# IB 131-2014/97

# Konzepte zur Lärmreduktion an einer Großversuchsanlage

Martin Schulz, Xinbin Zi



Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik Braunschweig

Juli / 2015

#### Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. in der Helmholtzgemeinschaft Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik

## IB 131-2014/97

# Konzepte zur Lärmreduktion an einer Großversuchsanlage

Braunschweig, Juli, 2015

Der Bericht umfasst:

77 Seiten

Institutsleiter: Prof. Dr.-Ing. M. Wiedemann

Leiter der Abteilung: Prof. Dr.-Ing. Hans-Peter Monner

Verfasser: Martin Schulz

Xinbin Zi

Xinbin Zi

# Konzepte zur Lärmreduktion an einer Großversuchsanlage

# **Studienarbeit**

Prüfer:	Prof. Dr. –Ing. Michael Sinapius
Betreuer:	Dipl. –Ing. Martin Schulz
Student:	Xinbin Zi
MatrNr.:	4344258
Bearbeitungszeitraum:	27.10.2014 - 27.02.2015

# Aufgabenstellung

#### Thema

### Konzepte zur Lärmreduktion an einer Großversuchsanlage

#### Aufgabenstellung

In einer Universität sind Lehre und Forschung eng miteinander verbunden. Im Institut für Adaptronik und Funktionsintegration besteht diese Nähe nicht nur fachlich sondern auch räumlich. Davon profitiert sowohl die Lehre als auch die Forschung. Doch auch hier ist ein gewisser Preis für die räumliche Nähe zu zahlen.

Eine Versuchsanlage, die viel Lärm erzeugt, kann die Vorlesungen stören, da der Vorlesende nicht immer deutlich verstanden wird. Oder anderes herum beeinträchtigt die Vorlesung den Versuch, da sie vorgibt, wann der Versuch nicht stattfinden kann.

Um dem entgegen zu wirken kann zum einen die Schallentstehung direkt an der Schallquelle oder zum andern die Schallausbereitung reduziert werden. Für beide Maßnahmen können mehrere Ansätze verfolgt werden. Welche Maßnahmen am Wirkungsvollsten sind, soll Herr Xinin Zi in seiner Studienarbeit untersuchen. Als Ziel ist eine Reduktion des Schalldruckpegels um 6 dB im Vorlesungsraum vorgegeben. Die Wirksamkeit einer Maßnahme soll das Maß den Aufwand haben, der zur Zielerreichung nötig ist. Im Einzelnen sollen folgende Punkte bearbeitet werden:

1) Literaturrecherche zu passiven und aktiven Lärmreduktionsmaßnahmen

2) Vermessung der Versuchsanlage mit Mikrophonen, Schallintensitätssonde und Beschleunigungssensoren.

a) Identifikation der Schallquellen

b) Identifikation der Schalltransmissionspfade

3) Theoretische Betrachtung mindestens zweier Maßnahmen zur Reduktion der Schallentstehung und der Schallausbereitung(Abschätzung der Wirksamkeit)

4) Optional: Umsetzung einer Gegenmaßnahme zur Schallentstehung und Schallausbereitung in Absprache mit dem Betreuer

5) Schritthaltende Dokumentation aller Ergebnisse in Form einer wissenschaftlichen Abschlussarbeit und Präsentation im Rahmen eines wissenschaftlichen Vortrages Die Arbeit wird am Institut für Adaptronik und Funktionsintegration der technischen Universität Braunschweig durchgeführt. Die Betreuung am Institut übernimmt Herr Dipl. -Ing. Martin Schulz. Die Ergebnisse sind entsprechend des Fortschritts der Arbeit mit dem Betreuer abzusprechen und im Bearbeitungszeitraum mehrfach vorzulegen.

Änderungen der Aufgabenstellung sind nur mit Zustimmung des Institutes möglich. Die Abschlussarbeit muss in zweifacher gebundener und elektronischer Ausführung an der Universität abgeben werden.

# Selbstständigkeitserklärung

Ich erkläre ausdrücklich, dass es sich bei der hier eingereichten Schriftlichen Arbeit mit dem Titel:

### Konzepte zur Lärmreduktion an einer Großversuchsanlage

um eine von mir selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasste Arbeit handelt. Ich Erkläre ausdrücklich, dass ich sämtliche in der oben genannten Arbeit verwendeten fremden Quellen, auch aus dem Internet, (einschließlich Tabellen, Grafiken u.Ä.) als solche kenntlich gemacht habe. Insbesondere bestätige ich, dass ich ausnahmslose sowohl bei wörtlich übernommenen Aussagen bzw. unverändert übernommenen Tabellen, Grafiken u.Ä. (Zitaten) als auch bei in eigenen Worten wiedergegebenen Aussagen bzw. von mir abgewandelten Tabellen, Grafiken u.Ä. anderer Autorinnen und Autoren (Paraphrasen) die Quellen angegeben habe.

Xinbin Zi

Ort, Datum, Unterschrift

# Formelzeichenliste

a	Radius des Halses des Helmholtzresonators
$a_l$	Schalldämmungskoeffizient
$a_n$	Schallabsorptionsgrad
С	Schallgeschwindigkeit
<i>C</i> <sub>0</sub>	Schallgeschwindigkeit in Luft
d	Distanz
f	Frequenz
i	elektrischer Strom
k	Wellenzahl
l	Länge
<i>m</i> <sub>a</sub>	akustische Masse
р	Schalldruck
<i>q</i>	Volumenfluss
r	Reflektionskoeffizient
<i>r</i> <sub>0</sub>	Position der Schallquelle
r(x,y,z)	ein bestimmter Punkt in der Kammer
t	Transmissionskoeffizient
и	elektrische Spannung
v	Schallschnelle
$\hat{x}$	Amplitude von x
$\overline{x}$	effektiver Wert von x
Α	Absorptionsquerschnitt, Vergrößerungskontante
С	elektrische Kapazität
$C_a$	akustische Kapazität
G	Schubmodul
Ι	Schallintensität
K	Kompressionsmodul
L	elektrische Induktivität
М	Empfindlichkeit des Sensors

Р	Schallleistung
$P_s$	Strahlungsleistung
R	elektrischer Widerstand, Schalldämm-Maß
R <sub>a</sub>	Schallwiderstand
$R_s$	Strahlungswiderstand
$R_{v}$	Schallwiderstand von viskoser Dämpfung der Luft
S	Oberfläche
Т	Periode
V	Reflektionsgrad des allmählich veränderten Materials
$V_0$	Volumen des Hohlraums
Ζ	elektrische Impedanz, gesamte Impedanz
$Z_a$	Schallimpedanz
β	Perforationsrate
σ	Poissonzahl
η	kinematische Viskosität
$\theta$	Einfallswinkel
λ	Wellenlänge, Lamé-Konstante
ρ	Dichte
$ ho_0$	Dichte der Luft
ω	Kreisfrequenz

# Inhaltsverzeichnis

### Aufgabenstellung

Selbstständigkeitserklärung

### Formelzeichenliste

1. Einführung	3
<ol> <li>Vermessung der Versuchsanlage und Analysierung der vermessenen Daten</li> <li>2.1. Vermessung der Drehzahl</li> <li>2.2. Vermessung der Schalldruckpegel</li> <li>2.3. Vermessung der Schallleistungen und Schallintensitäten</li> </ol>	4 4 4 6
3. Theoretische Betrachtung der passiven Maßnahmen zur Reduktion des Lärms	. 11
3.1. Schallabsorptionsmaßnahmen zur Reduktion des Lärms	11
3.1.1. Schallabsorption mit Helmholtz-Resonator	11
3.1.1.1. Funktionsprinzip des Helmholtz-Resonators	11
3.1.1.2. Elektro-akustische Analogie	13
3.1.1.3. Modellierung des Helmholtz-Resonators	14
3.1.1.4. Auslegung und Optimierung des Helmholtz-Resonators	22
3.1.1.5. Einsetzung des Helmholtz-Resonators	25
3.1.1.6. Auswertung über Helmholtz-Resonator	25
3.1.2. Schallabsorption mit mikroperforierter Akustikplatte	26
3.1.2.1. Funktionsprinzip der mikroperforierten Akustikplatte	26
3.1.2.2. Modellbildung für die Schallabsorptionsfähigkeit der	
mikroperforierten Akustikplatte	27
3.1.2.3. Auslegung und Optimierung der mikroperforierten Akustikplat	te
	33
3.1.2.4. Überprüfen und Korrigieren der mikroperforierten	
Akustikplatten in einem Nachhallfeld	37
3.1.2.5. Auswertung über mikroperforierte Akustikplatte	42
3.1.3. Schallabsorption mit Spitzkegel	42
3.1.3.1. Entwicklung für einen kleinen Reflektionsgrad des Spitzkegels	43
3.1.3.2. Entwicklung für den Schallabsorptionsgrad des Spitzkegels	46
3.1.3.3. Verbesserungsmöglichkeit für den Spitzkegel	48
3.1.3.4. Auswertung über Spitzkegel	51
3.2. Schalldämmungsmaßnahmen zur Reduktion des Lärms	52
3.2.1. Modellierung der Schalldämmungsstruktur mit mehreren Schichter	152
3.2.2. Bestimmung der Schalldämmungsstruktur	55
3.2.3. Optimierung der Schalldämmungsstruktur	57

3.2.4. Auswertung über 2-Platten-Struktur	58
4. Theoretische Betrachtung der aktiven Maßnahmen zur Reduktion des Lärms 4.1. Wählen der Funktionsprinzipien für unsere Situation	. 59 59
4.2. Verminderung des reflektierten Schalles in Kammer	59
4.3. ANC Methode gegen direkten Schall	63
4.4. Probleme bei ANC Methode	66
5. Auswahl und Vergleich der Lärmreduktionsmaßnahmen für unseren Windkanal	67
6. Zusammenfassung und Erkenntnisse	. 68
Literaturen	. 70
Danksagung	.71

# 1. Einführung

Die Vereisung aerodynamischer Flächen führt in der Regel zu starken Leistungseinbußen. Um die Forschung auf diesem Gebiet zu ermöglichen, wurde ein Versuchsstand aufgebaut, der relevante Vereisungsbedingungen erzeugen kann. In der Halle des IAF-Labors steht ein solcher großer Enteisungsprüfstand. Der Hauptbestandteil des Enteisungsprüfungstandes ist ein Windkanal. Der Wind wird durch eine Gebläsemaschine erzeugt. Die Drehung der Gebläsemaschine bringt aber großen Lärm vor. Neben der Versuchsanlage steht der Vorlesungsraum des Institutes.

Der Lauf der Versuchsanlage, der viel Lärm erzeugt, kann die Vorlesungen stören, da der Vorlesende nicht immer deutlich verstanden wird. Oder anderes herum beeinträchtigt die Vorlesung den versuch, da sie vorgibt, wann der Versuch stattfinden kann. Um das Problem zu lösen, versucht man, dass den Lärm der Versuchsanlage zu vermindern. Als Ziel meiner Arbeit ist eine Reduktion des Schalldruckpegels bei maximaler Energiezufuhr des Windkanalgebläses um 6 dB im Vorlesungsraum vorgegeben.

Wir haben unsere Arbeit in 3 Teile geteilt. Der erste Teil, Kapitel 2, ist die Vermessung der Versuchsanlage. Vermessungen der Drehzahl, der Schalldruckpegel, der Schallintensität bzw. der Schallleistung werden von uns in diesem Abschnitt durchgeführt.

Der zweite Teil ist die theoretische Betrachtung der Maßnahmen zur Reduktion des Lärms. In diesem Abschnitt haben wir mehrere passive Schallreduktionsmaßnahmen (mit Helmholtz-Resonator, mikroperforierter Akustikplatte, Spitzkegel und Schalldämmungsplatte) in Kapitel 3 und ANC (Active Noise Control) Maßnahmen in Kapitel 4 ausführlich analysiert und optimiert.

Der dritte Teil ist der Vergleich und die Auswahl von obigen Maßnahmen und Prinzipien, um die optimale Lösung für unser Problem festzulegen und wird in Kapitel 5 geschrieben.

# 2. Vermessung der Versuchsanlage und Analysierung

### der vermessenen Daten

Die Vermessung der Versuchsanlage besteht aus 3 Teilen, nämlich die Vermessung der Drehzahl, der Schalldruckpegel und der Schallintensität.

Die Ermittlung von Drehzahl ist in unserem Fall von großer Bedeutung. Es gibt 2 Hauptschallquellen. Die erste kommt aus den Schwingungen der Versuchsanlage. Die zweite kommt aus aeroakustischen Schallquellen. Diese 2 Schallquellen hängen direkt von der Drehzahl der Gebläsemaschine ab. Deswegen müssen wir zuerst die Drehzahl der Gebläsemaschine bei maximaler Energiezufuhr des Windkanalgebläses vermessen.

Das Ziel ist eine Reduktion des Schalldruckpegels im Vorlesungsraum. Deshalb brauchen wir der Schallpegel im Vorlesungsraum, außerhalb der Kammer und innerhalb der Kammer zu vermessen, so dass das Schalltransmissionsverhältnis zwischen Schallquelle und Schallempfänger ermittelt werden kann.

Außerdem ist die Vermessung von Schallintensität bzw. Schallleistung unerlässlich. Die Ermittlung der Schallintensitäten ist für die Einsetzung der Helmholtzresonatoren unvermeidlich. Die Bestimmung der Anzahl der Helmholtzresonatoren braucht noch die Ermittlung der gesamten Schallleistung von bestimmtem Frequenzbereich.

### 2.1. Vermessung der Drehzahl

Die Arbeit ist eine Vermessung der Drehzahl bei der maximalen Energiezufuhr des Windkanalgebläses. Wir kleben zuerst eine lichtreflektierende Folie auf eines der 10 Gebläseblätter. Den Gebläseblättern gegenüber setzen wir einen Laser-Sensor. Wenn das Rad sich um 360° dreht, gibt es dann einen Signalimpuls zu dem Laser-Sensor.

Vermessungsergebnis nach beträgt die Periode bei maximaler Energiezufuhr

T=0.02036 s. Die Frequenz der Drehung ist dann  $f = \frac{1}{T} = 49.12Hz$  bzw. die Kreisfrequenz ist  $\omega = 308.63rad/s$ .

### 2.2. Vermessung der Schalldruckpegel

Der Schalldruck an einem bestimmten Punkt in unserer Kammer besteht aus zwei Teilen: dem direkten Schall von der Schallquelle und dem reflektierten Schall. Der Schalldruck des direkten Schalls hängt von der Distanz zwischen dem zumessenden Punkt und der Schallquelle ab. Wenn die Schallwellen sich in einer geschlossenen Kammer ausbereiten, werden sie mehrmals von der Wand reflektiert. Dann ergibt sich stehende Welle in der Kammer. Der Unterschied des Schalldruckes entlang einer stehenden Welle ist aber groß. Die Maschine kann auch gewissen Schall reflektieren und absorbieren. Die Ermittlung der globalen Schalldruckverteilung in der Kammer ist aber sehr schwierig und aufwendig. Aber in unserem Fall sind nicht alle Informationen uns notwendig. Wir brauchen nur eine grobe Abschätzung des Schalltransmissionsverhältnisses zwischen Kammer und Vorlesungsraum von bestimmten Frequenzbereichen. Wir können einfach einen Bezugspunkt innerhalb der Kammer, außerhalb der Kammer und im vorlesungsraum nehmen. Wenn der Vermessungsergebnisse wichtige Informationen fehlen, wählen wir einen neuen Punkt und vermessen noch mal.



Die Vermessungsdaten der Schalldruckpegel sind in Abb.2.2-1 dargestellt.

Abb. 2.2-1. Vermessung der Schalldruckpegel an verschiedenen Orten

Abb. 2.2-1 nach gibt es 4 Spitzen an Frequenz 49 Hz, 98 Hz, 490 Hz und 980 Hz. Die Resonanzfrequenz 49 Hz ist gleich der Drehungsfrequnz des Gebläserades. Und die Resonanzfrequenz 98 Hz ist also doppelt so groß der Drehungsfrequenz des Gebläserades. Nach Vibroakustiktheorie kommen diese 2 Resonanzen aus den Maschinenschwingungen, die durch die Unwucht des Motors entstehen.

Die Resonanzfrequenz 490 Hz ist gleich der Multiplikation der Drehungsfrequenz(49 Hz) und der Anzahl der Gebläseblätter(10). Nach Theorie der Aeroakustik kann man so festlegen, dass diese Resonanz aus dem Rotationsgeräusch kommt. Die Blätter beaufschlagen das umgebende gasförmige Medium während des Betriebs. Diese Beaufschlagung erzeugt periodischen Wechsel des Drucks. Dieser Druckwechsel der Luft verursacht das Geräusch. Wir legen ein Gasteilchen im Raum fest. Wenn ein Blatt durchläuft, wird der Druck an das Teichen einmal schnell verändert. Die rotierende Blätter Laufen ständig vorbei, so dass der Druck an dem Teilchen sich ständig wechselt. Der Druckwechsel erzeugt die Schwingungen der Luft, so dass das Geräusch sich ständig ausstrahlt. Die Frequenz des Geräusches ist:  $f_r = f_{Drehung} * Blätteranzahl * i$ ,

i ist die höhere Harmonische Zahl und i = 1, 2, 3... So kommt die Resonanz an 980 Hz auch aus Rotationsgeräusch.

Außer der Resonanzen gibt es noch breitbandiges Geräusch. Das Geräusch kommt hauptsächlich aus 3 Teilen. Der erste Teil kommt aus Wirbelschall. Wenn die Luft sich von dem Blatt trennt, gibt es eine Druckanregung auf das Blatt. Diese Druckveränderung erzeugt den Wirbelschall. Der zweite Teil kommt aus Schlaganregungen zwischen Maschinenelementen. Es gibt Spiele zwischen Maschinenelementen. Diese Spiele können Schlaganregungen während des Betriebs verursachen. Diese Schlaganregungen zwischen Maschinenelementen erzeugen noch ein breitbandiges Geräusch. Der dritte Teil kommt aus den Schwingungen der dünnen Platten des Windkanals. Wenn der Wind auf den dünnen Platten anregt, wird auch ein breitbandiges Geräusch von den Schwingungen der dünnen Platten erzeugt.

Nach Schalldruckspektrum im Vorlesungsraum erfolgen folgende Schlussfolgerungen:

1. Der Schalldruckpegel oberhalb von 1200 Hz ist sehr klein. Sie sind fast unhörbar für menschliche Ohren. Dann wird der Hochfrequenzteil oberhalb 1200 Hz von uns einfach vernachlässigt.

2. Es gibt 4 Spitzen an Frequenz 49 Hz, 98 Hz, 490 Hz und 980 Hz und der zugehörige Schalldruckpegel ist 48 dB, 41 dB, 42 dB, 38 dB. Die menschliche Schallempfindlichkeit ist aber frequenzabhängig. Hier wird die A-Bewertung von uns benutzt, um die Störungen des Lärms auf Menschen abzuschätzen. Die Schalldruckpegel, die durch A-Bewertung verarbeitet werden, sind in Tabelle 2.2-1 dargestellt.

Frequenz (Hz)	49	98	490	980
A-Bewertung (dB(A))	17.5	21.1	38.8	38

Tabelle2.2-1.A-BewertungdesLärmsanResonanzfrequenzenimVorlesungsraum

Tabelle 2.2-1 sagt, dass die Schalldruckpegel bei 49 Hz und 98 Hz keine große Rolle für menschliches Gefühl spielen. Deshalb konzentrieren wir uns nur auf Schalldruckpegel bei Frequenz 490 Hz und 980 Hz.

### 2.3. Vermessung der Schallleistungen und Schallintensitäten

In diesem Abschnitt machen wir 2 Aufgaben. Die erste Aufgabe ist Vermessung der Schallleistung der Schallquelle. Die zweite Aufgabe ist Vermessung der Schallintensitäten bei bestimmten Punkten. Wegen der komplexen Struktur des Windkanals ist es aber sehr schwierig, die Schalleistung genau zu vermessen. Wir wählen einen Querschnitt der Kammer und messen die Schallleistung, die durch diese Fläche läuft. Für eine grobe Abschätzung kann man so annehmen, dass die durch einen Querschnitt laufende Schallleistung gleich wie die Schallleistung von der Schallquelle ist. Um eine bessere Genauigkeit zu erwerben, verteilen wir den Querschnitt in 6 Teilen, die in Abb. 2.3-1 dargestellt sind.



Abb. 2.3-1. Verteilung des Querschnittes

Auf Grund des großen Unterschieds der Schallimpedanzen zwischen Luft und Wand wird ein Großteil des Schalls reflektiert. Für einen normalen Baustoff beträgt der Energieverlust bei einer Reflektion nur zwischen 1%-3%. Wir können einfach so einnehmen, dass alle Schallwellen reflektiert werden. So ist die Schallleitung über die Querschnitt gleich wie die Schalleistung von Schallquellen. Aber die Schallleitung durch Windkanal kann man nicht direkt vermessen. Wir nehmen hier eine Annahme, dass die durchschnittliche Schallintensität über Windkanalfläche gleich wie die durchschnittliche Schallintensität über die andere 6 Flächen. So ist:

$$P_{gesamt} = 1.1689 * \sum_{i=1}^{6} P_i$$

Unser Vermessungsergebnis zeigt:  $P_{gesamt} = 1.432W$ 

Die Verteilung der Schallleistung ist in Abb.2.3-2 dargestellt:



Abb. 2.3-2. 3rd Octave Darstellung der gesamten Schallleistungen

Von Abb. 2.3-2 können wir erfahren, dass die Schallleistung sich in Frequenzbereich 0-100 Hz konzentrieren und es gibt noch 2 Spitzen in Frequenzbereichen 447-526 Hz und 891-1120 Hz. Die Verteilungen von Schalldruckpegelspektrum und von Schallleistungsspektrum sind aber gleich. Das heißt, wir haben einen gültigen Bezugspunkt für Schalldruckspegelvermessung in der Kammer gewählt.

Wir interessieren uns nur für die Schallintensitäten bzw. Schallleistungen von Frequenz 490 Hz und 980 Hz. Dann entnehmen wir die Schallintensitäten an

Resonanzfrequenzen mit Frequenzauflösung  $\Delta f = 0.5 Hz$ .

Die Vermessungsdaten der Schallintensitäten bzw. die Schallleistung bei 490 Hz bzw. 980 Hz sind in Tabelle 2.3-1 dargestellt.

Teil	Fläche	490Hz		980	Hz
	(m <sup>2</sup> )	Schallintensität	Schallleistung	Schallintensität	Schallleistung
		$(W/m^2)$	(W)	$(W/m^2)$	(W)
1	0.975	5.04e-4	4.91 e-4	-2.07e-4	-2.02e-4
2	1.275	-6.53e-4	-8.33 e-4	-3.91e-5	-4.99e-5
3	1.400	-1.14e-3	-1.57 e-3	-4.48e-5	-6.27e-5
4	1.241	-1.74e-3	-2.16 e-3	-3.40e-5	-4.22e-5
5	0.949	-6.94e-4	-6.59 e-4	-5.22e-5	-4.95e-5
6	1.400	-1.50e-3	-2.10 e-3	-5.00e-5	-7.00e-5
Kanal	1.760	-9.43e-4	-1.34e-3	-6.57e-5	-9.31e-5
gesamt	9.000	-9.07e-4	-8.16e-3	-6.32e-5	-5.69e-4

Tabelle 2.3-1. Schallintensität bei 490Hz und 980Hz

Außerdem ist es uns auch wichtig, die Schallintensitäten bei bestimmten Punkten zu vermessen, weil die Schallabsorptionsfähigkeit des Helmholtzresonators von der Schallintensität an der Halsöffnung abhängt. Wir setzen ein Koordinatensystem (Abb. 2.3-3) für die Kammer ein und wählen 10 Punkten in der Kammer.



Abb. 2.3-3. Koordinatensystem der Kammer

Wir wählen 10 repräsentative Punkte in der Kammer, die in Abb. 2.3-4. abgebildet sind.



Abb. 2.3-4. 10 Punkte in der Kammer für Schallintensitätsvermessungen

Die Schallintensitäten an den 10 Punkten sind in Tabelle 2.3-2 dargestellt. Hier interessieren wir uns auch nur für die Schallintensitäten von Frequenz 490 Hz

			Schallintensität (W/m <sup>2</sup> )		
			490Hz	980Hz	
1(0.2 m	0.2 m	0.2 m)	1.10e-3	2.41e-4	
2(0.6 m	1.5 m	0.2 m)	-3.98e-3	-1.56e-4	
3(0.2 m	2.8 m	0.2 m)	2.16e-3	-2.39e-4	
4(2.7 m	1.5 m	0.2 m)	1.05e-3	-6.27e-5	
5(2.7 m	0.3 m	0.2 m)	2.59e-3	-1.22e-5	

und 980 Hz mit Frequenzauflösung  $\Delta f = 0.5Hz$ :

6(0.3 m	0.8 m	1.1 m)	4.00e-3	1.31e-4
7(0.2 m	0.2 m	2.8 m)	1.95e-2	2.92e-4
8(0.2 m	1.5 m	0.6 m)	-1.88e-3	-4.16e-4
9(0.7 m	0.2 m	0.2 m)	1.81e-2	3.20e-5
10(1.3 m	0.2 m	0.2 m)	2.71e-3	-3.07e-4

Tabelle 2.3-2. Vermessungsdaten der Schallintensitäten an 10 Punkten

Die Vermessungen der Schallintensitäten an 10 Punkten reichen uns für eine optimale Auslegung und Einsetzung der Helmholtzresonatoren aber nicht aus. Um eine globale Verteilung der Schallintensität in einem Schallfeld zu ermitteln, brauchen wir mindestens 4 Messpunkte innerhalb einer Wellenlänge. Wenn wir die Schallintensitätsverteilung unterhalb z.B. 1000 Hz vermessen wollen, müssen wir in der Kammer mindestens 117240 Punkten zu vermessen. Das ist aber zu aufwendig und nicht nötig.

Mit Hilfe der 10 gemessenen Schallintensitäten können wir dann abschätzen, wie viele Helmholtz-Resonatoren wir brauchen. Wenn wir die Helmholtz-Resonatoren in die Kammer einsetzen, können wir einfach ein Mikrofon in die Kammer mitbringen. Durch den Schalldruckpegel eines bestimmten Punktes können wir die Schallintensität dort abschätzen.

# 3. Theoretische Betrachtung der passiven Maßnahmen

# zur Reduktion des Lärms

In diesem Abschnitt werden wir die passive Lärmreduktionsmaßnahmen, nämlich Schallabsorptionsmaßnahmen und Schalldämmungsmaßnahmen ausführlich betrachten. Danach werden wir die Maßnahmen für unsere Anforderungen optimieren bzw. korrigieren. Schließlich werden wir die Vor-und Nachteile für jede einzelne Maßnahme diskutieren.

### 3.1. Schallabsorptionsmaßnahmen zur Reduktion des Lärms

Die Schallabsorption bezeichnet den Vorgang der Dissipation der Schallenergie insbesondere durch Umwandlung in Wärme. Hier betrachten wir 3 Maßnahmen: Helmholtz-Resonator, mikroperforierte Akustikplatte und Spitzkegel.

### 3.1.1. Schallabsorption mit Helmholtz-Resonator

Vor rund 150 Jahren machte Herrmann von Helmholtz zum ersten Mal in der Geschichte die Frequenzanalyse von Musiktönen und Sprachlaute mit Hilfe seines neu erfundenen Resonators. Helmholtz-Resonatoren sind seit jeher die wichtigsten Werkzeuge in der Frequenzanalyse und in selektiven Empfang, Vermessung und Kontrolle von Schall. Die Fortschritte des theoretischen Verständnisses von Helmholtz-Resonator haben den Anwendungsbereich deutlich vergrößert. Heutzutage spielen die Helmholtzresonatoren eine notwendige Rolle in musikalischen Gerätebau, Raumakustik und Lärmschutztechnik<sup>(1)</sup>.

In diesem Abschnitt werden wir zuerst das Funktionsprinzip des Helmholtzresonators kurz erklären. Danach wird die elektro-akustische Analogie eingeführt werden, die eine wichtige Methode für unsere Modellbildung ist. Danach werden wir das mathematische Modell für die Schallabsorptionsfähigkeit des Helmholtzresonators entwickeln. Mit diesem Modell wird der Helmholtzresonator für unsere Anforderungen optimiert werden. Anschließend wird die Einsetzung der Resonatoren diskutiert werden. Am Ende werden wir die Vor-und Nachteile dieser Maßnahme kurz diskutieren.

### 3.1.1.1. Funktionsprinzip des Helmholtz-Resonators

In Abb. 3.1.1-1 ist ein Helmholtz-Resonator abgebildet.



Abb. 3.1.1-1. Darstellung des Helmholtz-Resonators

Der Schall regt an den Hals des Helmholtz-Resonators an. Die Luft am Hals funktioniert als eine Masse, die entlang den Hals schwingen kann. Die Luft im Hohlraum wirkt wie eine Feder. Es gibt auch Reibungen am Hals. Die Reibungen hier kann man mit einer Dämpfungseinheit ersetzen. Dann funktioniert Helmholtz-Resonator eigentlich als ein Feder-Masse-System wie in Abb. 3.1.1-2 dargestellt.



Abb. 3.1.1-2. Ersetzung des Helmholtz-Resonators mit einem Feder-Masse System

Wenn die Anregungsfrequenz gleich der Eigenfrequenz des Feder-Masse-Systems ist, entsteht dann eine starke Resonanzschwingung. Bei Resonanzschwingung absorbiert das System die zuführende Schallenergie und wandelt die Schallenergie mit Hilfe der viskosen Reibungen der Luft in Wärme um.

### 3.1.1.2. Elektro-akustische Analogie

In der physikalischen Welt haben viele wesentlich unterschiedliche Phänomene Bewegungsgesetz. Differentialgleichungen ein ähnliches Die für die Beschreibung der Bewegung sind aber eigentlich gleich. Deswegen benutzt man gerne Analogie dazwischen. Die Analogie zwischen mechanischem System und elektrischem System besitzt heutzutage schon weit verbreitete Anwendungen im Forschung- und Industriebereich. Wenn man eine Ersatzschaltung für ein mechanisches bzw. akustisches System eingesetzt hat, wird die Analyse eines Schaltungsbilds vielmehr einfacher und anschaulicher als die Analyse der Differentialgleichungen eines mechanischen Systems sein. Viele Eigenschaften eines mechanischen Systems können durch ein Schaltungsbild direkt erkennt werden. Man kann deshalb die anstrengende Analyse der Differentialgleichungen einfach sparen. In meiner Arbeit werde ich die elektro-akustische Analogie vielmals benutzen. Ich möchte hier zuerst die Grundprinzipien der elektro-akustischen Analogie kurz erklären.

Die Voraussetzung für eine elektro-akustische Analogie ist, dass das akustische System akustisch kompakt ist. Das heißt, die Abmessungen der Akustikstruktur viel kleiner als die zu wirkende Wellenlänge sein muss.

Die Beziehungen zwischen akustischen Größen und elektrischen Größen sind in Tabelle 3.1.1-1 gezeigt.

Akustische Größe	р	q	<i>m</i> <sub>a</sub>	$C_a$	$R_a$	$Z_a$
Elektronische Größe	u	i	L	С	R	Z

Tabelle 3.1.1-1. Analogie zwischen akustischen Größen und elektronischen Größen $^{(2)}$ 

Wenn der Schalldruck auf ein Luftteilchen anregt, erzeugt er die Schallschnelle. Es gibt eine bestimmte Beziehung zwischen Schalldruck und Schallschnelle. Wir nennen die Beziehung  $Z_a = \frac{p}{r}$  als Schallimpedanz. In elektrischen Schaltungen gibt es auch eine ähnliche Beziehung zwischen Spannung und Strom. Die elektronische Impedanz kann man in 3 Gruppen teilen: Wiederstand, Induktion Wiederstandelement verbraucht und Reaktanz. Das Energie. und Induktionselement und Reaktanzelement speichern Energie. Mit gleicher Weise können wir die Schallimpedanz auch in 3 Teilen wie in Elektrotechnik teilen: Schallwiderstand, Schallinduktivität und Schallreaktanz. Dann kann das akustische System in Form einer elektrischen Schaltung dargestellt werden.

Die Ersatzschaltung eines Akustiksystems ist in Abb. 3.1.1-3 dargestellt.



Abb. 3.1.1-3. Ersatzschaltung für ein akustisches System

### 3.1.1.3. Modellierung des Helmholtz-Resonators

Die Modellbildung des Helmholtz-Resonators basiert auf der elektroakustischen Analogie. Der Helmholtz-Resonator besteht aus 2 Teilen, dem Hals und dem Hohlraum. Zuerst Betrachten wir die Schallimpedanz des Hals. Danach betrachten wir die Schallimpedanz des Hohlraums. Schließlich entwickeln wir die Gleichung für Schallabsorptionsleistung.

### Schallimpedanz des Hals

Der Hals eines Helmholtz-Resonators ist eigentlich ein Rohr. Die Schallimpedanz im Hals ist von 3 Faktoren bestimmt: der Masse der Luft, der Viskosität der Luft und der ausstrahlenden Schallenergie.

Wir betrachten zuerst die Schallimpedanz von der Luft im Hals<sup>(2)</sup>.

Die Luft an der Rohroberfläche steht still. Zugleich bewegt sich die Luft in der Mitte des Rohrs mit voller Geschwindigkeit. Deshalb entsteht ein Geschwindigkeitsgradient dazwischen. Der Geschwindigkeitsgradient bringt Reibungen zwischen den Luftschichten hervor.

Um den Einfluss von viskoser Dämpfung zu ermitteln, setzen wir ein Koordinatensystem (Abb. 3.1.1-4) ein. Wir benutzen hier eine Ringschichte zu analysieren.



Abb. 3.1.1-4 Schalldämpfung wegen Viskosität der Luft

Weil der Radius des Rohrs sehr klein ist, können wir so annehmen, dass der Schalldruck in r Richtung gleich ist:

$$p(x) = p_0 e^{ikx}$$
 (3.1.1-1)

Die Schallschelle entlang x-Richtung ist von r abhängig:

$$v(r,x) = v_0(r)e^{ikx}$$
 (3.1.1-2)

Die an den Ring eingeleitete Kraft lautet:

$$F = (-p(x+dx) + p(x))2\pi r dr = -\frac{dp}{dx}dx2\pi r dr = -2i\pi k p_0 e^{ikx} dr dx$$
(3.1.1-3)

Die Schallschnelle ist abhängig von r. Das heißt, dass sich die Dämpfungskraft am inneren Ring und äußeren Ring unterschiedet.

Die innere viskose Dämpfungskraft ist:

$$d_1 = -\eta \frac{\partial v(r, x)}{\partial r} 2\pi r dx \qquad (3.1.1-4)$$

Die äußere viskose Dämpfungskraft ist:

$$d_2 = \eta \frac{\partial v(r+dr,x)}{\partial r} 2\pi r dx \qquad (3.1.1-5)$$

Die gesamte Dämpfungskraft, die an den Ring eingeleitet, ist:

$$d_1 + d_2 = \eta 2\pi \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial v}{\partial r}) dr dx = \eta 2\pi \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial v_0}{\partial r}) e^{ikx} dr dx \qquad (3.1.1-6)$$

Die Trägheitskraft des Rings ist:

$$T = -ma = -i\omega v p_0 2\pi r dr dx = -i2\pi r \omega \rho_0 v_0 e^{ikx} dr dx \qquad (3.1.1-7)$$

Die Kraftgleichgewichtsgleichung des Rings lautet:

$$F - (d_1 + d_2) + T = 0 \qquad (3.1.1-8)$$

Gleichungen (3.1.1-3), (3.1.1-6), (3.1.1-7) in (3.1.1-8) eingesetzt, ergibt sich:

$$\frac{d}{rdr}\left(r\frac{dv_0}{dr}\right) + \frac{i\omega\rho_0}{\eta}v_0 = \frac{ik}{\eta}p_0 \quad (3.1.1-9)$$

Die linke Seite von Gleichung(3.1.1-9) ist die Bessel-Gleichung von Schallschnelle entlang Richtung r. Man kann die Gleichung (3.1.1-9) analytisch lösen. Die allgemeine Lösung der Gleichung lautet:

$$v_0 = CJ_0(\sqrt{\frac{i\omega\rho_0}{\eta}}r) + \frac{k}{\omega\rho_0}p_0$$
 (3.1.1-10)

 $J_0$  ist Besselfunktion erster Gattung und C ist eine Konstante. Mit der Randbedingung  $v_0(a) = 0$  (An der Oberfläche des Rohrs gibt es keine Bewegung und *a* ist der Radius des Rohrs) können wir die Konstante C:

$$C = -\frac{\frac{k}{\omega\rho_0}p_0}{J_0(\sqrt{\frac{i\omega\rho_0}{\eta}})}$$
 bestimmen. Damit ergibt sich die Gleichung für die

Schallschnelle:

$$v_0(r) = \frac{kp_0}{\omega\rho_0} (1 - \frac{J_0(\sqrt{iu}\frac{r}{a})}{J_0(\sqrt{iu})})$$
(3.1.1-11)

hier ist:

$$u = \sqrt{\frac{\omega \rho_0}{\eta}} a$$

In der Strömungsmechanik nennt man  $\sqrt{\frac{\eta}{\omega \rho_0}}$  Grenzschichtdicke. In

Grenzschicht erhöht sich Strömungsgeschwindigkeit von 0 (Strömungsgeschwindigkeit an der Oberfläche) allmählich zur vollen Strömungsgeschwindigkeit. So bedeutet u das Verhältnis von Radius des Rohrs zur Grenzschichtdicke.

Die Durchschnittsschallschnelle über die ganze Oberfläche ist:

$$\overline{v_0} = \frac{kp_0}{\omega\rho_0} (1 - \frac{2J_1(\sqrt{iu})}{\sqrt{iuJ_0}(\sqrt{iu})})$$
(3.1.1-12)

Die passive Kontinuitätsgleichung für Wellenausbereitung lautet:

$$-i\omega p = -\rho_0 c^2 \nabla \bullet v \qquad (3.1.1-13)$$

Integriert man die beide Seite der Gleichung (3.1.1-13) über den Querschnitt des Rohrs, bekommt man:

 $\omega p_0 = k \rho_0 c^2 \overline{v_0}$  (3.1.1-14)

Setzt man Gleichung (3.1.1-12) in Gleichung (3.1.1-14) ein, ergibt sich:

$$k = \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{2J_1(\sqrt{iu})}{\sqrt{iu}J_0(\sqrt{iu})}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(3.1.1-15)

Die Impedanz des Rohrs mit einer Länge von l ist:

$$Z_a = \frac{(p_1 - p_0)s}{Q} \quad (3.1.1-16)$$

Setzt man (3.1.1-1), (3.1.1-2), (3.1.1-15) in (3.1.1-16) ein, bekommt man:

$$Z_a = i\omega\rho_0 l(1 - \frac{2J_1(\sqrt{i}u)}{\sqrt{i}uJ_0(\sqrt{i}u)})^{-1} \quad (3.1.1-17)$$

Nach (3.1.1-17) bekommt man die Schallimpedanz eines Rohres mit Berücksichtigung der Luftviskosität. Aber die Gleichung ist mit Besselfunktion dargestellt. Die Anwendung und Verarbeitung der Besselfunktion sind sehr aufwendig. Dann versuchen wir, die Gleichung (3.1.1-17) zu vereinfachen. Wenn der Durchmesser des Rohrs sehr klein (u < 1) ist, kann die Besselfunktion wie folgenden vereinfacht werden.

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{4} + \frac{x^4}{192}$$
(3.1.1-18)

$$J_1(x) = \frac{x}{2}(1 - \frac{x^2}{8} + \frac{x^4}{192})$$
 (3.1.1-19)

Setzt man (3.1.1-18) und (3.1.1-19) in (3.1.1-17) ein, ist die vereinfachte Schallimpedanz dann:

$$Z_a = \frac{8\eta l}{a^2} + \frac{4}{3}i\omega\rho_0 l \qquad (3.1.1-20)$$

Wenn der Durchmesser sehr groß (u>10) ist, hat Basselfunktion die folgende Beziehung:

$$\frac{J_1(x\sqrt{i})}{J_0(x\sqrt{i})} = i$$
 (3.1.1-21)

setzt man (3.1.1-21) in (3.1.1-17) ein, ergibt sich die vereinfachte Schallimpedanz für großes Rohr:

$$Z_{a} = \frac{\sqrt{2\eta} l u}{a^{2}} + i\omega \rho_{0} l (1 + \frac{\sqrt{2}}{u}) \quad (3.1.1-22)$$

Wir versuchen eine Übergangsfunktion, um Gleichung (3.1.1-20) und Gleichung (3.1.1-22) miteinander zu verbinden.

Wir betrachten zuerst die Realteile von Gleichung (3.1.1-20) und Gleichung (3.1.1-22):

$$u < 1: \frac{8\eta l}{a^2}$$

$$u > 10: \quad \frac{\sqrt{2\eta} l u}{a^2} = \frac{8\eta l}{a^2} \frac{\sqrt{2u}}{8}$$

Wir brauchen eine Übergangsfunktion zwischen 1 und  $\frac{\sqrt{2}u}{8}$ . Wir benutzen eine

Übergangsfunktion:  $f_R = \sqrt{1^2 + (\frac{\sqrt{2}u}{8})^2} = \sqrt{1 + \frac{u^2}{32}}$ .

Die imaginäre teile von(3.1.1-20) und (3.1.1-22) sind:  $u < 1: \omega \rho_0 l(1 + \frac{1}{3})$  $u > 10: \omega \rho_0 l(1 + \frac{\sqrt{2}}{u})$ 

Hier brauchen wir eine Übertragungsfunktion zwischen  $\frac{1}{3}$  und  $\frac{\sqrt{2}}{k}$ . Wir

benutzen die Übergangsfunktion:  $f_I = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{u}\right)^2} \approx \left(3^2 + \frac{u^2}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ 

Mit Hilfe der  $f_R$  und  $f_I$  formulieren wir die vereinfachte Gleichung für Gleichung (3.1.1-17) als:

$$Z_{a} = \frac{8\eta l}{a^{2}} \sqrt{1 + \frac{u^{2}}{32}} + i\omega\rho_{0}l \left[1 + (3^{2} + \frac{u^{2}}{2})^{-\frac{1}{2}}\right] \quad (3.1.1-23)$$

Bis hier haben wir die Schallimpedanz am Hals von der Luft schon bekommen.

Danach betrachten wir die Schallimpedanz von der Ausstrahlung der Energie<sup>(3)</sup>.

Am Hals strahlt sich Schallenergie wie Abb. 3.1.1-5. dargestellt aus.



Abb. 3.1.1-5. Am Hals des Helmholtz Resonators stahlt sich Schallenergie aus Man kann einfach so einnehmen, dass ein Kolben am Hals wie in Abb.3.1.1-6

dargestellt eingesetzt ist.



Abb. 3.1.1-6. Ersetzung der Luft am Hals mit einem Kolben Die ausstrahlende Schallleistung  $P_s$  ist:

 $P_s = R_s \overline{v^2}$  (3.1.1-24)

### $R_s$ ist die Schallwiderstand von Schallausstrahlung.

Die Schallleistung eines Kugelschalls von einem Monopol lautet:

$$P = \frac{\rho_0}{8\pi c_0} q^2 \omega^{2} \qquad (3.1.1-25)$$

Hier:

$$q^{\prime} = (Sv)^2 = 2S^2 \overline{v^2}$$
 (3.1.1-26)

In diesem Fall breitet sich der Schall in Halb-Raum aus, weil der Hals in einer Fläche steckt. Daher ist die Strahlungsleistung Ps des Resonators:

$$P_{S} = 2P = \frac{\rho_{0}}{2\pi c} S^{2} \overline{v^{2}} \omega^{2} \quad (3.1.1-27)$$

Setzt man (3.1.1-24) in (3.1.1-27) ein, bekommt man:

$$R_{s} = \frac{\rho_{0}S^{2}\omega^{2}}{2\pi c} \qquad (3.1.1-28)$$

Bis Hier bekommen wir die Schallimpedanz des Hals.

$$Z_{Hals} = Z_a + R_s$$
 (3.1.1-29)

mit

$$Z_a = \frac{8\eta l}{a^2} \sqrt{1 + \frac{u^2}{32}} + i\omega\rho_0 l \left[ 1 + (3^2 + \frac{u^2}{2})^{-\frac{1}{2}} \right]$$

$$R_s = \frac{\rho_0 S^2 \omega^2}{2\pi c}$$

Wir nennen den Realteil von  $Z_a$  als Viskositätswiderstand,

$$R_v = \frac{8\eta l}{a^2} \sqrt{1 + \frac{u^2}{32}}$$

und den Imaginärteil von  $Z_a$  als Akustikmasse:

$$M = \rho_0 l \left[ 1 + (3^2 + \frac{u^2}{2})^{-0.5} \right]$$

Der Einfluss über Schallreaktanz von Ausstrahlungsenergie wird von uns später diskutiert.

#### Schallimpedanz des Hohlraums<sup>(4)</sup>

Wir nehmen hier an, dass es keinen Wärmeübertragung zwischen Luft und Hohlraum gibt. Dann gibt es Adiabatengleichung:

$$\frac{dp}{\gamma p_0} = -\frac{dV}{V_0}$$
 (3.1.1-30)

#### $\gamma$ ist eine Konstante

Wenn es eine Öffnung mit einem Rohr gibt, die Beziehung zwischen der Geschwindigkeit im Rohr und der Volumenänderung des Hohlraums ist:

$$\frac{dV}{dt} = Sv \quad (3.1.1-31)$$

Die Schallimpedanz des Hohlraums ist:

$$Z_c = \frac{p}{v}$$
 (3.1.1-32)

Setzen (3.1.1-30) und (3.1.1-31) in Gleichung (3.1.1-32) ein, ergibt sich die Impedanz des Hohlraums:

$$Z_c = -i\frac{\gamma p_0 S}{\omega V_0} \quad (3.1.1-32)$$

#### Schallabsorptionsfähigkeit des Helmholtzresonators<sup>(3)</sup>

Bis Hier haben wir die gesamte Impedanz des Helmholtzresonators schon bekommen. Jetzt wollen wir die Schallabsorptionsleitung mit Hilfe der Ersatzschaltung erwerben. Bei Resonanzfrequenz ist der imaginäre Teil von Impedanz verschwunden, so

$$\frac{\overline{F}}{q} = R_v + R_s \qquad (3.1.1-33)$$

 $\overline{F}$  ist die effektive Kraft an der Öffnung des Hals und  $\overline{q}$  ist effektiver Volumenfluss.

Mit der elektro-akustischen Analogie können wir den Verlust der Schallenergie durch den Verlust der ersetzten Schaltung darstellen. Die Energie, die sich in Wärme in einer Sekunde umwandelt, lautet:

$$P_{abs} = R_v \overline{q^2} = \frac{R_v}{(R_v + R_s)^2} \overline{F^2}$$
 (3.1.1-34)

Wenn  $R_s$  bekannt ist, bekommt man den Maximalen Wert von  $P_{abs}$  bei

 $R_s = R_v$  (3.1.1-35)

So können wir die Gleichung  $R_s = R_v$  als Kriterium für die Entwicklung eines

Helmholtz-Resonators betrachten, der maximale Fähigkeit für Schallabsorption besitzt.

Berücksichtigt man auch den Einfluss von der Reflektion von Wand des Halses, dann

$$\overline{F} = 2\overline{pS} \qquad (3.1.1-36)$$

Nach Heinrich Kuttruff<sup>(3)</sup> soll man einen Faktor 2 hier einfügen, um die Reflexion von der starren Wand der Kolbenumgebung zu berücksichtigen.

Die Schallintensität für eine ebene Welle hat die Beziehung:  $\overline{I} = \frac{\overline{p^2}}{\rho_0 c_0}$  (3.1.1-37)

Setzen (3.1.1-36) und (3.1.1-37) Zusammen:

 $\overline{F}^2 = 4\rho_0 c_0 S^2 \overline{I}^2$  (3.1.1-38)

Setzen (3.1.1-28), (3.1.1-34), (3.1.1-37) und (3.1.1-38) zusammen:

$$P_{abs} = \frac{\lambda_0^2}{2\pi} \overline{I} \quad (3.1.1-39)$$

Wir definieren  $A = \frac{P_{abs}}{\overline{I}}$  als Absorptionsquerschnitt,

$$A_{\rm max} = \frac{\lambda_0^2}{2\pi} \quad (3.1.1-39)$$

Die maximale Schallabsorptionsleistung entsteht nur bei Resonanzfrequenz. Die

Bedingung für Resonanz ist: dass die gesamte Imaginärteil der Impedanz gleich null ist. In unsrem Fall haben wir die Viskosität der Luft mitberücksichtigt und eine annäherungsweise Darstellung benutzt, ist die Darstellung der Resonanzfrequenz nicht so einfach. Wenn man nur die Masse der Luft berücksichtigt, wird die Ableitung viel einfacher. Die Resonanzfrequenz für einen

Helmholtzresonator ist<sup>(5)</sup>:  $f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{s}{lV_0}}$  (3.1.1-40)

Die Ausstrahlung der Schallenergie kann die Schallimpedanz verändern. Die äquivalente Länge des Hals soll noch länger als die originale Länge sein. Nach der Forschung von Rayleigh<sup>(4)</sup>:



Abb. 3.1.1-7. Strukturen mit unterschiedlichen Ausstrahlungswirkungen Die Ausstrahlungsauswirkungen von Fall a und Fall b (Abb. 3.1.1-7) sind unterschiedlich. Für eine unendlich große ebene Platte ist die äquivalente Länge des Rohrs:

 $l_a = l + 0.85a$ 

Für ein Rohr außerhalb der Ebene ist die äquivalente Länge des Rohrs:

$$l_{b} = l + 0.61a$$

In unserem Fall wählen wir den Resonator in der Form von Bild a. So ist die korrigierte Resonanzfrequenz:

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{s}{(l+0.85a)V_0}} \quad (3.1.1-41)$$

#### 3.1.1.4. Auslegung und Optimierung des Helmholtz-Resonators

Nach (3.1.1-35) ist  $R_s = R_v$  das Kriterium für die maximale Schallabsorptionsfähigkeit eines Helmholtzresonators.

Hier sind:

$$R_{s} = \frac{\rho_{0}S^{2}\omega^{2}}{2\pi c}$$
 bzw.  $R_{v} = \frac{8\eta l}{a^{2}}\sqrt{1 + \frac{u^{2}}{32}}$ 

Wenn diese Bedingung erfüllt wird, erzielt man die beste Schallabsorptionseigenschaft, also eine maximale Absorptionsquerschnitt:

$$A_{\rm max} = \frac{\lambda_0^2}{2\pi}$$

#### Auslegung und Optimierung des Helmholtz-Resonators für 490 Hz

Wir benutzen Gleichung  $R_s = R_v$  als Kriterium für unsere Optimierung. Die Konstanten für Gleichung (3.1.1-35) sind:

$$\rho_0 = 1,29 kg / m^3$$

$$c_0 = 340 m / s$$

$$\frac{\eta}{\rho_0} = 1,8 * 10^{-5} m^2 / s$$

Die Frequenz hier: f = 490 Hz bzw.  $\omega = 2\pi * 490 s^{-1} = 980\pi s^{-1}$ 

Wir wählen hier die Länge des Hals l und den Radius des Hals a als Variablen. Setzt man die Konstanten in Gleichung (3.1.1-35) ein, ist die Beziehungen zwischen l, a in Abb. 3.1.1-8 dargestellt.



Abb. 3.1.1-8. Beziehung zwischen a, l für 490 Hz

In Anbetracht der Aufwendung der Herstellung wähle ich den Punkt a=37.7mm, l=10.0mm. Um eine akustisch kompakt Struktur zu zielen, wählen wir h=d.

Lautet  $f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{s}{(l+0.85a)V_0}}$  (3.1.1-41) rechnet man die Höhe des Helmholtz-

Resonators aus: d=h=109.0mm

#### Auslegung des Helmholtz-Resonators gegen 980 Hz

Mit gleicher Methode kann man die Beziehungen zwischen a und l bei 980Hz ausrechnen, wie Abb. 3.1.1-9 gezeigt:



Abb. 3. 1.1-9 Beziehung zwischen a und l bei 980 Hz

Nehme ich dann auf der Kurve a=30.6mm, l=10.0mm. Lautet  $f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{s}{(l+0.85a)V_0}}$  (3.1.1-3.b) rechnet man die Abmessung des Helmholtz-

Resonators aus: d=h=62.9mm

Wir fassen die Abmessungen d	ler Resonatoren zusammen:
------------------------------	---------------------------

	a(mm)	l(mm)	d = h(mm)	$A_{\rm max}(m^2)$
Für 490Hz	37.7	10.0	109.0	0.0766
Für 980Hz	30.6	10.0	62.9	0.0192

Tabelle3.1.1-1. Abmessungen der Helmholtzresonatoren

Wir bekommen die Abmessungen der Resonatoren mit Hilfe der elektro-akustischen Analogie. Die Voraussetzung für elektro-akustische Analogie

ist, dass das akustische System akustisch kompakt ist. Nämlich:  $\lambda \ge 3\max(h,d,a,l)$ . Also die Wellenlänge muss mindestens 3 Mal so groß als die Abmessungen der Akustikstruktur sein.

für  $f_0 = 490Hz$ 

 $\lambda = 0,6938$ m; also  $\max(h, d, a, l) \le 0,2312m$ 

für  $f_0 = 980 Hz$ 

 $\lambda=0.3469m$  ; also  $\max(h,d,a,l)\leq 0,1156m$ 

Unsere Abmessungen können die akustisch kompakte Bedingung erfüllen.

#### 3.1.1.5. Einsetzung des Helmholtz-Resonators

Das Ziel meiner Arbeit ist eine Minderung des Schalldruckpegels im Vorlesungsraum um 6 dB. Wir nehmen an, dass die Schalltransmission bei einer bestimmten Frequenz ein konstantes Verhältnis hält. Dann muss ich die Schalldruckpegel in der Kammer halbieren bzw. die Schalleistung um 3/4 absorbieren.

Nach Tabelle 2.3-1 ist die Schallleistung bei 490 Hz  $8.16*10^{-3}W$ . Die Aufgabe ist

eine Schallabsorption mindestens um  $6.12 \times 10^{-3} W$ . Der Punkt mit maximaler

Schallintensität für 490Hz ist Punkt7 7(0.2m 0.2m 2.8m) mit $1.95 \times 10^{-2} W / m^2$ .

Der Gleichung  $P_{abs} = \frac{\lambda_0^2}{2\pi} \overline{I}$  (3.1.1-39) nach brauchen wir mindestens 5

Helmholtzresonatoren.

Bei 980 Hz ist die gesamte Schallleitung  $5.69 * 10^{-4} W$ . Wir müssen mindestens

 $4.27 * 10^{-4}W$  Schalleistung absorbieren. Am Punkt 8 (0.2m 1.5m 0.6m) ist die

maximale Schallintensität  $4.16*10^{-4}W/m^2$ . Wir brauchen dann mindestens 54 Helmholtzresonatoren.

In unsrem Fall ist die Lärmkämpfung für 980Hz mit Helmholtzresonator nicht günstig.

#### 3.1.1.6. Auswertung über Helmholtz-Resonator

Der Absorptionsquerschnitt des Helmholtzresonators ist viel Male Größer als die

Oberfläche des Hals. Das heißt, Helmholtz-Resonator eine größere Fläche von Schalls als seiner Halsoberfläche absorbieren kann.

Aber Helmholtz-Resonator funktioniert nur bei einem kleinen Bereich an der Resonanzfrequenz. Liegt die Frequenz nicht so nah an der Resonanzfrequenz an, ist die Auswirkung deutlich verringert.

In der Modellbildung haben wir den Einfluss von Wind vernachlässigt. Der Wind kann auch bis zu einem gewissen Grad die Schallabsorptionsfähigkeit des Resonators beeinflussen.

## 3.1.2. Schallabsorption mit mikroperforierter Akustikplatte

Für die Absorption von Luftschall verwendet man in der Praxis vorwiegend poröse Schallschluckstoffe mit durchgehenden Poren. Aber man muss gleichzeitig noch zusätzliche Schallabsorptionsstoffe (wie feine Glasfasern) einsetzen, weil die Schallabsorptionsfähigkeit der porösen Platte sehr eingeschränkt ist. Die Arbeitsbedingungen in der Kammer sind aber sehr windig. Die feine Glasfaser wird in die Luft geblasen oder in die Maschine verwickelt. Deswegen müssen wir die Schallabsorptionsfähigkeit der porösen Schallschluckstoffe verbessern, damit den zusätzlichen Schallabsorptionsstoff einfach erlassen werden kann.

Gleichung (3.1.1-23) sagt uns, dass der Schallwiderstand im einem Rohr quasi umgekehrt proportional zum Quadrat des Radius des Rohrs ist. Wenn die Pore klein genug ist, wird der Schallwiderstand deutlich vergrößert, so dass die Schallabsorptionsfähigkeit deutlich verbessert wird. Deswegen wählen wir hier die mikroperforierte Akustikplatte.

### 3.1.2.1. Funktionsprinzip der mikroperforierten Akustikplatte

In Abb. 3.1.2-1. ist eine mikroperforierte Akustikplatte dargestellt. Kleine Poren werden auf eine dünne Platte gedrillt. Die Distanz zwischen dünner Platte und dem Wand ist auch notwendig für die Schallabsorptionsfähigkeit. Jede Pore und die Luft danach integrieren sich als ein Helmholtz-Resonator. So kann diese Struktur als eine Reihe von Helmholz-Resonatoren betrachtet werden.



Abb. 3.1.2-1. Struktur der mikroperforierten Akustikplatte
#### 3.1.2.2. Modellbildung für die Schallabsorptionsfähigkeit der

#### mikroperforierten Akustikplatte

Wir benutzen auch Elektro-akustische Analogie, um diese mikroperforierte Akustikplatte zu modellieren. Die Ersatzschaltung ist in Abb. 3.1.2-2 dargestellt.





Nach Thevenin-Theorem können der äquivalente Schalldruck und innere Impedanz der Spannungsquelle ausgerechnet werden. Der äquivalente Schalldruck der Spannungsquelle ist der Schalldruck bei Volumenfluss q = 0.

Anders ausgedrückt, der Schalldruck der Spannungsquelle ist der Schalldruck an einer akustisch harten Platte. Der Schalldruck an einer akustisch harten Platte besteht aus 2 Teilen: einfallendem Schalldruck und reflektiertem Schalldruck. Die Randbedingung ist Schallschnelle an der Platte v = 0. Setzt man die Randbedingung in einfallende und reflektierte Wellengleichungen ein, wird der

Schalldruck an der Oberfläche der Platte ausgerechnet:  $p_{quelle} = 2p$ .

Die innere Impedanz ist die Impedanz an einer akustisch harten Platte. Nämlich die Impedanz der Luft  $\rho_0 c_0$ . R bedeutet den Schallwiederstand der Pore und M

ist die Schallreaktanz der Pore.  $Z_c$  bezieht sich auf die Impedanz der Luftschichte.

Nach der Ersatzschaltung ist das Verhältnis von verbrauchte zu eingehende Energie:

$$a_n = \frac{4R\rho_0 c_0}{(\rho_0 c_0 + R)^2 + (M + Zc)^2} \quad (3.1.2-1)$$

Um die verbrauchte Energie zu rechnen, müssen wir zuerst die R, M, und  $Z_c$ 

bestimmen. In unserem Fall wird der Schall von verschiedenen Richtungen nach den Poren der Platte einfallen. Wir betrachten zuerst den senkrechteinfallenden Schall auf die Platte. Mit diesem mathematischen Modell optimieren wir die Abmessungen der Platte. Danach prüfen wir, ob diese Struktur eine ausreichende Schallabsorptionsfähigkeit in einem Nachhallfeld besitzt. Wenn nicht, korrigieren wir die Struktur für Nachhallfeld.

# Bestimmung des Schallwiderstandes und der Schallreaktanz der Pore der mikroperforierten Akustikplatte

Die Pore in einer mikroperforierten Akustikplatte ist gleich wie der Hals eines Helmholtz-Resonators. Im Abschnitt 3.1.1 haben wir schon die Schallimpedanz des Hals eines Helmholtz-Resonators bekommen. Nach Gleichung (3.1.1-23) ist:

$$Z_{a} = \frac{8\eta l}{a^{2}} \sqrt{1 + \frac{u^{2}}{32}} + i\omega\rho_{0}l \left[1 + (3^{2} + \frac{u^{2}}{2})^{-\frac{1}{2}}\right]$$
(3.1.1-23)

Aber wegen der Besonderheit der mikroperforierten Akustikplatte sollen wir die Impedanzgleichung (3.1.1-23) noch korrigieren.

Weil der Durchmesser der Pore sehr klein ist, wird der Schallfluss am Eingang der Pore deutlich kompensiert. Zugleich läuft ein Teil des Schallflusses entlang der Oberfläche der Platte. Diese Bewegung verbraucht auch bestimmte Schallenergie. Der Forschung von Uno Ingard<sup>(6)</sup> nach ist der zusätzliche Schallwiderstand wegen der Reibungen über die Oberfläche der Platte

 $R^* = \frac{1}{2}\sqrt{2\omega\rho_0\eta}$  (3.1.2-2)

Die Schwingung der Luft im Rohr strahlt Energie aus, was die Schallreaktanz der Pore verändern kann. Der Theorie von Rayleigh nach ist die effektive Länge des

Rohrs  $l^* = l + 0.85a$  (3.1.2-3)

Bis hier haben wir nur die Impedanz an der Pore betrachtet. Aber was wir brauchen ist die Impedanz der gesamten Platte. Wir definieren die Perforationsrate  $\beta$  als:

$$\beta = \frac{S_0}{S}$$
 (3.1.2-4)

 $S_0$  ist die Oberfläche der Pore bzw. S ist die Oberfläche der Platte.

Wir können einfach so annehmen, dass die gesamte Schallimpedanz der mikroperforierten Akustikplatte ist:

$$Z = \frac{Z_a}{\beta} \quad (3.1.2-5)$$

Fügen (3.1.2-2) und (3.1.2-3) der Gleichung (3.1.1-23) hinzu und danach setzen wir  $Z_a$  in Gleichung (3.1.2-5) ein.

Die korrigierte Schallimpedanz der mikroperforierten Akustikplatte ist: Z = R + iM (3.1.2-6) mit:

$$R = \frac{8\eta l}{\beta a^2} \left( \sqrt{1 + \frac{u^2}{32}} + \frac{\sqrt{2}}{16} u \frac{a}{l} \right)$$
$$M = \frac{\omega l \rho_0}{\beta} \left( 1 + (3^2 + \frac{u^2}{2})^{-1/2} + 0.85 \frac{a}{l} \right)$$

Bis hier haben wir R und M bekommen. Wir brauchen noch  $Z_C$ , nämlich die Schallimpedanz der Luftschichte.

#### Schallimpedanz der Luftschicht<sup>(2)</sup>

Die Struktur der mikroperforierten Akustikplatte ist in Abb. 3.1.2-3 abgebildet. Im letzten Abschnitt haben wir nur die Schallimpedanz der Pore abgeleitet. Die Ableitung ist mit der Voraussetzung, dass die Schallimpedanz am Punkt B null ist. Aber im unsrem Fall wird die wand den Schall reflektieren. Dann ist die Schallimpedanz am Punkt B nicht null und sie hängt von dem Abstand der Luftschicht d ab. Im diesen Abschnitt werden wir die Schallimpedanz am Punkt B ableiten.



Abb. 3.1.2-3. Darstellung der Luftschicht der mikroperforierten Akustikplatte

Abb.3.1.2-4 zeigt ein ebener Schall, der entlang einem Rohr in Richtung X ausbereitet.



Abb. 3.1.2-4. Die Ausbereitung eines ebenen Schalles

Der Schalldruck an einem bestimmten Punkt x ist eine Überlagerung von einfallender Welle und reflektierter Welle:

$$p = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$
 (3.1.2-7)

Der Volumenfluss an  $(x - \Delta x, x + \Delta x)$  bei  $\Delta x \rightarrow 0$  ist

$$q = \frac{S}{\rho_0 c_0} (A e^{ikx} - B e^{-ikx})$$
(3.1.2-8)

Der Schalldruck an x = 0 nennt man  $p_1$  und am x = l nennt man  $p_2$ . Der Volumenfluss am x = 0 nennt man  $q_1$  und am x = l nennt man  $q_2$ . Dann bekommt man,

$$p_1 = A + B$$
 (3.1.2-9)

$$p_2 = Ae^{ikl} + Be^{-ikl}$$
(3.1.2-10)

$$q_1 = \frac{S}{\rho_0 c_0} (A - B) \tag{3.1.2-11}$$

$$q_2 = \frac{S}{\rho_0 c_0} (A e^{ikl} - B e^{-ikl})$$
(3.1.2-12)

Man eliminiert A, B in Gleichungen (3.1.2-9), (3.1.2-10), (3.1.2-11), (3.1.2-12) So erhält:

$$p_{1} = -\frac{\rho_{0}c_{0}}{S} \left(\frac{\cos(kl)}{i\sin(kl)}q_{1} - \frac{1}{i\sin(kl)}q_{2}\right)$$
(3.1.2-13)  
$$p_{2} = -\frac{\rho_{0}c_{0}}{S} \left(\frac{1}{i\sin(kl)}q_{1} - \frac{\cos(kl)}{i\sin(kl)}q_{2}\right)$$
(3.1.2-14)

Man definiert die Schallimpedanz als  $Z = \frac{(p_1 - p_2)S}{q}$ . Hier nenne ich  $Z_1 = \frac{p_1S}{q_1}$ ,

$$Z_2 = \frac{p_2 S}{q_2}$$

Mit der Umformulierung der Gleichung (3.1.2-13) und (3.1.2-14) kann man die Schallimpedanz an Punkt x=0 bekommen:

$$Z_{1} = -\rho_{0}c_{0} \frac{Z_{2}\cos(kl) - i\frac{\rho_{0}c_{0}}{S}\sin(kl)}{-iZ_{2}\sin(kl) + i\frac{\rho_{0}c_{0}}{S}\cos(kl)}$$
(3.1.2-15)

Gleichung (3.1.2-15) sagt, dass die Schallimpedanz an x=0 von Impedanz an x=l und die Länge l abhängig ist.

Wir nehmen Stelle x=0 als unseren Punkt B und Stelle X=l als die Wand nach der Platte. Wir nehmen an, dass die Wand akustisch hart ist. In Gleichung (3.1.2-15)

setzt dann man  $z_2 = \infty$  ein, kann man die Impedanz am Punkt B bekommen:

$$Z_{B} = -i\rho_{0}c_{0}\cot(kd)$$
 (3.1.2-16)

So ist die Schallreaktanz bei Luftschichte:

 $Z_{C} = -\rho_{0}c_{0}\cot(kd) \quad (3.1.2-17)$ 

Bis hier haben wir alle Faktoren zu Bestimmung der verbrauchten Schallenergie für eine einzelne mikroperforierte Akustikplatte schon bekommen:

$$a_n = \frac{4R\rho_0 c_0}{\left(\rho_0 c_0 + R\right)^2 + \left(M + Zc\right)^2} \quad (3.1.2-1)$$

mit:

$$R = \frac{8\eta l}{\beta a^2} \left( \sqrt{1 + \frac{u^2}{32}} + \frac{\sqrt{2}}{16} u \frac{a}{l} \right)$$
$$M = \frac{\omega l \rho_0}{\beta} \left( 1 + (3^2 + \frac{u^2}{2})^{-1/2} + 0.85 \frac{a}{l} \right)$$

$$Z_c = -\rho_0 c_0 \cot(kd)$$

Die mikroperforierte Akustikplatte mit gleichem Radius hat normalerweise schmalbändige Schallabsorptionsfähigkeit. Im unserem Fall müssen wir den Lärm bei 490Hz und 980Hz gleichzeitig absorbieren. Dann brauchen wir die Absorptionsband zu erweitern. Die Einsetzung von 2 mikroperforierten Akustikplatten kann die Absorptionsband deutlich erweitern. Anschließend wollen wir das Schallabsorptionsmodell für 2 mikroperforierte Akustikplatten modellieren.

#### Modellbildung für die Schallabsorptionsfähigkeit für 2 mikroperforierte Akustikplatten

In Abb. 3.1.2-5 ist eine Darstellung für 2 mikroperforierte Akustikplatten.



Abb. 3.1.2-5. Darstellung der Luftschicht der mikroperforierten Akustikplatte

Die zugehörige Ersatzschaltung ist in Abb.3.1.2-6 abgebildet.



Abb. 3.1.2-6. Ersatzschaltung der 2 mikroperforierten Akustikplatten Die äquivalente Impedanz der Ersatzschaltung ist:

$$Z = R_1 + iM_1 + iZ_{C1} + \frac{Z_{C1}^2}{R_2 + iM_2 + iZ_{C2} + iZ_{C1}}$$
(3.1.2-18)

Der äquivalente Schallwiderstand Schallreaktanz ist:

 $R_{a} = \operatorname{Re}(Z)$  (3.1.2-19)

Die äquivalente Schallreaktanz ist:

 $(M_{\ddot{a}} + Z_{C\ddot{a}}) = \text{Im}(Z)$  (3.1.2-20)

Setzen (3.1.2-19), (3.1.2-20) in Gleichung (3.1.2-1) ein, ergibt sich die Schallabsorptionskoeffizient des 2-Platten-Systems:

$$a_n = \frac{4 \operatorname{Re}(Z) \rho_0 c_0}{\left(\rho_0 c_0 + \operatorname{Re}(Z)\right)^2 + \left(\operatorname{Im}(Z)\right)^2} \quad (3.1.2-21)$$

#### 3.1.2.3. Auslegung und Optimierung der mikroperforierten Akustikplatte

In diesem Abschnitt werde ich zuerst eine mikroperforierte Akustikplatte versuchen, die ein Absorptionsgrad für 490Hz und 980Hz gleichzeig über 75% besitzt. Danach optimiere ich die Abmessungen für 490Hz und 980Hz. Schließlich suche ich die Abmessungen einer 2-Platte-Struktur, die eine optimale Schallabsorptionsfähigkeit für 490Hz und 980Hz gleichzeitig besitzt.

Um den Aufwand der Herstellung der mikroperforierten Akustikplatte zu verringern, legen wir fest, dass die Dicke der Plattel = 2mm, Perforationsrate

 $\beta = 1\%$ . Die Kontanten nehmen wir:  $\rho_0 = 1,29 kg/m^3$ ,  $c_0 = 340 m/s$ ,

 $\frac{\eta}{\rho_0}$  = 1,8\*10<sup>-5</sup>m<sup>2</sup> / s. Setzen diese Werte in Gleichung (3.1.2-1) ein, bekommen wir

eine Funktion:  $a_n(a,d,f)$ .

# Auslegung einer einzelnen mikroperforierten Akustikplatte, die eine ausreichende Absorptionsfähigkeit für 490Hz und 980Hz gleichzeitig besitzt

Das Ziel meiner Arbeit ist eine Minderung des Schalldruckpegels im Vorlesungsraum um 6 dB. Wir nehmen an, dass die Schalltransmission ein konstantes Verhältnis hält. Dann muss ich die Schalldruckpegel in der Kammer halbieren bzw. die Schalleistung um 3/4 vermindern.

Wir versuchen hier, einen Bereich von a und d zu finden, in dem die Absorptionsgrad  $a_n \ge 75\%$  für 490Hz und 980Hz liegt. Die Bereiche sind wie





Abb. 3.1.2-7 Bereiche mit Absorptionsgrad größer als 75% für 490Hz und 980Hz

Der Bereich innerhalb roter Linie ist Bereich, in dem die Schallabsorptionsgrad größer als 75% für 490Hz. Der Bereich innerhalb blauer Linie ist Bereich, in dem der Schallabsorptionsgrad größer als 75% für 980Hz ist.

Leider gibt es keine Überlagerung zwischen den beiden Bereichen. Das heißt, es gibt keine mikroperforierte Akustikplatte, die unsere Anforderungen gleichzeitig erfüllen kann. Aber der obige Fall beschränkt sich nur für Poren mit gleichem Radius. Wenn man auch die Möglichkeit von Poren mit verschiedenen Porenradien berücksichtigt, gibt es auch Möglichkeit, dass eine einzelne Platte diese Anforderung erfüllen kann. Aber die Herstellung von Platten mit unterschiedlichen Poreradien ist vielmehr aufwändiger als Platten mit einheitlichen Poren. Deshalb suchen wir anderen günstigeren Methoden und Lösungen dafür.

Weiter suchen wir die Abmessungen für optimale Schallabsorptionseigenschaft nur für 490Hz bzw. 980Hz.

#### Optimierung der mikroperforierten Akustikplatte, die eine optimale Auswirkung für 490Hz bzw. 980Hz besitzt

Zuerst optimieren wir die Platte gegen 490Hz. Der Bereich mit Absorptionsgrad  $a_n \ge 90\%$  ist in Abb.3.1.2-8 dargestellt:



Abb. 3.1.2-8. Bereich mit Absorptionsgrad größer als 90% für 490Hz

Der Bereich innerhalb roter Linie ist Bereich, in dem die Schallabsorptionsgrad größer als 90% bei 490 Hz. Wir wählen einen Punkt in dem Bereich (0.00035, 0.04). Setzt man a=0.00035 m, d=0.04 m und f=490 Hz in Gleichung (3.1.2-1) ein, bekommt man den Absorptionsgrad bei 490 Hz  $a_n = 0.995105833$ .

Mit gleicher Weise bekommt man den Bereich mit Absorptionsgrad  $a_n \ge 90\%$  bei 980Hz (Abb. 3.1.2-9) :



Abb. 3.1.2-9. Bereich mit Absorptionsgrad größer als 90% für 980Hz

Wir wählen einen Punkt(0.0004, 0.01) innerhalb des blauen Kreises. Setzt man a=0.0004m, d=0.01m und f=980Hz in Gleichung (3.1.2-15) ein, bekommt man einen Absorptionsgrad  $a_n = 0.999057482$  bei 980Hz.

#### Auslegung einer 2-Mikroperforierte-Platten-Sturktur für 490Hz und 980Hz

Eine Reihe von 2 mikroperforierten Platten erweist eine breitbandige Schallabsorptionsfähigkeit. Hier versuchen wir eine solche Struktur, die eine ausreichende Schallabsorptionsfähigkeit (75%) für 490Hz und 980Hz gleichzeitig besitzt.

Wir setzen die äquivalente Schallimpedanz (3.1.2-18) in Gleichung

$$a_n = \frac{4 \operatorname{Re}(Z) \rho_0 c_0}{(\rho_0 c_0 + \operatorname{Re}(z))^2 + (\operatorname{Im}(z))^2} \quad (3.1.2-21) \text{ ein, ergibt sich die Zielfunktion:}$$

 $a_n = (a_1, a_2, d_1, d_2, f_1, f_2)$ . Es gibt 6 Variablen in unsere Zielfunktion. Eine globale optimierte Lösung ist aber schwer zu erfinden. Wir können die für 490Hz bzw. 980Hz optimierte Platte hier anwenden und versuchen, die optimale  $d_1$  und  $d_2$  für eine ausreichende Schallabsorptionsfähigkeit. Der Schalldruckpegel im Vorlesungsraum ist 42dB für 490Hz bzw. 38dB für 980Hz. Deshalb benutzen wir eine Gewichtung  $\frac{42}{80}$  für die Schallabsorptionsgrad für 490Hz bzw. eine Gewichtung  $\frac{38}{80}$  für die Schallabsorptionsgrad für 980Hz. Unsere Zielfunktion ist dann korrigiert als:  $a_n = \frac{42}{80}a_n(f = 490Hz) + \frac{38}{80}a_n(f = 980Hz)$ . Setzen wir  $a_1 = 0.35mm$  und  $a_2 = 0.40mm$  in unsere Zielgleichung ein, ergibt

sich die Beziehung zwischen  $d_1$ ,  $d_2$  und  $a_n$  in Abb. 3.1.2-10.



Abb. 3.1.2-10 Beziehung zwischen  $d_1$ ,  $d_2$  und  $a_n$ 

Wir wählen den Punkt mit maximalem Schallabsorptionsgrad:

 $d_1 = 28.5 mm$ 

 $d_2 = 23.0 mm$ 

und die zugehörige Schallabsorptionsgrad:

$$f = 490Hz \qquad a_n = 0.80$$

f = 980Hz  $a_n = 0.70$ 

Der Schallabsorptionsgrad für 980Hz kann unsere Anforderungen nicht erfüllen. Außerdem gibt es noch Fehler zwischen theoretischem Wert und experimentalem Wert. Der Forschung von Daqiu Ma<sup>(7)</sup> Nach ist der Fehler kleiner als 20%. Anders ausgedruckt, für eine sichere Schallabsorptionsauswirkung muss der theoretische Schallabsorptionsgrad größer als 95% sein. Deswegen benutzen wir die 2-Platte-Struktur in unserem Fall nicht.

### Zusammenfassung

Nach den obigen Analysen kann nur die einzelne Platte für einzelne Lärmfrequenz unsere Anforderungen erfüllen. Fassen wir die Abmessungen zusammen:

	а	d	l	β	<i>a</i> <sub>n</sub>
Platte für 490Hz	0.35 mm	40 mm	2 mm	1%	99.51%
Platte für 980Hz	0.40 mm	10 mm	2 mm	1%	99.91%

 Tabelle 3.1.2-1
 Abmessungen der mikroperforierten Akustikplatte

## 3.1.2.4. Überprüfen und Korrigieren der mikroperforierten Akustikplatten in

#### einem Nachhallfeld.

Bis hier haben wir nur die Situation mit senkrecht einfallendem Schall berücksichtigt. Aber in unserer Kammer wird der Schall von verschiedenen Richtungen nach den Poren der Platte einfallen. Deshalb müssen wir unser Modell für ein Nachhallfeld korrigieren.

#### Überprüfung der mikroperforierten Akustikplatten in einem Nachhallfeld.

Wenn der Schall nach der Platte mit einem einfallenden Winkel  $\theta$  einfällt, wird die Schallimpedanz anders als die einfallende Schallimpedanz sein. Die Luft an der Pore kann nur entlang der vertikalen Richtung der Platte Schwingen. So ist die Schallimpedanz der Pore:

 $Z_{\theta} = R_{\theta} + M_{\theta}$ 

mit:

 $R_{\theta} = R\cos\theta$ 

 $M_{\theta} = M \cos \theta$ 

Und die zugehörige Luftimpedanz ist dann:

$$Z_{C\theta} = -\rho_0 c_0 \cot(\omega d \cos\theta / c_0)$$

Setzen wir  $R_{\theta}$   $M_{\theta}$  und  $Z_{C\theta}$  in Gleichung (3.1.2-1) ein, ist der Schallabsorptionsgrad für einen schräg einfallenden Schall:

$$a_{n\theta} = \frac{4R_{\theta}\rho_0 c_0}{(\rho_0 c_0 + R_{\theta})^2 + (M + Z_{C\theta})^2} = \frac{4R\cos\theta\rho_0 c_0}{(\rho_0 c_0 + R\cos\theta)^2 + (M\cos\theta - \rho_0 c_0\cot(kd/\cos\theta))^2}$$

(3.1.2-22)

Integrieren über eine Halbkugelfläche, können wir der durchschnittliche Schallabsorptionsgrad bekommen:

$$a_n^* = \frac{\int a_{n\theta} \, ds}{\int 1 \, ds}$$
 (3.1.2-23)

Wir Setzen die Abmessungen von Tabelle 3.1.2-2 in Gleichung (3.1.2-23) ein, bekommen wir die Schallabsorptionsgrad im Nachhallfeld:

	а	d	l	β	$a_n^*$
Platte für 490Hz	0.35 mm	40 mm	2 mm	1%	61.61%
Platte für 980Hz	0.40 mm	10 mm	2 mm	1%	29.28%

Tabelle 3.1.2-3 Schallabsorptionsgrad der mikroperforierten Akustikplatte im Nachhallfeld

Die Schallabsorptionsgrade können unsere Anforderungen nicht erfüllen. Deshalb müssen wir die Abmessungen der Platten korrigieren, so dass sie eine ausreichende Schallabsorptionsfähigkeit im Nachhallfeld besitzen.

#### Analyse über den Grund für die Verringerung der Schallabsorptionsfähigkeit in Nachhallfeld

Wir betrachten zuerst den Schallabsorptionsgrad bei einem schräg einfallenden Schall. Gleichung (3.1.2-22) lautet:

$$a_{n\theta} = \frac{4R_{\theta}\rho_{0}c_{0}}{(\rho_{0}c_{0} + R_{\theta})^{2} + (M + Z_{C\theta})^{2}} = \frac{4R\cos\theta\rho_{0}c_{0}}{(\rho_{0}c_{0} + R\cos\theta)^{2} + (M\cos\theta - \rho_{0}c_{0}\cot(\omega d\cos\theta / c_{0}))^{2}}$$

Wenn  $M + Z_{C\theta} = 0$  ist, erreicht der Schallabsorptionsgrad den maximalen Wert.

$$a_{n\theta} = \frac{4R_{\theta}\rho_0 c_0}{(\rho_0 c_0 + R_{\theta})^2} = \frac{4\frac{R_{\theta}}{\rho_0 c_0}}{(1 + \frac{R_{\theta}}{\rho_0 c_0})^2} = \frac{4\frac{R}{\rho_0 c_0}\cos\theta}{(1 + \frac{R}{\rho_0 c_0}\cos\theta)^2} \quad (3.1.2-24)$$

 $a_{n\theta}$  hat einen Maximale Wert, wenn  $\frac{R_{\theta}}{\rho_0 c_0} = 1$  ist.

Unsere Platte für 490Hz ist  $\frac{R}{\rho_0 c_0} = 0.787$  bzw. für 980Hz ist $\frac{R}{\rho_0 c_0} = 0.812$ . Hier

ist  $\frac{R_{\theta}}{\rho_0 c_0} = \frac{R}{\rho_0 c_0} \cos(\theta)$ . Wenn die Zahl 0.787 bzw. 0.812 mit ein  $\cos(\theta)$ multiplizieren, distanzieren sie sich von 1 weiter. Deshalb wird der maximale Schallabsorptionsgrad verringern. Aber wenn  $\frac{R}{\rho_0 c_0} > 1$  ist, geht  $\frac{R}{\rho_0 c_0} \cos(\theta)$  zu

1, wenn man  $\cos(\theta)$  multipliziert. Das heißt, der maximale Schallabsorptionsgrad größer sein werden. So ist es günstig für Absorption einer schräg einfallenden Schall, wenn  $\frac{R}{\rho_0 c_0} > 1$  ist. Nach dem Ergebnis von Experiment<sup>(7)</sup> ist die Veränderung der maximale Schallabsorption sehr klein, wenn  $\frac{R}{\rho_0 c_0} > 1$  ist.

Danach betrachten wir die Resonanzfrequenz bei schräg einfallender Welle. Die Resonanz entsteht, wenn der imaginäre Teil eine Resonanzsystems gleich null ist.

Hier ist:

 $M\cos\theta - \rho_0 c_0 \cot(kd / \cos\theta) = 0 \quad (3.1.2-24)$ 

Setzen wir M in Gleichung ein,

$$\left(\frac{l\rho_0}{\beta}\right)\left(1 + (3^2 + \frac{u^2}{2})^{-0.5} + 0.85\frac{a}{l}\right)\left(\omega\cos(\theta)\right) - \rho_0 c_0 \cot(\frac{d}{c_0}\omega\cos(\theta)) = 0 \quad (3.1.2-25)$$

Die Resonanzgleichung unter senkrecht einfallenden Schall ist:

$$\left(\frac{l\rho_0}{\beta}\right)\left(1+\left(3^2+\frac{u^2}{2}\right)^{-0.5}+0.85\frac{a}{l}\right)(\omega)-\rho_0c_0\cot\left(\frac{d}{c_0}\omega\right)=0 \quad (3.1.2-26)$$

Wenn man  $\omega \cos(\theta)$  als eine Variable betrachten, ist Gleichung (3.1.2-25) und Gleichung (3.1.2-26) ganz gleich. So hat folgenden Beziehung für Resonanzfrequenzen unter senkrecht einfallenden Schall und unter schräg einfallenden Schall.

 $\omega_{\theta}\cos(\theta) = \omega_0 \quad (3.1.2-25)$ 

 $\omega_0$  ist Resonanzfrequenz für senkrecht einfallenden Schall. Und  $\omega_{\theta}$  ist Resonanzfrequenz für schräg einfallenden Schall mit einfallendem Winkel $\theta$ . Das heißt, die Resonanzfrequenz von  $\omega_{\theta}$  ist Resonanz  $\omega_0$  nach rechts mit

Verhältnis von  $\frac{1}{\cos(\theta)}$  verschieben. Nach der Forschung<sup>(7)</sup> liegt das Verhältnis

zwischen 1.41 bis 1.6, wenn  $\frac{R}{\rho_0 c_0} > 1$  ist.

Bis hier wir haben den Grund für die Verringerung der Schallabsorptionsgrad im Nachhallfeld schon ermitteln.

#### Korrigieren der Abmessungen der Platte für ein Nachschallfeld

Das Korrigieren besteht aus 2 Teilen. Der erste Teil ist, das Radius a zu bestimmen, so dass die Beziehung  $\frac{R}{\rho_0 c_0} > 1$  erfüllen kann. Die zweite Aufgabe ist die Bestimmung der Distanz zwischen Platte und Wand d, so dass die Resonanzfrequenz für senkrecht einfallenden Schall an  $\frac{\omega_{\theta}}{1.5}$  liegen.

Wir betrachten zuerst das Korrigieren der mikroperforierten Akustikplatte für 490Hz.

Der Schalleiderstand 
$$R = \frac{8\eta l}{\beta a^2} \left( \sqrt{1 + \frac{u^2}{32}} + \frac{\sqrt{2}}{16} u \frac{a}{l} \right)$$
 ist nur von a abhängig. Die

Beziehung zwischen a und  $\frac{R}{\rho_0 c_0}$  ist in Abb. 3.1.2-11 dargestellt.



Abb. 3.1.2-11. Beziehung zwischen Radius und relativem Schallwiederstand für 490Hz

Dann wähle ich ein Punkt für  $\frac{R}{\rho_0 c_0} > 1$ :

$$a = 0.25mm$$
 und  $\frac{R_{\theta}}{\rho_0 c_0} = 1.29$ 

Die Distanz d soll eine Resonanz für senkrecht einfallenden Schall bei Frequenz  $f = \frac{f_{soll}}{1.5} = \frac{490}{1.5} Hz = 327 Hz$  erfüllen. Setzen die Werten in Gleichung

 $M - \rho_0 c_0 \cot(kd) = 0$  ein, ist d = 91.3mm.

Mit gleicher Weise bestimmen wir die Abmessungen für 980Hz.

Die Abmessungen für korrigierte Akustikplatte sind in Tabelle. 3.1.2-4 dargestellt.

	а	d	l	β	$a_n^*$
Platte für 490Hz	0.25 mm	91.3 mm	2 mm	1%	98.91%
Platte für 980Hz	0.25 mm	78.0 mm	2 mm	1%	98.45%

Tabelle 3.1.2-3. Schallabsorptionsgrad der korrigierten mikroperforierten Akustikplatte im Nachhallfeld

Früher habe ich schon erwähnt, dass die Theorie für die Bestimmung der Schallabsorptionsgrad ein Fehler<20% hat. Der tatsächliche Schallabsorptionsgrad muss um 20% subtrahieren. So sind die Schallabsorptionsgrad:

f = 490 Hz  $a_n^* \ge 78.91\%$ 

f = 980Hz  $a_n^* \ge 78.45\%$ 

### 3.1.2.5. Auswertung über mikroperforierte Akustikplatte

Der Vorteil der mikroperforierten Akustikplatte ist, dass der Absorptionsgrad nur von den geometrischen Abmessungen der Platte abhängt. Dann kann man das Material der Platte beliebig wählen.

Es gibt auch Nachteile für diese Methode: z.B. die Herstellung der mikroperforierten Akustikplatte ist aufwendig. Außerdem ist die genaue Montage der Platte nicht leicht.

# 3.1.3. Schallabsorption mit Spitzkegel

Der Spitzkegel ist eine Schallabsorptionsstruktur, die häufig im Akustiklabor eingesetzt wird. Mit der Einsetzung des Spitzkegels kann der Reflektionsgrad oberhalb einer bestimmten Frequenz kleiner als 0.01 sein.



Abb. 3.1.3-1. Darstellung eines allmählich verändertem Materials

In Abb. 3.1.3-1 ist eine Darstellung eines Spitzkegels abgebildet. An der Spitze des Kegels ist die Impedanz ähnlich wie die Impedanz der Luft. Am Ende des Kegels ist die Impedanz ähnlich wie die Impedanz des Stoffes. Die Veränderung der Impedanz ist allmählich, so dass die Impedanz des Schaustoffes an die Impedanz der Luft gut anpasst. Dann ein großer Teil des Schalls geht in Schaustoff ein und die Schallenergie wird durch den Stoff des Spitzkegels absorbiert.

Ich teile meine Arbeit in 2 Hauptaufgaben. Die erste Aufgabe ist eine Auslegung der Abmessungen der Spitze, so dass der Reflektionsgrad so klein wie möglich sein wird. Anders ausgedrückt, der Schallenergie soll so viel wie möglich in den Spitzkegel eingehen. Die zweite Aufgabe ist die Auslegung der Basis, so dass die Schallenergie von Stoff der Basis verbraucht werden kann.

#### 3.1.3.1. Entwicklung für einen kleinen Reflektionsgrad des Spitzkegels

#### Modellbildung für den Reflektionsgrad des Spitzkegels

In Abb. 3.1.3-2 ist ein allmählich verändertes Material dargestellt.



Abb. 3.1.3-2. Darstellung eines allmählich veränderten Materials

Der Forschung von Walther<sup>(8)</sup> nach ist der Reflektionsgrad des allmählich veränderten Materials:

$$V = \frac{\left[\frac{i(k_0 - K(0)) - \rho'(0)/2\rho(0)}{i(k_0 + K(0)) + \rho'(0)/2\rho(0)}\right] - \left[\frac{i(k_0 + K(0)) - \rho'(0)/2\rho(0)}{i(k_0 + K(0)) + \rho'(0)/2\rho(0)}\right]e^{2i\int_{0}^{t}K(x)dx}}{1 - \left[\frac{i(k_0 - K(0)) + \rho'(0)/2\rho(0)}{i(k_0 + K(0)) + \rho'(0)/2\rho(0)}\right]e^{2i\int_{0}^{t}K(x)dx}}$$

(3.1.3-1)

mit:  $K^2(x) = k^2(x) + \frac{1}{2\rho} \frac{d^2\rho}{dx^2} - \frac{3}{4} (\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx})^2$ 

hier sind:

k(x): Wellenzahl am Ort x

 $\rho(x)$ : Dichte am Ort x

Wir wandeln unseren Spitzkegel in das obige allmählich veränderte Material um. Zuerst setzen wir ein in Abb. 3.1.3-3 dargestelltes Koordinatensystem ein.



Abb. 3.1.3-3. Darstellung des Koordinatensystems für einen Spitzkegel

Die durchschnittliche Dichte am Ort x:

$$\rho(x) = \rho_0 + (\rho_1 - \rho_0)(\frac{x}{L_1})^2$$
(3.1.3-2)

 $\rho_1$ : Dichte des Materials

 $ho_{\scriptscriptstyle 0}$  : Dichte der Luft

Die Wellenzahl am Ort x ist dann:

$$k^{2}(x) = k_{0}^{2} (1 + A(\frac{x}{L_{1}})^{2} + B(\frac{x}{L_{1}})^{4})$$
(3.1.3-3)  
Mit:  $A = (\frac{\rho_{0}c_{0}^{2}}{\rho_{1}c_{1}^{2}} - 1) + (\frac{\rho_{1} - \rho_{0}}{\rho_{0}})$   
 $B = (\frac{\rho_{0}c_{0}^{2}}{\rho_{1}c_{1}^{2}} - 1)(\frac{\rho_{1} - \rho_{0}}{\rho_{0}})$   
Setzte (3.1.3-2), (3.1.3-3) in K(x) ein:

$$K^{2}(x) = \frac{1}{L_{1}^{2}} \left\{ (k_{0}L_{1}^{2}) \left[ 1 + Au^{2} + Bu^{4} \right] + \frac{\rho_{1} / \rho_{0} - 1}{1 + (\rho_{1} / \rho_{0} - 1)u^{2}} - 3 \frac{(\rho_{1} / \rho_{0} - 1)^{2}}{\left[ 1 + (\rho_{1} / \rho_{0} - 1)u^{2} \right]^{2}} \right\}$$

(3.1.3-4)

mit:  $u = \frac{x}{L_1}$ 

Setzt man (3.1.3-2), (3.1.3-3), (3.1.3-4) in (3.1.3-1) ein, ergibt sich der Reflektionsgrad des Spitzkegels. Aber die Funktion ist zu komplex zu analytisch verarbeiten.

Die Gleichung für Reflektionsgrad  $V(w, \rho_0, \rho_1, c_0, c_1, L, L_1)$  hat 7 Variablen. Wir

wissen schon:

 $\rho_0 = 1.29 kg / m^3$   $c_0 = 340 m / s$   $w_1 = 2 * \pi * f_1 = 980 \pi$   $w_2 = 2 * \pi * f_2 = 1960 \pi$ 

Die Zielfunktion wird als  $V(\rho_1, c_1, L, L_1)$  vereinfacht. Das heißt, der

Reflektionsgrad nur von der Stoffdichte, der Schallimpedanz des Stoffes, der Länge der Spitze und der Länge der gesamten Struktur abhängt.

Die Weite der Basis d erscheint nicht in der Gleichung. Das heißt, die Weite der Basis irrelevant mit dem Schallreflektionsgrad ist und man die Größe d beliebig wählen kann.

#### Auslegung des Spitzkegels für einen minimalen Reflektionsgrad

Weil die obige Gleichung des Spitzkegels zu komplex ist, ist es ziemlich schwierig oder sogar unmöglich, die analytische Lösung für den optimalen Reflektionsgrad auszurechnen.

Viele Forscher haben Experimente über die Beziehungen zwischen den Abmessungen und der Schallabsorptionsfähigkeit durchgeführt. Hier benutze ich die Schlussfolgerungen von der Forschung von Songling Zhao<sup>(9)</sup>.

Der Forschung von Songling Zhao nach ist die Länge  $l_1$  hauptverantwortlich für

die Grenzfrequenz des Spitzkegels. (Die Grenzfrequenz in Spitzkegelentwicklung bezieht sich auf die Frequenz, oberhalb der Frequenz der Reflektionsgrad kleiner als 0.1% sein wird). Die Beziehung zwischen Länge  $l_1$  und der Grenzfrequenz ist:

$$f_G \approx \frac{0.2c_0}{l_1}$$
 (3.1.3-5)

So bei 490Hz als Grenzfrequenz muss  $l_1 \ge 0.1388m$  sein.

Der Raumbedarf ist hier noch berücksichtigt, so wähle ich:

 $l_1 = 0.1388 \text{ m}$ 

Zugleich ist die Spitzlänge für Grenzfrequenz  $f_G = 980Hz$ :

 $l_1 = 0.0694m$ 

#### 3.1.3.2. Entwicklung für den Schallabsorptionsgrad des Spitzkegels

In diesem Abschnitt analysieren wir zuerst die Schallabsorptionsfähigkeit in einem homogenen Stoff. Hier wählen wir Gummimaterial für unseren Spitzkegel. Danach bestimmen wir die Abmessung der Basis für unsere Anforderungen. Für die Schallabsorptionsfähigkeit in einem inhomogenen Material werden wir im nächsten Abschnitt "Verbesserungsmöglichkeit für Spitzkegel" näher diskutieren.

Die Wellenausbereitung und der Energieverlust in Körper hängen von der Elastizität und Dämpfung des Stoffes ab. Wir wählen zuerst einen Gummistoff. Mit der Beziehung zwischen Schallausbreitungseigenschaften und Elastizität des Stoffes rechnen wir den Dämpfungskoeffizient für Schallausbereitung aus. Mit diesem Dämpfungskoeffizient bestimmen wir die Abmessung der Basis des Spitzkegels.

Die Forschung von Renqian Wang<sup>(10)</sup> nach ist die Beziehung zwischen Schalldämmungskoeffizient und Elastizität:

$$a_{l} = \frac{\eta \omega}{c_{0l} \sqrt{2(1+\eta^{2})(1+\sqrt{1+\eta^{2}})}} \quad (3.1.3-6)$$

Hier sind:

$$c_{0l} = \sqrt{\frac{K^R + \frac{4}{3}G^R}{\rho}}$$
$$\eta = \frac{K^l + \frac{4}{3}G^l}{K^R + \frac{4}{3}G^R}$$
$$K = K^R + iK^l$$
$$G = G^R + iG^l$$

 $c_{0l}$  : Die Ausbereitungsgeschwindigkeit einer Longitudinalwelle ohne

Energieverlust

*K* : Kompressionsmodul

G : Schubmodul

 $\rho$ : Dichte des Materials

Wir wählen ein Gummi mit folgenden Parametern:

 $K^{R} = (1.74556 * 10^{7} + 8105.8589 f)Pa$   $K^{I} = (9.11059 * 10^{6} + 8556.4111 f)Pa$   $G^{R} = (3.94679 * 10^{6} + 1932.0787 f)Pa$  $G^{I} = (1.55003 * 10^{6} + 1646.0191 f)Pa$ 

Setzen diese 4 Parameter in Gleichung (3.1.3-6) ein, bekommen man die Beziehung zwischen Schalldämmungskoeffizient und Frequenz:





Abb. 3.1.3-4 sagt, dass Schalldämmungskoeffizient annähernd proportional zur Frequenz im Frequenzbereich 0 bis 1500Hz ist. Die zugehörigen Schalldämmungskoeffizienten sind:

f = 490Hz  $a_l = 4.555$ 

$$f = 980Hz$$
  $a_1 = 9.000$ 

Die Schalldämmungsgleichung für Schallleistung ist:

 $P_x = P_0 e^{-2a_l x}$  (3.1.3-7)

Die schrägeinfallende Welle besitzt eine längere Ausbereitungsdistanz, so wird sie besser von Stoff absorbiert. Wir brauchen nur die senkrechteinfallende Welle zu berücksichtigen.

Wir nehmen an, dass die wand der Kammer akustisch hart ist. Das heißt, der Schall wird von der Wand reflektiert werden. Die Länge der Basis des Spitzkegels soll so groß sein, dass bei einem Hin-und Rückgang die Schallenergie um 75% verbraucht wird.

So ergibt sich die minimale Länge der Basis:

 $f_G = 490 Hz$  x = 0.0761 m

 $f_G = 980Hz$  x = 0.0385m

Bis jetzt haben wir die Abmessungen des Spitzkegels festgelegt:

	<i>l</i> <sub>1</sub> (mm)	<i>l</i> (mm)
$f_G = 490Hz$	138.8	249.1
$f_G = 980Hz$	69.4	107.9

Tabelle 3.1.3-1 Abmessungen des Spitzkegels

Die Abmessungen in Tabelle 3.1.3-1 sind für unsere Kammer zu groß. Dann versuchen wir mit Hilfe von Partikeln im Stoff die Abmessung der Basis des Spitzkegels zu verringern.

#### 3.1.3.3. Verbesserungsmöglichkeit für den Spitzkegel

Die Schallabsorptionsfähigkeit hängt von der Stoffe und Strukturen ab.

Zuerst betrachten wir die Mechanismen, die die Schallabsorptionsfähigkeit des Stoffes verbessern können.

Verbesserung der chemischen Zusammensetzung kann dem Stoff eine bessere Dämpfung für Schalldissipation vergeben<sup>(10)</sup>.

Setzen Partikeln in die Stoffe ein. Partikeln besitzen folgenden Wirkungen für Schalldämmung: 1. Die Anregung von Schallenergie schwingt die Partikeln. Die Materialverformung aus den Schwingungen der Partikeln verbraucht die Schallenergie. 2. Die Partikeln verändern den Ausbereitungsweg des Schalls. Die Streuverbreitung des Schalls ist energieaufwendige als linearen Schall. 3. Die Partikeln wandern die longitudinale Welle in transversale Welle um. Transversalwellen verbrauchen mehr Energie als Longitudinalwellen<sup>(11)</sup>.

Dann betrachten wir die Mechanismen von Schallabsorptionsstrukturen.

Eine Struktur mit allmählich verändernder Impedanz wird häufig verwendet, um die Wellenform mit geringerem Energieverlust in Wellenform mit größerem Energieverlust zu verwenden<sup>(10)</sup>.

Ein Hohlraum in der Struktur wird auch benutzt, so dass die Energie durch die Resonanzschwingungen der Luft im Hohlraum verbraucht wird<sup>(12)</sup>.

Ein Schallabsorber mit unterschiedlichen Materialien, die unterschiedliche Schallimpedanzen besitzen, kann eine bessere Schallabsorptionsfähigkeit für Tieffrequenz ausweisen<sup>(13)</sup>.

Eine Periodische Auslegung der Schallabsorptionsmaterialien kann eine bessere Schallabsorptionsfähigkeit besitzen<sup>(14)</sup>.

Die Einsetzung mit Partikel und die Hohlraummethoden erscheinen uns die beste Lösungen zu sein, denn sie sind relativ einfach und durchführbar. Die Einsetzung mit Partikeln macht normalerweise die Struktur kompakter als die Einsetzung von Hohlraum. Wir entscheiden uns endlich die Entwicklung eine Schallabsorptionsstoff mit kleinen Partikel.

In diesem Abschnitt werde ich die 2-Phasen-Verbundwerkstoff-Patikeln im Spitzkegelstoff einsetzen. Mit Hilfe der Self-Consistent Theorie<sup>(11)</sup> von M.R.Habermann rechne ich die äquivalente Elastizitätskenngrößen des gemischten Verbundwerkstoffes. Wir wählen den Schalldämmungskoeffizient

 $a_l$  als unsere Zielfunktion. Die Eigenschaften und Proportion der

2-Phasen-Verbundwerkstoff-Patikeln sind die Variablen. Mit Hilfe eines numerischen Optimierungsalgorithmus optimiert man die Schallabsorptionseigenschaften des Stoffes.

Man setzt 2 Pahsen-Verbundwerstoff-Patikeln in der homogenen Gummibasis ein. So wandelt die Gummibasis in einen 3-Phasen-Verbundwerkstoff wie Abb. 3.1.3-5.



Abb. 3.1.3-5. Darstellung des Partikels in Gummibasis

Wenn *kr* <<1 ist, kann man die Self-Consistent Theorie von M.R. Haberman benutzen. Die *k* bezieht sich auf die Wellenzahl in Gummi und r bezieht sich auf den maximale Radius des Partikels. Die Self-Consistent Theorie ergibt die äquivalente Elastizitätskenngrößen des 3-Phasen-Verbundwerkstoffes mit einem implizierten Gleichungssystem:

$$\begin{split} K &= \lambda + \frac{2}{3}G\\ \lambda &= \lambda^M + \beta \left\{ \left[ (\lambda^a - \lambda^r)A + \frac{2}{3}(A - B)(G^a - G^M) \right] \cdot 3\frac{r - a}{a} \left[ (\lambda^r - \lambda^a)A\Phi^r + \frac{2}{3}(A - B\Psi^r) \times (G^r - G^M) \right] \right\}\\ G &= G^M + \beta B \left[ (G^a - G^M) + 3\frac{r - a}{a}(G^r - G^M)\Psi^r \right] \end{split}$$

mit:

$$A = \frac{K}{K + \varepsilon(K^{a} - K) + 3\frac{r - a}{a} \left[\frac{\varepsilon^{r}K(1 - \varepsilon) - aK^{r}(1 - \varepsilon^{r})}{\varepsilon}\right](K^{a} - K^{r})}$$

$$B = \frac{G}{G + \theta(G^{a} - G) + 3\frac{r - a}{a} \left[\frac{\theta G(1 - \theta) - \theta G^{r}(1 - G^{r})}{G^{r}}\right](G^{a} - G^{r})}$$

$$\Phi^{r} = \frac{K^{r} + \varepsilon^{a}(K^{a} - K^{r})}{K^{r}}$$

$$\Psi^{r} = \frac{G^{r} + \theta^{a}(G^{a} - G^{r})}{G^{r}}$$

$$\varepsilon^{x} = \frac{1}{3}(\frac{1 + \sigma^{x}}{1 - \sigma^{x}})$$

$$\theta^{x} = \frac{5}{12}(\frac{4 - 5\sigma^{x}}{1 - \sigma^{x}})$$

Die Zeichnen werden in Form  $y^x$  dargestellt,

Die Zeichnen an der Stelle y sind: K: Kompressionsmodul G: Schubmodul  $\lambda$ : Lamé-Konstanten  $\sigma$ :Poissonzahl Die Zeichnen an der Stelle x sind: M: Gummibasis a: Material der inneren Partikel r: Material der äußeren Partikel

und

 $\beta = \frac{V_{Partike \ln}}{V_{gesamt}}$ : Die Volumenproportion der Partikeln

*a* : Radius der inneren Partikel *r* : Radius der äußeren Partikel

Das obige implizite Gleichungssystem enthält Variablen K, G. Setzt man die äquivalente Kompressionsmodul K und äquivalente Schubmodul G in Gleichung für Schalldämmungskoeffizient(3.1.3-6) zurück, bekommt man die mathematische Beziehungen zwischen dem Schalldämmungskoffizient und die Eigenschaften der 3 Werkstoffen. Nimmt man den Schalldämmungskoffizient als Zielfunktion, kann man mit Hilfe eine numerische Optimierungsalgorhitmus eine optimale Schallabsorptionsstoff bekommen. Die Rechnung dafür ist aber sehr aufwendig. Wer Lust und Zeit Hat, kann diese Arbeit weiter machen.

#### 3.1.3.4. Auswertung über Spitzkegel

Spitzkegel kann unsere Anforderungen erfüllen. Aber der Raumbedarf ist ein notwendiger Nachteil. Die Spitze kann auch bestimmte Schallenergie verbrauchen. Aber aufgrund der Inhomogenität des Stoffes ist es aber sehr schwer, eine genaue Wellentheorie darauf anzuwenden. Deswegen sind die von uns festgelegte Abmessungen größer als eigentlich erforderliche Abmessungen.

# 3.2. Schalldämmungsmaßnahmen zur Reduktion des Lärms

Schalldämmung bezeichnet die Behinderung der Ausbreitung von Luft- oder Körperschall, indem der sich ausbreitende Schall an einzelnen Unstetigkeitsstellen reflektiert wird. Wir versuchen in diesem Abschnitt, mit Schalldämmungsmaßnahmen der Schalldruckpegel außerhalb der Kammer zu verringern.

In diesem Abschnitt werde ich zuerst das Mathematische Modell für eine Schalldämmungsstruktur mit mehreren Schichten entwickeln. Danach werde ich betrachten, wie viele Schichten brauchen wir, um eine optimale Schalldämmungswirkung für unseren Fall zu erwerben. Anschließend werde ich die gewählte Struktur für unsere Anfoderungen noch einmal optimieren. Schließlich werden die Vor-und Nachteile dieser Maßnahme diskutiert werden.

# 3.2.1. Modellierung der Schalldämmungsstruktur mit mehreren

## Schichten<sup>(15)</sup>

In diesem Abschnitt werde ich die Schalltransmissionseigenschaften mit Hilfe der Übertragungsmatrix zu ermitteln. Wir nehmen an, dass die Platten unendlich groß sind und der Schall senkrecht auf die Platte einfällt.

In Abb. 3.2-1 ist eine Schalldämmungsstruktur mit mehreren Schichten. S bedeutet Wand und G bedeutet Luft.





Die Gleichung für die Wellenausbreitung im Kontinuum lautet:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.2-1)$$

Für eine ebene Welle ist die Lösung für die Gleichung:

$$p(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)} + Be^{i(-kx-\omega t)}$$
(3.2-2)

Die Zeitanteile berücksichtigt man hier nicht, dann:

 $p(x,t) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$  (3.2-3)

Die Schallschnelle in diesem Schallfeld bei Punkt x ist:

$$v(x) = -\frac{1}{\rho_0} \int \frac{\partial p}{\partial x} dt = \frac{1}{\rho_0 c_0} (Ae^{ikx} - Be^{-ikx}) \qquad (3.2-4)$$

In Luftschicht  $G_i$  ist der Schalldruck:

$$p(x) = G^{-}(x)e^{ik_{g}x} + G^{+}(x)e^{-ik_{g}x} \quad (3.2-5)$$

In Platte  $S_i$  ist der Schalldruck:

$$p(x) = S^{-}(x)e^{ik_{s}x} + S^{+}(x)e^{-ik_{s}x}$$
 (3.2-6)

Um die Beschreibung zu vereinfachen, definiert man hier:

$$\underline{G(x)} = \begin{pmatrix} G^{-}(x) \\ G^{+}(x) \end{pmatrix}, \quad \underline{S(x)} = \begin{pmatrix} S^{-}(x) \\ S^{+}(x) \end{pmatrix}$$

Nach der Randbedingung sind Schalldruck und Schallschnelle an der Grenzfläche zwischen Platte und Luft gleich:

Bei Grenzfläche  $x_{i-1}^-$ :

$$S_{i-1}^{-}(x_{i-1}^{-}) + S_{i-1}^{+}(x_{i-1}^{-}) = G_{i-1}^{-}(x_{i-1}^{-}) + G_{i-1}^{+}(x_{i-1}^{-})$$
 (3.2-7)

$$\frac{1}{\rho_s c_s} \Big[ S_{i-1}^-(x_{i-1}^-) - S_{i-1}^+(x_{i-1}^-) \Big] = \frac{1}{\rho_g c_g} \Big[ G_{i-1}^-(x_{i-1}^-) - G_{i-1}^+(x_{i-1}^-) \Big] \quad (3.2-8)$$

Hier definiert man:

$$q^{2} = \frac{\rho_{g}c_{g}}{\rho_{s}c_{s}}; \quad \underline{H} = \begin{pmatrix} (1+q^{-2})/2 & (1-q^{-2})/2 \\ (1-q^{-2})/2 & (1+q^{-2})/2 \end{pmatrix}$$

Dann kann man die Beziehung in einer vereinfachten Weise darstellen:

$$\underline{S_{i-1}(x_{i-1})} = \underline{\underline{H}}\underline{G_{i-1}(x_{i-1})}$$
(3.2-9)

Mit gleicher Weise kann man die Beziehung an der Grenzfläche  $x_i^+$  bekommen:

$$G_i(x_i^+) = H^{-1}S_{i+1}(x_i^+)$$
 (3.2-10)

Man definiert:

$$\underbrace{U_g(a_i)}_{==} = \begin{pmatrix} e^{-ik_g a_i} & 0\\ 0 & e^{ik_g a_i} \end{pmatrix}, \quad \underbrace{U_s(b_i)}_{==} = \begin{pmatrix} e^{-ik_s b_i} & 0\\ 0 & e^{ik_s b_i} \end{pmatrix}$$

Damit kann man die Übertragungsbeziehung zwischen Platten schreiben:

$$\underline{S_i(x_i^-)} = \underline{\underline{H}}U_g(a_i)\underline{\underline{H}^{-1}}U_s(b_i)\underline{S_{i+1}(x_{i+1}^-)} \quad (3.2-11)$$

Man definiert:  $\underline{\underline{M}}_{i} = \underline{\underline{H}} \underline{\underline{U}}_{g}(a_{i}) \underline{\underline{H}}^{-1} \underline{\underline{U}}_{s}(b_{i})$ 

Dann ist für Struktur mit N Platten:

 $\underline{S_1(x_1^-)} = \underline{\underline{M_1}} \underline{S_2(x_2^-)} = \underline{\underline{M_1}} \underline{\underline{M_2}} \underline{S_3(x_3^-)} = \dots = \underline{\underline{M_1}} \underline{\underline{M_2}} \dots \underline{\underline{M_{N-1}}} \underline{S_N(x_N^-)}$ (3.2-12)

Wenn man die Randbedingungen der Struktur auch mitberücksichtigt, ist die Beziehung in Luftschichte:

$$\underline{G_0(x_0)} = \underline{\underline{H}^{-1}} \underline{U_s(b_1)} \underline{M_1} \underline{M_2} \dots \underline{M_{N-1}} \underline{\underline{H}} \underline{G_N(x_N)}$$
(3.2-13)

man definiert  $\underline{\underline{M}} = \underline{\underline{\underline{H}}^{-1}} \underline{\underline{U}}_{s}(\underline{b}_{1}) \underline{\underline{M}}_{1} \underline{\underline{M}}_{2} \dots \underline{\underline{M}}_{N-1} \underline{\underline{H}}$  als die gesamte

Übertragungsmatrix.

Dann kann Gleichung (3.2-13) als  $\underline{G}_0(x_0) = \underline{M} \underline{G}_N(x_N^-)$  (3.2-14)umschrieben werden.

Wenn ein Schall läuft durch ein beliebiges material, kann man nach theoretischer Akustik die Beziehung zwischen Einfallender Welle und Ausgehender Welle wie folgenden schreiben:

$$\underline{G_0(x_0)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{t} & -\frac{r}{t} \\ -\frac{r^*}{t^*} & \frac{1}{t^*} \end{bmatrix} \underline{G_N(x_N^-)} \quad (3.2-15)$$

In der Gleichung (3.2-15) ist der Transmissionskoeffizient  $t = \frac{p_t}{p_e}$ . Es bedeutet das Verhältnis von Transmissionsschaldruckpegel zum einfallenden Schalldruckpegel.  $r = \frac{p_r}{p_e}$  ist der Reflektionskoeffizient. Er bedeutet das Verhältnis von reflektiertem Schalldruckpegel zum einfallenden Schalldruckpegel.

 $r^*$  bzw.  $t^*$  bedeutet die Konjugation von r bzw. t.

Von (3.2-14) und (3.2-15) kann man so bekommen, dass Transmissionskoeffizient  $t = \frac{1}{M_{11}}$  (3.2-16) ist.

Der Transmissionskoeffizient ist normalerweise sehr klein. Dann benutzen wir

eine andere Darstellung  $R = 10 \lg \left| \frac{1}{t} \right|^2$ , um die Schalldämmungseigenschaft

deutlich darzustellen. Wir nennen R Schalldämm-Maß.

Der Schalldämm-Maß ist dann  $R = 10 \lg \left| \frac{1}{t} \right|^2 = 10 \lg \left| M_{11} \right|^2$  (3.2-17)

Mit Gleichung (3.2-17) kann man die Schalldämmungsfähigkeit einer bestimmten Struktur abschätzen.

# 3.2.2. Bestimmung der Schalldämmungsstruktur

In diesem Abschnitt wollen wir ermitteln, wie viele Platten brauchen wir, um die beste Schalldämmungseigenschaft für 490Hz und 980Hz zu erwerben. Im unseren Fall wählen wir Aluminium-Platte. Die physikalische Eigenschaften des Aluminiums sind in Tabelle 3.2-1 dargestellt.

Art	Dichte	E-Modul	C <sub>Al</sub>	Possionzahl
Wert	$2700 kg / m^3$	70Gpa	6400m/s	0.34

Tabelle 3.2-1. Physikalische Eigenschaften von Aluminium

Wir legen hier fest, dass die Flächendichte und die gesamte Luftschicht für alle Strukturen gleich sind, so dass man die Strukturen mit gleicher Flächendichte und gleichem Luftanteil vergleichen kann. Wir wählen 3 Strukturen zu vergleichen, nämlich mit 1Platte, mit 2 Platten und mit 3 Platten. Sie werden in Tabelle 3.2-2 dargestellt.

	Dicke der Platte(n)	Dicke der Luftschichte(n)	
1-Platte	1.00 mm	-	
2-Platten	0.50 mm	40 mm	
3-Platten	0.33 mm	20 mm	

Tabelle 3.2-2. Abmessungen der Platten

Setzen wir die obigen Zahlen in Gleichung (3.2-17) ein, sind die Schalldämm-Maß-Spektren in Abb. 3.2-2 und Abb. 3.2-3 dargestellt.



Abb. 3.2-2. Schalldämm-Maß mit 1, 2 und 3 Platten bei Tieffrequenzen



Abb. 3.2-3. Schalldämm-Maß mit 1, 2 und 3 Platten bei Hochfrequenzen

Aus Abb. 3.2-2 und Abb. 3.2-3 ergeben sich die folgenden Folgerungen:

1. Bei Tieffrequenz ist die Anzahl der Resonanzen gleich wie die Anzahl der Luftschichte.

2. Bei Hochfrequenz gibt es auch Resonanzen von stehenden Wellen zwischen Luftschichten.

3. Erhöht sich die Anzahl der Platten, wird der Schalldämm-Maß bei Hochfrequenz deutlich verbessert.

Im unsrem Fall hat 2-Platten- Struktur den größten Schalldämm-Maß für 490Hz(bzw. 980 Hz). Die Eigenschaft der 2-Platten-Struktur erfüllt unsere Anforderung best. So wählen wir die 2-Platten-Struktur.

Mit einer besseren Einstellung der Luftschichte und der Platten kann man die Resonanzfrequenz bei Tieffrequenzen nach unten verschieben. Wir suchen die Abmessungen für eine Struktur, die die optimale Schalldämmungseigenschaft für 490Hz und 980Hz ausweist.

#### 3.2.3. Optimierung der Schalldämmungsstruktur

Im Abschnitt 3.2.2 haben wir die Dicke der Aluminiumplatte bei 0.5mm festgelegt, um den Vergleich mit gleichen Flächendichten durchzuführen. Um den Aufwand zu verringern, wählt man hier eine Standard-Aluminium-Platte mit Dicke 1mm.

Die Arbeit ist jetzt die optimierte Dicke der Luftschichte zu bestimmen. Unser Ziel ist das größte Schalldämm-Maß für 490Hz und 980Hz. Der Schalldruckpegel im Vorlesungsraum für 490Hz ist 42dB bzw. für 980Hz ist 38dB. So liegt man hier fest, dass die Gewichtung für 490Hz  $\frac{42}{80}$  bzw. für 980Hz  $\frac{38}{80}$  ist. Dann lautet die Zielfunktion:  $R = \frac{42}{80}R(490Hz) + \frac{38}{80}R(980Hz)$  (3.2-18)

Setzen die Werte in Gleichung (3.2-18) ein, ergibt sich Abb.3.2-4:



Abb. 3.2-4. Die Beziehungen zwischen der Luftschichte und dem Schalldämm-Maß

Abb. 3.2-4 sagt, dass die maximale gewichtete Schalldämmmaße periodisch erscheint. Die spitze Werte der Schalldämmmaße sind bei jeden Perioden fast gleich. Um Raum zu sparen, wählt man hier a=0.111m. Der zugehörigen Schalldämm-Maß ist 49.3dB.

Setzen a=0.111m ein, ergibt sich den Frequenzgang dieser 2-Platten-Struktur in Abb.3.2-5:



Abb. 3.2-5. Frequenzgang der optimierten 2-Platten-Struktur

Der Schalldämm-Maß bei 490Hz ist 43.0dB. Und der Schalldämm-Maß bei 980Hz ist dann 56.6dB.

Als Ergebnis erhalten wir eine Doppelwandstruktur mit 111 mm Wandabstand und 1 mm Wanddicke.

# 3.2.4. Auswertung über 2-Platten-Struktur

Das Rechnungsergebnis zeigt, dass die 2-Platten-Struktur eine sehr gute Lärmminderungsfähigkeit besitzt. Aber es gibt noch notwendigen Nachteil. Man muss ein Schalldämmungsgehäuse statt eine Wand herstellen. Die Herstellung und Einbau des Gehäuses sind aber aufwändig.

# 4. Theoretische Betrachtung der aktiven Maßnahmen

# zur Reduktion des Lärms

Obwohl die passive Lärmreduktionsmaßnahmen sich sehr gut zur Bekämpfung des Hochfrequenzlärms eignen, müssen aber für Tieffrequenzlärm die Stoffe bzw. die Strukturen sehr groß sein. Aber der Tieffrequenzschall kann durch aktive Lärmbekämpfungsmethoden sehr gut kompensiert werden. In diesem Abschnitt werde ich theoretisch versuchen, den Tieffrequenzlärm durch aktive Lärmminderungsmaßnahmen zu vermindern.

## 4.1. Wählen der Funktionsprinzipien für unsere Situation

Die ANC Methode eignet sich sehr für Tieffrequenzlärm, besonders günstig für Schall unterhalb 500Hz. Für ANC Methode gibt es normalerweise 2 Funktionsmechanismen<sup>(4)</sup>.

1. Kompensierung von 2 Schallwellen mit gengenseitigen Phasenlagen. Dieser Mechanismus eignet sich besonders gut bei ebenen Wellen in Rohren.

2. Veränderung der Ausstrahlungseigenschaften der Schallquelle. In der Nähe der Primärschallquelle setzt man eine Sekundärquelle mit gleichem Volumenfluss mit gegenseitiger Phasenlage. Die Zusammenarbeit der Primärschallquelle und Sekundärquelle macht das System als ein Dipol-System. Die gesamte Schallleistung der Schallausstrahlung wird deutlich verringert.

Wir wählen hier eine Kombination von ersten und zweiten Mechanismen. In unserem Fall kann man das Kompensierungsprinzip in Rohr des Windkanals nicht einfach einsetzen, da die Ausgangslänge des Rohrs zu kurz ist. Aber man kann das Kompensierungsprinzip für die Verminderung der reflektierten Wellen in Kammer zu verwenden. Der zweite Mechanismus kann dann angewendet, um die direkte Schallaustrahlungsleistung zu vermindern.

In diesem Abschnitt habe ich 2 Aufgaben. Die erste Aufgabe ist den reflektierten Schall in Kammer mit Hilfe des ersten Mechanismus zu kompensieren. Die zweite Aufgabe ist die direkte Schallleitung von Primärschallquelle mit Hilfe einer Sekundärschallquelle zu verringern. Weil ANC Methode keine gute Auswirkung für Hochfrequenzschall hat, konzentrieren wir uns hier nur auf den Schall mit 490Hz.

# 4.2. Verminderung des reflektierten Schalles in Kammer

In einer geschlossenen Kammer gibt es wegen Schallreflektion viele stehende Wellen. Es ist fast unmöglich, alle stehende Wellen in der Kammer zu kompensieren. Aber durch die Einsetzung eines Monopols kann man die stehende Welle bei einer bestimmten Frequenz ganz kompensieren. In diesem Abschnitt werde ich den reflektierten Schall bei 490Hz mit Hilfe eines Corner-ANC-Systems kompensieren.

Zuerst betrachten wir die Eigenschaft der harmonischen Welle in einer geschlossenen rechteckigen Kammer. Die harmonische Welle in einem rechteckigen Raum lautet<sup>(3)</sup>:

$$p = \frac{if\rho_0 I_0}{2|r-r_0|} e^{\{i[\omega t - k(r-r_0)]\}} + R\rho_0 c_0^2 I_0 e^{i\omega t} \sum_n \frac{\omega}{V\Lambda_n} \frac{\varphi_n(r_0)\varphi_n(r)}{2\omega_n k_n + i(\omega^2 - \omega_n^2)}$$
(4.3-1)

hier:

 $r_0$ : Position der Schallquelle

r(x, y, z): ein bestimmter Punkt in Schallfeld

 $\varphi_n$  ist harmonische Funktion, in einem Rechteckigen Raum ist:

$$\varphi_n = \cos \frac{n_x \pi x}{l_x} \cos \frac{n_y \pi y}{l_y} \cos \frac{n_z \pi z}{l_z} \qquad (4.3-2)$$

In der rechten Seite der Gleichung (4.3-1) gibt es 2 Teile. Der erste Teil bedeutet die direkte Welle, d.h. die Welle von Schallquelle direkt nach Punkt r ausgebereitet. Der zweite Teil ist das reflektierte Schallfeld, das aus mehrerer harmonischen Wellen besteht. Aber An den 8 Ecken des Raums erreicht jede harmonische Welle den maximalen Wert des Schalldrucks. Diese Eigenschaft ist eigentlich die Grundlage für die Minderung des Nachhallfeldes in einer geschlossenen Kammer.

Wir setzen ein typisches ANC System( Abb. 4.3-1) an der Ecke einer Kammer ein.



Abb. 4.3-1. Corner ANC System gegen Nachhallfeld bei 490Hz

In Abb. 4.3-1 ist ein "corner ANC" System. Das Mikrophon funktioniert als ein Fehler-Sensor. Das Regelungssystem ist eigentlich ein Feedback System in ANC

Regelungssystem.

Wir wollen zuerst die Beziehung zwischen Schalldruck an Mikrofon und Schalldruck an beliebigen Punkt der Kammer zu ermitteln.

Der Frequenzbereich der Primärschallquelle ist  $\Delta f$ . Eine angeregte Welle n hat den Schalldruck an der Position des Fehlersensors<sup>(12)</sup>:

$$p_{n1} = \frac{\rho_0 c_0^2 R I_p}{2V \Lambda_n} \left(\frac{\pi}{k_n \Delta \omega}\right)^{1/2} \varphi_n(\vec{r_0}) \varphi_n(\vec{d}) e^{i(\omega_n t + \theta_n)} \quad (4.3-3)$$

Der Schalldruck von Lautsprecher am Sensor ist:

$$p_{n2} = \frac{ic_0 \rho_0 f q_n}{2d} e^{-\frac{i\omega_n d}{c}} + \frac{R \rho_0 c_0^2 q_n}{2k_n V \Lambda_n} \varphi_n(\vec{d}) \qquad (4.3-4)$$

Am Fehlersensor gibt es 2 Schalldrücke. Sie kommen aus der Schallquelle und dem Lautsprecher. Diese Schalldrücke können nach Verarbeitung durch eine äquivalente Schallintensität am Lautsprecher ersetzt werden.

Die 
$$q_n$$
 hier ist die äquivalente Schallintensität am Lautsprecher.  
 $q_n = \frac{MAS}{Bl}(p_{n1} + p_{n2})$  (4.3-5)

M: Empfindlichkeit des Sensors

A: Vergrößerungskonstante

S: Die Oberfläche der Membran des Lautsprechers

Bl: Die Abmessungen des Lautsprechers

Setzen (4.3-3),(4.3-4) in (4.3-5) ein, dann wird  $q_n$  umformuliert als:

$$q_n = \frac{MAS}{Bl} \frac{p_{n1}}{1 + D_n i e^{-i(\omega_n d/c_0)} + D_n K_n} \quad (4.3-6)$$

Mit:

$$D_n = -\frac{MAS}{Bl} \frac{c_0 \rho_0 f}{2d} \quad (4.3-7)$$
$$D_n K_n = -\frac{MAS}{Bl} \frac{R \rho_0 c_0^2}{2k_n V \Lambda_n} \varphi_n(\vec{d}) \quad (4.3-8)$$

Ein beliebiger Punkt r(x, y, z) in Kammer hat ein Schalldruck, der aus Schallquelle und Lautsprecher kommt.

$$p_n(\vec{r}) = p_{n1}(\vec{r}) + p_{n2}(\vec{r})$$
 (4.3-9)

Setzt (4.3-3), (4.3-4), (4.3-6) in (4.3-9) ein,

$$p_{n}(\vec{r}) = p_{n1}(\vec{r}) \frac{1 + D_{n} \left[ \sin(\omega_{n}d/c_{0}) + i\cos(\omega_{n}d/c_{0}) \right]}{1 + D_{n} \left[ \sin(\omega_{n}d/c_{0}) + i\cos(\omega_{n}d/c_{0}) \right] + D_{n}K_{n}}$$
(4.3-10)

In unserem Fall spielen oblique Wellen die größte Rolle, nach der Forschung von Daqiu Ma<sup>(4)</sup> kann man so annehmen:

$$K_n = \frac{0.95\lambda^2}{A} \,(4.3-11)$$

ī.

Wir wollen  $|\vec{p}_{490Hz}(\vec{r})| = 0$  (4.3-12), also es gibt keine stehende Welle von 490Hz.

Т

Dann sollen: 
$$\frac{1 + D_n \left[ \sin(\omega_n d / c_0) + i \cos(\omega_n d / c_0) \right]}{1 + D_n \left[ \sin(\omega_n d / c_0) + i \cos(\omega_n d / c_0) \right] + D_n \left( \frac{0.95 \lambda_n^2}{A} \right)} = 0 \quad (4.4-13)$$

Gleichung (4.4-13) ist nur von Vergrößerungskoeffizient A und den Konstanten des Lautsprechers abhängig. Wenn man einen bestimmten Lautsprecher festlegt, kann man die Vergrößerungskoeffizient A von Gleichung (4.4-13) ausrechnen. Anders ausgedrückt, wenn man die Vergrößerungskonstante gut festlegt, kann man den Schall bei 490Hz ganz kompensieren.

Dann können wir die Kontrollereinheit wie Abb. 4.3-2 auslegen.

# Kontroller



Abb. 4.3-2. Die Regelungseinheit des Corner ANC Systems

Da wir uns nur für 490Hz kümmern, setzen wir noch ein Filter ein, um Schall von anderen Frequenzen zu filtern.

Die Distanz d zwischen Mikrophone und Lausprecher soll kleiner als 1/4 Wellenlänge des zu kontrollierenden Lärms sein. Das System hat keinen Einfluss auf Schallwellen, deren 1/4 Wellenlänge kleiner als d sind. In unserem Fall muss d < 0.173m.

Mit Corner ANC Methode kann man den reflektierten Schall von 490Hz ganz kompensieren.
#### 4.3. ANC Methode gegen direkten Schall

Wenn man ein Corner ANC System schon eingesetzt hat, kann man den reflektierten Schallwellen idealerweise ganz kompensieren. Das heißt, es gibt keinen reflektierten Schall hinsichtlich 490Hz in der Kammer. Danach ist das akustische Modell eines freien Feldes bei 490Hz hier für die weite Verarbeitung dann gültig.

Zwecks einer Vereinfachung der Modellbildung ersetzt man den echten komplexen aeroakustischen Schallquellen als eine Monopol-Schallquelle mit 490Hz.



Abb. 4.4-1. Darstellung des Funktionsprinzips der ANC Methode gegen direkte Schall

Das Ziel der Arbeit ist eine sekundäre Schallquelle einzusetzen, um die minimale Gesamtschallleistung zu erzielen. Die gesamte Schallleistung ist eine Integration der Schallintensität über eine Fläche, die die 2 Schallquellen umgeben (4.4-1) kann.

Wir wollen zuerst die Beziehung zwischen Gesamtschalleistung und Sekundärschallquelle bekommen.

Bei fern Feld (r >> d)ist die gesamte Schallleistung dann<sup>(16)</sup>:

$$P_{gesamt} = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{|p(\underline{r})|^2}{2\rho_0 c_0} r^2 \sin\theta d\theta d\phi = 2\pi r^2 \int_{0}^{\pi} \frac{|p(\underline{r})|^2}{2\rho_0 c_0} \sin\theta d\theta \quad (4.4-1)$$

Hier muss man die Beziehung zwischen Schalldruck  $p(\underline{r})$  und den 2 Schallquellen festlegen.

Nach theoretischer Akustik ist der Schalldruck für einen Monopol bei Distanz r:

$$P(r) = \frac{i\omega\rho_0 q e^{-jkr}}{4\pi r} \quad (4.4-2)$$

q bedeutet der Volumenfluss der Schallquelle.

Mit Überlagerungsprinzip rechnet man den Schalldruck bei Punkt e.

$$P(\underline{r_e}) = \frac{i\omega\rho_0 q_p e^{-jkr_p}}{4\pi r_p} + \frac{i\omega\rho_0 q_s e^{-jkr_s}}{4\pi r_s} \qquad (4.4-3)$$

Die Gleichung (4.4-3)kann man auch umformulieren als:

$$\left|p(\underline{r}_{\underline{e}})\right|^2 = q_s^* a q_s + q_s^* b + b^* q_s + c \quad (4.4-4)$$

Hier

$$a = \left(\frac{\omega\rho_0}{4\pi r_s}\right)^2$$
$$b = \left(\frac{\omega\rho_0}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{r_s r_p} q_p e^{-ik(r_p - r_s)}$$
$$c = \left(\frac{\omega\rho_0}{4\pi r_p}\right)^2$$

\* bedeutet Konjugiert-Komplex. Setz (4.4-4) in Gleichung (4.4-1) ein,

$$P_{gesamt} = q_s^* a_P q_s + q_s^* b_P + b_P^* q_s + c_P \qquad (4.4-5)$$

hier:

$$a_{p} = \frac{\pi r_{e}^{2}}{\rho_{0} c_{0}} \int_{0}^{\pi} \left(\frac{\omega \rho_{0}}{4\pi r_{s}}\right)^{2} \sin\theta d\theta$$
$$b_{p} = \frac{\pi r_{e}^{2}}{\rho_{0} c_{0}} \int_{0}^{\pi} \left(\frac{\omega \rho_{0}}{4\pi}\right)^{2} \frac{1}{r_{s} r_{p}} q_{p} e^{-ik(r_{p} - r_{s})} \sin\theta d\theta$$
$$c_{p} = \frac{\pi r_{e}^{2}}{\rho_{0} c_{0}} \int_{0}^{\pi} \left(\frac{\omega \rho_{0}}{4\pi r_{p}}\right)^{2} \sin\theta d\theta$$

Schreibt Gleichung (4.4-5) mit Reellem Teil und Imaginärem Teil der Volumenfluss um,

$$P_{gesamt} = a_p q_{sR}^2 + 2b_{PR} q_{sR} + a_p q_{sI}^2 + 2b_{PI} q_{sI} + c_p \quad (4.4-6)$$

R bedeute Realteil und I bedeutet Imaginärteil in Gleichung (4.4-6) Die Gleichung (4.4-6) nur einen minimalen Wert hat. wenn

$$\frac{\partial P_{gesamt}}{\partial q_{sR}} = 2a_P q_{sR} + 2b_{PR} = 0 \quad (4.4-7)$$
$$\frac{\partial P_{gesamt}}{\partial q_{sI}} = 2a_P q_{sI} + 2b_{PI} = 0 \quad (4.4-8)$$

Von Gleichungen (4.4-7) und (4.4-8) kann man die optimierte Bedingung für eine minimale gesamte Schalleistung ableiten:

$$q_s = -a_P^{-1}b_P \quad (4.4-9)$$

Bei fernem Feld kann man  $a_p$ ,  $b_p$ ,  $c_p$  annäherungsweise so vereinfachen:

$$a_{p} = \frac{\omega^{2} \rho_{0}}{8\pi c_{0}} \quad (4.4-10)$$

$$b_{p} = \frac{\omega k \rho_{0}}{8\pi} q_{p} \frac{\sin(kd)}{kd} \quad (4.4-11)$$

$$c_{p} = \frac{\omega k \rho_{0}}{8\pi} \quad (4.4-12)$$

Setzt (4.4-10), (4.4-11), (4.4-12) in (4.4-9) ein,  $q_s = -q_p \frac{\sin(kd)}{kd}$  (4.4-13)

Setzen (4.4-10), (4.4-11), (4.4-12), (4.4-13) in (4.4-5) zurück, ist der minimale Schallleistung:

$$P_{gesamt}(\min imal) = \frac{\omega^2 \rho_0}{8\pi c_0} |q_p|^2 \left(1 - \left(\frac{\sin(kd)}{kd}\right)^2\right)$$
 (4.4-14)

Und die Schallleistung von einer einzelnen primären Schallquelle ist:

$$P_{p} = \frac{\omega^{2} \rho_{0}}{8 \pi c_{0}} |q_{p}|^{2} \qquad (4.4-15)$$

Damit kann Gleichung (4.4-14) umgeschrieben werden als:

$$P_{gesamt}(\min{imal}) = P_p(1 - (\frac{\sin(kd)}{kd})^2)$$
 (4.4-16)

Nach Levine und Nelson<sup>(17)</sup> können die Bedingungen für eine minimale Schallleistung für ein fernes Feld auch die Bedingungen für eine minimale Schallleistung für ein nahes Feld erfüllen.

Die Beziehung zwischen  $\frac{P_{gesamt}(\min imal)}{P_p}$  und der Distanz d ist in Abb. 4.4-2.

abgebildet.



Das Ziel unserer Aufgabe ist eine Reduktion des Schalldruckpegels um 6 dB. Das heißt, dass man die Schallleistung mindestens um 3/4 vermindern muss. Nach Bild der Sinc-Funktion muss man die Bedingung  $q_s = -q_p$  erfüllen. Dann Wählt

man eine d, so dass  $\frac{P_{gesamt}(\min imal)}{P_p}$  zwischen (0,0.25) liegen. Je kleiner die

Distanz d ist, desto besser erzielt man einen Lärmreduktionseffekt. So Wählen wir einen Bereich, darin kann die Schallleistung mindesten um 3/4 vermindert werden kann. Nach Gleichung (4.4-16) kann man die Bedingung für eine qualifizierte Schallleistung bekommen:

 $d \subset (0m, 0.10m)$ 

Das heißt, die Distanz zwischen Primärschallquelle und Sekundärschallquelle muss kleiner als 0.10m.

In der Tat ist unsere Primärschallquelle kein Monopol. Aber eine komplexe Schallquelle kann in mehrere Monopole zerlegt werden.

Wenn es N äquivalente Monopolschallquellen gibt, setzen wir N Sekundärmonopolen ein.

#### 4.4. Probleme bei ANC Methode

Die ANC Methode in unserem Fall ist nicht praktisch, da es folgenden 2 Probleme gibt:

1. Die Identifizierung der äquivalenten Schallquelle ist aber sehr schwer und

aufwändig.

2. Die echtzeitige Vermessung der Volumenfluss ist aber auch schwer und aufwändig.

In unserem Fall verwenden wir die obige ANC Methode nicht, weil es noch einfache und günstige Maßnahmen gibt.

# 5. Auswahl und Vergleich der Maßnahmen für unseren

### Windkanal

Bis hier haben wir schon 5 Lärmreduktionsmaßnahmen ausführlich betrachtet. Wir brauchen noch die Endentscheidung zu treffen, welche Maßnahme uns günstigste ist. Die Faktoren, die wir uns dafür interessieren sind, sind Schallminderingswirkungen, Raumbedarf, Kosten und die Schwierigkeit der Montage. Die Maßnahmen bzw. die Kombinationen der Maßnahmen sind in Tabelle.5-1 dargestellt:

	Wirkungen(%)		Raumbedarf	Kosten	Montage
	490Hz	980Hz	(m <sup>3</sup> )		
HR(490Hz , 980Hz)	>75.0	>75.0	0.02	mittel	einfach
HR(490Hz)+MA(980Hz)	>75.0	>78.5	9.12	teuer	schwer
HR(490Hz)+SK(980Hz)	>75.0	>75.0	12.30	mittel	einfach
SK (490Hz)	>75.0	>75.0	28.40	mittel	einfach
2PS	99.9	99.9	13.11	teuer	Schwer
ANC	>75.0	-	-	teuer	schwer

Tabelle 5-1. Zusammenfassung der Schallreduktionsmethoden

Die Zeichnen in Tabelle 5-1 bedeuten: HR: Helmholtz-Resonator MA: mikroperforierte Akustikplatte SK: Spitzkegel 2PS: 2-Platte-Schalldämmungsgehäuse ANC: akive noise control

Die 'Wirkungen' bezieht sich auf das Verhältnis von gemindertem Schallleistung zur der Quelleschallleistung.

Alle in Tabelle 5-1 gelistete Maßnahmen können unsere Anforderungen erfüllen. Deshalb sind die Kosten und der Raumbedarf uns am wichtigsten. Nach Tabelle-5.1 ist der Helmholtz-Resonator die beste Lösung für unser Problem.

#### 6. Zusammenfassung und Erkenntnisse

In meiner Arbeit habe ich verschiedene passive bzw. aktive Maßnahmen gegen Lärmreduktion betrachtet und die Auslegungen der Lärmreduktionsstrukturen durchgeführt. Mit Vergleich von Schallreduktionswirkung, Raumbedarf, Kosten und Schwierigkeit der Montage haben wir festgelegt, dass der Helmholtz-Resonator die beste Lösung für diesen Fall ist.

Zuerst vermessen wir die Schalldruckpegel und Schallintensitäten bzw. Schallleistungen. Nach der Analyse der gemessenen Daten legen wir fest, dass unsere Aufgabe ist, den Schall von 490Hz und 980Hz zu bekämpfen. Wir haben die Maßnahmen wie Helmholtzresonator, mikroperforierte Akustikplatte, Spitzkegel, Schalldämmungsgehäuse und ANC Methode nacheinander betrachtet.

Modellbildung des Helmholtzresonators benutzen Für die wir eine elektro-akustische Analogie, um die Beziehung zwischen Abmessungen und der Schallabsorptionsleistung zu finden. Nach der Analyse der Gleichung für Schallabsorptionsleistung finden wir aus, dass der Helmholtzresonator eine maximale Schallabsorptionsleistung besitzt, wenn der Viskositätswiderstand gleich wie der Ausstrahlungswiderstand ist. Mit diesem Kriterium legen wir die Abmessung der Länge und des Radius des Hals fest. Mit der Resonanzbedingung bestimmen wir das Volumen des Hohlraums. In diesem Fall eignet sich der Helmholtzresonator für 490Hz sehr gut. Wir brauchen nur 5 Resonatoren, um die Anforderung zu erfüllen. Aber für 980Hz eignet sich Helmholtzresonator nicht gut. Wir brauchen mindestens 54 Resonatoren.

Für die Modellierung der mikroperforierten Akustikplatten haben wir noch die elektro-akustische Analogie benutzt. Zuerst betrachten wir eine Auslegung der mikroperforierten Akustikplatte für senkrecht einfallenden Schall. Danach prüfen wir die Schallabsorptionsgrad der obigen Platten im Nachhallfeld. Die Schallabsorptionsgrad verringern sich deutlich im Nachhallfeld. Dann analysieren wir den Grund dafür und korrigieren unsere Platte für ein Nachhallfeld. Als Ergebnis legen wir die Platte fest: mit Poreradius 0.25 mm, mit Plattedicke 2 mm, mit Perforationsrate 1%. Wenn wir den Lärm von 490 Hz absorbieren wollen, setzen wir den Abstand zwischen Platte und Wand 91.3 mm. Wenn wir den Lärm von 980 Hz absorbieren wollen, setzen wir den Abstand zwischen Platte und Wand 78.0 mm.

Für Spitzkegel teilen wir die Aufgabe in 2 Teilen. Der erste Teil ist ein kleiner Reflektionsgrad, so dass die Schallenergie in Spitzkegel eingeht. Die Länge der Spitze ist hauptverantwortlich dafür. Wir bestimmen die Länge der Spitze für einen kleinen Reflektionsgrad. Der zweite Teil ist, die einfallende Schallenergie in Wärme umzuwandeln. Wir benutzen die Dämpfung des Sitzkegelstoffs für das Verbrauchen der Schallenergie. Die Dicke der Basis ist hauptverantwortlich dafür. Wir bestimmen dann die Dicke der Basis, so dass alle Energie verbraucht werden kann. Der größte Nachteil des Spitzkegels ist sein großer Raumbedarf. Z.B. die Länge des Spitzkegels für Grenzfrequenz 490Hz ist 249.1 mm bzw. die Länge des Spitzkegels für Grenzfrequenz 980Hz ist 107.9mm. Am Ende diskutieren wir die Verbesserungsmöglichkeiten, um Raumbedarf zu sparen.

Für Schalldämmungsgehäuse bestimmen wir zuerst, welche Struktur die beste Schalldämmungsfähigkeit für unseren Fall darstellt. Danach optimieren wir die Abmessungen der Struktur, um die beste Schalldämmungsfähigkeit für 490 Hz und 980 Hz zu erhalten. Als Ergebnis erhalten wir eine Doppelwandstruktur mit 111 mm Wandabstand und 1 mm Wanddicke.

Für ANC Methode teilen wir die Arbeit in 2 Aufgaben. Die erste Aufgabe ist die Bekämpfung gegen stehende Wellen in der Kammer. Die zweite Aufgabe ist die direkte Schallleistung mit Hilfe einer Sekundärschallquelle zu verringern.

Meine Aufgabestellung beschränkt sich nur auf die Bedingung bei maximaler Energiezufuhr des Windkanalgebläses. Aber in der Tat muss der Windkanal bei unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten arbeiten. Anders ausgedrückt, die Resonanzfrequenzen können sich nach unten verschieben. Dann wird die Schallreduktionswirkung unserer Maßnahmen deutlich verringert. Unsere Lösung ist keine gute Maßnahme für globale Lärmreduktion. Wenn man eine globale Lärmreduktion erzielen will, kann man über die aktive Lärmreduktionsmaßnahme weiter arbeiten. Mit Einstellung einer Regelungseinheit ANC Methode breitbandige kann die eine Lärmreduktionsauswirkung erwerben.

### Literaturen

1. Daqiu Ma: The development of Helmholtz resonators. China Academic journal (1994-2014). Volumen 22 Nr.8. Page: 452-456.

2. Hailan Zhang: Theoretical Acoustics. Higher Education Press(2012).

3. Heinrich Kuttruff :Room Acoustics(5th Ed). Spon Press(2009).

4. Daqiu Ma: Foundamental Acoustic. Science Press(2004).

5. Daqiu Ma: Helmholtz Resonator. China Academic journal. (1994-2014).Volumen.21. Nr.1.

6. Uno Ingard: Noise Reduction Analysis. Jones and Bartler Publischer(2010).

7. Daqiu Ma: Theory and design for Micro-perforated plate structure, China Science. Nr.1. Page 37-49. (1976).

8. Walther K.: Reflection factor of gradual Transition absorbers for electromagnetic and acoustic waves. IRE Trans.(1960).

9. Songling Zhao: Research of wedge-shaped sound absorbing structure. Journal of Tongji University (1971).

10. Renqian Wang: Optimization of Physical parameters of sound absorbing material. Technical Acoustics. (2004.6).

11. Michael R Haberman: Mikromechanical modeling of viscoelastic voided composities in the low-frequency approximation. Acoustic Society of American.112(5). (2002).

12. Renqian Wang: A study of sound absorption performance for sound absorbers with a cavity. Technical Acoustics.

13. Raymond Lim: A parametric analysis of attenuation mechanisms in composites designed for echo reduction. Acoustic Society of American.87(3). (1990).

14. Backman J.: Improved anechoic Chamber absorbents. 17<sup>th</sup> International Congress on Acoustics. Rom.(2001).

15. Wesong chen, Xiaojun Qiu: A study on Sound Insulation Character of multiple panels. Institute of Acoustics, Nanjing University, China(2004).

16. Colin H. Hansen, Scott D. Snyder: Active control of noise and Vibration. SPON. (1997).

17. Levine H.: Output of acoustical sources. Journal of the Acoustical Society of America, 67 (1935)

## Danksagung

Herr Schulz hat mir vielfältige Hilfen für diese Arbeit gegeben. Dazwischen hat er viel Zeit und Mühe für meine Betreuung ausgegeben. Ich habe viel von Herrn Schulz gelernt, wie man das Problem klar und rigoros analysieren kann.

Prof. Sinapius hat mir auch wichtige Anleitungen für die Arbeit gegeben.

Ich Danke Ihnen vielmals !