

Potentials and Challenges utilizing Peridynamics

**Graduiertenkolleg
Mikro-Makro-Wechselwirkungen
Magdeburg 08/06/2017**

Christian Willberg

christian.willberg@dlr.de

Martin Rädcl

martin.raedel@dlr.de

Knowledge for Tomorrow



Gliederung

- Motivation
- Peridynamik
- Peridynamisches Framework
- Beispiele
- Offene Fragestellungen
- Zusammenfassung



Motivation - Aircraft Design Prozess I

- Multidisziplinär
 - Aeroelastik
 - Aerodynamik
 - Systeme
 - Struktur
 - ..
- und multi-fidelity
 - Handbuch
 - Lastenrechnung
 - **FEM (lowFi and highFi) + Dimensionierung**
 - CFD

Ziel

- Ein besseres Verständnis der Schadensinitiierung soll genutzt werden, um Kriterien zu verbessern und teure Experimente zu vermeiden

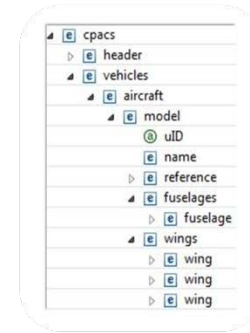


Motivation - Aircraft Design Process II

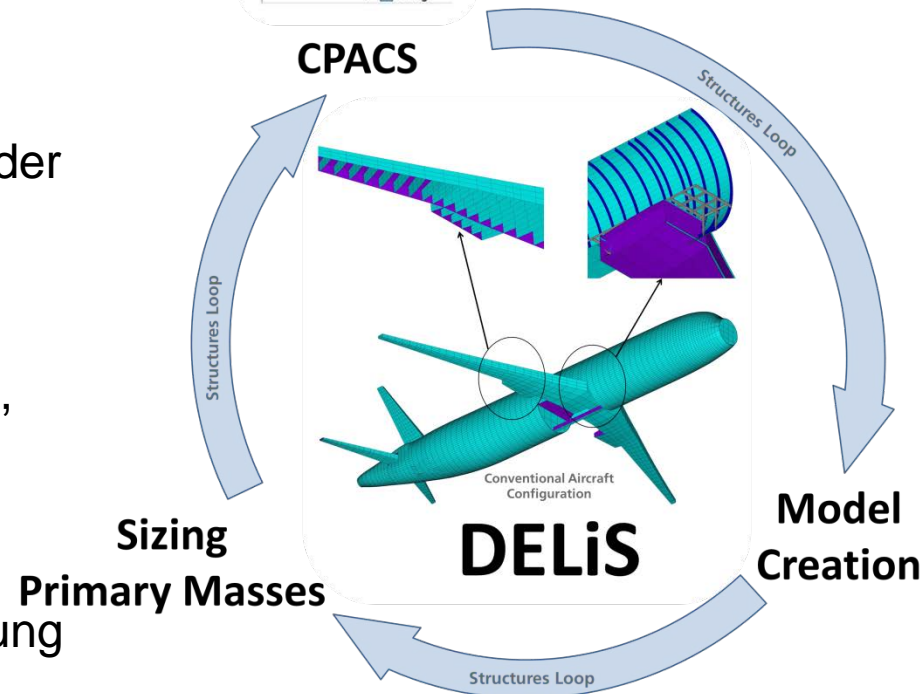
- Lasten \leftrightarrow Strukturanalyse + Bewertung
 - FEM \leftrightarrow Dimensionierung
- Dimensionierung
 - Kriterien werden für die Bewertung der wirkenden lokalen Lasten benötigt (normaler weise Spannungen, Dehnungen)
 - Anpassung von Bereichen (Material, Strukturelemente, Hautdicken, ..)
- Ziel
 - niedrige Massen + Kosten mit der Nebenbedingung der Kriterienerfüllung

CPACS

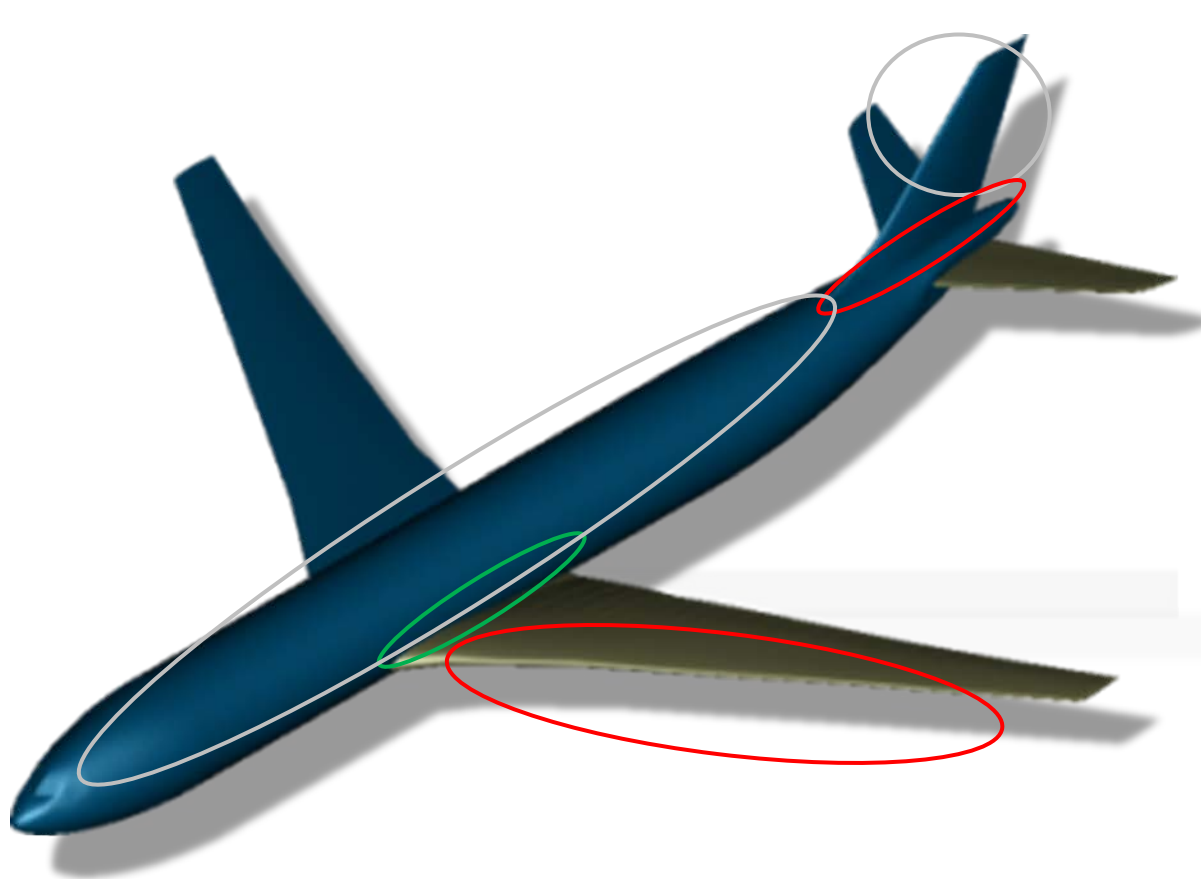
- Common aircraft model language
- Open source
- XML-Based



CPACS



Motivation - Main Design Driver (exemplarisch)



- Damage tolerance
- Fatigue
- Stability



Motivation – State-of-the-art Prozess in der Luftfahrt

- **Design Kriterien**

- Fatigue
- Stability
- ***Damage tolerance***
- Plain and bearing strength
- ...

- **Beispiel: Impact Analyse**

- Aufbau einer experimentellen Datenbasis der meistgenutzten Laminare
- Abweichende Laminare werden mit Sicherheitsfaktoren beaufschlagt
- Modellbasierte Kennwerte werden nur bedingt genutzt, da **das Vertrauen in die Simulationen fehlt**

- fail safe (Alternative Lastpfade) vs. **safe life (Keine Schädigung)**



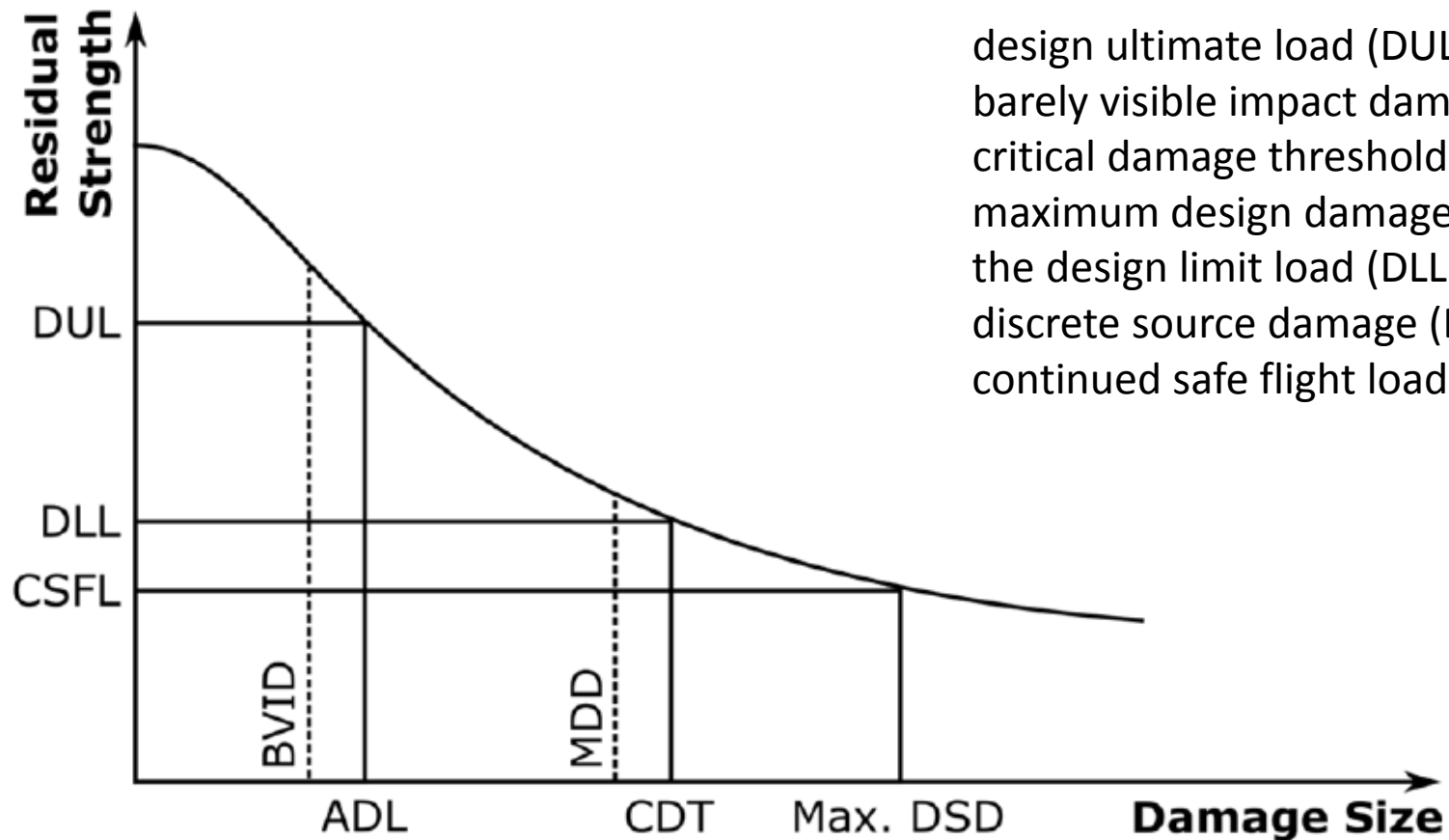


Figure 1: Residual Strength vs. Damage Size



Motivation - Zusammenfassung

- Mikromechanische oder Schadensmodelle werden nicht direkt im Designprozess genutzt
 - Diese Modelle können vereinfachte Kriterien untermauern
 - Robustheit von geschädigten Strukturen kann bewertet werden
 - Reduzierung kostenintensiver Experimente
-
- **Ein besseres Verständnis der Schadensinitiierung kann genutzt werden, um Kriterien zu verbessern und teure Experimente zu vermeiden**



Physikalisch motivierte Materialmodellierung

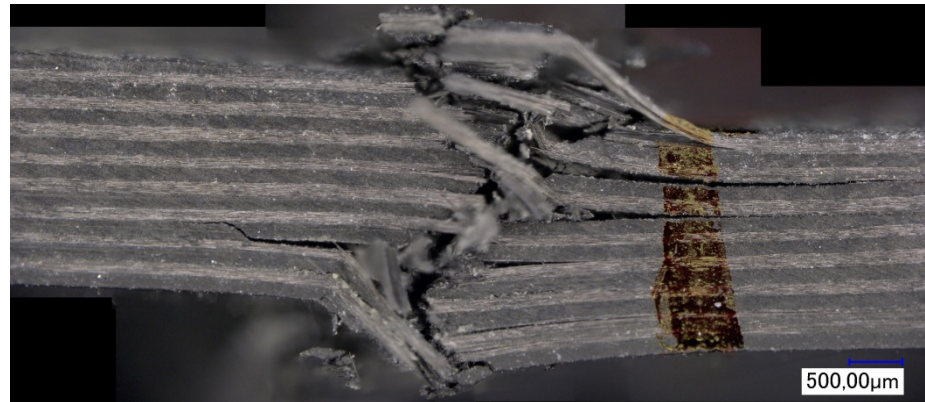
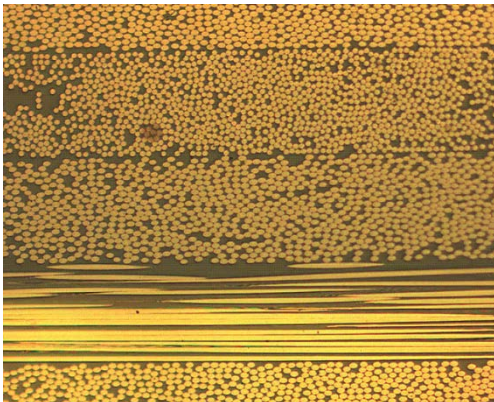
- Impulserhaltung – Homogenität des Raumes
 - Drehimpulserhaltung – Isotropie des Raumes
 - Energieerhaltung – Homogenität der Zeit
-
- Sind die Erhaltungsgleichungen erfüllt + ist das Materialverhalten beschrieben ist es eine physikalisch motivierte Modellierung



Annahmen in der Kontinuumsmechanik¹

1. Das Medium ist kontinuierlich
2. Interne Kräfte sind Kontaktkräfte (Interaktion nur mit der Nachbarschaft)
3. Deformationen sind zweifach stetig ableitbar (in der schwachen Formulierung nur einfach)
4. Die Erhaltungsgleichungen sind erfüllt

Punkt 1 und 3 sind nicht erfüllt für heterogene Materialien und bei Schädigung



Erhaltungsgleichung

- Impulserhaltung in der Kontinuumsmechanik

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{b} = \rho \ddot{\mathbf{u}}$$

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\epsilon}$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = 0.5(\operatorname{Grad} \mathbf{u} + \operatorname{Grad}^T \mathbf{u})$$

Bei Verletzung von Punkt 1 und 3 wird die Impulserhaltung nicht mehr streng erfüllt!

Bertram, A. & Glüge, R. „Festkörpermechanik“ *Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg*, ISBN 978-3-940961-88-4, 2013



Konsequenzen

- die Kontinuumsmechanik ist nicht in der Lage Schädigungen zu modellieren
- FEM ist eine Methode zur numerischen Lösung einer Differentialgleichung
- verliert das Modell basierend auf einer Differentialgleichung die Gültigkeit, ist die FEM ist ebenfalls nicht in der Lage Schädigungen zu modellieren

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{C}_{Voigt} \mathbf{B} dv$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{D}\mathbf{N}$$

D - Differentialoperator, welcher stetig differenzierbare Ansatzfunktionen **N** voraussetzt

Ableitung nur im Element gefordert, d.h. Diskontinuitäten können an den Elementgrenzen dargestellt werden. Kontinuumsmechanik ist nicht streng erfüllt.



Schädigungen

- Sind in FEM streng genommen nicht darstellbar.
- Werden über Zusatzelemente basierend auf der Bruchmechanik implementiert.
 - Probleme mit der Konsistenz!
 - Zusatzannahmen, um den Sprung zwischen den Theorien (Kontinuumsmechanik und Bruchmechanik) zu ermöglichen



Peridynamischer Ansatz

1. ~~Das Medium ist kontinuierlich~~
2. ~~Interne Kräfte sind Kontaktkräfte und interagieren nur bei Null Abstand~~
3. ~~Die Deformation ist zweifach stetig ableitbar~~
4. **Die Erhaltungsgleichungen sind gültig**

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{b} = \rho \ddot{\mathbf{u}}$$

$$\int_H (\underline{\mathbf{T}}(\mathbf{x}, t) \langle \mathbf{q} - \mathbf{x} \rangle - \underline{\mathbf{T}}(\mathbf{q}, t) \langle \mathbf{x} - \mathbf{q} \rangle) dV + \mathbf{b} = \rho \ddot{\mathbf{u}}$$

$$\lim_{H \rightarrow 0} \int_H (\underline{\mathbf{T}}(\mathbf{x}, t) \langle \mathbf{q} - \mathbf{x} \rangle - \underline{\mathbf{T}}(\mathbf{q}, t) \langle \mathbf{x} - \mathbf{q} \rangle) dV = \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma})$$

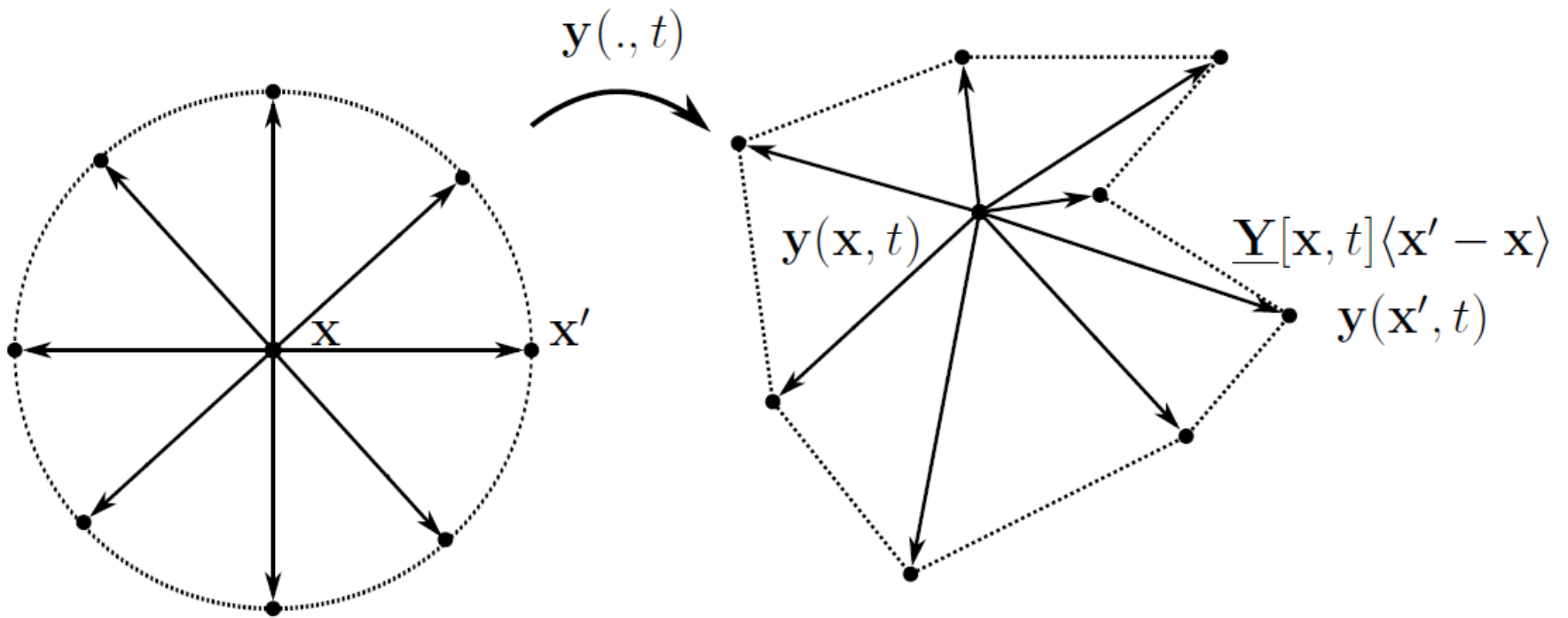


Peridynamische Formulierungen

- bond based (Querkontraktion = 0.25 für 3D & 2D plane strain)
 - zu einfach
 - eine nicht-lokale Federformulierung
 - **solte vermieden werden**
- Erweiterung auf States
 - States sind keine Federn mehr und sollten nicht als solche interpretiert werden!
- ordinary state based
 - Kraftgleichgewicht ist im Integral erfüllt, aber nicht in jedem Bond Potential
- non-ordinary state based
 - Kraft- und Momentengleichgewicht ist im Integral erfüllt, aber nicht in jedem Bond Potential



States



Materialgesetze

- je nach peridynamischer Formulierung können mehr Materialmodelle abgebildet werden als in der Kontinuumsmechanik
- Materialgrößen können über die Gleichsetzung der inneren Energie bestimmt werden



Materialformulierung

- die Peridynamik kann mehr Materialmodelle darstellen, als nur kontinuumsmechanische
- Ansatz um Kontinuumsmechanische Modelle darzustellen

$$W_{Peridynamic} = W_{Kontinuumsmechanik}$$

$$\underline{\mathbf{Y}}(\underline{\xi}) = \mathbf{F}\underline{\xi}$$

$$\underline{e} = \underline{y} - \underline{x}, \quad \underline{y} = |\underline{\mathbf{Y}}|, \quad \underline{x} = |\underline{\mathbf{X}}|$$

$$\underline{t} = \frac{3K\theta}{m} \underline{\omega x} + \frac{15G}{m} \underline{\omega e^d}$$

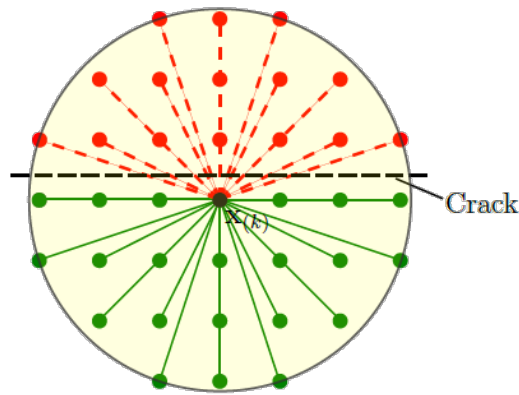
$$\theta = \frac{3}{m} \int_{\mathcal{H}} (\underline{\omega x}) \cdot \underline{e} dV \quad \underline{e^d} = \underline{e} - \frac{\theta \underline{x}}{3}$$



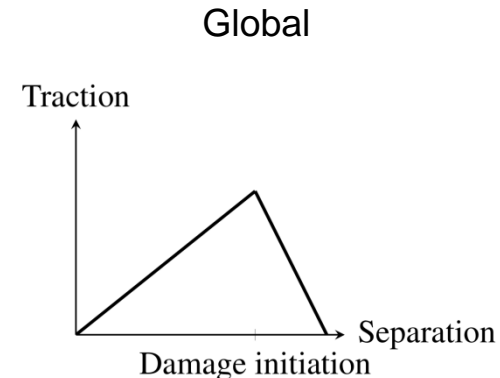
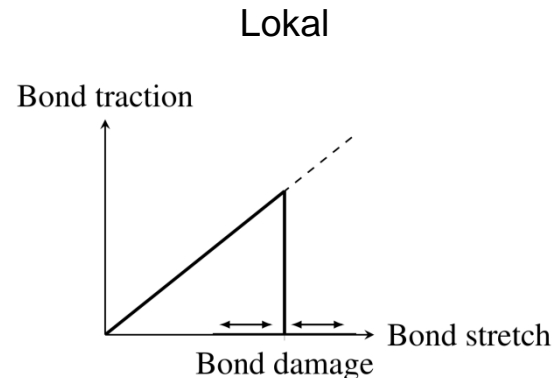
Materialmodelle & Schädigung

- Materialmodelle:
 - Je nach PD Formulierung -> mehr Materialmodelle abbildbar als in CM
 - Materialgrößen über Gleichsetzung innerer Energie PD ↔ CM
- Schädigung
 - Implizit im Materialmodell + Degradation
 - Rudimentäres Schädigungsmodell

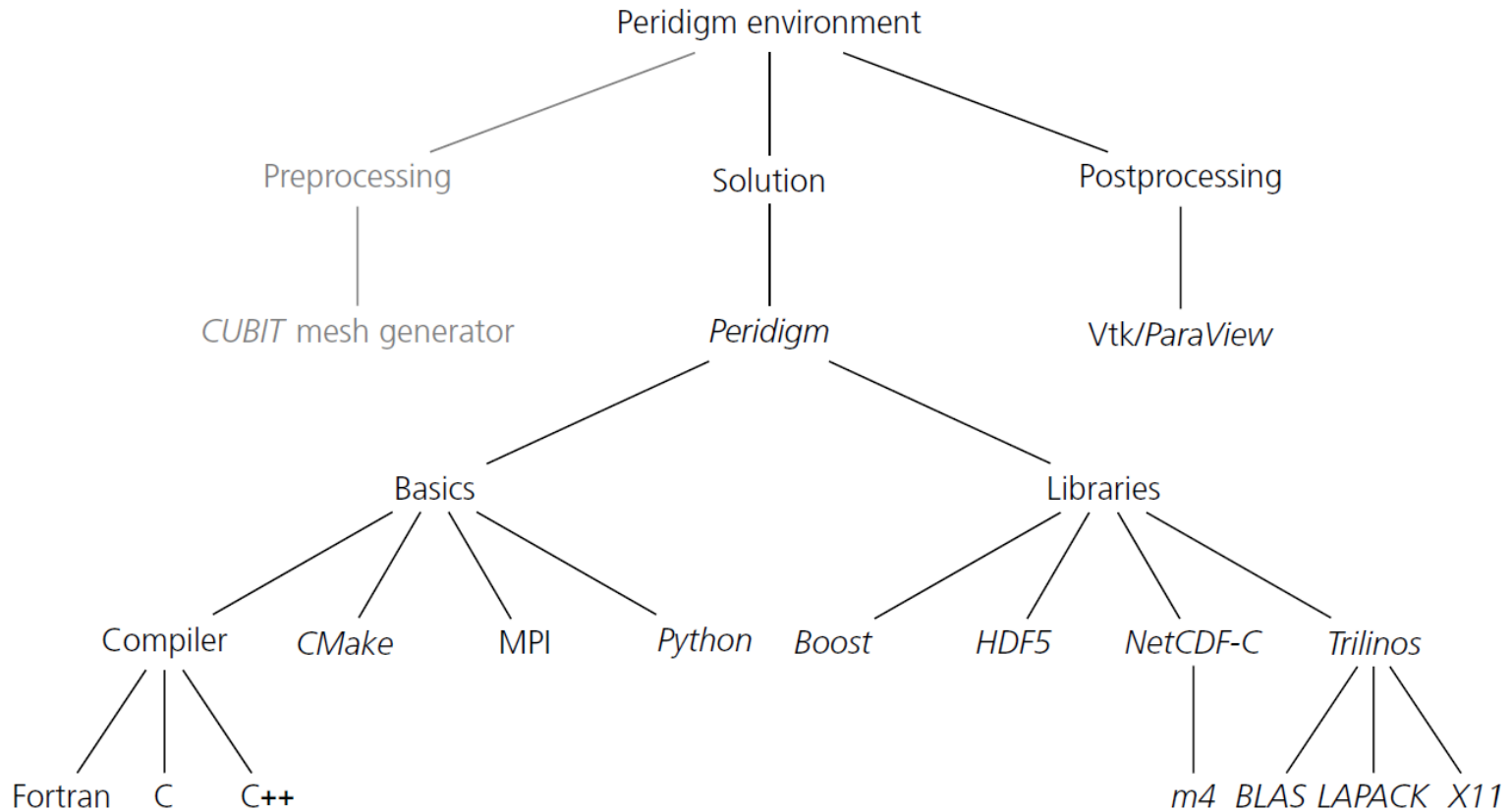
$$\underline{t} = \frac{3K\theta}{m} \omega \underline{x} + \frac{15G}{m} \omega \theta^d$$



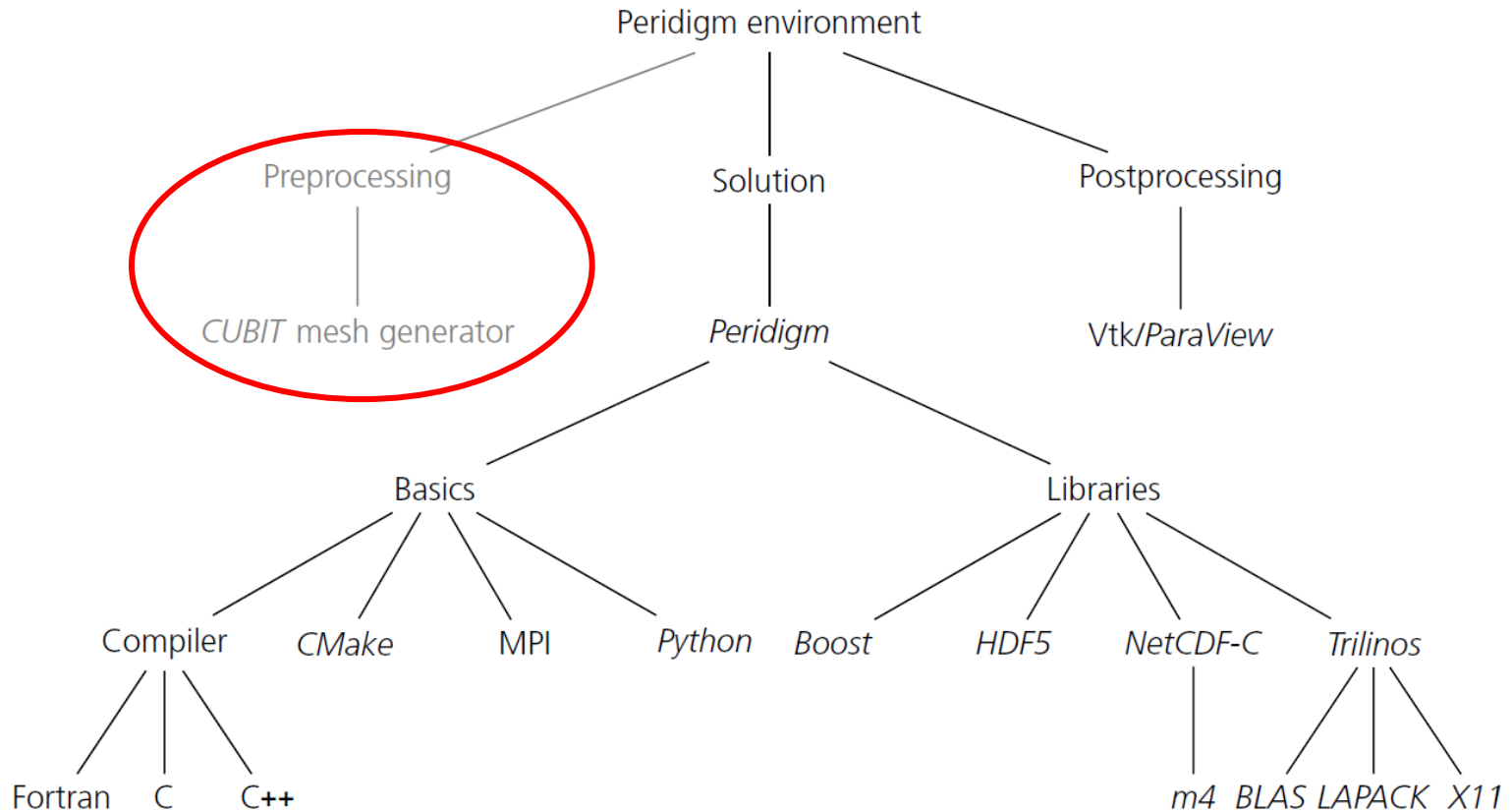
— Unbroken bond
 - - - Broken bond



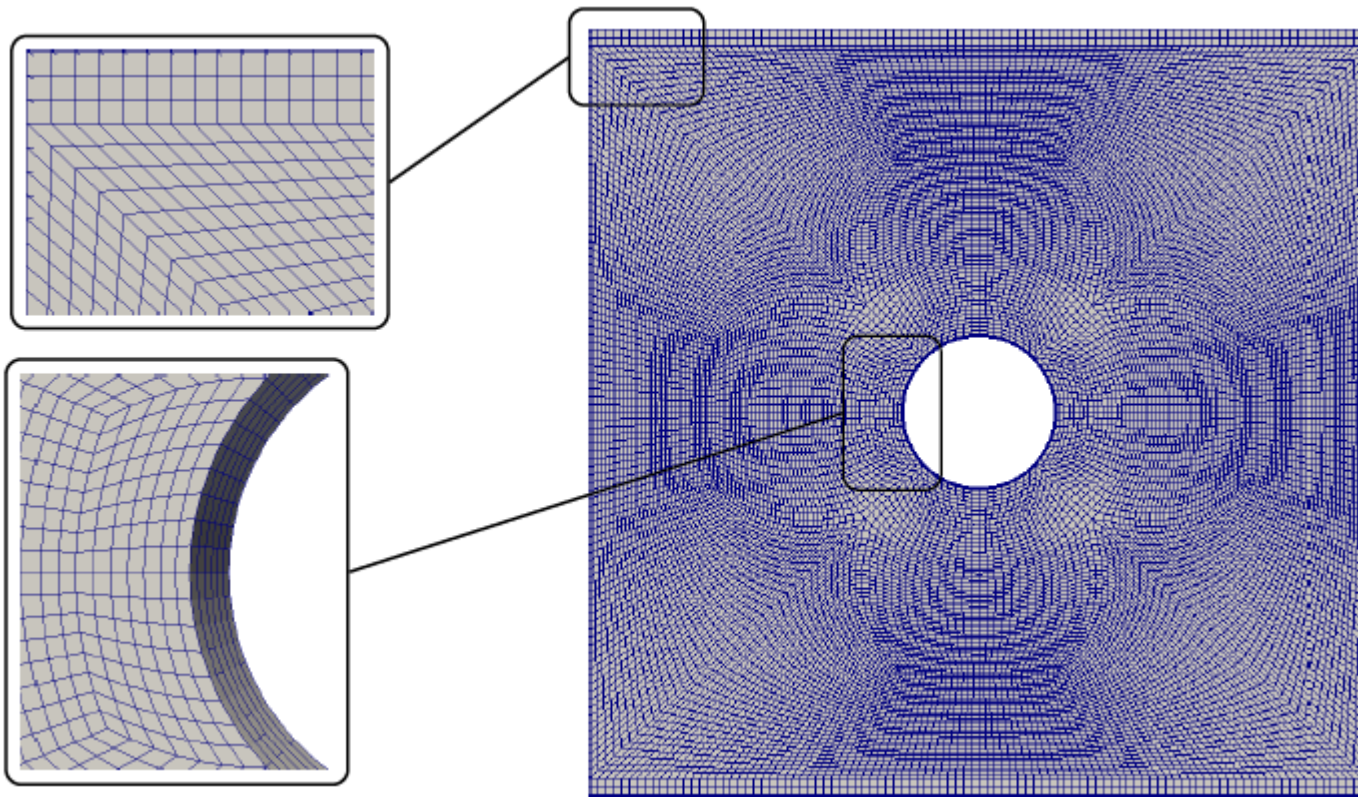
Framework



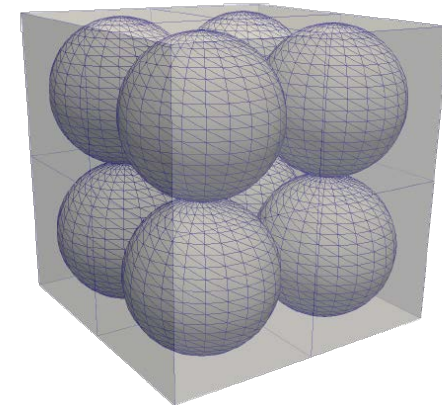
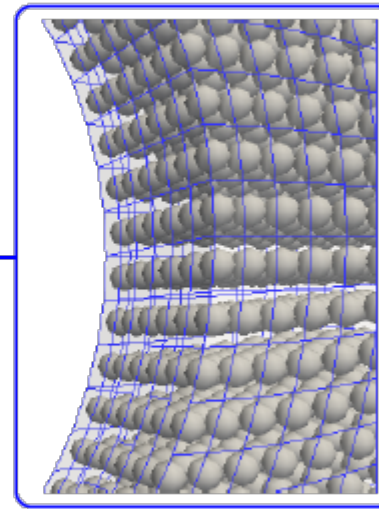
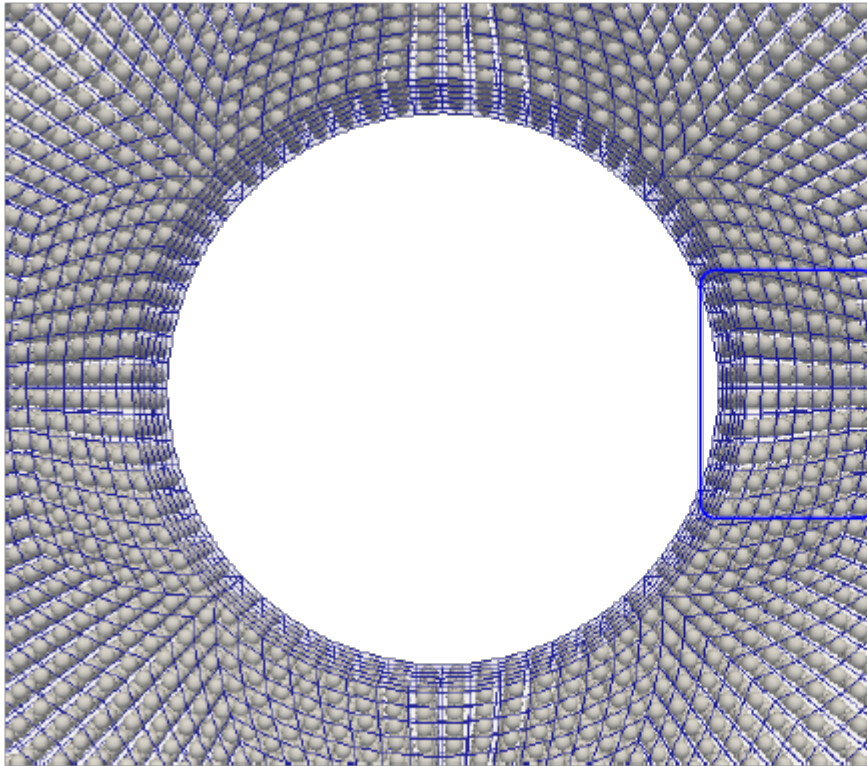
Framework



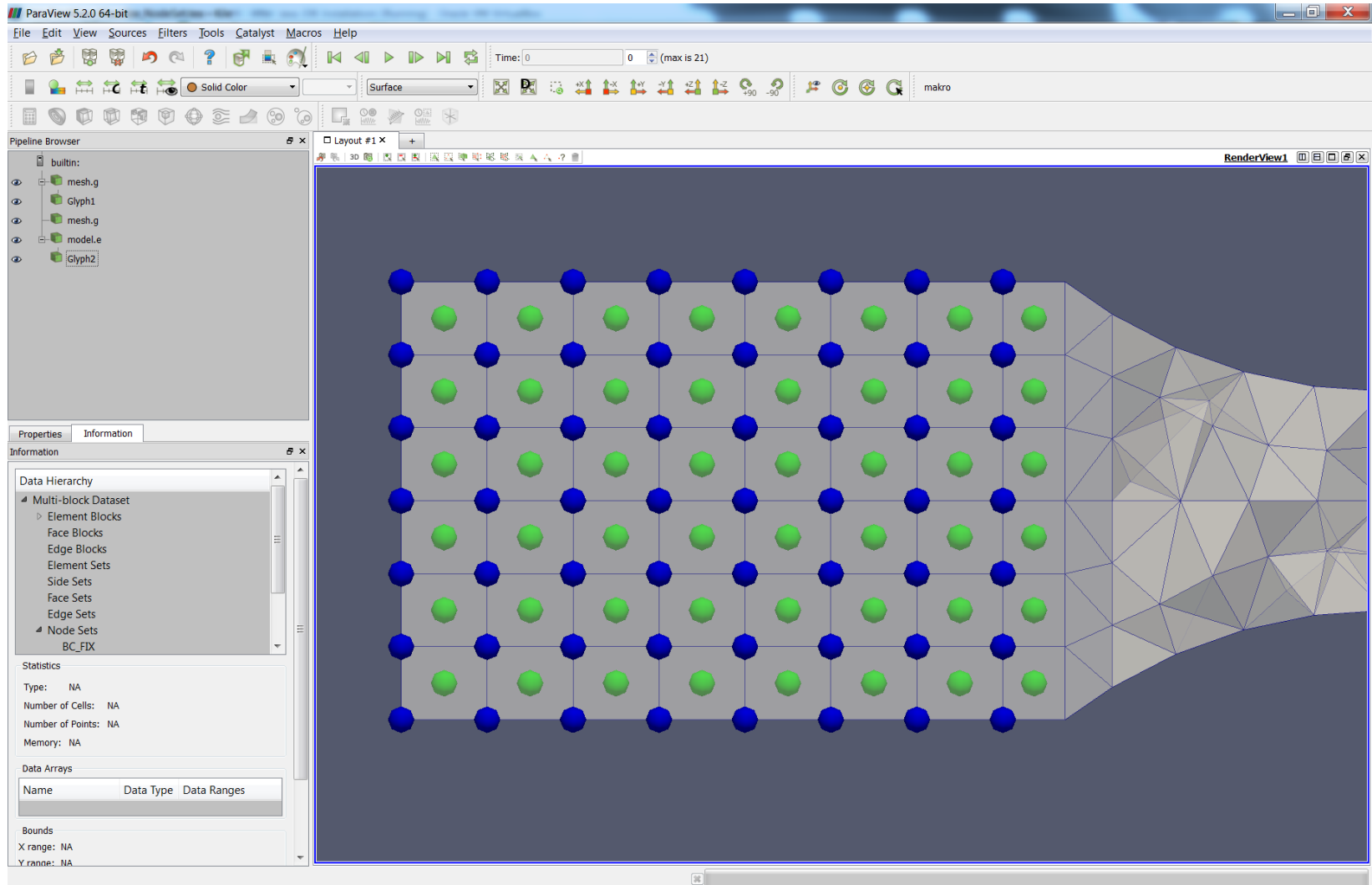
Preprozessor



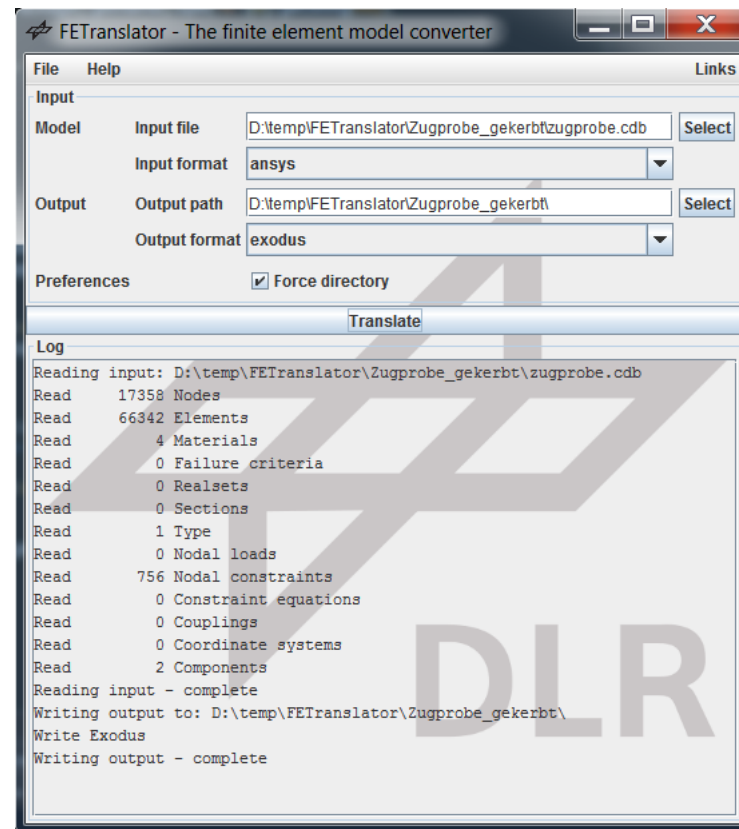
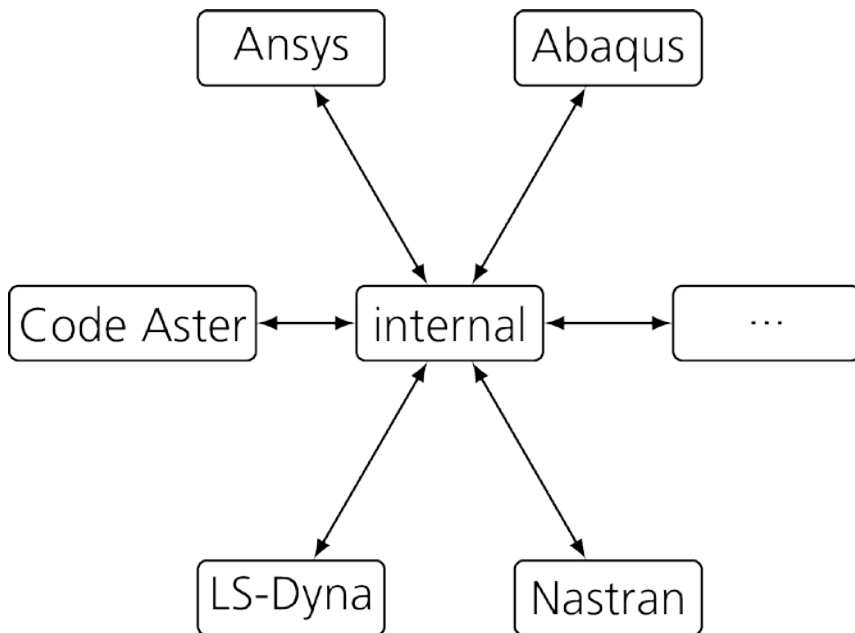
Preprozessor



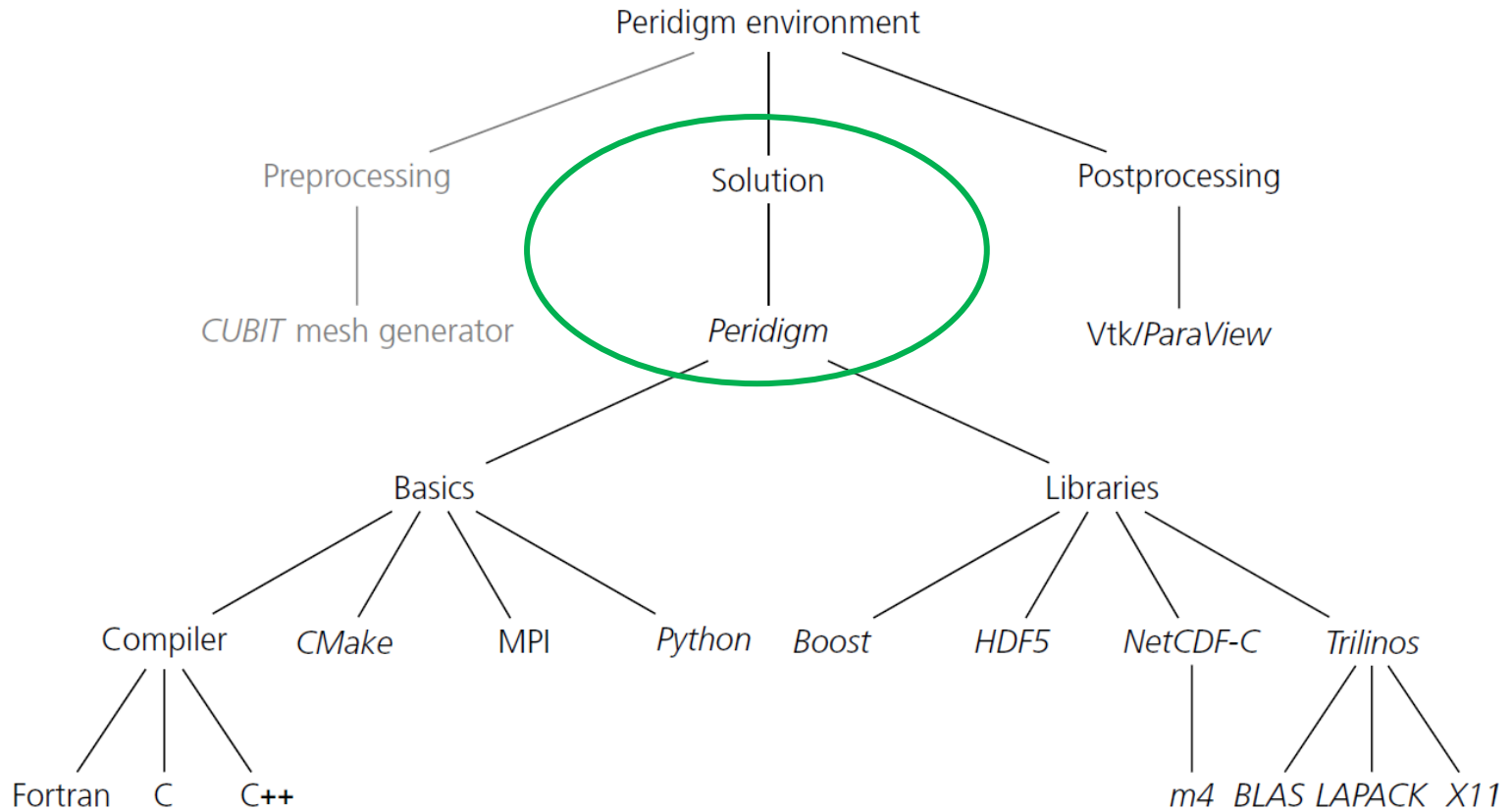
Preprozessor



Preprozessor



Framework

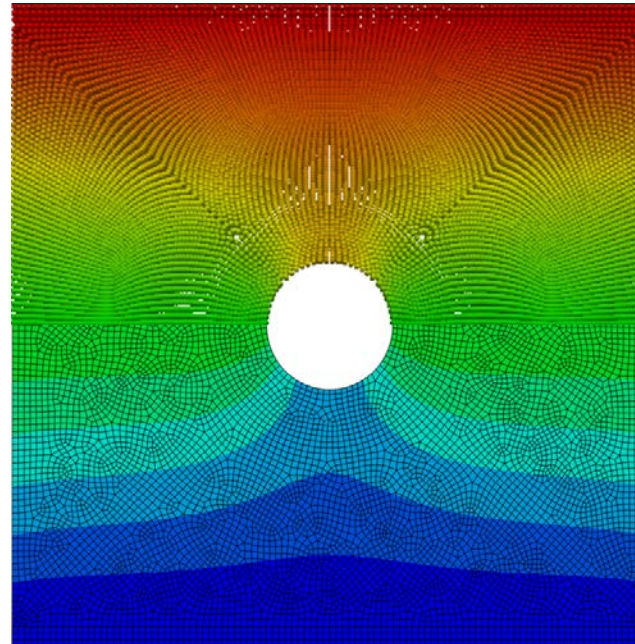


Peridigm

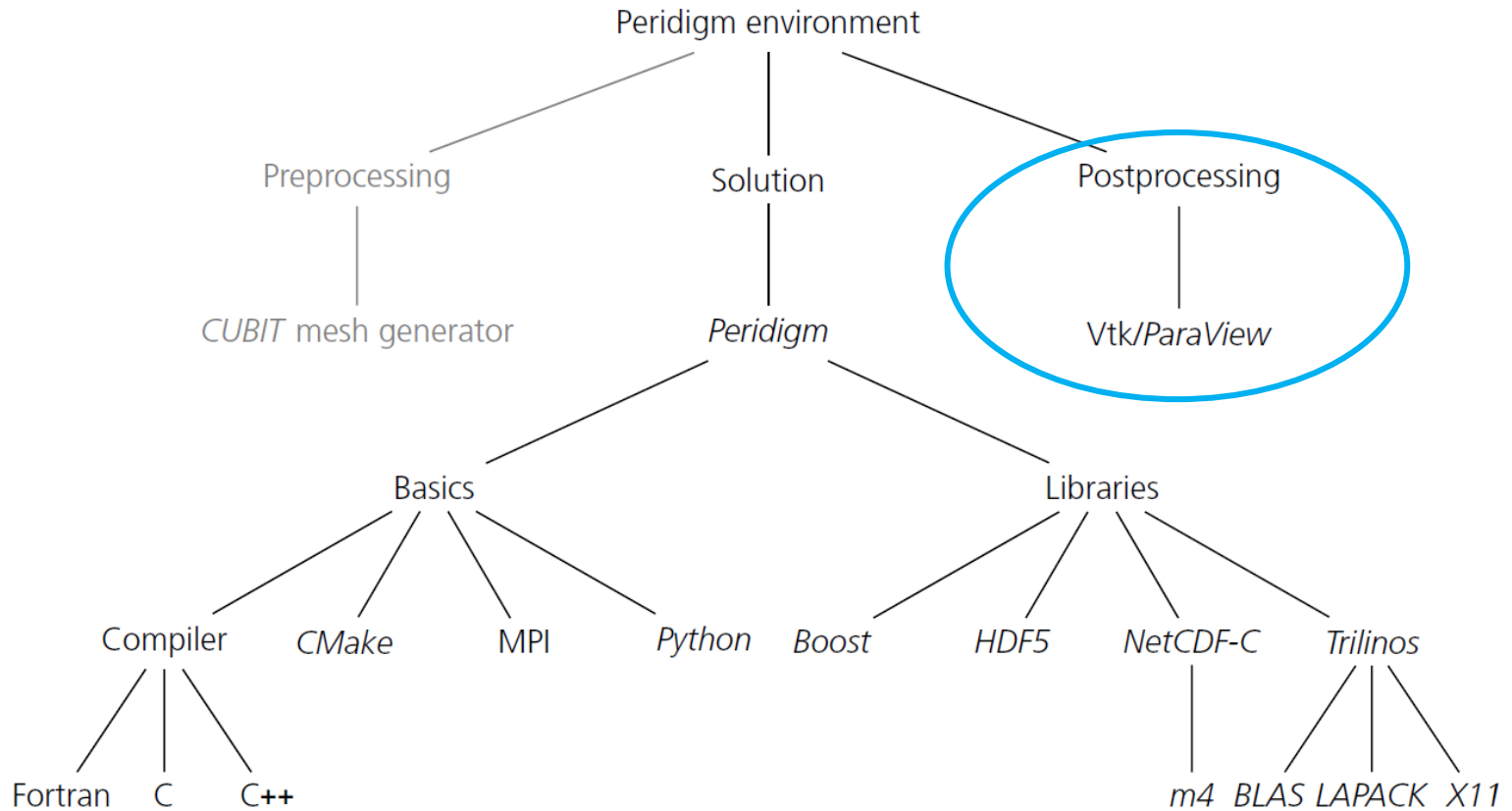
- .xml, .peridigm, .yaml – input Format
- Beinhaltet alles außer Diskretisierung
- Diskretisierung + Input werden automatisiert aus FEM Input geschrieben
- Cluster tauglich

Peridigm

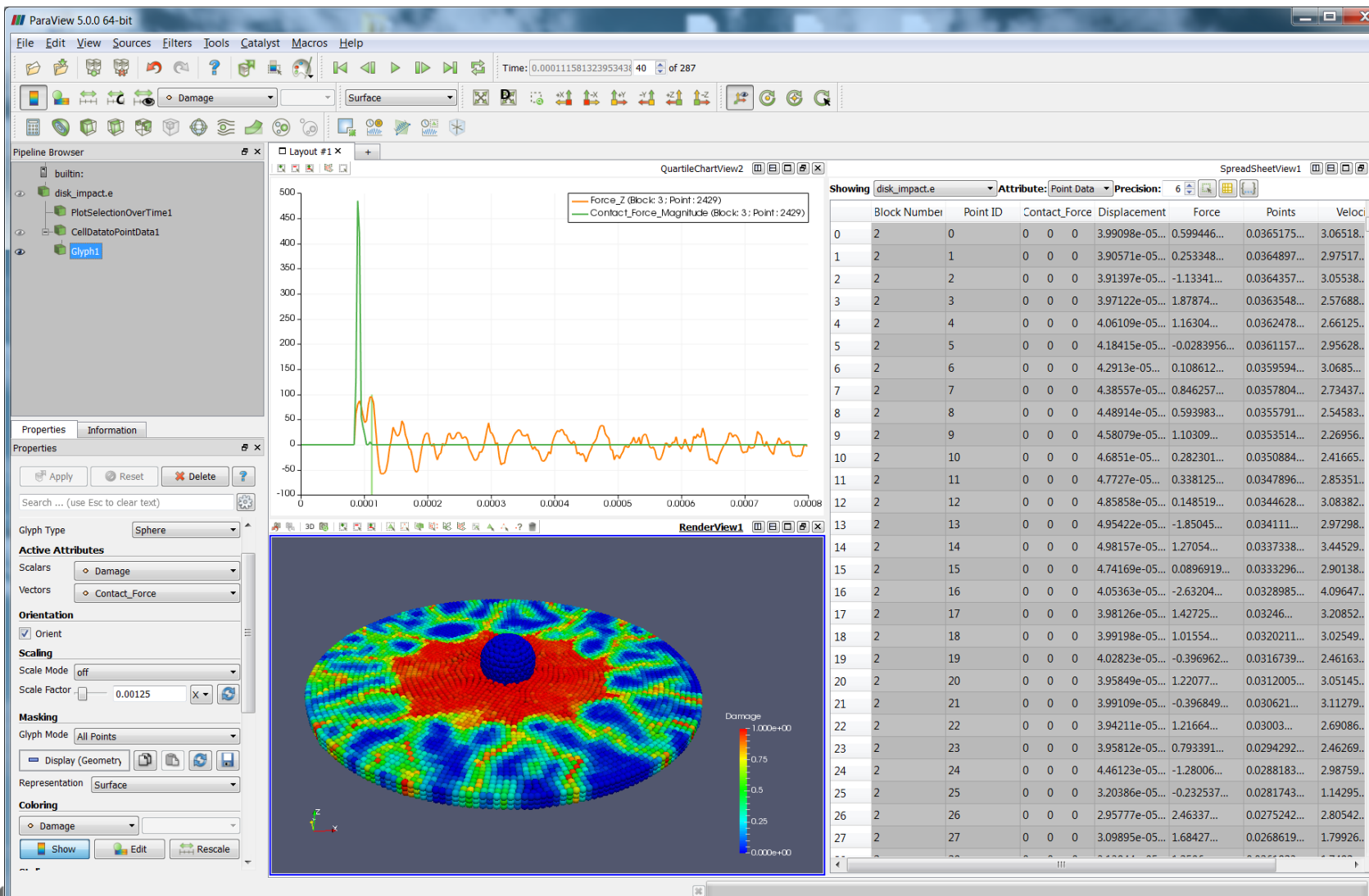
FEM



Framework



Framework



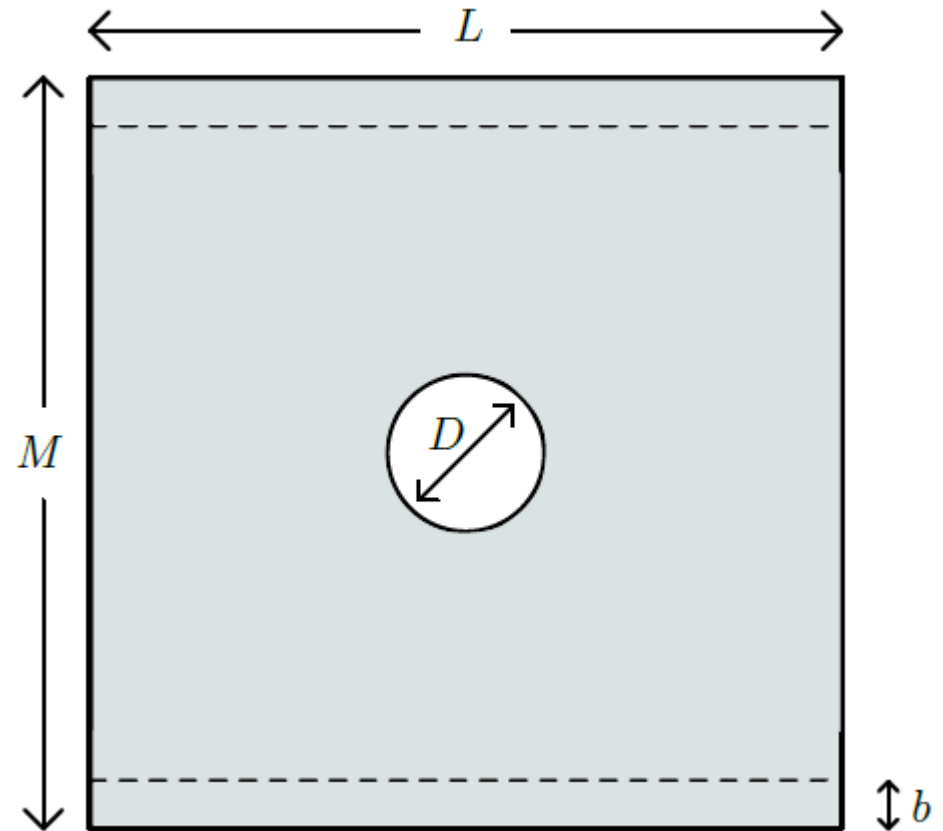
Beispiele

- Platte mit Loch
- Knochenproben
- Faserverbund-RVE

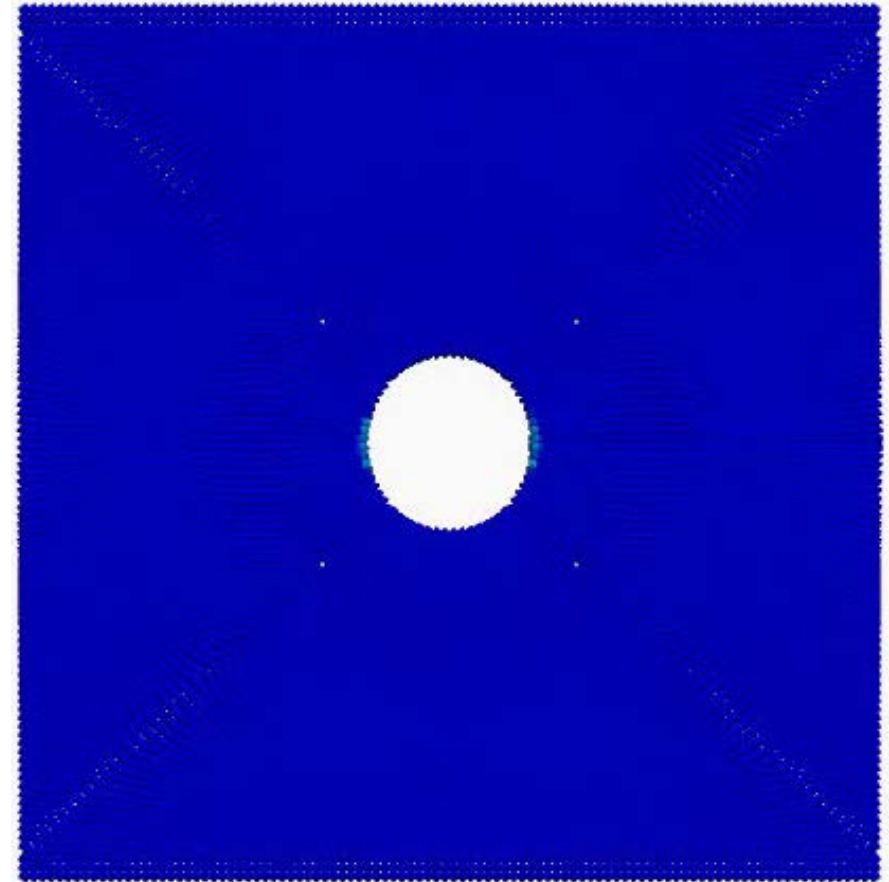
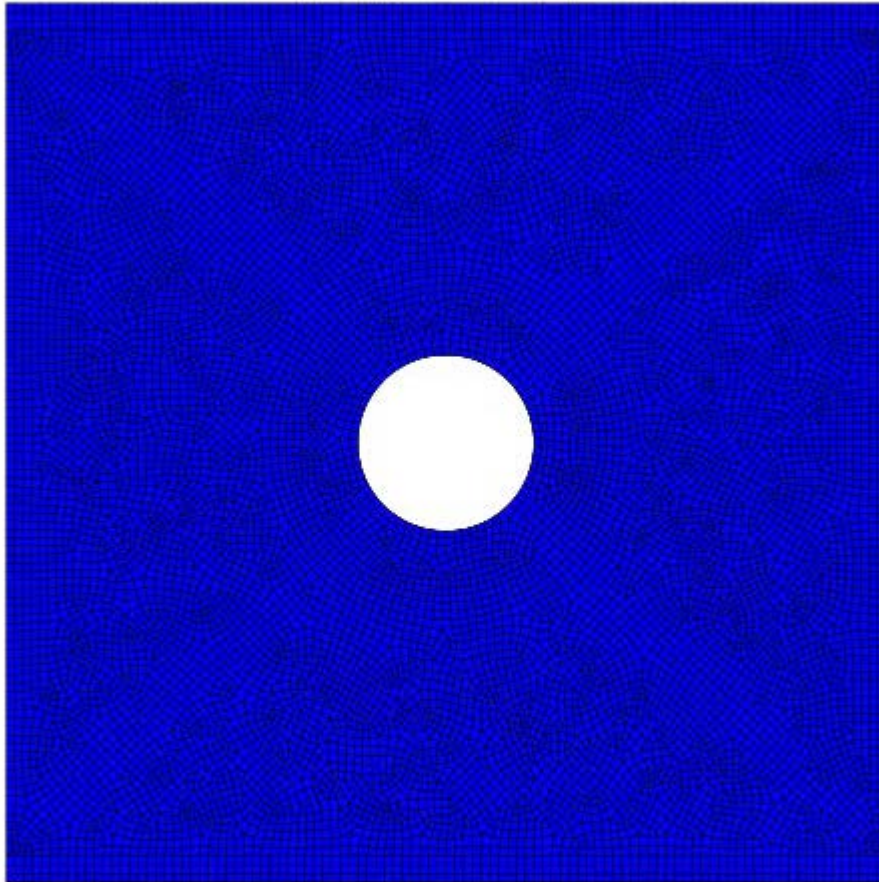


Plate mit Loch

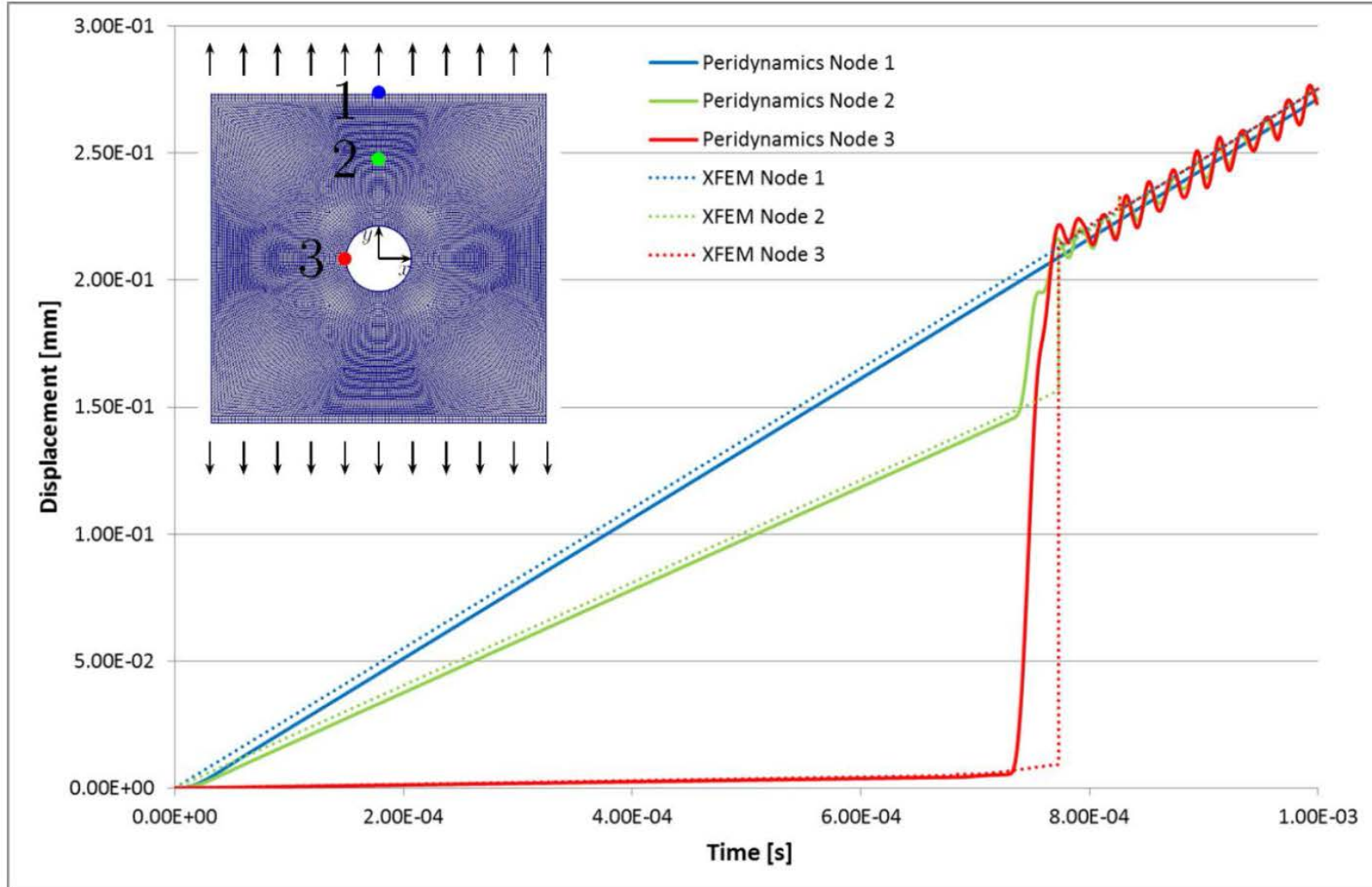
- $L = 50\text{mm}$
- $M = 50\text{ mm}$
- $h = 0.5\text{ mm}$
- $D = 10\text{mm}$
- $E = 192\,000\text{ MPa}$
- $\nu = 1/3$
- $\rho = 8000\text{ kg/m}^3$



Ergebnisse

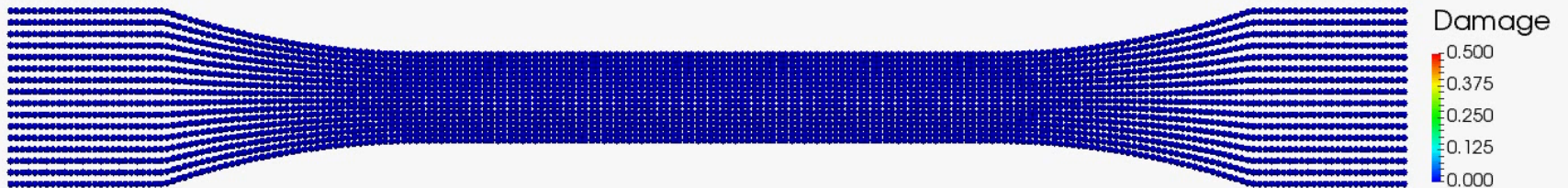


Ergebnisse



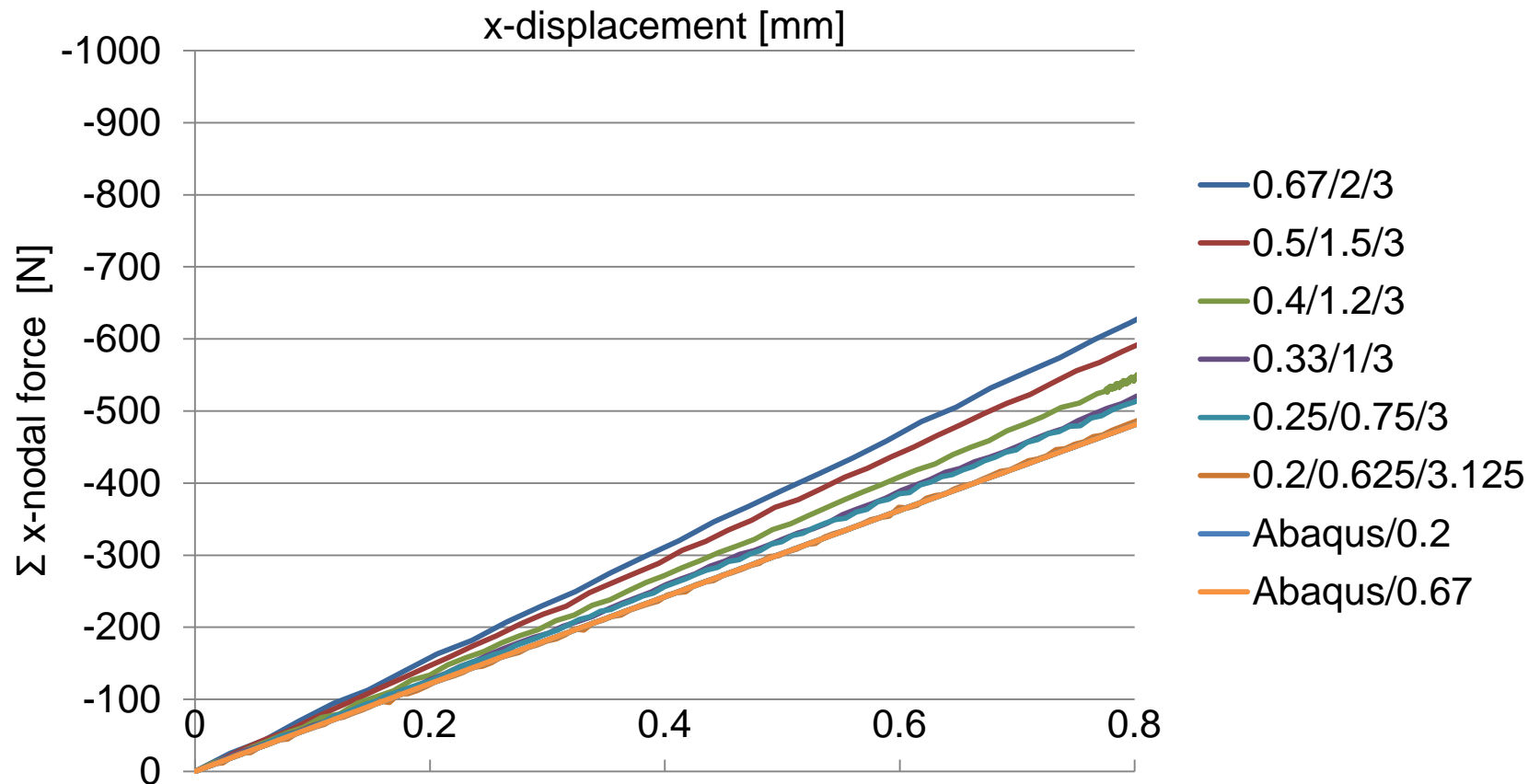
Dogbone

- Simple tensile test (DIN527-2)
- Bulk resin material
- Strong discretization dependence



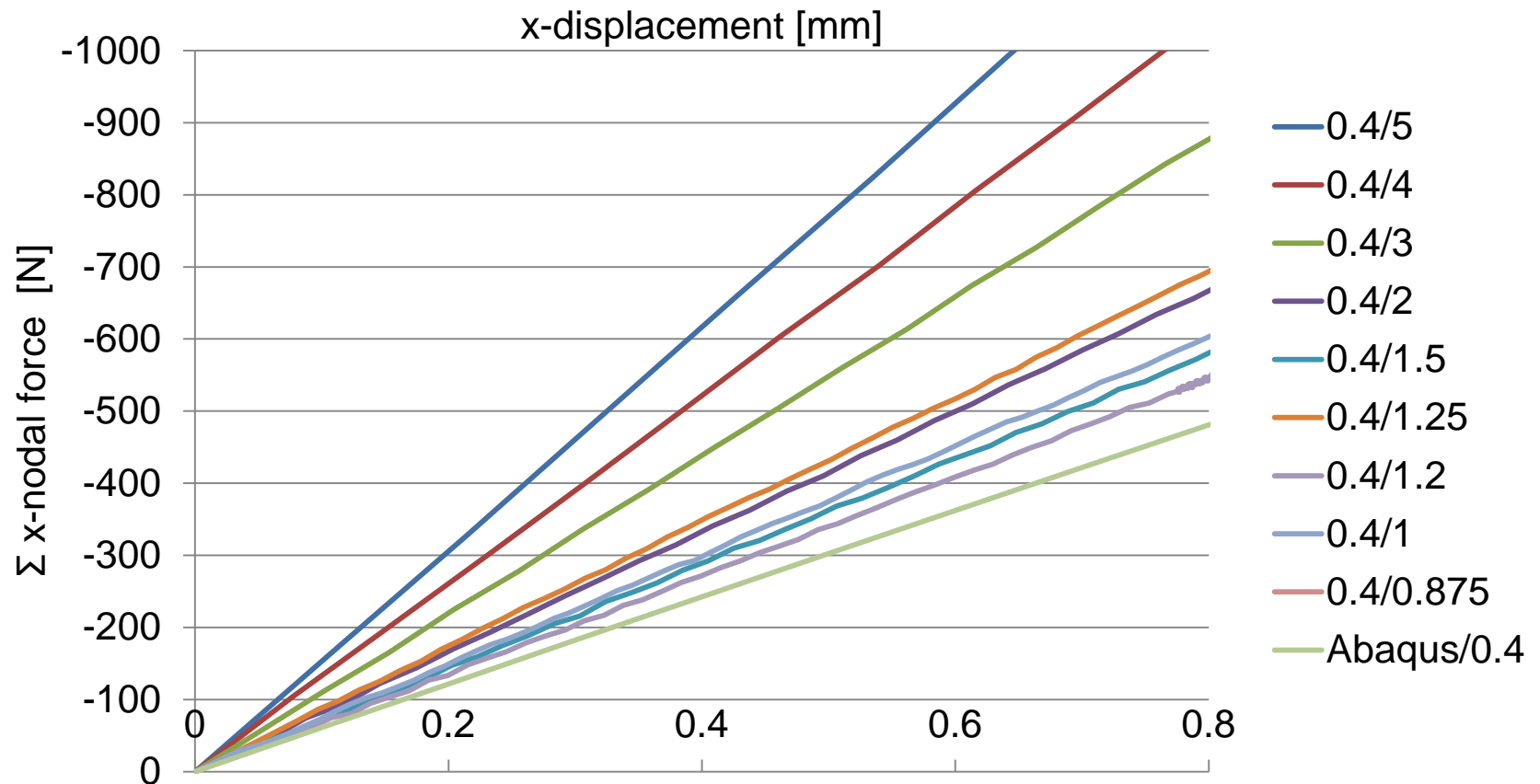
Dogbone

- Convergence – Elasticity – dx ($\delta \approx 3dx$)



Dogbone

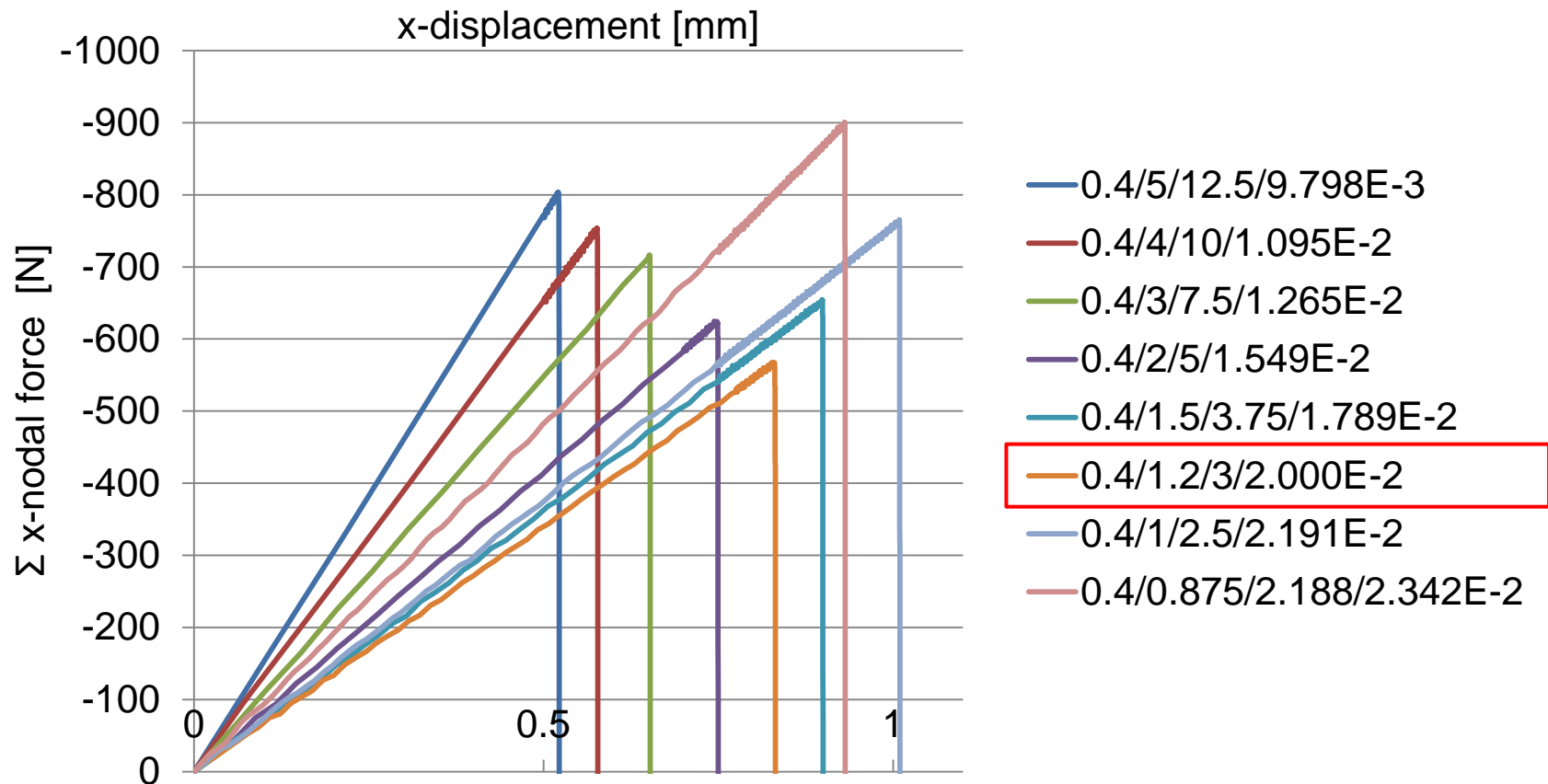
- Convergence – Elasticity – δ ($dx = 0.4$)



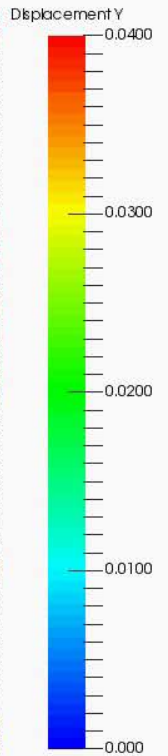
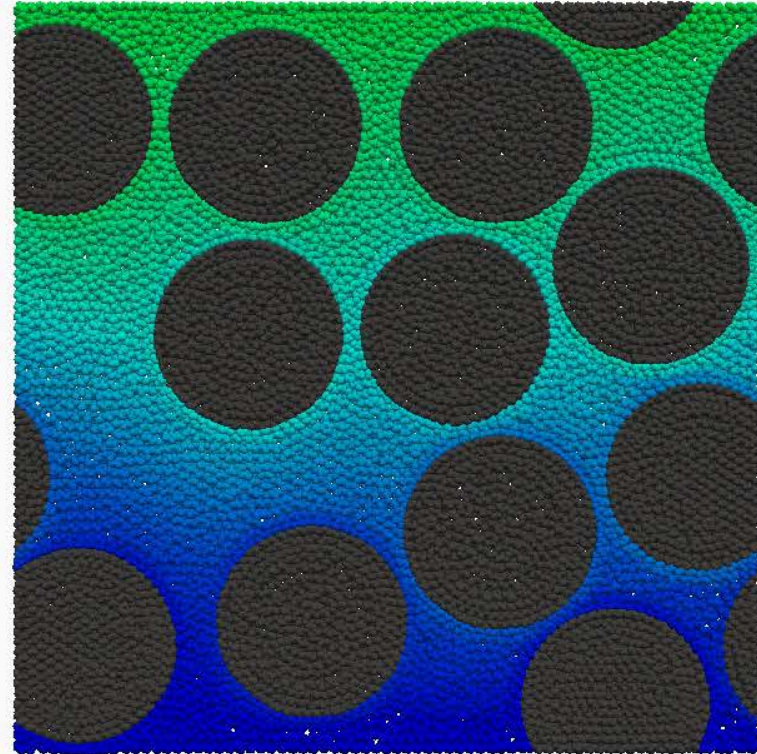
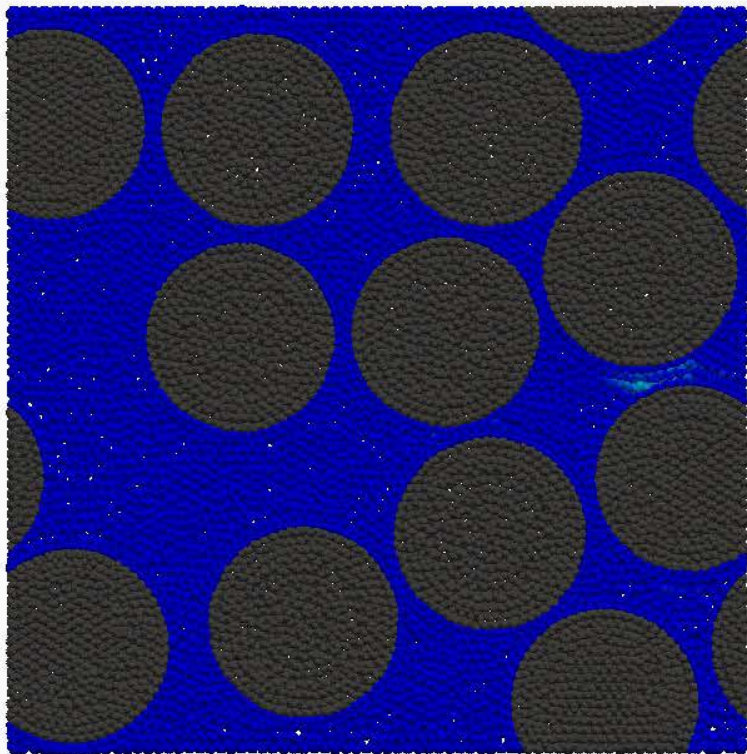
Dogbone

- Convergence – Damage

$$s_{c.BB} = \sqrt{\frac{5G_c}{9K\delta}} \rightarrow s_{c.BB} = f(\delta^{-\frac{1}{2}})$$

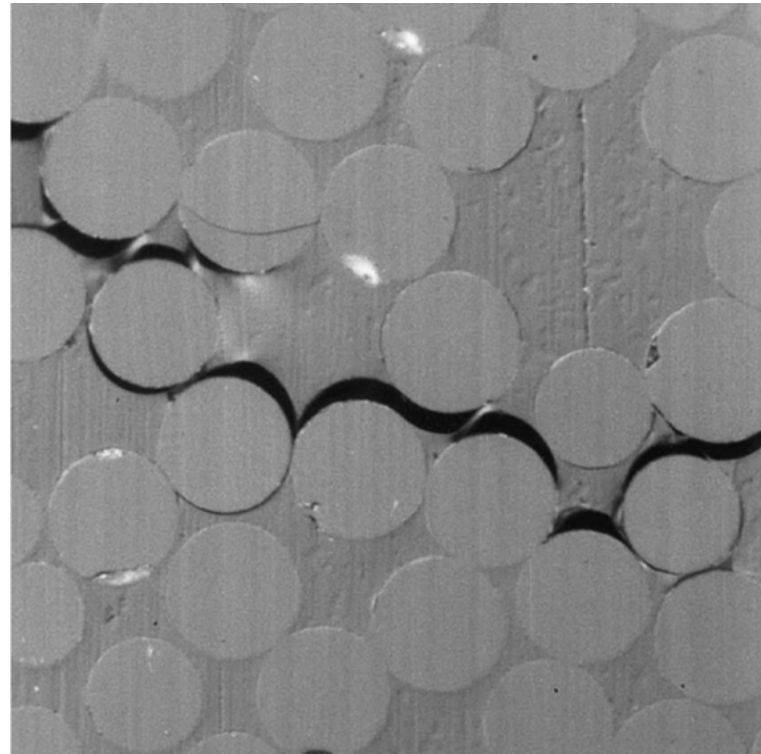
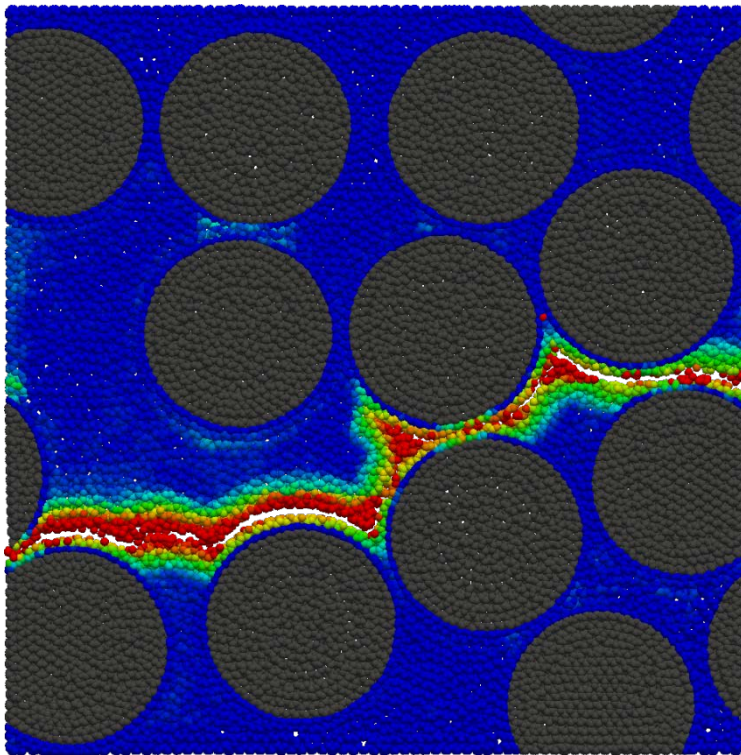


Mikrostruktur



Mikrostruktur

- Auf dem Weg zum Verständnis von Versagen:



Vorteile & Probleme

- Vorteile
 - netzfreie Methode
 - Risspfad ist weniger abhängig von der Diskretisierung
 - hochparallelisierbar
 - Offene Punkte
 - Oberflächen- und Volumenkorrektur
 - Größe des Horizonts
 - Nulldistanz zwischen Punkten ist möglich
 - Große Verformungen und Selbstkontakt
 - Effizienz in ungeschädigten Bereichen
 - Konvergenz der Lösung
- **Es wird nicht die gleichen Ergebnisse für $H > 0$, geben, da die Modellierung unterschiedlich ist.**



Zusammenfassung

Peridynamik ist ein interessanterer Ansatz, es ist aber noch viel Arbeit zu tun...



Thank you!

Dr.-Ing. Christian Willberg

DLR
Institute of Composite Structures
and Adaptive Systems

Lilienthalplatz 7
38108 Braunschweig
Germany

Phone: +49 531 295 - 2232
Email: christian.willberg@dlr.de



Knowledge for Tomorrow

