



Mechanische
Eigenschaften des
menschlichen Arms:
räumliche
Modellierung und
Identifikation

Bachelorarbeit

Marvin Ludersdorfer



BACHELORARBEIT

MECHANISCHE EIGENSCHAFTEN DES MENSCHLICHEN ARMS: RÄUMLICHE MODELLIERUNG UND IDENTIFIKATION

Freigabe:

Der Bearbeiter:

Unterschriften

Marvin Ludersdorfer



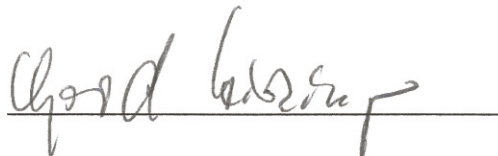
Betreuer:

Dominic Lakatos



Der Institutsdirektor

Prof. Dr. G. Hirzinger



Dieser Bericht enthält 65 Seiten, 11 Abbildungen und 3 Tabellen

BACHELORARBEIT

Hochschule für angewandte Wissenschaften Deggendorf
Fakultät Maschinenbau und Mechatronik
Studiengang Mechatronik

Mechanische Eigenschaften des menschlichen Arms: räumliche Modellierung und Identifikation

(spatial modeling and identification of human arm parameters)

Bachelorarbeit zur Erlangung des akademischen Grades:
Bachelor of Engineering (B. Eng.)

vorgelegt von: Marvin Ludersdorfer
Prüfer: Prof. Dr. rer. nat. Stefan Schulte

Frontenhausen, den 27. April 2012

Erklärung

Name des Studierenden: Marvin Ludersdorfer
Name des Betreuenden: Prof. Dr. rer. nat. Stefan Schulte
Thema der Bachelorarbeit: Mechanische Eigenschaften des menschlichen Arms: räumliche Modellierung und Identifikation

1. Ich erkläre hiermit, dass ich die Bachelorarbeit selbständig verfasst, noch nicht anderweitig für Prüfungszwecke vorgelegt, keine anderen als die angegebenen Quellen oder Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und sinngemäße Zitate als solche gekennzeichnet habe.

Deggendorf,

(Datum)

(Unterschrift des Studierenden)

2. Ich bin damit einverstanden, dass die von mir angefertigte Bachelorarbeit über die Bibliothek der Hochschule einer breiteren Öffentlichkeit zugänglich gemacht wird.

☐ Ja

☐ Nein

Ich erkläre und stehe dafür ein, dass ich alleiniger Inhaber aller Rechte an der Bachelorarbeit, einschließlich des Verfügungsrechts über Vorlagen an beigefügten Abbildungen, Plänen o. ä., bin und durch deren öffentliche Zugänglichmachung weder Rechte und Ansprüche Dritter noch gesetzliche Bestimmungen verletzt werden.

Deggendorf,

(Datum)

(Unterschrift des Studierenden)

Bei Einverständnis des Verfassers mit einer Zugänglichmachung der Bachelorarbeit vom Betreuer auszufüllen:

3. Eine Aufnahme eines Exemplars der Bachelorarbeit in den Bestand der Bibliothek und die Ausleihe des Exemplars wird

☐ befürwortet

☐ nicht befürwortet.

Deggendorf,

(Datum)

(Unterschrift des Betreuenden)

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird eine Methode präsentiert, um die Impedanzparameter des menschlichen Arms bei Bewegungen im Raum zu identifizieren. Zu diesem Zweck wird der Arm als Starrkörpermodell aus zwei Körpern mit insgesamt fünf Freiheitsgraden angenommen. Mit einem Infrarot-Kamerasystem wird die Lage dreier Markersterne auf dem Arm während der Bewegung verfolgt. Daraus kann die Position und Orientierung dreier körperfester Koordinatensysteme auf dem Arm berechnet werden. Aus dieser Information lässt sich das kinematische Modell durch Berechnen der Gelenkpositionen von Schulter und Ellenbogen bestimmen. Mit den konstanten geometrischen Parametern des Arms wird die Inverskinematik numerisch mittels nichtlinearer Optimierung berechnet. Die identifizierbaren Trägheitsparameter werden mittels linearer Regression bestimmt. Schließlich wird die symmetrische, positiv definite Steifigkeitsmatrix aus der Rückstellkraft des Arms auf eine Auslenkung aus der Ruhelage berechnet.

Abstract

In this thesis we present a method to identify spatial human arm stiffness. The human arm is modeled as a multi-body-system consisting of two rigid bodies, with a total of five degrees of freedom. An infrared motion capturing system is used to track three marker stars on the arm during movement. This allows the computation of three coordinate systems aligned with the arm. This information is used to determine the direct kinematic model by computing the joint positions of shoulder and elbow. The inverse kinematic model is determined numerical by nonlinear optimization. The base inertial parameters are estimated by linear regression. Afterwards, the symmetric, positive definite stiffness matrix is estimated from elastic forces produced by the muscles when the arm is displaced from an equilibrium position.

Vorwort

Diese Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als Bachelorand in der Bionik Gruppe am Institut für Robotik und Mechatronik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrttechnik (DLR).

In diesem Zusammenhang danke ich dem Leiter der Bionik Gruppe, Dr. Patrick van der Smagt, für die Möglichkeit an diesem Projekt zu arbeiten. Mein besonderer Dank gilt Dominic Lakatos für die Betreuung und Unterstützung vonseiten des DLR, seine wertvollen Anregungen und für die extensive Durchsicht der schriftlichen Arbeit. Daniel Rüsch danke ich für die gute Zusammenarbeit und seine unverzichtbare Mitarbeit am Projekt. Des Weiteren danke ich Prof. Dr. rer. nat. Stefan Schulte von der Hochschule Deggendorf für die Betreuung und das Interesse an der Arbeit. Dominikus Gierlach danke ich für seine technische Unterstützung. Schließlich danke ich Hannes Höppner für die Durchsicht der schriftlichen Arbeit und Holger Urbaneck für das Fotografieren des Versuchsstandes und des Probanden bei der Durchführung des Experiments.

Zur mathematischen Notation

Matrizen werden in dieser Arbeit entsprechend der in [26, 35] verwendeten Konvention durch *fett* gedruckte lateinische oder griechische Buchstaben bezeichnet. Bis auf einige Ausnahmen werden $m \times n$ Matrizen mit *Großbuchstaben* und $m \times 1$ Spaltenmatrizen mit *Kleinbuchstaben* gekennzeichnet. Auf die Matrixelemente wird mit *nach- und tiefgestellten Indizes* zugegriffen, wobei die Bezeichner *normal* gedruckt werden.

- Eine Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ besteht aus $m \times n$ Elementen, wobei m die Anzahl der Zeilen und n die Anzahl der Spalten bezeichnet.
- Dabei bezeichnet $A_{i,j}$ das i -te Element in der j -ten Spalte.
- Die $m \times m$ Einheitsmatrix wird in dieser Arbeit mit \mathbf{E}_m bezeichnet, z. B. steht \mathbf{E}_3 für $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.
- $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ist eine Spaltenmatrix,
- wobei a_i das i -te Element der Spaltenmatrix ist.

Beispiele für die verwendeten Matrixoperationen und ihre Notation sind in der folgenden Liste zusammengefasst.

- Der Operator $(\cdot)^T$ bezeichnet die *transponierte Matrix*, z. B. \mathbf{a}^T oder \mathbf{A}^T .

- Die *inverse Matrix* wird durch \mathbf{A}^{-1} notiert.
- Die Moore-Penrose Inverse (*Pseudoinverse*) einer Matrix wird durch \mathbf{A}^\dagger notiert.
- Die *Matrixmultiplikation* $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$ ist für $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ definiert, wobei $n = o$ gelten muss.

Vektoren werden durch *normal* gedruckte *Kleinbuchstaben* bezeichnet, die durch einen *Pfeil* gekennzeichnet werden.

- Formal beschreibt der *Vektor* $\vec{a} := \vec{e}^T \mathbf{a}$ eine Richtung im Raum und besitzt eine zugeordnete Länge. Dabei enthält die Matrix $\vec{e} = [\vec{e}_1 \ \vec{e}_2 \ \vec{e}_3]$ die Basisvektoren des Koordinatensystems, in dem die Komponenten $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ des Vektors \vec{a} dargestellt sind.
- Das *Skalarprodukt* $\vec{a} \cdot \vec{b}$ wird als Matrixmultiplikation $\mathbf{a}^T \mathbf{b}$ ausgeführt.
- Das *Kreuzprodukt* $\vec{a} \times \vec{b}$ wird als Matrixmultiplikation $\tilde{\mathbf{a}} \mathbf{b}$ ausgeführt, wobei die schiefsymmetrische Matrix $\tilde{\mathbf{a}} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ aus den Komponenten $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$ wie folgt gebildet wird:

$$\tilde{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} 0 & a_z & -a_y \\ -a_z & 0 & a_x \\ a_y & -a_x & 0 \end{bmatrix}.$$

Um die Notation zu vereinfachen, wird in dieser Arbeit nicht zwischen einem Vektor und seinen Komponenten unterschieden, wenn es nicht explizit erforderlich ist.

Verwendete Abkürzungen

Die wichtigsten in dieser Arbeit verwendeten Abkürzungen sind in alphabetischer Reihenfolge in der folgenden nicht abschließenden Tabelle zusammengefasst.

Abkürzung	Bedeutung	Erstmalig auf
EMG	Elektromyographie	Seite 38
FG	Freiheitsgrad	Seite 6
GPH	Gleichgewichtspunkt-Hypothese	Seite 5
KS	(kartesisches) Koordinatensystem	Seite 11
LBR	DLR Leichtbauroboter	Seite 8
SPDE	<i>Symmetric Positive Definite Estimation problem</i>	Seite 33
ZNS	Zentralnervensystem	Seite 4

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Impedanz im menschlichen Körper	3
1.2.1	Muskeln, Krafterzeugung und mechanische Impedanz	3
1.2.2	Die Gleichgewichtspunkt-Hypothese	5
1.2.3	Definition der Steifigkeit im menschlichen Körper	5
1.3	Identifikationsmethoden in der Literatur	6
1.3.1	Impedanzidentifikation während planarer Bewegungen	6
1.3.2	Identifikation der Kinematik- und Dynamikparameter bei Bewe- gungen im Raum	8
1.4	Aufgabenstellung	9
1.5	Ausblick auf die folgenden Kapitel	9
2	Theoretische Hintergründe	10
2.1	Mechanische Grundlagen	10
2.1.1	Definition eines Mehrkörpersystems	10
2.1.2	Die Begriffe Kinematik und Dynamik	11
2.2	Mathematische Grundlagen	11
2.2.1	Räumliche Lage eines Körpers	11
2.2.2	Kinematik	16
2.2.3	Dynamik	18
3	Die Steifigkeitsmessung am menschlichen Arm	21
3.1	Das Modell des menschlichen Arms	21
3.2	Mathematische Beschreibung des Armmodells	22
3.2.1	Kinematisches Modell	23
3.2.2	Projektion der Massendynamik des Arms auf die Basis	28
3.2.3	Inverses dynamisches Modell	30
3.3	Identifikation der Trägheitsparameter	30

3.4	Steifigkeitsidentifikation in statischen Armkonfigurationen	32
4	Versuchsstand und Versuchsdurchführung	35
4.1	Versuchsaufbau	35
4.1.1	Versuchsstand	35
4.1.2	Steuerung des Versuchs	38
4.2	Ablauf des Experiments	39
4.3	Versuchsvorbereitung	40
4.4	Versuchsdurchführung	42
4.4.1	Erstes Teilexperiment: Kinematikidentifikation	42
4.4.2	Zweites Teilexperiment: Trägheitsparameteridentifikation	43
4.4.3	Drittes Teilexperiment: Steifigkeitsmessung	44
5	Auswertung und Resultate	46
5.1	Interpolation und Synchronisation der Messdaten	46
5.2	Auswertung der Messdaten	47
5.2.1	Berechnung der Inverskinematik	47
5.2.2	Identifikation der Trägheitsparameter	48
5.2.3	Schätzung der Steifigkeit	48
5.3	Ergebnisse	49
5.3.1	Trägheitsparameter	49
5.3.2	Steifigkeit	50
6	Schlussfolgerungen und Ausblick	53

1 Einleitung

1.1 Motivation

Rodney Brooks, ehemaliger Direktor des Labors für künstliche Intelligenz am Massachusetts Institute of Technology, hielt im Jahr 2003 einen Vortrag über Roboter in unserem täglichen Leben¹. Angefangen mit Spielzeug und Haushaltsrobotern, sei es seiner Meinung nach nur noch eine Frage der Zeit, bis auch vielseitigere Roboter weite Verbreitung finden. In [36] widmen die Autoren ein Kapitel derartigen robotischen Systemen. Ihrer Ansicht nach werden z. B. Roboter für therapeutische und medizinische Zwecke, Such- und Rettungsroboter, oder humanoide Roboter früher oder später Einzug in unser tägliches Leben halten. Ein Schritt auf dem Weg dahin könnten sog. *Cobots* sein. Diese „kollaborierenden Roboter“ werden für die direkte Zusammenarbeit von Mensch und Maschine bei Montagearbeiten entwickelt [34]. Bei all diesen robotischen Systemen ist das Ziel die Interaktion zwischen Mensch und Maschine. Um eine für beide Seiten sichere Interaktion zu ermöglichen, müssen hohe Anforderungen an die Sicherheit des robotischen Systems gestellt werden [18]. Die Reaktion des Roboters auf ungeplante – und damit in der Steuerung des robotischen Systems nicht modellierte – Kontakte muss stabil und sicher sein. Daraus lassen sich zwei wesentliche Anforderungen an das robotische System ableiten:

- (i) Die mechanischen Komponenten müssen mit Kraftspitzen zurecht kommen und
- (ii) die Regelung muss robust gegenüber Modellungenauigkeiten sein.

Forderung (i) betrifft die Hardware des Roboters und das Objekt, mit dem er kollidiert. Bei einer Kollision sollen die mechanischen Komponenten des robotischen Systems nicht beschädigt und seine Motoren nicht überlastet werden. Aber auch der Kollisionspartner soll nicht beschädigt (oder verletzt) werden. Forderung (ii) bezieht sich auf die Software-Seite. Je komplexer der Roboter ist, desto mehr Abweichungen werden zwischen dem

¹Online verfügbar unter http://www.ted.com/talks/rodney_brooks_on_robots.html, zuletzt aufgerufen am 26.04.2012

realen System und dem Modell auftreten (vgl. Abschnitt 2.1). Robustheit gegenüber Modellungenauigkeiten bedeutet dann, dass die Regelung auch mit größeren Abweichungen des Modells von der Realität zurecht kommt.

Ein möglicher Ansatz zur Erfüllung der beiden Anforderungen (i) und (ii) in einem robotischen System ist die Einführung von Elastizitäten sowohl im mechanischen System als auch in den Regelalgorithmen [1, 17]. Dies lässt sich mathematisch mit dem „Aufweichen“ von kinematischen Zwangsbedingungen vergleichen [28]. Als Ergebnis erhält man ein robotisches System, welches sich verhält, als würde ein Feder-Masse-Dämpfer System zwischen der Soll-Konfiguration und der Ist-Konfiguration wirken [28]. In der Robotik bezeichnet man ein derartiges Regelungskonzept als Impedanzregelung².

Werden Elastizitäten in robotische Systeme eingeführt, treten damit auch zwei neue, einzustellende Parameter auf: Steifigkeit und Dämpfung. Diese Parameter werden als Impedanzparameter bezeichnet. Der Term *Steifigkeit* beschreibt die Widerstandskraft, die einer Verschiebung eines Körperteils aus der Gleichgewichtslage entgegenwirkt, z. B. [7, 13, 24, 31]. *Dämpfungskräfte* sind geschwindigkeitsabhängig und wirken der Bewegung entgegen. Um ein gefordertes Reaktionsverhalten des robotischen Systems zu erreichen, müssen sinnvolle Strategien zur Einstellung dieser beiden Parameter gefunden werden. Neben der zuvor genannten Stabilität und Robustheit des geregelten Systems gibt es hierfür weitere Kriterien. Beispiele sind die mechanische Festigkeit von Roboter und manipulierter Umgebung, oder das fehlerfreie Bewegen des Endeffektors entlang einer vorgegebenen Bahnkurve [28]. Zu diesem Zweck wird die Dämpfung üblicherweise so eingestellt, dass der Sollwert schnellstmöglich erreicht und ein auftretendes Überschwingen des mechanischen Systems minimiert wird [32]. Das lässt sich erreichen, indem das System *kritisch* gedämpft wird [41]. Zu beachten ist, dass die Dämpfung von der Eigenfrequenz des Systems abhängt. Die Eigenfrequenz wiederum hängt von der Massen- und Steifigkeitsmatrix ab, weswegen auch die Dämpfung von der eingestellten Steifigkeit abhängt. Für das Einstellen der Steifigkeitsparameter ist bislang noch keine derartige Strategie bekannt. Deshalb wird die Steifigkeit überwiegend heuristisch eingestellt. Um eine Strategie für das Einstellen der Steifigkeit zu finden, ist die für den Ingenieur wohl naheliegendste Vorgehensweise, sich an einem funktionierenden Vorbild aus der Natur zu orientieren. Der menschliche Körper scheint zu diesem Zweck hervorragend geeignet zu sein. Denn er ist in der Lage, unter verschiedensten Rahmenbedingungen mit der Umwelt zu interagieren, ohne sich zu verletzen oder die manipulierten Objekte zu zerstören.

²Da die Impedanzregelung von Robotern nicht vorrangiger Gegenstand dieser Arbeit ist, sondern lediglich ihrer Motivierung dienen soll, wird für eine detaillierte Beschreibung der verwendeten Methoden und Ansätze auf [21–23] verwiesen.

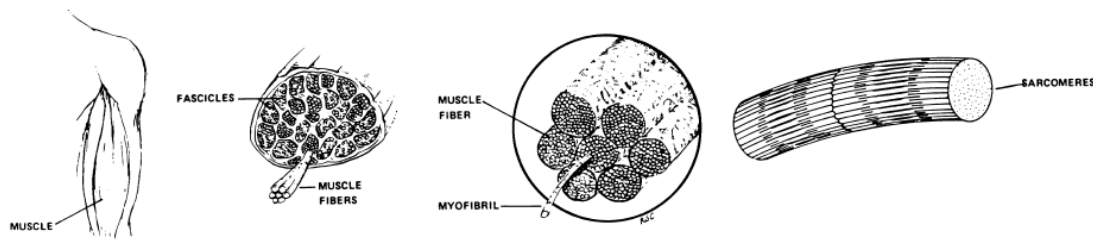


Abbildung 1.1 – Schematischer Aufbau des Skelettmuskels mit zunehmendem Detaillierungsgrad von links (Muskel) nach rechts (Myofibrille bzw. Sarkomer). Entnommen aus [30].

1.2 Impedanz im menschlichen Körper

Der Mechanismus, der vom menschlichen Körper zur Einstellung der Gelenksteifigkeit bei Armbewegungen im Raum verwendet wird, soll untersucht werden. Das Ziel ist es, daraus einen sinnvollen Ansatz für das Einstellen der Steifigkeitsparameter in Robotern abzuleiten. Dazu wird zuerst eine kurze Einführung in die Biomechanik des menschlichen Körpers gegeben:

1.2.1 Muskeln, Krafterzeugung und mechanische Impedanz

Skelettmuskeln bestehen aus einer großen Anzahl an Muskelfaserbündeln, die wiederum aus Muskelfasern zusammengesetzt sind [30]. Diese Muskelfasern bestehen aus Bündeln sogenannter Myofibrillen, die ihrerseits wieder aus einer Reihenstruktur von Sarkomeren zusammengesetzt sind (Abb. 1.1). Jedes Sarkomer ist in der Lage sich um ca. einen Mikrometer zusammenzuziehen, was in der Summe die Kontraktion des Skelettmuskels ermöglicht. Nach [20, 30] wird die durch den Muskel erzeugbare Kraft durch die Länge der Sarkomere und die Geschwindigkeit der Kontraktion beeinflusst:

Das Kraft-Dehnungsverhalten beschreibt die Abhängigkeit der erzeugbaren Muskelkraft von der Länge der Sarkomere. Es erlaubt Vergleiche zwischen dem biologischen Muskel und einer mechanischen Feder. Dabei ist eine Feder definiert als jedwedes Objekt, welches durch einen i. Allg. beliebigen Zusammenhang zwischen Verformung und Kraft charakterisiert ist, so dass das Integral der Kraft über die Verformung existiert [24]. Zwei Mechanismen sind beim Kraft-Dehnungsverhalten zu unterscheiden:

Wird der Muskel durch eine externe Last gedehnt, ändert sich die Länge der Sarkomere. Dadurch entsteht im Muskel eine passive Kraft, F_p . Dieser Vorgang wird als *passive Krafterzeugung* bezeichnet. Sie erzeugt eine Rückstellkraft analog einer nichtlinearen Feder. Im Gegensatz dazu wird bei *aktiver Krafterzeugung* der Muskel kontrahiert. Dabei

zeigt sich, dass der Muskel bei kurzen bzw. sehr langen Längen der Sarkomere nur geringe Kräfte F_a generieren kann. Bei mittleren Längen der Sarkomere hingegen kann der Muskel die Maximalkraft erzeugen. Abhängig von der Aktivierung des Muskels durch das Zentralnervensystem (ZNS) können dann für jede Länge der Sarkomere Kräfte zwischen F_p und $F_p + F_a$ erzeugt werden.

Die Kraft-Geschwindigkeit-Abhängigkeit besagt, dass die erzeugte Muskelkraft von der Geschwindigkeit der Kontraktion der Sarkomere abhängt. Umgekehrt gilt, dass die Kontraktionsgeschwindigkeit von der Kraft abhängt, die der Kontraktion des Muskels entgegenwirkt. Bei der Kraft-Geschwindigkeit-Abhängigkeit werden zwei Fälle unterschieden:

Als *konzentrische Kontraktion* wird der Vorgang bezeichnet, wenn der aktivierte Muskel mehr Kraft erzeugen kann, als zum Anheben einer Last nötig ist. Der Muskel zieht sich dann zusammen. Die so erzeugte Muskelspannung ist immer kleiner als die maximale Muskelspannung. Dabei ist der Zusammenhang zwischen Kontraktionsgeschwindigkeit und erzeugbarer Muskelkraft nichtlinear. Je leichter die Last ist, desto größer kann die Geschwindigkeit der Kontraktion sein. Bei maximaler Kontraktionsgeschwindigkeit wird Null Kraft erzeugt. Im Gegensatz dazu bezeichnet *exzentrische Kontraktion* den Zustand, wenn eine externe Last zu groß ist, als dass der Muskel sie anheben könnte. Dann wird der Muskel zwar aktiviert, jedoch durch die externe Last gedehnt. Die dadurch erzeugten Muskelspannungen können verglichen mit der maximalen Muskelspannung sehr groß werden. Anders als bei konzentrischer Kontraktion ist die absolute Muskelspannung relativ unabhängig von der Kontraktionsgeschwindigkeit.

Impedanzmodell: Im Skelettmuskel gibt es also Elemente, die eine Steifigkeit bzw. Dämpfung in das System einbringen. Um diese abzuschätzen könnten strukturtreue Modelle herangezogen werden, wie sie z. B. in [6, 9] beschrieben werden. Oder man modelliert die Gelenkmomente τ durch eine unbekannte, nichtlineare, jedoch kontinuierliche und stetig differenzierbare Vektorfunktion $h(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, wobei \mathbf{q} die Gelenkwinkel bezeichnet [28]. Bricht man die Taylor-Reihenentwicklung für den Arbeitspunkt $\mathbf{q}_0 = \text{konst.}$, $\dot{\mathbf{q}}_0 = 0$ nach den Termen erster Ordnung ab, so erhält man

$$\hat{h} = h|_{\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0} + \left. \frac{\partial h(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} \right|_{\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0} \tilde{\mathbf{q}} + \left. \frac{\partial h(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right|_{\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}. \quad (1.1)$$

Dabei gilt $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_0$. Aus (1.1) ergibt sich das Impedanzmodell

$$\hat{h} = \boldsymbol{\tau}_0 + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \quad (1.2)$$

wobei $\boldsymbol{\tau}_0$ die Gelenkmomente in der Ausgangslage $\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0$ beschreibt. \mathbf{K} bezeichnet die konstante Steifigkeitsmatrix und \mathbf{D} die konstante Dämpfungsmatrix. Zu beachten ist, dass die in diesem Abschnitt diskutierten Zusammenhänge nur in engen Grenzen um die Ausgangslage gültig sind.

1.2.2 Die Gleichgewichtspunkt-Hypothese

Aus biomechanischer Sicht ist es nicht ganz klar, wie das ZNS die koordinierte Bewegung eines Körperteils steuert. In der Literatur zur biologischen Kybernetik etablierte sich die sog. „Gleichgewichtspunkt-Hypothese“ (GPH) als ein möglicher Ansatz. Diese wurde erstmals 1985 von Hogan vorgeschlagen [24].

Beispielsweise soll folgende Aufgabe betrachtet werden: *Die Hand soll einer Bahnkurve im Raum folgen.* Hogan postulierte, dass das ZNS diese Bahnkurve in eine „virtuelle Trajektorie“ diskreter Gleichgewichtslagen des Arms aufteilt. Dabei ist eine Gleichgewichtslage durch das Kräftegleichgewicht der agonistischen und antagonistischen Muskeln in diesem Punkt gegeben. Anschließend könnte das ZNS die gewünschte Bewegung ausführen, indem es die Hand den einzelnen Gleichgewichtslagen folgen lässt [16, 24, 31]. Bislang gibt es keine Belege dafür, dass der Mensch bei der Bewegung seines Körpers tatsächlich einen derartigen Ansatz verfolgt. Dennoch hat sich die GPH als erfolgversprechender Ansatz für die Regelung von Robotern etabliert.

1.2.3 Definition der Steifigkeit im menschlichen Körper

In Abschnitt 1.1 wurde die Steifigkeit als Widerstandskraft entgegen der Auslenkung eines Körperteils aus einer Gleichgewichtslage eingeführt. Diese Definition lässt sich unter Betrachtung der GPH präzisieren. Die Steifigkeit kann demnach als Gradient eines konservativen Kraftfelds

$$F_k(\tilde{\mathbf{q}}) = \mathbf{K}\tilde{\mathbf{q}}, \quad \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_0 \quad (1.3)$$

betrachtet werden, welches der Verschiebung des Gleichgewichtspunktes entgegenwirkt [13]. \mathbf{q}_0 bezeichnet die Gelenkwinkel in der Gleichgewichtslage, \mathbf{q} sind die aktuellen Gelenkwinkel. Für dieses Vektorfeld müssen zum einen die Integrabilitätsbedingungen erfüllt sein, woraus folgt, dass die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} symmetrisch sein muss. Zum

anderen ist die potentielle Energie des Vektorfelds durch

$$U_k = \int_{\tilde{\mathbf{q}}} F_k(\tilde{\mathbf{q}}) d\tilde{\mathbf{q}} \quad (1.4)$$

gegeben. Als Lösung dieses Integrals ergibt sich

$$U_k = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{q}} \quad , \forall \tilde{\mathbf{q}} \neq 0 \quad , \tilde{\mathbf{q}}^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{q}} > 0. \quad (1.5)$$

Da die potentielle Energie des Feldes bei einer Auslenkung aus der Gleichgewichtslage ansteigen muss, folgt mit (1.5), dass \mathbf{K} positiv definit sein muss. Für jede Armkonfiguration ergibt sich in der Folge eine symmetrische, positiv definite Steifigkeitsmatrix. Diese wird als konstant angenommen und kann deshalb mittels linearer Regression aus der Rückstellkraft und der Amplitude der Auslenkung berechnet werden [7].

1.3 Identifikationsmethoden in der Literatur

Aufbauend auf die Pionierarbeit von Hogan [24] werden *Steifigkeitsmessungen* heute meistens nach dem im Folgenden erläuterten Schema vorgenommen. Dabei wird der menschliche Arm durch zwei gekoppelte Teilsysteme modelliert, nämlich das Skelett und das neuromuskuläre System. An den (starren) Knochen des Skeletts greifen die (elastischen) Muskeln an und bringen Kräfte und Momente in Gelenkrichtung ein. Anhand dieses Modells werden die systembeschreibenden Eigenschaften analysiert.

1.3.1 Impedanzidentifikation während planarer Bewegungen

Die meisten Untersuchungen der Impedanz des Arms, z. B. [16, 31, 33], betrachten Bewegungen des Arms in einer Ebene. Sie beschränken sich also auf ein zweidimensionales Armmodell mit meist zwei Freiheitsgraden (FG). Aufgrund der im Abschnitt 1.2.1 erläuterten Nichtlinearität der von Skelettmuskeln erzeugten Kraft muss das Modell bezüglich des zu betrachtenden Arbeitspunktes linearisiert werden. Als Ergebnis erhält man das lineare Differentialgleichungssystem 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten (1.2), welches die Ermittlung von zeitinvarianten Parametern ermöglicht.

Ausgangspunkt für die Identifikation der Impedanzparameter bei planaren Bewegungen ist meist ein von Mussa-Ivaldi *et al.* [31] vorgeschlagener Versuchsaufbau. Dieser dient dazu, den Arm aus einer Gleichgewichtslage auszulenken. Dabei sitzt der Proband mit am Stuhl fixierter Schulter, während der Arm in einer horizontalen Lage gestützt wird. Das Handgelenk wird mit einem planaren Roboter aus einer Ruhelage ausgelenkt und

die Rückstellkraft gemessen. Die Abschätzung der Steifigkeitsmatrix lässt sich aus der Definition in Abschnitt 1.2.3 ableiten [31]. Dazu wird der Arm in einer statischen Gleichgewichtslage perturbiert³. Die Steifigkeit lässt sich dann als Verhältnis aus Rückstellkraft und Amplitude der Auslenkung bestimmen [7, 13]. Zu diesem Zweck werden Kraft- und Lagedaten aus den quasi-stationären Anfangs- und Endzuständen (vor Beginn und nach Ende der Bewegung) verwendet. Mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate wird die Steifigkeitsmatrix für diese Armkonfiguration berechnet.

Um alle Impedanzparameter (Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix) identifizieren zu können, müssen die Zeitverläufe von Rückstellkräften und Auslenkungen betrachtet werden. Eine mögliche Realisierung wurde in [16] vorgeschlagen. Aufbauend auf den Versuchsaufbau aus [31] wird hier das Verhalten des Arms während einer Punkt-zu-Punkt Bewegung untersucht. Dazu wird der Arm während der Bewegung perturbiert und weicht dadurch von seiner ursprünglichen Trajektorie ab. Diese Bahnkurve wird mit einer zuvor aufgenommenen Referenztrajektorie für ungestörte Bewegung verglichen. Messdaten von gestörten Bahnkurven innerhalb eines Toleranzbands zur Referenztrajektorie werden für die Auswertung verwendet. Aus den Zeitverläufen der so ermittelten Kraft- und Lagedaten können dann in dem untersuchten Bereich gültige Werte für Steifigkeit und Dämpfung, sowie konstante Trägheitsparameter berechnet werden.

Diese Methode fordert eine große Anzahl an Annahmen über das dynamische Modell, dessen Parameter dann aus den Messdaten abgeschätzt werden müssen [33]. Um dies zu umgehen, haben Perreault *et al.* eine Methode entwickelt, die als einzige Annahme fordert, dass das untersuchte System für kleine Auslenkungen ein lineares Verhalten zeigt. Dies hat sich in der Vergangenheit als gute Näherung erwiesen [24, 31]. Dazu wird in [33] der Arm in einer Gleichgewichtslage durch ein bandbegrenztes, weißes Rauschen angeregt. Ein nicht parametrisches, lineares Mehrgrößensystem wird zur Identifikation der Impedanzparameter im Frequenz- und Zeitbereich verwendet.

Am DLR wurden die Impedanzparameter in [28] sowohl in kartesischen, als auch in Gelenkkoordinaten identifiziert. Der Vorteil der Identifikation in kartesischen Koordinaten ist, dass die Impedanzparameter ohne Kenntnis der zugrunde liegenden Struktur des Arms bestimmt werden können. Der Identifikation in Gelenkkoordinaten liegt ein zweiteiliges Modell zugrunde, welches linear bezüglich der Modellparameter ist. Das Modell besteht aus einem nichtlinearen Teil für die Beschreibung der Massendynamik, während der Teil für die Berücksichtigung von Steifigkeit und Dämpfung linear ist. Im Gegensatz zu den bisher vorgestellten Methoden wird hier anstelle eines planaren Ro-

³Als „Perturbation“ wird in dieser Arbeit die Auslenkung des Arms mit definierter Amplitude und definierter Richtung aus seiner Ist-Konfiguration verstanden.

boters ein DLR Leichtbauroboter (LBR) für die Anregung des Handgelenks verwendet. Dieser ermöglicht es, den Arm in allen drei Raumrichtungen auszulenken. Bei den durchgeführten Experimenten werden Messdaten aus Zeitintervallen von mehr als 110 ms für die Auswertung verwendet. Dies ist länger als die Totzeit des kognitiven Reflexes [42]. Aus diesem Grund können die ermittelten Impedanzparameter Anteile der bewussten Reaktion des Probanden enthalten. Man spricht hier deshalb von *geregelter Impedanz*.

1.3.2 Identifikation der Kinematik- und Dynamikparameter bei Bewegungen im Raum

Die Identifikation der Kinematik- und Dynamikparameter des menschlichen Körpers bei Bewegungen im Raum wurde von verschiedenen Gruppen in unterschiedlichem Umfang vorgenommen, z. B. [2, 5, 43]. Gemeinsam ist den Methoden, dass die Bewegungen des Probanden mit einem Kamerasystem aufgezeichnet werden. Daraus lässt sich die Lage von optischen Markern auf dem Körper im Raum berechnen, woraus das kinematische Modell des Körpers bestimmt werden kann.

In [5] wurde die Vorwärtskinematik des menschlichen Arms bei Bewegungen im Raum berechnet. Als Basis dient hierbei eine Erweiterung des in [24] vorgestellten Modells für den Arm. Dabei wird der Arm als ein Mehrkörpersystem aus drei starren Körpern (Oberarm, Unterarm und Hand) mit insgesamt sieben Freiheitsgraden modelliert. Ausgehend von einer Gleichgewichtslage führen die Probanden definierte Bewegungen aus. Aus der räumlichen Lage eines Markers des Kamerasystems können die Position und Rotationsachse eines benachbarten Gelenks berechnet werden. Bei jeweils zwei benachbarten Markern ergeben sich damit für jedes Gelenk zwei Positionen. Die Vorwärtskinematik wird dann durch Minimierung der Abweichung zwischen den zwei berechneten Gelenkpositionen mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate berechnet.

In [2] wurde eine Methode zur Bestimmung der Trägheitsparameter des menschlichen Körpers zur Laufzeit des Versuchs präsentiert, welche die physikalische Konsistenz der gewonnenen Parameter gewährleistet. Damit ermittelte Massen positiv sind, wird jeder Körper in endlich viele, kleine Elemente aufgeteilt, deren zugeordnete Massen positiv definiert sind. Die daraus resultierenden Nebenbedingungen für die Optimierung führen zu der physikalischen Konsistenz der berechneten Parameter. Während der Proband sich bewegt, werden mit einem Kraftsensor unter der Standfläche die durch seine Bewegungen hervorgerufenen Reaktionskräfte gemessen. Aus den Kameraaufzeichnungen der Bewegungen werden die Geometrie des Körpers des Probanden und konstante Kinematikparameter berechnet. In Verbindung mit den Kraftdaten können dann durch Optimierung die Trägheitsparameter des menschlichen Körpers mittels der „quadratischen Program-

mierung mit Ungleichungen als Restriktionen“ [37] bestimmt werden.

In [43] werden die inverse Kinematik und die inverse Dynamik mittels der klassischen Methoden der Robotik modelliert, wie sie z. B. in [10] oder in [26] vorgestellt werden. Die geometrischen Parameter des Probanden werden gemessen. Mit ihnen wird dann aus einem Modell des menschlichen Skelettes mit 155 FG die Vorwärtskinematik bestimmt. Der Versuchsleiter regt die Extremitäten des Probanden zu schlenkernden Bewegungen an. Anschließend werden die Lagedaten aus dem Kamerasystem verwendet, um die Gelenkwinkel mittels der inversen Kinematik zu schätzen. Die identifizierbaren Trägheitsparameter werden nach der in [14] vorgestellten Methode berechnet. Dann werden die Gelenkkräfte und -Momente aus der inversen Dynamik berechnet. Die Impedanzparameter können anschließend mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate geschätzt werden.

1.4 Aufgabenstellung

Aufbauend auf die Arbeit von Lakatos [28] soll nun das Verhalten der Gelenksteifigkeit bei Armbewegungen im Raum untersucht werden. Zu diesem Zweck muss das planare Armmodell auf drei Dimensionen erweitert und der bestehende Versuchsstand geringfügig modifiziert werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine Methode zur Schätzung der lokalen Steifigkeit in einer statischen Armkonfiguration entwickelt. Diese wird in einem Experiment verifiziert. Um in Zukunft die Abschätzung der Steifigkeit auf einfache Weise und ohne hinderlichen Versuchsaufbau vornehmen zu können, sollen in der Methode die Voraussetzungen geschaffen werden, eine Abbildung zwischen der Muskelaktivität und der Gelenksteifigkeit zu finden.

1.5 Ausblick auf die folgenden Kapitel

Im folgenden Kapitel 2 wird das theoretische Wissen für die kinematische und dynamische Modellierung eines Mehrkörpersystems bereitgestellt. Darauf aufbauend wird in Kapitel 3 eine Methode zur Schätzung der Steifigkeit des menschlichen Arms in einer statischen Lage im Raum präsentiert. Anschließend werden in Kapitel 4 der Versuchsstand und die Durchführung des Experiments zur Verifikation der Methode erläutert. In Kapitel 5 werden die im Experiment gewonnenen Messdaten ausgewertet und die Ergebnisse diskutiert. Zum Abschluss wird die Arbeit in Kapitel 6 zusammengefasst und ein Ausblick auf weiterführende Aufgaben gegeben.

2 Theoretische Hintergründe

2.1 Mechanische Grundlagen

In der Realität sind die meisten Systeme derart komplex, dass sie mathematisch nicht oder nur durch entsprechend komplizierte Zusammenhänge beschrieben werden können. Um die mathematische Beschreibung dieser Systeme zu ermöglichen, werden die für den Anwendungsfall wesentlichen Zusammenhänge im realen System durch ein *Modell* beschrieben [39]. Je nach Detaillierungsgrad müssen zu diesem Zweck Vereinfachungen getroffen und für den jeweiligen Anwendungsfall unwesentliche Gesichtspunkte vernachlässigt werden. Deshalb spricht man davon, dass ein Modell eine Abstraktion der Realität darstellt. Den Übergang vom realen System zum Modell bezeichnet man als *Modellbildung*. Dabei werden die physikalisch-technische und die mathematische Modellbildung unterschieden. Bei der *physikalisch-technischen Modellierung* wird durch Treffen von geeigneten, vereinfachenden Annahmen das Ersatzmodell aus dem realen System abgeleitet. Dabei hängen die Wahl der getroffenen Vereinfachungen und der Detaillierungsgrad des physikalisch-technischen Modells von der an das reale System gerichteten Fragestellung ab. Als Ergebnis erhält man ein *strukturelles* Modell, d. h. die im Modell berücksichtigten Komponenten des Ersatzsystems entsprechen in ihrer Anordnung und Funktion identifizierbaren Strukturen im realen System.

2.1.1 Definition eines Mehrkörpersystems

Mehrkörpersysteme bestehen üblicherweise aus starren Körpern bzw. Punktmassen, die durch Gelenke miteinander verbunden werden [39]. Als *starrer Körper* wird ein beliebig ausgedehnter, nicht verformbarer Körper bezeichnet. Er kann eine kontinuierliche oder diskrete Massenverteilung aufweisen. In vielen Anwendungsfällen kann seine Masse als im Schwerpunkt konzentriert angenommen werden. Dann kann der starre Körper als Punktmasse modelliert werden. *Massepunkte* haben kein Volumen, aber eine endliche Masse. *Gelenke* schränken die relative Bewegung benachbarter Körper ein. Dazu führen sie kinematische Zwangsbedingungen ein.

2.1.2 Die Begriffe Kinematik und Dynamik

Teilt man die technische Mechanik nach den Gesichtspunkten *Kraft* und *Bewegung* ein, so lassen sich die beiden Teilgebiete „Kinematik“ und „Dynamik“ unterscheiden. Die *Kinematik* betrachtet die zeitliche und räumliche Bewegung von einem oder mehreren Körpern auf einer vorgegebenen Bahn. Dabei werden die für die Bewegung ursächlichen Kräfte nicht berücksichtigt. Im Gegensatz dazu ist die *Dynamik* die Lehre der Kräfte und deren Wirkungen [4].

2.2 Mathematische Grundlagen

Das *mathematische Modell* beschreibt das reale System mittels mathematischer Gleichungen, Funktionszusammenhänge und Daten. Es kann auf zwei Wegen formuliert werden: Entweder wird durch Anwendung der physikalischen Grundgesetze auf das zuvor erstellte physikalisch-technische Modell (vgl. Abschnitt 2.1) die mathematische Beschreibung des Ersatzmodells abgeleitet. Oder es wird ein i. Allg. beliebiger, mathematischer Zusammenhang zwischen den Eingangs- und Ausgangsgrößen des realen Systems postuliert, dessen Parameter aus Experimenten gewonnen werden. Das Ergebnis ist in beiden Fällen ein mathematisches Modell, welches der numerischen Interpretation zugänglich ist [39].

Die in Abschnitt 1.3 vorgestellten Methoden weisen eine Gemeinsamkeit auf: Die Grundlagen der Ermittlung der Kinematik und Dynamik des menschlichen Arms unterscheiden sich nicht von den bewährten Methoden, wie sie bei der Identifikation von robotischen Systemen angewendet werden. Aus diesem Grund ist es möglich, für die mathematische Modellbildung die Ansätze der Robotik zu verwenden, wie sie z. B. in [10] oder in [26] vorgestellt werden.

2.2.1 Räumliche Lage eines Körpers

Zur eindeutigen Beschreibung der Lage eines Körpers im Raum müssen dessen *Position* und *Orientierung* definiert sein. Eine Möglichkeit, diese Größen auszudrücken, ist die Beschreibung durch den räumlichen Abstand und die relative Rotation zweier Koordinatensysteme.

2.2.1.1 Koordinatensystem

Ein kartesisches Koordinatensystem (KS) wird definiert als ein Referenzrahmen, bezüglich dem Größen definiert werden können. Ein KS besteht aus drei orthogonalen Basis-

vektoren $\vec{e} = [\vec{e}_1 \ \vec{e}_2 \ \vec{e}_3]$ und dem Ursprung O , von dem die drei Basisvektoren ausgehen. Gekennzeichnet wird ein Koordinatensystem, das aus O_i und \vec{e}_i besteht, durch den Bezeichner $\{i\}$. Um die absolute Lage eines Körpers im Raum zu beschreiben werden zwei Koordinatensysteme benötigt. Als Inertial-Koordinatensystem wird in dieser Arbeit das Welt-KS $\{W\}$ eingeführt. Über die relative Lage des körperfesten Koordinatensystems $\{i\}$ bezüglich $\{W\}$ können dann die absolute Position und Orientierung des Körpers i beschrieben werden. Um anzuzeigen bezüglich welchem Koordinatensystem eine Größe dargestellt ist, wird der Bezeichner des KS als führendes Symbol hochgestellt vor die Größe gesetzt. Beispielsweise bezeichnet ${}^i\mathbf{a}_i$ den Vektor \mathbf{a}_i , dargestellt bezüglich Koordinaten von $\{i\}$.

2.2.1.2 Position

Die absolute Position eines Körpers K im Raum ist durch einen Vektor \vec{p}_k gegeben, der von O_W zum Ursprung O_k des Körperfesten KS $\{k\}$ zeigt. Der relative Abstand des Körpers K zum Welt-KS $\{W\}$ ist dann durch

$$\vec{p}_k = \vec{e}_W^T {}^W\mathbf{p}_k, \quad {}^W\mathbf{p}_k \in \mathbb{R}^{3 \times 1} \quad (2.1)$$

gegeben, d. h. durch die Projektion von \vec{p}_k auf die Achsen des Bezugssystems. ${}^W\mathbf{p}_k$ ist also die absolute Position von O_k bezüglich dem Ursprung O_W , ausgedrückt in Koordinaten von $\{W\}$.

2.2.1.3 Orientierung

Die Orientierung eines Körpers im Raum wird durch drei rotatorische Freiheitsgrade bestimmt. Sie kann durch die relative Rotation zweier Koordinatensysteme definiert werden. Vorstellen kann man sich den Vorgang der Rotation, indem man das Bezugssystem in die Orientierung des körperfesten Koordinatensystems dreht [10]. Die beiden im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Beschreibungsmöglichkeiten der Rotation werden im Folgenden eingeführt.

Rotationsmatrizen: Eine Möglichkeit, die Orientierung eines Körpers j bezüglich eines Körpers i auszudrücken, ist die Basisvektoren \vec{e}_j des körperfesten Koordinatensystems $\{j\}$ in Koordinaten von $\{i\}$ zu beschreiben. Sind die Basisvektoren von $\{j\}$ durch ${}^j\mathbf{e}_{jx}$, ${}^j\mathbf{e}_{jy}$ und ${}^j\mathbf{e}_{jz}$ gegeben, so können sie bezüglich $\{i\}$ durch ${}^i\mathbf{e}_{jx}$, ${}^i\mathbf{e}_{jy}$ und ${}^i\mathbf{e}_{jz}$ ausgedrückt werden. Werden die Basisvektoren von $\{j\}$ bezüglich $\{i\}$ in Form einer Matrix angeord-

net, ergibt sich die sog. *Rotationsmatrix*

$${}^i\mathbf{R}_j := \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{e}_{jx} & {}^i\mathbf{e}_{jy} & {}^i\mathbf{e}_{jz} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}. \quad (2.2)$$

Diese beschreibt die Orientierung von KS $\{j\}$ bezüglich der Orientierung von KS $\{i\}$. Aufgrund ihrer Definition in Gl. (2.2) sind Rotationsmatrizen orthonormal, d. h.

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T. \quad (2.3)$$

Achse-Winkel-Darstellung: In der *Achse-Winkel-Darstellung* wird die Rotation um eine äquivalente Achse durchgeführt. Die äquivalente Achse $\mathbf{k} = [k_x \ k_y \ k_z]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ wird dabei normiert und kann deshalb durch zwei Parameter vollständig definiert werden. Der Drehwinkel θ definiert einen dritten Parameter. Insgesamt erlaubt die Achse-Winkel-Darstellung also die Repräsentation der Orientierung eines Körpers mit nur drei Parametern, indem der Winkel skalar mit dem normierten Vektor der äquivalenten Achse multipliziert wird [10].

Aus einer gegebenen Achse \mathbf{k} und einem gegebenen Drehwinkel θ lässt sich die äquivalente Rotationsmatrix $\mathbf{R}_k \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ durch

$$\mathbf{R}_k(\theta) = \begin{bmatrix} k_x^2 c + \cos(\theta) & k_x k_y c - k_z \sin(\theta) & k_x k_z c + k_y \sin(\theta) \\ k_x k_y c + k_z \sin(\theta) & k_y^2 c + \cos(\theta) & k_y k_z c - k_x \sin(\theta) \\ k_x k_z c - k_y \sin(\theta) & k_y k_z c + k_x \sin(\theta) & k_z^2 c + \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

berechnen [26]. Hierbei wurde die Substitution $c = 1 - \cos(\theta)$ verwendet. Um aus einer Rotationsmatrix \mathbf{R} die äquivalente Achse und den äquivalenten Winkel zu bestimmen, können die beiden Zusammenhänge

$$\theta = \arccos\left(\frac{R_{1,1} + R_{2,2} + R_{3,3} - 1}{2}\right) \quad (2.5)$$

und

$$\mathbf{k} = \frac{1}{2 \sin(\theta)} \begin{bmatrix} R_{3,2} - R_{2,3} \\ R_{1,3} - R_{3,1} \\ R_{2,1} - R_{1,2} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

verwendet werden. Zu beachten ist, dass die Achse-Winkel-Darstellung nur im Bereich $-\pi < \theta < \pi$ definiert ist. Aus (2.6) ist ersichtlich, dass beim Übergang von einer Rotationsmatrix zur äquivalenten Achse-Winkel-Darstellung Singularitäten bei $\theta = 0$ und $\theta = \pm\pi$ auftreten. Bei einer Rotation um $\theta = 0$ führt jede beliebige äquivalente Achse

zum gleichen Ergebnis. Für eine Rotation um $\theta = \pm\pi$ muss eine der beiden Lösungen (\mathbf{k}, θ) oder $(-\mathbf{k}, -\theta)$ gewählt werden [10]. Ein Algorithmus, der die Singularitäten abfängt, ist in der MATLAB Funktion `vrrotmat2vec` implementiert.

2.2.1.4 Homogene Koordinaten und Koordinatentransformationen

Die absolute Lage eines Körpers kann durch die absolute Position und Orientierung eines körperfesten Koordinatensystems bezüglich eines Bezugssystems eindeutig beschrieben werden [10]. Um sowohl die relative Position, als auch die Orientierung durch Matrixmultiplikationen darstellen zu können, haben sich in der Robotik die *homogenen Transformationen* etabliert [26, 27].

Homogene Koordinaten: Ein Punkt $\mathbf{p} = [x\ y\ z]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ wird durch die homogenen Koordinaten $[x\ y\ z\ 1]^T$ repräsentiert. Hingegen wird eine Richtung (d. h. ein freier Vektor) $\mathbf{r} = [x\ y\ z]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ durch $[x\ y\ z\ 0]^T$ als homogene Koordinate dargestellt. Für die homogenen Koordinaten wird in dieser Arbeit keine neue Notation eingeführt. Ob es sich bei einer Größe um ihre kartesischen Koordinaten oder ihre homogenen Koordinaten handelt, geht jeweils aus dem Kontext hervor.

Homogene Koordinatentransformationen: Die *Translation* eines Punktes erfolgt, indem seine homogene Koordinate von links mit einer Kombination der folgenden homogenen Translationsmatrizen multipliziert wird. Dabei beschreibt der Index die Koordinatenrichtung der Verschiebung:

$$\mathbf{D}_x(a) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

$$\mathbf{D}_y(b) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

$$\mathbf{D}_z(c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Beispiel: Die Verschiebung eines Punktes $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T$ um den Vektor $\mathbf{b} = [b_1 \ b_2 \ b_3]^T$ erfolgt durch:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}=\mathbf{D}_x(b_1)\mathbf{D}_y(b_2)\mathbf{D}_z(b_3)} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}}. \quad (2.10)$$

Dabei ist die Reihenfolge der Multiplikation der einzelnen Translationsmatrizen, um die Gesamttranslation \mathbf{D} zu erhalten, beliebig vertauschbar [27].

Die *Rotation* erfolgt nach folgender Vorgehensweise: Ein Punkt I ist durch ${}^i\mathbf{p}_I$ im KS $\{i\}$ gegeben. Im Ursprung von $\{i\}$ liegt ein KS $\{j\}$, dessen Orientierung bezüglich $\{i\}$ durch ${}^i\mathbf{R}_j$ beschrieben ist. Dann lässt sich der Punkt I bezüglich $\{j\}$ berechnen, indem seine homogene Koordinate von links mit einer Kombination der folgenden homogenen Rotationsmatrizen multipliziert wird. Dabei beschreibt der Index die Rotationsachse:

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{R}_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

$$\mathbf{R}_z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Dabei ist zu beachten, dass nur aufeinander folgende Rotationen um dieselbe Achse in ihrer Reihenfolge vertauschbar sind. Konsekutive Rotationen um verschiedene Achsen sind i. Allg. nicht vertauschbar [27].

Kombiniertes Beispiel zu Translation und Rotation: Sei die Position des KS $\{j\}$ bezüglich eines benachbarten KS $\{i\}$ durch ${}^i\mathbf{p}_j$ gegeben. Das KS $\{i\}$ ist bezüglich dem Welt-KS $\{W\}$ durch die Position ${}^W\mathbf{p}_i$ und die Orientierung ${}^W\mathbf{R}_i$ definiert. Dann erhält

man die Position von j bezüglich $\{W\}$ durch folgende Vektoraddition:

$$\underbrace{{}^W\mathbf{p}_j}_{\begin{bmatrix} {}^W p_{j1} \\ {}^W p_{j2} \\ {}^W p_{j3} \\ 1 \end{bmatrix}} = \underbrace{{}^W\mathbf{R}_i}_{\begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} & 0 \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} & 0 \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \underbrace{{}^i\mathbf{p}_j}_{\begin{bmatrix} {}^i p_{j1} \\ {}^i p_{j2} \\ {}^i p_{j3} \\ 1 \end{bmatrix}} + \underbrace{{}^W\mathbf{p}_i}_{\begin{bmatrix} {}^W p_{i1} \\ {}^W p_{i2} \\ {}^W p_{i3} \\ 1 \end{bmatrix}}. \quad (2.14)$$

Dies lässt sich kurz als

$${}^W\mathbf{p}_j = {}^W\mathbf{T}_i {}^i\mathbf{p}_j \quad (2.15)$$

schreiben [26], wobei ${}^W\mathbf{T}_i$ die homogene Transformationsmatrix von $\{i\}$ nach $\{W\}$ ist. Abweichend von der homogenen Notation wird ${}^W\mathbf{T}_i$ oftmals durch

$${}^W\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} {}^W\mathbf{R}_i & {}^W\mathbf{p}_i \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

dargestellt, wobei $\mathbf{0}$ ein 3×1 Nullvektor ist. Ihre Inverse lässt sich durch

$${}^W\mathbf{T}_i^{-1} = {}^i\mathbf{T}_W = \begin{bmatrix} {}^W\mathbf{R}_i^T & -{}^W\mathbf{R}_i^T {}^W\mathbf{p}_i \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

berechnen [10].

2.2.2 Kinematik

Das kinematische Modell beschreibt mathematisch den Zusammenhang zwischen den Gelenkwinkeln und der aus ihnen resultierenden Lage des Endeffektors im Raum (Vorwärtskinematik) und umgekehrt (Inverskinematik).

2.2.2.1 Vorwärtskinematik

Die Vorwärtskinematik bezeichnet die Abbildung der Gelenkwinkel $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ auf die räumliche Lage $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ des Endeffektors. Diese Abbildung kann durch

$$\mathbf{x} = f(\mathbf{q}) \quad (2.18)$$

beschrieben werden. Dabei bildet die Funktion f den \mathbb{R}^n auf den \mathbb{R}^m ab. Ein in der Robotik weit verbreitetes Verfahren zur Berechnung des vorwärtskinematischen Modells ist die sog. Denavit-Hartenberg-Konvention [19]. Sie erlaubt ein rezeptmäßiges Vorgehen

bei der Bestimmung der Abbildung (2.18). In einigen Fällen, z. B. beim ebenen SCARA, kann $f(\mathbf{q})$ direkt aus der Geometrie des robotischen Systems bestimmt werden [19]. In der vorliegenden Arbeit werden die konstanten Parameter der Vorwärtskinematik numerisch aus der räumlichen Position der Gelenke des Arms berechnet.

2.2.2.2 Inverskinematik

Die Inverskinematik bildet die räumliche Lage \mathbf{x} des Endeffektors auf die Gelenkwinkel \mathbf{q} ab. Löst man Gl. (2.18) nach \mathbf{q} auf, so erhält man die Inverskinematik

$$\mathbf{q} = f^{-1}(\mathbf{x}). \quad (2.19)$$

Um (2.19) zu lösen, sind in der Literatur (z. B. [10, 26]) drei unterschiedliche Prinzipien zu finden, nämlich algebraische, geometrische und numerische Lösungen. In dieser Arbeit werden die Gelenkwinkel \mathbf{q} mittels numerischer Optimierung bestimmt.

2.2.2.3 Jakobimatrix

Die *Jakobimatrix* ist eine mehrdimensionale Form der Ableitung [10]. In der Robotik wird sie z. B. verwendet, um die Gelenkwinkelgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ auf die kartesische Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega}^T]^T \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ des Endeffektors abzubilden. Es gilt

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (2.20)$$

wobei

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \in \mathbb{R}^{m \times n} \quad (2.21)$$

gilt. Die kartesischen Geschwindigkeiten des Endeffektors sind im körperfesten KS des Endeffektors definiert. Daher ist auch die nach (2.21) berechnete Jakobimatrix bezüglich des KS des Endeffektors dargestellt. Um eine bezüglich eines KS $\{i\}$ dargestellte Jakobimatrix ${}^i\mathbf{J}$ in ein anderes KS $\{j\}$ zu transformieren, kann die Vorschrift

$${}^j\mathbf{J} = \begin{bmatrix} {}^j\mathbf{R}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^j\mathbf{R}_i \end{bmatrix} {}^i\mathbf{J} \quad (2.22)$$

verwendet werden.

2.2.3 Dynamik

Die Dynamik befasst sich mit der Untersuchung der Auswirkungen von Kräften und Momenten auf die Bewegungsgrößen eines mechanischen Systems.

2.2.3.1 Dynamische Parameter

Die dynamischen Parameter eines Systems lassen sich in drei Gruppen, nämlich die Massenmomente nullter, erster und zweiter Ordnung einteilen [26]. Diese *Trägheitsparameter* sind im Folgenden für einen Körper J zusammengefasst. Dabei wird davon ausgegangen, dass J eine kontinuierliche Massenverteilung aufweist, d. h. er besteht aus infinitesimal kleinen Massenelementen $dm = \text{konst.}$ [28]. Die Position eines Massenelements dm ist durch $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ gegeben, wobei \mathbf{s} vom Ursprung des körperfesten KS $\{j\}$ zum Massenelement zeigt. Dabei besitzt dm keine Orientierung.

- Als *Massenmoment nullter Ordnung* wird die Masse m_j des Körpers bezeichnet.

$$m_j = \int_J dm = \text{konst.} \quad (2.23)$$

- Das *Massenmoment erster Ordnung* eines Körpers berechnet sich aus seiner Masse multipliziert mit deren Schwerpunktsabstand. Es wird in dieser Arbeit durch die Bezeichnung \mathbf{c}_j gekennzeichnet, wobei gilt:

$$\mathbf{c}_j = \int_J \mathbf{s} dm = \begin{bmatrix} mX_j \\ mY_j \\ mZ_j \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

- Als *Massenmomente zweiter Ordnung* werden die Elemente des Trägheitstensors

$$\mathbf{I}_j = - \int_J \tilde{\mathbf{s}} \tilde{\mathbf{s}} dm = \begin{bmatrix} XX_j & XY_j & XZ_j \\ XY_j & YY_j & YZ_j \\ XZ_j & YZ_j & ZZ_j \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

bezeichnet. \mathbf{I}_j ist der symmetrische und positiv definite Trägheitstensor des j -ten Körpers. Die eindeutige Beschreibung von \mathbf{I}_j ist also durch sechs Werte möglich.

2.2.3.2 Iterativer Newton-Euler Algorithmus

Die Projektion der Massendynamik der Glieder einer seriellkinematischen Kette auf die Basis kann über den sog. *iterativen Newton-Euler Algorithmus* berechnet werden [10, 26]. Der Algorithmus nutzt zwei Gruppen von Iterationen, um die Fortpflanzung von Geschwindigkeiten, Beschleunigungen, sowie Kräften und Momenten zwischen den Gliedern der kinematischen Kette zu berechnen. Bei der *Auswärtsiteration* werden Größen betrachtet, die vom vorhergehenden auf das nächste Glied übertragen werden. Zuerst werden die fortgepflanzten Geschwindigkeiten \mathbf{v} und $\boldsymbol{\omega}$ berechnet. Durch zeitliche Ableitung erhält man die zugehörigen, fortgepflanzten Beschleunigungen $\dot{\mathbf{v}}$ und $\dot{\boldsymbol{\omega}}$. Daraus werden die Trägheitskräfte \mathbf{f}_t und die Trägheitsmomente \mathbf{m}_t berechnet, die aufgrund der Bewegung auf die jeweiligen Körper wirken. Bei der *Einwärtsiteration* werden diese Größen verwendet, um die Kräfte \mathbf{f} und Momente \mathbf{m} zu berechnen, die vom äußeren Glied auf das vorhergehende Glied übertragen werden. Damit wird ein Modell für die aufgrund der Massendynamik in der Basis wirkenden kartesischen Kräfte, $\mathbf{f} = [\mathbf{f}^T \mathbf{m}^T]^T$, berechnet.

2.2.3.3 Lagrange Formalismus 2. Art

Das inverse dynamische Modell

$$\boldsymbol{\Gamma} = f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) \quad (2.26)$$

beschreibt die Gelenkmomente, die zur Generierung einer bestimmten Bewegung nötig sind. Diese Bewegung wird durch die Gelenkwinkel \mathbf{q} und ihre zeitlichen Ableitungen $\dot{\mathbf{q}}$ und $\ddot{\mathbf{q}}$ beschrieben. Die Berechnung der Inversdynamik eines Mehrkörpersystems nach (2.26) kann durch die Bestimmung der Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems unter Anwendung des *Lagrange Formalismus 2. Art* erfolgen. Allgemein lässt sich die räumliche Lage eines Mehrkörpersystems mit N Körpern durch n generalisierte Koordinaten beschreiben [39]. Für die generalisierten Koordinaten $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ist die Lagrange Funktion

$$L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) := E(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - U(\mathbf{q}) \quad (2.27)$$

definiert als die Differenz aus kinetischer Energie $E(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ und potentieller Energie $U(\mathbf{q})$ des gesamten Mehrkörpersystems. Damit ergeben sich aus dem Lagrange Formalismus n Bewegungsgleichungen für die generalisierten Koordinaten [26]:

$$F_i = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial q_i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.28)$$

Die kinetische Energie des Mehrkörpersystems lässt sich aus

$$E(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i + m_i {}^i\mathbf{v}_i^T {}^i\mathbf{v}_i + 2\mathbf{c}_i^T {}^i\tilde{\mathbf{v}}_i \boldsymbol{\omega}_i) \quad (2.29)$$

und die potentielle Energie aus

$$U(\mathbf{q}) = -{}^W\mathbf{g}^T \sum_{i=1}^N (m_i \mathbf{p}_i + {}^i\mathbf{R}_W^T \mathbf{c}_i) \quad (2.30)$$

berechnen. Dafür können $\boldsymbol{\omega}_i$ und ${}^i\mathbf{v}_i$ über die meist bekannte Relativkinematik benachbarter Körper bestimmt werden [28]. Die Massenparameter m_i , \mathbf{c}_i und \mathbf{I}_i können aus den Zusammenhängen (2.23) bis (2.25) bestimmt werden. ${}^W\mathbf{g}$ bezeichnet den Gravitationsvektor und $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ den Vektor vom Ursprung von $\{W\}$ zum Ursprung von $\{i\}$.

Durch Einsetzen von (2.29) und (2.30) in die Lagrange Funktion (2.27) und Anwenden des Lagrange Formalismus (2.28) ergeben sich die n verkoppelten Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems.

3 Die Steifigkeitsmessung am menschlichen Arm

Prinzipiell ist es möglich, alle Modellparameter (Trägheitsparameter, Steifigkeit und Dämpfung) in einer einzigen Messung zu ermitteln. Das inversdynamische Modell des Arms ist linear bezüglich der Modellparameter [13, 26]. Aus diesem Grund können diese, wie in Abschnitt 1.2.3 für die Steifigkeit erläutert, mittels linearer Regression bestimmt werden. Bei der Identifikation der Impedanzparameter aus den Transienten der Messdaten müssen Steifigkeit und Dämpfung zugleich identifiziert werden [7]. Dabei ist der Regressor für Steifigkeits- und Dämpfungsparameter allerdings schlechter konditioniert als der Regressor für die Steifigkeit alleine. Dies erhöht die Anfälligkeit der Schätzung gegenüber Modellfehler. Die Trägheitsparameter sind Konstanten und können vor der Ermittlung von Steifigkeit und Dämpfung bestimmt werden [16]. Die Dämpfung wird, wie in Abschnitt 1.1 erläutert, so eingestellt, dass das robotische System kritisch gedämpft ist. Sie wird daher in dieser Arbeit nicht identifiziert. Damit kann die Steifigkeitsmatrix isoliert bestimmt werden. Die Aufteilung der Identifikation in zwei Teilaufgaben (Massenparameter- und Steifigkeitsidentifikation) führt also zu einer besseren Kondition der Einzelprobleme und erhöht damit die Robustheit der Schätzung. Zur Identifikation der Steifigkeit wird das Impedanzmodell (1.2) mathematisch im Gelenkraum beschrieben und mit dem Inversdynamikmodell der Massen verkoppelt.

3.1 Das Modell des menschlichen Arms

Als Basis für die Identifikation der Impedanzparameter des menschlichen Arms für Bewegungen im Raum wird das in Abbildung 3.1 dargestellte und im Folgenden diskutierte kinematische Modell genutzt. Aufbauend auf das von Hogan in [24] vorgestellte Modell wird das Skelett des menschlichen Körpers als ein Mehrkörpersystem angenommen. Dieses Mehrkörpersystem besteht aus drei starren Körpern, nämlich dem

- Körper mit Kopf, Beinen und linkem Arm,
- dem rechten Oberarm und

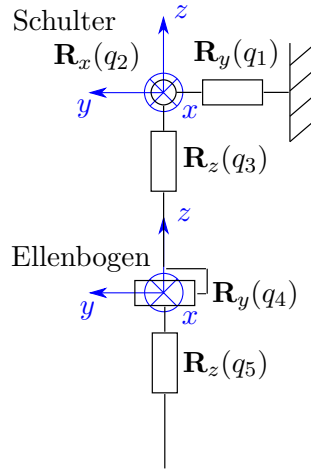


Abbildung 3.1 – Schematische Darstellung des verwendeten kinematischen Modells für den Arm. Die drei FG in der Schulter sind $\mathbf{R}_y(q_1)$ (Anteversion-Retroversion), $\mathbf{R}_x(q_2)$ (Abduktion-Adduktion) sowie $\mathbf{R}_z(q_3)$ (Innen- und Außenrotation). Die zwei FG im Ellenbogen sind $\mathbf{R}_y(q_4)$ (Flexion-Extension) und $\mathbf{R}_z(q_5)$ (Pronation-Supination).

- dem rechten Unterarm mit der Hand,

die über idealisierte Gelenke mit insgesamt fünf Freiheitsgraden (FG) verbunden sind. Dabei werden drei FG in der Schulter (Anteversion-Retroversion, Abduktion-Adduktion, sowie Innen- und Außenrotation) und zwei FG im Ellenbogengelenk (Flexion-Extension und Pronation-Supination) angesetzt. Die Schulter wird als Kugelgelenk und der Ellenbogen durch zwei senkrecht zueinander angeordneten Drehgelenke mit je einem FG angenähert. Die zugehörigen Gelenkwinkel werden mit $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ bezeichnet.

An diesem Skelett greifen die Muskeln als viskoelastische Kraftelemente an und leiten damit Kräfte und Momente in Gelenkrichtung in das Skelett ein.

3.2 Mathematische Beschreibung des Armmodells

Die mathematische Beschreibung des in Abschnitt 3.1 vorgestellten physikalisch-technischen Modells lässt sich mit Hilfe des kinematischen und des dynamischen Modells des Arms formulieren. Dabei ermöglicht die Kinematik die Untersuchung der Bewegung des Arms im Raum. Die Dynamik hingegen untersucht die externen und internen Kräfte des Systems.

3.2.1 Kinematisches Modell

Im Folgenden wird das kinematische Modell des Arms beschrieben. Dabei wird auf die Identifikation der geometrischen Parameter eingegangen. Diese Parameter werden sowohl zur Berechnung der Vorwärtskinematik und der Inverskinematik, als auch bei der Bestimmung des inversen dynamischen Modells benötigt.

3.2.1.1 Vorwärtskinematik

In Abschnitt 2.2.2.1 wurde die Vorwärtskinematik als Abbildung der gegebenen Gelenkwinkel \mathbf{q} auf die räumliche Lage \mathbf{x} des Endeffektors eingeführt. Angewendet auf das Armmodell aus Abschnitt 3.1 gilt für die Gelenkwinkel $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ und für die kartesische Lage des Handgelenks $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$. Das vorwärtskinematische Modell ergibt sich dann als über die Gelenkwinkel parametrisierte Transformationsmatrix $\mathbf{T}(\mathbf{q})$ von der Schulter ins Handgelenk

$$\mathbf{T}(\mathbf{q}) = \mathbf{R}_y(q_1)\mathbf{R}_x(q_2)\mathbf{R}_z(q_3)\mathbf{D}_z(a)\mathbf{R}_y(q_4)\mathbf{R}_z(q_5)\mathbf{D}_x(d_x)\mathbf{D}_y(d_y)\mathbf{D}_z(d_z) \quad (3.1)$$

und kann entsprechend Abb. 3.1 durch sequentielle Rotationen (vgl. (2.11) bis (2.13)) und Translationen (vgl. (2.7) bis (2.9)) berechnet werden. Aus Gleichung (3.1) ist ersichtlich, dass die Vorwärtskinematik von den geometrischen Parametern a und $\mathbf{d} = [d_x \ d_y \ d_z]^T$ abhängt. Dabei ist anzumerken, dass $\mathbf{d} = \text{konst.}$ für jeden diskreten Zeitpunkt k gilt. Um die geometrischen Parameter zu bestimmen, müssen die Gelenkpositionen identifiziert werden. Diese können mit der in [5] beschriebenen Methode aus der räumlichen Lage dreier Punkte auf dem Arm berechnet werden. Anzumerken ist, dass aus Gründen der Übersichtlichkeit von nun an bei Größen, die bezüglich Welt-Koordinaten dargestellt sind, die führenden Indizes W weggelassen werden.

Identifikation der Gelenkpositionen: Zur Identifikation der Position $\mathbf{p}_S := {}^W\mathbf{p}_S$ eines Gelenkes S im Raum wird ein Infrarot-Kamerasystem verwendet. Dazu wird jeweils ein Markerstern auf den zwei an das Gelenk angrenzenden Körpern platziert. Dann wird die Position des Schnittpunktes der Gelenkdrehachsen über die Vektorketten

$$\mathbf{p}_{S'} = \mathbf{p}_A + {}^A\mathbf{R}_W^T {}^A\mathbf{d}_{AS} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{p}_{S''} = \mathbf{p}_B + {}^B\mathbf{R}_W^T {}^B\mathbf{d}_{BS} \quad (3.3)$$

beschrieben, wobei $\mathbf{p}_A, \mathbf{p}_B \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ die Positionsvektoren vom Welt-KS $\{W\}$ zu den beiden Markern A, B sind. ${}^A\mathbf{R}_W, {}^B\mathbf{R}_W \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ beschreiben die Orientierung von $\{W\}$

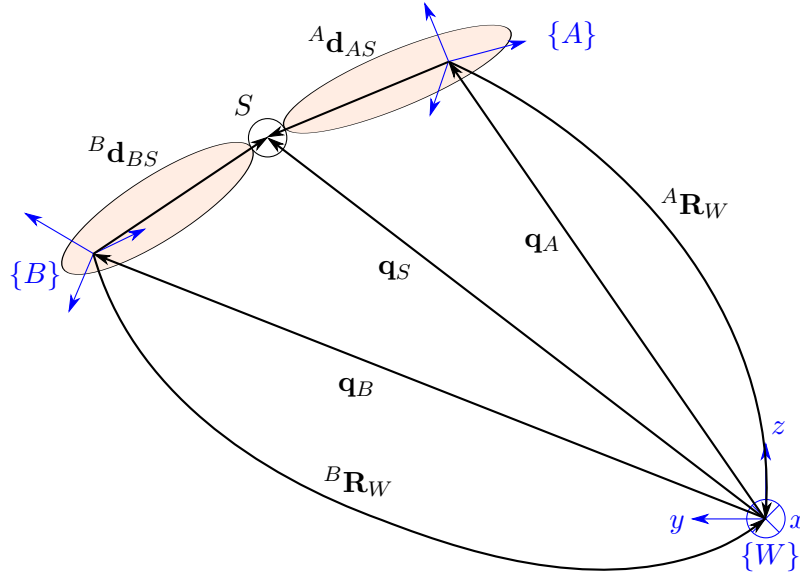


Abbildung 3.2 – Skizze zur Berechnung der Position eines Gelenkes S aus der Lage zweier benachbarter, körperfester KS $\{A\}$ und $\{B\}$.

bezüglich der Marker-KS $\{A\}$, $\{B\}$. ${}^A\mathbf{d}_{AS}$, ${}^B\mathbf{d}_{BS} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ sind die bezüglich Koordinaten von $\{A\}$, $\{B\}$ dargestellten Vektoren von $\{A\}$, $\{B\}$ zu den Gelenkpositionen S' , S'' . Diese Zusammenhänge sind in Abb. 3.2 verdeutlicht. Für ein ideales Gelenk sind die durch $\mathbf{p}_{S'}$ und $\mathbf{p}_{S''}$ beschriebenen Gelenkpositionen identisch. Daher wird das Integral des quadratischen Fehlers

$$\Delta p_S = \frac{1}{N} \int_0^N \underbrace{[(\mathbf{p}_{S'} - \mathbf{p}_{S'')^T (\mathbf{p}_{S'} - \mathbf{p}_{S'')}]_{=: f({}^A\mathbf{d}_{AS}, {}^B\mathbf{d}_{BS})}}_{=: f({}^A\mathbf{d}_{AS}, {}^B\mathbf{d}_{BS})} dk \quad (3.4)$$

minimiert, wobei N die Anzahl der beobachteten diskreten Zeitpunkte k ist. Minimiert wird also der quadratische Mittelwert des Fehlers. Dazu werden (3.2) und (3.3) in (3.4) eingesetzt und der resultierende Ausdruck für den Integranden ausmultipliziert:

$$\begin{aligned} f({}^A\mathbf{d}_{AS}, {}^B\mathbf{d}_{BS}) &= \mathbf{p}_A^T \mathbf{p}_A + \mathbf{p}_A^T {}^A\mathbf{R}_W^T {}^A\mathbf{d}_{AS} - \mathbf{p}_A^T \mathbf{p}_B - \mathbf{p}_A^T {}^B\mathbf{R}_W^T {}^B\mathbf{d}_{BS} \\ &+ {}^A\mathbf{d}_{AS}^T {}^A\mathbf{R}_W \mathbf{p}_A + {}^A\mathbf{d}_{AS}^T {}^A\mathbf{R}_W {}^A\mathbf{R}_W^T {}^A\mathbf{d}_{AS} - {}^A\mathbf{d}_{AS}^T {}^A\mathbf{R}_W \mathbf{p}_B \\ &- {}^A\mathbf{d}_{AS}^T {}^A\mathbf{R}_W {}^B\mathbf{R}_W^T {}^B\mathbf{d}_{BS} - \mathbf{p}_B^T \mathbf{p}_A - \mathbf{p}_B^T {}^A\mathbf{R}_W^T {}^A\mathbf{d}_{AS} - \mathbf{p}_B^T \mathbf{p}_B \\ &- \mathbf{p}_B^T {}^B\mathbf{R}_W^T {}^B\mathbf{d}_{BS} - {}^B\mathbf{d}_{BS}^T {}^B\mathbf{R}_W \mathbf{p}_A - {}^B\mathbf{d}_{BS}^T {}^B\mathbf{R}_W {}^A\mathbf{R}_W^T {}^A\mathbf{d}_{AS} \\ &+ {}^B\mathbf{d}_{BS}^T {}^B\mathbf{R}_W \mathbf{p}_B + {}^B\mathbf{d}_{BS}^T {}^B\mathbf{R}_W {}^B\mathbf{R}_W^T {}^B\mathbf{d}_{BS}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Durch partielles Ableiten von $f({}^A\mathbf{d}_{AS}, {}^B\mathbf{d}_{BS})$ nach ${}^A\mathbf{d}_{AS}^T$ bzw. ${}^B\mathbf{d}_{BS}^T$ und unter Verwendung der Eigenschaft (2.3) der Rotationsmatrizen erhält man den Gradienten

$$\frac{\partial f({}^A\mathbf{d}_{AS}, {}^B\mathbf{d}_{BS})}{\partial {}^A\mathbf{d}_{AS}^T} = 2{}^A\mathbf{R}_W\mathbf{p}_A + 2\mathbf{E}_3{}^A\mathbf{d}_{AS} - 2{}^A\mathbf{R}_W\mathbf{p}_B - 2{}^A\mathbf{R}_W{}^B\mathbf{R}_W^T{}^B\mathbf{d}_{BS}, \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial f({}^A\mathbf{d}_{AS}, {}^B\mathbf{d}_{BS})}{\partial {}^B\mathbf{d}_{BS}^T} = 2{}^B\mathbf{R}_W\mathbf{p}_B + 2\mathbf{E}_3{}^B\mathbf{d}_{BS} - 2{}^B\mathbf{R}_W\mathbf{p}_A - 2{}^B\mathbf{R}_W{}^A\mathbf{R}_W^T{}^A\mathbf{d}_{AS}. \quad (3.7)$$

Setzt man den berechneten Gradienten gleich Null, sortiert die Terme in Matrixnotation um und führt die noch ausstehende Integration des Ausdrucks durch, so ergibt sich das lineare Gleichungssystem

$$\int_0^N \mathbf{D} \, dk \cdot \mathbf{z} = \int_0^N \mathbf{b} \, dk. \quad (3.8)$$

Dabei sind $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ und $\mathbf{z}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ Abkürzungen für

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E}_3 & -{}^A\mathbf{R}_W{}^B\mathbf{R}_W^T \\ -{}^B\mathbf{R}_W{}^A\mathbf{R}_W^T & \mathbf{E}_3 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{z} &= \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{d}_{AS} \\ {}^B\mathbf{d}_{BS} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{b} &= \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{R}_W(\mathbf{p}_B - \mathbf{p}_A) \\ {}^B\mathbf{R}_W(\mathbf{p}_A - \mathbf{p}_B) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Löst man (3.8) nach \mathbf{z} auf, so erhält man die Position des Gelenks bezüglich der beiden Marker $\{A\}$ und $\{B\}$, wobei der quadratische Mittelwert Δp_S minimal ist. Die Methode ist allerdings nur für Gelenke anwendbar, die mindestens zwei sich schneidende Drehachsen besitzen. Des Weiteren wird die berechnete Gelenkposition \mathbf{z} nicht frei von Fehlern sein, da sie aus (fehlerbehafteten) Messwerten für die Lage der beiden Marker $\{A\}$ und $\{B\}$ ermittelt wird.

Mit dieser Methode lassen sich die Position des Schultergelenks aus der Lage der beiden Marker M1, M2 und die Position des Ellenbogengelenks aus der Lage der beiden Marker M2, M3 berechnen. Als Ergebnis erhält man die Position des Schultergelenks durch ${}^1\mathbf{d}_{1S}$ und ${}^2\mathbf{d}_{2S}$, sowie die Position des Ellenbogengelenks durch ${}^2\mathbf{d}_{2E}$ und ${}^3\mathbf{d}_{3E}$. Diese Zusammenhänge verdeutlicht Abb. 3.3.

Konstante Parameter der Kinematik: Aus der Lage des Marker-KS $\{2\}$ und dem Positionsvektor ${}^2\mathbf{d}_{2S}$ kann die homogene Transformationsmatrix ${}^W\mathbf{T}_S$ vom Welt-KS in

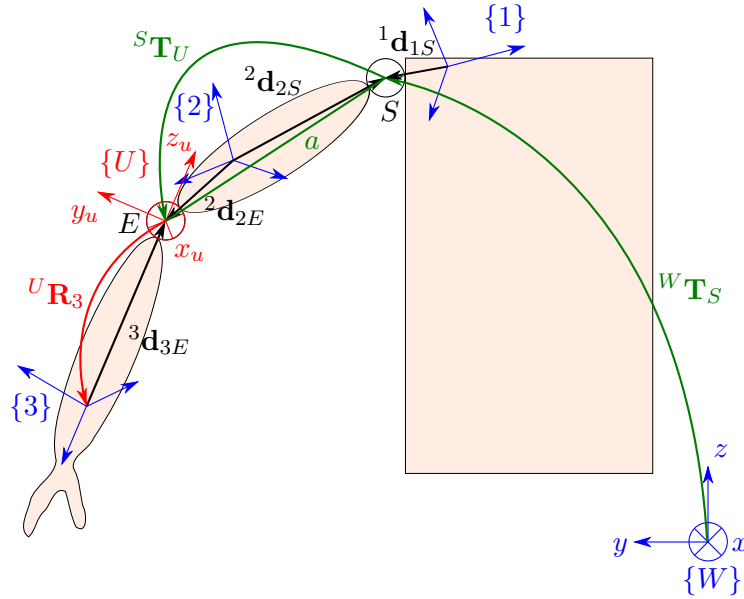


Abbildung 3.3 – Skizze der (konstanten) geometrischen Parameter und des aus ihnen berechneten kinematischen Modells $\mathbf{T}(\mathbf{q}) := {}^S\mathbf{T}_U(\mathbf{q})$ des Arms.

das Schultergelenk

$${}^W\mathbf{T}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_3 & \mathbf{p}_2 + {}^2\mathbf{R}_W^T {}^2\mathbf{d}_{2S} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

berechnet werden. Damit ist die Position des Schultergelenks bezüglich $\{W\}$ bekannt.

Des Weiteren lässt sich aus den beiden Vektoren ${}^2\mathbf{d}_{2S}$ und ${}^2\mathbf{d}_{2E}$ die Oberarmlänge a durch die euklidische Norm der Vektorsumme

$$a = \left\| -{}^2\mathbf{d}_{2S} + {}^2\mathbf{d}_{2E} \right\|_2 \quad (3.10)$$

berechnen. Diese skalare Größe wird bei der Identifizierung der Inverskinematik und als Plausibilitätskriterium in Abschnitt 4.4.1 benötigt.

Durch eine konstante Rotation ${}^U\mathbf{R}_3$ und den Vektor ${}^3\mathbf{d}_{3E}$ lässt sich das KS $\{3\}$ des dritten Markers in ein Unterarm-Koordinatensystem $\{U\}$ transformieren, das mit dem realen Arm ausgerichtet ist. Dabei liegt der Ursprung O_U entsprechend der Definition in Abb. 3.1 im Ellenbogengelenk. \mathbf{z}_U ist identisch mit der Rotationsachse von q_5 im Unterarm, die positive z -Richtung zeigt zur Schulter. \mathbf{y}_U zeigt in dorsaler⁴ Richtung vom Unterarm weg und \mathbf{x}_U vervollständigt das Rechtssystem. Die sich ergebende Transfor-

⁴von lat. *dorsum* „Rücken“: rückenwärts. Vgl. [38]

mation ${}^3\mathbf{T}_U$

$${}^3\mathbf{T}_U = \begin{bmatrix} {}^U\mathbf{R}_3^T & {}^3\mathbf{d}_{3E} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

ermöglicht die Bestimmung der Position des Ellenbogengelenks sowie der Orientierung des Unterarms aus der Lage des Handgelenkmarkers M3.

Auch der Vektor \mathbf{d} vom Ellenbogengelenk zu M3, dargestellt bezüglich U -Koordinaten, wird bei der Bestimmung der Inverskinematik herangezogen.

$$\mathbf{d} := {}^U\mathbf{d}_{3E} = -{}^U\mathbf{R}_3 {}^3\mathbf{d}_{3E} \quad (3.12)$$

Mit (3.10) und (3.12) ist es schließlich möglich, das kinematische Modell $\mathbf{T}(\mathbf{q}) := {}^S\mathbf{T}_U(\mathbf{q})$ aus (3.1) für jeden diskreten Zeitpunkt k der aufgezeichneten Armbewegung zu berechnen. Durch die Transformation (3.9) kann dieses bezüglich dem Welt-KS $\{W\}$ ausgedrückt werden.

Des Weiteren kann mit (3.9), (3.11) und der mit dem Kamerasystem gemessenen Lage ${}^W\mathbf{T}_3$ des Markers M3 die Ziel-Transformationsmatrix \mathbf{T}_d von der Schulter in den Ellenbogen

$$\mathbf{T}_d := {}^S\mathbf{T}_U = {}^W\mathbf{T}_S^{TW} \mathbf{T}_3 {}^U\mathbf{T}_3^T \quad (3.13)$$

berechnet werden. Diese wird für die Bestimmung der Inverskinematik benötigt.

3.2.1.2 Inverskinematik

Wie in Abschnitt 2.2.2.2 beschrieben, bildet die Inverskinematik kartesische Koordinaten auf Gelenkkoordinaten ab, d. h. $\mathbf{q} = f^{-1}(\mathbf{x})$.

Da die im vorhergehenden Abschnitt berechneten Gelenkpositionen für Schulter- und Ellenbogengelenk fehlerbehaftet sind, erfolgt die Berechnung des inversen kinematischen Modells numerisch durch nichtlineare Optimierung ohne Nebenbedingungen. Dadurch können Modellfehler minimiert werden. Dazu wird folgendes nichtlineares Optimierungsproblem formuliert:

$$\operatorname{argmin}(f(\mathbf{q})), \quad (3.14)$$

wobei die Kostenfunktion $f(\mathbf{q})$ durch

$$f(\mathbf{q}) = \|\mathbf{T}(\mathbf{q})\mathbf{T}_d^{-1} - \mathbf{E}_4\|_F \quad (3.15)$$

gegeben ist. Mit dem kinematischen Modell (3.1) und der Ziel-Transformation (3.13) kann die Kostenfunktion (3.15) berechnet werden. Dann lässt sich das Optimierungspro-

blem (3.14) mit der *Methode der kleinsten Fehlerquadrate* lösen. Dazu wird die in der MATLAB *optimization toolbox* enthaltene Funktion *fminunc* verwendet. Der Gradient der zu optimierenden Funktion wird dabei analytisch berechnet und an den Optimierer übergeben. Dies spart Rechenzeit gegenüber der numerischen Schätzung des Gradienten durch den Algorithmus. Als Ergebnis erhält man die geschätzten Gelenkwinkel $\hat{\mathbf{q}}$ für jeden Zeitpunkt der aufgezeichneten Bewegung des Arms. Schwierigkeiten bereiten dabei Armkonfigurationen, in denen die Gelenkwinkel der Schulter, q_1 , q_2 oder q_3 , den Wert $\frac{\pi}{2}$ annehmen. Aufgrund zeitlicher Beschränkungen wurde die Ursache für dieses Problem noch nicht untersucht. Jedoch liegt bei diesem Optimierungsproblem eine hochgradig nichtlineare Kostenfunktion vor, weswegen man nie sicher sein kann, ob der Algorithmus das gesuchte Minimum findet. Die Qualität der Lösung lässt sich überprüfen, indem die Transformationsmatrix $\mathbf{T}(\hat{\mathbf{q}}(k))$ berechnet und zu jedem Zeitpunkt der aufgezeichneten Bewegung mit der zugehörigen Ziel-Transformationsmatrix $\mathbf{T}_d(k)$ verglichen wird.

3.2.2 Projektion der Massendynamik des Arms auf die Basis

Um die Trägheitsparameter des Arms getrennt von den Impedanzparametern identifizieren zu können, wird die Projektion der Massendynamik des Arms auf die Basis benötigt. Mit einem Kraft- und Momentensensor unter dem Stuhl des Versuchstandes können dann die durch die Armbewegungen hervorgerufenen Basiskräfte und -momente gemessen werden. Das Modell der Massendynamik an der Basis wird mit dem in Abschnitt 2.2.3.2 eingeführten *iterativen Newton-Euler-Algorithmus* bestimmt. Die vom Algorithmus verwendeten Iterationen sind in Abb. 3.4 verdeutlicht. Mit der *Auswärtsiteration*, ①, werden die kartesische Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega}^T]^T$ und die kartesische Beschleunigung, $\ddot{\mathbf{x}} = [\dot{\mathbf{v}}^T \dot{\boldsymbol{\omega}}^T]^T$, sowie die kartesischen Trägheitskräfte $\mathbf{f}_t = [\mathbf{f}_t^T \mathbf{m}_t^T]^T$ berechnet, die auf die jeweiligen Körper wirken. Dabei gilt $j = i + 1$, mit $i = 0, \dots, 2$. Mit der *Einwärtsiteration*, ②, werden daraus die kartesischen Kräfte $\mathbf{f} = [\mathbf{f}^T \mathbf{m}^T]^T$

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_{ti} + {}^j\mathbf{R}_i^T \mathbf{f}_j + \mathbf{f}_{exti}, \quad (3.16)$$

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{m}_{ti} + {}^j\mathbf{R}_i^T \mathbf{m}_j + {}^i\tilde{\mathbf{d}}_S ({}^j\mathbf{R}_i^T \mathbf{f}_j) + \mathbf{m}_{exti} \quad (3.17)$$

berechnet, die vom j -ten auf den i -ten Körper wirken. Dabei gilt $j = i + 1$, mit $i = 2, \dots, 0$. \mathbf{f}_{exti} und \mathbf{m}_{exti} bezeichnen die externe Kraft bzw. das externe Moment, die von der Umwelt auf den i -ten Körper ausgeübt werden. \mathbf{d}_S bezeichnet den Vektor vom Ursprung O_i des körperfesten KS $\{i\}$ zum Ursprung O_j des körperfesten KS $\{j\}$. Zur Berechnung der kartesischen Trägheitskräfte \mathbf{f}_{ti} und Trägheitsmomente \mathbf{m}_{ti} , die auf den

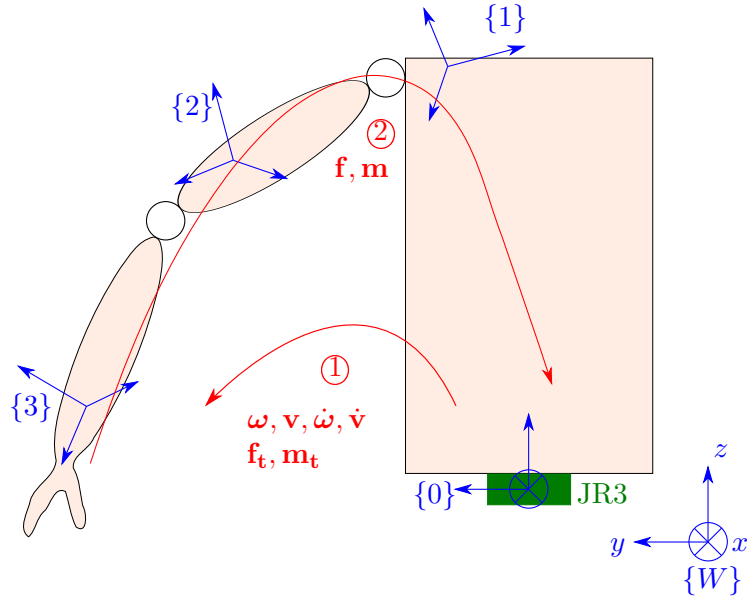


Abbildung 3.4 – Skizze zur Erläuterung des iterativen Newton-Euler-Algorithmus.

j -ten Körper wirken, wird die Auswärtsiteration verwendet.

$$\mathbf{f}_{tj} = m_j {}^j\dot{\mathbf{v}}_j + \dot{\tilde{\omega}}_j \mathbf{c}_j + \tilde{\omega}_j (\tilde{\omega}_j \mathbf{c}_j), \quad (3.18)$$

$$\mathbf{m}_{tj} = \mathbf{I}_j \dot{\omega}_j + \tilde{\omega}_j (\mathbf{I}_j \omega_j) + \tilde{\mathbf{c}}_j {}^j\dot{\mathbf{v}}_j \quad (3.19)$$

werden durch die Bewegung des j -ten Körpers (und durch die Gravitation) hervorgerufen. m_j bezeichnet die Masse, \mathbf{c}_j das Massenmoment erster Ordnung und \mathbf{I}_j den Trägheitstensor des j -ten Körpers. Um \mathbf{f}_t zu berechnen, werden die Geschwindigkeiten

$$\omega_j = {}^j\mathbf{R}_i (\omega_i + \omega_S), \quad (3.20)$$

$${}^j\mathbf{v}_j = {}^j\mathbf{R}_i ({}^i\mathbf{v}_i + {}^i\mathbf{v}_S + \tilde{\omega}_i {}^i\mathbf{d}_S) \quad (3.21)$$

benötigt. Diese können aus der bekannten Relativkinematik und den Geschwindigkeiten des vorhergehenden Körpers berechnet werden [28]. ω_S und ${}^i\mathbf{v}_S$ sind relative Geschwindigkeiten im Gelenk zwischen Körper i und Körper j . Durch die zeitliche Ableitung von (3.20) und (3.21) im inertialen Koordinatensystem folgen die Beschleunigungen

$$\dot{\omega}_j = ({}^j\mathbf{R}_i \tilde{\omega}_i {}^j\mathbf{R}_i^T) \omega_S + {}^j\mathbf{R}_i \dot{\omega}_i + \dot{\omega}_S, \quad (3.22)$$

$${}^j\dot{\mathbf{v}}_j = {}^j\mathbf{R}_i (\dot{\tilde{\omega}}_i {}^i\mathbf{d}_S + \tilde{\omega}_i \tilde{\omega}_i {}^i\mathbf{d}_S + 2\tilde{\omega}_i {}^i\mathbf{v}_S + \tilde{\omega}_i {}^i\mathbf{v}_i + {}^i\dot{\mathbf{v}}_S + {}^i\dot{\mathbf{v}}_i). \quad (3.23)$$

Mit (3.20) bis (3.23), eingesetzt in (3.18) und (3.19), lassen sich die kartesischen Kräfte \mathbf{f} aus (3.16) und (3.17) berechnen. Der Gravitationseinfluss ist dabei indirekt enthalten, wenn die Basis mit g entgegen der Gravitationsrichtung beschleunigt wird, was durch ${}^0\dot{\mathbf{v}}_0 = [0\ 0\ g]^T$ erreicht wird. Da der Proband in dem Experiment sitzt, können eine ruhende Basis angenommen und die drei verbleibenden Bewegungsgrößen mit ${}^0\mathbf{v}_0 = \boldsymbol{\omega}_0 = \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 = 0$ initialisiert werden.

3.2.3 Inverses dynamisches Modell

Das inverse dynamische Modell kann mit dem in Abschnitt 2.2.3.3 vorgestellten Lagrange Formalismus berechnet werden: Für das in Abschnitt 3.1 aufgestellte Armmodell kann die kinetische Energie aus (2.29) und die potentielle Energie aus (2.30) berechnet werden, wobei für beide $N = 2$ gilt. Setzt man die erhaltenen Ausdrücke für $E(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $U(\mathbf{q})$ in die Lagrange Funktion (2.27) ein und wendet den Lagrange Formalismus (2.28) an, so ergeben sich fünf verkoppelte Bewegungsgleichungen für das Armmodell. Wird dieses Gleichungssystem in Matrixnotation umgeschrieben, so erhält man das inverse dynamische Modell

$$\boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}), \quad (3.24)$$

welches in (2.26) definiert wurde. Dabei bezeichnen $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ die symmetrische und positiv definite Massenmatrix des Arms, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ den Vektor der Coriolis- und Zentrifugalkräfte und $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ den Gravitationsvektor.

3.3 Identifikation der Trägheitsparameter

Zur Bestimmung der Trägheitsparameter wird die Massendynamik an der Basis in Abhängigkeit der Gelenkbewegung verwendet. In Abschnitt 3.2.2 wurden die kartesischen Kräfte \mathbf{f}_0 als Modell für die durch die Massendynamik wirkenden Basiskräfte berechnet. Damit kann \mathbf{f}_0 zur Identifikation der Trägheitsparameter herangezogen werden.

Die Trägheitsparameter des Arms und des restlichen Körpers sind

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_1^T & \boldsymbol{\xi}_2^T & \boldsymbol{\xi}_3^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{30 \times 1}, \quad (3.25)$$

wobei der Satz an Trägheitsparametern für jeden der drei Teilkörper i durch

$$\boldsymbol{\xi}_i = \begin{bmatrix} XX_i & XY_i & XZ_i & YY_i & YZ_i & ZZ_i & mX_i & mY_i & mZ_i & m_i \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{10 \times 1} \quad (3.26)$$

beschrieben ist. Dabei enthält $\boldsymbol{\xi}_i$ die sechs Komponenten des Trägheitstensors \mathbf{I}_i aus

(2.25), die drei Komponenten des Massenmoments erster Ordnung aus (2.24), sowie die Masse m_i des Teilkörpers aus (2.23).

Um die Trägheitsparameter ξ aus den Gelenkwinkeln \mathbf{q} , sowie den in der Basis gemessenen Kräften aufgrund der Massendynamik des Arms zu schätzen, kann ein überbestimmtes, lineares Gleichungssystem

$$\mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\xi = \mathbf{Y} \quad (3.27)$$

herangezogen werden [2, 43]. Das Modell für die Basiskräfte aufgrund der Massendynamik des Arms, $\mathbf{f}_0(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \xi)$, hängt von den Gelenkwinkeln und deren zeitlichen Ableitungen, sowie den Trägheitsparametern ab. Linearisieren bezüglich der Trägheitsparameter ergibt

$$\mathbf{f}_0(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \xi) = \frac{\partial \mathbf{f}_0(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \xi)}{\partial \xi} \xi = \mathbf{X}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\xi. \quad (3.28)$$

Dann kann die Regressormatrix für die lineare Regression, $\mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$, durch

$$\mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(\mathbf{q}(1), \dot{\mathbf{q}}(1), \ddot{\mathbf{q}}(1)) \\ \mathbf{X}(\mathbf{q}(2), \dot{\mathbf{q}}(2), \ddot{\mathbf{q}}(2)) \\ \vdots \\ \mathbf{X}(\mathbf{q}(m), \dot{\mathbf{q}}(m), \ddot{\mathbf{q}}(m)) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6m \times 30} \quad (3.29)$$

gebildet werden. Hierbei bezeichnet $\mathbf{q}(k)$, $\dot{\mathbf{q}}(k)$, $\ddot{\mathbf{q}}(k)$ die Gelenkwinkel und ihre zeitlichen Ableitungen zum diskreten Zeitpunkt k . \mathbf{X} ist eine nichtlineare Abbildung von \mathbb{R}^{15} nach $\mathbb{R}^{6 \times 30}$. Der Ausgangsvektor \mathbf{Y} wird durch

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_0(\mathbf{q}(1), \dot{\mathbf{q}}(1), \ddot{\mathbf{q}}(1), \xi) \\ \mathbf{f}_0(\mathbf{q}(2), \dot{\mathbf{q}}(2), \ddot{\mathbf{q}}(2), \xi) \\ \vdots \\ \mathbf{f}_0(\mathbf{q}(m), \dot{\mathbf{q}}(m), \ddot{\mathbf{q}}(m), \xi) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6m \times 1} \quad (3.30)$$

gebildet, wobei $\mathbf{f}_0(\mathbf{q}(k), \dot{\mathbf{q}}(k), \ddot{\mathbf{q}}(k), \xi)$ die zum diskreten Zeitpunkt k in der Basis gemessenen kartesischen Kräfte aufgrund der Massendynamik des Arms sind. Wird die Anzahl der betrachteten diskreten Zeitpunkte ausreichend groß gewählt (hier: $6m \geq 30$), dann lassen sich die gesuchten Trägheitsparameter ξ über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmen, falls $\text{rang}(\mathbf{W}) = \dim(\xi)$ gilt. Dies führt auf

$$\xi = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{Y} = \mathbf{W}^\dagger \mathbf{Y}, \quad (3.31)$$

wobei \mathbf{W}^\dagger die Moore-Penrose Inverse der Regressormatrix \mathbf{W} ist.

Wenn der Regressor \mathbf{W} einen Rangdefekt aufweist, d. h. $\text{rang}(\mathbf{W}) < \dim(\boldsymbol{\xi})$, ist seine pseudoinverse Matrix nicht definiert. Eine Möglichkeit, das lineare Gleichungssystem (3.27) trotzdem nach den Trägheitsparametern $\boldsymbol{\xi}$ aufzulösen, ist eine Abbildung für \mathbf{W} zu finden, in der die Zeilen/Spalten linear unabhängig sind. Dieses Vorgehen wird in [29] beschrieben. Als Ergebnis erhält man einen Satz sog. „identifizierbarer Trägheitsparameter“⁵, $\boldsymbol{\zeta}$.

3.4 Steifigkeitsidentifikation in statischen Armkonfigurationen

Die Identifikation der Steifigkeit erfolgt unter Verwendung der mit der Inverskinematik aus Abschnitt 3.2.1.2 berechneten Gelenkwinkel $\hat{\mathbf{q}}(k)$ und den mit der Methode aus Abschnitt 3.3 berechneten, identifizierbaren Trägheitsparametern $\boldsymbol{\zeta}$.

Bei bekanntem $\boldsymbol{\zeta}$ ergeben sich die Gelenkmomente aufgrund der Massendynamik zu

$$\boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau}_{int} + \boldsymbol{\tau}_{ext}, \quad (3.32)$$

wobei $\boldsymbol{\tau}_{ext}$ die Gelenkmomente bezeichnet, die durch die in der Koppelstelle zwischen dem DLR Leichtbauroboter und dem Handgelenk gemessenen kartesischen Rückstellkräfte $\mathbf{f}_{ext} = [\mathbf{f}_{ext}^T \mathbf{m}_{ext}^T]^T$ verursacht werden. Die internen Gelenkmomente $\boldsymbol{\tau}_{int}$ werden mit $-\hat{\mathbf{h}}$ aus dem Impedanzmodell (1.2) modelliert:

$$\boldsymbol{\tau}_{int} = -\boldsymbol{\tau}_0 - \mathbf{K}\tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{D}\dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \quad \tilde{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{q}} - \hat{\mathbf{q}}_0. \quad (3.33)$$

Dabei bezeichnen \mathbf{K} und \mathbf{D} die symmetrischen, positiv definiten Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen. $\boldsymbol{\tau}_0$ sind die Gelenkmomente im Gleichgewichtszustand. Die zugehörigen Gelenkwinkel sind durch \mathbf{q}_0 bezeichnet. Durch einsetzen von (3.33) in (3.32) erhält man das *Modell für Steifigkeit und Dämpfung* bei der Auslenkung des Arms aus einer Gleichgewichtslage:

$$\mathbf{K}\tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \boldsymbol{\tau}_{ext} - \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) - \boldsymbol{\tau}_0 \quad (3.34)$$

wobei die Gelenkmomente im Gleichgewichtszustand durch

$$\boldsymbol{\tau}_0 = \boldsymbol{\tau}_{ext}(t=0) - \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{q}(t=0), \dot{\mathbf{q}}(t=0), \ddot{\mathbf{q}}(t=0)) \quad (3.35)$$

⁵In der englischsprachigen Literatur: *base inertial parameters*.

gegeben sind. Im statischen Fall gilt

$$\dot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}} = \dot{\dot{\mathbf{q}}} \approx 0. \quad (3.36)$$

Mit (3.36) ergibt sich aus dem Modell (3.34) das *reduzierte Modell für statische Bedingungen*:

$$\mathbf{K}\tilde{\mathbf{q}}(k) = \boldsymbol{\tau}_{ext} - \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\zeta}_{stat}) - \boldsymbol{\tau}_0 =: \mathbf{y}(k). \quad (3.37)$$

Beidseitiges transponieren von (3.37) führt auf

$$\tilde{\mathbf{q}}(k)^T \mathbf{K}^T = \mathbf{y}(k)^T. \quad (3.38)$$

Somit kann das überbestimmte Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}(1)^T \\ \tilde{\mathbf{q}}(2)^T \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}(m)^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}} \mathbf{K}^T = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{y}(1)^T \\ \mathbf{y}(2)^T \\ \vdots \\ \mathbf{y}(m)^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{Y}} \quad (3.39)$$

aufgestellt werden. Wenn \mathbf{Q} und \mathbf{Y} vollen Rang haben, kann das Problem (3.39) mit der Moore-Penrose Inversen von \mathbf{Q} gelöst werden. Diese Bedingung ist in der Praxis leicht zu erfüllen [8]. Um jedoch auch bei fehlerbehafteten Messwerten für $\tilde{\mathbf{q}}(k)^T$ und $\mathbf{y}(k)^T$ ein physikalisch konsistentes Ergebnis für \mathbf{K} zu erhalten, kann das entsprechende *Symmetric Positive Definite Estimation problem (SPDE)* gelöst werden:

Bestimmung symmetrischer, positiv definiter Matrizen aus fehlerbehafteten Messwerten: Die Eingangsdaten $\tilde{\mathbf{q}}(k)^T$ und Ausgangsdaten $\mathbf{y}(k)^T$ von (3.39) werden aus Messwerten bestimmt und sind deshalb fehlerbehaftet. Es soll garantiert werden, dass die aus (3.39) berechnete Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} symmetrisch und positiv definit ist. Zu diesem Zweck wird ein Verfahren verwendet, welches in [8] beschrieben wird. Das *SPDE*-Verfahren ermöglicht auch bei schlechter Konditionierung des Regressors \mathbf{Q} die Berechnung einer symmetrischen, positiv definiten Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} . Dazu wird das überbestimmte Gleichungssystem (3.39) gelöst, wobei $\mathbf{Q}, \mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ gilt. In

$$\mathbf{Q}\mathbf{K} \approx \mathbf{Y} \quad (3.40)$$

ist $\mathbf{K} \in \mathbb{P}$ die gesuchte Steifigkeitsmatrix, dabei ist \mathbb{P} die Menge symmetrischer und positiv definiter $n \times n$ Matrizen. Die Fehler in \mathbf{Y} , die durch Annahmen in \mathbf{Q} verursacht werden, werden mit $\mathbf{QK} - \mathbf{Y}$ bezeichnet. Analog sind $\mathbf{Q} - \mathbf{YK}^{-1}$ die Fehler in \mathbf{Q} , die aus Annahmen bezüglich \mathbf{Y} entstehen.

Für jedes $\mathbf{K} \in \mathbb{P}$ lässt sich eine Matrix $\mathbf{L} \in \mathbb{I}$ finden, so dass $\mathbf{K} = \mathbf{LL}^T$ erfüllt ist. Hierbei bezeichnet \mathbb{I} die Menge der invertierbaren Matrizen. Damit kann die Fehlerfunktion $f : \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{R}$ zur Lösung von (3.40) als

$$f(\mathbf{L}) = \left\| (\mathbf{QL} - \mathbf{YL}^T)^T (\mathbf{QL} - \mathbf{YL}^T) \right\|_F \quad (3.41)$$

formuliert werden. Das *SPDE*-Verfahren minimiert (3.41) in \mathbb{I} . Die Näherung \mathbf{K}^* für die symmetrische, positiv definite Lösung des Gleichungssystems (3.40) ergibt sich aus $\mathbf{K}^* = \mathbf{L}^* \mathbf{L}^{*T}$, wobei \mathbf{L}^* die Fehlerfunktion (3.41) minimiert. Sind $\mathbf{P} = \mathbf{Q}^T \mathbf{Q}$ und $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$, dann gilt, falls \mathbf{Q} und \mathbf{Y} vollen Rang haben, $\mathbf{P}, \mathbf{Z} \in \mathbb{P}$. Für jede symmetrische, positiv definite Näherung \mathbf{K}^* gilt dann: $\mathbf{L}^* \mathbf{L}^{*T} \mathbf{P} \mathbf{L}^* \mathbf{L}^{*T} = \mathbf{Z}$. Daraus lässt sich \mathbf{K}^* über

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{U}_P \mathbf{S}_P^{-1} \mathbf{U}_{\tilde{\mathbf{Z}}} \mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{Z}}} \mathbf{U}_{\tilde{\mathbf{Z}}}^T \mathbf{S}_P^{-1} \mathbf{U}_P^T \quad (3.42)$$

berechnen. Dabei sind

$$\mathbf{P} = \mathbf{U}_P \mathbf{S}_P^2 \mathbf{U}_P^T, \quad (3.43)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{S}_P \mathbf{U}_P^T \mathbf{Z} \mathbf{U}_P \mathbf{S}_P = \mathbf{U}_{\tilde{\mathbf{Z}}} \mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{Z}}}^2 \mathbf{U}_{\tilde{\mathbf{Z}}}^T \quad (3.44)$$

die Schurzerlegungen der Matrizen \mathbf{P} und $\tilde{\mathbf{Z}}$.

$$\mathbf{S}_P = \text{diag} \left[\sqrt{\lambda_P^1}, \sqrt{\lambda_P^2}, \dots, \sqrt{\lambda_P^n} \right], \quad (3.45)$$

$$\mathbf{S}_{\tilde{\mathbf{Z}}} = \text{diag} \left[\sqrt{\lambda_{\tilde{\mathbf{Z}}}^1}, \sqrt{\lambda_{\tilde{\mathbf{Z}}}^2}, \dots, \sqrt{\lambda_{\tilde{\mathbf{Z}}}^n} \right] \quad (3.46)$$

enthalten die Eigenwerte λ_P^i und $\lambda_{\tilde{\mathbf{Z}}}^j$ der Matrizen \mathbf{P} und $\tilde{\mathbf{Z}}$. Für die Herleitung und den Beweis der Aussage (3.42) wird auf [8] verwiesen.

4 Versuchsstand und Versuchsdurchführung

4.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Rahmen mit darauf montiertem Stuhl, auf dem der Proband während des Experiments fixiert wird. Um den Rahmen wird ein Kamerasystem mit sechs Infrarot-Kameras platziert. Unter der Sitzfläche ist ein Kraft- und Momentensensor für die Messung von Kräften in und Momenten um die drei kartesischen Raumrichtungen montiert. Ein DLR Leichtbauroboter kann an das Handgelenk des Probanden angekoppelt werden und dort Kräfte und Momente in den Arm einleiten.

4.1.1 Versuchsstand

Die praktische Realisierung des Versuchsstandes ist in Abb. 4.1 dargestellt. Im oberen Teil der Abbildung sind vier der sechs verwendeten Infrarot-Kameras zu sehen. Sie erlauben, in Verbindung mit Markersternen auf dem Arm, die Berechnung der Lage des Arms im Raum. Der LBR führt die Perturbation des Arms des Probanden aus⁶. An seinem Endeffektor ist ein JR3-90M31A Kraft- und Momentensensor montiert, um die Rückstellkräfte des Arms auf die Auslenkung zu messen. Der Proband erhält über den Bildschirm in seinem Blickfeld während des Versuchs Anweisungen und visuelles Feedback. Diese Visualisierung wird mit dem 3D-Grafik Werkzeug „Open Inventor“ realisiert. Im Vordergrund ist der Stuhl mit Vierpunktgurt und der zwischen Stuhl und Rahmen montierte JR3-160M50 Kraft- und Momentensensor zu erkennen. Während dem Experiment wird der Proband mit dem Vierpunktgurt auf dem Stuhl fixiert, um den Einfluss von willkürlichen Körperbewegungen auf die Messergebnisse zu minimieren.

4.1.1.1 Infrarot-Kamerasystem

Für die Berechnung der Lage des Arms im Raum wird ein Infrarot-Kamerasystem der Firma Vicon verwendet [44]. Die Kameras senden Licht im infraroten Spektrum aus,

⁶Da die Verwendung des DLR Leichtbauroboters analog zur vorhergehenden Arbeit von Lakatos erfolgt, wird für die Spezifikationen und die Regelung des LBR auf [28] verwiesen. Die Steuerung ist in MATLAB als Simulink-Modell realisiert und aus früheren Projekten verfügbar.

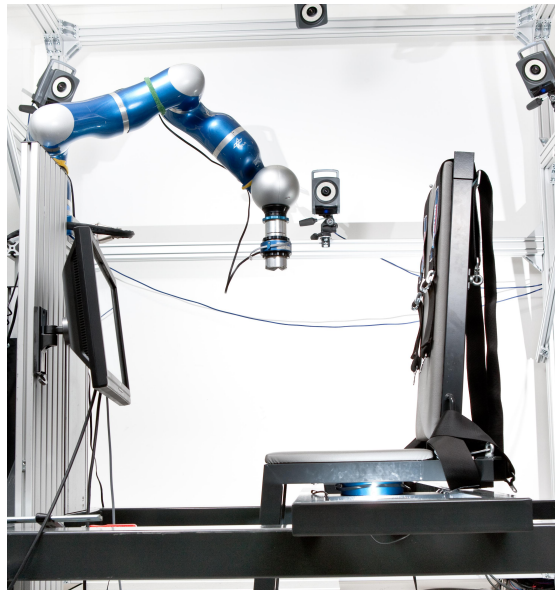


Abbildung 4.1 – Der für das Experiment verwendete Versuchsstand.

welches an Markerkugeln reflektiert wird. Diese Reflektion wird von den Kameras detektiert. Das so generierte Bild ermöglicht es, die absolute Position der Marker im Raum zu berechnen. Die verwendeten Kameras haben eine Auflösung von bis zu einem Megapixel und können mit Raten von 250 bis 2000 Bildern pro Sekunde Daten aufnehmen.

Die einzelnen Infrarot-Marker sind retroreflektierende Kugeln, d. h. einfallendes Licht wird in der entgegengesetzten Richtung zurückgeworfen. Je nach Anwendungsfall können Kugeln unterschiedlicher Größe eingesetzt werden. Die Marker werden auf den zu beobachtenden Körpern platziert. Um bestimmte Marker unterscheiden zu können, werden sie zu starren, eindeutig identifizierbaren Geometrien zusammengefasst, die in einer Definitionsdatei in der Anwendersoftware hinterlegt werden. Diese Gebilde werden im Folgenden als *Markersterne* bezeichnet. Neben der Position kann aus den Daten der Markersterne auch die Orientierung eines Körpers berechnet werden. Damit ermöglichen sie das Verfolgen der Bewegung von Mehrkörpersystemen. Ein Verfahren zur automatisierten Generierung von eindeutig unterscheidbaren Markerstrukturen wird in [15] präsentiert.

Die sechs Kameras werden so platziert, dass sie halbkugelförmig den Arbeitsbereich des zu beobachtenden Arms abdecken. Um einen Markerstern eindeutig im Raum zu identifizieren und seine Bewegung anschließend verfolgen zu können, werden simultane Daten von mindestens zwei Kameras benötigt. Limitiert wird die Qualität der Aufnahme in Echtzeit durch die Anzahl der Kameras und Marker, sowie der Bildrate. Die Rate, mit der die Daten auf die Festplatte geschrieben werden können, ist ebenfalls entscheidend.

4.1.1.2 Kraft- und Momentensensor

Für die Messung von Kräften und Momenten stehen zwei Kraft- und Momentensensoren der Firma JR3 zur Verfügung [25]. Mit ihnen lassen sich Kräfte in und Momente um die drei kartesischen Raumrichtungen erfassen. Die Sensoren bestehen aus einem Aluminiumgehäuse, in dem Dehnungsmessstreifen (DMS) und die interne Elektronik untergebracht sind. Die DMS sind in einer Wheatstone-Brücken-Konfiguration verschaltet, um Temperatureinflüsse auf die Messung zu reduzieren. Die *Auswertelektronik* im Inneren des Sensors besteht aus Verstärkern und einem Analog-Digital Wandler. Die Kalibrierdaten, um die gemessenen Spannungssignale der DMS in Kräfte und Momente umzurechnen, sind im Sensor gespeichert. Die maximale Frequenz der Datenaufnahme beträgt 8kHz .

Der Messbereich des JR3-160M50 in der Basis des Probanden liegt für Kräfte im Bereich von $F_x, F_y = \pm 1000\text{ N}$ und $F_z = \pm 2000\text{ N}$. Die maximal messbaren Momente um die drei Achsen betragen $M_x, M_y, M_z = \pm 160\text{ Nm}$. Dabei beträgt die Auflösung der Kräfte $0,032\%$ der Maximalkraft in der jeweiligen Richtung. Die Auflösung für Momente beträgt $0,05\text{ Nm}$ um alle drei Achsen.

Der Messbereich des JR3-90M31A in der Koppelstelle zwischen LBR und Handgelenk liegt für Kräfte im Bereich von $F_x, F_y = \pm 200\text{ N}$ und $F_z = \pm 400\text{ N}$. Die maximal messbaren Momente um die drei Achsen betragen $M_x, M_y, M_z = \pm 20\text{ Nm}$. Dabei beträgt die Auflösung der Kräfte $0,04\%$ der Maximalkraft in der jeweiligen Richtung. Die Auflösung für Momente beträgt $6,7\text{ mNm}$ um alle drei Achsen.

4.1.1.3 Koppelstelle

Die Koppelstelle zwischen dem LBR und dem Handgelenk des Arms des Probanden besteht zusätzlich zum bereits beschriebenen Kraft- und Momentensensor aus drei weiteren Komponenten:

- Drehgelenk,
- Magnetkupplung und
- Unterarmbandage.

Diese sind in [28] beschrieben und sollen an dieser Stelle überblicksartig vorgestellt werden: Das *Drehgelenk* besitzt einen rotatorischen Freiheitsgrad. Dieses verhindert, dass der LBR ein Moment um die Verbindungsachse in den Arm einleitet. An diesem Drehgelenk ist der Kraft- und Momentensensor befestigt. Daran schließt die am DLR entwickelte

Magnetkupplung an. Sie besteht aus einer dreiseitigen Eisenpyramide mit Permanentmagneten als Gegenstücken und öffnet bei einer Belastung mit einem Nennmoment von ca. 25 Nm. Schließlich bietet die *Unterarmbandage* eine kraft- und formschlüssige Verbindung zwischen dem Unterarm und der Eisenpyramide der Magnetkupplung. Durch diese Koppelstelle kann der Arm des Probanden entgegen der Gravitation durch den LBR in seiner Konfiguration gehalten werden.

4.1.1.4 Oberflächen-Elektromyographie

Mit Sensoren der Firma DelSys werden elektromyographische (EMG) Signale der Muskeln aufgenommen. Oberflächen-EMG misst die Muskelaktivität, indem die elektrische Spannung im Muskel gemessen wird. Dieses Spannungssignal steht im Zusammenhang mit der Aktivierung der Muskeln durch das ZNS [12]. Das Verfahren hat den Vorteil, dass es nicht-invasiv ist, die Sensoren also einfach auf die Haut geklebt werden können. Damit ist eine schmerzfreie Messung der Muskelaktivität möglich. Jedoch hängt die Qualität der gemessenen Signale stark von der korrekten Positionierung der Sensoren ab [11]. Dazu müssen die Sensoren mit der Längsrichtung des Muskels ausgerichtet werden, da sie die Muskelaktivität differentiell messen, um Rauschen zu minimieren. Des Weiteren sollte der Sensor auf dem Muskelbauch, in der Mitte des Muskels platziert werden. Damit werden Signale mit möglichst großer Amplitude erreicht und Interferenzen durch Signale benachbarter Muskeln minimiert.

4.1.2 Steuerung des Versuchs

Fünf Rechner sind an den Versuchsstand angeschlossen. In Abb. 4.2 ist der Aufbau zur Steuerung des Versuchs schematisch dargestellt. Ein PC und ein Echtzeitrechner (VX Works) werden für die Regelung des LBR benötigt. Ein zweiter PC dient der Steuerung des Versuchs durch den Versuchsleiter. Auf einem dritten PC läuft die Vicon Anwendersoftware und werden die aufgenommenen Lagedaten der drei Markersterne gespeichert. Zusätzlich werden die Lagedaten für die Steuerung und Visualisierung an einen zweiten Echtzeitrechner übertragen. Auf diesem werden auch die Messdaten der beiden Kraft- und Momentensensoren für die Offline-Auswertung abgespeichert. Die Kommunikation zwischen den Systemen wird über mehrere aRD-Netze realisiert. Diese sind Teil des am DLR entwickelten *agile robot development* und verwenden das *user datagram protocol* (UDP), um die Kommunikation zwischen (Software-) Blöcken zu standardisieren [3]. Auf einem Linux-System kann der Versuchsleiter den Status des Versuchsaufbaus und andere wichtige Daten im Echtzeitmodell einsehen (realisiert über den *external mode*

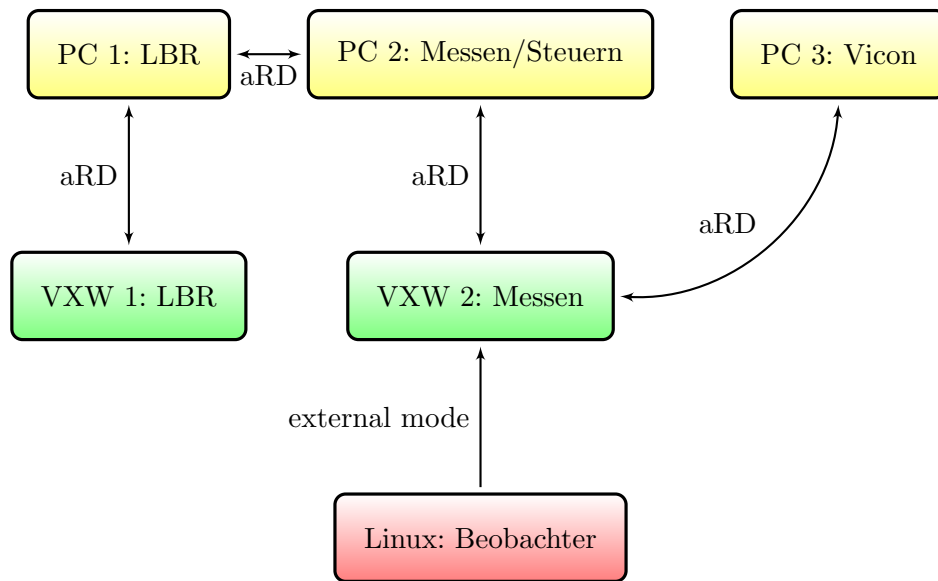


Abbildung 4.2 – Flussdiagramm des Aufbaus zur Steuerung des Experiments.

aus MATLAB's *real time workshop*). Das Kamerasystem nimmt Daten mit einer Frequenz von 500 Hz auf, während die Kraft- und Momentensensoren mit 2 kHz abgetastet werden. Die EMG-Messung kann über einen zusätzlichen Laptop erfolgen, auf dem die DelSys Anwendersoftware läuft. Die EMG-Daten werden dann mit 2 kHz, synchron mit den Messdaten der Kraft- und Momentensensoren, auf dem zweiten Echtzeitrechner aufgezeichnet.

4.2 Ablauf des Experiments

Die Verifizierung der in Abschnitt 3 vorgestellten Methode zur Identifikation der Steifigkeit des menschlichen Arms bei Bewegungen im Raum wurde mit einem Experiment vorgenommen. Aus Zeitgründen konnte die Methode bislang nur an einem Probanden getestet werden. Dieser war 28 Jahre alt, männlich und linkshändig dominant. Das vollständige Experiment besteht aus

- Kinematikidentifikation,
- Massenparameteridentifikation und der
- Steifigkeitsmessung in zwei Armkonfigurationen im Arbeitsbereich.

Insgesamt dauerte es ca. 2,5 h mit wenigen Minuten Pause zwischen den Telexperimenten. Das Experiment ist so aufgebaut, dass die einzelnen Telexperimente durch

den Versuchsleiter gestartet werden und der Proband die Durchführungsgeschwindigkeit selbst wählt. Das heißt der Proband hat die Möglichkeit willkürlich Pausen zu machen.

4.3 Versuchsvorbereitung

Platzierung der Infrarot-Markersterne: Die Identifikation der Vorwärtskinematik des Arms des Probanden aus der räumlichen Lage dreier Marker wurde in Abschnitt 3.2.1.1 beschrieben. Um die räumliche Lage dieser drei körperfesten KS während der Armbewegung zu bestimmen, werden drei Infrarot-Markersterne (M1, M2 und M3) auf dem Arm des Probanden befestigt. Wie in Abschnitt 4.1.1.1 beschrieben, besteht jeder Markerstern aus einer definierten Struktur mit vier einzelnen Markerkugeln. Dadurch kann die Anwendersoftware die Position und Orientierung der Markersterne aus den Messdaten des Kamerasystems berechnen.

Dabei müssen Bewegungen der Markersterne relativ zum Knochen, z. B. aufgrund von Muskelbewegungen oder der Dehnbarkeit der Haut, minimiert werden. Dies lässt sich erreichen, indem die Markersterne in bestimmten Positionen auf dem Arm angebracht werden [5]. Marker M1 wird auf dem *Acromion*⁷ platziert. M2 wird auf der dorsalen Seite des Oberarms, ca. 15 cm oberhalb des Ellenbogengelenks angebracht. Der Marker M3 wird auf der Unterarmbandage montiert, so dass er auf der dorsalen Seite des Unterarms, ca. 10 cm oberhalb des Handgelenks liegt. Dabei ist er so ausgerichtet, dass die konstante Rotation ${}^U\mathbf{R}_3$ aus Abschnitt 3.2.1.1 einfach zu bestimmen ist. Für die Berechnung der Inverskinematik nach der in Abschnitt 3.2.1.2 beschriebenen Methode werden nur die Gelenkpositionen bezüglich der Marker M2 und M3 verwendet. Die praktische Durchführung des Experiments kann deshalb vereinfacht werden, wenn M1 anstatt auf dem *Acromion* in einer konstanten Position in Nähe der Schulter auf der Stuhllehne angebracht wird.

Platzierung der EMG-Sensoren: Soll zusätzlich zur Steifigkeitsidentifikation die korrespondierende Muskelaktivität gemessen werden, müssen EMG-Sensoren entsprechend den in Abschnitt 4.1.1.4 beschriebenen Kriterien über bestimmten Muskeln platziert werden. Mit Sensoren in acht Positionen kann die Aktivität der für die Bewegung des Arms im Raum zuständigen Muskeln aufgezeichnet werden [40]. Dazu werden acht EMG-Sensoren gemäß Abbildung 4.3 auf der Schulter und dem Arm des Probanden platziert. Die Muskelaktivität der folgenden Muskeln wird aufgezeichnet [38]:

- Klavikularer Teil des *Musculus deltoideus* (DK) und

⁷Höchster Punkt des Schulterblatts [38].

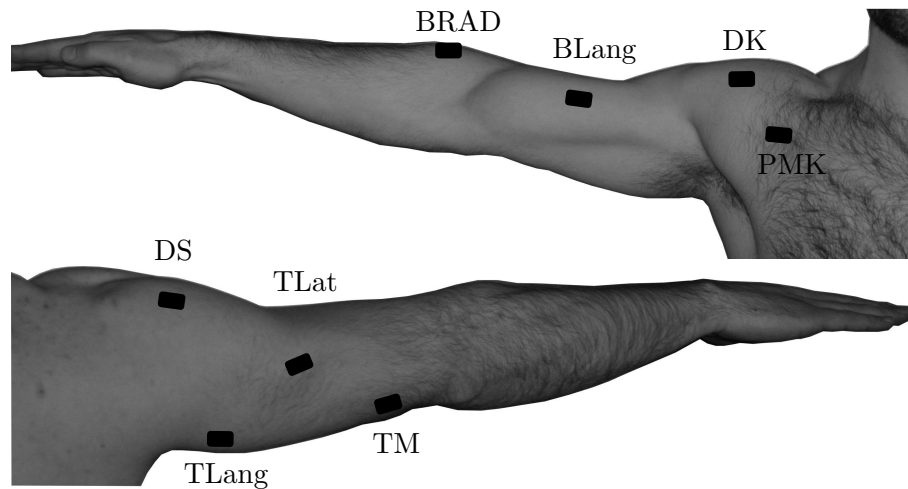


Abbildung 4.3 – Schematische Darstellung der Positionen für die Platzierung der EMG-Sensoren auf den im Experiment beobachteten Muskeln.

- klavikularer Teil des *Musculus pectoralis major* (PMK), beide zuständig für Anteversion (d. h. Vorwärtsbewegung des Arms und der Schulter), sowie die Innenrotation und Adduktion (d. h. das Heranführen an die Körperachse) des Oberarms.
- Spinaler Teil des *Musculus deltoideus* (DS), zuständig für Retroversion (d. h. Rückwärtsbewegung des Arms und der Schulter), sowie der Außenrotation und Adduktion des Oberarms.
- Langer Kopf des *Musculus biceps brachii* (BLang), zuständig für die Flexion des Ellenbogens und die Supination (d. h. Außenrotation des Unterarms) bei gebeugtem Ellenbogen. Des Weiteren ist BLang für die Flexion der Schulter (d. h. die Vorwärtsbewegung des Oberarms), sowie die Abduktion (d. h. das Wegführen von der Körperachse) und Innenrotation des Oberarms zuständig.
- Langer Kopf des *Musculus triceps brachii* (TLang), zuständig für die Extension des Ellenbogens und der Schulter (d. h. Rückwärtsbewegung des Oberarms), sowie die Adduktion des Arms.
- *Musculus brachioradialis* (BRAD), zuständig für die Flexion des Ellenbogengelenks, sowie Pronation (d. h. Innenrotation des Unterarms).
- Lateraler Kopf des *Musculus triceps brachii* (TLat) und
- medialer Kopf des *Musculus triceps brachii* (TM), beide zuständig für die Extension des Ellenbogengelenks.

4.4 Versuchsdurchführung

In Abschnitt 4.2 wurden die drei Teilerperimente des Experiments eingeführt. Diese sollen im Folgenden erläutert werden.

Im ersten Teilerperiment wurden die Parameter der Vorwärtskinematik, sowie die Inverskinematik *online* identifiziert. Im zweiten Teilerperiment wurden Daten für die *offline*-Identifikation der Trägheitsparameter des Arms aufgenommen. Das dritte Teilerperiment bestand aus einer Kraftaufgabe. Die Rückstellkraft des Arms auf eine Auslenkung aus einem Gleichgewichtszustand wurde gemessen. Anschließend konnte daraus *offline* die Steifigkeit des Arms berechnet werden. Dabei wurde mittels EMG-Sensoren die Muskelaktivität bei der Durchführung der Kraftaufgabe aufgezeichnet.

4.4.1 Erstes Teilerperiment: Kinematikidentifikation

Um die Inverskinematik des Arms nach der in Abschnitt 3.2.1.2 eingeführten Methode aus den geometrischen Parametern des Arms zu berechnen, wurde der Proband angewiesen, seinen Arm mit angemessener Geschwindigkeit durch den gesamten Arbeitsbereich zu bewegen. Wichtig war dabei, alle fünf Gelenkwinkel \mathbf{q} anzuregen. Die Bewegung der auf dem Arm platzierten Markersterne im Raum wurde mit dem Infrarot-Kamerasystem aufgezeichnet. Aus den durch die Anwendersoftware berechneten Transformationsmatrizen der drei Marker wurden zur Laufzeit des Versuches die Parameter der Vorwärtskinematik des Arms nach der in Abschnitt 3.2.1.1 vorgestellten Methode identifiziert. Zu diesem Zweck wurde das lineare Gleichungssystem (3.8) numerisch im MATLAB/Simulink Modell gelöst. Daraus ergaben sich zwei 6×1 Vektoren, \mathbf{d}_S für das Schultergelenk und \mathbf{d}_E für das Ellenbogengelenk. Beide enthielten jeweils zwei Positionsvektoren, welche die Position der Gelenke bezüglich der jeweils benachbarten Marker angaben. Nach ca. 30 s waren die beiden Fehler p_S und p_E aus (3.4) „klein genug“, woraufhin die Identifikation vom Versuchsleiter beendet werden konnte. Die Oberarmlänge a nach (3.10) ließ sich dabei als Plausibilitätskriterium heranziehen, indem der berechnete Wert mit der zuvor gemessenen Oberarmlänge des Probanden verglichen wurde. Anschließend wurden die beiden Transformationsmatrizen $\mathbf{T}(\mathbf{q}(k))$ aus (3.1) und $\mathbf{T}_d(k)$ aus (3.13) bestimmt und aus ihnen die Inverskinematik des Arms berechnet.

Auf dem Monitor im Blickfeld des Probanden konnten damit im zweiten Teilerperiment zwei Visualisierungen dargestellt werden. Neben der Darstellung der aktuellen Armlage konnte eine Soll-Konfiguration des Arms vorgegeben werden. Dazu wurden \mathbf{q} und \mathbf{q}_d an die Visualisierung übergeben. Aus ihnen wurden dann die entsprechenden Transformationen für die Visualisierung berechnet.

TABELLE 4.1

Gewählte Armkonfigurationen \mathbf{q}_d in $[rad]$ für die Anregung der Trägheitsparameter des Arms.

Position	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
1	0,9170	1,1167	-0,1745	0,2618	0,4981
2	1,2708	1,2708	0,7854	0,2618	0
3	1,3708	1,3708	0,1745	1,5708	0
4	1,2708	1,2708	0,7200	0,6618	0
5	1,2708	1,2708	-0,1745	1,5708	0
6	0	0,2873	0,6854	1,5409	0,6981
7	1,1422	1,3708	-0,1413	0,2618	0
8	0,2833	0,0873	-0,1745	1,5708	0
9	0	1,3708	-0,0469	1,5708	0
10	0,8884	0,0873	0,6854	1,1211	0

4.4.2 Zweites Telexperiment: Trägheitsparameteridentifikation

Um die statischen Trägheitsparameter des Arms nach der in Abschnitt 3.3 vorgestellten Methode zu identifizieren, wurden die Basiskräfte \mathbf{f}_0 aufgrund der Massendynamik für verschiedene Armkonfigurationen verglichen. Um die dafür nötigen Messdaten zu erhalten, wurde der Proband angewiesen, definierte Armkonfigurationen einzustellen und zu halten. Dazu wurde die im vorhergehenden Abschnitt beschriebene Visualisierung der Soll-Lage und der Ist-Lage des Arms verwendet. Dabei war besonders wichtig, alle Bewegungen von Körperteilen außer dem zu untersuchenden Arm zu verhindern oder zu minimieren, da die dadurch hervorgerufenen Kräfte und Momente die Messwerte verfälschen konnten. Um die Genauigkeit und Robustheit der Schätzung zu erhöhen, mussten Armkonfigurationen gefunden werden, in denen Singularitäten vermieden und die einzelnen Trägheitsparameter möglichst stark angeregt wurden. Deshalb wurden die zehn Soll-Konfigurationen entsprechend Tabelle 4.1 gewählt. Die Aufgabe des Probanden war es, diese zehn Armkonfigurationen in einer Sequenz einzustellen. Dazu wurde der Fehler zwischen der Soll- und Ist-Konfiguration anhand der Transformationsmatrizen $\mathbf{T}(\hat{\mathbf{q}}(k))$ und $\mathbf{T}_d(k)$ berechnet. Wann immer der Proband seinen Arm für mindestens 1,5 s innerhalb der geforderten Toleranz hielt, wurde die Sequenz zur nächsten Konfiguration weiter geschaltet. Diese Sequenz wurde vier Mal wiederholt, um eine für eine verlässliche Auswertung ausreichende Menge an Datenpunkten zu gewinnen. Insgesamt dauerte die Durchführung der vier Sequenzen des zweiten Telexperiments ca. 7 min.

Mit dem Infrarot-Kamerasystem wurde dabei die Lage der drei Marker aufgezeichnet. Über die Inverskinematik konnten die zu den eingenommenen Soll-Konfigurationen gehörenden, tatsächlichen Gelenkwinkel $\hat{\mathbf{q}}(k)$ berechnet werden. Mit dem Kraft- und

Momentensensor unter dem Stuhl des Versuchsstandes wurden die durch die Bewegung des Arms hervorgerufenen Änderungen der Kräfte und Momente in der Basis gemessen. Aus diesen Daten konnten mittels linearer Regression die statischen Trägheitsparameter des Arms berechnet werden.

4.4.3 Drittes Telexperiment: Steifigkeitsmessung

Um die Steifigkeit des Arms nach der in Abschnitt 3.4 beschriebenen Methode aus dem dort aufgestellten Gleichungssystem (3.39) abzuschätzen, wurden die berechneten Gelenkwinkel vor und nach der Auslenkung des Handgelenks aus einer Gleichgewichtslage, sowie die karthesischen Kräfte am Handgelenk aufgrund der Perturbation benötigt. Um die dafür nötigen Messdaten zu erhalten, wurde der Proband angewiesen, eine Kraftaufgabe durchzuführen.

Der Arm des Probanden wurde durch den LBR in einer Ausgangslage \mathbf{q}_0 gehalten. Acht unterschiedliche *Kraftlevel* (vier Richtungen mit je zwei Beträgen der Kraft) waren gegen den Endeffektor des LBR's auszuüben. Die vier Richtungen waren die positive und negative x - und z -Richtung. Kräfte in y -Richtung wurden nicht verwendet, da dabei aufgrund des relativ hohen Aufbaus der Koppelstelle ein sehr hohes Moment ausgeglichen werden müsste. Dies würde dazu führen, dass der Unterarm des Probanden in der Bandage verrutscht und der Kraftschluss nicht mehr gewährleistet wäre. In diesen vier Richtungen waren Soll-Kräfte von 10 N bzw. 20 N aufzubringen. Dazu sah der Proband auf dem Monitor eine Visualisierung der mit dem Kraft- und Momentensensor in der Koppelstelle gemessenen Kräfte und Momente. Diese wurden als farbige Kugeln in einem kartesischen Koordinatensystem dargestellt, um eine intuitive Steuerung des Versuchs zu ermöglichen. Die Soll-Kraft wurde eingestellt, indem der Proband die Kugel, welche die Ist-Kraft repräsentierte, mit der Soll-Kraft-Kugel in Deckung brachte. Das Soll-Moment wurde im Versuch zu Null gesetzt, d. h. der Proband hatte das – durch das Aufbringen der Kraft erzeugte – Moment um die Koppelstelle auszugleichen. Zusätzlich wurde das durch Co-Kontraktion der Muskelgruppen im Arm einzustellende EMG-Level als Kugel auf einer Achse dargestellt. Das Ist-Level wurde eingestellt, indem die Kugel für das Ist-Level mit der Kugel für das Soll-Level in Deckung gebracht wurde.

Nachdem der Proband das vorgegebene Kraftlevel gegen den Roboter aufgebracht und das Soll-EMG-Level eingestellt hatte, lenkte der LBR den Arm aus seinem Gleichgewichtszustand aus. Dabei wurde der Zeitpunkt der Perturbation zufällig aus einem Zeitfenster von 0,5 s bis 1,5 s nach Erreichen der Soll-Konfiguration ausgewählt. Mit dem Kraft- und Momentensensor in der Koppelstelle wurden die Rückstellkräfte des Arms auf die Perturbation gemessen. Das Kamerasystem wurde hierbei verwendet, um die Lage \mathbf{x}

TABELLE 4.2

Gewählte Ausgangslagen \mathbf{q}_0 in $[rad]$ des Arms für die Messung der Steifigkeit in dieser Position.

Position	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
1	0,4297	0,6967	0,7265	1,6913	0,7949
2	0,5803	0,7777	0,9920	1,8383	0,6021

des Handgelenks des Probanden zu bestimmen. Die Perturbation erfolgte in linearisierten Gelenkkoordinaten des Arms, dabei gab es zehn Richtungen für die Perturbation. Sollte der i -te Gelenkwinkel ($i = 1, \dots, 5$) perturbieren werden, wurde $q_i = 0,08 \text{ rad}$ auf die i -te Komponente von $\Delta \mathbf{q} = [00000]^T$ addiert oder von ihr subtrahiert (je nach Perturbationsrichtung). Mit der Jakobimatrix des Arms konnte die kartesische Kommandierung $\Delta \mathbf{x}$ für den LBR aus $\Delta \mathbf{x} \approx {}^3\mathbf{J}_{arm}(\mathbf{q}_0)\Delta \mathbf{q}$ berechnet werden. Dabei konnte die Jakobimatrix ${}^3\mathbf{J}_{arm}(\mathbf{q})$ nach (2.21) aus Abschnitt 2.2.2.3 bestimmt werden. Dazu wurde die kartesische Geschwindigkeit des Handgelenks bezüglich der Gelenkkoordinaten linearisiert. Die Auslenkung des Arms von \mathbf{x}_0 nach $\mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}$ erfolgte dann in Form eines Polynoms 5. Grades, wodurch eine möglichst ruckfreie Anregung erreicht wurde. \mathbf{x}_0 war dabei die zu \mathbf{q}_0 gehörende, kartesische Lage des Handgelenks.

Jede Kombination aus Kraftlevel und Perturbation trat fünf mal auf, d. h. der Proband wurde bei der Steifigkeitsidentifikation in jeder Armkonfiguration 400 mal perturbieren. Dieser Ablauf wurde für zwei verschiedene Armkonfigurationen durchgeführt, die im Versuch entsprechend Tabelle 4.2 gewählt wurden. Abb. 4.4 zeigt den Probanden bei der Durchführung der Kraftaufgabe.

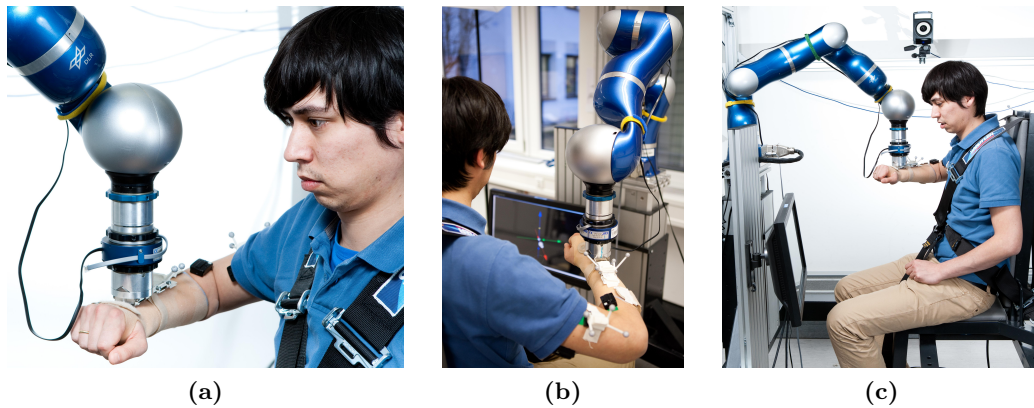


Abbildung 4.4 – Der Proband bei der Durchführung der Kraftaufgabe. In Bild (a) und (b) sind die Koppelstelle zwischen dem Handgelenk und dem Endeffektor des LBR, sowie die Markersterne und EMG-Sensoren auf dem Arm des Probanden zu sehen. Bild (c) zeigt einen Überblick über den Versuchsstand.

5 Auswertung und Resultate

Die *offline*-Auswertung des in Abschnitt 4.4 beschriebenen Experiments wurde mit MATLAB vorgenommen.

5.1 Interpolation und Synchronisation der Messdaten

In Abschnitt 4.1.1.1 wurde bei der Beschreibung des Kamerasystems darauf eingegangen, dass simultane Daten von mindestens zwei Kameras für das Verfolgen der Bewegung eines Markersterns nötig sind. Wird ein Markerstern durch den Arm vor den Kameras verdeckt, oder kann er aufgrund eines ungünstigen Blickwinkels nicht mehr identifiziert werden, so kann die Position und Orientierung des Markersterns nicht mehr aus den Kameradaten bestimmt werden. In diesem Fall entsteht eine Lücke in den Lagedaten, die durch Interpolation gefüllt werden muss.

Interpolation von „verlorenen“ Markersternen: Die Interpolation von Rotationsmatrizen ist nicht einfach möglich, da deren Orthonormalität eingehalten werden müsste. Aus diesem Grund werden die vom Kamerasystem berechneten homogenen Transformationsmatrizen in die Achse-Winkel-Darstellung umgerechnet (vgl. Abschnitt 2.2.1.3). Da in dieser Darstellung die Rotationsachse normiert wird, ist gewährleistet, dass man sich bei der Interpolation auf einer Kugeloberfläche bewegt.

„Verliert“ das Kamerasystem einen Markerstern, so ersetzt es die entsprechenden Transformationsmatrizen durch Nullmatrizen. Für die Interpolation werden die letzte vorhandene Transformationsmatrix vor der Lücke (\mathbf{T}_V), sowie die erste wieder vorhandene Transformationsmatrix nach der Lücke (\mathbf{T}_N) in den Kameradaten gesucht. Der zu interpolierende Bereich der Orientierung lässt sich dann aus den Rotationsanteilen der Transformationsmatrizen über

$$\Delta \mathbf{R} := {}^V \mathbf{R}_N = \mathbf{R}_V^T \mathbf{R}_N \quad (5.1)$$

berechnen. $\Delta \mathbf{R}$ kann dann durch die Zusammenhänge in (2.5) und (2.6) in die äquivalente Achse-Winkel-Darstellung umgerechnet werden. Nun werden die äquivalente Achse \mathbf{k}

normiert und der Winkel linear im Bereich $0 \dots \theta$ interpoliert. Anschließend können die interpolierten Rotationsmatrizen \mathbf{R}_i durch

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_V \mathbf{R}_k(\theta_i) \quad (5.2)$$

berechnet werden, wobei $\mathbf{R}_k(\theta_i)$ die äquivalente Rotationsmatrix aus (2.4) ist. Die Position kann linear zwischen den Positionsanteilen von \mathbf{T}_V und \mathbf{T}_N interpoliert werden.

Interpolation von Übertragungsfehlern: Das Betriebssystem der Vicon Anwendersoftware ist Windows XP. Dieses ist nicht Echtzeitfähig. Aus diesem Grund ist die Aufzeichnung der Kameradaten nicht deterministisch und die Bildrate von 500 Hz wird nicht unter allen Umständen eingehalten. In diesen Fällen müssen die entsprechenden Datensätze in diesen Bereichen ebenfalls interpoliert werden. Dies ist nach dem selben Vorgehen möglich, wie die zuvor beschriebene Interpolation der „verlorenen“ Markersterne.

Synchronisation der Daten: Anschließend werden die Lagedaten und die Messdaten der beiden Kraft- und Momentensensoren synchronisiert. Das ist erforderlich, da aufgrund der Hardwarerealisierung des Kamerasystems eine konstante Verschiebung zwischen dem Index der Kraft- und Momentendaten und der Bildnummer der Kameradaten vorliegt. Die Anwendersoftware startet erst einige Zeit nachdem die Kameras mit dem Aufnehmen von Bildern begonnen haben mit dem Zählen dieser Bilder. Diese Verschiebung wurde mit Hilfe einer Infrarot-LED gemessen und zu 296 Bildern bestimmt.

5.2 Auswertung der Messdaten

5.2.1 Berechnung der Inverskinematik

Die Identifikation der Vorwärtskinematik wurde in Abschnitt 4.4.1 beschrieben. Dort wurde aus (3.13) die Ziel-Transformationsmatrix \mathbf{T}_d von der Schulter ins Handgelenk berechnet. Mit \mathbf{T}_d und $\mathbf{T}(\mathbf{q})$ aus (3.1) kann das in Abschnitt 3.2.1.2 aufgestellte Optimierungsproblem (3.14) für jeden Zeitpunkt der aufgezeichneten Armbewegung gelöst werden. Dies erfolgt, wie dort beschrieben, numerisch in MATLAB. Die Funktion `fminunc` wird genutzt, um mit dem Algorithmus `MediumScale` das Optimierungsproblem (3.14) unter Verwendung des an den Optimierer übergebenen, analytisch berechneten Gradienten der Kostenfunktion

$$\text{grad}(f) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \quad (5.3)$$

zu minimieren. Als Startwert für die Minimierung wird $\mathbf{q} = [\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \frac{\pi}{4}, 0]$ gewählt, da dies weit weg von jeglichen singulären Armkonfigurationen ist. Nach der Kinematikidentifikation werden die Messdaten der Kraft- und Momentensensoren und die berechneten Gelenkwinkel tiefpassgefiltert. Hierzu wird ein Butterworth-Filter fünfter Ordnung verwendet.

5.2.2 Identifikation der Trägheitsparameter

In Abschnitt 3.3 wurde die Methode zur Berechnung der Trägheitsparameter des Arms durch lösen des linearen Gleichungssystems (3.27) beschrieben. Die Trägheitsparameter werden durch den Vergleich von Messdaten aus konsekutiven Armkonfigurationen bestimmt. In Abschnitt 4.4.1 wurde beschrieben, wie diese Messdaten gewonnen wurden. Für die Identifikation der statischen Trägheitsparameter werden Daten aus den quasi-stationären Zuständen vor Beginn der Bewegung und nach Erreichen der nächsten Armkonfiguration verwendet. Dazu stehen Kraft- und Lagedaten aus 40 Datensätzen zur Verfügung (vier Sequenzen mit je zehn Konfigurationen). Der Ausgangsvektor \mathbf{Y} wird aus den mit dem Kraft- und Momentensensor unter dem Stuhl des Versuchsstandes aufgezeichneten Daten mit (3.30) berechnet. Die Regressormatrix $\mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ für die lineare Regression wird entsprechend (3.29) aus denselben Daten gebildet. Die Massenparameter sind verkoppelte Größen, weswegen $\mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ linear abhängige Zeilen/Spalten aufweist. Deshalb können nicht alle der Trägheitsparameter $\boldsymbol{\xi}_{stat}$ identifiziert werden. Durch das in [29] beschriebene Verfahren wird eine Abbildung gefunden, in der $\mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ vollen Rang besitzt. Damit lassen sich neun verkoppelte *identifizierbare Trägheitsparameter* $\boldsymbol{\zeta}_{stat}$ identifizieren, die in Tabelle 5.1 auf Seite 50 zusammengefasst sind. Da der so gebildete Regressor $\mathbf{W}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ vollen Rang besitzt, können die identifizierbaren Trägheitsparameter $\boldsymbol{\zeta}_{stat}$ mit Hilfe der pseudoinversen Matrix $\mathbf{W}_m^\dagger(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ aus

$$\mathbf{W}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\zeta}_{stat} = \mathbf{Y} \quad (5.4)$$

berechnet werden.

5.2.3 Schätzung der Steifigkeit

In Abschnitt 4.4.3 wurde die Kraftaufgabe beschrieben, welche die Identifikation der Steifigkeit für statische Armkonfigurationen ermöglicht. Mit den so gewonnenen Messdaten wird aus dem reduzierten Modell (3.37) aus Abschnitt 3.4 die Steifigkeit des menschlichen Arms berechnet. Dazu werden Daten aus den quasi-stationären Zuständen vor Beginn und nach Ende der Perturbation verwendet. Da das Kraftlevel und die Pertur-

bationsrichtung zufällig aus mehreren Kombinationsmöglichkeiten ausgewählt werden, müssen Perturbationen mit gleichen Bedingungen sortiert werden. Für jede der acht Gleichgewichtslagen einer Ausgangskonfiguration sind in den Messdaten 50 zugehörige Datensätze vorhanden. Aus diesen wird für jede der acht Gleichgewichtslagen jeweils die Jakobimatrix ${}^3\mathbf{J}_{arm}$ nach dem in Abschnitt 4.4.3 beschriebenen Vorgehen berechnet. Mit der Transponierten von ${}^3\mathbf{J}_{arm}$ können die in der Koppelstelle gemessenen, kartesischen Kräfte \mathbf{f}_{ext} durch $\boldsymbol{\tau}_{ext} = {}^3\mathbf{J}_{arm}^T \mathbf{f}_{ext}$ auf äquivalente Gelenkmomente $\boldsymbol{\tau}_{ext}$ abgebildet werden [10]. Zusätzlich werden für jede der acht Gleichgewichtslagen die Regressormatrix $\tilde{\mathbf{q}}(k)^T$ und die Ausgangsmatrix $\mathbf{y}(k)^T$ aus (3.39) berechnet. Aus diesen wird dann mit dem in Abschnitt 3.4 beschriebenen *SPDE*-Verfahren die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_q in Gelenkkoordinaten berechnet.

\mathbf{K}_q kann in eine Steifigkeitsmatrix ${}^0\mathbf{K}_x \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ in kartesischen Koordinaten umgerechnet werden. Damit ist es möglich, die Steifigkeit in einer dreidimensionalen Abbildung darzustellen. Dazu wird das Problem

$$({}^0\mathbf{J}_{arm,p} \mathbf{K}_q^{-1} {}^0\mathbf{J}_{arm,p}^T) {}^0\mathbf{K}_x = \mathbf{E}_3 \quad (5.5)$$

gelöst. Dabei wird ${}^0\mathbf{J}_{arm}$ analog zu ${}^3\mathbf{J}_{arm}$ berechnet, wobei jedoch die kartesische Geschwindigkeit des Handgelenks in Basiskoordinaten bezüglich der Gelenkkoordinaten linearisiert wird. Um die Steifigkeit ${}^0\mathbf{K}_x$ in einer dreidimensionalen Abbildung darstellen zu können, enthält ${}^0\mathbf{J}_{arm,p} \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$ in (5.5) lediglich die ersten drei Zeilen von ${}^0\mathbf{J}_{arm}$.

5.3 Ergebnisse

5.3.1 Trägheitsparameter

Die nach der in Abschnitt 5.2.2 beschriebenen Methode berechneten identifizierbaren Trägheitsparameter sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Dabei beschreiben b_1 und b_2 die Position des Schultergelenks relativ zum Kraft- und Momentensensor in der Basis. b_1 ist der Abstand in x -Richtung, b_2 der Abstand in y -Richtung.

Die verkoppelten Massenmomente für den Körper (Zeile 1 und 2) müssen aufgrund des Hebelarms negativ herauskommen. Das selbe gilt für die Massenmomente in Zeile 7 und 9, sowie für das verkoppelte Massenmoment in Zeile 6. *mY3* muss aufgrund seines Hebelarms positiv sein. Der Markerstern M2 ist so platziert, dass eine Aussage über das Vorzeichen der Massenmomente in Zeile 4 und 5 nicht einfach möglich ist. Das Körpergewicht des Probanden von ca. 81 kg in Zeile 3 ist plausibel.

TABELLE 5.1

Identifizierbare Trägheitsparameter und die aus den Messdaten berechneten Werte.

	identifizierbare Trägheitsparameter	berechnete Werte
1	$mX_1 + b_1(m_2 + m_3)$	-6,4204 kgm
2	$mY_1 + b_2(m_2 + m_3)$	-0,3769 kgm
3	$m_1 + m_2 + m_3$	81,0842 kg
4	mX_2	0,0120 kgm
5	mY_2	-0,0229 kgm
6	$mZ_2 + am_3$	-1,1129 kgm
7	mX_3	-0,1150 kgm
8	mY_3	0,0181 kgm
9	mZ_3	-0,4001 kgm

„Goodness of fit“ des Ausgangsvektors: Die Qualität der geschätzten Trägheitsparameter kann nach folgendem Vorgehen überprüft werden: In Abschnitt 5.2.2 wurde ein lineares Gleichungssystem zur Berechnung der identifizierbaren Trägheitsparameter eingeführt. Aus (5.4) kann die Schätzung der Trägheitsparameter $\hat{\zeta}$ durch

$$\hat{\zeta} = \mathbf{W}_m^\dagger(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) \mathbf{Y} \quad (5.6)$$

berechnet werden. Dies kann verwendet werden, um aus

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) \hat{\zeta} \quad (5.7)$$

die Basiskräfte \mathbf{f}_0 für den Ausgangsvektor zu schätzen. Anschließend können \mathbf{Y} und $\hat{\mathbf{Y}}$ miteinander verglichen werden, um die Qualität der Schätzung der Trägheitsparameter zu überprüfen. Für die Messdaten aus den vier Sequenzen des zweiten Teilexperiments ergibt sich Abbildung 5.1. Die Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung zwischen den gemessenen und geschätzten Basiskräften \mathbf{f}_x beträgt 0,62 N mit einer Standardabweichung von $\pm 0,39$ N. Für \mathbf{f}_y ist der Mittelwert 0,67 N (Standardabweichung: $\pm 0,51$ N) und \mathbf{f}_z ist der Mittelwert 0,52 N (Standardabweichung: $\pm 0,31$ N). Diese geringen Abweichungen sind ein Indiz für eine „gute“ Schätzung der Trägheitsparameter.

5.3.2 Steifigkeit

Die geschätzte Steifigkeit wird in der Literatur im zweidimensionalen Fall üblicherweise in Form einer Steifigkeitsellipse dargestellt, z. B. [13, 16, 24, 31]. Dabei entsprechen die größere Hauptachse der Ellipse dem größeren Eigenwert der Steifigkeit und die kleinere Hauptachse dem kleineren Eigenwert. Die Steifigkeitsellipse ist eine visuelle Darstellung

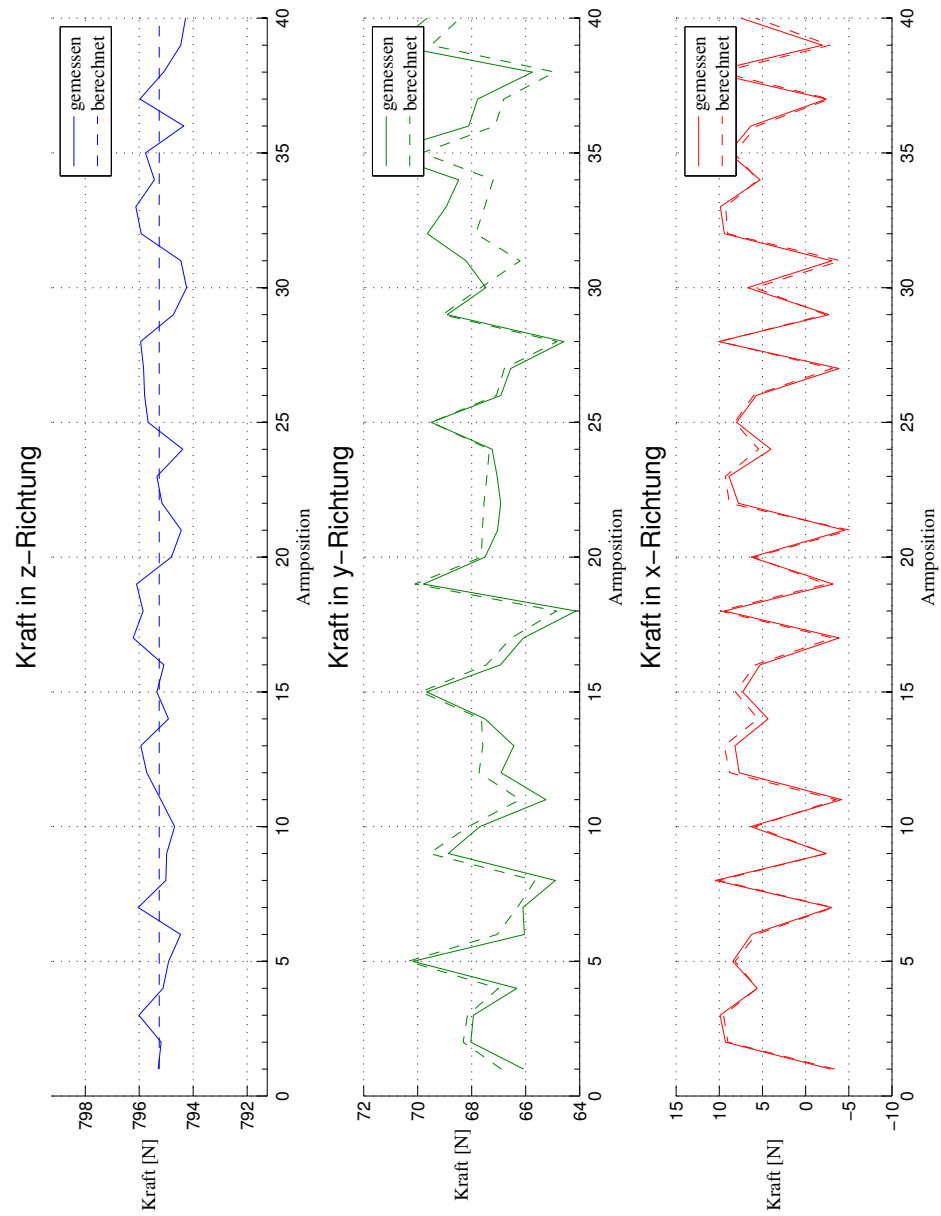


Abbildung 5.1 – Vergleich der gemessenen und der geschätzten Projektion der Kräfte aufgrund der Massendynamik des Arms auf die Basis.

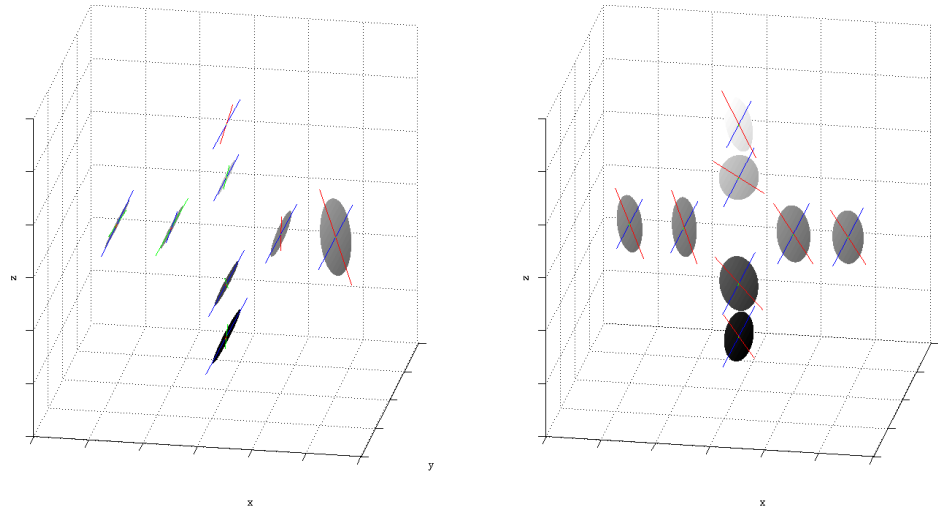


Abbildung 5.2 – Steifigkeitsellipsoide für Auslenkungen aus acht Gleichgewichtslagen um zwei Armkonfigurationen im Arbeitsbereich des Arms.

der Rückstellkraft entgegen einer aufgebrauchten Einheitsauslenkung. Zu beachten ist, dass nur bei Auslenkungen entlang der Hauptachsen die Rückstellkraft exakt entgegen der Störung wirkt. Bei Auslenkungen in beliebigen Richtungen wirkt die Rückstellkraft in einer Richtung senkrecht zur Steifigkeitsellipse.

Diese Darstellung lässt sich auf den dreidimensionalen Fall erweitern, in dem anstatt einer Ellipse ein Ellipsoid geplottet wird. Aus der Lösung des Problems (5.5) ist ersichtlich, dass die Jakobimatrix ${}^0\mathbf{J}_{arm,p}$ einen großen Einfluss auf die Steifigkeit bezüglich kartesischer Koordinaten hat. Deshalb können nur Steifigkeitsparameter für gleiche Armkonfigurationen verglichen werden. Abb. 5.2 zeigt die Steifigkeitsellipsoide für die beiden im dritten Teilexperiment gemessenen Armkonfigurationen. Die in dieser Arbeit berechneten Steifigkeitsmatrizen sind allerdings nur bedingt plausibel. Für größere Vorspannkräfte in einer Richtung würde man ein Ausrichten der größten Hauptachse der Steifigkeitsellipsoide in dieser Richtung erwarten. Für die zweite Armkonfiguration in Abb. 5.2 zeigt sich ein derartiger Trend. Das dies in der Darstellung jedoch nicht eindeutig zu beobachten ist, legt den Schluss nahe, dass die gewählte Methode für Messungen im statischen Fall nicht robust genug ist.

6 Schlussfolgerungen und Ausblick

In dieser Arbeit wurde die Steifigkeit des menschlichen Arms in statischen Armkonfigurationen im Raum untersucht. Dazu wurde der Arm als Starrkörpermodell aus zwei Körpern mit insgesamt fünf Freiheitsgraden angenommen. Die viskoelastischen Eigenschaften der Skelettmuskeln werden durch das lokal linearisierte Impedanzmodell (1.2) berücksichtigt. Als Ergebnis erhält man ein Modell mit einem nichtlinearen Teil für die Massendynamik und einem linearen Teil für Steifigkeit und Dämpfung. Dabei ist das Gesamtmodell linear bezüglich der Modellparameter. Parameter der Kinematik sowie Gelenkpositionen wurden unter Verwendung eines Infrarot-Kamerasystems berechnet. Anschließend wird die Inverskinematik numerisch berechnet. Die identifizierbaren Trägheitsparameter werden bestimmt. Die symmetrische, positiv definite Steifigkeitsmatrix wird mit dem *SPDE*-Verfahren aus der Rückstellkraft des Arms auf eine Auslenkung aus der Ruhelage berechnet.

Schlussfolgerungen: Die Inverskinematik ist so stabil, dass der Proband sich sogar frei im Versuchsstand bewegen könnte. Dies ist möglich, da sie ausschließlich aus Gelenkpositionen bezüglich der Marker M2 und M3 berechnet wird, da (3.10), (3.12) und (3.13) nur von Größen bezüglich $\{2\}$ und $\{3\}$ abhängen.

Was allerdings bislang noch fehlt ist eine Verifizierung der Ergebnisse. Da die vorgestellte Methode zur Identifikation der Steifigkeit aus fehlerbehafteten Messdaten das *SPDE*-Verfahren nutzt, kann das Kriterium der symmetrischen, positiv definiten Steifigkeitsmatrix nicht zur Verifikation des Ergebnisses herangezogen werden.

Die Methode scheint ein vielversprechender Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen der Armsteifigkeit bei Bewegungen des Arms im Raum zu sein. Allerdings sind noch einige Fragen ungeklärt und wurden aus Zeitgründen noch nicht behandelt. Diese werden im Folgenden kurz erläutert.

Ausblick auf weiterführende Aufgaben: Der nächste, notwendige Schritt wäre, die Steifigkeit und Dämpfung aus der kompletten, dynamischen Systemantwort auf eine Perturbation zu identifizieren. Dadurch würde mehr Information genutzt, als bei der zu-

vor vorgestellten Methode. Bei der Identifikation der Impedanzparameter aus den Transienten der Messdaten würde die Symmetrie und positive Definitheit der Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen nicht gefordert werden. Dadurch stünde ein Verifikationskriterium zur Verfügung, um die physikalische Plausibilität der berechneten Ergebnisse zu überprüfen.

Außerdem soll eine Abbildung zwischen der Muskelaktivität und der Steifigkeit gefunden werden, um eine einfache Abschätzung der Steifigkeit während freier Bewegung zu ermöglichen. Das Ziel ist es, die Schätzung der Gelenksteifigkeit durch Messung von elektromyographischen Signalen zu ermöglichen. Erste Versuche, die EMG-Signale linear auf die Steifigkeit abzubilden, zeigen vielversprechende Resultate.

Eine bestehende Fehlerquelle ist, dass die Gelenkwinkelgeschwindigkeit $\dot{\mathbf{q}}$ derzeit durch numerisches Ableiten der Gelenkwinkel $\hat{\mathbf{q}}$ berechnet wird. Durch die interpolierten Lagdaten und das Tiefpassfiltern von Kraftdaten und Gelenkwinkeln wird das Ergebnis allerdings verfälscht. Eine Alternative wäre, Beschleunigungssensoren auf dem Arm anzubringen, und die Gelenkwinkelgeschwindigkeit durch Integrieren der Gelenkwinkelbeschleunigungen $\ddot{\mathbf{q}}$ zu berechnen.

Schließlich könnte die Kraftaufgabe aus Abschnitt 4.4.3 auch in y -Richtung durchgeführt werden, wenn die mit dem Kraft- und Momentensensor in der Koppelstelle gemessenen Kräfte \mathbf{f}_{ext} vom Kraft- und Momentensensor in den Arm transformiert würden. Dann müsste das durch eine Vorspannkraft in y -Richtung aufgebrachte Moment nicht ausgeglichen werden.

Literaturverzeichnis

- [1] A. Albu-Schäffer. *Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken am Beispiel der DLR-Leichtbauarme*. Dissertation, Technische Universität München, 2002.
- [2] K. Ayusawa, G. Venture, and Y. Nakamura. Real-time implementation of physically consistent identification of human body segments. In *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 6282–6287, 2011.
- [3] B. Bäumel and G. Hirzinger. Agile robot development (aRD): A pragmatic approach to robotic software. In *Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 3741–3748, 2006.
- [4] F. Bergbauer. Technische Mechanik I (Statik). Vorlesungsskriptum Hochschule Deggendorf, 2008.
- [5] E. V. Biryukova, A. Roby-Brami, A. A. Frolov, and M. Mokhtari. Kinematics of human arm reconstructed from spatial tracking system recordings. *Journal of Biomechanics*, 33:985–995, 2000.
- [6] I. E. Brown, E. J. Cheng, and G. E. Loeb. Measured and modeled properties of mammalian skeletal muscle. II. the effects of stimulus frequency on force-length and force velocity relationships. *Journal of Muscle Research and Cell Motility*, 20:627–643, 1999.
- [7] E. Burdet, R. Osu, D. W. Franklin, T. Yoshioka, T. E. Milner, and M. Kawato. A method for measuring endpoint stiffness during multi-joint arm movements. *Journal of Biomechanics*, 33:1705–1709, 2000.
- [8] Y. Chen and J. E. McInroy. Estimation of symmetric positive-definite matrices from imperfect measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(10):1721–1725, 2002.
- [9] E. J. Cheng, I. E. Brown, and G. E. Loeb. Virtual muscle: a computational approach to understanding the effects of muscle properties on motor control. *Journal of neuroscience methods*, 101(2):117–130, 2000.

- [10] J. J. Craig. *Introduction to Robotics - Mechanics and Control*. Addison-Wesley, 2nd edition, 1989.
- [11] C. J. De Luca. *Surface electromyography: Detection and recording*. DelSys Inc., 2002.
- [12] C. J. De Luca. *Encyclopedia of Medical Devices and Instrumentation*, chapter electromyography, pages 98–109. John Wiley, 2006.
- [13] T. Flash and F. A. Mussa-Ivaldi. Human arm stiffness characteristics during the maintenance of posture. *Experimental brain research*, 82(2):315–26, 1990.
- [14] M. Gautier. Numerical calculation of the base inertial parameters of robots. *Journal of Robotic Systems*, (4):1020–1025, 1991.
- [15] D. Gierlach, A. Gustus, and P. van der Smagt. Generating marker stars for 6d optical tracking. Accepted for the 2012 IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, 2012.
- [16] H. Gomi and M. Kawato. Human arm stiffness and equilibrium-point trajectory during multi-joint movement. *Biological Cybernetics*, 76:163–171, 1997.
- [17] M. Grebenstein, A. Albu-Schäffer, T. Bahls, M. Chalon, O. Eiberger, W. Friedl, R. Gruber, S. Haddadin, U. Hagn, R. Haslinger, H. Höppner, S. Jörg, M. Nickl, A. Nothhelfer, F. Petit, J. Reill, N. Seitz, T. Wimböck, S. Wolf, T. Würsthoff, and G. Hirzinger. The DLR Hand Arm System. In *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3175–3182, 2011.
- [18] S. Haddadin. *Towards Safe Robotics: Approaching Asimov’s First Law*. Dissertation, RWTH Aachen, 2011.
- [19] H. Hansmaier. Robotik. Vorlesungsskriptum Hochschule Deggendorf, 2011.
- [20] A. V. Hill. The mechanics of active muscle. *Proceedings of the Royal Society B*, 141:104–117, 1953.
- [21] N. Hogan. Impedance control: An approach to manipulation, part i - the theory. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 107:1–7, 1985.
- [22] N. Hogan. Impedance control: An approach to manipulation, part ii - implementation. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 107:8–16, 1985.

- [23] N. Hogan. Impedance control: An approach to manipulation, part iii - applications. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 107:17–24, 1985.
- [24] N. Hogan. The mechanics of multi-joint posture and movement control. *Biological Cybernetics*, 52:315–331, 1985.
- [25] JR3, Inc. Datenblätter des JR3-160M50 und des JR3-90M31A. Heruntergeladen von <http://www.jr3.com/MseriesData.html>, zuletzt aufgerufen am 26.04.2012.
- [26] W. Khalil and E. Dombre. *Modeling, Identification & Control of Robots*. Hermes Penton Science, 2002.
- [27] H. Kopp. *Graphische Datenverarbeitung: Methoden, Algorithmen und ihre Implementierung*. Hanser Fachbuchverlag, 1989.
- [28] D. Lakatos. Identifikation der Impedanzparameter des menschlichen Arms mit dem sieben-Achs DLR Leichtbauroboter. Diplomarbeit, Hochschule München, 2011.
- [29] D. Lakatos, D. Rüschen, P. van der Smagt, and A. Albu-Schäffer. Determine identifiable inertial parameters via row space transformation. Submitted to the 2012 IEEE Conference on Decision and Control, 2012.
- [30] R. L. Lieber. Skeletal muscle is a biological example of a linear electro-active actuator. In *Proceedings of SPIE's 6th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials*, 1999.
- [31] F. A. Mussa-Ivaldi, N. Hogan, and E. Bizzi. Neural, mechanical, and geometric factors subserving arm posture in humans. *The Journal of Neuroscience*, 5:2732–2743, 1985.
- [32] C. Ott. *Cartesian Impedance Control of Redundant and Flexible-Joint Robots*, chapter 3 Cartesian Impedance Control: The Rigid Body Case, pages 29–44. Springer, 1st edition, 2008.
- [33] E. J. Perreault, R. F. Kirsch, and A. M. Acosta. Multiple-input, multiple-output system identification for characterization of limb stiffness dynamics. *Biological Cybernetics*, 80:327–337, 1999.
- [34] M. Peshkin and J. E. Colgate. Cobots. *Industrial Robot: An International Journal*, 26(5):335–341, 1999.

- [35] K. B. Petersen and M. S. Pedersen. The Matrix Cookbook. Heruntergeladen von <http://www2.imm.dtu.dk/pubdb/p.php?3274>, zuletzt aufgerufen am 26.04.2012, 2008.
- [36] R. Pfeifer and J. Bongard. *how the body shapes the way we think - a new view of intelligence*. The MIT Press, 2007.
- [37] L. Roesse-Koerner. Quadratische Programmierung mit Ungleichungen als Restriktionen. Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität, 2009.
- [38] M. Schuenke, E. Schulte, and U. Schumacher. *THIEME Atlas of Anatomy*. Georg Thieme Verlag Stuttgart, 2010.
- [39] S. Schulte. Simulationstechnik. Vorlesungsskriptum Hochschule Deggendorf, 2011.
- [40] D. Shin, J. Kim, and Y. Koike. A myokinetic arm model for estimating joint torque and stiffness from EMG signals during maintained posture. *Journal of Neurophysiology*, 101:387–401, 2009.
- [41] P. A. Tipler and G. Mosca. *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*. Spektrum Akademischer Verlag, 2007. 2. Auflage.
- [42] H. van der Kooij, B. Koopman, and F. C. T. van der Helm. *Human Motion Control*. Delft University, 2008.
- [43] G. Venture, K. Yamane, Y. Nakamura, and T. Yamamoto. Identification of human limb viscoelasticity using robotics methods to support the diagnosis of neuromuscular diseases. *The International Journal of Robotics Research*, 28(10):1322–1333, 2009.
- [44] Vicon Motion Systems Limited. *Go Further with Vicon MX T-Series*, 2009.