekturfaktor λ ist es weiterhin möglich, direkt aus der wie bisher ermittelten Ablagegeometrie auf den für das Modell benötigten Lastverlauf $q_x(s,y)$ zu schließen. Gleichung (37) muss hierfür wie folgt modifiziert werden:

$$q_x(y) = f \left[\frac{\lambda E_1 t}{l_0} \Delta l_{angenommen}(y) + \sigma_0 t \right] \quad (83)$$

Die Beobachtung von Schubverformungen führt neben der Definition des Lastverlaufs zu weiteren Fragestellungen bezüglich des entwickelten Modells. Zum einen ist zu klären, ob die der Verformung zugrunde liegenden Schubspannungen in der Ablageebene einen Einfluss auf das Modell haben. Da jedoch $G_{12} \ll E_1$ gilt, ist anzunehmen, dass die Schubspannungen infolge der Schubverformung gegenüber den Zug- beziehungsweise Druckspannungen infolge der Längsdehnung vernachlässigbar sind.

Zum anderen führt die Beobachtung, dass bei der Balkenverformung Schubanteile entsprechend der Theorie nach Timoshenko auftreten, wie bereits in Kapitel 4.1.3 beschrieben zu der Vermutung, dass bezüglich der im Modell berücksichtigten Plattenverformung analog die Theorie nach Mindlin und Reissner angewendet werden muss. Bisher werden hier Vereinfachungen nach der Plattentheorie nach Kirchhoff und Love getroffen.

6.6 Empfehlungen für nachfolgende Versuche

Da das Modell im zeitlichen Rahmen dieser Arbeit nicht validiert werden konnte, sind zukünftig weitere Versuche erforderlich. Im folgenden Kapitel werden Empfehlungen hierfür genannt. Bevor Versuche zur Validierung des vollständigen Modells durchgeführt werden, wird empfohlen, in Vorversuchen zunächst Aspekte des Materialverhaltens zu testen, auf denen die wesentlichen Grundannahmen bei der Modellentwicklung beruhen. Die gewonnenen Erkenntnisse können so in das Modell einfließen, bevor dieses validiert wird.

Einer dieser Aspekte ist das bereits teilweise im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Verformungsverhalten des Materials. Eine weitere zu untersuchende Fragestellung ist, wie sich entstehende Lasten über die Ablagelänge verteilen.

Weitere Versuche zum Verformungsverhalten

Im Rahmen dieser Arbeit wurde festgestellt, dass neben einer Biegeverformung entsprechend eines Bernoulli-Balkens auch Schubverformungen bei abgelegten Faserhalbzeugen auftreten können. Um diese Schubverformungen beschreiben zu können, wurde bereits der in Kapitel 6.4 beschriebene Steering-Versuch durchgeführt. Da bei diesem, wie erläutert, keine optimalen Versuchsbedingungen vorlagen und zudem keine Wiederholbarkeit nachgewiesen wurde, sind weitere Steering-Versuche erforderlich. Dabei kann zusätzlich der Steering-Radius variiert werden, um zu überprüfen, ob eine Abhängigkeit vorliegt. Für möglichst genaue Messungen der Verformungsanteile sollten die Ablagelängen mit Steering hierbei möglichst groß sein.

Beim Steering-Versuch wurde außerdem beobachtet, dass der Schubanteil bezogen auf die gesamte Verformung konstant ist. Es wird angenommen, dass dies auch für beliebige Ablagegeometrien gilt. Um diese Annahme zu validieren, sollten zusätzlich zu Steering-Versuchen andere Ablagegeometrien getestet werden, wie beispielsweise die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Rampengeometrie.

Spannungsverteilung über Ablagelänge

Eine weitere getroffene Annahme mit großem Einfluss auf das entwickelte Modell ist, dass sich aufgrund von Verformungen entstehende Spannungen während des Ablegevorgangs über die gesamte Länge des zuvor abgelegten Materials verteilen. Dies wird bei der Modellentwicklung in Kapitel 4.1.2 dadurch impliziert, dass in Gleichung (34) sowohl die Längenunterschiede Δl sowie

die Länge der neutralen Faser l_0 auf die gesamte bisher abgelegte Länge s bezogen werden. Diese Annahme wurde bisher nicht validiert, bedingt jedoch sowohl das Modell als auch den für eine Validierung erforderlichen Versuchsaufbau.

Die Annahme kann beispielsweise überprüft werden, indem Steering mit einem geraden Ablagepfad kombiniert wird und das Verhältnis von gerade abgelegter Länge zu mit Steering abgelegter Länge variiert wird, wie bei dem in Kapitel 6.3.2 beschriebenen zweidimensionalen Vorlauf vor der Rampe. Sollte die Annahme zutreffen, nimmt der kritische Steering-Radius mit höherem geradem Anteil an der Ablagelänge ab.

Sollte sich die Annahme als nichtzutreffend erweisen, ist es notwendig, mithilfe von weiteren Versuchen das Verhalten der Spannungsverteilung zu beschreiben und dieses, sofern möglich, im Modell zu berücksichtigen.

Validierung des dreidimensionalen Modells

Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuchen wurde festgestellt, dass es mit der verwendeten Testgeometrie nicht möglich ist, die Verformungen zu realisieren, die zur Entstehung der mit dem aktuellen Modell vorhergesagten Schäden erforderlich sind. Inwieweit dies auch für das wie oben beschrieben modifizierte Modell gilt, wurde bisher jedoch nicht geprüft. Es ist möglich, dass unter Berücksichtigung des bisherigen Modells realisierbare Ablagepfade aufgrund von zu geringen erzielbaren Lasten ausgeschlossen wurden, während für die gleichen Ablagepfade mit dem modifizierten Modell kritische Lasten vorhergesagt werden. Sollte dies der Fall sein, können die in Kapitel 6.3 beschriebenen Versuche fortgesetzt werden. Es sollten jedoch größere Vorlauf- und Auslaufstrecken berücksichtigt werden, da es im Bereich des Bahnbeginns und -endes zu einer ungenauen Führung des Tapes kommen kann. Dies ist eine mögliche Erklärung dafür, dass bei den bisher durchgeführten Versuchen kein Effekt beobachtbar war. Um eine größere Auslaufstrecke zu ermöglichen, kann es zum einen notwendig sein, den Rampenaufsatz höher als bisher an der vertikalen Platte anzubringen. Zum anderen wird empfohlen, den bestehenden Aufsatz zum Beispiel durch einen zusätzlichen, ebenen Aufsatz zu verlängern, auf dem das spannungsfreie Bahnende abgelegt werden kann.

Sollte es weiterhin nicht möglich sein, die für alle Versuche erforderlichen Lasten zu erzeugen, muss eine neue Testgeometrie definiert werden. Zwei Möglichkeiten werden nachfolgend vorgestellt:

1) Verwendung einer Rampe mit größerer Steigung:

Wie in Kapitel 6.3.2 beschrieben ist, führt das Überfahren einer Rampe mit größerer Steigung zu größeren Verformungen und somit zu größeren Spannungen im Material. Mit einer größeren Steigung ist daher die Modellvalidierung mithilfe der in Kapitel 6.3.2 definierten Versuchsreihen theoretisch möglich. Bei den in Kapitel 6.3.4 vorgestellten praktischen Versuchen wurde jedoch deutlich, dass in der Praxis mit einer größeren Steigung Nachteile einhergehen. So ist einerseits zu erwarten, dass der beschriebene Bridging-Effekt an der vorderen Rampenkante verstärkt wird. Andererseits ist bei einer größeren Rampensteigung möglicherweise kein Ablegen mit den bisher verwendeten Prozessparametern sowie der bisher verwendeten ATL-Einheit möglich, ohne dass diese mit dem Werkzeug kollidiert (siehe Abbildung 67 in Kapitel 6.3.4).

2) Verwendung eines mehrfach gekrümmten Werkzeugs:

Eine Alternative zum Rampen-Aufsatz auf einer vertikalen, ebenen Platte ist die Anfertigung eines eigenen Werkzeugs speziell für die Validierungsversuche. Durch die Verwendung mehrfacher Krümmungen lassen sich bei einem solchen Werkzeug das Auftreten von Bridging oder eine mögliche Kollision der Ablegeeinheit konstruktiv verhindern. Zudem ist auch das Realisieren einer Geometrie denkbar, mit der Drucklasten nur in der Bahnmitte der Ablage erzeugt werden können. Dies entspricht dem in Kapitel 4.1.2 definierten Fall 3 für Lastverläufe, der durch eine einfache Rampengeometrie nicht dargestellt werden kann. Auch ist eine Validierungsgeometrie für das Modell denkbar, welches den vertikalen Kontaktverlust beschreibt.

Mit dem Anfertigen eines mehrfach gekrümmten Werkzeugs sind auch Risiken verbunden. Nicht nur ist die Herstellung deutlich aufwändiger als die des Rampen-Aufsatzes, auch ist eine parametrische Erfassung der Geometrie für das Modell möglicherweise nicht sinnvoll. In diesem Fall ist entweder ein automatisiertes Erfassen der Geometrie, wie in Kapitel 7 beschrieben, erforderlich oder die benötigten Daten müssen manuell in der CAD-Umgebung ermittelt werden. Zudem ist zu erwarten, dass die Variationsmöglichkeiten der Versuche eingeschränkter sind als bei der Rampengeometrie. Aus diesen Gründen wird empfohlen, ein solches Werkzeug erst zu verwenden, wenn zumindest Teilaspekte des Modells bereits validiert sind. Im Vergleich zu den im Rahmen dieser Arbeit erfolgten Versuchen kann auf diese Weise der Wertebereich der abzudeckenden Lastfälle besser eingegrenzt werden.

7 Implementierung der Modelle

Die entwickelten Modelle können zukünftig genutzt werden, um einen Produktionsprozess mit automatisierten Faserlegetechnologien zu evaluieren, noch bevor dieser durchgeführt wird. Auf diese Weise kann bereits während der Fertigungsplanung entschieden werden, ob ein geplanter Prozess durchgeführt werden kann oder ob ein zu hohes Risiko der Schadensentstehung besteht und Prozessparameter oder die Auswahl der Legetechnologie angepasst werden müssen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Arbeitstool in der Programmiersprache Python entwickelt, das die entwickelten Versagenskriterien auf einfache, vom Benutzer eingegebene Geometriedaten anwendet. Nachfolgend wird zunächst dieses Arbeitstool vorgestellt, bevor ein allgemeiner Ausblick für eine mögliche Integration in die tatsächliche Fertigungsvorbereitung gegeben wird.

7.1 Aufbau des entwickelten Arbeitstools

Der Quellcode des Arbeitstools ist in Anhang B aufgeführt. Die Struktur des Tools wird schematisch in Abbildung 74 dargestellt. Zunächst erfolgt eine Benutzereingabe, in der die benötigten Eingangsgrößen manuell in den Quellcode eingegeben werden. Im Wesentlichen handelt es sich dabei um die in Kapitel 5 genannten Eingangsgrößen für Geometrie, äußere Lasten, Materialsteifigkeiten und Tackeeigenschaften. Darüber hinaus lässt sich ein Lastfaktor f vorgeben, mit dem die berechnete Last vor der Anwendung der Versagenskriterien multipliziert wird. Dies ist beispielsweise hilfreich, sofern ein auf anderem Weg bestimmter kritischer Lastfaktor überprüft werden soll. Zusätzlich kann ein Anpassungsfaktor definiert werden, mit dem die in Kapitel 4.1.2 vorgeschlagene Breitenanpassung vorgenommen werden kann. Der Wert 0 entspricht dabei keiner Anpassung und der Wert 1 dem konservativen Fall der doppelten Breite des kritischen Druckbereichs (siehe Kapitel 4.1.2), wobei Abstufungen zwischen beiden Werten möglich sind.

Das Arbeitstool wurde vor allem für die Auswertung der in Kapitel 6.3.2 definierten Lastfälle genutzt. Hierfür war noch keine automatisierte Ermittlung der Geometriedaten aus dem CAD erforderlich, wie sie für eine zukünftige Nutzung der Modelle implementiert werden könnte (siehe Kapitel 7.2). Stattdessen war es ausreichend, den Verformungs- und Lastzustand an einem bestimmten Punkt s zu betrachten. Für diesen Punkt wurden wie in Kapitel 6.3.2 beschrieben

diskrete Längenwerte mithilfe eines Excel-Tools berechnet. Im Eingabebereich des Arbeitstools ist daher ein Abschnitt vorgesehen, in den diese Werte direkt kopiert werden können. Die Datenmenge n kann zuvor angegeben werden. Die Längendaten werden als *array* der Python-Bibliothek *numpy* hinterlegt, da für diese Datenform fertige Funktionen zur Mittelwertbildung und Interpolation verfügbar sind.

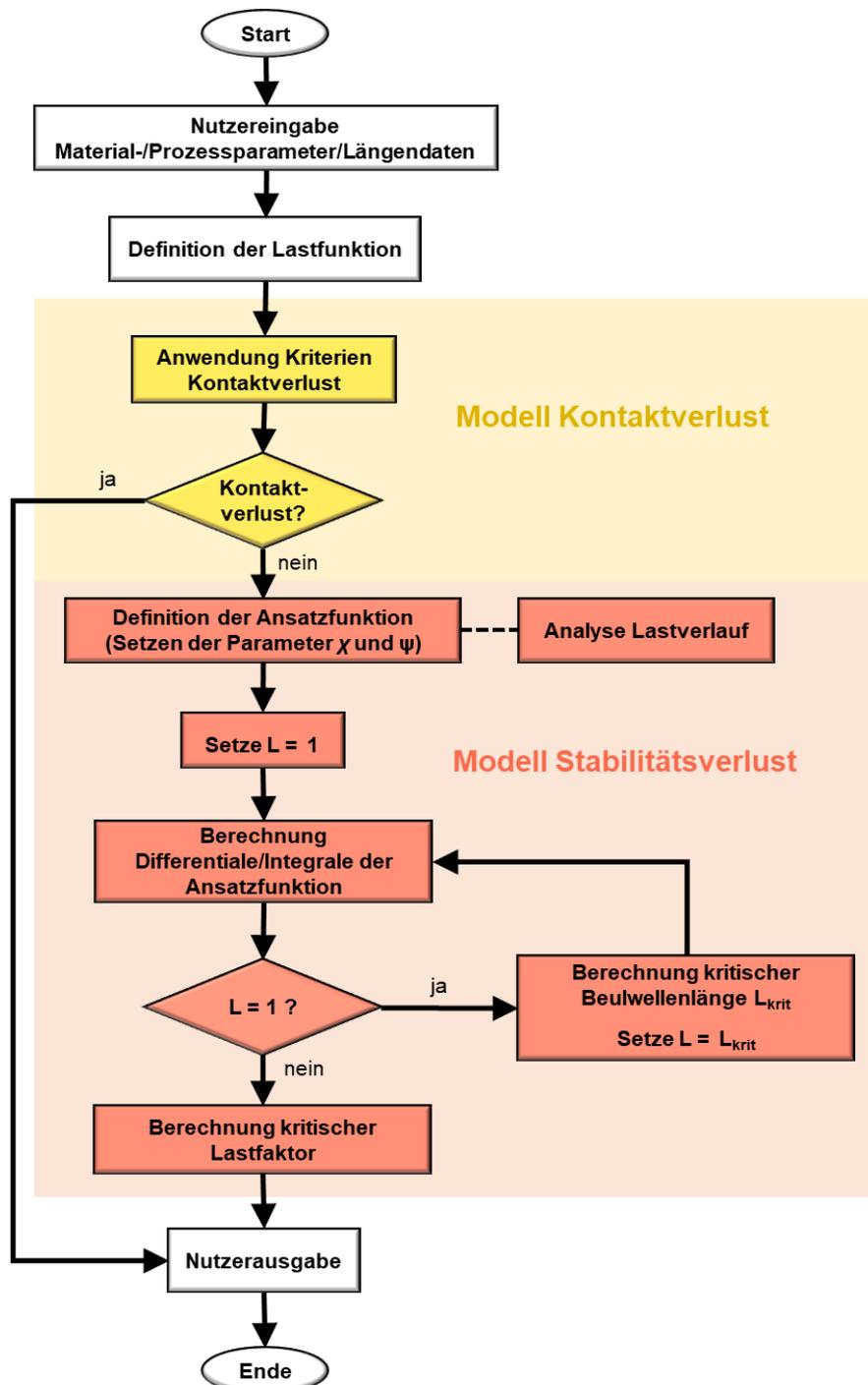


Abbildung 74: Schematischer Ablauf des Arbeitstools

Für die Prüfung auf Kontaktverlust wird ebenfalls anders als bei einer automatisierten Geometrieermittlung nur ein einziger Wert für den Krümmungsradius R betrachtet und dieser vereinfacht als konstant über die Materialbreite angenommen. Im Tool ist zudem nur das Kriterium für lateralen Kontaktverlust implementiert.

Nach der Benutzereingabe erfolgt die Definition der Lastfunktion. Hierfür werden zunächst der Mittelwert der Längendaten l_0 sowie die diskreten Verformungen $\Delta l(y_j)$ berechnet (siehe Kapitel 5.1). Anschließend werden die diskreten Verformungen zu einer kontinuierlichen Verformungsfunktion $\Delta l(y)$ interpoliert. Für die Interpolation wird ein Polynom vierten Grades verwendet. Dabei handelt es sich um das analytisch einfachste Polynom, dass alle in Betracht kommenden Lastverläufe näherungsweise abdecken kann. Mit Gleichung (37) wird schließlich aus der kontinuierlichen Verformungsfunktion die kontinuierliche Lastfunktion $q_x(y)$ berechnet.

Sobald die Lastfunktion definiert ist, können die entwickelten Modelle angewendet werden. Dabei wird zunächst die Prüfung auf Kontaktverlust und danach die Prüfung auf Stabilitätsverlust durchgeführt. Auf diese Weise kann die aufwändigere Prüfung auf Stabilitätsverlust mithilfe einer *if*-Verzweigung umgangen werden, sollte Kontaktverlust festgestellt werden.

Das in Gleichung (63) definierte Kriterium für lateralen Kontaktverlust wird im Tool umgesetzt, indem die rechte Seite der Ungleichung (S_y) von der linken Seite (p_y) subtrahiert und anschließend mithilfe der Funktion *bisect* der Python-Bibliothek *scipy.optimize* eine Nullstellenanalyse durchgeführt wird. Auf diese Weise lässt sich nicht nur prüfen ob Kontaktverlust entsteht, sondern auch angeben, bei welcher y -Koordinate dieser einsetzt.

Falls kein Kontaktverlust festgestellt wird, erfolgt nun die Anwendung des Modells für Stabilitätsverlust. Dies geschieht in vier Schritten:

1. Definition der Ansatzfunktion auf Grundlage einer Analyse des Lastfunktionsverlaufs
2. Berechnung der Differentiale und Integrale der Ansatzfunktion
3. Berechnung der kritischen Beulwellenlänge
4. Berechnung des kritischen Lastfaktors

Für die Analyse des Lastfunktionsverlauf wird die Lastfunktion zunächst mit der *bisect*-Funktion auf Nullstellen untersucht und anschließend mithilfe einer *if-else-if*-Struktur die in Kapitel 4.1.2 beschriebene Fallunterscheidung durchgeführt. Neben den drei in Kapitel 4.1.2 aufgeführten Fällen wird darüber hinaus unterschieden, ob der kritische Druckbereich kleiner oder größer als die halbe Plattenbreite $\frac{b}{2}$ ist. Hier erfolgt gegebenenfalls auch die zuvor beschriebene Breitenanpassung, sofern diese in der Benutzereingabe vorgegeben wurde. Auf Basis der

Fallunterscheidung werden zunächst mit Gleichungen (41) und (42) die Parameter χ und ψ bestimmt und danach die Ansatzfunktion w^* mit Gleichung (43) definiert.

Anschließend werden die in den Gleichungen (45) bis (47) verwendeten Differentiale und Integrale berechnet. Die Differentiale wurden händisch gelöst und sind als analytische Gleichungen im Quellcode hinterlegt. Für die Lösung der Doppelintegrale wird die Funktion *dblquad* aus der Python-Bibliothek *scipy.integrate* verwendet, bei der als Lösungsmethode die Gauß-Quadratur zum Einsatz kommt. Die analytischen Lösungen der Integrale sind zudem auch in Anhang A aufgeführt.

Die Integrale werden sowohl für die Berechnung der kritischen Beulwellenlänge L_{krit} nach Gleichung (54) als auch für die Berechnung des kritischen Lastfaktors f_{krit} nach Gleichung (49) benötigt. Für die Bestimmung der kritischen Beulwellenlänge wird jedoch zunächst die betrachtete Länge $L = 1$ gesetzt, während für die Berechnung des kritischen Lastfaktors $L = L_{\text{krit}}$ eingesetzt wird (siehe Kapitel 4.1.2). Die Berechnung der Differentiale und Integrale muss daher zweimal erfolgen. Dies kann wie in Abbildung 74 angedeutet in einer Schleife geschehen, wobei nacheinander beide Werte für L eingesetzt werden.

Neben dem kritischen Lastfaktor werden die inneren und äußeren virtuellen Arbeiten (Gleichungen (45) bis (47)) sowie das elastische Gesamtpotential (Gleichung (23)) berechnet. Die Ergebnisse werden zusammen mit der kritischen Beulwellenlänge und dem kritischen Druckbereich in der Konsole als Benutzerausgabe ausgegeben. Zusätzlich wird dort ein Plot erstellt, in dem der diskrete und der kontinuierliche Verlauf der Lastfunktion q_x sowie der Verlauf der Ansatzfunktion für die Verformung w^* über die Plattenbreite b dargestellt sind. Als Vergleich wird zusätzlich der Verlauf der Polynom-Ansatzfunktion nach Gleichung (27) ausgegeben. Ein Beispiel für eine Benutzerausgabe ist in Abbildung 75 dargestellt.

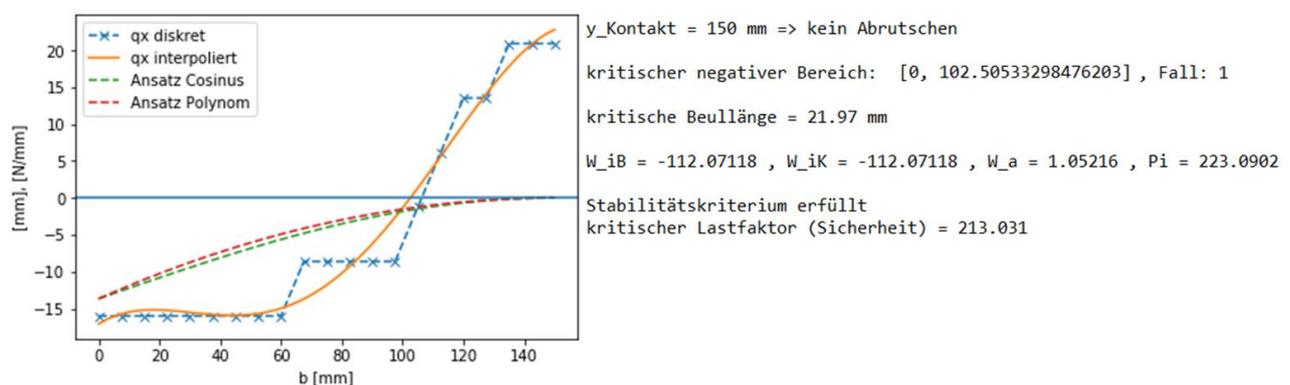


Abbildung 75: Beispiel für eine Benutzerausgabe des Arbeitstools

7.2 Mögliche Integration in die Fertigungsvorbereitung

Mit dem entwickelten Arbeitstool ist nur die Evaluation für einen einzigen Prozesspunkt s möglich, für den zudem die Daten händisch eingegeben werden müssen. Bei einer Integration in die Fertigungsvorbereitung soll jedoch der gesamte Prozess automatisch erfasst und bewertet werden können. Empfehlungen hierfür werden nachfolgend aufgeführt.

Der wesentliche Schritt zu einer vollständigen Prozessevaluation mithilfe der entwickelten Kriterien für das Entstehen von Schäden ist das automatisierte Erfassen der Ablagegeometrie. Die Ablagegeometrie ergibt sich zum einen aus der Werkzeuggeometrie, die in der Regel in Form von CAD-Daten hinterlegt ist. Zum anderen ist für jede abzulegende Bahn der Verlauf des Ablagepfads sowie die Oberfläche des bisher abgelegten Materials entscheidend. Beides wird üblicherweise mit einem Programm zur Offline-Programmierung (siehe auch [LENG15]) definiert. Für die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Modelle ist es erforderlich, neben den Geometrien der abzulegenden Schichten und der Ablagepfade auch die Geometrie des tatsächlich abzulegenden Halbzeugbandes zu berücksichtigen.

In einer digitalen Rechnerumgebung erfolgt eine mögliche automatisierte Erfassung der Ablagegeometrie diskret. Das heißt, dass einzelne Datenpunkte nacheinander eingelesen werden. Zunächst ist daher das Definieren eines diskreten Koordinatenrasters sinnvoll, wobei empfohlen wird, das in dieser Arbeit entwickelten Koordinatensystem zu verwenden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die dreidimensionale Fläche des betrachteten abgelegten Halbzeugbandes mit den Koordinaten s in Ablagerichtung und y quer zur Ablagerichtung beschrieben. In Abbildung 76 ist ein entsprechendes Raster dargestellt, das sich aus Kurven bei den diskreten Koordinaten s_i und y_j ergibt. Das Raster muss zwei Bedingungen erfüllen, um den im Rahmen dieser Arbeit vorgenommenen Definitionen der vereinfachten ebenen Platte (Bedingung 1) sowie der zunächst gegeneinander unverschieblich angenommenen Fasern (Bedingung 2) zu entsprechen:

1. Projiziert auf eine Ebene, die näherungsweise parallel zur Ablageoberfläche definiert ist, verlaufen die Kurven für die Koordinaten y_j zueinander parallel.
2. Auf der dreidimensionalen Fläche stehen die Kurven für die Koordinaten s_i senkrecht auf den Kurven für die Koordinaten y_j

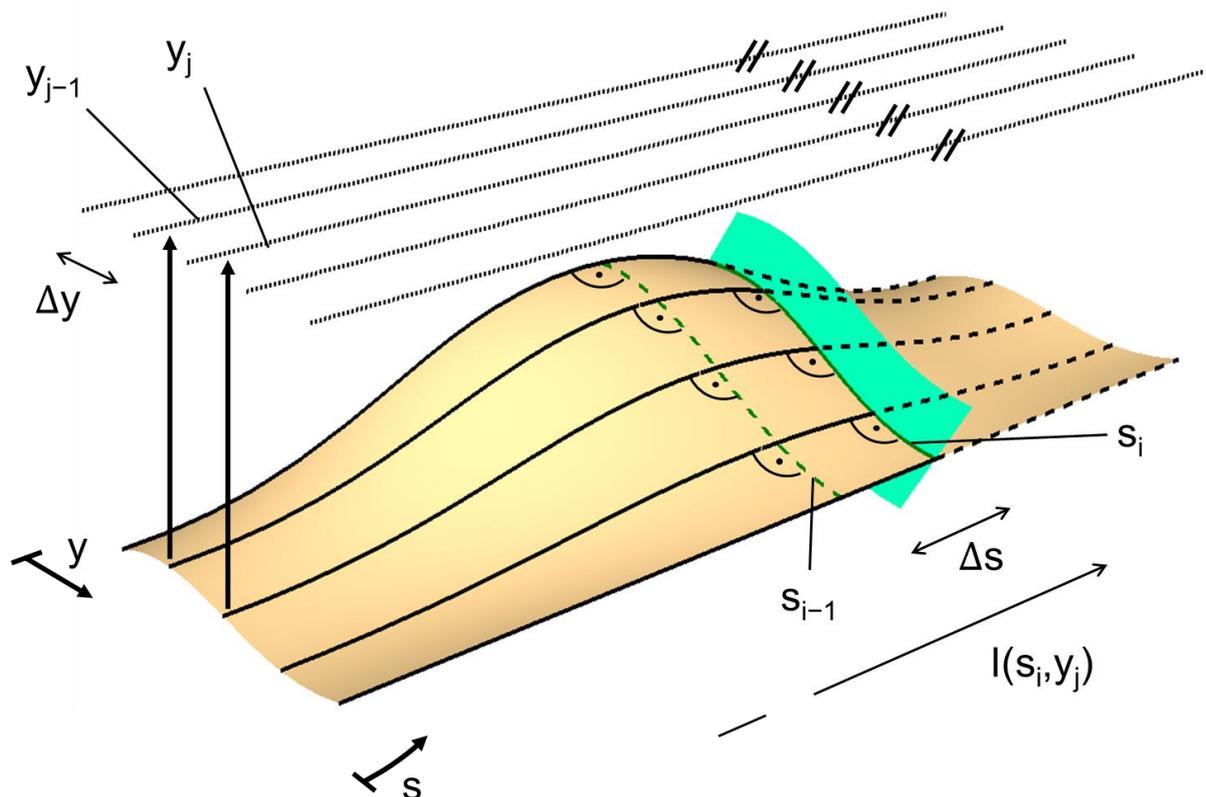


Abbildung 76: Definition des Koordinatenrasters

Ein möglicher Ablauf für eine automatisierte Prozessevaluierung mithilfe der entwickelten Modelle ist in Abbildung 77 dargestellt. In der Nutzereingabe werden hier nur die Prozess- und Materialparameter eingegeben, während die Erfassung der Geometrie in den nachfolgenden Ablauf integriert ist.

Zunächst wird wie beschrieben das diskrete Geometrieraster für jedes Halbzeugband definiert, bevor dieses beispielsweise mithilfe von *for*-Schleifen abgetastet wird. Die äußere Schleife tastet die Koordinaten s_i ab, wobei der Index i bei jedem Durchlauf von 0 (Bahnbeginn) bis m (Bahnende) hochgezählt wird. Für jeden Punkt s_i erfolgt dann sowohl die Geometrieerfassung als auch die Anwendung der entwickelten Kriterien für das Entstehen von Schäden. Für die Geometrieerfassung werden zunächst die Koordinaten y_j abgetastet, wobei der Index j von 0 (definiert am linken Rand des Halbzeugbandes) bis n (definiert am rechten Rand) hochgezählt wird. An jedem sich so durch die Koordinaten s_i und y_j ergebenden Punkt werden die benötigten geometrischen Eingangsgrößen, also die Länge $l(s_i, y_j)$ und die Krümmungsradien $R_z(s_i, y_j)$ sowie $R_y(s_i, y_j)$ (siehe Abbildung 28 in Kapitel 5.1), ermittelt. Die Länge $l(s_i, y_j)$ entspricht dabei der Länge der Rasterkurve für y_j bis zum Schnittpunkt mit der Rasterkurve für s_i wie in Abbildung 77 dargestellt.

Die nachfolgende Anwendung der entwickelten Kriterien kann beispielsweise wie in Kapitel 7.1 für das Arbeitstool beschrieben erfolgen. Ein detektierter Schaden kann dabei jeweils wie in

Abbildung 77 angedeutet als Abbruchkriterium genutzt werden, da ein weiteres Abtasten nach einem detektierten Schaden gegebenenfalls nicht mehr notwendig ist. Nach dem vollständigen Abtasten des Halbzeugbandes wird das Vorgehen für das nächste abzulegende Halbzeugband wiederholt.

Wurden alle im gesamten Prozess abzulegenden Halbzeugbänder auf Schäden überprüft, kann eine Benutzerausgabe erfolgen, zum Beispiel, indem ermittelte Sicherheitsfaktoren grafisch ausgegeben werden.

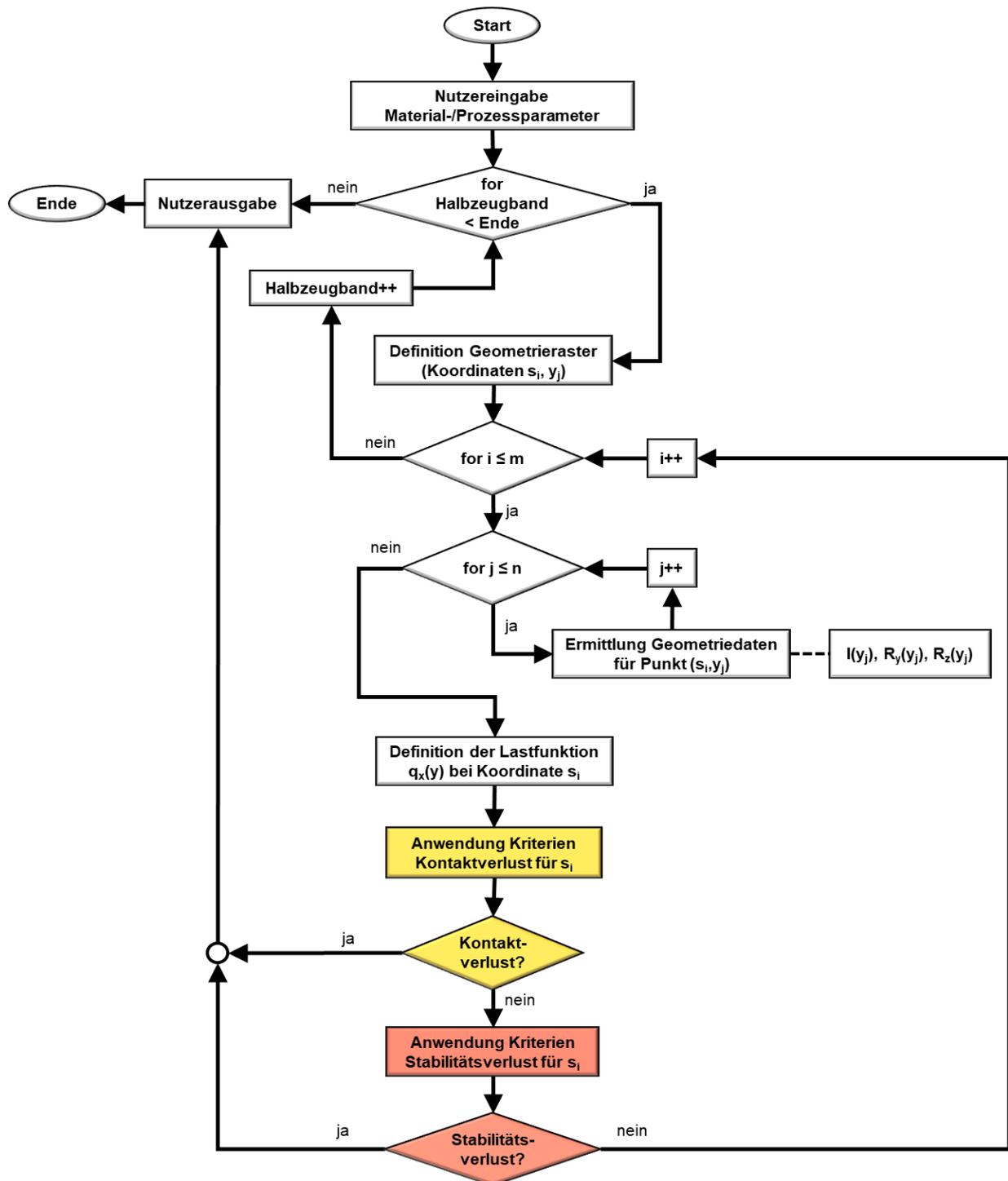


Abbildung 77: Möglicher Ablauf einer vollständigen Prozessevaluation

8 Fazit

Um Schäden, die während der automatisierten Ablage von Faserhalbzeugen entstehen können, zu beschreiben und vorherzusagen, wurde in dieser Arbeit ein Materialmodell entwickelt. Eine Analyse der Ablegeprozesse in Kapitel 3 ergab, dass alle direkt durch den Ablegevorgang verursachten Schäden, wie beispielsweise Beulen, Verrutschen oder Bridging auf einen der beiden folgenden Entstehungsmechanismen zurückgeführt werden können:

- 1) Versagen infolge Stabilitätsverlusts
- 2) Versagen infolge Kontaktverlusts

Um eine Schadensbildung infolge Stabilitätsverlusts zu modellieren, wurde ein bereits bestehender, in der Literatur beschriebener Ansatz weiterentwickelt. Der bestehende Ansatz verwendet das Prinzip vom Minimum des elastischen Gesamtpotentials in Kombination mit dem Näherungsverfahren von Ritz als Versagenskriterium. Das im Rahmen dieser Arbeit weiterentwickelte Modell wird durch die Grundgleichungen (44) bis (49) sowie (54) beschrieben, die im Kapitel 4.1.2 aufgeführt sind. Gegenüber dem bestehenden Ansatz besteht die Erweiterung in folgenden Punkten:

- Während der bestehende Ansatz nur die zweidimensionale Verformungsgeometrie infolge Steerings beschreibt, lässt sich der erweiterte Ansatz auf beliebige, auch dreidimensionale Ablagegeometrien anwenden.
- Als Ansatzfunktion für die Verformung wurde im erweiterten Ansatz eine parametrisch anpassbare Funktion definiert, durch die sich mehr Randbedingungen als beim bestehenden Ansatz abbilden lassen.

Für die Modellierung von Schadensbildung infolge Kontaktverlusts, wurde in Kapitel 4.2 mit den Gleichungen (63) und (64) je ein Versagenskriterium für lateralen sowie vertikalen Kontaktverlust hergeleitet.

In Form der Versagenskriterien führte die Modellentwicklung sowohl für Stabilitäts- als auch Kontaktverlust zu einer analytischen Lösung. Diese hat verglichen mit einer numerischen Lösung den Vorteil, dass der erforderliche Rechenaufwand geringer ist. Entscheidend ist das vor allem im Hinblick auf eine mögliche zukünftige Integration in den Fertigungsvorbereitungsprozess, für die in Kapitel 7 weitere Empfehlungen genannt werden. Sowohl das Kriterium für Stabilitätsverlust als auch die Kriterien für Kontaktverlust wurden darüber hinaus generisch entwickelt, also unabhängig von den verwendeten Werkstoffen, der verwendeten Ablegetechnologie sowie der Ablagegeometrie.

Bei der Modellentwicklung wurden nachfolgend aufgeführte vereinfachte Annahmen getroffen:

- Zusammenfassung von Fasern und Kunststoff zu einem homogenen Ersatzwerkstoff
- Vereinfachung des beulenden Bereichs zu einer ebenen Platte
- Annahme, dass nur Zug- und Druckspannungen in Faserrichtung das Stabilitätsverhalten beeinflussen
- Vernachlässigung von Schubanteilen bei der Biegeverformung
- Annahme von gleichmäßiger Spannungsverteilung über die gesamte Ablagelänge

Die Annahmen werden in Kapitel 4.1.3 ausführlich diskutiert. Je nach verwendetem Werkstoff besteht das Risiko, dass eine oder mehrere dieser Annahmen nicht hinreichend genau erfüllt werden.

Im zeitlichen Rahmen dieser Arbeit konnte die Validierung der Modelle durch praktische Versuche nicht abgeschlossen werden. Der wesentliche Grund hierfür ist, dass mit der eigens für die Versuche angefertigten Testgeometrie die erforderlichen Spannungen, für die das entwickelte Modell ein Auftreten von Schäden vorhersagt, nicht erzeugt werden konnten. Dennoch konnten mit den durchgeführten, in Kapitel 5 und 6 ausführlich beschriebenen Versuchen einige wesentliche Erkenntnisse gewonnen werden, die nachfolgend aufgeführt sind:

- Das festgestellte Materialverhalten ist sehr sensibel gegenüber sich verändernden Prozessbedingungen, sodass eine Validierung eine sehr genaue Kontrolle dieser erfordert.

Für das verwendete Halbzeug wurden mit gleichen Versuchsabläufen teilweise sehr unterschiedliche Ergebnisse erzielt. Eine mögliche Erklärung ist, dass insbesondere das Tackverhalten sehr sensibel auf verschiedene Oberflächenbeschaffenheiten und Umgebungsbedingungen reagiert. Um konstante Ergebnisse zu erzielen, müssen diese Einflussfaktoren genau kontrolliert werden. Weiterhin wichen die Ergebnisse mit der AFP-Technologie sehr stark von denen mit der ATL-Technologie erzielten ab. Da die Versuche mit dem gleichen Werkstoff und ähnlichen Prozessparametern erfolgten, ist also auch ein Einfluss der verwendeten Materialbreite wahrscheinlich.

- Die Bestimmung einiger Materialkennwerte war im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich.
Konkret handelt es sich dabei um den Elastizitätsmodul E_2 in Querrichtung zur Faser, den Schubmodul G_{12} in der Ablageebene, die Querkontraktionszahlen ν_{12} und ν_{21} , den Bettungsmodul K der elastischen Bettung, die den Tack zwischen Halbzeug und Untergrund beschreibt, sowie die Schälfestigkeit S_z des Tacks. Alle genannten Materialkennwerte werden wesentlich durch den Kunststoffanteil im Faserhalbzeug bestimmt. Für ausgehärtete Bauteile sind diese Werte auf Materialdatenblättern und in der Literatur umfangreich beschrieben. Dies gilt jedoch nicht für die Materialkennwerte von unausgehärtetem, duroplastischem Kunststoff in einem Prepreghalbzeug wie dem in dieser Arbeit verwendeten. Wie in den Kapiteln 5.3 und 5.4 erläutert, sind in der Literatur zwar auch hier Methoden zur entsprechenden Bestimmung genannt, diese werden jedoch nicht unter den realen Prozessbedingungen automatisierter Ablegetechnologien durchgeführt. In Anbetracht der im vorigen Punkt aufgeführten hohen Sensibilität gegenüber verschiedener Prozessbedingungen ist davon auszugehen, dass mit den in der öffentlich zugänglichen Literatur beschriebenen Versuchen die Materialkennwerte nicht hinreichend genau bestimmt werden können. Im Rahmen dieser Arbeit wurden als Folge die Kennwerte E_2 sowie G_{12} vereinfachend vernachlässigt und auf die Validierung des Kriteriums für vertikalen Kontaktverlust, für das S_z benötigt wird, verzichtet. Für die optimale zukünftige Anwendung des Modells ist jedoch die Entwicklung geeigneter Testmethoden oder eines zusätzlichen analytischen Modells, das insbesondere den Tack beschreibt, erforderlich (siehe Ausblick in Kapitel 9).

- Die im Modell getroffene Annahme, dass Schubverformungen vernachlässigbar sind, ist für das bei den Versuchen verwendete Material nicht erfüllt.
Bei dem in Kapitel 6.4 beschriebenen Steering-Versuch mit ATL wurde ein Verformungsverhalten beobachtet, bei dem der Querschnitt nach der Verformung nicht mehr senkrecht auf der Faserrichtung steht, sondern gegenüber dieser um einen Schubwinkel verdreht ist. Die beim Steering in das Material eingebrachte Verformung führt also nur zum Teil zu den im Modell beschriebenen Zug- und Druckspannungen in Faserrichtung, während es sich bei einem weiteren Anteil der Verformung um Schubverformung handelt. Es wird angenommen, dass dieser Anteil unabhängig von der Ablagegeometrie konstant ist. Sollte diese Annahme bestätigt werden, kann das entwickelte Modell wie in Kapitel 6.5 beschrieben weiterhin unter Berücksichtigung eines entsprechenden Korrekturfaktors angewendet werden.

- Für das bei den Versuchen verwendete Material konnte gezeigt werden, dass Schäden nicht primär durch lateralen Kontaktverlust entstehen können.

Dies liegt daran, dass lateraler Kontaktverlust erst in Lastbereichen auftritt, in denen das Material bereits aufgrund von Stabilitätsverlust versagt hat. Aus diesem Grund ist es zur Vorhersage von Schäden ausreichend, die Kriterien für Stabilitätsverlust und vertikalen Kontaktverlust anzuwenden. Umgekehrt konnte das Kriterium für lateralen Kontaktverlust im Rahmen dieser Arbeit nicht validiert werden.

Zusammengefasst stellt das entwickelte Materialmodell eine gute Grundlage für eine zukünftige analytische Schadensvorhersage dar. Das Modell konnte in bisherigen Versuchen nicht validiert werden, sodass zukünftig weitere Validierungsversuche erforderlich sind. Werden in diesen zukünftigen Versuchen Abweichungen vom Modell festgestellt, können gegebenenfalls getroffene Annahmen und Vereinfachungen angepasst werden, um das reale Materialverhalten besser darzustellen. Die getroffenen Annahmen und Vereinfachungen sowie konkrete Vorschläge für eventuelle Anpassungen werden in dieser Arbeit ausführlich diskutiert.

Es wird jedoch deutlich, dass neben theoretischer Arbeit am Modell zukünftig auch praktische Forschungsarbeit erforderlich ist. So ist insbesondere die Entwicklung von Versuchsmethoden, mit denen bestimmte Materialparameter von Faserhalbzeugen unter realen Prozessbedingungen ermittelt werden können, notwendig. Ohne diese können einige im Modell berücksichtigte Eingangsgrößen in der Praxis nicht hinreichend genau erfasst und das Modell nicht optimal genutzt werden.

9 Ausblick

Um das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Modell praktisch nutzen zu können, soll es langfristig in den Fertigungsvorbereitungsprozess implementiert werden. Empfehlungen hierfür werden ausführlich in Kapitel 7 beschrieben.

Vor einer Implementierung muss das Modell jedoch zunächst erfolgreich validiert werden, was im zeitlichen Rahmen dieser Arbeit nicht möglich war. Zudem sind einige offene Fragen durch zukünftige Forschungsarbeit zu klären. Die sich konkret ergebenden nächsten Schritte werden nachfolgend aufgezeigt.

Zunächst wird empfohlen, die begonnenen Validierungsversuche fortzusetzen. Dabei kann für das Modell für Stabilitätsverlust infolge Längsdruckspannungen das in den Kapiteln 6.3.2 und 6.6 beschriebene Vorgehen befolgt werden. Zusätzlich zu den Validierungsversuchen sollte die Anwendbarkeit einzelner während der Modellentwicklung getroffener Annahmen getestet werden. Insbesondere gilt dies für das Verformungsverhalten, für das im Rahmen dieser Arbeit bereits eine Modifikation des Modells durch einen Korrekturfaktor vorgeschlagen wurde. Inwieweit diese Modifikation auf das reale Verformungsverhalten übertragen werden kann, wurde jedoch noch nicht nachgewiesen.

Eine weitere mögliche Optimierung des Modells kann durch die Wahl eines höhergliedrigen Ansatzes für die Schätzfunktion der Verformung erzielt werden. Bisher wird wie in den Kapiteln 4.1.1 und 4.1.2 erläutert ein eingliedriger Ansatz vor dem Hintergrund des geringeren Rechenaufwands als ausreichend genau angenommen. Bei einer in der Literatur beschriebenen Analyse zeigte sich für den in Kapitel 4.1.1 vorgestellten Polynomansatz, dass die mit einem eingliedrigen Ansatz erzielten Ergebnisse je nach Verlauf der zugrunde liegenden Lastfunktion zwischen 3 und 16 % von den mit einem dreigliedrigen Ansatz erzielten Ergebnissen abweichen [MATV16].

Wie im Fazit in Kapitel 8 erläutert, konnten auch die Kriterien für lateralen und vertikalen Kontaktverlust bisher nicht validiert werden, sodass hier ebenfalls weitere Versuche erforderlich sind.

Neben der praktischen Validierung kann es aufschlussreich sein, die entwickelten analytischen Modelle mit einem numerischen Modell zum Beispiel in Form einer FEA zu vergleichen. Bisher erfolgte eine Untersuchung durch eine FEA wie in Kapitel 4.1.2 beschrieben nur qualitativ und weder mit den finalen Materialkennwerten noch unter Berücksichtigung des im analytischen Modell durch eine elastische Bettung modellierten Tacks.

Alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche wurden nur für ein bestimmtes Prepregmaterial durchgeführt. Zudem wurde bisher nur die erste auf dem Werkzeug abgelegte Schicht (First Ply) betrachtet. Damit das entwickelte Modell wie vorgesehen universell einsetzbar ist, sind daher auch Validierungsversuche auf einer bereits abgelegten Schicht sowie mit anderen Werkstoffen und Halbzeugformen erforderlich. Sollte sich die Anwendbarkeit auch für thermoplastische Prepregs oder Trockenfaserhalbzeuge herausstellen, ergeben sich weitere Potentiale für den Einsatz des Modells.

Aktuell können einige Prozessparameter, wie die Ablegegeschwindigkeit oder der Anpressdruck nur dadurch im Modell berücksichtigt werden, dass Versuche zur Ermittlung relevanter Materialkenngrößen unter diesen Prozessparametern durchgeführt werden. Für jedes neue Material, das mit dem Modell beschrieben werden soll, ist daher eine Reihe von Versuchen erforderlich, die unter allen relevanten Kombinationen von Prozessparametern und sowohl für die First Ply als auch für die Ablage auf einer höheren Schicht durchgeführt werden müssen.

Langfristig ist jedoch die Entwicklung eines weiteren Materialmodells sinnvoll, mit dem in Abhängigkeit der verschiedenen Prozessparameter insbesondere die Kennwerte des Tacks vorhergesagt werden können.

Literaturverzeichnis

- [AIRB08] Airbus: *80-T-31-2910 Herstellung von FVK-Bauteilen allgemein*. Interne Norm. Stade: Airbus, 2008
- [ALTE16] ALTENBACH, H.; ALTENBACH, J.; NAUMENKO, K.: *Ebene Flächentragwerke – Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten*. 2. Auflage. Berlin: Springer, 2016
- [BEAK11] BEAKOU, A.; CANO, M.; LE CAM, J.-B.; VERNEY, V.: *Modelling slit tape buckling during automated prepreg manufacturing: A local approach*. *Composite Structures*, 2011; 93(10):2628-2635
- [BELH18] BELHAJ, M.; HOJJATI, M.: *Wrinkle formation during steering in automated fiber placement: Modeling and experimental verification*. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2018; 37(6):396-409
- [BELN17] BELNOUE, J.P.-H. et al.: *Understanding and predicting defect formation in automated fibre placement pre-preg laminates*. *Composites: Part A*, 2017; 102:196-206
- [CORI] Coriolis: *Automated Fiber Placement*. Online verfügbar unter <http://www.coriolis-software.com/solutions-software/automated-fiber-placement.html>, zuletzt abgerufen am 14.02.2019
- [CRET00] CRETON, C.; LAKROUT, H.: *Micromechanics of Flat-Probe Adhesion Tests of Soft Viscoelastic Polymer Films*. *Journal of Polymer Science Part B Polymer Physics*, 2000; 38(7):965-979
- [CROF11] CROFT, K. et al.: *Experimental study of the effect of automated fiber placement induced defects on performance of composite laminates*. *Composites: Part A*, 2011; 42(5):484-491
- [CROS99] CROSBY, A.J.; SHULL, K.R.: *Adhesive Failure Analysis of Pressure-Sensitive Adhesives*. *Journal of Polymer Science Part B Polymer Physics*, 1999; 37(24):3455-3472
- [CROS09] CROSSLEY, R.J.; SCHUBEL, P.J.; WARRIOR, N.A.: *The experimental characterisation of prepreg tack*. Edinburgh, Vereinigtes Königreich: ICCM-17 International Conferences on Composite Materials, 2009
- [DLR] DLR, internes Bildarchiv
- [DLR13] DLR Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik (Hrsg.): *Innovationsbericht 2013*. Braunschweig: DLR, 2013. Online verfügbar unter https://www.dlr.de/fa/Portaldata/17/Resources/dokumente/publikationen/Innovationsbericht_2013.pdf, zuletzt abgerufen am 14.02.2019
- [DLR16] DLR Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik: *GroFi: Large-scale fiber placement research facility*. *Journal of large-scale research facilities*, 2016; 2: A58
- [DLR17] DLR, internes Dokument, 2017

- [EHRE06] EHRENSTEIN, G.W.: *Faserverbund-Kunststoffe: Werkstoffe - Verarbeitung - Eigenschaften*. 2. vollständig überarbeitete Auflage. München: Hanser, 2006
- [FRIE00] FRIEDL, N.; RAMMERSTORFER, F.G.; FISCHER, F.D.: *Buckling of stretched strips*. Computers and Structures, 2000; 78:185-190
- [GROU13] GROUVE, W.J.B.; WARNET, L.L.; RIETMAN, B.; VISSER, H.A.; AKKERMAN, R.: *Optimization of the tape placement process parameters for carbon-PPS composites*. Composites: Part A, 2013; 50:44-53
- [GUTO88] GUTOWSKI, T.G.; BONHOMME, L.: *The Mechanics of Prepreg Conformance*. Journal of Composite Materials, 1988; 22(3):204-223
- [HARI18] HARIK, R. et al.: *Automated fiber placement defect identity cards: cause, anticipation, existence, significance, and progression*. Long Beach, CA, Vereinigte Staaten: SAMPE 2018 Technical Conference and Exhibition, 2018
- [HEXC] Hexcel Composites: *HexTow IMA Carbon Fiber*. Produktdatenblatt. Online verfügbar unter https://www.hexcel.com/user_area/content_media/raw/IMA_HexTow_DataSheet.pdf, zuletzt abgerufen am 14.02.2019
- [KEND71] KENDALL, K.: *The adhesion and surface energy of elastic solids*. Journal of Physics D: Applied Physics, 1971; 4(8):1186-1195
- [LAN16] LAN, M.; CARTIÉ, D.; DAVIES, P.; BAILEY, C.: *Influence of embedded gap and overlap fiber placement defects on the microstructure and shear and compression properties of carbon-epoxy laminates*. Composites: Part A, 2016; 82:198-207
- [LENG15] LENGSELD, H.; WOLFF-FABRIS, F.; KRÄMER, J.; LACALLE, J.; ALTSTÄDT, V.: *Faserverbundwerkstoffe: Prepregs und ihre Verarbeitung*. München: Hanser, 2015
- [LUKA12] LUKASZEWICZ, D.H.-J.A.; WARD, C.; POTTER, K.D.: *The engineering aspects of automated prepreg layup: History, present and future*. Composites: Part B, 2012; 43(3):997-1009
- [MADH15] MADHAV, M.; ABHISHEK, V.S.; RAJYALAKSHMI, K.: *Modelling Ground-Foundation Interactions*. Hyderabad, Indien: International Conference on Innovations in Structural Engineering, 2015
- [MATH10] MATHIAK, F.U.: *Die Methode der finiten Elemente (FEM) – Einführung und Grundlagen*. Neubrandenburg: Hochschule Neubrandenburg, 2010
- [MATV16] MATVEEV, M.Y.; SCHUBEL, P.J.; LONG, A.C.; JONES, I.A.: *Understanding the buckling behaviour of steered tows in Automated Dry Fibre Placement (ADFP)*. Composites: Part A, 2016; 90:451-456
- [MTOR] MTorres: *TORRESLAYUP Automatic Tape Layer Machine*. Online verfügbar unter <http://www.mtorres.es/en/aeronautics/products/carbon-fiber/torreslayup>, zuletzt abgerufen am 14.02.2019
- [NAYY14] NAYYAR, V.; RAVI-CHANDAR, K.; HUANG, R.: *Stretch-induced wrinkling of polyethylene thin sheets: Experiments and modeling*. International Journal of Solids and Structures, 2014; 51(9):1847-1858

- [PERS01] PERSSON, B.N.J.; TOSATTI, E.: *The effect of surface roughness on the adhesion of elastic solids*. Journal of Chemical Physics, 2001; 115(12):5597-5610
- [POPO09] POPOV, V.L.: *Kontaktmechanik und Reibung – Ein Lehr- und Anwendungsbuch von der Nanotribologie bis zur numerischen Simulation*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2009
- [PUNT10] PUNTEL, E.; DESERI, L.; FRIED, E.: *Wrinkling of a Stretched Thin Sheet*. Journal of Elasticity, 2011; 105(1-2):137-170
- [ZHAO16] ZHAO, C.; XIAO, J.; HUANG, W.; HUANG, X.; GU, S.: *Layup quality evaluation of fiber trajectory based on prepreg tow deformability for automated fiber placement*. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2016; 35(21):1576-1585

Anhang A: Lösungen verwendeter Integrale

| Bezeichnung | Ausdruck | Lösung Polynomansatz | Lösung Cosinus-Ansatz |
|-------------|---|---|--|
| X_1 | w | $\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right)\right] \left[1 - \frac{y^2}{b}\right]$ | $\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right)\right] \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi xy}{b} + \psi\right)\right]$ |
| X_2 | $\int_0^b \int_0^L w^2 dx dy$ | $\frac{3}{10} \cdot b \cdot L$ | $\frac{3}{16\pi\chi} \cdot [\sin(4\pi\chi + 2\psi) - 8\sin(2\pi\chi + \psi) + 8\sin\psi - \sin 2\psi + 12\pi\chi] \cdot b \cdot L$ |
| X_3 | $\int_0^b \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx dy$ | $\frac{2\pi^2}{5} \cdot b \cdot L^{-1}$ | $\frac{\pi}{4\chi} \cdot [\sin(4\pi\chi + 2\psi) - 8\sin(2\pi\chi + \psi) + 8\sin\psi - \sin 2\psi + 12\pi\chi] \cdot b \cdot L^{-1}$ |
| X_3 | $\int_0^b \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 dx dy$ | $2 \cdot b^{-1} \cdot L$ | $\frac{3\pi\chi}{4} \cdot [-\sin(4\pi\chi + 2\psi) + \sin 2\psi + 4\pi\chi] \cdot b^{-1} \cdot L$ |
| X_4 | $\int_0^b \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 dx dy$ | $\frac{8\pi^4}{5} \cdot b \cdot L^{-3}$ | $\frac{\pi^3}{\chi} \cdot [\sin(4\pi\chi + 2\psi) - 8\sin(2\pi\chi + \psi) + 8\sin\psi - \sin 2\psi + 12\pi\chi] \cdot b \cdot L^{-3}$ |
| X_5 | $\int_0^b \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 dx dy$ | $6 \cdot b^{-3} \cdot L$ | $\frac{3\pi^3\chi^3}{4} \cdot [\sin(4\pi\chi + 2\psi) - \sin 2\psi + 4\pi\chi] \cdot b^{-3} \cdot L$ |
| X_6 | $\int_0^b \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2 dx dy$ | $\frac{8\pi^2}{3} \cdot b^{-1} \cdot L^{-1}$ | $\pi^3\chi \cdot [-\sin(4\pi\chi + 2\psi) + \sin 2\psi + 4\pi\chi] \cdot b^{-1} \cdot L^{-1}$ |
| X_7 | $\int_0^b \int_0^L \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dx dy$ | $-\frac{4\pi^2}{3} \cdot b^{-1} \cdot L^{-1}$ | $\pi^3\chi \cdot [\sin(4\pi\chi + 2\psi) - 4\sin(2\pi\chi + \psi) + 4\sin\psi - \sin 2\psi + 4\pi\chi] \cdot b^{-1} \cdot L^{-1}$ |
| | $\int_0^b \int_0^L q_x(y) \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx dy$ | | $\frac{4\pi^2}{L^2} \int_0^b \int_0^L q_x(y) \cdot \sin^2\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \cdot \left[\cos\left(\frac{2\pi xy}{b} + \psi\right) - 1\right]^2 dx dy$ |


```

#Anpassen tatsächliche Datenmenge an gewählte Datenlänge n:
l_i = Datasetl_i[0]

if len(l_i)<n:
    for j in range ( len(l_i), n + 1 ):
        l_i.append (l_i[len(l_i) - 1])
        #l_i.append(1)

else:
    for j in range ( 0, len(l_i) - n - 1 ):
        l_i.pop()

%% Definition Lastfunktion =====

# Ermittlung der mittleren Länge l0 und diskrete Verformungsfunktion delta_l_i
l_i = np.array(l_i)
l0 = np.mean(l_i)

delta_l_i = l_i - l0

#Interpolation der Längenfunktion=====

# Interpolationskoeffizienten für Polynom 4. Grades
coeff = np.polyfit( y, delta_l_i, 4)

l_i_interp=np.poly1d(coeff)

# Lastfunktion (Gleichung (37)) =====

q0 = Sigma0 * t

def qx (y):
    return (E11 * t / l0) * l_i_interp(y) + q0

qx_diskr100 = f * qx (y_cont)

qx_diskr    = f * (q0 + (E11 * t / l0) * delta_l_i)

%% Kriterium Kontaktverlust =====

# Differenz Flächenlast (des Tacks) nach Kontaktverlustmodell und Scherfestigkeit
def tau(y):
    return (qx(y)/R) - S_y

# Nullstelle der Differenz ergibt Stelle y_krit, an der Kontaktverlust einsetzt
try:
    y_krit = opt.bisect(tau,0,b0)
    abr=''
except:
    y_krit = b0
    if tau(0) > 0:
        abr=''
    else:
        abr='kein'

```

```

print()
print( 'y_Kontakt =', y_krit,'mm =>', abr, 'Abrutschen')
print()

if abr=='kein':

### Analyse Verlauf=====

# Finden einer Nullstelle zwischen y = 0 und y = b/2 =====
try:
    zero0=opt.bisect(qx,0,b0/2 +0.001)
except:
    zero0 = 0

# Finden einer Nullstelle zwischen y = b/2 und y = b =====
try:
    zero0=opt.bisect(qx,b0/2 + 0.001,b0)
except:
    zero0 = 0

    zeros    = [zero0,zero0]

# Fallunterscheidung Randbedingungen aus Funktionsverlauf =====
grenze_l = 0
grenze_r = 1

if qx(0)>0 and zero0==0 and zero0==0:
    Fall      = 0
    neg       = [0,0]

elif qx(0)>0 and zero0==0:
    Fall      = 2
    neg       = [zero0,b0]
    maximum   = 2
    wendepunkt = 1
    grenze_l  = Anpassung * (2*zero0/b0 - 1)
    #Fall siehe Text
    #kritischer negativer Bereich
    # =y_max/b
    # =y_wende/b

elif qx(0)>0 and zero0==0:
    Fall      = 2
    neg       = [zero0,b0]
    maximum   = 2
    wendepunkt = 1

elif qx(0)<0 and zero0==0 and zero0==0 and qx(0)>=qx(b0):
    Fall      = 2
    neg       = [0,b0]
    maximum   = 2
    wendepunkt = 1

elif qx(0)<0 and zero0==0 and zero0==0 and qx(0)<qx(b0):
    Fall      = 1
    neg       = [0,b0]
    maximum   = -1
    wendepunkt = 0

elif qx(0)<0 and zero0==0:
    Fall      = 1
    neg       = [0,zero0]
    maximum   = -1
    wendepunkt = 0

```

```

elif qx(0)<0 and zerob==0:
    Fall      = 1
    neg       = [0,zero0]
    maximum   = -1
    wendepunkt = 0
    grenze_r  = Anpassung * ((2 * zero0 /b0) -1 ) + 1

elif qx(0)>0 and qx(b0)>0:
    Fall      = 3
    neg       = [zero0,zerob]
    maximum   = (zero0 + 0.5 * (zerob - zero0))/ b0
    wendepunkt = -0.25 + maximum

elif qx(0)<0 and qx(b0)<0 and qx(0)<qx(b0):
    Fall      = 1
    neg       = [0,zero0]
    maximum   = -1
    wendepunkt = 0
    grenze_r  = Anpassung * ((2 * zero0 /b0) -1 ) + 1

elif qx(0)<0 and qx(b0)<0 and qx(0)>=qx(b0):
    Fall      = 2
    neg       = [zerob,b0]
    maximum   = 2
    wendepunkt = 1
    grenze_l  = Anpassung * (2*zerob/b0 - 1)

else:
    print('nicht darstellbare Verteilung')
    Fall = 0
    exit

print( 'kritischer negativer Bereich: ', neg, ', Fall:', Fall)
print()

# neuer betrachteter Bereich im Falle einer Breitenanpassung
b      = grenze_r*b0
links = grenze_l*b0

# Parameter psi und chi nach Gleichungen (41)-(42)
pi = math.pi
chi = 1 / ( 4 * (maximum - wendepunkt))
psi = 0.5 * pi * (1 - (wendepunkt / (maximum - wendepunkt)))

### Steifigkeiten (Gleichungen (11)-(14) sowie (69)) =====

nu21= nu12* E22    / E11

D11 = E11 * (t**3) / ( 12 * (1 - nu12 * nu21))
D12 = nu21* D11
D22 = D11 * E22    / E11
D66 = G12 * (t**3) / 12

### Definition der Ansatzfunktion =====

b2 = b**2
pi2 = pi**2

```

```

# eingliedriger Cosinusansatz (Gleichung (43) =====

def argx(x,L):
    return 2 * pi * x / L

def argy(y):
    return (2 * pi * chi * (y - links) / b) + psi

def w_x (x,L):
    return 1 - np.cos ( argx(x,L))

def w_y(y):
    return 1 - np.cos (argy(y))

def w (x,y,L):
    return w_x(x,L) * w_y(y)

# eingliedriger Polynomansatz als Vergleich (Gleichung (27) =====
w_y_pol_pol = np.poly1d ([ (1/b)**2, -2/b, 1 ])
w_y_max     = 0.8 * min (qx_diskr100)

def w_y_pol(y):
    return w_y_pol_pol(y)

# Skalieren der y-Funktionen für Plot =====
w_y_pol_diskr = w_y_max * w_y_pol(y_cont)

if abs( psi % pi) > 0.5:
    w_y_cos_diskr = w_y_max * w_y(y_cont) / (1 - math.cos (psi) )
else:
    w_y_cos_diskr = w_y_max * w_y(y_cont) / (1 - math.cos (2 * pi * chi + psi))

### Differentiale der Ansatzfunktion (Gleichungen siehe Anhang) =====

def w2 (x,y,L):
    return w(x,y,L) ** 2

def dx2(x,y,L):
    return ( - 2 * pi      / L) * np.sin(argx(x,L))*(np.cos (argy(y))-1) **2

def d2x(x,y,L):
    return ( - 4 * pi2    /L**2) * np.cos(argx(x,L))*(np.cos (argy(y))-1)

def d2x2(x,y,L):
    return ( d2x(x,y,L) ) **2

def d2y(x,y,L):
    return ( - 4 * pi2*chi*chi /b2) * np.cos(argy(y))*(np.cos (argx(x,L))-1)

def d2y2(x,y,L):
    return ( d2y(x,y,L) ) **2

def d2xy2(x,y,L):
    return ( 4 * pi2 * chi    /(b * L)) * np.sin(argx(x,L))*np.sin(argy(y)) **2

def d2xd2y(x,y,L):
    return      d2x(x,y,L) * d2y(x,y,L)

```

```

def dx2q(x,y,L):
    return - (dx2(x,y,L) * qx (y))

### kritische Beullänge (Gleichung (54)) =====

def w2L(x,y):
    return w2(x,y,1)

def d2x2L(x,y):
    return d2x2(x,y,1)

def d2y2L(x,y):
    return d2y2(x,y,1)

intw2L = dblquad(w2L , links, b, 0, 1)
intd2x2L= dblquad(d2x2L , links, b, 0, 1)
intd2y2L= dblquad(d2y2L , links, b, 0, 1)

L_krit =( intd2x2L[0] * D11 /
          ( intd2y2L[0] * D22 + intw2L[0] * k ) ) ** 0.25

print ('kritische Beullänge =',round(L_krit, 2),'mm')
print()

### Integrale der Ansatzfunktion (Gleichungen siehe Anhang) =====

L = L_krit

def w2krit(x,y):
    return w2(x,y,L )

def d2x2krit(x,y):
    return d2x2(x,y,L )

def d2y2krit(x,y):
    return d2y2(x,y,L )

def d2xy2krit(x,y):
    return d2xy2(x,y,L )

def d2xd2ykrit(x,y):
    return d2xd2y(x,y,L )

def dx2qkrit(x,y):
    return dx2q(x,y,L )

intw2 = dblquad(w2krit , links, b, 0, L )
intd2x2 = dblquad(d2x2krit , links, b, 0, L )
intd2y2 = dblquad(d2y2krit , links, b, 0, L )
intd2xy2 = dblquad(d2xy2krit , links, b, 0, L )
intd2xd2y = dblquad(d2xd2ykrit, links, b, 0, L )
intdx2q = dblquad(dx2qkrit , links, b, 0, L )

```

```

### Beulkriterium =====
# virtuelle innere Arbeit infolge Biegeverformung (Gleichung (45))

W_iB = - 0.5 * ( D11 * intd2x2[0] + D22 * intd2y2[0] + (
                2 * D12 * intd2xd2y[0] + 4 * D66 * intd2xy2[0] ) )

# virtuelle innere Arbeit infolge elastischer Bettung (Gleichung (46))
W_iK = - 0.5 * ( k * intw2[0] )

# virtuelle äußere Arbeit (Gleichung (47))
W_a = 0.5 * f * intdx2q[0]

# elastisches Potential (Gleichung (23))
Pi = - W_iB - W_iK - W_a

if Pi < 0:
    erf = 'nicht erfüllt'
else:
    erf = 'erfüllt'

print('W_iB =',round(W_iB,5),', W_iK =',round(W_iK,5),
      ', W_a =',round(W_a,5),', Pi =',round(Pi,4))
print()
print('Stabilitätskriterium',erf)

#kritischer Lastfaktor (Gleichung (49))
f_krit = 2 * ( - W_iB - W_iK ) / intdx2q[0]

print('kritischer Lastfaktor (Sicherheit) =',round(f_krit,3))

### Plot=====

plt.plot( y          , qx_diskr          , 'x--' ,
          y_cont     , qx_diskr100     , '-'   ,
          y_cont     , w_y_cos_diskr   , '--'  ,
          y_cont     , w_y_pol_diskr   , '--'  )

plt.ylabel ('w*(y), qx(y) [N/mm]')
plt.xlabel ('y [mm]')
plt.axhline (0)
plt.legend  ([ 'qx diskret'          ,
              'qx interpoliert'    ,
              'Ansatz Cosinus'     ,
              'Ansatz Polynom'     ] )

plt.show

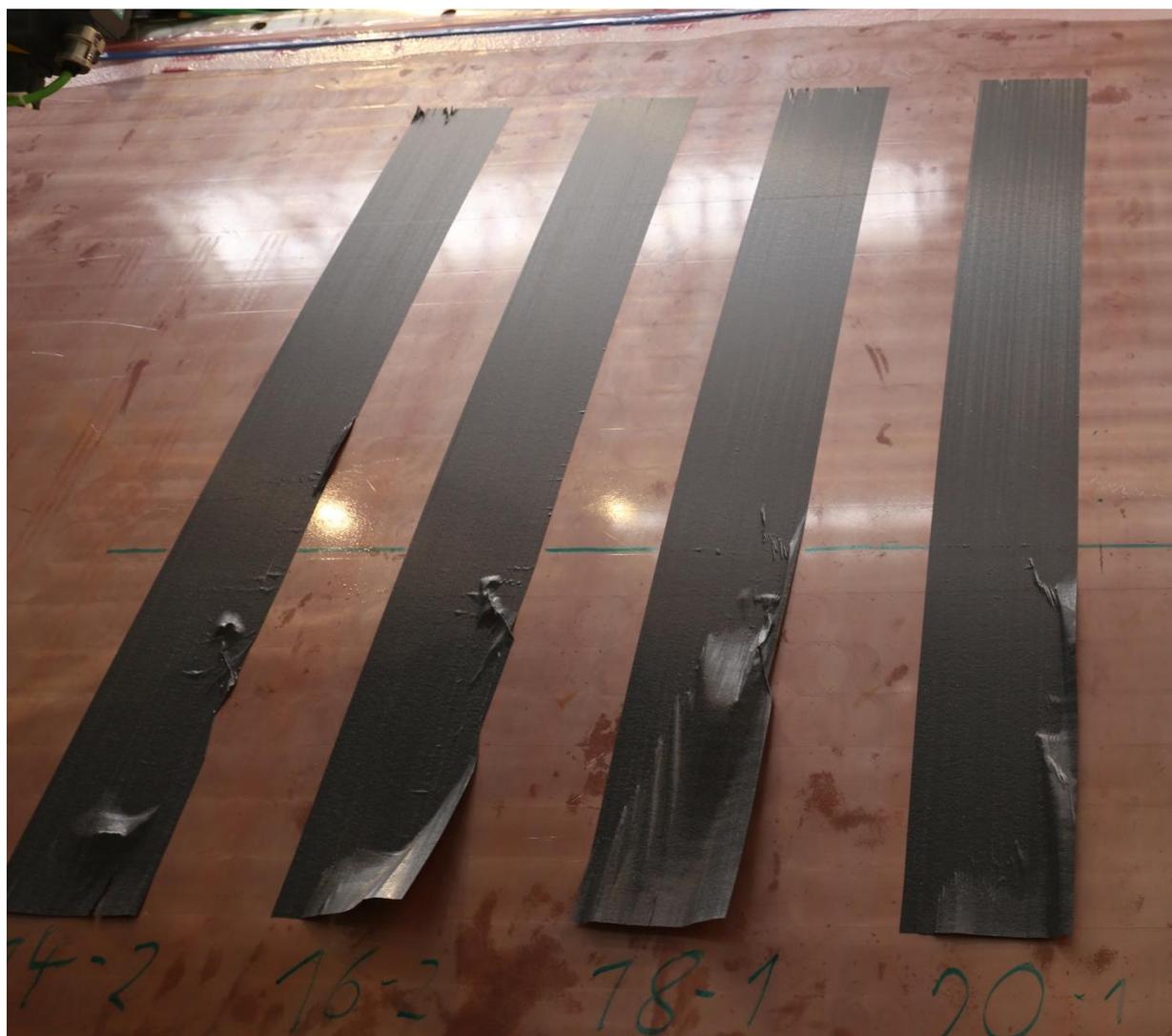
### END=====

```

Anhang C: Bilddokumentation weiterer Versuche



Steering-Versuch mit ATL; Radien $R = 14$, $R = 16$, $R = 18$, $R = 20$ (von links nach rechts); Versuchsdurchlauf 1



Steering-Versuch mit ATL; Radien $R = 14$, $R = 16$, $R = 18$, $R = 20$ (von links nach rechts); Versuchsdurchlauf 2



Überfahrversuche über Rampe (ohne Steering):

- $\alpha = 90^\circ$ / $l_{\text{Vorlauf}} = 100 \text{ mm}$
- $\alpha = 45^\circ$ / $l_{\text{Vorlauf}} = 100 \text{ mm}$
- $\alpha = 45^\circ$ / $l_{\text{Vorlauf}} = 500 \text{ mm}$

(von links nach rechts)