

Tafeln zum Luftkraftgesetz des harmonisch schwingenden
Flügels mit aerodynamisch ausgeglichenen Rudern.

Übersicht: Die im Luftkraftgesetz des harmonisch schwingenden Flügels auftretenden Funktionen der Ruderbaugrößen werden in für ihre Anwendung bei Flatterberechnungen zweckmässiger Form bereitgestellt. Durch eine neue Bezeichnungswiese dieser Funktionen ergibt sich eine einfache und übersichtliche, für alle vorgeschlagenen Ersetzungssysteme gleiche Darstellung der in die Flatterdeterminante eingehenden Luftkraftbeiwerte. Der Aufbau der der Streifentheorie entsprechenden Luftkraftbeiwerte wird gezeigt; über die Berücksichtigung des Einflusses der endlichen Spannweite werden grundsätzliche Angaben gemacht.

- Gliederung:
1. Einleitung
 2. Aufbau der Luftkraftbeiwerte nach der Streifen-
theorie
 - a. Elementare Bewegungen
 - b. Zusammengesetzte Bewegungen
 3. Berücksichtigung des Einflusses der endlichen
Spannweite
 4. Tafeln zum Luftkraftgesetz
 5. Angleichung an stationäre Messungen
Schrifttum. Nachtrag

Der Bericht umfasst:

29 Seiten mit
2 Bildern und
10 Tafeln.

In besonderer Mappe

3 Tafeln (Doppel) und
23 Kurventafeln.

Institut für instationäre Vorgänge
der

Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen E.V.

Der Institutsleiter

Küssner
(Küssner)

Der Bearbeiter

Jordan
(Jordan)

1. Einleitung.

Dem für die Flatterberechnung erforderlichen linearisierten Luftkraftgesetz des harmonisch schwingenden Flügels werden vereinfachte aerodynamische Ersatzsysteme zugrundegelegt, die das Flügelprofil durch seine Skelettlinie ersetzen. Der verschiedenartigen Anordnung des Ruders und der verschiedenartigen Ausbildung seines aerodynamischen Innenausgleichs entsprechen verschiedenartige Vorschläge für die Wahl dieser Ersatzsysteme.

Unter den z.Z. ausgearbeiteten Vorschlägen entspricht die schräge Stufe recht gut der üblichen Ruderanordnung; sie hat dazu den Vorteil, dass mit Hilfe eines freien Parameters ihre geometrisch sinnvolle Angleichung an stationäre Ruderkraftmessungen möglich ist. Jedoch ist das zugehörige Luftkraftgesetz praktisch kaum direkt verwendbar, da seine Auswertung einen sehr erheblichen Aufwand bedingt. Das Luftkraftgesetz der schrägen Stufe ist daher durch seine zweckmässige und berechtigte Vereinfachung in Form eines Grenzzesetzes, das Luftkraftgesetz nach Küssner und Schwarz, zu ersetzen, das einfach auszuwerten ist, ohne dass der Vorteil des freien Parameters verloren ginge. Näheres darüber findet sich in den Berichten von H.G.Küssner und L.Schwarz [1] und von F.Jordan [2].

Das Luftkraftgesetz der offenen Stufe ist in dem eben erwähnten Bericht [1] sowie in dem Bericht von H.Söhngen [3] behandelt und findet Anwendung in bestimmten Sonderfällen der Ruderanordnung (Doppelflügel, Tandem).

Das Ersatzsystem mit rückverlegter Kniekkante geht auf einen älteren Vorschlag von Küssner zurück und ist in dem Bericht von F.Dietze [4] bearbeitet worden. Es entbehrt, ebenso wie die offene Stufe, den Vorteil eines geometrisch sinnvollen freien Parameters. Ein beträchtlicher Schönheitsfehler liegt darin, dass es physikalisch nicht sinnvoll ist insofern, als ihm die Reziprozität der Bewegungen und Wirkungen fehlt.

Die in diesen drei Luftkraftgesetzen auftretenden Funktionen der Ruderbaugrößen sind im vorliegenden Bericht in für ihre praktische Verwendung zweckmässiger Form als Zahlen- und Kurventafeln zusammengestellt. Soweit sie sich bereits in ähnlicher Form im FB 1417 von K.Berkmann und F.Dietze [5] finden, ist dorthin verwiesen.

In den bisherigen Arbeiten zum Luftkraftgesetz sind diese Funktionen nach verschiedenen Systemen mit willkürlichen, weitgehend zufälligen Ziffern bezeichnet.¹⁾ Mit diesen willkürlichen Bezeichnungen wird die Darstellung des Aufbaues der in die Flatterdeterminante eingehenden Luftkraftbeiwerte recht umfangreich, unübersichtlich, und zugleich für jedes Luftkraftgesetz verschieden. Um diese Nachteile zu umgehen, sind im vorliegenden Bericht die Funktionen der Ruderbaugrößen ohne Rücksicht auf historische Gegebenheiten allein nach ihrer Stellung innerhalb des Luftkraftgesetzes angeordnet.

Der Aufbau der Luftkraftbeiwerte nach der bisher allein gebräuchlichen sog. "Streifentheorie" aus diesen Funktionen wird dargestellt; dieser Teil des vorliegenden Berichtes ist dem Bericht von P. Jordan und W. Desecker [8] entnommen. Über die Berücksichtigung des Einflusses der endlichen Spannweite entsprechend der Allgemeinen Tragflächentheorie von H. G. Küssner [6] werden grundsätzliche Angaben gemacht.

Die numerische Berechnung der in Form von Integralen über der Flügelspannweite gegebenen Luftkraftanteile der Flatterdeterminante ist in dem Bericht von P. Jordan [9] behandelt.

2. Aufbau der Luftkraftbeiwerte nach der Streifentheorie.

In diesem Abschnitt wird die sog. "Streifentheorie" vorausgesetzt; der Einfluss der endlichen Spannweite, bzw. der Vorgänge in der Nachbarschaft des jeweils betrachteten Flügelstreifens auf die auf diesen wirkenden Luftkräfte wird also ausser acht gelassen.

a) Elementare Bewegungen.

Die bei Küssner und Schwarz [1] mit $k_a + q_f$ bezeichneten Luftkraftbeiwerte entsprechen Drehungen und Luftkraftmomenten um ausgezeichnete, vorgegebene Bezugspunkte. Wir nennen derartige Bewegungen und Wirkungen sowie die zugehörigen Luftkraftbeiwerte elementar im Gegensatz zu den aus ihnen zusammengesetzten, die zu beliebigen Bezugspunkten gehören.

Die elementaren Luftkraftbeiwerte $k_a + q_f$ werden reprä-

¹⁾ Eine Gegenüberstellung dieser Bezeichnungen geben Borkmann und Dietze auf Formeltafel 6 des erwähnten FB 1417 [5].

sentiert durch den Doppelzeiger h_g . Sie sind definiert nach Tafel 1 mit Hilfe der in Bild 1 und 2 gekennzeichneten Bewegungen und Wirkungen und lassen sich in folgender Form darstellen:

$$h_g = [Z_u Z_v (1+T) + Z_{1n}] + i\omega [Z_u Z_w (1+T) + Z_{2n}] - \omega^2 \cdot Z_{3n} \quad (1)$$

Darin bedeuten

$\omega = \frac{v \cdot l}{v} = \omega_0 \cdot \xi$	reelle reduzierte Frequenz
$v = \pi n / 30$	Kreisfrequenz [1/sec]
$l = t/2,$	halbe Flügeltiefe [m]
v	Fluggeschwindigkeit
$\omega_0 = \frac{v \cdot l_0}{v}$	reelle reduzierte Bezugsfrequenz
$\xi = l/l_0$	Flügeltiefenfunktion
$T = T(\omega) = T^I(\omega) + iT^II(\omega)$	komplexe Zirkulationsfunktion

Mit $Z = Z(\tau)$ sind die Funktionen der Raderbaugrößen bezeichnet, deren Bereitstellung dem eigentlichen Anlass dieses Berichtes bildet. Die Funktionen Z sind voneinander durch (unten angehängte) Nummern unterschieden, die ihre Stellung innerhalb des Luftkraftgesetzes kennzeichnen. Die Funktionen Z_u, Z_v, Z_w , die in Verbindung mit der T -Funktion - bzw. mit $(1+T)$ - auftreten, erhalten einstellige Nummern. Z_u hängt nur von der Wirkung h ab, Z_v und Z_w nur von der Bewegung g . Die "T-freien" Funktionen haben zweistellige Nummern mn ($m = 1, 2, 3; n = 0, \dots, 9$). Deren Zehnerziffer m ist um 1 grösser als die Potenz von $i\omega$, die in Gl.(1) bei Z_{mn} als Faktor steht; sie ergänzt sich zu 3 mit der Potenz der Geschwindigkeit v , die bei Z_{mn} im Ausdruck für die Luftkraft selbst (vgl. Tafel 1) steht. Die Zuordnung der Einerziffer n zu den Beiwerten h_g , sowie die Z_u, Z_v, Z_w gehen aus Tafel 2 hervor.²⁾

In Gl.(1) fortgelassen sind die (oberen) Indizes, die die jeweiligen - der Anzahl nach 0 bis 2 - Parameter $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ (vgl. Bild 1) der Funktionen $Z = Z(\tau)$ angeben und mit deren Indizes identisch sind. Ein Unterschied zwischen τ_1 und τ_2 ,

²⁾ Die Tafeln 2 + 4 sind sowohl dem vorliegenden Textteil eingeklebt als auch der Mappe mit den Kurventafeln lose beigelegt, also doppelt vorhanden.

τ_1 und τ_2 ist nur beim Luftkraftgesetz der rückverlegten Knickkante zu machen, für das andersseits der Ruderschlag - h_d und h_f - sinnlos wird. Sind die beiden Parameter einer Funktion einander gleich - τ_1 und τ_2 bzw. τ_a und τ_p bei den Stufengesetzen - so gilt diese Funktion als einparametrig. Weitere Einzelheiten sind den Erläuterungen auf Tafel 2 zu entnehmen. ³⁾

In Tafel 4 sind die Funktionen Z ihren bisher üblichen Bezeichnungen zugeordnet; dort ist auch der Ort ihrer graphischen Darstellung angegeben. Durch Tafel 4 sind die drei hier behandelten Luftkraftgesetze erfasst. Durch eine ähnliche Tafel liesse sich jedes weitere Luftkraftgesetz mit entsprechenden Elementarbewegungen darstellen. So wäre es z.B. auch möglich, das ausführliche Luftkraftgesetz der schrägen Stufe in diese Form zu bringen, wobei allerdings zusammengesetzte Funktionen mit je einem weiteren Parameter für jedes Ruder auftreten würden. Aus den einleitend erwähnten Gründen ist jedoch von seiner Darstellung abgesehen worden. ^{3a)}

Nähere Einzelheiten zu Tafel 4 folgen unten in Abschnitt 4.

b) Zusammengesetzte Bewegungen.

Die in Bild 1 und 2 definierten Bewegungen $A + B$ und Wirkungen $K + H$ mit beliebigen Bezugspunkten ($\varepsilon, \bar{\varepsilon}$ usw. $\neq O$) setzen sich aus den Elementarbewegungen g und den Elementarwirkungen h linear zusammen. Dem elementaren Luftkraftbeiwert h_g entspricht der zusammengesetzte Luftkraftbeiwert s_L . Fasst man die Bewegungen $A + B$ auf als Freiheitsgrade eines Flatteransatzes, so lautet das einzelne Glied der Flatterdeterminante nach Fortlassung der - mit dem Faktor $1/v^2$ behafteten - Beiwerte der inneren (Formänderungs-)Kräfte:

$$\bar{S} = \int_0^1 \left(-s_M \cdot \bar{f}^2 + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot s_L \right) \bar{f}^K s_{ML} dy \quad (2)$$

Durch den Buchstaben s (bzw. S) ist in Gl. (2) irgendein vorgegebenes Determinantenglied gekennzeichnet. ⁴⁾ Der Faktor s_{ML} ist nicht direkt vom Aufbau des Flugzeuges abhängig; er gibt

³⁾ Die aus Tafel 2 hervorgehende Zuordnung der Parameter zwischen den einzelnen Vierergruppen der Beiwerte h_g entspricht dem Bild 7 bei Küssner und Schwarz [1].

^{3a)} Vgl. jedoch dem Nachtrag S. 14, Absatz 1).

lediglich den speziellen Ansatz wieder und ist ein Produkt aus Formänderungsfunktionen und solchen Funktionen, die bei der Rückführung etwaiger Mehrfachintegrale, wie solche bei den Momentenkriterien auftreten, auf Einfachintegrale entstehen. - Der Exponent K ($K = 0, 1, 2$) ergibt sich aus der Stellung von \bar{s} innerhalb der Determinante. - Ebenso wie K ist der Klammerausdruck, sobald ω_0 vorgegeben ist, vom speziellen Ansatz unabhängig; ergibt Massenverteilung und Form des Flugzeuges bzw. seines mechanischen Ersatzsystems wieder. s_M ist der Beiwert der (reduzierten) Massenkräfte,⁵⁾ s_L , wie bereits erwähnt, der Beiwert der Luftkräfte. - Durch Gl.(2) sind die Luftkraftbeiwerte s_L definiert. Ähnlich Gl.(1) ergibt sich

$$s_L = [uv(1+T) + s_1] + i\omega [uw(1+T) + s_2] - \omega^2 s_3 \quad (3)$$

Die s_m ($m = 1, 2, 3$) sowie u, v und w sind wieder Funktionen der Ruderbaugrößen und gehen aus Tafel 3 hervor.

Zu der Auffassung der Bewegungen A + B nach Bild 1 als Freiheitsgrade eines Flatteransatzes und entsprechend der Beiwerte s_L als Luftkraftbeiwerte der Determinantenglieder \bar{M} ist noch zu bemerken:

1) Die Freiheitsgrade A + B sind so gewählt, dass sich die s_L übersichtlich und zugleich einheitlich für die verschiedenen Flatterkriterien darstellen lassen. Auf die für noch allgemeinere Freiheitsgrade - z.B. Flügelrotation ohne mitdrehendes Ruder, wie sie dem wirklichen Flugzeug mit diskreten Ruderanschlüssen entspricht - erforderlichen Umformungen wird im Bericht [8] eingegangen.

2) In Tafel 3 sind entsprechend Bild 1 und 2 die Bezugspunkte der Drehungen und der zugehörigen Luftkraftmomente voneinander unterschieden. Diese Unterscheidung ist erforderlich, damit das Luftkraftgesetz der rückverlegten Kniekkante mit eingegliedert werden kann; zugleich ermöglicht sie eine raschere Einsicht in das Zustandekommen der Tafel 3.

In Wirklichkeit sind jedoch beim Ruder sowohl die Dreh-

4) Bei der Durchführung von Flatterrechnungen empfiehlt es sich, zur Vermeidung zusätzlicher, die Übersicht störender Indizes jedem Determinantenglied einen besonderen Buchstaben zuzuordnen, der in Gl.(2) an die Stelle von s (bzw. S) tritt.

5) Für den Gesamtauftrieb K infolge Flügelschlages A z.B. ist

$$s_M = -m/\pi \rho \ell^2 \text{ und } K = 0.$$

achse als auch die Momentenbezugsachse identisch mit der Lagerachse. Es ist also bei den Ersatzsystemen mit Stufe $\epsilon_1 = \bar{\epsilon}_1$ und $\epsilon_2 = \bar{\epsilon}_2$. Darüber hinaus ist es bei der Anwendung des Energiekriteriums erforderlich, auch $\epsilon = \bar{\epsilon}$ zu setzen. Beim Energiekriterium müssen sich Bewegungen und Wirkungen entsprechen, m.a.W., die Matrix der "Luftmassenbeiwerte" s_3 muss nach den Reziprozitätssätzen symmetrisch sein, wenigstens für die Ersatzsysteme mit Stufe. Dass sie für das Ersatzsystem mit rückverlegter Knickkante nicht symmetrisch sein kann, bedeutet für dieses einen beträchtlichen Schönheitsfehler und ist in der fehlenden Reziprozität zwischen Bewegung und Wirkung am Ruderausgleich dieses Modelles begründet, der zwar an der Ruderdrehung nicht teilnimmt, wohl aber einen Beitrag zu den Ruderkräften liefert. Doch muss auch bei rückverlegter Knickkante im Energieansatz $\epsilon = \bar{\epsilon}$ sein.

3. Berücksichtigung des Einflusses der endlichen Spannweite.

Hat man die *s t a t i o n ä r e* Druckverteilung einer Tragfläche endlicher Spannweite anzugeben, deren Profilskelett nicht geradlinig ist, die also etwa ein ausgeschlagenes Ruder hat, so wird man unter den üblichen Vernachlässigungen einer linearisierten Theorie diese Druckverteilung zerlegen in einen durch Mittelbildung in Tiefenrichtung entstandenen Anteil, die sog. Zirkulation, der eine reine *G*etangensverteilung des Druckes über der Tiefe entspricht, und einen Restanteil, der über die Abweichung der Druckverteilung in Tiefenrichtung von dieser *G*etangensverteilung aussagt. Die Zirkulation unterliegt dem Spannweitereinfluss. Sie wird errechnet nach der Wirbelfadentheorie und stellt sich dar als Lösung der Prandtl'schen Integralgleichung. Ausser in Spezialfällen gewinnt man diese Lösung allgemein nach dem von Multhopp in seinem Bericht [7] angegebenen Verfahren. Der Spannweitereinfluss auf dem Restanteil wird vernachlässigt.

Bei der Behandlung der von Küssner in seiner Allgemeinen Tragflächentheorie [6] aufgestellten Integralgleichung des entsprechenden *i n s t a t i o n ä r e n* Problems, der harmonisch schwingenden Tragfläche grossen, aber endlicher Streckung -

Gl.(57) in [6] - hat es sich als zweckmässig erwiesen, eine etwas andere, jedoch ähnliche Aufspaltung der Druckverteilung vorzunehmen. In der Form

$$h_g = h_g^{(1)} + h_g^{(2)}$$

für die instationären Luftkraftbeiwerte der Tragfläche endlicher Spannweite gewinnt man den Anteil $h_g^{(1)}$ auf Grund der Vorschriften des Abschnittes 2 als Beiwert h_g nach der Streifen-theorie; in ihm ist lediglich die komplexe Funktion $T(\omega)$ zu ersetzen durch die neue komplexe Funktion

$$Y(\omega) = \frac{J_0(\omega) + i J_1(\omega)}{-J_0(\omega) + i J_1(\omega)}$$

es ist $Y(0) = -T(0) = -1$.

Der Beiwert $h_g^{(2)}$, dem eine reine Cotangensverteilung des Druckes über die Tiefe entspricht, ergibt sich ähnlich dem Muthoppschen Verfahren im Stationären als Lösung eines linearen Gleichungssystems, das die Abwindgrössen vorgegeben, über der Spannweite verteilter Stellen in Beziehung zueinander setzt. Allerdings sind die Koeffizienten dieses Gleichungssystems komplex; ferner verschwindet nicht, wie im Stationären, jeder zweite Koeffizient. Doch existiert auch für dieses komplexe Gleichungssystem ein einfaches und gut arbeitendes iteratives Lösungsverfahren. Wichtig für die Flatterberechnung ist, dass die lineare Überlagerbarkeit der an einer Tragfläche für verschiedene Abwindverteilungen - das sind m.a.W. verschiedene Freiheitsgrade mit vorgegebenen Verformungsfunktionen längs der Spannweite - gewonnenen Lösungen auch im Instationären bestehen bleibt.

Zahlentafeln und Einzelheiten zu diesem Lösungsverfahren der Integralgleichung der schwingenden Tragfläche grosser Streckung erscheinen demnächst als Bericht von M. Dingel und H. G. Küssner.

4. Tafeln zum Luftkraftgesetz.

Die in den Tafeln 2 und 3 vorkommenden Funktionen $Z = Z(\tau)$ sind durch Tafel 4 ihren bisherigen Bezeichnungen bei H. G. Küssner

und L. Schwarz [1] und bei K. Borkmann und F. Dietze [5] - der letztere Bericht wird im folgenden sowie auf Tafel 4 kurz als FB 1417 zitiert - zugeordnet. Wo eine Unterscheidung erforderlich ist, ist die geschlossene Stufe gekennzeichnet durch einen übergesetzten Strich: \bar{Z} , die offene Stufe durch einen übergesetzten Kreis: \bar{Z} . Die nicht derart gekennzeichneten Funktionen Z gelten für alle drei behandelten Ersatzsysteme.

Tafel 4 gibt zugleich den Ort der graphischen Darstellung dieser Funktionen an. Im allgemeinen ist dieser für die Funktionen \bar{Z} der vorliegende FB 1539, für die übrigen Funktionen der FB 1417. In beiden Tafelwerken finden sich auch die jeweils zugehörigen Zahlentafeln.

Die 2-parametrischen Funktionen sind doppelt dargestellt; jeder Parameter dient auf einer Kurventafel als Abszisse, auf der anderen als Kurvenparameter. Als Parameterbereiche vorgesehen sind $0,1 \leq \tau_1 \leq 0,6$ und $0 \leq \tau_2 \leq 0,1$. Ihnen entsprechen die auf Tafel 4 angegebenen Kurventafelnummern. Diese reichen nicht aus beim Ersatzsystem mit rückverlegter Knickecke, wenn τ_1 und τ_2 bzw. τ_2 und τ_1 nebeneinander als Parameter auftreten. Dann sind die weiteren Kurventafeln des FB 1417 mit heranzuziehen; sie ergeben sich aus dem dort beigelegten Übersichtsblatt. Bei Z_{36} wird die Benutzung der unten angegebenen Beziehung (6) erforderlich.

Die 2-parametrischen Funktionen sind im FB 1417 mit $f_{\mu}(\tau_{\mu}, \tau_{\nu})$ bezeichnet ($\mu, \nu = 1, 2; \alpha, \beta$). μ entspricht dem linken, ν dem rechten Index bei Z . Eine Ausnahme bildet $Z_{38}^{\mu, \nu} = f_{37}(\tau_{\nu}, \tau_{\mu})$.⁶⁾

Sin 1 in Tafel 4 deutet an, dass bei der Kurventafelableitung auf Besonderheiten zu achten ist. So unterscheiden sich einzelne Funktionen nur durch konstante ganzzahlige Faktoren voneinander; Z_{38} geht aus Z_{37} durch Vertauschung der Parameter hervor. Derartige Funktionen sind nur einmal gemeinsam dargestellt.

Die Funktionen Z_{36} und Z_{39} sind symmetrisch bzgl. ihrer Parameter. Z_{36} lässt sich auf Grund der Beziehung

⁶⁾ Dieser Ausnahme ist, wie in einem demnächst erscheinenden Berichtigungsblatt der ZWB mitgeteilt wird, in den Formeltafeln zum FB 1417 nicht Rechnung getragen.

$$Z_{36}^{1,2} = Z_1^1 \cdot Z_{23}^2 - \overset{0}{Z}_{28}^{2,1} = Z_1^2 \cdot Z_{23}^1 - \overset{0}{Z}_{28}^{1,2} = Z_{36}^{1,2} \quad (4)$$

auch ohne zusätzliche Ableitung aus Kurventafeln gewinnen. - Die Funktion \bar{Z}_{16} wird im folgenden Abschnitt 5 besprochen.

In Kurventafel 22 und 23 sind $T'(\omega)$ und $T''(\omega)$ über $\lg \omega$ aufgetragen. ⁷⁾

5. Anpassung an stationäre Messungen.

Über das bei der Flatterberechnung eines vorgegebenen Flugzeuges zu wählende Ersatzsystem für den Flügel mit Ruder sind z. Z. noch keine gesicherten Unterlagen vorhanden. Einen Anhalt gibt der anschauliche Vergleich der Konstruktion, insbesondere der Durchflussverhältnisse bei kleinen Ruderwinkeln, mit Bild 1. Berühmend ist, dass bisherige Vergleichsrechnungen i. a. keinen entscheidenden Einfluss der Wahl zwischen den vorgeschlagenen Systemen auf das Ergebnis gezeigt haben.

In den meisten Fällen werden stationäre Messergebnisse vorliegen, etwa über die Abhängigkeit des Rudermomentes vom Ruderwinkel. Diese lassen sich zur Angleichung des gewählten Ersatzsystems an die vorliegenden Verhältnisse benutzen. Als geometrisch sinnvoller Parameter für diese Angleichung steht bei der geschlossenen Stufe die Breite $2\tau \cdot \ell$ der als Ausgangssystem gewählten schrägen Stufe zur Verfügung, die in die e i n p a r a m e t r i g e Funktion \bar{Z}_{16} eingeht, s. u. Bei allen drei angeführten Ersatzsystemen bleibt als Notbehelf die Variation des Ruderausgleiches durch eine von der Wirklichkeit abweichende Festlegung der Rudervorderkante, d. i. des vorderen Bezugspunktes für die Ruderbaugrößen.

In den im Abschnitt 2 angegebenen instationären Luftkräften gilt im stationären Grenzfall

$$\omega = 0; \quad e^{i\omega t} = 1; \quad (1+T) = 2.$$

In den auf Tafel 1 angegebenen Ausdrücken für Auftrieb und Luft-

⁷⁾ Bei der Ableitung der bei verschiedenen Bezugsfrequenzen über der Spannweite auftretenden Funktionswerte $T(\omega \cdot \xi)$ benutzt man wegen $\lg(\omega \cdot \xi) = \lg \omega + \lg \xi$ am besten einen Ablesestreifen, auf dem $\lg \xi$ eingetragen ist.

kraftmoment ist im Stationären der Faktor π zu ersetzen durch die gemessene Profilkonstante

$$c_1 = \frac{1}{2} \frac{d c_a}{d \alpha} < \pi$$

Der Anstellwinkel α sowie der als Amplitude G einzusetzende Ruderwinkel $B (= G)$ sind im Bogenmass zu messen.

Beispiel:

$$\begin{aligned} \text{Rudermoment } M_r &= c_r \cdot q \cdot F \cdot t \\ &= c_r \cdot \rho \cdot v^2 \cdot 2l^2 b \\ &= c_1 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot l^2 b \cdot S_L(c, R) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{stationäre Messung} \\ \\ \text{Luftkraftgesetz} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \left(\frac{d c_r}{d B} \right) \\ \lambda=0 \\ B=0 \end{array} \right\} = \frac{c_1}{2} \left[2Z_1^{\lambda} Z_5^1 + Z_{19}^{1, \lambda} - \varepsilon_1 (2Z_3^{\lambda} Z_5^1 + 2Z_1^{\lambda} Z_4^1 + Z_{17}^{1, \lambda} + Z_{18}^{1, \lambda}) + \varepsilon_1^2 (2Z_3^{\lambda} Z_4^1 + Z_{16}^{1, \lambda}) \right] \quad (6)$$

Für die bei Zugrundelegung einer geschlossenen Stufe in Gl. (6) auftretende einparametrische Funktion \bar{Z}_{16}^1 ist in Tafel 4 kein Darstellungsort angegeben. Sie bedarf einer gesonderten Behandlung.

Von der Beziehung

$$Z_{mn}^{1,2} \rightarrow Z_{mn}^1 \quad \text{für } \tau_2 \rightarrow \tau_1$$

bildet \bar{Z}_{16}^1 eine Ausnahme; es gilt

$$\bar{Z}_{16}^{1,2} \rightarrow \infty \quad \text{für } \tau_2 \rightarrow \tau_1$$

Diese Ausnahme ist begründet in einer nichtintegrierbaren Singularität im stationären Anteil der (linearisierten) Druckverteilung am Ort der Stufe, die nach dem Grenzübergang zur Stufenbreite 0 auftritt.⁸⁾ Bei zwei-parametrischem \bar{Z}_{16}^1 liegt diese Singularität entweder gar nicht im Integrationsbereich des zugehörigen Luftkraftbeiwertes - $\bar{Z}_{16}^{2,1}$ - oder aber wird durch Bildung eines Cauchy'schen Hauptwertes überbrückt - $\bar{Z}_{16}^{1,2}$.

⁸⁾ Vgl. dazu den einleitend erwähnten Bericht [2].

In der e i n p a r a m e t r i g e n Funktion \bar{Z}_{16} dagegen lässt sich infolge dieser Singularität der Grenzübergang zur Stufenbreite 0 nicht durchführen. Sie muss somit noch die endliche Stufenbreite $2\Delta\tau\ell$ enthalten und bildet dadurch einen geeigneten Ansatzpunkt zur Angleichung der geschlossenen Stufe an das gegebene Flatterproblem.

Die Durchführung einer Flatterrechnung auf Grund des Luftkraftgesetzes der geschlossenen Stufe ist durchaus möglich ohne eine Zahlenangabe für die Stufengrösse $\Delta\tau$. An sich wäre eine solche zunächst erforderlich für die Festlegung des Ausgangssystems, der schrägen Stufe. Sie würde aber dafür nicht ausreichen, da über die Lage dieser Stufe zu dem Spalt zwischen Flügel und Ruder noch nichts ausgesagt wäre. Da sich andererseits $\Delta\tau$ aus Nachrechnungen stets recht klein ergeben hat, ist es im Rahmen der bei der Angleichung der vorgesehenen Ersatzsysteme an die Wirklichkeit überhaupt erreichbaren Genauigkeit berechtigt, als vorderen Bezugspunkt der Ruderbaugrössen auch bei geschlossener Stufe die Rudervorderkante zu wählen - bzw. den Punkt, den man auch bei den beiden anderen Ersatzsystemen als Bezugspunkt wählen würde. Sind aber die Ruderbaugrössen erst einmal derart festgelegt, so ergibt sich \bar{Z}'_{16} direkt aus Gl.(6) oder, je nach den vorliegenden Messungen, aus einem ähnlichen Ansatz.

Der nachfolgende analytische Ausdruck für \bar{Z}_{16} ist also i. a. für die Anwendung nicht erforderlich. In ihm sind die in $\Delta\tau$ quadratischen Glieder gestrichen:

$$\bar{Z}_{16} = 2 \ln \Delta\tau / \pi^2 + \bar{Z}_{16a} + \Delta\tau \cdot \bar{Z}_{16b} .$$

Darin ist $\bar{Z}_{16a} = \phi_{21} / \pi^2$ nach Küssner und Schwarz [1].

$$\bar{Z}_{16b} = - \frac{2}{\pi^2} \operatorname{otg}^2 \gamma = \frac{1}{\pi^2} \left(2 + \frac{1}{2^2(2-1)} \right)$$

ist neu eingeführt.

Die Funktionen \bar{Z}_{16a} und \bar{Z}_{16b} sind in den Kurventafeln 1 und 3 des vorliegenden Berichts mit dargestellt.

Zum Schluss muss noch auf die Tatsache hingewiesen werden, dass die Angleichung des aerodynamischen Ersatzsystems an stationäre Messungen recht illusorisch werden kann. Stationäre

Ruderkraftmessungen, insbesondere im Bereich kleinerer Anstell- und Ruderwinkel, werden oft durch Grenzschichtvorgänge beeinflusst, von denen angenommen werden muss, dass sie sich bei instationären Vorgängen merklich anders auswirken. So können insbesondere bei Ruderprofilen, die hinter der Drehachse nicht von Geraden gebildet sind, sondern konvexe Oberflächen haben, im Bereich kleiner Anstell- und Ruderwinkel durch die Grenzschicht ganz erhebliche Ausgleichwirkungen vorgetäuscht werden. Die Wahl des aerodynamischen Ersatzsystems bleibt in solchen Fällen weitgehend der persönlichen Entscheidung überlassen. Zur Schliessung dieser Erkenntnislücke sind instationäre Druckmessungen erforderlich.

Schrifttum.

- [1] H.G.Küssner und L.Schwarz, "Der schwingende Flügel mit aerodynamisch ausgeglichenerm Ruder".
Lufo Bd.17 (1940) S.337 - 354
- [2] F.Jordan, "Zum Luftkraftgesetz des aerodynamischen Ersatzsystems mit geschlossener Stufe".
FB 1527
- [3] H.Söhngen, "Bestimmung der Auftriebsverteilung für beliebige instationäre Bewegungen (Ebenes Problem)".
Lufo Bd.17 (1940) S.401 - 420
- [4] F.Dietze, "Zum Luftkraftgesetz der harmonisch schwingenden, knickbaren Platte (Flügel mit Ruder und Hilfsruder)".
Lufo Bd.18 (1941) S.135 - 141
- [5] K.Borkmann und F.Dietze, "Tafeln zum Luftkraftgesetz des harmonisch schwingenden Flügels".
FB 1417
- [6] H.G.Küssner, "Allgemeine Tragflächentheorie".
Lufo Bd.17 (1940) S.370-378
- [7] H.Multhopp, "Die Berechnung der Auftriebsverteilung von Tragflügeln."
Lufo Bd.15 (1938) S.153 - 169
- [8] F.Jordan und W.Dessecker, "Die Flatterdeterminante bei verschiedenen Kriterien."
AVA - Bericht 41/6/15. Erscheint später als FB
- [9] F.Jordan, "Vereinfachte Integration der Luftkräfte bei Flatteruntersuchungen."
FB 1538

Nachtrag vom 1.10.42; ergänzt.

1.) Die Formel

$$\bar{Z}_{16} = 2 \ln \Delta \tau / \pi^2 + \bar{Z}_{16a} + \Delta \tau \cdot \bar{Z}_{16b}$$

auf Seite 12 unten ist aus der Vorstellung entstanden, dass die schräge Stufe den Spalt zwischen Flosse und Ruder überbrücke, also nicht selbst zum Ruder gehöre. Bei grösseren Spaltbreiten liegt die im FB 1417 von K. Borkmann und F. Dietze durchgeführte Auffassung, die die schräge Stufe mit zum Ruder rechnet, näher. Bei der Durchführung dieser letzteren Vorstellung ändert sich in der zur Rede stehenden Formel lediglich das Vorzeichen bei dem Summanden $\Delta \tau \bar{Z}_{16b}$; es wird somit

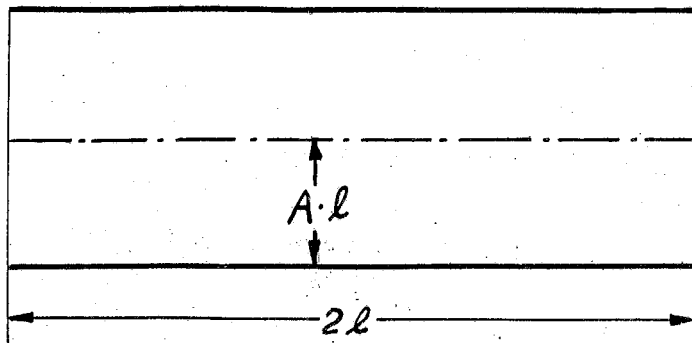
$$\bar{Z}_{16} = 2 \ln \Delta \tau / \pi^2 + \bar{Z}_{16a} - \Delta \tau \cdot \bar{Z}_{16b}$$

Die zahlenmässige Auswirkung dieser Änderung ist meist geringfügig.

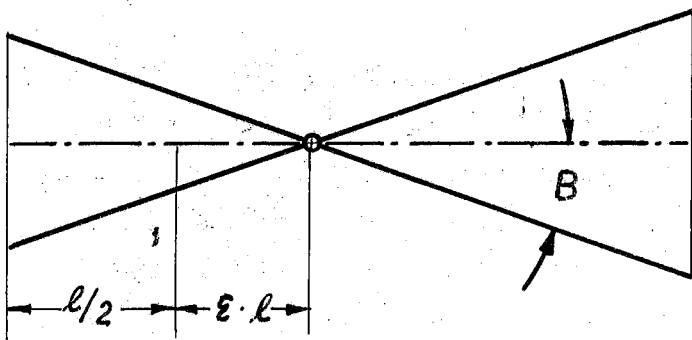
Ein Bericht mit Beispielen für den Einfluss einer Reihe verschiedener Ruderauffassungen bei gleichem Ausgleichsgrad auf die kritische Geschwindigkeit ist in Vorbereitung (FB 1817; dort findet sich eine Tafel, die Tafel 3 des vorliegenden Berichtes für die schräge Stufe ergänzt).

2.) Zu Bild 1 und 2.

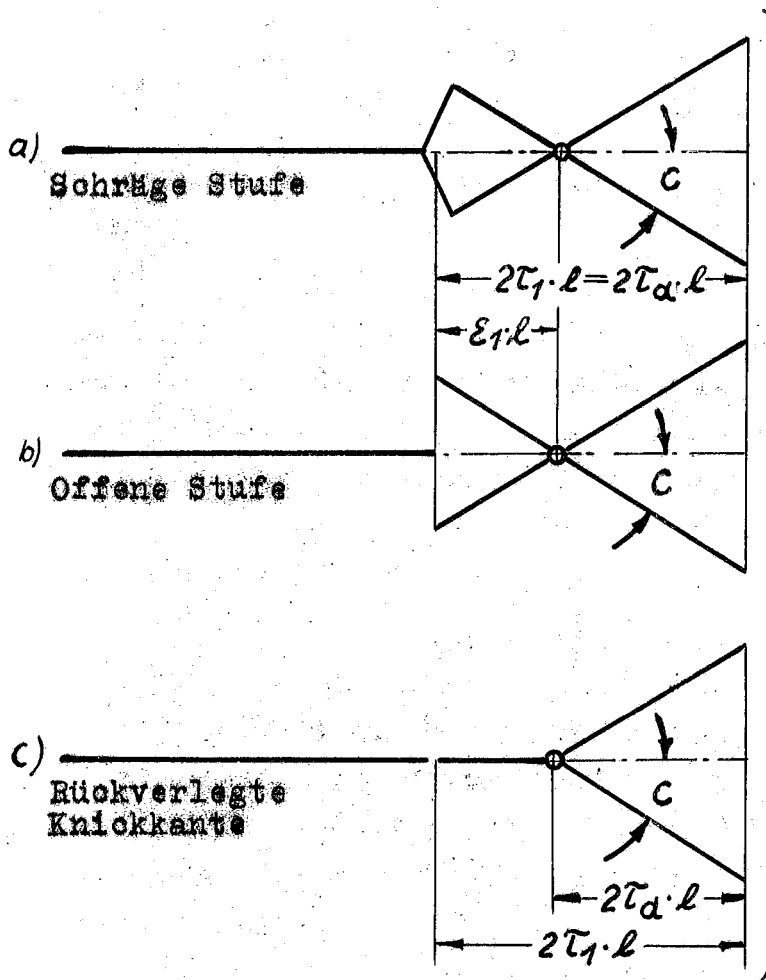
Die Bilder 1 und 2 ordnen die Richtungen von Bewegungen und Kräften einander zu. Angegeben sind die durch den Faktor $e^{i \nu t}$ dividierten Grössen, d. s. die Amplituden. An sich willkürlich ist die Ausgangsdefinition, dass der/ A b wind nach u n t e r p o s i t i v gerechnet wird, Bild 1. Aus Bild 1 ergeben sich die in Bild 2 angegebenen Richtungen der Kraftamplituden.



Flügel Schlag $A \cdot l \cdot e^{i\gamma t}$
 Amplitude $A \cdot l$



Flügel drehung $B \cdot e^{i\gamma t}$
 Amplitude B

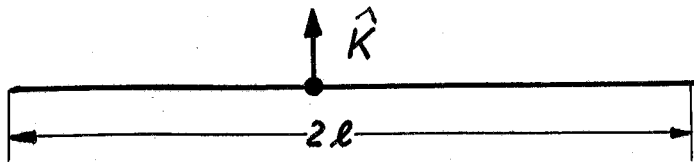


Ruder drehung $C \cdot e^{i\gamma t}$
 Amplitude C

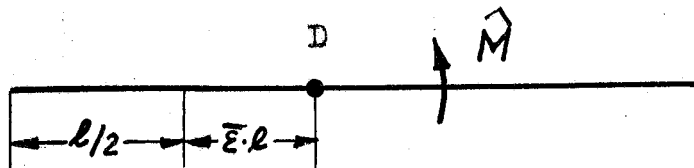
Hilfsrudder drehung $E \cdot e^{i\gamma t}$
 Amplitude E (statt C)

τ_2 " τ_1
 τ_β " τ_α
 ϵ_2 " ϵ_1

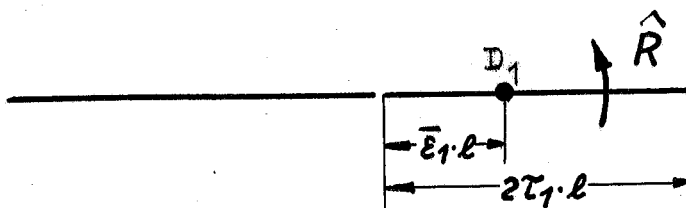
Bild 1. Bewegungsformen (zusammengesetzte Bewegungen)
 Erläuterung s. Bild 2.



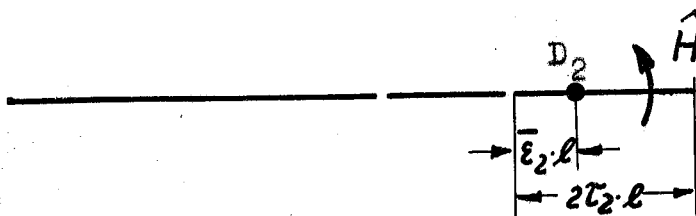
Gesamtauftrieb K
 $K = \hat{K} \cdot e^{i\nu t}$



Gesamtmoment M
 um D
 $M = \hat{M} \cdot e^{i\nu t}$



Gesamtrudermoment R
 um D_1
 $R = \hat{R} \cdot e^{i\nu t}$



Hilfsrudermoment H
 um D_2
 $H = \hat{H} \cdot e^{i\nu t}$

Erläuterung zu Bild 1 und 2:

Der vordere Bezugspunkt der Ruderbaugrößen τ_1 , ϵ_1 und $\bar{\epsilon}_1$ (bezw. τ_2 , ϵ_2 und $\bar{\epsilon}_2$) ist bei der geschlossenen Stufe die Mitte der als Ersatzsystem gewählten schrägen Stufe a) in Bild 1, aus der die geschlossene Stufe durch Grenzübergang zur Stufenbreite 0 gewonnen ist, bei der offenen Stufe b) und der rückverlegten Knickkante c) die Rudervorderkante.

Gesamtflügelteiefe $t = 2 \cdot l = 2 \cdot l_0 x$.

Bild 2. Wirkungen (Kräfte und Momente).

Instationärer Auftrieb: $K = \pi \rho v^2 l \cdot b \cdot G \cdot e^{i \nu t} \cdot h_g$ [kg]
Instationäres Luftkraftmoment: $M = \pi \rho v^2 l^2 \cdot b \cdot G \cdot e^{i \nu t} \cdot h_g$ [kgm]

Im Luftkraftbeiwert h_g kennzeichnet h die Wirkung, den Anteil der Luftkraft, zu dem der Beiwert gehört; g zeigt die Bewegung, die erzeugende harmonische Schwingungsform an. G ist die (dimensionslose) Amplitude zu g .

Zeiger h

- k Auftrieb des Gesamtflügels K
- r " " " ruders
- p " " Hilfsruders
- m Gesamtmoment M mit $\bar{\epsilon} = 0$
- n " rudermoment R mit $\bar{\epsilon}_1 = 0$
- q Hilfsrudermoment H mit $\bar{\epsilon}_2 = 0$

Zeiger g

- a Schlag des Gesamtflügels A
- d " " " ruders
- f " " Hilfsruders
- b Drehung des Gesamtflügels B mit $\epsilon = 0$
- c " " " ruders C mit $\epsilon_1 = 0$
- e " " Hilfsruders E mit $\epsilon_2 = 0$

Bewegungen $A \div E$ und Wirkungen $K \div H$ siehe Bild 1 und 2.

Tafel 1 Definition der elementaren Luftkraftbeiwerte $k_g \div q_g$

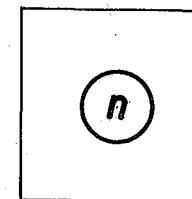
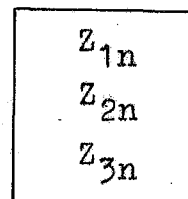
Bewegung		g		Flügel (-)		Ruder (α)		Hilfsruder (β)	
				Schlag	Drehung	Schlag	Drehung	Schlag	Drehung
h	Wirkung	Z _v	(a)	(b)	(d)	(c)	(f)	(e)	
		Z _u Z _w	0	1	Z ₃ ^α	Z ₁ ^α	Z ₃ ^β	Z ₁ ^β	
Flügel (-)	Kraft (k)	1	0	0	(2)	(3)	(2)	(3)	
	Moment (m)	0	0	0	(4)	(5)	(4)	(5)	
Ruder (1)	Kraft (r)	Z ₄ ¹	0	(0)	(6)	(7)	(6)	(7)	
	Moment (n)	Z ₅ ¹	0	(1)	(8)	(9)	(8)	(9)	
Hilfsruder (2)	Kraft (p)	Z ₄ ²	0	(0)	(6)	(7)	(6)	(7)	
	Moment (q)	Z ₅ ²	0	(1)	(8)	(9)	(8)	(9)	

Erläuterungen:

1) Die einzelnen Felder der nebenstehenden Tafel sind durch die links und oben angebrachten Randleisten den elementaren Luftkraftbeiwerten h_g zugeordnet und enthalten folgende Angaben:

entweder

oder



Z_u ist der linken, Z_v und Z_w sind der oberen Randleiste zu entnehmen.

- Die Matrix der Z_{3n} ist symmetrisch gegenüber der Diagonalen k_a + q_a (vgl. jedoch Absatz 3d!). Z₃₀(=Z₃₄) und Z₃₁(=Z₃₅) sind in Tafel 4 nicht gesondert aufgeführt.
- Die Parameter τ₁, τ_α; τ₂, τ_β (s. Bild 1) der Funktionen Z = Z(τ) werden durch zusätzliche (obere) Indizes 1, α; 2, β angegeben. Diese Indizes stehen für die einzelnen Doppelzeilen bzw. -spalten in den äusseren Randleisten in Klammern hinter "Ruder" usw. . Zu beachten ist:
 - Von den beiden Indizes jedes Feldes steht links der Zeilenindex (Ziffer): Z_{mn}^{1,α} (nicht Z_{mn}^{α,1} !) usw. .
 - Der Strich (-) bei "Flügel" erscheint nicht im Index: statt Z_{mn}^{1,-} ist zu schreiben Z_{mn}¹ usw. .
 - Gleiche Indizes erscheinen nur einfach: ist τ₁ = τ_α (Stufengesetze), so ist statt Z_{mn}^{1,α} = Z_{mn}^{1,1} zu schreiben Z_{mn}¹, usw. .
 - Die Matrix der Z_{3n} (vgl. Absatz 2) ist bzgl. der Indizes nur symmetrisch, falls τ₁ = τ_α und τ₂ = τ_β (Stufengesetze).
- Beim Ersatzsystem mit rückverlegter Knickkante werden die Spalten (d) und (f) sinnlos und fallen fort.

Beispiele:

$$k_a = i\omega(1+T) - \omega^2$$

$$q_a = i\omega Z_5^2(1+T) - \omega^2 Z_{33}^2$$

$$q_c = [Z_5^2 Z_1^\alpha(1+T) + Z_{19}^{2,\alpha}] + i\omega [Z_5^2 Z_2^\alpha(1+T) + Z_{29}^{2,\alpha}] - \omega^2 Z_{39}^{2,\alpha}$$

$$h_g = [Z_u Z_v(1+T) + Z_{1n}] + i\omega [Z_u Z_w(1+T) + Z_{2n}] - \omega^2 Z_{3n}$$

$$h'_g = Z_u(Z_v(1+T') - \omega Z_w T'') + Z_{1n} - \omega^2 Z_{3n}$$

$$h''_g = Z_u(Z_v T'' + \omega Z_w(1+T')) + \omega Z_{2n}$$

Tafel 2 Elementare Luftkraftbeiwerte h_g.

FB 7509

42/19/10

Ein Parameter

Z	\bar{Z} $\overset{\circ}{Z}$	K. S. [1]	B. D. FB1417	Kurvetafel Nr. FB1417 FB1539	
Z ₁		Φ_1 / π	f ₁ (τ)	4	-
Z ₂		$\Phi_2 / 2\pi$	f ₂ (τ)	3/4	-
	\bar{Z}_3	Φ_{13} / π	-	-	1b/2
Z ₄		Φ_{31} / π	f ₃₁ (τ)	7/8	-
Z ₅		$\Phi_8 / 2\pi$	f ₈ (τ)	9/10	-
	\bar{Z}_{14}	Φ_{15} / π	-	-	1b/2
Z ₁₅		Φ_5 / π	f ₅ (τ)	6	-
	\bar{Z}_{16}	$r_{\bar{a}}^* / \pi^2$	-	-	1)
Z ₁₇		Φ_{35} / π^2	f ₃₅ (τ)	8	-
	\bar{Z}_{18}	Φ_{18} / π^2	-	-	1a/3
Z ₁₉		Φ_{10} / π^2	f ₁₀ (τ)	9/10	-
Z ₂₀		Φ_{32} / π	f ₃₂ (τ)	3/4	-
Z ₂₁		$\Phi_9 / 2\pi$	f ₉ (τ)	5/6	-
	\bar{Z}_{22}	Φ_{14} / π	-	-	1a/2
Z ₂₃		Φ_3 / π	f ₃ (τ)	3/4	-
	\bar{Z}_{24}	$2\Phi_5 / \pi$	2f ₅ (τ)	6 !	-

Ein Parameter (Fortsetzung)

Z	\bar{Z} $\overset{\circ}{Z}$	K.-S. [1]	B. D. FB1417	Kurvetafel Nr. FB1417 FB1539	
	$\overset{\circ}{Z}_{24}$	Φ_5 / π	f ₅ (τ)	6	-
Z ₂₅		$\Phi_6 / 2\pi$	f ₆ (τ)	3/4	-
	\bar{Z}_{26}	Φ_{16} / π^2	-	-	1a/2
	$\overset{\circ}{Z}_{26}$	Φ_{35} / π^2	f ₃₅ (τ)	8	-
Z ₂₇		Φ_{36} / π^2	f ₃₆ (τ)	3/4	-
	\bar{Z}_{28}	Φ_{19} / π^2	-	-	1a/3
	$\overset{\circ}{Z}_{28}$	Φ_{10} / π^2	f ₁₀ (τ)	9/10	-
Z ₂₉		$\Phi_{11} / 2\pi^2$	f ₁₁ (τ)	5/6	-
Z ₃₂		Φ_3 / π	f ₃ (τ)	3/4	-
Z ₃₃		$\Phi_4 / 2\pi$	f ₄ (τ)	5/6	-
Z ₃₄		$\Phi_6 / 4\pi$	$\frac{1}{2}f_6$ (τ)	3/4 !	-
Z ₃₅		$\Phi_7 / 4\pi$	f ₇ (τ)	7/8	-
Z ₃₆		Φ_{17} / π^2	f ₃₈ (τ)	5/6	-
Z ₃₇		$\Phi_{37} / 2\pi^2$	f ₃₇ (τ)	7/8	-
Z ₃₈		$\Phi_{37} / 2\pi^2$	f ₃₇ (τ)	7/8	-
Z ₃₉		$\Phi_{12} / 4\pi^2$	f ₁₂ (τ)	7/8	-

Zwei Parameter

Z	\bar{Z} $\overset{\circ}{Z}$	K. S. [1]	B. D. FB1417	Kurvetafel Nr. FB1417 FB1539	
	$\bar{Z}_{16}^{1,2}$	$X_{12}(\psi, \varphi) / \pi^2$	-	-	4/5 6/7
$Z_{17}^{1,2}$		$X_3(\psi, \varphi) / \pi^2$	f ₃₅ (τ ₁ , τ ₂)	40/42 39/43	-
	$\bar{Z}_{18}^{1,2}$	$X_{16}(\psi, \varphi) / \pi^2$	-	-	8/9 10/11
$Z_{19}^{1,2}$		$X_8(\psi, \varphi) / \pi^2$	f ₁₀ (τ ₁ , τ ₂)	13-16/19 11/12/20/21	-
	$\bar{Z}_{26}^{1,2}$	$X_{13}(\psi, \varphi) / \pi^2$	-	-	12/13 14/15
	$\overset{\circ}{Z}_{26}^{1,2}$	$X_3(\psi, \varphi) / \pi^2$	f ₃₅ (τ ₁ , τ ₂)	40/42 39/43	-
$Z_{27}^{1,2}$		$X_4(\psi, \varphi) / \pi^2$	f ₃₆ (τ ₁ , τ ₂)	47/49 45/46/50	-
	$\bar{Z}_{28}^{1,2}$	$X_{17}(\psi, \varphi) / \pi^2$	-	-	16/17 18/19
	$\overset{\circ}{Z}_{28}^{1,2}$	$X_8(\psi, \varphi) / \pi^2$	f ₁₀ (τ ₁ , τ ₂)	13-16/19 11/12/20/21	-
$Z_{29}^{1,2}$		$X_9(\psi, \varphi) / \pi^2$	f ₁₁ (τ ₁ , τ ₂)	24/27 23/28/29	-
$Z_{36}^{1,2}$		$X_{14}(\psi, \varphi) / \pi^2$	2)	3/4/11-21	20/21
$Z_{37}^{1,2}$		$X_5(\psi, \varphi) / \pi^2$	f ₃₇ (τ ₁ , τ ₂)	54/57/59 52/53/58/60	-
$Z_{38}^{1,2}$		$X_{18}(\psi, \varphi) / \pi^2$	f ₃₇ (τ ₂ , τ ₁)	52/53/58/60 ! 54/57/59	-
$Z_{39}^{1,2}$		$X_{10}(\psi, \varphi) / \pi^2$	f ₁₂ (τ ₁ , τ ₂)	31, 35-37	-

Erläuterungen:

- 1) Wo eine Unterscheidung erforderlich ist, ist die geschlossene Stufe gekennzeichnet durch einen übergesetzten Strich: \bar{Z} , die offene Stufe durch einen übergesetzten Kreis: $\overset{\circ}{Z}$.
- 2) Nicht aufgeführt sind: $Z_{10}=Z_{11}=Z_{12}=Z_{13}=\overset{\circ}{Z}_{14}=\overset{\circ}{Z}_{16}=\overset{\circ}{Z}_{18}=\overset{\circ}{Z}_{22}=\overset{\circ}{Z}_{23}=0$. $Z_{30}(=Z_{34})$; $Z_{31}(=Z_{35})$.
- 3) Bei den 2-parametrischen Funktionen sind die eingesetzten Parameter $\tau_1 = 0,5(1+\cos\varphi)$ und $\tau_2 = 0,5(1+\cos\psi)$ und ihre Reihenfolge lediglich Beispiele zur Kennzeichnung der Zuordnung. Die jeweils in der oberen Reihe stehenden Kurvetafeln gehören zu der angegebenen, die jeweils untenstehenden zu der entgegengesetzten Reihenfolge dieser Parameter.

1) Vgl. Abschnitt 5 des vorliegenden FB 1539
 2) Im FB 1417 ist $Z_{36}^{1,2} = f_1(\tau_1)f_3(\tau_2) - f_{10}(\tau_2, \tau_1)$

Tafel 4. Verschiedene Bezeichnungen und Darstellungsort der Funktionen Z.

Wirkung		Bewegung		A	B	C	E
		v	w				
K	1	v		0	1	$Z_1^d - \varepsilon_j Z_3^d$	$Z_1^B - \varepsilon_2 Z_3^B$
		w		1	$1 - \varepsilon$	$Z_2^d - \varepsilon_j Z_1^d$	$Z_2^B - \varepsilon_2 Z_1^B$
M	$-\bar{\varepsilon}$	v		0	1	$Z_{m3}^d - \varepsilon_j Z_{m2}^d$	$Z_{m3}^B - \varepsilon_2 Z_{m2}^B$
		w		$1/2 - \bar{\varepsilon}$	$1/2 - \varepsilon$	$Z_{m5}^d - \varepsilon_j Z_{m4}^d - \bar{\varepsilon}(Z_{m3}^d - \varepsilon_j Z_{m2}^d)$	$Z_{m5}^B - \varepsilon_2 Z_{m4}^B - \bar{\varepsilon}(Z_{m3}^B - \varepsilon_2 Z_{m2}^B)$
R	$\bar{\varepsilon}_1 Z_4^1$ $Z_5^1 - \bar{\varepsilon}_1 Z_4^1$	v		0	$Z_{21}^1 - \bar{\varepsilon}_j Z_{20}^1$	$Z_{m9}^{1,d} - \varepsilon_j Z_{m8}^{1,d} - \bar{\varepsilon}_1(Z_{m7}^{1,d} - \varepsilon_j Z_{m6}^{1,d})$	$Z_{m9}^{1,B} - \varepsilon_2 Z_{m8}^{1,B} - \bar{\varepsilon}_1(Z_{m7}^{1,B} - \varepsilon_2 Z_{m6}^{1,B})$
		w		$Z_{33}^1 - \bar{\varepsilon}_1 Z_{32}^1$	$Z_{35}^1 - \varepsilon \cdot Z_{33}^1 - \bar{\varepsilon}_1(Z_{34}^1 - \varepsilon \cdot Z_{32}^1)$	$Z_{m9}^{2,d} - \varepsilon_j Z_{m8}^{2,d} - \bar{\varepsilon}_2(Z_{m7}^{2,d} - \varepsilon_j Z_{m6}^{2,d})$	$Z_{m9}^{2,B} - \varepsilon_2 Z_{m8}^{2,B} - \bar{\varepsilon}_2(Z_{m7}^{2,B} - \varepsilon_2 Z_{m6}^{2,B})$
H	$\bar{\varepsilon}_2 Z_4^2$ $Z_5^2 - \bar{\varepsilon}_2 Z_4^2$	v		0	$Z_{21}^2 - \bar{\varepsilon}_j Z_{20}^2$	$Z_{m9}^{2,d} - \varepsilon_j Z_{m8}^{2,d} - \bar{\varepsilon}_2(Z_{m7}^{2,d} - \varepsilon_j Z_{m6}^{2,d})$	$Z_{m9}^{2,B} - \varepsilon_2 Z_{m8}^{2,B} - \bar{\varepsilon}_2(Z_{m7}^{2,B} - \varepsilon_2 Z_{m6}^{2,B})$
		w		$Z_{33}^2 - \bar{\varepsilon}_2 Z_{32}^2$	$Z_{35}^2 - \varepsilon \cdot Z_{33}^2 - \bar{\varepsilon}_2(Z_{34}^2 - \varepsilon \cdot Z_{32}^2)$		

$$s_L = (u \cdot v(1+T) + s_1) + i \omega (u \cdot w(1+T) + s_2) - \omega^2 \cdot s_3$$

Erläuterungen:

- Die einzelnen Felder der nebenstehenden Tafel sind durch die oben und links angebrachten Randleisten den Bewegungen A ÷ E und Wirkungen K ÷ H zugeordnet.
In den Spalten A und B ist immer $s_1 = 0$. s_2 steht jeweils oben, s_3 unten.
In den Spalten C und E ist s_m ($m = 1, 2, 3$) angegeben.
u ist der linken, v und w sind der oberen Randleiste zu entnehmen.
- Die Parameter $\tau_1, \tau_\alpha; \tau_2, \tau_\beta$ (s. Bild 1) der Funktionen $Z = Z(\tau)$ sind durch die (oberen) Indizes 1, α ; 2, β angegeben.
- Bei den Ersatzsystemen mit geschlossener oder offener Stufe ist wegen $\tau_1 = \tau_\alpha, \tau_2 = \tau_\beta$ der Index α durch 1, β durch 2 zu ersetzen; statt $Z_{mn}^{1,\alpha} = Z_{mn}^{1,1}$ ist zu schreiben Z_{mn}^1 , statt $Z_{mn}^{2,\beta} = Z_{mn}^{2,2}$ ist zu schreiben Z_{mn}^2 .
- Beim Ersatzsystem mit rückverlegter Knickkante fallen ε_1 und ε_2 fort bzw. sind durch 0 zu ersetzen.
- Für $\tau_1 = \tau_\alpha$ usw. und $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ usw. ist die Matrix der s_3 symmetrisch bzgl. der Diagonalen KA ÷ HE. (Die Funktionen Z_{39} und Z_{36} sind symmetrisch bzgl. ihrer Parameter; $Z_{37}^{1,2} = Z_{38}^{2,1}$ und umgekehrt).

Tafel 3. Zusammengesetzte Luftkraftbeiwerte s_L .

τ	\bar{z}_3	\bar{z}_{14}	\bar{z}_{16a}	\bar{z}_{16b}	\bar{z}_{18}	\bar{z}_{22}	\bar{z}_{26}	\bar{z}_{28}
.60	259 899	-363 859	-032 256	- 008 443	-189 039	623 757	546 395	195 383
.55	287 922	-345 507	-018 228	- 002 047	-174 651	633 429	537 527	178 486
.50	318 310	-318 310	000 000	- 000 000	-159 155	636 620	520 952	159 155
.45	351 905	-281 524	+022 301	- 002 047	-142 931	633 429	497 134	138 228
.40	389 848	-233 909	048 801	- 008 443	-126 279	623 757	466 436	116 496
.35	433 783	-173 513	079 904	- 020 042	-109 443	607 297	429 153	094 714
.30	486 226	-097 245	116 388	- 038 599	-092 624	583 472	385 527	073 610
.25	551 329	000 000	159 618	- 067 547	-075 991	551 329	335 758	053 893
.20	636 620	+127 324	212 022	- 113 986	-059 687	509 296	280 019	036 256
.15	757 729	303 092	278 298	- 194 696	-043 835	454 637	218 454	021 382
.10	954 930	572 958	369 144	- 360 253	-028 542	381 972	151 192	009 940
.09	1 012 161	647 783	392 308	- 415 924	-025 559	364 378	137 065	008 122
.08	1 079 441	734 020	418 014	- 485 681	-022 603	345 421	122 716	006 473
.07	1 160 226	835 363	446 935	- 566 691	-019 675	324 863	108 145	004 998
.06	1 259 907	957 529	480 058	- 695 595	-016 774	302 378	093 353	003 704
.05	1 387 481	1 109 985	518 913	- 863 896	-013 903	277 496	078 341	002 594
.04	1 559 394	1 309 891	566 062	-1 116 644	-011 061	249 503	063 109	001 674
.03	1 809 987	1 592 788	626 311	-1 538 271	-008 249	217 198	047 659	949
.02	2 228 169	2 049 916	710 450	-2 382 082	-005 468	178 254	031 990	425
.01	3 167 143	3 040 458	852 907	-4 914 589	-002 718	126 686	016 103	107

Tafel 5. Einparametrische Funktionen $\bar{z} \cdot 10^6$.

$\begin{matrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{matrix}$.60	.55	.50	.45	.40	.35	.30	.25	.20	.15	.10
.10	482 489	478 763	467 466	448 155	419 951	381 315	329 560	259 609	160 201	-003 881	-
.09	524 893	522 573	512 435	494 095	466 753	429 003	378 407	310 477	215 696	+067 113	-330 172
.08	573 774	572 967	564 025	546 620	520 024	482 945	433 157	366 648	275 252	137 686	-153 774
.07	631 347	632 200	624 509	608 002	582 017	545 355	495 969	430 234	341 031	211 091	-029 475
.06	701 055	703 778	697 422	681 771	656 221	619 656	570 169	504 442	416 171	290 981	+079 471
.05	788 628	793 528	788 634	773 785	748 429	711 515	661 244	594 532	505 686	382 429	187 668
.04	904 500	912 066	908 834	894 703	869 168	831 224	779 140	709 986	618 499	493 876	306 795
.03	1070 392	1081 475	1080 250	1066 684	1040 311	1000 141	944 464	870 401	772 912	642 115	453 543
.02	1342 348	1358 721	1360 200	1346 838	1318 190	1273 238	1210 188	1126 047	1015 687	869 470	665 419
.01	1942 196	1969 213	1975 395	1960 941	1925 388	1867 535	1785 222	1674 861	1530 423	1341 023	1083 643

$$+\bar{z}_{16}^{12} \cdot 10^6$$

Tafel 6

$$-\bar{z}_{16}^{21} \cdot 10^6$$

$\begin{matrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{matrix}$.60	.55	.50	.45	.40	.35	.30	.25	.20	.15	.10
.10	013 882	016 139	018 876	022 307	026 783	032 917	041 889	056 279	082 969	148 597	368 833
.09	011 748	013 646	015 941	018 810	022 538	027 618	034 990	046 664	067 824	116 953	236 237
.08	009 761	011 327	013 218	015 574	018 623	022 758	028 714	038 038	054 601	091 333	162 427
.07	007 921	009 185	010 706	012 597	015 036	018 326	023 033	030 326	043 053	070 233	113 029
.06	006 233	007 222	008 410	009 882	011 774	014 315	017 927	023 471	032 995	052 700	077 321
.05	004 703	005 445	006 334	007 433	008 841	010 724	013 385	017 435	024 293	038 105	050 592
.04	003 338	003 861	004 488	005 260	006 247	007 561	009 407	012 194	016 855	026 027	030 411
.03	002 151	002 486	002 887	003 380	004 008	004 840	006 005	007 749	010 634	016 195	015 460
.02	001 162	001 342	001 557	001 821	002 155	002 598	003 214	004 131	005 631	008 472	005 141
.01	000 408	000 471	000 545	000 637	000 753	000 906	001 118	001 431	001 939	002 886	

$\tau_1 \backslash \tau_2$.60	.55	.50	.45	.40	.35	.30	.25	.20	.15	.10
.10	269 611	221 486	174 110	128 259	084 775	044 616	008 947	-020 696	-042 012	-050 691	-028 542
.09	319 966	267 528	215 712	165 314	117 192	072 310	031 818	-002 799	-029 397	-044 217	-036 295
.08	377 871	320 467	263 548	207 943	154 530	104 287	058 363	+018 209	-014 149	-035 352	-037 219
.07	445 699	382 451	319 544	257 843	198 259	141 794	089 610	043 142	+004 337	-023 742	-034 519
.06	527 118	456 800	386 664	317 625	250 639	186 747	127 138	073 252	026 993	-008 778	-028 509
.05	628 175	548 985	469 795	391 590	315 388	242 288	173 529	110 585	055 354	+010 575	-018 861
.04	759 808	668 886	577 751	487 482	399 190	314 061	233 415	158 800	092 157	036 189	-004 611
.03	944 577	836 880	728 692	621 241	515 782	413 638	316 269	225 356	142 965	071 871	+016 415
.02	1240 241	1105 062	968 993	833 517	700 135	570 421	446 089	329 084	221 749	127 131	049 742
.01	1873 325	1677 578	1480 176	1283 186	1088 690	898 851	715 997	542 739	382 155	238 141	116 180

$$+\bar{z}_{18}^{12} \cdot 10^6$$

Tafel 7

$$-\bar{z}_{18}^{2,1} \cdot 10^6$$

$\tau_1 \backslash \tau_2$.60	.55	.50	.45	.40	.35	.30	.25	.20	.15	.10
.10	1 084	1 257	1 466	1 725	2 060	2 513	3 163	4 175	5 960	9 887	28 542
.09	828	960	1 118	1 315	1 568	1 909	2 396	3 148	4 456	7 243	17 187
.08	613	710	827	971	1 157	1 406	1 760	2 302	3 234	5 169	11 298
.07	436	505	588	690	821	996	1 243	1 620	2 261	3 560	7 368
.06	295	341	397	466	553	670	834	1 084	1 502	2 336	4 642
.05	186	215	250	293	347	420	522	676	932	1 432	2 757
.04	105.8	122.4	142.1	166.3	197.1	238.0	295.2	380.8	522.2	794.5	1 490.0
.03	051.3	059.2	068.7	080.4	095.2	114.8	142.1	182.7	249.3	375.9	689.6
.02	018.5	021.4	024.8	029.0	034.3	041.2	051.0	065.3	088.8	132.7	238.9
.01	003.3	003.8	004.4	005.1	006.0	007.2	008.9	011.4	015.4	022.9	040.5

$\tau_1 \backslash \tau_2$.60.	.55	.50	.45	.40	.35	.30	.25	.20	.15	.10
.10	560 909	551 151	537 309	519 197	496 465	468 535	434 478	392 743	340 470	271 144	151 192
.09	536 342	527 358	514 533	497 708	476 568	450 598	418 976	380 341	332 250	269 417	172 899
.08	509 613	501 394	489 585	474 048	454 506	430 500	401 302	365 726	321 679	264 835	182 011
.07	480 359	472 901	462 114	447 878	429 949	407 924	381 163	348 632	308 546	257 343	185 305
.06	448 088	441 392	431 639	418 727	402 444	382 437	358 148	328 685	292 529	246 748	183 971
.05	412 092	406 166	397 472	385 923	371 339	353 413	331 666	305 335	273 143	232 686	178 300
.04	371 289	366 154	358 560	348 438	335 636	319 895	300 809	277 739	249 625	214 523	168 082
.03	323 869	319 561	313 139	304 550	293 667	280 279	264 054	244 471	220 675	191 135	152 561
.02	266 321	262 916	257 796	250 923	242 199	231 461	218 452	202 771	183 766	160 292	129 974
.01	189 639	187 309	183 775	179 011	172 954	165 494	156 458	145 577	132 422	116 245	095 547

$$\bar{Z}_{26}^{1,2} \cdot 10^6$$

Tafel 8

$$\bar{Z}_{26}^{2,1} \cdot 10^6$$

$\tau_1 \backslash \tau_2$.60	.55	.50	.45	.40	.35	.30	.25	.20	.15	.10
.10	020 583	023 712	027 248	031 309	036 062	041 769	048 858	058 103	071 133	092 348	151 192
.09	017 477	020 125	023 113	026 539	030 542	035 336	041 266	048 953	059 669	076 685	115 012
.08	014 566	016 766	019 245	022 084	025 394	029 348	034 221	040 503	049 174	062 658	090 414
.07	011 858	013 643	015 653	017 950	020 624	023 810	027 724	032 743	039 611	050 101	070 439
.06	009 360	010 764	012 344	014 147	016 243	018 733	021 783	025 675	030 958	038 906	053 642
.05	007 083	008 142	009 333	010 590	012 264	014 132	016 411	019 307	023 210	029 002	039 374
.04	005 042	005 794	006 638	007 599	008 712	010 029	011 633	013 661	016 377	020 360	027 292
.03	003 258	003 743	004 286	004 904	005 618	006 462	007 486	008 777	010 495	012 987	017 224
.02	001 765	002 026	002 319	002 652	003 037	003 490	004 039	004 728	005 639	006 949	009 132
.01	000 621	000 713	000 815	000 932	001 066	001 224	001 415	001 654	001 969	002 417	003 151

$\tau_2 \backslash \tau_1$.60	.55	.50	.45	.40	.35	.30	.25	.20	.15	.10
.10	448 271	392 634	338 177	285 315	234 491	186 195	140 988	099 554	062 787	032 015	009 940
.09	434 541	381 324	329 197	278 550	229 799	183 397	139 867	099 835	064 111	033 867	011 261
.08	418 499	367 919	318 340	270 127	223 664	179 374	137 736	099 325	064 871	035 409	012 724
.07	399 775	352 084	305 305	259 776	215 853	173 923	134 425	097 882	064 949	036 538	014 148
.06	377 866	333 366	289 689	247 144	206 056	166 779	129 711	095 321	064 195	037 132	015 395
.05	352 066	311 130	270 925	231 731	193 841	157 574	123 286	091 393	062 413	037 037	016 328
.04	321 315	284 422	248 166	212 795	178 568	145 765	114 700	085 736	059 319	036 042	016 785
.03	283 865	251 676	220 023	189 120	159 189	130 470	103 228	077 771	054 473	033 825	016 542
.02	236 377	209 901	183 851	158 400	133 728	110 028	087 512	066 426	047 068	029 821	015 234
.01	170 421	151 564	133 000	114 850	097 240	080 306	064 194	049 076	035 154	022 691	012 054

$$\bar{z}_{28}^{1,2} \cdot 10^6$$

Tafel 9

$$\bar{z}_{28}^{2,1} \cdot 10^6$$

$\tau_2 \backslash \tau_1$.60	.55	.50	.45	.40	.35	.30	.25	.20	.15	.10
.10	1 621	1 866	2 141	2 455	2 822	3 259	3 796	4 486	5 434	6 898	9 940
.09	1 241	1 428	1 638	1 877	2 156	2 488	2 895	3 417	4 128	5 211	7 319
.08	921	1 059	1 214	1 392	1 598	1 842	2 141	2 523	3 041	3 820	5 274
.07	557	755	866	992	1 138	1 311	1 523	1 792	2 155	2 695	3 672
.06	445	512	586	671	770	887	1 029	1 209	1 451	1 807	2 436
.05	281	323	370	424	486	559	648	760	911	1 130	1 509
.04	160.4	184.3	211.0	241.4	276.5	318.0	368.4	431.8	516.2	638.5	846.2
.03	077.9	089.4	102.3	117.0	134.0	154.0	178.3	208.8	248.7	307.2	404.3
.02	028.2	032.3	037.0	042.3	048.4	055.6	064.3	075.2	089.6	110.2	144.1
.01	005.0	005.7	006.5	007.4	008.5	009.8	011.3	013.2	015.7	019.3	025.0

$\tilde{L}_2 \backslash \tilde{L}_1$.60	.55	.50	.45	.40	.35	.30	.25	.20	.15	.10
.10	045 121	043 579	041 867	039 966	037 849	035 482	032 810	029 754	026 177	021 808	015 840
.09	038 691	037 382	035 928	034 314	032 519	030 513	028 253	025 672	022 660	019 006	014 146
.08	032 564	031 472	030 261	028 916	027 422	025 753	023 875	021 735	019 245	016 240	012 317
.07	026 767	025 877	024 891	023 797	022 581	021 226	019 702	017 967	015 955	013 540	010 430
.06	021 330	020 628	019 849	018 986	018 028	016 954	015 760	014 397	012 820	010 936	008 536
.05	016 294	015 762	015 173	014 520	013 795	012 989	012 083	011 057	009 871	008 461	006 681
.04	011 707	011 328	010 909	010 444	009 929	009 356	008 713	007 985	007 147	006 153	004 909
.03	007 635	007 390	007 119	006 819	006 486	006 116	005 702	005 234	004 695	004 059	003 268
.02	004 173	004 040	003 893	003 731	003 551	003 351	003 127	002 874	002 584	002 243	001 821
.01	001 481	001 435	001 383	001 326	001 262	001 192	001 114	001 025	000 924	000 804	000 658

Tafel 10

$$\bar{z}_{36}^{1,2} \cdot 10^6 = \bar{z}_{36}^{2,1} \cdot 10^6$$