



---

Diplomarbeit

Trilaterale Regelung für einen  
Teleoperationstrainer

Michael Panzirsch

2. September 2010

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann

Paul Kotyczka

Andreas Tobergte (DLR - Robotik und Mechatronik)

Jordi Artigas (DLR - Robotik und Mechatronik)

Institut: Lehrstuhl für Regelungstechnik

Technische Universität München

## **Geheimhaltung**

Diese Diplomarbeit darf weder vollständig noch auszugsweise ohne schriftliche Zustimmung des Autors, des betreuenden Referenten bzw. des Instituts für Robotik und Mechatronik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt vervielfältigt, veröffentlicht oder Dritten zugänglich gemacht werden.

# Erklärung

Hiermit erkläre ich, die vorliegende Arbeit selbstständig durchgeführt zu haben und keine weiteren Hilfsmittel und Quellen als die angegebenen genutzt zu haben.

München, den 2. September 2010

---

# Aufgabenstellung

## **Problemstellung:**

Während minimalinvasiver Operationen in der Chirurgierobotik müssen u.a. komplizierte Bewegungsabläufe wie das Verknoten einer Naht auf kleinstem Raum innerhalb des Körpers ausgeführt werden. Um solche Manipulationen schnell zu erlernen, müssen diese einem unerfahrenen Chirurgen durch einen zweiten, mit dem jeweiligen Robotersystem erfahrenen Chirurgen antrainiert werden. Dieser Spezialist soll sich aus Kostengründen auf einem anderen Kontinent befinden dürfen, weshalb im Kommunikationskanal des zu entwickelnden Trainingssystems hohe instabilisierende Zeitverzögerungen auftreten können. Im Sinne des Trainingserfolgs soll eine bestmögliche Transparenz zwischen Operatoren und Umgebung erzielt werden.

## **Aufgabe:**

In der Diplomarbeit soll in Matlab/Simulink eine Regelungsarchitektur entworfen werden, welche unter hohen Zeitverzögerungen ein trilaterales Trainingsszenario ermöglicht.

Die einzelnen Teilaufgaben des Projekts sind:

- Entwurf eines Trainingsszenarios mit Dominanzverteilung
- Analyse von Stabilität und Transparenz
- Anwendung des Time Domain Passivity Konzepts zur Stabilisierung des trilateralen Systems unter Zeitverzögerung
- Experimente im Testbett und im realitätsnahen Szenario mit hochwertigen Eingegeräten unter Simulation des Roboters

# Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Inhaltsverzeichnis</b>   | <b>I</b>  |
| <b>Nomenklatur</b>  | <b>IV</b> |
| <b>Abbildungsverzeichnis</b>                                      | <b>V</b>  |
| <b>1 Einleitung</b>   | <b>1</b>  |
| <b>2 Motivation und Aufgabenstellung</b>                          | <b>3</b>  |
| <b>3 Grundlagen der bilateralen Regelung</b>                      | <b>5</b>  |
| 3.1 Bilaterale Teleoperation . . . . .                            | 5         |
| 3.1.1 Regelungsarchitekturen . . . . .                            | 9         |
| 3.1.2 Netzwerkdarstellung . . . . .                               | 13        |
| 3.2 Stabilität . . . . .  | 15        |
| 3.2.1 Ein-/Ausgangsstabilität . . . . .                           | 16        |
| 3.2.2 Llewellyn - Absolute Stabilität . . . . .                   | 17        |
| 3.2.3 Zeitverzögerung und Stabilität . . . . .                    | 18        |
| 3.2.4 Passivität . . . . .  | 20        |
| 3.3 Transparenz . . . . .   | 28        |
| 3.3.1 Yokokohji . . . . .   | 28        |
| 3.3.2 Khademian . . . . .   | 29        |
| <b>4 Trilaterale Regelung für ein Telechirurgietrainingsystem</b> | <b>32</b> |
| 4.1 Telechirurgietraining im MOSS-System . . . . .                | 32        |
| 4.2 MOSS-Architektur . . . . .                                    | 33        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 4.2.1    | Bilateral . . . . .   | 33         |
| 4.2.2    | Trilateral . . . . .  | 34         |
| 4.2.3    | Vergleich . . . . .   | 36         |
| 4.3      | Dominanzverteilung . . . . .  | 37         |
| 4.4      | Stabilität . . . . .  | 44         |
| 4.4.1    | E/A-Stabilität unter Vernachlässigung der Zeitverzögerung . . . . .   | 45         |
| 4.4.2    | Llewellyn-Kriterium . . . . .   | 51         |
| 4.5      | Transparenz . . . . .   | 57         |
| 4.5.1    | Einfluss der Reglerparameter - Yokokohji . . . . .                    | 59         |
| 4.5.2    | Einfluss der Architektur - Khademian . . . . .                        | 63         |
| <b>5</b> | <b>Telechirurgietraining unter Time Delay</b>                         | <b>77</b>  |
| 5.1      | Passivitätsanalyse . . . . .  | 77         |
| 5.1.1    | Subsystem PI-Regler . . . . .   | 79         |
| 5.1.2    | Subsystem Verteiler . . . . .   | 84         |
| 5.1.3    | Verstärkungssubsysteme . . . . .                                      | 85         |
| 5.2      | PO/PC-Konzepte . . . . .  | 93         |
| 5.2.1    | Kanal-PO/PC . . . . .   | 93         |
| 5.2.2    | Strecken-PO/PC . . . . .  | 93         |
| 5.2.3    | Vergleich des Kanal- mit dem 2-Strecken-PO/PC-System . . . . .        | 105        |
| 5.2.4    | Vergleich Position-Position- und Position-Force-Architektur . . . . . | 107        |
| <b>6</b> | <b>Experimente</b>  | <b>112</b> |
| 6.1      | Haptische Eingabegeräte . . . . .                                     | 112        |
| 6.1.1    | Falcon . . . . .  | 112        |
| 6.1.2    | Omega . . . . .   | 115        |
| <b>7</b> | <b>Zusammenfassung</b>  | <b>123</b> |
| <b>8</b> | <b>Ausblick</b>   | <b>125</b> |
|          | <b>Referenzen</b>   | <b>127</b> |
| <b>A</b> | <b>Umstrukturierung eines trilateralen Blockschaltbilds</b>           | <b>131</b> |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>B</b> | <b>Transparenz</b>  | <b>133</b> |
| B.1      | Khademian . . . . .   | 133        |
| B.1.1    | 4-Channel-Reglersystem . . . . .                            | 133        |
| B.1.2    | Transmitted Impedance . . . . .                             | 133        |
| B.1.3    | Transparency Transfer Function . . . . .                    | 134        |
| B.1.4    | Bilateral Architecture Distance Transfer Function . . . . . | 136        |
| B.1.5    | Transparency Optimized Distance Transfer Function . . . . . | 136        |

# Nomenklatur

|             |       |   |
|-------------|-------|---|
| $M_1$       | ..... | Master 1                                |
| $M_2$       | ..... | Master 2                                |
| $S$         | ..... | Slave                                   |
| $B$         | ..... | Reglerdämpfungsparameter                |
| $K$         | ..... | Reglersteifigkeitsparameter             |
| $F$         | ..... | Kraft                                   |
| $v$         | ..... | Geschwindigkeit                         |
| $e$         | ..... | Potential                               |
| $f$         | ..... | Fluss                                   |
| $U$         | ..... | Spannung                                |
| $I$         | ..... | Strom                                   |
| $P$         | ..... | Leistung                                |
| $E$         | ..... | Energie                                 |
| $E^{L2R}$   | ..... | von links nach rechts fließende Energie |
| $E^{R2L}$   | ..... | von rechts nach links fließende Energie |
| $E_{obs}$   | ..... | beobachtete Energie                     |
| $E_{diss}$  | ..... | dissipierte Energie                     |
| $A$         | ..... | Aktivität                               |
| $\alpha$    | ..... | Dominanzskalierung                      |
| $g$         | ..... | Gewichtsfunktion                        |
| $G$         | ..... | Übertragungsfunktion                    |
| $\omega$    | ..... | Frequenz                                |
| $\lambda_i$ | ..... | Eigenwerte                              |
| $s$         | ..... | komplexe Frequenz                       |



|               |   |
|---------------|---|
| $s_i$         | ..... Pole  |
| $R$           | ..... Realteil  |
| $X$           | ..... Imaginärteil                                      |
| $Z$           | ..... Impedanz  |
| $Y$           | ..... Admittanz   |
| $\mathbf{Z}$  | ..... Impedanzmatrix                                    |
| $\mathbf{H}$  | ..... Hybridmatrix                                      |
| $P_i$         | ..... Port i  |
| $PC$          | ..... Passivity Controller                              |
| $PO$          | ..... Passivity Observer                                |
| $\alpha_{PC}$ | ..... Dämpfungsfaktor des Passivity Controller          |
| $\mathbf{v}$  | ..... Eingangswellenvariable                            |
| $\mathbf{u}$  | ..... Ausgangswellenvariable                            |
| $H_Z$         | ..... Zählerparaboloid im Llewellynansatz               |
| $H_N$         | ..... Nennerparaboloid im Llewellynansatz               |
| $J_p$         | ..... Positionstransparenzindex                         |
| $J_f$         | ..... Krafttransparenzindex                             |
| $Z_{width}$   | ..... Bandbreite der darstellbaren Impedanz             |
| $Z_{to1}$     | ..... Transmitted Impedance                             |
| $G_{to1}$     | ..... Transparency Transfer Function                    |
| $Dis_B$       | ..... Bilateral Distance Transfer Function              |
| $Dis_{TO}$    | ..... Transperancy Optimized Distance Transfer Function |
| $\mathbf{S}$  | ..... Scattering Operator                               |

# Abbildungsverzeichnis

|      |   |    |
|------|---|----|
| 3.1  | Signalfluss im bilateralen Teleoperationssystem . . . . .                   | 8  |
| 3.2  | H-Matrix-Modellierung des bilateralen Teleoperationssystems . . . . .       | 8  |
| 3.3  | Z-Matrix-Ersatzschaltbild des bilateralen Teleoperationssystems . . . . .   | 9  |
| 3.4  | Bilaterale Position-Position-Architektur . . . . .                          | 10 |
| 3.5  | Bilaterale Position-Position-Architektur mit separierten Reglern . . . . .  | 10 |
| 3.6  | Bilaterale Position-(EN-)Force-Architektur . . . . .                        | 11 |
| 3.7  | Bilaterale Position-(PI-)Force-Architektur . . . . .                        | 11 |
| 3.8  | Bilaterale 4-Channel-Architektur . . . . .                                  | 12 |
| 3.9  | Darstellung von Netzwerksystemen . . . . .                                  | 14 |
| 3.10 | Netzwerkdarstellung eines bilateralen Teleoperationssystems . . . . .       | 15 |
| 3.11 | Separierung der e-Funktion ermöglichende Übertragungsstrecken . . . . .     | 19 |
| 3.12 | Mögliche Ausgangssituationen vor Blockverschiebungen . . . . .              | 20 |
| 3.13 | Ausschnitt aus der $\frac{F_{m1}}{v_{m1}}$ -Übertragungsstrecke . . . . .   | 21 |
| 3.14 | Netzwerkdarstellung des bilateralen Kanal-PO/PC . . . . .                   | 24 |
| 4.1  | Signalflussdarstellung der MSM-Architektur . . . . .                        | 34 |
| 4.2  | Signalflussdarstellung der SMM-Architektur . . . . .                        | 35 |
| 4.3  | Signalflussdarstellung der trilateralen Architektur . . . . .               | 35 |
| 4.4  | Vergleich der Trainingsarchitekturen unter $\alpha=0$ . . . . .             | 36 |
| 4.5  | Vergleich der Trainingsarchitekturen unter $\alpha=0.5$ . . . . .           | 38 |
| 4.6  | Vergleich der Trainingsarchitekturen unter $\alpha=1$ . . . . .             | 39 |
| 4.7  | Signalflussdarstellung der 4-Channel-Architektur von Khademian . . . . .    | 40 |
| 4.8  | Signalflussdarstellung der neu entwickelten 4-Channel-Architektur . . . . . | 41 |
| 4.9  | Signalflussdarstellung der neu entwickelten PP-Architektur . . . . .        | 42 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 4.10 | Vergleich der Dominanzkonzepte anhand der 4-Channel-Regelungsarchitektur                  | 43  |
| 4.11 | Stabilitätsbedingung in Abhängigkeit von $K$ und $Z_e$ . . . . .                          | 47  |
| 4.12 | Z-Matrix-Ersatzschaltbild des trilateralen Teleoperationssystems . . . . .                | 52  |
| 4.13 | $J_{M_1S}$ . . . . .  | 61  |
| 4.14 | $J_{M_1M_2}$ . . . . .  | 62  |
| 4.15 | $J_{p,M_1S}$ . . . . .  | 63  |
| 4.16 | $J_{f,M_1S}$ . . . . .  | 64  |
| 4.17 | $J_{p,M_1M_2}$ . . . . .  | 65  |
| 4.18 | Allgemeine trilaterale 4Ch-Regelungsarchitektur ohne Dominanzverteilung                   | 66  |
| 4.19 | Transparency Transfer Function für weiche Umgebung . . . . .                              | 71  |
| 4.20 | Transparency Transfer Function für mittelharte Umgebung . . . . .                         | 72  |
| 4.21 | Transparency Transfer Function für harte Umgebung . . . . .                               | 73  |
| 4.22 | Bilateral Architecture Distance Transfer Function . . . . .                               | 74  |
| 4.23 | Transparency Optimized Distance Transfer Function . . . . .                               | 75  |
|      |   |     |
| 5.1  | Netzwerkdarstellung des trilateralen Systems . . . . .                                    | 78  |
| 5.2  | Stromfluss an einem 2-Port . . . . .  | 78  |
| 5.3  | Regleraktivität bei $K_{PI} = 500 \frac{N}{m}$ . . . . .                                  | 80  |
| 5.4  | Regleraktivität bei $K_{PI} = 100 \frac{N}{m}$ . . . . .                                  | 81  |
| 5.5  | 3-Portdarstellung eines Verteilers . . . . .  | 85  |
| 5.6  | Signalfluss im bilateralen System mit Dominanzverteilung . . . . .                        | 86  |
| 5.7  | Allgemeine Netzwerkdarstellung des bilateralen Systems mit Dominanzverteilung . . . . .   | 86  |
| 5.8  | Trilaterale Netzwerkdarstellung mit Kanal-PO/PC . . . . .                                 | 94  |
| 5.9  | Subsystem mit PI-Regler, PO/PC und Kommunikationskanal . . . . .                          | 94  |
| 5.10 | Bilaterale Netzwerkdarstellung eines Strecken-PO/PC ohne Dominanzsubsysteme . . . . .     | 95  |
| 5.11 | Energienomenklatur im trilateralen Strecken-PO/PC-System mit Dominanzverteilung . . . . . | 100 |
| 5.12 | PI-Regler mit Kommunikationskanalpaar . . . . .   | 101 |
| 5.13 | Positionsfolge unter Dissipation der Dominanzaktivität durch den PC . . .                 | 102 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 5.14 | Positionen der Passivity Observer der 1- und 2-Strecken-PO/PC-Systeme .       | 103 |
| 5.15 | Vergleich von 1ST- und 2ST-PO/PC unter $\alpha = 1$ . . . . .                 | 105 |
| 5.16 | Vergleich von 1ST- und 2ST-PO/PC unter $\alpha = 0.5$ . . . . .               | 106 |
| 5.17 | Vergleich von Kanal- und 2ST-PO/PC unter $\alpha = 1$ . . . . .               | 108 |
| 5.18 | Vergleich von Kanal- und 2ST-PO/PC unter $\alpha = 0$ . . . . .               | 109 |
| 5.19 | Vergleich von PP- und PF-Architektur unter $\alpha = 1$ . . . . .             | 110 |
| 5.20 | Vergleich von PP- und PF-Architektur unter $\alpha = 0.5$ . . . . .           | 110 |
| 5.21 | Vergleich von PP- und PF-Architektur unter $\alpha = 0$ . . . . .             | 111 |
| 5.22 | Vergleich von PP- und PF-Architektur unter $\alpha = 1$ mit Wandkontakt . . . | 111 |
|      |   |     |
| 6.1  | Falcon der Firma Novint . . . . .   | 113 |
| 6.2  | Wandkontakt unter $\alpha = 1$ und 100ms Roundtripdelay - Falcon . . . . .    | 115 |
| 6.3  | Wandkontakt unter $\alpha = 0.5$ und 100ms Roundtripdelay - Falcon . . . . .  | 116 |
| 6.4  | Wandkontakt unter Verwendung von Impedanz-PCs - Falcon . . . . .              | 117 |
| 6.5  | Wandkontakt unter Verwendung von Admittanz-PCs - Falcon . . . . .             | 118 |
| 6.6  | Omega der Firma Force Dimension . . . . .                                     | 118 |
| 6.7  | Wandkontakt unter verschiedenen Zeitverzögerungen - Omega . . . . .           | 119 |
| 6.8  | Wandkontakt unter Variation der Dominanzverteilung - Omega . . . . .          | 121 |
| 6.9  | Wandkontakt unter Variation der Operatorimpedanz - Omega . . . . .            | 122 |
|      |   |     |
| A.1  | Umstrukturierung eines trilateralen Blockschaltbilds . . . . .                | 132 |
|      |   |     |
| B.1  | 4-Channel-Regelungsarchitektur . . . . .                                      | 134 |
| B.2  | Transmitted Impedance $Z_{to1}$ . . . . .                                     | 135 |

# 1 Einleitung

In den vierziger Jahren des 20. Jahrhundert wurde der Grundstein für die heute ausgereifte bilaterale Teleoperation gelegt. Seitdem haben sich für diese vielfältige Anwendungsbereiche ergeben. Im Weltall als wohl bekanntestes Einsatzgebiet ist eine Zukunft ohne Teleoperation von Robotern auf Raumstationen oder Marsfahrzeugen kaum vorstellbar. Dies betrifft ebenso Arbeiten am Meeresgrund, welche nur von Unterwasserrobotern geleistet werden können. Der Begriff Teleoperation, dessen Vorsilbe „tele“ aus dem Griechischen als „über Entfernung“ abgeleitet werden kann, bezeichnet die Manipulation eines Gerätes, welches sich u.U. sehr weit vom Bediener entfernt befindet. Entscheidend ist, dass hierbei jedoch keine mechanische Kopplung zwischen Bediener und Gerät besteht. In den Anfängen der Teleoperation wurde die Telepräsenz (das Empfinden, sich direkt vor Ort zu befinden) lediglich durch optisches Feedback, also Videobilder realisiert. Die Entwicklung von Kraft- und Momentensensoren und deren Integration in Gelenke und Werkzeuge der Roboter bedeuteten einen großen Fortschritt für Telepräsenzsysteme. Durch diese Sensorik kann unter Verwendung von aktuierten, sogenannten haptischen Eingabegeräten dem Bediener der Kontakt des ferngesteuerten Roboters mit seiner Umgebung dargestellt werden. Neben den oben genannten Bereichen können deshalb ferngesteuerte Roboter inzwischen zu äußerst filigranen Arbeiten in lebensfeindlichen (wie z.B. radioaktiv belasteten) Gebieten verwendet werden. Des Weiteren ist das Interesse am bedeutenden und vielversprechenden Einsatz von Robotern in der Chirurgie, seitdem 1985 in Westdeutschland (siehe [1]) die erste laparoskopische Operation durchgeführt wurde, sehr stark gestiegen. Durch die Chirurgierobotik können zahlreiche Operationen minimalinvasiv durchgeführt werden, da z.B. durch eine Skalierung der Bewegung dem Chirurgen in Verbindung mit entsprechender Vergrößerung des optischen Feedbacks das Operieren im Mikrobereich ermöglicht wird (siehe [2]). Zudem kann durch spezielle Filtertechnik z.B. das Zittern des

---

Chirurgen geglättet werden. Sowohl vom gesundheitlichen als auch vom finanziellen Gesichtspunkt aus betrachtet birgt heute die minimalinvasive Chirurgie auf Grund der Reduktion des Traumas der Patienten und der Dauer deren Krankenhausaufenthalte (vgl. [3]) große Vorteile für die Gesundheitsversorgung.

## 2 Motivation und Aufgabenstellung

Während minimalinvasiver Operationen müssen u.a. komplizierte Bewegungsabläufe wie das Verknoten einer Naht auf kleinstem Raum innerhalb des Körpers ausgeführt werden. Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein Regelungssystem zu entwerfen, durch welches einem Chirurgen solche Manipulationen durch einen zweiten, mit dem Robotersystem erfahrenen Chirurgen antrainiert werden können. Ein solches System wird als trilaterales Teleoperations- oder M-O-S-S (Multi-Operator-Single-Slave)- System bezeichnet. Die Simulation von Weichgewebe mit hochnichtlinearem Verhalten in Echtzeit ist bis heute nicht ausgereift, so dass eine Chirurgiesimulation ein realitätsnahes Training nur stark eingeschränkt ermöglicht. Deshalb soll das Training unter realen Operationsbedingungen erfolgen. Für den medizinischen Einsatz gilt hierbei die Voraussetzung, dass dieses System intrinsisch sicher ist, so dass absolut keine Gefahr für den Patienten besteht. Diese Vorgabe soll auch für einen chirurgischen Eingriff in Form von Teleoperation, d.h. unter Zeitverzögerung, vom zu entwickelten System erfüllt werden, so dass sich letztendlich Mentor und Trainee sowie sogar der Roboter auf unterschiedlichen Kontinenten befinden können.

Da in der Medizin intrinsisch sichere Systeme zum Einsatz kommen, soll ein Passivitätsansatz verwendet werden, durch den die im Falle einer Operation lebensbedrohliche Auswirkung von Zeitverzögerung (Instabilität des Roboters), welche in der Teleoperation und allgemein in digitalen Systemen immer auftritt, verhindert werden kann. Hierzu soll der bereits bewährte Time Domain Passivity Approach (siehe [4]) vom bilateralen auf das trilaterale System in einer möglichst allgemeingültigen Weise übertragen werden. Die Dominanz unter den beteiligten Bedienern soll so verteilt werden können, dass der Trainierte anfangs lediglich die Bewegung nachvollziehen und später Schritt für Schritt stärker in diese eingreifen kann, bis er die ganze Bewegung ohne Führung bewerkstelligen kann.

Es wird davon ausgegangen, dass dem Trainee entweder Kraft oder Position des Mentors dargestellt werden kann. Dieser Arbeit soll das Ziel gesetzt werden, dem Trainee den Bewegungsablauf des Mentors darzustellen. Deswegen wird unter Vernachlässigung der vom Mentor aufbrachten Kraft, dem Trainee die Position des Mentors dargestellt. Hierzu ist die Validierung der optimalen Dominanzverteilung und der Transparenz des Systems auch unter psychologischen Gesichtspunkten zu leisten. Das Hauptaugenmerk liegt bzgl. der Transparenz auf der korrekten Darstellung der Position des Slaves an den Eingabegeräten des Mentors und des Trainees. Ebenso soll die Umgebungsimpedanz an den beiden Eingabegeräten erfüllt werden können. Neben Simulationen sollen erste Versuche in einem Testbett anhand von günstigen haptischen Eingabegeräten (Novint-Falcon) durchgeführt werden, um die hieraus gewonnenen Erfahrungen dann auf ein simuliertes Chirurgieroboterszenario mit professionellen haptischen Eingabegeräten (Force Dimension-Omega) zu übertragen.



# 3 Grundlagen der bilateralen Regelung

Die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Methoden, welche dem Design eines bilateralen Teleoperationssystems dienen, basieren auf zwei unterschiedlichen Systemdarstellungen. Zum Entwurf der Regelungs- und Dominanzarchitektur und zur Auslegung der Reglerparameter kommt die modellbezogene Signalflussdarstellung zum Einsatz, welche ein idealisiertes System betrachtet. Daraufhin wird die energiebasierte, modellunabhängige Netzwerkdarstellung des Systems genutzt, um den Einfluss von Diskretisierungen und Zeitverzögerungen (auch: „Time-Delay“) berücksichtigen zu können.

## 3.1 Bilaterale Teleoperation

Wie eingangs erwähnt und in Abbildung 3.1 dargestellt, besteht ein bilaterales Teleoperationssystem aus einem menschlichen Bediener (ab hier: HO von „human operator“), einem Eingabegerät (ab hier: Master), einem Roboter (ab hier: Slave), der Umgebung (ab hier: EN von „environment“), dem Reglersystem (PI-Regler) und dem Kommunikationskanal (ab hier: KK), welcher durch die Zeitverzögerungen  $T_1$  und  $T_2$  repräsentiert wird. Die Zeitverzögerung  $T_1$  wirkt in Richtung Master zu Slave und  $T_2$  entgegengesetzt. Da neben dem eigentlichen Teleoperationssystem, bestehend aus Master, Regler, Kommunikationskanal und Slave, auch der Operator und die Umgebung miteinbezogen sind, wird das in Abbildung 3.1 dargestellte System auch als „Connected Teleoperation System“ bezeichnet. Üblicherweise werden in der Signalflussdarstellung eines bilateralen Teleoperationssystem anstelle von Positionen Geschwindigkeiten eingetragen, da diese mit den Kraftsignalen konjugiert sind. Dies bedeutet, dass die Multiplikation von Kraft und Geschwindigkeit

eine Leistung ergibt.

Die einzelnen Elemente des Systems werden in der Signalflussdarstellung jeweils durch stark vereinfachte, lineare, zeitinvariante Modelle repräsentiert, welche im Laplace-Bereich formuliert sind. Hierbei werden Diskretisierungseffekte in den Encodern und Zeitverzögerungen in der Signalübertragung außer Acht gelassen. Zu erwähnen ist, dass die Modelle von Mensch und Umgebung nur grob die Realität widerspiegeln können. HO, PI-Regler und EN generieren, wie in Abbildung 3.1 zu sehen ist, aus Geschwindigkeiten Kräfte und stellen somit Impedanzen  $Z$  (Funktionen der komplexen Frequenz  $s$ ) dar:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{F(s)}{v(s)}, \\ Z_{HO} &= \frac{M_h s^2 + B_h s + K_h}{s}, \\ Z_{PI} &= \frac{B_{PI} s + K_{PI}}{s}, \\ Z_{EN} &= \frac{B_e s + K_e}{s}. \end{aligned}$$

Im Gegensatz dazu werden Master und Slave als Admittanzen  $Y$  modelliert, da deren Ein- und Ausgangssignale Kräfte bzw. Geschwindigkeiten sind:

$$\begin{aligned} Y &= Z^{-1} = \frac{v(s)}{F(s)}, \\ Y_{R,M} &= \frac{s}{M_M s^2 + B_M s}, \\ Y_{R,S} &= \frac{s}{M_S s^2 + B_S s}. \end{aligned}$$

Impedanzen und Admittanzen können vereinfachend als Übertragungsfunktionen zwischen den jeweiligen Ein- und Ausgängen verstanden werden. In der Elektrotechnik werden Impedanzen und Admittanzen analog verwendet, um z.B. die Eigenschaften von Zweipolen, wie Widerständen, Kapazitäten und Induktivitäten (siehe Kapitel 3.1.2), zu beschreiben. Die Modelle bestehen jeweils aus Massen  $M$ , Dämpfungselementen  $B$  und Steifigkeiten  $K$ . Während die Massen  $M_{M,S}$  und die Dämpfungen  $B_{M,S}$  der Geräte konstant bleiben, verändern sich die Modellparameter von Operator und Umgebung je nach Griffstärke des Menschen bzw. der Beschaffenheit verschiedener Umgebungsbereiche. Im Laplace-Bereich kann ein Positionssignal  $x(s)$  anhand der Multiplikation mit dem invertierten Laplace-Operator  $s$  (eine komplexe Frequenz) aus dem jeweiligen Geschwindigkeitssignal  $v(s)$  er-

rechnet werden:

$$x(s) = \frac{1}{s}v(s).$$

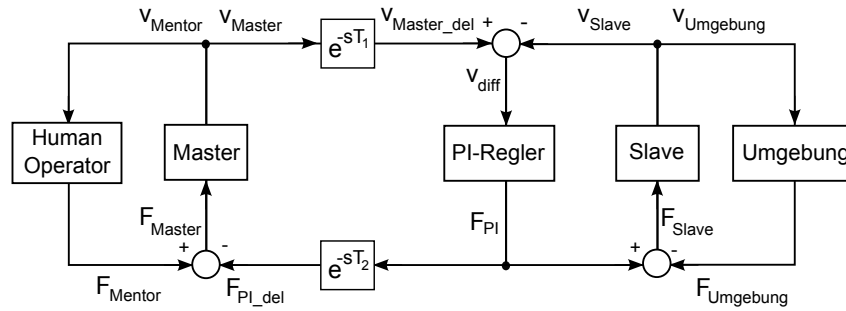
Die Reglerimpedanz, welche die Geschwindigkeits- bzw. Positionsabweichung zweier Parteien reduzieren soll, besteht aus einem proportionalen und einem integrierenden Element (PI-Regler). Der P-Anteil entspricht einer Dämpfung, weil er direkt die Geschwindigkeit skaliert, während der I-Anteil diese zudem aufintegriert und somit, entsprechend einer Steifigkeit, auf die Position wirkt. Der PI-Regler vergleicht (mithilfe der zuvorgehenden Differenz) die Geschwindigkeiten von Master und Slave und generiert hieraus die Kraft  $F_{PI}$ , welche zu Master und Slave übertragen werden (vgl. Abbildung 3.1), um eine Angleichung deren Positionen zu bewirken. Je nach Positionierung dieses Reglers bzgl. des Kommunikationskanals ergeben sich verschiedene, im folgenden Kapitel vorgestellte Regelungsarchitekturen.

Die Zeitverzögerung in einem Teleoperationssystem resultiert u.a. aus der Distanz, also z.B. einer Internetverbindung, und dem Diskretisierungsfehler der Encoder im Eingabegerät und im Roboter. Die Übertragungsfunktionen der Zeitverzögerungen  $T_{1,2}$  ergeben sich im Laplace-Bereich zu e-Funktionen  $e^{-sT_{1,2}}$  und gelten als destabilisierende Bestandteile eines Systems (siehe Kapitel 3.2.3). Das Teilsystem Master, Regler, Kommunikationskanal und Slave kann anhand der sogenannten Hybridmatrix  $\mathbf{H}$  als Gesamtmodell formuliert werden:

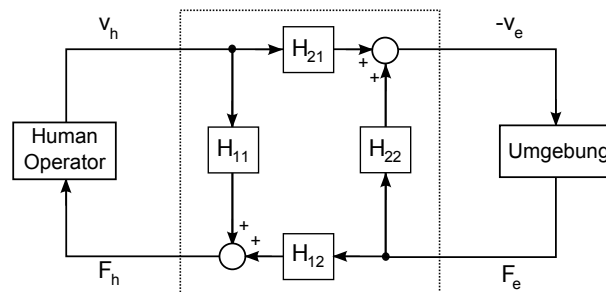
$$\begin{pmatrix} F_h(s) \\ -v_e(s) \end{pmatrix} = \mathbf{H} \begin{pmatrix} v_h(s) \\ F_e(s) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}}_{H\text{-Matrix}} \begin{pmatrix} v_h(s) \\ F_e(s) \end{pmatrix}$$

Die Elemente der H-Matrix können aus der Abbildung 3.2 abgeleitet werden. Im Vergleich zu dieser häufig für bilaterale Teleoperationssysteme verwendeten H-Matrix kann die Impedanzmatrix  $\mathbf{Z}$  aufgrund der Wahl einheitlicher Ein- und Ausgänge (F bzw. v) einfach auf das trilaterale System mit jeweils drei Ein- und Ausgangssignalen übertragen werden:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} F_h(s) \\ F_e(s) \end{pmatrix} &= \mathbf{Z} \begin{pmatrix} v_h(s) \\ v_e(s) \end{pmatrix} = \\ &= \underbrace{\begin{pmatrix} Z_{11} = \frac{F_h(s)}{v_h(s)}|_{v_e(s)=0} & Z_{12} = \frac{F_h(s)}{v_e(s)}|_{v_h(s)=0} \\ Z_{21} = \frac{F_e(s)}{v_h(s)}|_{v_e(s)=0} & Z_{22} = \frac{F_e(s)}{v_e(s)}|_{v_h(s)=0} \end{pmatrix}}_{Z\text{-Matrix}} \begin{pmatrix} v_h(s) \\ v_e(s) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.1)$$



**Abbildung 3.1:** Signalfluss der PF-Regelungsarchitektur im bilateralen Teleoperationssystem: Der Kommunikationskanal wird durch die zwei Zeitverzögerungen  $T_1$  und  $T_2$  repräsentiert. Die Geschwindigkeiten  $v_{Mentor}$  und  $v_{Master}$  sowie  $v_{Slave}$  und  $v_{Umgebung}$  entsprechen sich. Die Geschwindigkeit  $v_{Master}$  wird um die Zeitverzögerung  $T_1$  verzögert zum PI-Regler auf der Slave-Seite übertragen. Dieser PI-Regler bestimmt aus der Differenz der verzögerten Mastergeschwindigkeit  $v_{Master\_del}$  und der Slavegeschwindigkeit  $v_{Slave}$  die Kraft  $F_{PI}$ , welche nötig ist, um die Positionen von Slave und Master aneinander anzupassen. Das Kraftsignal  $F_{PI}$  kommt um  $T_2$  verspätet am Mastergerät an.



**Abbildung 3.2:** H-Matrix-Modellierung des bilateralen Teleoperationssystems

Im Gegensatz zu den einfachen Impedanzen  $Z$  und Admittanzen  $Y$  beschreiben die H- und Z-Matrizen das Verhalten eines sogenannten Vierpols (vgl. Kapitel 3.1.2). In der elektrischen Ersatzschaltung der Z-Matrix (siehe Abbildung 3.3) des bilateralen Teleoperationssystems müssen stromgesteuerte Spannungsquellen eingeführt werden, da z.B. die von der Impedanz  $Z_{12}$  generierte Spannung nur vom Strom  $I_e$ , nicht aber vom Strom  $I_h$  abhängt. Auf die mechanische Betrachtungsweise übertragen bedeutet dies, dass die

aus  $Z_{12}$  resultierende Kraft nur von der Geschwindigkeit  $v_e$  abhängt, wie in Gleichung (3.1) nachvollzogen werden kann. Die elektrische Darstellung darf hier angewendet werden, da eine Analogie zwischen den Potentialen Kraft und Spannung und den Flüssen Geschwindigkeit und Strom besteht (siehe Kapitel 3.1.2).

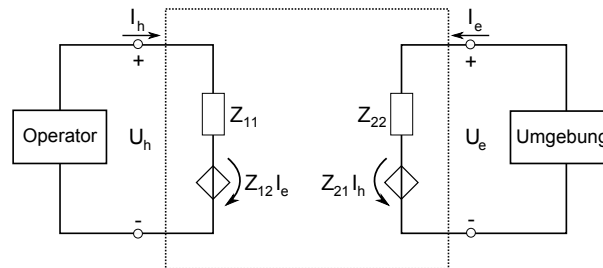


Abbildung 3.3: Z-Matrix-Modellierung des bilateralen Teleoperationssystems

### 3.1.1 Regelungsarchitekturen

Die Namen der Regelungsarchitekturen bezeichnen die über den Kommunikationskanal übertragenen Signale. Der erste Teil der Bezeichnung bezieht sich auf das Signal, welches von Master zu Slave und das zweite auf das Signal, welches entgegengesetzt fließt.

Im Folgenden werden die PP- und PF-Architekturen und deren Kombination in der 4-Channel-Architektur vorgestellt. Diese wurden für unterschiedliche Einsatzszenarien in der Robotik entwickelt.

#### 3.1.1.1 Position-Position (PP)

Bewegt sich der Roboter z.B. in freier Umgebung oder ist diese absolut bekannt und zeitunveränderlich, so wird ein Position-Position-Regler implementiert (siehe Abbildung 3.4). Eine typische Anwendung ist die Positionierung und Ausrichtung eines Röntgenstrahlers in Bezug auf ein Patientenkoordinatensystem, da hierbei davon ausgegangen werden kann, dass kein Kontakt mit der Umgebung eintritt. In dieser Architektur senden Master und Slave jeweils ihre Geschwindigkeiten zu den beiden PI-Reglern des Systems, wobei das Geschwindigkeitssignal des Slaves um  $T_2$  verspätet beim PI-Regler der Masterseite und das des Masters um  $T_1$  verzögert beim PI-Regler der Slave-seite eintrifft. Diese PI-Regler errechnen jeweils aus der Positions- und Geschwindigkeitsdifferenz die zur Positionsfolge

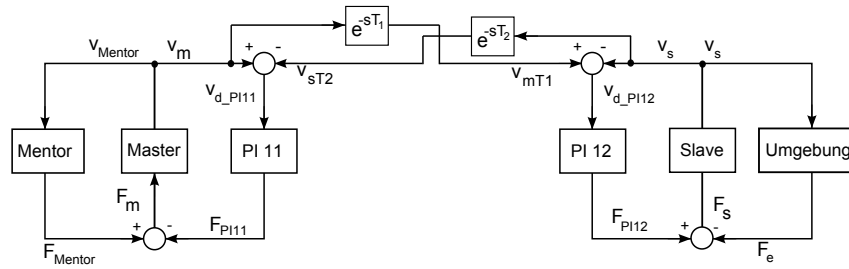


Abbildung 3.4: Bilaterale Position-Position-Architektur

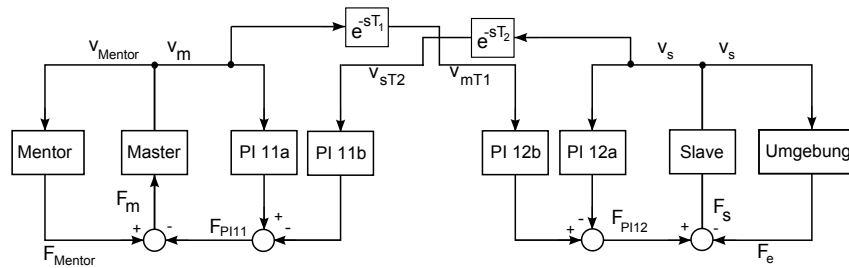
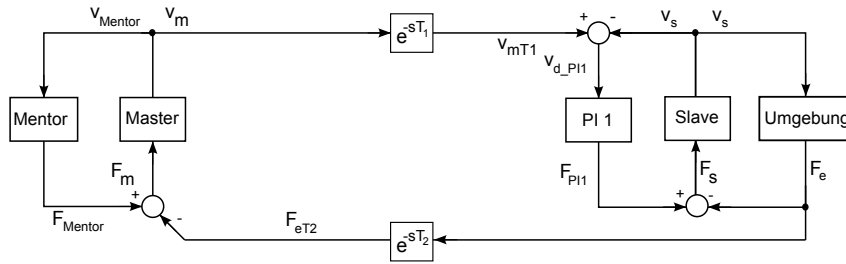


Abbildung 3.5: Bilaterale Position-Position-Architektur mit separierten Reglern

der einzelnen Parteien nötige Regelkraft. Unter großen Zeitverzögerungen ist es sinnvoll entsprechend der PP-Architektur sowohl auf Slave- als auch Masterseite einen PI-Regler vorzusehen, da dadurch die Auswirkung der Verzögerungen reduziert werden kann. Zusätzlich können diese Regler so aufgetrennt werden, dass jeweils eine separate Skalierung der Master- und Slave-Feedbacksignale möglich ist. Unterschiedliche PI-Regler-Impedanzen  $Z_{PI11a,b}$  und  $Z_{PI12a,b}$  würden hierzu die Master- bzw. Slavegeschwindigkeiten vor deren Subtraktion voneinander skalieren (vgl. 3.5). Bzgl. der Optimierung der Stabilität und vor allem der Transparenz eröffnet diese Spezifizierung neue Möglichkeiten (vgl. Kapitel 4.5.2). Aufgrund von Vereinfachungen wird allerdings in dieser Arbeit jeweils nur ein PI-Regler auf jeder Seite des Kommunikationskanals verwendet. Zudem entsprechen sich die Reglerparameter beider Seiten ( $Z_{PI11} = Z_{PI12}$ ).

### 3.1.1.2 Position-(EN-)Force (P(EN-)F)

Sobald sich der Roboter in einer unbekanntem Umgebung bewegt, wie z.B. an einem Patienten im Chirurgeszenario, kommt das Position-(EN-)Force-Konzept (siehe Abbildung 3.6) zum Einsatz. Der Master empfängt in diesem Fall als Feedback nicht wie der Slave die

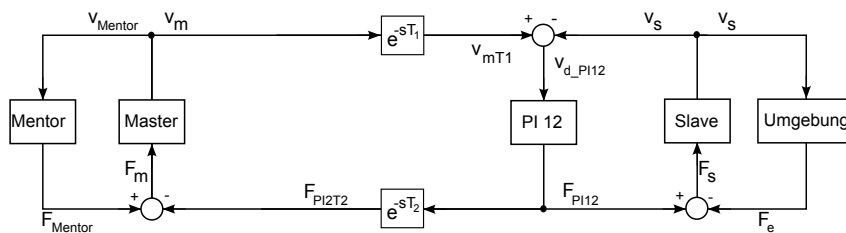


**Abbildung 3.6:** Bilaterale Position-(EN-)Force-Architektur

errechnete Kraft des PI-Reglers, sondern die Kraft, welche ein Kraftsensor am Roboter in der Umgebung wahrnimmt. Dieser Ansatz führt somit zu einem intuitiveren Empfinden der Umgebung. Anhand dieses Konzepts kann der Kontakt mit der Umgebung des Roboters sehr robust und sicher erfolgen (für mehr Informationen [3]). Im Sinne der Stabilität kann dieses Kraftfeedback durch eine Skalierung geregelt werden.

### 3.1.1.3 Position-(PI-)Force (P(PI-)F)

In Abbildung 3.7 ist ein sogenanntes Position-(PI-)Force System dargestellt, in welchem nur auf Seite des Slaves ein PI-Regler vorgesehen ist. Auf diese Weise erhält der Master die Reglerkraft im Vergleich zur symmetrischen PP-Architektur verspätet, wodurch Stabilität und Positionsfolge des Systems eingeschränkt werden. Der Vorteil dieser Architektur ist allerdings, dass im Gegensatz zur PP-Architektur konjugierte Signale durch den Kommunikationskanal fließen. Dies vereinfacht die Implementierung des Time Domain Passivity-Ansatzes, wie später näher erklärt wird.



**Abbildung 3.7:** Bilaterale Position-(PI-)Force-Architektur

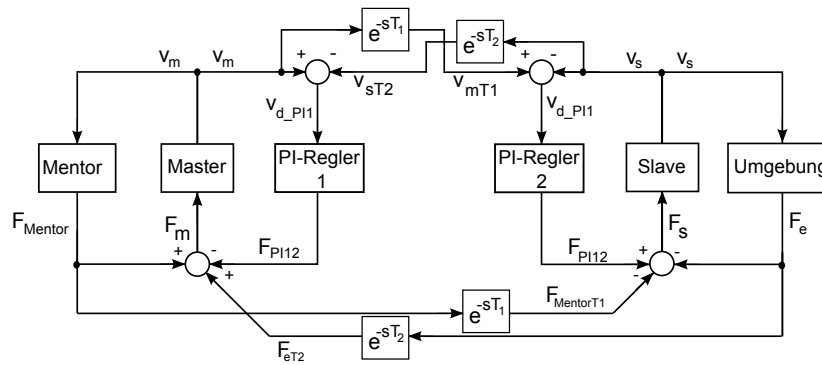


Abbildung 3.8: Bilaterale 4-Channel-Architektur

### 3.1.1.4 4-Channel (4Ch)

Ein hybrides Konzept, in welchem die obigen PP- und P(EN-)F-Architekturen kombiniert sind, ist die sogenannte Four-Channel-Regelungsarchitektur. In [3] wird eine typische Anwendung wie folgt beschrieben: „Eine Vorrichtung, welche dem Zersägen eines Knochens dient, nützt die Kraftinformation, um die Schnittgeschwindigkeit zu regulieren (...), während entlang einer vorgegebenen Trajektorie gesägt wird.“ Diese Four-Channel-Architektur setzt allerdings voraus, dass sich an den Ein- und Ausgabegeräten Kraftsensoren befinden, oder zumindest ein dynamisches Modell derer besteht, so dass die Feedbackkräfte aus der Dynamik berechnet werden könnten. Die beste Transparenz kann, wie in Kapitel 4.5.2 gezeigt wird, durch diese 4-Channel-Architektur erreicht werden.

Die 4-Channel-Architektur führt zu hoher, unnötiger Komplexität und kann aufgrund von Hardwareeinschränkungen (keine Kraftsensorik und kein dynamisches Modell vorhanden) im Zielsystem nicht realisiert werden. In dieser Arbeit soll ein Grundkonzept der trilateralen Regelung entwickelt werden. Da PP- und P(PI-)F-Architektur (ab hier: PF-Architektur) keine Kraftsensorik benötigen und für die Dominanzverteilung ausreichend sind, wird sich diese Arbeit deshalb auf diese beschränken. Die 4-Channel-Architektur wird lediglich in einem Vergleich der neu entwickelten Dominanzarchitektur mit früheren angewendet werden.

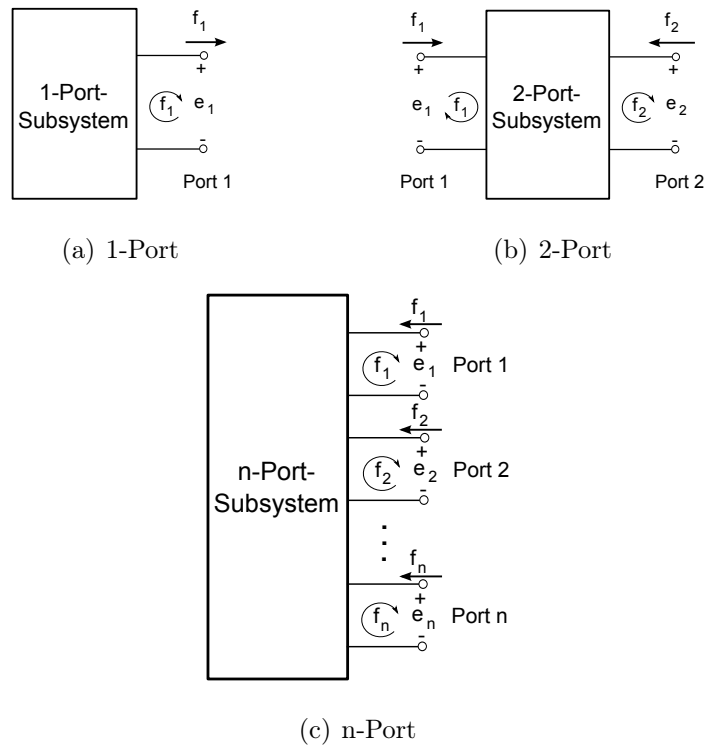


### 3.1.2 Netzwerkdarstellung

Neben der modellbezogenen Signalflussdarstellung kommt in dieser Arbeit die aus der Elektrotechnik bekannte, energiebezogene Netzwerkdarstellung zum Einsatz, in welcher auf die Modellierung der Systemelemente verzichtet werden kann. Anhand der Betrachtung der durch das System fließenden Energien können unerwünschte Diskretisierungseffekte und Zeitverzögerungen berücksichtigt werden, da eine eventuelle, hieraus resultierende Aktivität der Subsysteme erkannt werden kann. Anhand verschiedener energiebasierter Regelungsansätze kann dann die potentiell destabilisierend wirkende Aktivität der Subsysteme beschränkt werden, wodurch die Stabilität des Systems garantiert werden kann (siehe Kapitel 3.2.4).

Ein solches Netzwerk setzt sich aus beliebig vielen Subsystemen mit unterschiedlicher Anzahl an Toren bzw. Ports (vgl. Abbildung 3.9) zusammen. Diese Ports, an denen jeweils ein Potential  $e$  anliegt, bestehen wiederum stets aus zwei Polen, durch welche ein einheitlicher Fluss  $f$  fließt. Ein bilaterales Teleoperationssystem (siehe Abbildung 3.10) kann durch die 1-Port-Subsysteme (auch „1-Port“, oder „Zweipol“) Operator und Umgebung und die 2-Port-Subsysteme (auch „2-Port“, oder „Vierpol“) Master, PI-Regler, Kommunikationskanal und Slave repräsentiert werden. Mehrere 2-Port-Subsysteme, wie z.B. der PI-Regler und der Kommunikationskanal, können zu einem einzigen 2-Port-Subsystem zusammengefasst werden. Dieser würde dann von den zwei 1-Port-Subsystemen, welche Master und Operator, bzw. Slave und Umgebung enthalten, terminiert. Im trilateralen System ergibt sich so z.B. ein 3-Port, welcher Verteiler, Regler, Kommunikationskanal und Dominanzverteilung (siehe Abbildung 5.1) beinhaltet und ebenso durch die Ein- und Ausgabegeräte terminiert wird.

In einem Lumped-Parameter System, einem System welches aus konzentrierten Elementen besteht, gelten die in Tabelle 3.2 dargestellten FU-Analogien der allgemeinen e-f-Notation mit der elektrotechnischen und mechanischen Sichtweise. Diese Analogie wird auch als direkte Analogie bezeichnet (siehe [6]). Hierbei ist eine serielle Verbindung im elektrotechnischen System analog zu einer parallelen Schaltung im mechanischen System und umgekehrt. Eine Masse wird als konzentriertes Element bezeichnet, wenn sie absolut steif ist und ein elastisches Element wird als solches bezeichnet, wenn es keine Masse besitzt. Diese idealisierten Eigenschaften konzentrierter mechanischer Elemente entsprechen den



**Abbildung 3.9:** Darstellung von Netzwerksystemen

Annahmen der elektrischen Netzwerktheorie. Hier sind Widerstände rein ohmisch, Spulen besitzen keine kapazitiven und Kapazitäten keine induktiven Eigenschaften. Durch Multiplikation der konjugierten Signale Potential  $e$  und Fluss  $f$  kann jeweils die Leistung an den Ports berechnet und anhand des resultierenden Vorzeichens die Flussrichtung dieser Leistung bestimmt werden. Für die passivitätsbasierte Regelung stellt die Energiebezogenheit der Netzwerkdarstellung einen entscheidenden Vorteil gegenüber der Signalflussdarstellung dar. Die Umwandlung der Signalfluss- in eine Netzwerkdarstellung ist ein entscheidender Schritt, welcher durchgeführt werden muss, damit die konjugierten Paare

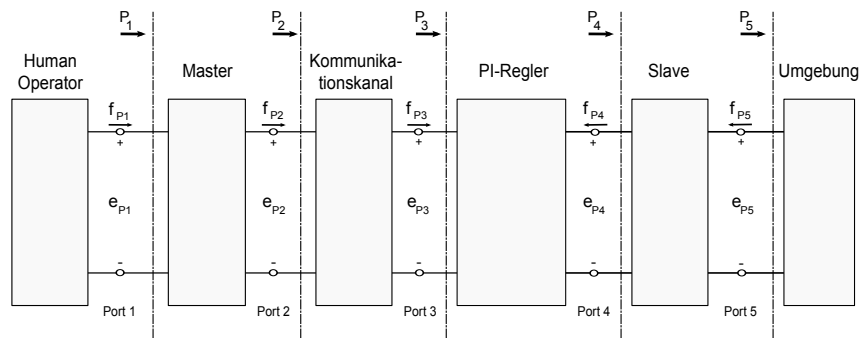
|                  | Potential       | Fluss                 |
|------------------|-----------------|-----------------------|
| allgemein        | Potential - $e$ | Fluss - $f$           |
| elektrotechnisch | Spannung - $U$  | Strom - $I$           |
| mechanisch       | Kraft - $F$     | Geschwindigkeit - $v$ |

**Tabelle 3.1:** direkte Analogie von allgemeiner, elektrotechnischer und mechanischer Sichtweise

|               |                  |
|---------------|------------------|
| mechanisch    | elektrotechnisch |
| Masse M       | Induktivität L   |
| Dämpfer B     | Widerstand R     |
| Steifigkeit K | Kapazität C      |

**Tabelle 3.2:** direkte Analogie von elektrotechnischen und mechanischen Bauelementen

im Signalflussplan des Simulink-Modells korrekt abgegriffen werden.



**Abbildung 3.10:** Netzwerkdarstellung eines bilateralen Teleoperationssystems

### 3.2 Stabilität

In dieser Arbeit sollen sowohl modellunabhängige also auch modellbasierte Verfahren zur Analyse der Stabilität zum Einsatz kommen. Die Methode der Passivität bezieht, im Gegensatz zum Ein-/ Ausgangsstabilitätskriterium, die Modelle der Subsysteme Operator, Umgebung, Slave und Master nicht mit ein. Im Llewellyn-Stabilitätskriterium wird die Z-Matrix eines Systems analysiert, in welche die Modelle von Operator und Umgebung nicht miteingehen.

Im Folgenden werden die auf der Signalflussdarstellung basierenden Kriterien zur Ein-/Ausgangsstabilität (E/A-Stabilität) und zur absoluten Stabilität nach Llewellyn hergeleitet. Daraufhin werden auf der energiebezogenen Netzwerkdarstellung basierende Stabilitätskonzepte vorgestellt.

### 3.2.1 Ein-/Ausgangsstabilität

Anhand der im Zeitbereich definierten Gewichtsfunktion kann das Ein-/ Ausgangsstabilitätskriterium hergeleitet werden:

Die durch das Ein-/Ausgangsverhalten (Eingang  $u$ , Ausgang  $y$ ) eines Systems

$$y(t) = g(t)u(t) \quad (3.2)$$

definierte Gewichtsfunktion  $g(t)$  kann folgendermaßen formuliert werden:

$$g(t) = \sum_{i=1}^n g_i e^{\lambda_i t}. \quad (3.3)$$

In dieser Gleichung stehen die Eigenwerte  $\lambda_i$  des Systems im Exponenten einer e-Funktion. Das Kriterium für E/A-Stabilität besagt, dass ein System E/A-stabil ist, wenn dessen Gewichtsfunktion die Bedingung

$$\int_0^{\infty} |g(t)| dt < \infty \quad (3.4)$$

erfüllt (nähere Informationen in [5]). Ist ein Realteil der Eigenwerte  $\lambda_i$  positiv, divergiert aufgrund der e-Funktion die Gewichtsfunktion  $g(t)$  des Systems (siehe Gleichung 3.3), während unter rein negativen Eigenwertrealteilen ein konvergierendes und folglich asymptotisch stabiles System besteht. Die Übertragungsfunktion im Frequenzbereich

$$\begin{aligned} G(s) &= \int_{-0}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^n g_i e^{\lambda_i t} \right) e^{-st} dt = \\ &= \int_0^{\infty} \sum_{i=1}^n g_i e^{(\lambda_i - s)t} dt = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{s - \lambda_i} \end{aligned} \quad (3.5)$$

kann durch Laplace-Transformation der Gewichtsfunktion ermittelt werden. In der Pol- und Nullstellendarstellung lautet diese Übertragungsfunktion:

$$G(s) = k \frac{\prod_{i=1}^q (s - s_{0i})}{\prod_{i=1}^n (s - s_i)}. \quad (3.6)$$

Die Pole  $s_i$  der Übertragungsfunktion entsprechen den Eigenwerten (vgl. Gleichung (3.5)) und können reell ( $s_i = \delta_i$ ) oder konjugiert komplex ( $s_i, s_{i+1} = \delta_i \pm jw_i$ ) sein. Entsprechend der Bedingung (3.4) ist ein System folglich asymptotisch stabil, wenn alle Polrealteile dessen Übertragungsfunktionen negativ sind.

$$Re(s_i) < 0 \quad \forall \quad i \in \{1..n\} \quad (3.7)$$

### 3.2.2 Llewellyn - Absolute Stabilität

Durch den von Llewellyn [8] vorgeschlagenen Ansatz, welcher eine Erweiterung des Kriteriums von Gewertz (siehe [9]) darstellt, kann ein Netzwerksystem als absolut bzw. unbedingt stabil konzipiert werden. Absolute bzw. unbedingte Stabilität bedeutet, dass ein System stabil ist, unter der Voraussetzung, dass die terminierenden Subsysteme (das heißt Operator und Umgebung) des analysierten Subsystems passiv sind (siehe [7]). Dies gilt für alle nicht reziproken Netzwerksysteme, deren Ein-/Ausgangsverhalten unabhängig von der Wahl der Ports als Ein- bzw. Ausgang ist. Da in der bilateralen Teleoperation angenommen wird, dass die Aktivität von Operator und Umgebung vernachlässigt werden können (siehe Kapitel 3.2.4), ist dieser Ansatz vielversprechend und wurde schon in [10] und [11] auf bilaterale Telepräsenzsysteme angewendet.

In dieser Arbeit soll das Subsystem, bestehend aus Master, Slave und PI-Regler, anhand der Reglerparameter so ausgelegt werden, dass die absolute Stabilität des Gesamtsystems garantiert wird.

Zur Analyse eines Systemports bezieht sich Llewellyn auf dessen Z-Matrix. Die nötigen Beziehungen zwischen den Impedanzmatrixelementen werden im Folgenden entsprechend der Vorgehensweise von [9] abgeleitet. An den zwei Ports des bilateralen Subsystems gelten entsprechend Gleichung (3.1) folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} F_h &= Z_{11}v_h + Z_{12}v_e, \\ v_h &= \frac{F_h}{Z_1}, \\ F_e &= Z_{21}v_h + Z_{22}v_e \quad \text{und} \\ v_e &= \frac{F_e}{Z_2}. \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichung lässt sich eine Beziehung zwischen den Portimpedanzen  $Z_i$  herstellen:

$$Z_1 = \frac{Z_{11}Z_2 + (Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21})}{Z_2 + Z_{22}} \quad (3.8)$$

mit den in Real- und Imaginärteile zerlegten Impedanzen

$$Z_i = R_i + iX_i \quad \forall i \in \{1, 2\} \quad \text{und} \quad (3.9)$$

$$Z_{ij} = R_{ij} + iX_{ij} \quad \forall i \in \{1, 2\}, j \in \{1, 2\}. \quad (3.10)$$

Im Sinne der absoluten Stabilität müssen die Realteile der Portimpedanzen  $Re(Z_i)$  positiv sein. Für den Realteil  $R_1$  der Impedanz  $Z_1$

$$R_1 = \frac{H(R_2, X_2)}{N(R_2, X_2)} \quad (3.11)$$

ergibt sich ein Bruch, dessen Nenner  $N$  stets positiv ist. Im Zähler steht ein Polynom zweiter Ordnung

$$H(R_2, X_2) = aR_2^2 + bX_2^2 + cR_2 + dX_2 + e,$$

welches als Paraboloid identifiziert werden kann. Auf diese Weise kann die Bedingung für absolute Stabilität  $Re(Z_i) \geq 0$ , wie folgt, formuliert werden:

Da das Paraboloid nach oben offen sein muss und der Scheitelpunkt des Paraboloids einen positiven H-Wert aufweisen muss, muss sowohl

$$a \geq 0 \quad \text{als auch}$$

$$4ad - c^2 \geq 0$$

gelten. Es ergibt sich somit, wie in [9] nachzuvollziehen ist, unter jeglicher passiver Terminierung ein absolut stabiles System, wenn folgende Bedingungen erfüllt werden:

$$R_{11} > 0$$

$$R_{22} > 0$$

$$4(R_{11}R_{22} + X_{12}X_{21})(R_{11}R_{22} - R_{12}R_{21}) - (R_{12}X_{21} - R_{21}X_{12})^2 > 0$$

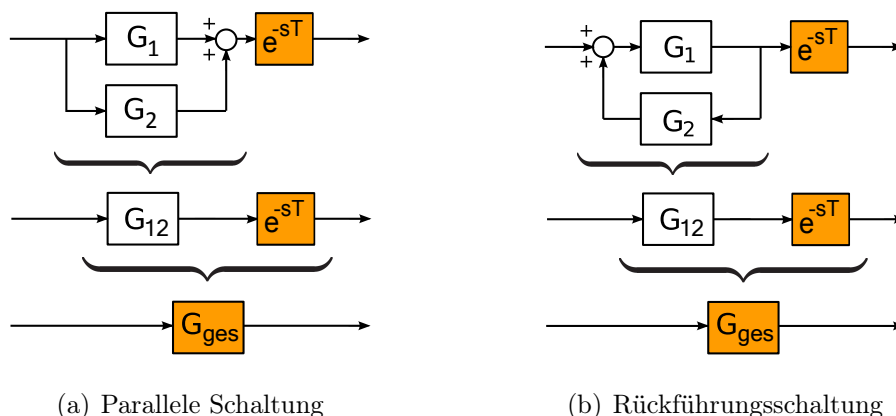
Diese Herleitung wird in Kapitel 4.4.2.2 auf ein trilaterales System übertragen.

### 3.2.3 Zeitverzögerung und Stabilität

Sowohl in der E/A-Stabilitätsanalyse, als auch in der Llewellynmethode kann die Zeitverzögerung nicht berücksichtigt werden, da diese in die Übertragungsfunktion als e-Funktion eingeht.

Nach dem Verschiebungssatz der Laplace-Transformation (siehe [5]) gilt für eine Zeitverzögerung bzw. ein Totzeitglied im Frequenzbereich:

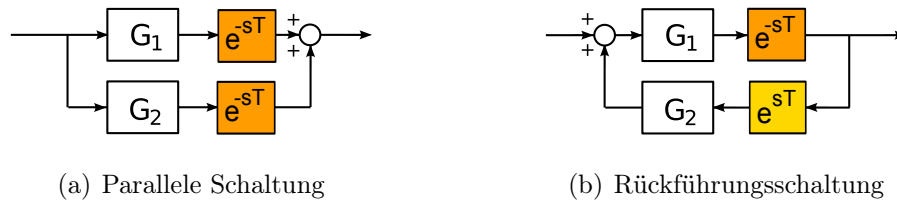
$$f(t - T) \circ \bullet e^{-sT} F(s). \quad (3.12)$$



**Abbildung 3.11:** Separierung der e-Funktion ermöglichende Übertragungstrecken

Der Einfluss der e-Funktion auf die Stabilität des Systems kann in dessen Ortskurve sehr gut analysiert werden: Die Zeitverzögerung wirkt sich nicht auf den Betrag, sondern nur auf die Phase der Gesamtübertragungsfunktion des Systems aus (für mehr Informationen [5]). Mit Zunahme der Zeitverzögerung steigt somit der Betrag der Ortskurve bei  $-180^\circ$ . Auf diese Weise kann ein System, welches das Nyquist-Kriterium (siehe [12]) im verzögerungsfreien Zustand erfüllt, dieses Kriterium schon bei geringer Verzögerung verletzen. Das auf die Wurzelortskurve angewendete Nyquist-Kriterium, welches im bilateralen Fall eine Einflussanalyse der Zeitverzögerung ermöglicht, kann in der trilateralen Struktur nicht erfolgen, da die Separierung der e-Funktion in der Gesamtübertragungsfunktion nicht möglich ist. Die zu diesem Schluss führende Analyse des trilateralen Systems soll an dieser Stelle vorgezogen werden: In Anhang A ist die Umstrukturierung des Signalflussplans am Beispiel der Übertragungsfunktion  $G_{11} = \frac{F_{m1}}{v_{m1}}$  dargestellt. Die zur Umstrukturierung nötigen Verschiebungsregeln gelten für lineare, zeitinvariante Systeme. Wie erwähnt ist für die Anwendung des Nyquist-Kriteriums eine Separierung der Delay-Übertragungsfunktion  $e^{-sT}$  von der restlichen Übertragungsfunktion vorausgesetzt. Im Blockschaltbild bedeutet dies, dass der Delay-Block entsprechend den Abbildungen 3.11(a) und 3.11(b) bzgl. der restlichen Übertragungsfunktion  $G_{12}$  positioniert sein muss. Sitzt der Delay-Block seriell zur restlichen Übertragungsfunktion  $G_{12}$ , wird die Gesamtübertragungsfunktion aus der Multiplikation von  $G_{12}$  und  $e^{-sT}$  berechnet:

$$G_{ges} = G_{12}e^{-sT}$$



**Abbildung 3.12:** Mögliche Ausgangssituationen vor Blockverschiebungen

Die  $e$ -Funktion ist somit separiert. In den Abbildungen 3.12(a) und 3.12(b) sind die Blockschaltbilder einer parallelen Struktur und einer Signlrückführung dargestellt, welche zu den Blockschaltbildern 3.11(a) und 3.11(b) umstrukturiert werden können. Für die Rückführungsschaltung muss hierzu eine invertierte Delay-Übertragungsfunktion  $e^{st}$  vorausgesetzt werden. Würden die Delayblöcke in den Strukturen 3.12(a) und 3.12(b) z.B. einzeln auftreten, wäre die Separierung der  $e$ -Funktion nicht möglich.

Diese Erörterung soll nun auf die Analyse eines Ausschnitts aus der  $\frac{F_{m1}}{v_{m1}}$ -Übertragungsstrecke des trilateralen Systems (Abbildung 3.13) angewendet werden:

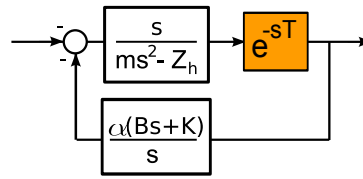
In der Abbildung 3.13 ist eine Rückführungsschaltung der Gesamtübertragungsfunktion  $G_{11} = \frac{F_{m1}}{v_{m1}}$  zu sehen. Vergleicht man die Positionierung des Delay-Blocks mit der Rückführung in Abbildung 3.12(b) so ist ersichtlich, dass, um eine Struktur entsprechend der Abbildung 3.11(b) zu erzielen, um also eine Separierung der Delay-Übertragungsfunktion zu garantieren, ein invertierter Delay-Block  $e^{st}$  vorhanden sein müsste. Da im Laufe der Umformung der Gesamtübertragungsfunktion  $G_{11}$  das invertierte Delay nicht mit einem nichtinvertierten Delay multipliziert werden kann, ist es nicht möglich, die  $e$ -Funktion zu separieren.

Diese Analyse bestätigt, dass die Zeitverzögerung nicht durch oben beschriebene Stabilitätskriterien berücksichtigt werden kann. Die Vernachlässigung der Zeitverzögerung in der Stabilitätsanalyse ist jedoch zulässig, da das verwendete Passivitätskonzept den instabilisierenden Einfluss der Zeitverzögerung kompensiert.

### 3.2.4 Passivität

In diesem Kapitel wird unter Bezug auf die Netzwerkdarstellung auf verschiedene Konzepte der passivitätsbasierten Regelung eingegangen, wobei der Time Domain Passivity





**Abbildung 3.13:** Ausschnitt aus der  $\frac{F_{m1}}{v_{m1}}$ -Übertragungsstrecke

Approach das Grundkonzept dieser Arbeit darstellt.

Die Passivität eines Netzwerks ist eine ausreichende Bedingung für dessen Stabilität (vgl. [4]). Wenn jedes Subsystem eines Netzwerks passiv ist, d.h. Energie verbraucht, so generiert das Gesamtsystem keine Energie. Das Netzwerk ist dann rein dissipativ und somit stabil. Anhand der Passivität kann somit die Stabilität eines gesamten Netzwerks durch separate Analyse dessen linearer oder nichtlinearer Subsysteme untersucht werden. Neben der Intuitivität des energiebezogenen Passivitätskriteriums sprechen folgende Eigenschaften für dessen Anwendung in der bilateralen Teleoperation (siehe [13]):

1. Ein aus passiven Subsystemen bestehendes Gesamtsystem ist immer passiv.
2. Ein passives Gesamtsystem kann aktive Subsysteme enthalten.

Vor allem die zuletzt genannte Eigenschaft der Passivitätsformulierung ist grundlegend für deren Verwendung im bilateralen System, da der Mensch bzw. die Umgebung aktiv werden können. In [14] wurde gezeigt, dass sogar der Mensch für alle in der Teleoperation relevanten Frequenzen als passiv angenommen werden darf. Die Master- und Slavegeräte sind passive Geräte, da sie reibungsbehaftet und so konstruiert sind, dass sie keine Energie in das System einführen können. Zusätzlich darf angenommen werden, dass eine eventuelle Aktivität der Umgebung in den Impedanzen der restlichen Subsysteme, d.h. durch die Reibung der Geräte und die Dämpfung des menschlichen Arms, dissipiert wird.

Die Passivitätsbedingung wurde in [13] anhand der mechanischen Signale Kraft und Geschwindigkeit für ein n-Port-Subsystem (siehe Abbildung 3.9(c)) formuliert:

$$E_{ges}(t) = \int_0^{\infty} \mathbf{F}^T(t) \cdot \mathbf{v}(t) dt \geq 0 \quad (3.13)$$

In dieser Bedingung wird angenommen, dass zum Zeitpunkt  $t=0$  keine Energie im System gespeichert ist ( $E_{ges}(0) = 0$ ). Die Vektoren

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_{P1}(s) \\ F_{P2}(s) \\ \vdots \\ F_{Pn}(s) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_{P1}(s) \\ v_{P2}(s) \\ \vdots \\ v_{Pn}(s) \end{pmatrix}$$

enthalten die an den  $n$  Ports wirkenden Kräfte und Geschwindigkeiten. Die Passivität eines  $n$ -Port-Subsystems ist somit garantiert, wenn die Summe aller Energien  $E_{P_i}$

$$E_{P_i} = \int_0^{\infty} F_{P_i}(t) \cdot v_{P_i}(t) dt$$

an den Subsystemports  $i$  größer Null ist. Die Portenergien  $E_{P_i}$  sind nach Konvention positiv, wenn sie in das Subsystem eintreten und negativ, falls sie aus diesem austreten. Ein passives Subsystem dissipiert somit mehr Energie, als es generiert. Das Subsystem wird als verlustfrei bezeichnet, wenn die Gesamtenergie dessen Ports gleich Null ist.

In den folgenden Abschnitten wird mit der Scattering Formulation zuerst ein Verfahren zur Aktivitätsanalyse von Subsystemen vorgestellt. Hierauf wird auf den Time Domain Passivity Approach eingegangen, durch welchen die von aktiven Subsystemen eingeführte, überschüssige Energie dissipiert und somit ein System stabilisiert werden kann.

### 3.2.4.1 Scattering Formulation

In [2] wird das Konzept des von Haykin [15] entwickelten Scatteringoperators  $\mathbf{S}$  vorgestellt. Anhand der Scattering Formulation kann das energetische Verhalten eines Netzwerkports untersucht werden. Der Scatteringoperator wird anhand einer eingehenden und einer reflektierten Welle definiert:

$$\underbrace{\mathbf{F}(t) - \mathbf{v}(t)}_{\text{reflektierte Welle}} = \mathbf{S}(t) \underbrace{(\mathbf{F}(t) + \mathbf{v}(t))}_{\text{eingehende Welle}}$$

im Zeitbereich bzw.

$$\mathbf{F}(s) - \mathbf{v}(s) = \mathbf{S}(s)(\mathbf{F}(s) + \mathbf{v}(s))$$

im Laplace-Bereich, mit

$$\mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} F_h(s) \\ F_e(s) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{v}(s) = \begin{bmatrix} v_h(s) \\ -v_e(s) \end{bmatrix}$$

In [13] wird die Definition des Scatteringoperators in Abhängigkeit von der H-Matrix hergeleitet:

$$\mathbf{S}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} (\mathbf{H}(s) - \mathbf{I})(\mathbf{H}(s) + \mathbf{I})^{-1}$$

mit der Einheitsmatrix  $\mathbf{I}$ . Anhand der Wellenformulierung kann folgende Passivitätsbedingung (vgl. [13]) leicht nachvollzogen werden, da die reflektierte Welle geringere Energie, als die eingehende Welle haben sollte:

„Ein System ist passiv, falls und nur falls die Norm des Scatteringoperators kleiner oder gleich 1 ist.“

$$\|\mathbf{S}\| \leq 1$$

Hierbei ist  $\|\mathbf{S}\|$  mit der Quadratwurzel des maximalen Eigenwerts  $\lambda^{1/2}$  wie folgt definiert:

$$\|\mathbf{S}\| = \lambda^{1/2}(\mathbf{S}^T(s)\mathbf{S}(s)).$$

Diese Scattering-Formulierung kann auf die trilaterale Struktur übertragen werden, wobei ein Bezug auf die Impedanzmatrix  $Z$  statt auf die Hybridmatrix  $H$  hergestellt wird. Da der Scattering-Ansatz in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt wird, sei diese Möglichkeit hier lediglich erwähnt.

### 3.2.4.2 Time Domain Passivity Approach

Der Time Domain Passivity Approach stellt im Vergleich zur Scattering Formulierung keine Methode dar, welche dem Passivitätsbeweis dient, sondern ein Regelungskonzept, welches ein System mit aktiven Elementen stabilisieren kann.

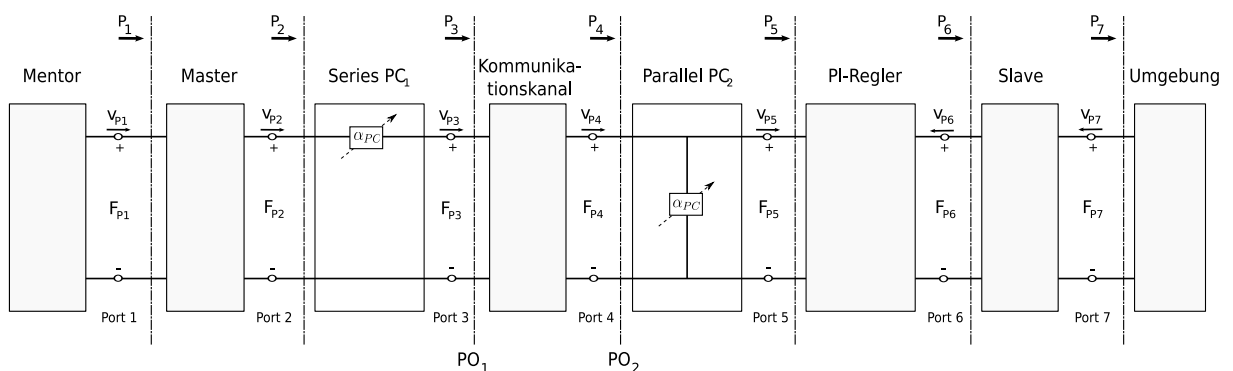
Jedes Teleoperationssystem enthält mit dem Kommunikationskanal und dessen Zeitverzögerungen ein aktives Subsystem. Aufgrund ihrer stark destabilisierenden Wirkung (siehe Kapitel 3.2.3) führt eine Zeitverzögerung zu hohen Einschränkungen bzgl. der Wahl

der PI-Reglerparameter. Diese Parameter müssen so ausgelegt werden, dass das Nyquist-Kriterium trotz Zeitverzögerung erfüllt wird.

Wie erwähnt ermöglicht der in diesem Kapitel vorgestellte Time Domain Passivity Approach (ab hier: TDPA) die Beobachtung und Dissipierung überschüssiger Energie, so dass z.B. auch ein Netzwerk mit Kommunikationskanal unter variabler Zeitverzögerung passiviert werden kann. Unter Verwendung dieses energiebezogenen Stabilisierungsverfahrens ist es nicht nötig, die PI-Reglerparameter anzupassen, weshalb der TDPA die Konservativität bzgl. der Auslegung eines Systems unter Zeitverzögerung reduziert.

Als Alternative zum TDPA wird häufig die ähnlich der Scattering Formulation auf einer Wellenformulierung basierende Methode der Wellenvariablen verwendet, welche ein System unter beliebiger, konstanter Zeitverzögerung stabilisieren kann. Im Gegensatz zum Time Domain Passivity Approach muss für die Wellenvariablen eine feste Dämpfung eingeführt werden, welche unter Veränderung der Zeitverzögerung angepasst werden muss. Da der TDPA mit variabler Dämpfung somit den allgemeingültigeren Ansatz darstellt, wird er in dieser Arbeit den Wellenvariablen vorgezogen.

Das TDPA-Verfahren basiert im bilateralen Teleoperationssystem bzw. bei Passivierung eines 2-Port-Subsystems (vgl. [17]) auf je zwei Passivitätsbeobachtern (ab hier: PO) und -reglern (ab hier: PC), welche sich auf beiden Seiten des Kommunikationskanals befinden (siehe Abbildung 3.14). Die POs beobachten die Leistungen bzw. Energien der Ports  $P_3$  ( $PO_1$ ) bzw. des Ports  $P_4$  ( $PO_2$ ). Die aus der Multiplikation der konjugierten Kraft-



**Abbildung 3.14:** Netzwerkdarstellung des bilateralen Kanal-PO/PC

und Geschwindigkeitssignale resultierenden Leistungen können anhand ihres Vorzeichens

in ihrer Flussrichtung unterschieden werden (siehe [18]). Hierzu muss die Differenz der Signale vor dem PI-Regler berücksichtigt werden. Durch Integration der Leistungen eines Vorzeichens können die von Master zu Slave (L2R) und die von Slave zu Master (R2L) fließenden Energien separat berechnet werden. Die Leistungen werden nach Konvention stets so integriert, dass sich in jeder Richtung positive Portenergien ergeben, welche zwangsläufig monoton steigen.

$$E_{P_i}^{L2R}(t) = \int_0^t P_{P_i}(\tau) d\tau \quad \forall \quad P_i(t) > 0 \quad (3.14)$$

$$E_{P_i}^{R2L}(t) = - \int_0^t P_{P_i}(\tau) d\tau \quad \forall \quad P_i(t) < 0 \quad (3.15)$$

Für diskrete Systeme lauten diese Gleichungen

$$E_{P_i}^{L2R}(n) = \sum_{k=0}^n P_{P_i}(k) \quad \forall \quad P_i(k) > 0 \quad (3.16)$$

$$E_{P_i}^{R2L}(n) = - \sum_{k=0}^n P_{P_i}(k) \quad \forall \quad P_i(k) < 0. \quad (3.17)$$

Die Passivitätsbedingung (3.13) lautet diskret:

$$E_{ges}(n) = \Delta T \sum_{k=0}^n \mathbf{F}(k) \mathbf{v}(k) \geq 0 \quad (3.18)$$

mit der Gesamtenergie  $E_{ges}$  über alle Ports  $P_i$  und der Abtastzeit  $\Delta T$ . Bei Passivität des Kommunikationskanal-Subsystems gilt folglich folgende Ungleichung:

$$E_{KK} = \Delta T \sum_{k=0}^n (f_{P_3}(k)v_{P_3}(k) - f_{P_4}(k)v_{P_4}(k)) \geq 0 \quad (3.19)$$

Für die PCs sind somit die Energien des Ports  $P_3$  und des Ports  $P_4$  relevant, um die vom Kanal eingeführte Energie zu ermitteln. Da jeweils eine dieser Energien jenseits des Kanals beobachtet wird, kommt diese mit der Zeitverzögerung des Kanals verspätet an. Um die Aktivität des Kanals zu berechnen, muss die Differenz der in die Ports in einer Richtung ein- und verzögert austretenden Energien ermittelt werden:

$$E_{KK}^{L2R}(n) = E_{P_3}^{L2R}(n - T_1) - E_{P_4}^{L2R}(n), \quad (3.20)$$

$$E_{KK}^{R2L}(n) = E_{P_4}^{R2L}(n - T_2) - E_{P_3}^{L2R}(n). \quad (3.21)$$

$T_1$  bezeichnet die Zeitverzögerung in L2R- und  $T_2$  diejenige in R2L-Richtung. Da die Austrittsenergien von den Eintrittsenergien subtrahiert werden, sind unter Aktivität, also bei

Energiegenerierung des Kanals, diese Energien  $E_{KK}$  entsprechend der Konvention negativ. Die Aufgabe der Passivity Controller ist es, diese überschüssige negative Energie zu dissipieren.

Um sicherzustellen, dass dieses Vorgehen korrekt ist, muss zuerst ein Passivitätsbeweis durchgeführt werden. Hierzu muss gezeigt werden, dass die verzögerungsbehaftete, beobachtete Energie  $E_{KK}(n)$ , welche durch die PC-Dissipation erzielt werden soll, geringer als die Energie  $E_x(n)$  des verzögerungsfreien Systems ist:

$$E_{KK}(n) < E_x(n) \quad \text{bzw.} \quad E_{KK}(n) - E_x(n) < 0. \quad (3.22)$$

Hierbei ist

$$\begin{aligned} E_x(n) &= E_{P_3(n)} + E_{P_4}(n) = \\ &= E_{P_3}^{L2R}(n) - E_{P_3}^{R2L}(n) + E_{P_4}^{R2L}(n) - E_{P_4}^{L2R}(n). \end{aligned} \quad (3.23)$$

Diese Energie wird in von Master zu Slave (L2R) und in von Slave zu Master (R2L) fließende Energien unterteilt:

$$E_x^{L2R}(n) = E_{P_3}^{L2R}(n) - E_{P_4}^{L2R}(n), \quad (3.24)$$

$$E_x^{R2L}(n) = -E_{P_3}^{R2L}(n) + E_{P_4}^{R2L}(n). \quad (3.25)$$

Für diese richtungsbezogenen Energien lässt sich nun die verzögerungsbehaftete, observierte Energie berechnen:

$$E_{KK}^{L2R}(n) = E_{P_3}^{L2R}(n - T_1) - E_{P_4}^{L2R}(n), \quad (3.26)$$

$$E_{KK}^{R2L}(n) = -E_{P_3}^{R2L}(n) + E_{P_4}^{R2L}(n - T_2). \quad (3.27)$$

Folgende Ungleichungen müssen im Sinne des Passivitätsbeweises dann gemäß (3.22) bestätigt werden:

$$\begin{aligned} E_{P_3}^{L2R}(n - T_1) - E_{P_4}^{L2R}(n) - E_{P_3}^{L2R}(n) + E_{P_4}^{L2R}(n) \\ = E_{P_3}^{L2R}(n - T_1) - E_{P_3}^{L2R}(n) < 0, \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} -E_{P_3}^{R2L}(n) + E_{P_4}^{R2L}(n - T_2) - (-E_{P_3}^{R2L}(n) + E_{P_4}^{R2L}(n)) \\ = E_{P_4}^{R2L}(n - T_2) - E_{P_4}^{R2L}(n) < 0. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Da es sich hierbei um monoton steigende Energien handelt und somit verzögerte Energien niedriger als nicht verzögerte sind, ist die Passivität immer garantiert.

Entscheidend ist, dass vor der Dissipation der Kanalaktivität, die bis zum letzten Zeitschritt bereits dissipierte Energie berücksichtigt wird:

$$E_{obs}^{R2L/L2R}(n) = E_{KK}^{R2L/L2R}(n) - E_{diss}^{R2L/L2R}(n-1). \quad (3.30)$$

Wenn die beobachtete Energie negativ ist, so wird dieser Zuwachs an Energie  $E_{obs}^{R2L/L2R}(n)$ , der in diesem Zeitschritt durch den PC dissipiert werden wird, in der dissipierten Energie  $E_{diss}^{R2L/L2R}(n)$  für den nächsten Zeitschritt berücksichtigt:

$$E_{diss}^{R2L/L2R}(n) = E_{diss}^{R2L/L2R}(n-1) + E_{obs}^{R2L/L2R}(n), \quad \text{if } E_{obs}^{R2L/L2R}(n) < 0 \quad (3.31)$$

Um die Aktivität des Kommunikationskanals zu vernichten, muss der  $PC_1$  auf Masterseite folglich eingreifen, wenn die Energie  $E_{obs}^{R2L}(n)$  negativ ist, während der  $PC_2$  auf der Slaveseite reagieren muss, sobald die Energie  $E_{obs}^{L2R}(n)$  negativ ist.

Da die Ausgänge auf den beiden Seiten des Kanals unterschiedliche Signalarten (Kraft bzw. Geschwindigkeit) darstellen, werden die Passivity Controller in serielle und parallele PCs untergliedert. Der Passivity Controller der Masterseite (auch „Forward PC“) wird als „series PC“ bezeichnet, da er die Geschwindigkeit nicht variiert, sondern nur die zum Master fließende Kraft verändert. Im Gegensatz dazu wirkt der „parallel PC“ auf der Slaveseite (auch „Backward PC“) auf die zum Slave austretende Geschwindigkeit, während er die Kraft beibehält.

Die vom series Passivity Controller vorgenommene Kraftdämpfung  $\alpha_{PC_1}(n)$  errechnet sich aus der zu dissipierenden Energie und der am PC-Port herrschenden Geschwindigkeit:

$$\alpha_{PC_1}(n) = \begin{cases} -\frac{E_{obs}^{R2L}(n)}{\Delta T v_{P_3}(n)^2}, & \text{if } E_{obs}^{R2L}(n) < 0 \\ 0, & \text{if } E_{obs}^{R2L}(n) \geq 0. \end{cases} \quad (3.32)$$

Dagegen errechnet sich die vom parallel Passivity Controller vorgenommene Geschwindigkeitsdämpfung  $\frac{1}{\alpha_{PC_2}(n)}$  aus der zu dissipierenden Energie und der am PC-Port herrschenden Kraft:

$$\frac{1}{\alpha_{PC_2}(n)} = \begin{cases} -\frac{E_{obs}^{L2r}(n)}{F_{P_4}(n)^2}, & \text{if } E_{obs}^{L2r}(n) < 0 \\ 0, & \text{if } E_{obs}^{L2r}(n) \geq 0. \end{cases} \quad (3.33)$$

Die Kraft  $F_{P_2}$  des Ports  $P_2$  errechnet sich somit zu

$$F_{P_2}(n) = F_{P_3}(n) + \alpha_{PC_1}(n)v_{P_3}(n) \quad (3.34)$$

und die Geschwindigkeit  $v_{P_5}$  an Port  $P_5$  zu

$$v_{P_5}(n) = v_{P_4}(n) + \frac{1}{\alpha_{PC_2}(n)}F_{P_4}(n). \quad (3.35)$$

Das Subsystem bestehend aus series  $PC_1$ , Kommunikationskanal und parallel  $PC_2$  (siehe Abbildung 3.14) ist dann aufgrund der PC-Dissipation passiv und deswegen das Gesamtsystem stabil.

### 3.3 Transparenz

Die bereits erwähnte Transparenz in einem Teleoperationssystem bezieht sich auf die Qualität der Darstellung der Umgebungsimpedanz am Eingabegerät des Operators. Die Zunahme der Transparenz bedeutet folglich für den Operator eine Verbesserung der Wahrnehmung der Umgebung. Bei optimaler Transparenz kann der Operator keinen Unterschied zwischen Teleinteraktion und direkter Interaktion mit der Umgebung erkennen. Je stabiler ein System ausgelegt wird, desto schlechter wird dessen Transparenz. Daher muss ein Kompromiss zwischen diesen beiden Kriterien getroffen werden. In dieser Arbeit soll zur Auslegung der Reglerparameter die Methode von Yokokohji (siehe [19]) zum Einsatz kommen, während für die Analyse des Einflusses der Dominanzverteilung und der Traineeimpedanz auf die Transparenz zusätzlich von Khademanian (siehe [20]) vorgeschlagene Kriterien angewendet werden. Im Vergleich zu psychologischen Studien können anhand dieser analytischen Verfahren unter geringem zeitlichen und finanziellen Aufwand verschiedene Konzepte und Architekturen verglichen werden.

#### 3.3.1 Yokokohji

Gemäß Yokokohji wird ideale Transparenz erzielt, wenn die Position von Operator und Slave, sowie die an diesen wirkenden Kräfte übereinstimmen:

$$x_{m1}(t) = x_s(t) \quad \text{und} \quad (3.36)$$

$$F_{m1}(t) = F_e(t). \quad (3.37)$$



Yokokohji schlägt zwei Indizes vor, deren Werte mit zunehmender Transparenz abnehmen:

$$J_{p,M1S} = \int_0^{\omega_{max}} |G_{m1p}(j\omega) - G_{sp}(j\omega)| \left| \frac{1}{1 + j\omega T_1} \right| d\omega \quad \text{und} \quad (3.38)$$

$$J_{f,M1S} = \int_0^{\omega_{max}} |G_{m1f}(j\omega) - G_{sf}(j\omega)| \left| \frac{1}{1 + j\omega T_1} \right| d\omega, \quad (3.39)$$

mit den Übertragungsfunktionen

$$G_{m1p} = \frac{x_{m1}(s)}{F_{h1}^*(s)}, \quad (3.40)$$

$$G_{sp} = \frac{x_s(s)}{F_{h1}^*(s)}, \quad (3.41)$$

$$G_{m1f} = \frac{F_{h1}(s)}{F_{h1}^*(s)} \quad \text{und} \quad (3.42)$$

$$G_{sf} = \frac{F_e(s)}{F_{h1}^*(s)}. \quad (3.43)$$

Der Parameter  $T_1$ , der zu

$$T_1 = \frac{1}{\omega_0} \quad (3.44)$$

gewählt wird, gewichtet im Tiefpassfilter (jeweils letzter Multiplikator der Gleichungen (3.38) und (3.39)) den Einfluss der niedrigen Frequenzen. Je niedriger  $\omega_0$  gewählt wird, desto gravierender wird die Verstärkung der niedrigen Frequenzen.  $\omega_{max}$  entspricht mit 100 Hz der „höchsten Frequenz der Manipulationsbandbreite des menschlichen Operators“ [19]. Die Kräfte  $F^*$  sind die exogen eingeführten Kräfte der Operatoren und der Umgebung. Anhand der graphischen Darstellung der Indizes können die zur optimalen Transparenz führenden Reglerparameter gewählt werden.

### 3.3.2 Khademian

Da für das Verständnis der von Khademian vorgeschlagenen Transparenzkriterien Kenntnisse zur trilateralen Architektur und zur Dominanzverteilung vorausgesetzt sind, sollte die Lektüre der Kapitel 4.2 und 4.3 vorgezogen werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden die Definitionen der trilateralen Transparenzkriterien jedoch schon an dieser Stelle aufgeführt.

Khademian schlägt in [20] für das trilaterale Szenario folgende Transparenzmaße vor:

1. Transmitted Impedance  $Z_{to1}$ : Die zum Mentor übertragene Impedanz  $Z_{to1}$

$$Z_{to1} = \frac{F_{h1}}{v_{h1}} \Big|_{F_e^*=0, F_{h2}^*=0}, \quad (3.45)$$

$$Z_{to2} = \frac{F_{h2}}{v_{h2}} \Big|_{F_e^*=0, F_{h1}^*=0} \quad (3.46)$$

entspricht der tatsächlich dargestellten Impedanz am jeweiligen Operator (h1 bzw. h2).

2. Transparency Transfer Function  $G_{to1}$ : Desweiteren wird eine Transparenz Übertragungsfunktion als Kriterium vorgeschlagen, welche die Abweichung der übertragenen Impedanz  $Z_{to1}$  von einer erwünschten, darzustellenden Impedanz  $Z_d$  angibt:

$$G_t = \frac{Z_{to1}}{Z_d}, \quad (3.47)$$

wobei für die darzustellende Impedanz  $Z_d$  verschiedene Impedanzen in Frage kommen:

$$Z_d = \begin{cases} Z_e \\ Z_{h2} \\ \alpha Z_e + (1 - \alpha) Z_{h2}. \end{cases} \quad (3.48)$$

$Z_e$  bezeichnet die Impedanz der Slaveumgebung und  $Z_{h2}$  diejenige des zweiten Operators. Die letzte Impedanz " $\alpha Z_e + (1 - \alpha) Z_{h2}$ " ergibt sich aus der von Khademan gewählten Architektur, in der der Dominanzfaktor auch auf die vom Slave gesendeten Signale wirkt. Für die Architektur dieser Arbeit entspricht dieser Impedanz

$$Z_d = Z_e + (1 - \alpha) Z_{h2} \quad (3.49)$$

3.  $Z_{width}$ : Außerdem wird die Bandbreite der am Eingabegerät darstellbaren Impedanz  $Z_{width}$  als Merkmal vorgeschlagen, welches in dieser Arbeit jedoch nicht angewendet wird. Auf den Grund hierfür wird später eingegangen.
4. Bilateral Distance Transfer Function  $Dis_B$ : Zudem wird in der referenzierten Arbeit anhand des Konzepts der Distanzübertragungsfunktion die Transparenz der trilateralen Struktur, mit der der bilateralen Architektur ( $\alpha = 1$ ) verglichen:

$$Dis_B(\alpha) = \frac{Z_{to1}(\alpha)}{Z_{to1}(1)} \quad \alpha \in \{0..1\} \quad (3.50)$$

Anhand dieses Kriteriums ist der Dominanzeinfluss gut darstellbar. Alternativ könnte hierzu als Bezugsimpedanz statt der bilateralen Struktur auch die unter Gleichberechtigung übertragene Impedanz  $Z_{to1}(\alpha = 0.5)$  gewählt werden, welche als eine Art Basisversion der trilateralen Struktur gesehen werden kann.

5. Transparency Optimized Distance Transfer Function  $Dis_{TO}$ : Ein Benchmark zur Gegenüberstellung verschiedener Reglerarchitekturen stellt die „transparenzoptimierte Distanzübertragungsfunktion“  $Dis_{TO}(\alpha)$  dar. Khademian nimmt hierbei an, dass diejenige Reglerauslegung der 4-Channel-Architektur, welche bei  $\alpha = 1$  zu perfekter Transparenz  $Z_{to1}(1) = Z_e$  führt, auch bei allen anderen Dominanzverteilungen zur jeweils optimalen Impedanzdarstellung am Master führt.

$$Dis_{TO}(\alpha) = \frac{Z_{to1\text{beliebige Architektur}}(\alpha)}{Z_{to1\text{optimierte 4Ch-Architektur}}(\alpha)} \quad (3.51)$$

# 4 Trilaterale Regelung für ein Telechirurgietrainingsystem

In diesem Kapitel wird das Grundkonzept des trilateralen Trainings ohne Berücksichtigung des Kommunikationskanals erstellt. Dabei sollen zu den relevanten der folgenden Realisierungsmöglichkeiten die entscheidenden Eigenschaften wie Stabilität und Transparenz, sowie die erreichbare Dominanzverteilung analysiert werden.

## 4.1 Telechirurgietraining im MOSS-System

Zur Realisierung von Trainingsszenarien sind in den letzten Jahren unterschiedlichste Konzepte entwickelt worden. Neben der auf dem mathematischen Optimierungsproblem basierenden  $H_\infty$ -Regelung (siehe [21]) wurden in MOSS-Systemen auch nichtlineare adaptive Regelungen (vgl. [22]) implementiert. Ebenso vielfältig wie die Stabilisierungsmethoden sind auch die Feedbackvarianten unter den Operatoren, sowie zwischen Operator und Umgebung und die Realisierung der Dominanzverteilung. In [21] erhalten die Operatoren lediglich optisches Feedback vom Verhalten des Slaves. Die Dominanzverteilung skaliert in der zuletzt referenzierten Arbeit in Richtung der Operatoren Kräfte, in Richtung des Slaves jedoch Positionen/Geschwindigkeiten. Auch in [20] werden Positionen/Geschwindigkeiten skaliert, ein Vorgehen, welches in dieser Arbeit nicht übernommen wird, da auf diese Weise die Positionsinformation verfälscht wird (vgl. Abbildung 4.7 und 4.8). Eine 4-Channel-Architektur, welche in dem Zielsystem dieser Arbeit nicht realisierbar ist, wird in [20] erstellt. Das dazu nötige Umgebungsfeedback wird in [23] für eine trilaterale Struktur durch einen Disturbance-Observer generiert. In [24] wird die Transparenz eines trilateralen Systems mit der eines bilateralen Systems, in welchem sich der Slave

im Zentrum befindet, verglichen. Auf diese bilaterale Trainingsstruktur, die auf ein direktes haptisches Feedback zwischen den beiden Operatoren verzichtet, wird in dieser Arbeit lediglich im Zuge der Realisierung der Dominanzverteilung eingegangen. Zu erwähnen ist zudem, dass keine der bisherigen Trainingsansätze einen Kommunikationskanal vorsieht, das heißt, dass Zeitverzögerungen im Gegensatz zu dieser Arbeit vernachlässigt wurden.

## 4.2 MOSS-Architektur

Im folgenden Abschnitt sollen die Vor- und Nachteile verschiedener MOSS-Architekturen ermittelt werden. Hierzu existieren mit zwei bilateralen und einer trilateralen Variante zwei grundlegend unterschiedliche Konzepte. Für die folgenden Systeme werden jeweils PP-Architekturen entworfen, welche aufgrund der symmetrischen Reglerparameterwahl und der Vernachlässigung des Kommunikationskanals der PF-Architektur entsprechen. Besteht zwischen zwei Parteien eine Signalflussverbindung, wird deren Positionsabweichung voneinander somit jeweils durch einen PI-Regler reduziert. So treten in den bilateralen Varianten zwei und in der trilateralen Variante drei PI-Regler auf (vgl. Abbildungen 4.1 bis 4.3). Die Dominanzverteilung, welche in den Abbildungen von den Skalierungsblöcken  $D_1$  und  $D_2$  repräsentiert wird, wird im Folgenden angesprochen, jedoch erst in Kapitel 4.3 näher analysiert.

### 4.2.1 Bilateral

Die auch in [24] gewählte bilaterale Trainingsstruktur kann durch die Variation des im Zentrum stehenden Geräts auf zwei Weisen realisiert werden.

#### 4.2.1.1 Slave im Zentrum - MSM

Wenn zwischen Mentor und Trainee kein haptisches, sondern nur optisches Feedback realisiert wird, ergibt sich die in Abbildung 4.1 dargestellte MSM-Architektur. Die Operatoren erhalten hier lediglich indirekt über den Slave haptisches Feedback voneinander. Die Dominanz skaliert dann die Reglerkräfte in Slave-Richtung.

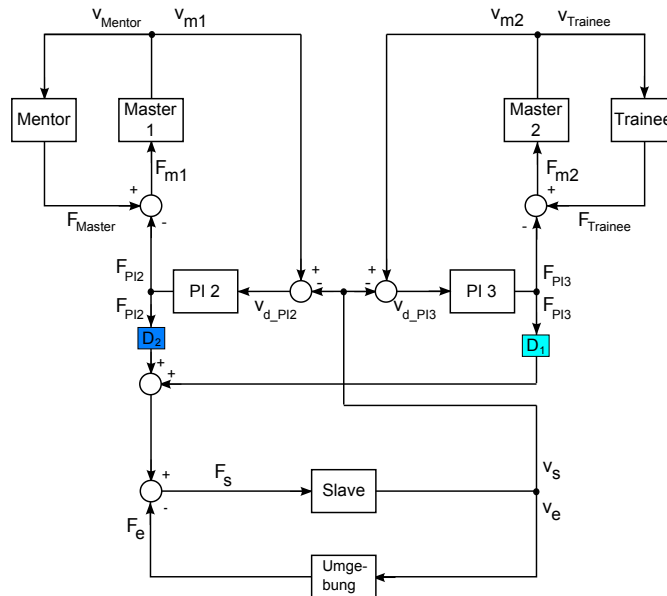


Abbildung 4.1: Signalflussdarstellung der MSM-Architektur

#### 4.2.1.2 Mentor im Zentrum - SMM

Die alternative bilaterale SMM-Struktur, in welcher sich ein Operator im Zentrum befindet, ist in Abbildung 4.2 zu sehen. Dieser Operator muss als Mentor gewählt werden, da nur er haptisches Feedback vom Slave erhält. Die vom Trainee eingeführte Energie wird zu einem gewissen Teil von der Impedanz des Mentors und dessen Eingabegerät dissipiert, bevor sie am Slave ankommt. Die Realisierung der Dominanzverteilung ist in dieser Architektur, wie in den Plots des Kapitels 4.2.3 zu erkennen ist, nur eingeschränkt möglich.

#### 4.2.2 Trilateral

In Abbildung 4.3 ist die trilaterale Architektur des Trainingsszenarios dargestellt. Je nach Dominanz fließt in dieser Struktur die vom jeweiligen Gerät eingeführte Energie direkt, d.h. ohne an anderen Impedanzen (abgesehen vom PI-Regler) dissipiert zu werden, zu den anderen Eingabe- bzw. Ausgabegeräten. Auf diese Weise ergibt sich ein System mit guter Positionsfolge (siehe Plots 4.4 bis 4.6). Zudem wird in dieser Architektur die zweifach verzögerungsbehaftete Kommunikationsstrecke zwischen den zwei terminierenden Subsystemen (zwischen Mentor und Trainee in der MSM-Architektur und zwischen Trainee und

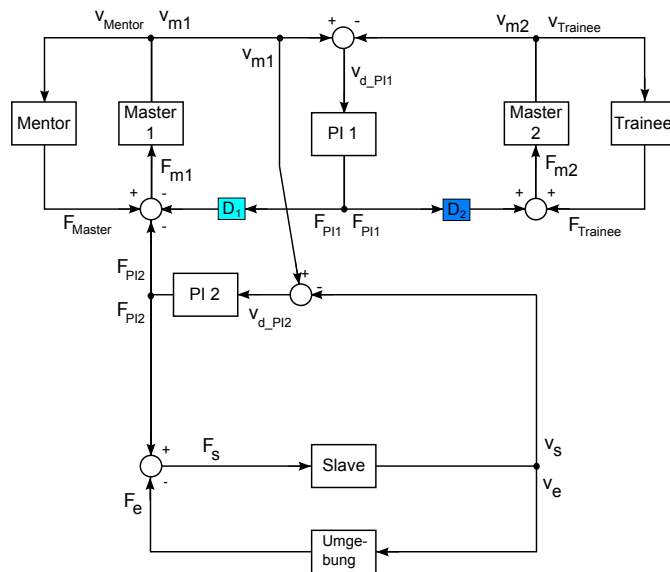


Abbildung 4.2: Signalflussdarstellung der SMM-Architektur

Slave in der SMM-Architektur) der obigen bilateralen Strukturen vermieden.

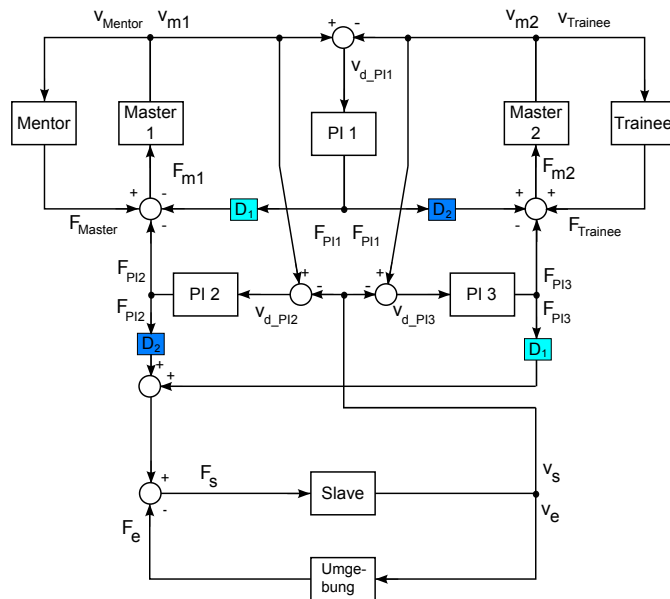
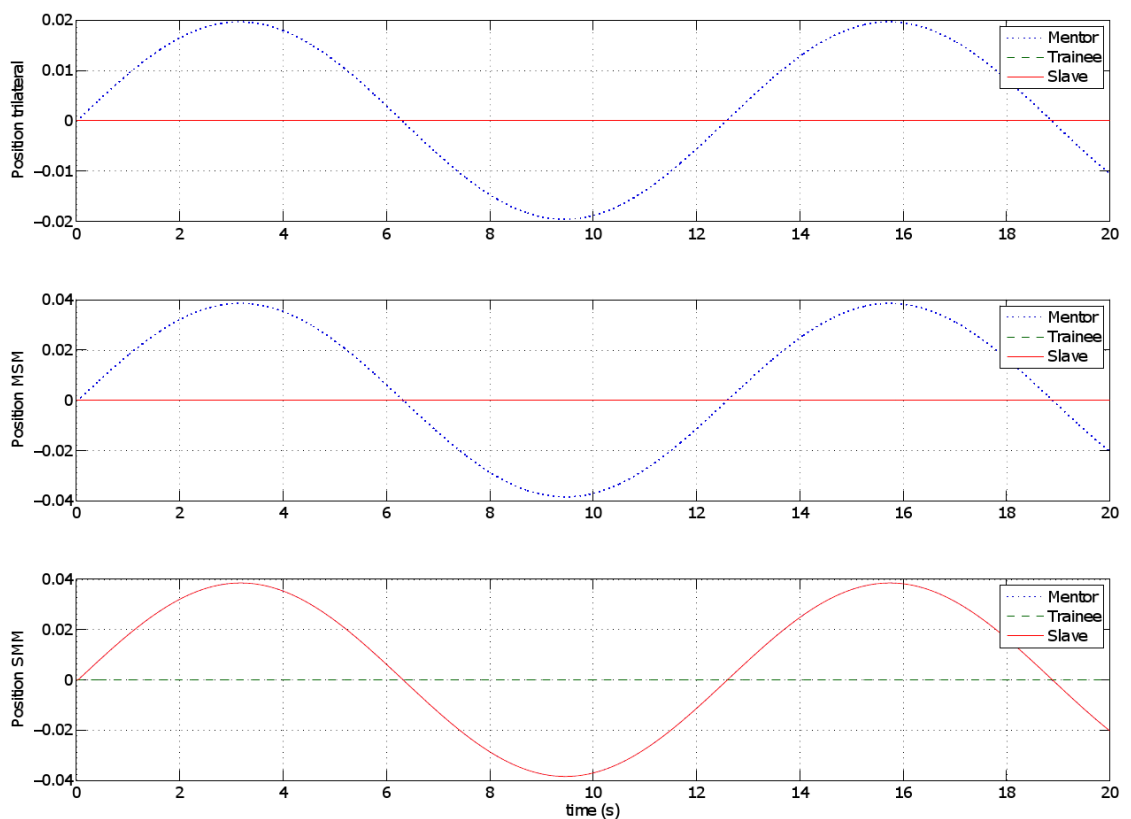


Abbildung 4.3: Signalflussdarstellung der trilateralen Architektur

### 4.2.3 Vergleich

Die Diagramme der Abbildungen 4.4 bis 4.6 stellen das Verhalten der vorgestellten Trainingsarchitekturen unter Variation der Dominanz gegenüber. In den zugehörigen Simulationen führt der Mentor eine sinusförmige Bewegung aus, während sich der Trainee mit schwachem Griff führen lässt. In allen Strukturen wurden einheitliche Reglerparameter und Modelle für Geräte und Operatoren verwendet, um die bestmögliche Vergleichbarkeit zu erzielen. Unter Betrachtung der Qualität der Dominanzverteilung fällt auf, dass in der



**Abbildung 4.4:** Vergleich der Trainingsarchitekturen unter  $\alpha=0$ : Der Slave folgt dem Mentor in der SMM-Architektur absolut, während er in den anderen Architekturen der Dominanzverteilung gehorcht. Die Bewegung des Mentors wird in der trilateralen Struktur eindeutig am besten unterdrückt.

SMM-Architektur unter voller Dominanz des Trainee ( $\alpha = 0$ ) der Slave dem Mentor folgt,



während in den anderen Architekturen die Slavebewegung der des Trainee absolut entspricht. Die Dominanz des Trainee kann in der SMM-Architektur nur absolut umgesetzt werden, wenn auch der Mentor dem Trainee absolut folgt. Die Möglichkeiten der beiden Operatoren sind somit nicht redundant. Dieses Problem tritt in den restlichen Architekturen aufgrund von Symmetrie nicht auf.

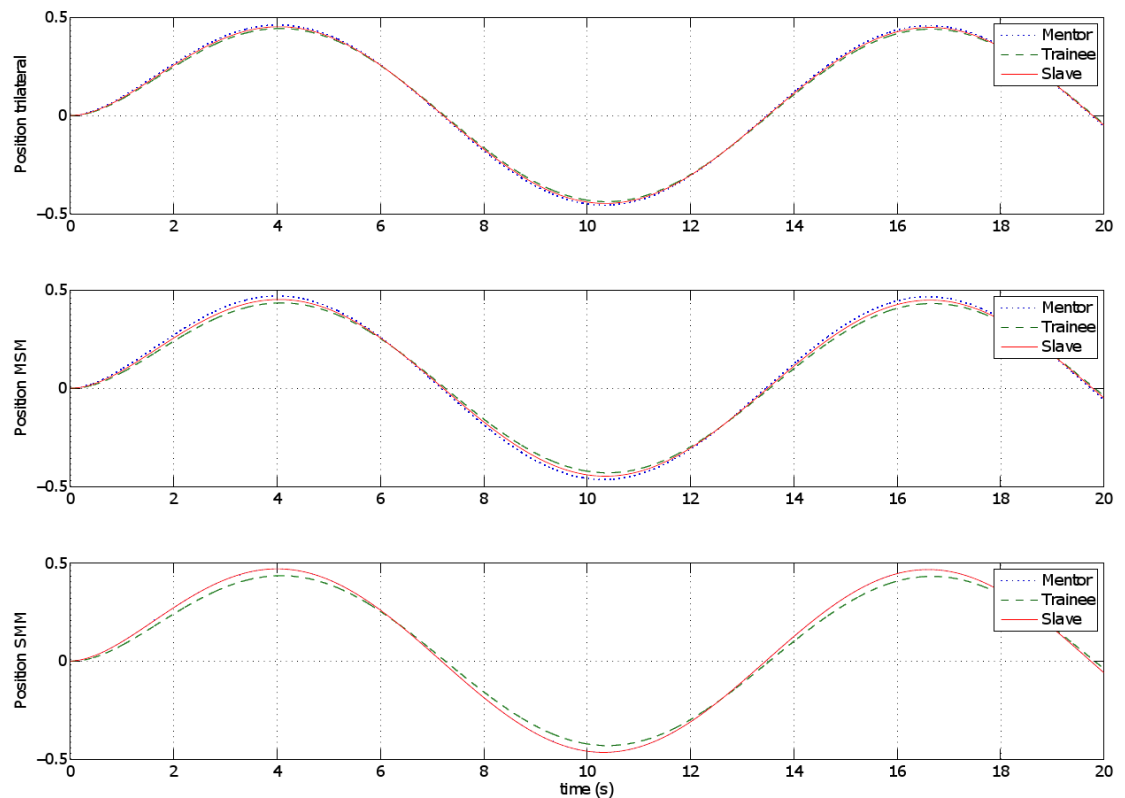
Die Unterdrückung der Mentorbewegung (siehe Abbildung 4.4) unter Dominanz des ruhenden Trainee ist in der trilateralen Struktur, in welcher der Mentor die geringste Positionsänderung ausführen kann, eindeutig am besten. Dies ist auf die zweiseitige PI-Regelung zurückzuführen, die sowohl die Positionsabweichung des Mentors vom Slave, als auch die vom Trainee bestraft. Auch in den Abbildungen 4.5 und 4.6 tritt die trilaterale Struktur als diejenige mit der besten Positionsfolge hervor. Durch Wahl höherer Reglersteifigkeiten kann auch die Positionsfolge der MSM-Struktur verbessert werden. Aufgrund der Dissipation der von den Operatoren eingeführten Energie in den Impedanzen bzw. den Admittanzen des Zentrums im bilateralen System wird die Positionsfolge jedoch nie die Qualität der trilateralen Struktur erreichen. Im trilateralen System wird bei voller Dominanz die gesamte vom dominierenden Operator investierte Energie direkt zu beiden Systemen gelangen.

Zudem wurde schon in [24] gezeigt, dass ein Trainingsszenario, in welchem dem Trainee nur optisches Feedback vom Mentor zur Verfügung steht, zu einem deutlich geringeren Lerneffekt führt, als ein solches mit haptischem Feedback.

Aus diesen Untersuchungen geht eindeutig hervor, dass die trilaterale Struktur die beste Lösung für ein transparentes Trainingsszenario ist.

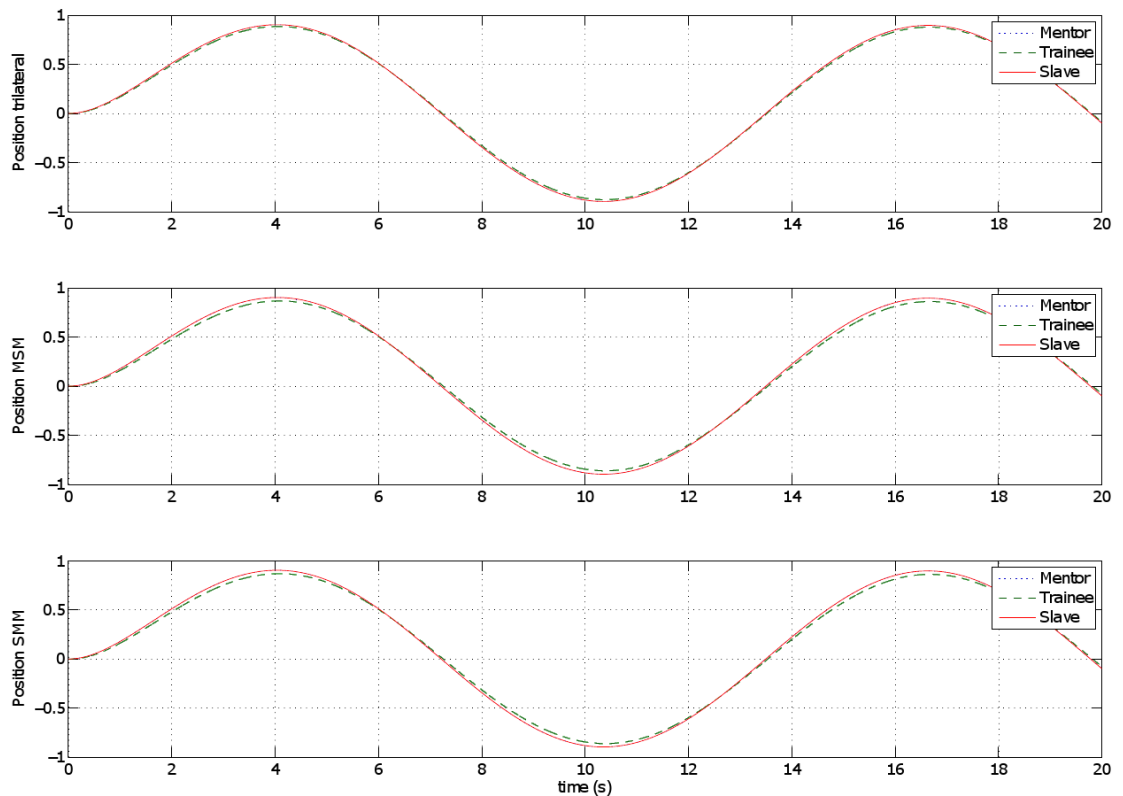
### 4.3 Dominanzverteilung

In diesem Kapitel wird ausführlich auf die Konzeptionierung der Dominanzverteilung eingegangen. Die Skalierung anhand eines Faktors  $\alpha$ , welcher Werte von 0 bis 1 annehmen kann, bestimmt, ob das jeweilige skalierte Signal unbeschränkt ( $\alpha = 1$ ), nur zu einem gewissen Teil oder nicht ( $\alpha = 0$ ) übertragen wird. Diese Skalierung im Sinne der Dominanz kann auf verschiedene Signale angewendet werden. In [20] und [21] (siehe Abbildung 4.7)



**Abbildung 4.5:** Vergleich der Trainingsarchitekturen unter  $\alpha=0.5$ : Der Slave folgt dem Mentor in der SMM-Architektur absolut, in der MSM- und in der trilateralen Architektur bewegt sich der Slave zwischen den Positionen von Mentor und Trainee. Die Positionsfolge ist in der trilateralen Architektur am besten.

werden wie erwähnt die aus den Geräten Master und Slave austretenden Positions- bzw. Geschwindigkeitssignale skaliert. Die Positions- bzw. Geschwindigkeitsinformation wird daraufhin jedoch genutzt, um die Positionen aller Parteien auf eine einheitliche Position zu regeln. Die Positionsinformation wird durch eine Skalierung verfälscht und die Positionsfolge somit eingeschränkt. In dieser Arbeit soll deswegen ein Konzept verfolgt werden, in welchem die korrekten Positionen im PI-Regler verglichen werden, während nur die Regelungskräfte skaliert werden. Zudem sollen die Operatoren immer an die genaue Position des Slaves geregelt werden, weshalb die von den PI-Reglern des Slaves generierten Kräfte



**Abbildung 4.6:** Vergleich der Trainingsarchitekturen unter  $\alpha=1$ : Der Slave folgt dem Mentor in allen Architekturen absolut, während der Trainee in keiner Architektur Einfluss auf den Slave hat. Die Positionsfolge ist in der trilateralen Architektur am besten.

in Richtung der Operatoren nicht skaliert werden sollen (vgl. Abbildung 4.8).

Die aus den Graphen der Abbildung 4.10 ersichtlichen Positionsunterschiede der beiden Dominanzkonzepte zeigen, dass die neu entwickelte Dominanzarchitektur derjenigen von [20] unter Dominanzteilung überlegen ist. Der Plot 4.10(c) der Khademianarchitektur bei geteilter Dominanz ( $\alpha=0,5$ ) weist verglichen mit der neuen Architektur eine deutlich schlechtere Positionsfolge der drei Parteien auf. Die trilaterale PP-Architektur stellt in Kombination mit dem neu entwickelten Dominanzkonzept die am besten zur Realisierung der Aufgabenstellung geeignete Architektur dar. In den folgenden Kapiteln werden die Stabilität und die Transparenz dieser Regelungsarchitektur in Abhängigkeit von den

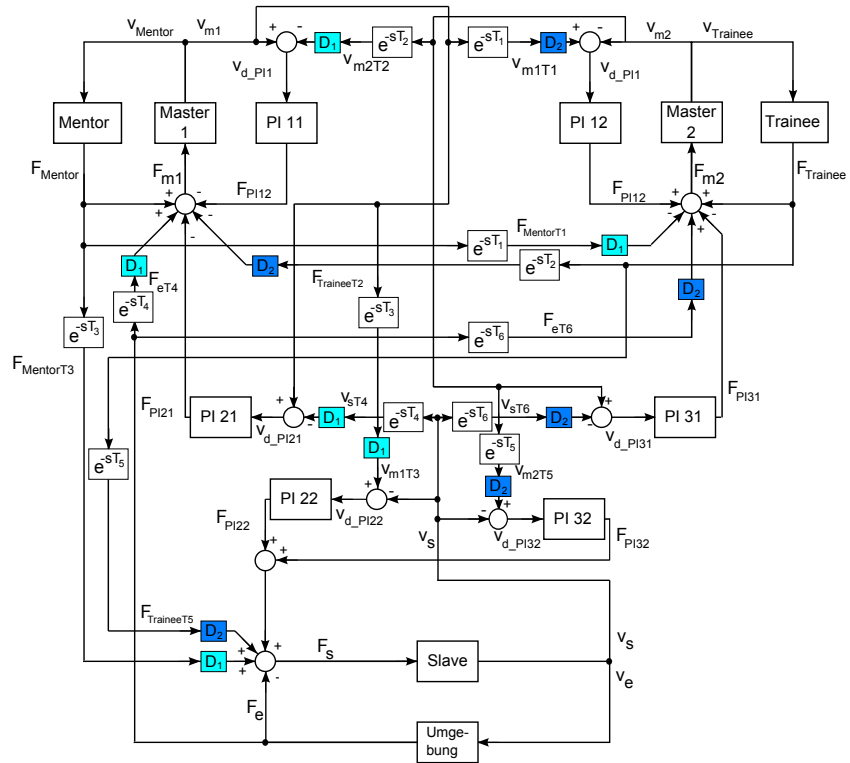


Abbildung 4.7: Signalflussdarstellung der 4-Channel-Architektur von Khademian:

$$D_1 = \alpha, D_2 = 1 - \alpha$$

Reglerparametern untersucht.

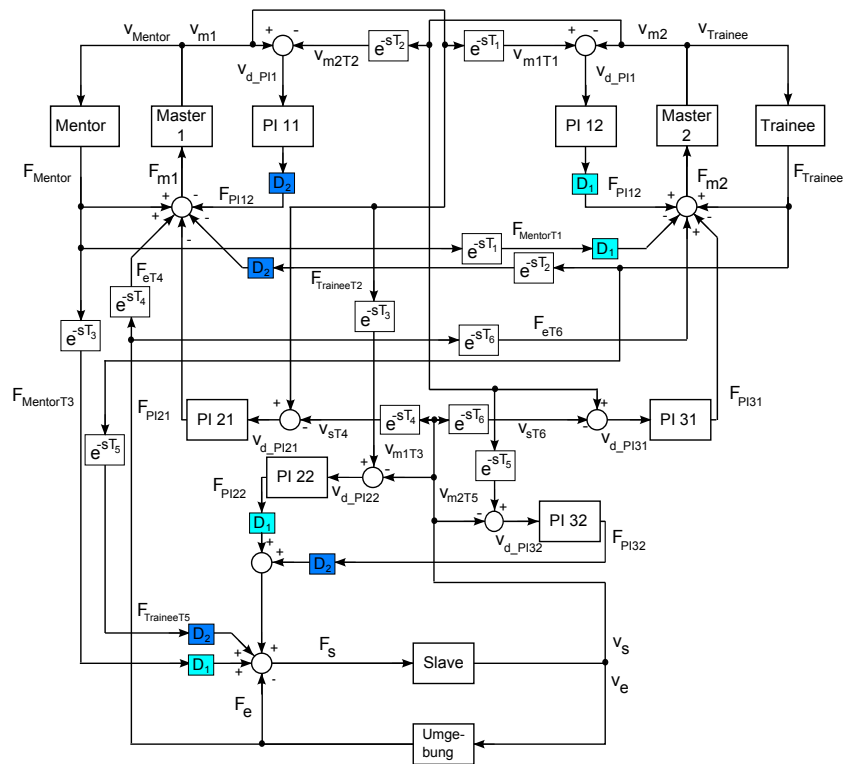


Abbildung 4.8: Signalfussdarstellung der neu entwickelten 4-Channel-Architektur:

$$D_1 = \alpha, D_2 = 1 - \alpha$$

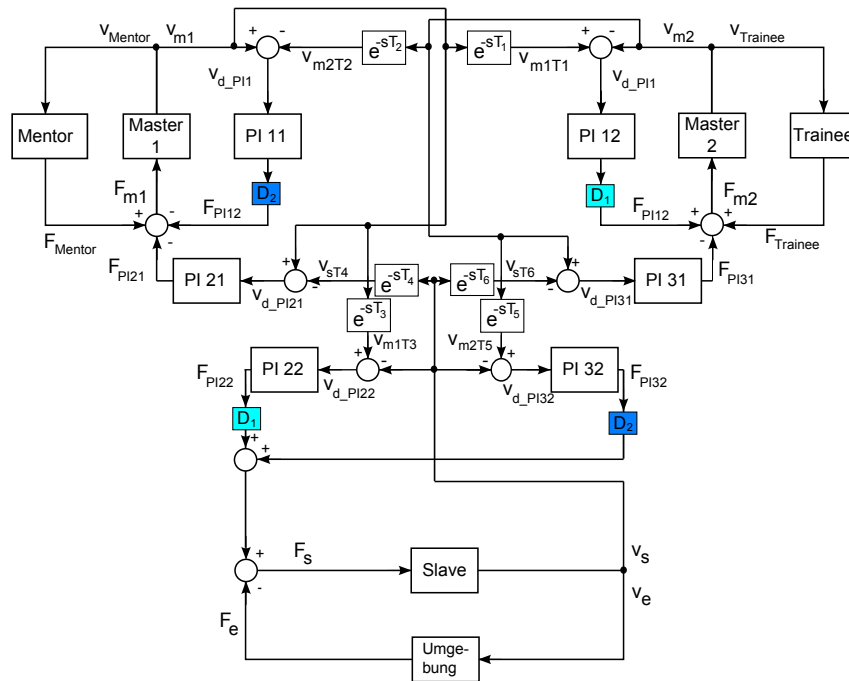
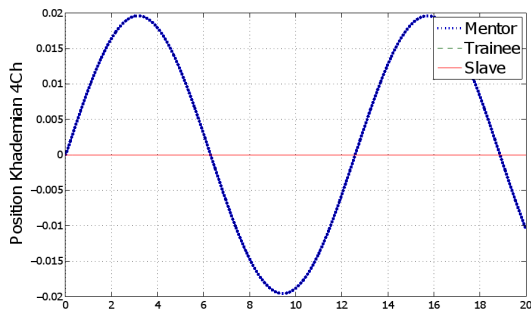
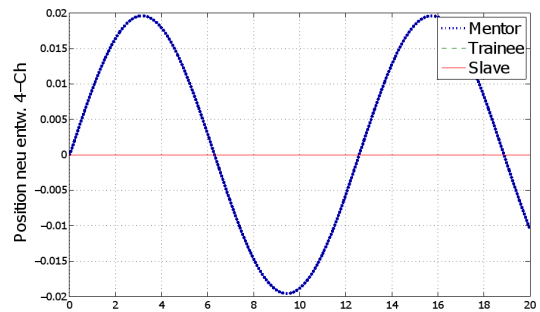


Abbildung 4.9: Signalflussdarstellung der neu entwickelten PP-Architektur:

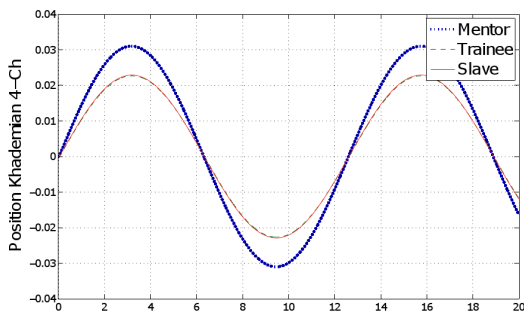
$$D_1 = \alpha, D_2 = 1 - \alpha$$



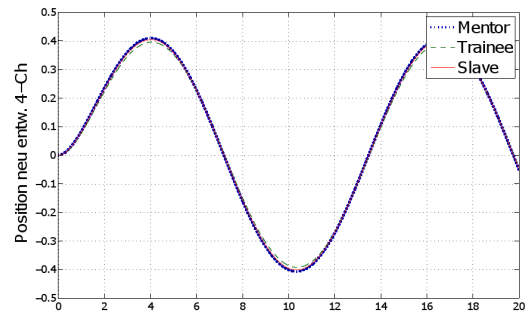
(a) Khademian -  $\alpha=0$



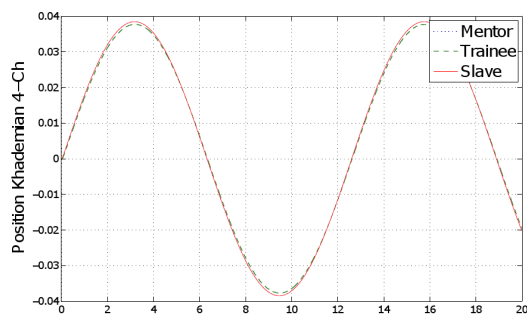
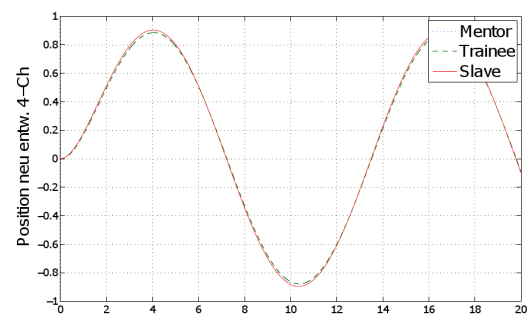
(b) Neues Konzept -  $\alpha=0$



(c) Khademian -  $\alpha=0.5$



(d) Neues Konzept -  $\alpha=0.5$

(e) Khademian -  $\alpha=1$ (f) Neues Konzept -  $\alpha=1$ 

**Abbildung 4.10:** Vergleich des neu entwickelten Dominanzkonzepts mit dem von Khademian anhand der 4-Channel-Regelungsarchitektur: In den bilateralen Konfigurationen ( $\alpha = 0/1$ ) führen die beiden Konzepte zu einem einheitlichen Systemverhalten, während das neu entwickelte Konzept bei anderen Dominanzverteilungen eine eindeutig bessere Positionsfolge aufweist.

## 4.4 Stabilität

Anhand der Einflussanalyse der Reglerparameter auf die Stabilität soll in diesem Kapitel ein Bereich für diese Parameter festgelegt werden. Unter Berücksichtigung der Transparenz kann im anschließenden Kapitel aus diesem Bereich anhand eines Kompromisses zwischen Stabilität und Transparenz die optimale Reglerparameterwahl endgültig getroffen werden.

Zur Ermittlung der Stabilitätsbedingungen werden folgende Annahmen getroffen:

1. Die Impedanz des menschlichen Arms  $Z_h$  wird als Null angenommen. Diese Annahme ist erlaubt, da der Arm ein dämpfendes Teilsystem darstellt. Da bei  $Z_h = 0$  dieses dissipierende Element fehlt, führt diese Annahme zur instabilsten Variante des Systems.
2. Das Time Delay kann hier vernachlässigt werden, da es durch das PO/PC-System berücksichtigt wird. Diese zulässige Vereinfachung muss getroffen werden, da eine Polermittlung, wie erwähnt, aufgrund der e-Funktion, der Übertragungsfunktion des Time Delay's nicht möglich ist.

Um jedoch alle möglichen Variationen, welche potentiell zu Instabilität führen können, zu betrachten, muss z.B. der Dominanzparameter  $\alpha$  variiert werden. Hierzu wird  $\alpha$  zwischen markanten Werten variiert:

$$\begin{aligned}\alpha &= 1, \\ \alpha &= 0.5 \text{ und} \\ \alpha &= 0.\end{aligned}$$

Im folgenden Kapitel soll gemäß des E/A-Stabilitätskriteriums eine Beziehung zwischen den übrigen Parametern, der Reglersteifigkeit  $K$ , der Reglerdämpfung  $B$  und der Umgebungssteifigkeit  $Z_e$  ermittelt werden. Anhand dieser Beziehung werden dann die Stabilitätsgrenzen untersucht.



## 4.4.1 E/A-Stabilität unter Vernachlässigung der Zeitverzögerung

### 4.4.1.1 Bestimmung der Übertragungsfunktion

Die Übertragungsfunktionen können aus den Signalflussgleichungen oder auf etwas aufwendigere Weise durch Blockumstrukturierungen ermittelt werden. Mithilfe der zuletzt genannten Methode ist jedoch die Separierung des Kommunikationskanals anschaulich analysierbar.

**Umstrukturierung des Blockschaltbilds** In Kapitel 3.2.3 wurde gezeigt, dass die Übertragungsfunktion der Zeitverzögerung im trilateralen System nicht separiert werden kann. Da somit die sehr komplizierte Umstrukturierung unnötig wird, wird ein Teil dieser im Anhang A anhand des Beispiels der Übertragungsfunktion  $\frac{F_{m1}}{v_{m1}}$  aufgeführt.

**Signalflussgleichungen der PP-Architektur** Aus Abbildung 4.9 können unter Vernachlässigung des Kommunikationskanals folgende Signalflussgleichungen abgeleitet werden:

$$F_{m1} = -(1 - \alpha)Z_{PI,M}(v_{m1} - v_{m2}) - Z_{PI,S}(v_{m1} - v_S), \quad (4.1)$$

$$F_{m2} = \alpha Z_{PI,M}(v_{m1} - v_{m2}) - Z_{PI,S}(v_{m2} - v_S), \quad (4.2)$$

$$F_S = \alpha Z_{PI,S}(v_{m1} - v_S) + (1 - \alpha)Z_{PI,S}(v_{m2} - v_S), \quad (4.3)$$

$$v_{m1} = \frac{F_{m1}s}{Y_{R,M}s^2 - Z_{h1}}, \quad (4.4)$$

$$v_{m2} = \frac{F_{m2}s}{(Y_{R,M}s^2 - Z_{h2})} \quad \text{und} \quad (4.5)$$

$$v_S = \frac{F_S s}{Y_{R,S}s^2 + Z_e}. \quad (4.6)$$

Hierbei bezeichnet  $Z_{h1}$  die Impedanz des Mentors,  $Z_{h2}$  die Impedanz des Trainee,  $Y_{R,M/S}$  die Admittanz der Eingabegeräte von Mentor und Trainee bzw. des Slaves,  $Z_e$  die Umgebungsimpedanz und  $Z_{PI,M/S}$  die Regler auf Mentor- und Trainee- bzw. auf Slave-Seite. Aus der Kombination dieser Gleichungen resultieren folgende Übertragungsfunktionen:

$$G_{11} = \frac{F_{m1}}{v_{m1}} = -\frac{(2\alpha Z_{PI,S}Z_{h1}s - 2Z_{PI,S}Z_{h1}s + 2Z_{PI,S}Z_{R,M}s - 2\alpha Z_{PI,S}Z_{R,M}s}{Y_{R,S}Y_{R,M} - Y_{R,S}Z_{h1} + Z_eY_{R,M} - Z_eZ_{h1} + Z_{PI,S}Y_{R,M}s} + \frac{2Z_{PI,M}Y_{R,S}s + 2Z_{PI,M}Z_e s - \alpha Y_{R,S}Y_{R,M} - 2Y_{R,S}Z_{h1} - 2Z_eZ_{h1} + \alpha Y_{R,S}Z_{h1}}{-Z_{PI,S}Z_{h1}s + Z_{PI,M}\alpha Y_{R,S}s + Z_{PI,M}\alpha Z_e s} \quad (4.7)$$

$$G_{21} = \frac{F_{m2}}{v_{m1}} = \frac{-(-Z_{PI,S}\alpha Y_{R,M}s + Z_{PI,S}\alpha Z_{h1}s - Y_{R,S}Y_{R,M} - Z_eY_{R,M})}{Y_{R,S}Y_{R,M} - Y_{R,S}Z_{h1} + Z_eY_{R,M} - Z_eZ_{h1} + (Z_{PI,S}\alpha Y_{R,M} - Z_{PI,S}\alpha Z_{h1} - Z_{PI,S}s(1-\alpha)Y_{R,M} - Z_{PI,S}sY_{R,M} + Y_{R,S}Z_{h1} + Z_eZ_{h1})} + \frac{Z_{PI,S}(1-\alpha)Y_{R,M} - Z_{PI,S}(1-\alpha)Z_{h1} + Z_{PI,M}\alpha Y_{R,S} + Z_{PI,M}\alpha Z_e + (Z_{PI,M}Z_{PI,S}\alpha^2 + (Z_{PI,S}(1-\alpha)Z_{h1} + Z_{PI,S}Z_{h1})s)\alpha Z_{PI,M}}{Z_{PI,M}Y_{R,S} + Z_{PI,M}Z_e s + (Z_{PI,M}Z_{PI,S}\alpha + (Z_{PI,M}\alpha Z_{PI,S}(1-\alpha)))s^2} \quad (4.8)$$

$$G_{23} = \frac{F_{m1}}{v_s} = \frac{-Z_{PI,M}(-Y_{R,M} + Z_{h1})}{Y_{R,M} - Z_{h1} + Z_{PI,M}s} \quad (4.9)$$

$$G_{31} = \frac{F_s}{v_{m1}} = \frac{((Z_{PI,M}\alpha Z_e + Z_{PI,M}\alpha Y_{R,S} + Z_{PI,M}Y_{R,S} + Z_{PI,M}Z_e)s}{Y_{R,S}Y_{R,M} - Y_{R,S}Z_{h1} + Z_eY_{R,M} - Z_eZ_{h1} + (Z_{PI,S}\alpha Y_{R,M} - Z_{PI,S}\alpha Z_{h1} + (1-\alpha)Z_{PI,M}Z_e s + Y_{R,S}Y_{R,M} - Y_{R,S}Z_{h1} + Z_eY_{R,M})} + \frac{Z_{PI,S}(1-\alpha)Y_{R,M} - Z_{PI,S}(1-\alpha)Z_{h1} + Z_{PI,M}\alpha Y_{R,S} + Z_{PI,M}\alpha Z_e s + (Z_{PI,M}Z_{PI,S}\alpha^2 - Z_eZ_{h1})\alpha Z_{PI,S} + (1-\alpha)Z_{PI,M}sY_{R,S}}{Z_{PI,M}\alpha Z_{PI,S}(1-\alpha) + Z_{PI,M}\alpha Z_{PI,S}s^2 + (Z_{PI,M}Y_{R,S} + Z_{PI,M}Z_e)s} \quad (4.10)$$

$$G_{33} = \frac{F_s}{v_s} = \frac{(-Y_{R,M}Z_{PI,M}\alpha^2 + \alpha^2 Z_{PI,M}Z_{h1} + (1-\alpha)Z_{h2}Z_{PI,M}\alpha - 2(1-\alpha)Y_{R,M}Z_{PI,M}\alpha}{Y_{R,M}^2 - Y_{R,M}Z_{h1} - Z_{h2}Y_{R,M} + Z_{h2}Z_{h1} + (Z_{PI,M}\alpha Y_{R,M} - Z_{PI,M}\alpha Y_{R,M})s + \alpha Z_{h1}(1-\alpha)Z_{PI,M} + Z_{PI,M}\alpha Z_{h1} - \alpha Y_{R,M}^2 - \alpha Z_{h2}Z_{h1} + \alpha Y_{R,M}Z_{h1}} + \frac{2Y_{R,M}Z_{PI,M} - Z_{PI,M}Z_{h1} + (1-\alpha)Y_{R,M}Z_{PI,M}}{(- (1-\alpha)Y_{R,M}Z_{PI,M} + Z_{PI,M}(1-\alpha)^2 Z_{h2} + (1-\alpha)Z_{h2}Z_{PI,M} - Z_{PI,M}(1-\alpha)^2 Y_{R,M})s - Z_{PI,M}Z_{h2} - (1-\alpha)Z_{h2}Z_{PI,M} - Z_{PI,M}\alpha Z_{h1}s} + \frac{\alpha Y_{R,M}Z_{h2} + (1-\alpha)Y_{R,M}Z_{h2} - (1-\alpha)Y_{R,M}^2 - (1-\alpha)Z_{h2}Z_{h1} + (1-\alpha)Y_{R,M}Z_{h1}}{Z_{PI,M}^2(1-\alpha) + Z_{PI,M}^2\alpha + Z_{PI,M}^2s^2} \quad (4.11)$$

Unter der Annahme, dass sich die Operatorimpedanzen entsprechen:

$$Z_{h1} = Z_{h2},$$

folgt aus Symmetriegründen, wobei  $\alpha$  mit  $(1-\alpha)$  zu ersetzen ist:

$$G_{12} = G_{21},$$

$$G_{13} = G_{23} \quad \text{und}$$

$$G_{32} = G_{31}.$$

#### 4.4.1.2 Stabilitätsgrenzen der Reglerparameter

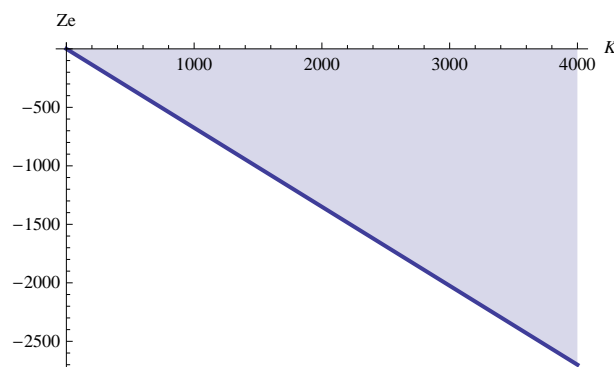
In den folgenden Abschnitten wird der Dominanzparameter  $\alpha$  variiert und die resultierenden Stabilitätsforderungen in Abhängigkeit von  $Z_e$ , B und K bestimmt. Da die Übertragungsfunktionen des trilateralen Systems äußerst kompliziert sind, werden folgende Modelle für die Ein- und Ausgabegeräte angenommen:  $Y_{R,S} = Y_{R,M} = Ms^2$  ( $M=0,1\text{kg}$ ). Die Reglerimpedanz  $Z_{PI}$  wird zu  $Z_{PI} = \frac{Bs+K}{s}$  gewählt.

**Gleichberechtigung von Mentor und Slave:**  $\alpha = \frac{1}{2}$

**Übertragungsfunktion  $\frac{F_{M1}}{v_{M1}}$  und  $\frac{F_{M2}}{v_{M1}}$ :** Die Pole des charakteristischen Polynoms

$$(s^4 + 5Bs^3 + 5Ks^2 + 2Z_e s^2 + 4B^2 s^2 + 6BZ_e s + 8BKs + 6KZ_e + 4K^2)s$$

können analytisch durch das Programm Mathematica bestimmt werden, jedoch sind diese so kompliziert, dass keine auswertbare Beziehung zwischen B, K und  $Z_e$  aufgestellt werden kann. Aus diesem Grund wurde ein Programm geschrieben, welches iterativ in zwei Schleifen (für K bzw.  $Z_e$ ) die sich ergebenden Pole zu verschiedenen B-Werten errechnet. Unter Variierung des Parameters B ergibt sich hierbei für jedes  $B \in \{0\dots 50\}$  (realistischer Bereich für B) die in Abbildung (4.11) dargestellte Kurve. Der schraffierte Bereich stellt die Stabilitätsregion dar. Für alle  $B < 0$  wird das System instabil.



**Abbildung 4.11:** Stabilitätsbedingung in Abhängigkeit von K in  $\frac{N}{m}$  und  $Z_e$  in  $\frac{N}{m}$

**Übertragungsfunktion  $\frac{F_S}{v_{M1}}$ :** Das charakteristische Polynom

$$(s^4 + 5Bs^3 + 5Ks^2 + 2Z_e s^2 + 4B^2 s^2 + 6BZ_e s + 8BKs + 6KZ_e + 4K^2)s$$

entspricht bis auf den Pol  $s=0$  der Übertragungsfunktion  $\frac{F_{M1}}{v_{M1}}$ . Dieser Pol  $s=0$  hat keinen Einfluss auf die Stabilität, so dass obige Stabilitätsbedingungen auch hier gelten.

**Übertragungsfunktion  $\frac{F_S}{v_S}$  und  $\frac{F_{M1}}{v_S}$ :** Aus dem charakteristischen Polynom

$$s^2 + 2Bs + 2K$$

lassen sich folgende Pole bestimmen:

$$1. \text{ Pol: } -B - \sqrt{B^2 - 2K}$$

$$2. \text{ Pol: } -B + \sqrt{B^2 - 2K}$$

Aus diesen Polen ergeben sich folgende Stabilitätsbedingungen:

1. Pol: Fallunterscheidung:

- $B^2 - 2K < 0$

$$\operatorname{Re}(-B - \sqrt{B^2 - 2K}) = \operatorname{Re}(-B) < 0$$

In diesem Fall nimmt die Wurzel einen rein imaginären Wert an. Somit gilt lediglich die Bedingung  $B > 0$ , wenn  $-\sqrt{2K} < B < \sqrt{2K}$  ist.

- $B^2 - 2K > 0$

$$\operatorname{Re}(-B - \sqrt{B^2 - 2K}) = -B - \sqrt{B^2 - 2K} < 0$$

$$-B - \sqrt{B^2 - 2K} < 0$$

$$-\sqrt{B^2 - 2K} < B$$

$$B^2 - 2K < B^2$$

$$K > 0$$

Wenn  $B > \sqrt{2K}$  oder  $B < -\sqrt{2K}$  ist, muss  $K$  folglich positive Werte annehmen.

2. Pol: Fallunterscheidung:

- $B^2 - 2K < 0$

Wie oben erklärt, nimmt die Wurzel einen rein imaginären Wert an. Somit gilt lediglich die Bedingung  $B > 0$ , wenn  $-\sqrt{2K} < B < \sqrt{2K}$  ist.

- $B^2 - 2K > 0$

Umformen von

$$\operatorname{Re}(-B + \sqrt{B^2 - 2K}) = -B + \sqrt{B^2 - 2K} < 0$$

ergibt

$$\sqrt{B^2 - 2K} < B,$$

$$B^2 - 2K < B^2,$$

$$K > 0.$$

Wenn  $B > \sqrt{2K}$  oder  $B < -\sqrt{2K}$  ist, muss  $K$  folglich positive Werte annehmen.

**Mentor mit führender Rolle:**  $\alpha = 1$

**Übertragungsfunktion**  $\frac{F_{M1}}{v_{M1}}$ : Im Fall von  $\alpha = 1$  ergibt sich als charakteristisches Polynom 's'. Der einzige Pol ist somit '0', so dass die Stabilität gewährleistet ist.

**Übertragungsfunktion**  $\frac{F_{M2}}{v_{M1}}$ : Bei dieser Übertragungsfunktion ergibt sich das charakteristische Polynom zu '1'. Es existieren somit keine Pole.

**Übertragungsfunktion**  $\frac{F_S}{v_{M1}}$ ,  $\frac{F_S}{v_S}$  **und**  $\frac{F_{M1}}{v_S}$ : Für diese Übertragungsfunktionen ergibt sich das schon oben (4.4.1.2) diskutierte charakteristische Polynom  $s^2 + 2Bs + 2K$ .

**Trainee mit führender Rolle:**  $\alpha = 0$

**Übertragungsfunktion**  $\frac{F_{M2}}{v_{M1}}$ : Aus dem zugehörigen charakteristischen Polynom lassen sich folgende Pole bestimmen:

1. Pol:  $-2B + 2\sqrt{B^2 - K}$
2. Pol:  $-2B - 2\sqrt{B^2 - K}$
3. Pol:  $-B - \sqrt{B^2 - 2Z_e - 2K}$
4. Pol:  $-B + \sqrt{B^2 - 2Z_e - 2K}$

Aus diesen Polen ergeben sich mit Gleichung (3.7) folgende Bedingungen:

1. Pol: Analog zu dem vorher diskutierten ähnlichen Pol  $-B + \sqrt{B^2 - 2K}$  (Abschnitt 4.4.1.2) ergeben sich folgende Stabilitätsbedingungen: Wenn  $-\sqrt{K} < B < \sqrt{K}$  gilt, muss  $B > 0$  sein. Ist  $B > \sqrt{2K}$  oder  $B < -\sqrt{2K}$ , muss  $K > 0$  gelten.
2. Pol: Für diesen Pol ergeben sich ebenso die Bedingungen des Pols 1.
3. Pol: Um die Bedingung

$$\operatorname{Re}(-B - \sqrt{B^2 - 2Z_e - 2K}) < 0$$

aufzulösen, muss wiederum eine Fallunterscheidung erfolgen:

- Ist der Term unter der Wurzel  $B^2 - 2Z_e - 2K < 0$ , ist folglich  $-\sqrt{2Z_e + 2K} < B < \sqrt{2Z_e + 2K}$ , so muss  $B > 0$  gelten, damit Stabilität herrscht.
- Ergibt sich  $B^2 - 2Z_e - 2K > 0$ , ist also  $B > \sqrt{2K + 2Z_e}$  oder  $B < -\sqrt{2K + 2Z_e}$ , so ergibt sich für diesen Pol kein Imaginärteil:

$$\begin{aligned} -\sqrt{B^2 - 2Z_e - 2K} &< B \\ B^2 - 2Z_e - 2K &< B^2 \\ -2K - 2Z_e &< 0 \end{aligned}$$

Wenn also  $B > \sqrt{2K + 2Z_e}$  oder  $B < -\sqrt{2K + 2Z_e}$  ist, muss  $K > -Z_e$  gelten.

4. Pol: Auch für diesen Pol gelten obige Bedingungen, da das Vorzeichen der Wurzel durch die Quadrierung ihren Einfluss verliert.

**Übertragungsfunktion**  $\frac{F_{M1}}{v_{M1}}$ : Aus dem charakteristischen Polynom

$$(s^2 + 2Bs + 2K + 2Z_e)s$$

lassen sich folgende Pole bestimmen:

1. Pol: 0
2. Pol:  $-B + \sqrt{B^2 - 2Z_e - 2K}$
3. Pol:  $-B - \sqrt{B^2 - 2Z_e - 2K}$

Die Stabilitätsbedingung ergibt sich analog zu oben.

**Übertragungsfunktion**  $\frac{F_S}{v_{M1}}$ : Für das sich ergebende charakteristisches Polynom '1' ergeben sich wie erwähnt keine Pole.

**Übertragungsfunktion**  $\frac{F_S}{v_S}$  **und**  $\frac{F_{m1}}{v_S}$ : Das charakteristische Polynom dieser Übertragungsfunktionen

$$s^2 + 2Bs + 2K$$

wurde ebenso schon weiter oben analysiert.

Zusammenfassend sind folgende Stabilitätsbedingungen aufzuführen:

- Ist  $B > \sqrt{2K + 2Z_e}$  oder  $B < -\sqrt{2K + 2Z_e}$ , muss  $K > -Z_e$  gelten.
- Gilt  $-\sqrt{2K + 2Z_e} < B < \sqrt{2K + 2Z_e}$ , muss  $B > 0$  sein.
- Ist  $B > \sqrt{2K}$  oder  $B < -\sqrt{2K}$ , muss  $K > 0$  gelten.
- Gilt  $-\sqrt{2K} < B < \sqrt{2K}$ , muss  $B > 0$  sein.

Da  $Z_e$ , sowie  $K$  und  $B$  nur aus Realteilen bestehen, die zudem immer positiv gewählt werden, sind diese Bedingungen stets erfüllt. Im analysierten System treten keine Stabilitätsbergrenzen für die Reglerparameter  $B$  und  $K$  auf. Diese Systemeigenschaften können in Simulationen bestätigt werden.

## 4.4.2 Llewellyn-Kriterium

Die Kommunikationssarchitektur, welche von den Master- und Slavegeräten begrenzt wird, entspricht wie erwähnt einem Dreiport. Um diesen an allen Ports passiv terminierten Dreiport absolut stabil auszulegen, wird im Folgenden das Llewellyn-Kriterium angewendet. Zuerst muss allerdings dessen Herleitung für den trilateralen Fall erfolgen.

### 4.4.2.1 Z-Matrix

Die hierzu notwendige Z-Matrix lautet analog zum bilateralen System im trilateralen Fall (vgl. Abbildung 4.12):

$$\begin{pmatrix} F_1(s) \\ F_2(s) \\ F_3(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} = \frac{F_1(s)}{v_1(s)} \Big|_{\substack{v_3(s)=0 \\ v_2(s)=0}} & Z_{12} = \frac{F_1(s)}{v_2(s)} \Big|_{\substack{v_3(s)=0 \\ v_1(s)=0}} & Z_{13} = \frac{F_1(s)}{v_3(s)} \Big|_{\substack{v_2(s)=0 \\ v_1(s)=0}} \\ Z_{21} = \frac{F_2(s)}{v_1(s)} \Big|_{\substack{v_3(s)=0 \\ v_2(s)=0}} & Z_{22} = \frac{F_2(s)}{v_2(s)} \Big|_{\substack{v_3(s)=0 \\ v_1(s)=0}} & Z_{23} = \frac{F_2(s)}{v_3(s)} \Big|_{\substack{v_2(s)=0 \\ v_1(s)=0}} \\ Z_{31} = \frac{F_3(s)}{v_1(s)} \Big|_{\substack{v_3(s)=0 \\ v_2(s)=0}} & Z_{32} = \frac{F_3(s)}{v_2(s)} \Big|_{\substack{v_3(s)=0 \\ v_1(s)=0}} & Z_{33} = \frac{F_3(s)}{v_3(s)} \Big|_{\substack{v_2(s)=0 \\ v_1(s)=0}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1(s) \\ v_2(s) \\ v_3(s) \end{pmatrix}$$

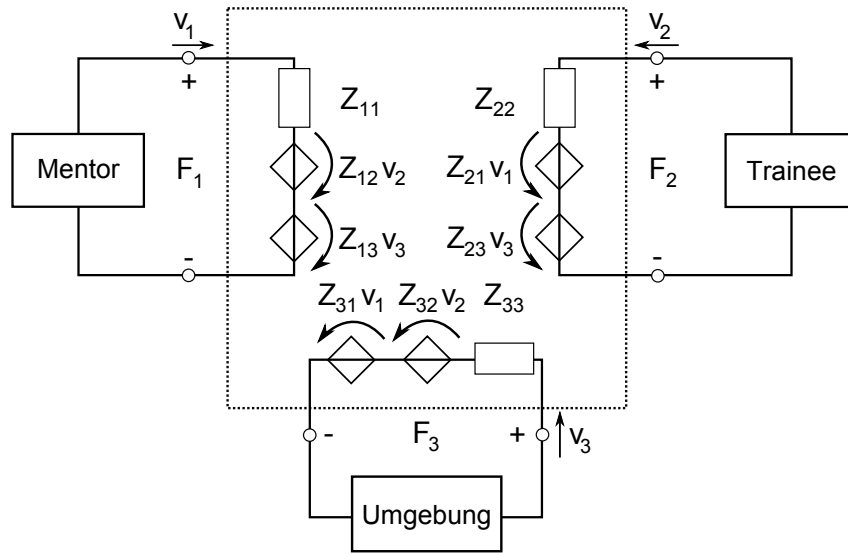


Abbildung 4.12: Z-Matrix-Ersatzschaltbild des trilateralen Teleoperationssystems

#### 4.4.2.2 Übertragung des Llewellyn-Ansatzes auf die trilaterale Struktur

Für einen Dreiport werden die nötigen Beziehungen entsprechend der bilateralen Version abgeleitet. An den drei Ports des trilateralen Systems gelten folgende Beziehungen:

$$F_i = Z_{ij}v_j \quad \forall i \in \{1, 2, 3\}, j \in \{1, 2, 3\}, \quad (4.12)$$

$$v_i = \frac{F_i}{Z_i} \quad \forall i \in \{1, 2, 3\} \quad (4.13)$$



und folglich:

$$F_1 = Z_{11}v_1 + Z_{12}v_2 + Z_{13}v_3, \quad (4.14)$$

$$v_1 = \frac{F_1}{Z_1}, \quad (4.15)$$

$$F_2 = Z_{21}v_1 + Z_{22}v_2 + Z_{23}v_3, \quad (4.16)$$

$$v_2 = \frac{F_2}{Z_2}, \quad (4.17)$$

$$F_3 = Z_{31}v_1 + Z_{32}v_2 + Z_{33}v_3 \quad \text{und} \quad (4.18)$$

$$v_3 = \frac{F_3}{Z_3}. \quad (4.19)$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich folgende Beziehung zwischen den Portimpedanzen  $Z_i$  herstellen:

$$Z_1 = \frac{Z_2 Z_{13} Z_{31} + Z_2 Z_{11} Z_3 - Z_2 Z_{11} Z_{33} + Z_{11} Z_{33} Z_{22} + Z_{12} Z_{21} Z_3 - Z_{11} Z_3 Z_{22}}{Z_3 Z_2 - Z_3 Z_{22} - Z_{32} Z_{23}} \quad (4.20)$$

$$\frac{-Z_{12} Z_{21} Z_{33} + Z_{12} Z_{23} Z_{31} + Z_{13} Z_{32} Z_{21} - Z_{13} Z_{31} Z_{22} - Z_{11} Z_{32} Z_{23}}{-Z_{33} Z_2 + Z_{33} Z_{22}}$$

mit:

$$Z_i = R_i + iX_i \quad \forall i \in \{1, 2, 3\} \quad \text{und} \quad (4.21)$$

$$Z_{ij} = R_{ij} + iX_{ij} \quad \forall i \in \{1, 2, 3\}, j \in \{1, 2, 3\} \quad (4.22)$$

Im Sinne der absoluten Stabilität müssen die Realteile der Portimpedanzen  $Re(Z_i)$  positiv sein (vgl. [9]). Da vorerst die Relevanz des Kriteriums für das trilaterale Telepräsenzsystem getestet werden soll, werden folgende für ein symmetrisches, trilaterales System ausgeglichener Dominanz ( $\alpha = 0.5$ ) zulässige Vereinfachungen getroffen:

$$Z_1 = Z_2, \quad (4.23)$$

$$Z_{12} = Z_{21}, \quad (4.24)$$

$$Z_{13} = Z_{31}, \quad (4.25)$$

$$Z_{23} = Z_{32}, \quad (4.26)$$

$$Z_{32} = Z_{31} \quad \text{und} \quad (4.27)$$

$$Z_{22} = Z_{11}. \quad (4.28)$$

Die nach  $Z_3$  aufgelöste Gleichung (4.20) lautet:

$$Z_3 = \frac{Z_{33}Z_2 + 2Z_{31}Z_{23} - Z_{33}Z_{22} - Z_{33}Z_{21}}{Z_2 - Z_{22} - Z_{21}}. \quad (4.29)$$

Der Realteil von  $Z_3$  errechnet sich zu:

$$\begin{aligned} R_3 &= \frac{H_Z(R_2, X_2)}{H_N(R_2, X_2)} = \\ &= \frac{R_{33}R_2^2 + (2R_{31}R_{23} - 2R_{33}R_{22} - 2R_{33}R_{21} - 2X_{31}X_{23})R_2 + 2X_{21}R_{33}X_{22}}{R_2^2 - (2R_{22} + 2R_{21})R_2} \\ &\quad \frac{-2R_{31}R_{23}R_{22} - 2R_{31}R_{23}R_{21} - 2R_{33}X_2X_{22} + 2X_{31}X_{23}R_{21} + 2R_{33}R_{22}R_{21}}{+R_{22}^2 + 2R_{22}R_{21}} \\ &\quad \frac{-2X_{21}R_{33}X_2 + 2X_{31}X_{23}R_{22} + R_{33}R_{22}^2 + R_{21}^2R_{33} + X_{21}^2R_{33} + R_{33}X_2^2}{+R_{21}^2 + X_2^2 - 2X_2X_{22}} \\ &\quad \frac{+R_{33}X_{22}^2 + 2R_{31}X_{23}X_2 - 2R_{31}X_{23}X_{22} - 2R_{31}X_{23}X_{21} + 2X_{31}R_{23}X_2}{+X_{22}^2 + 2X_{22}X_{21}} \\ &\quad \frac{-2X_{31}R_{23}X_{22} - 2X_{31}R_{23}X_{21}}{+X_{21}^2 - 2X_2X_{21}}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Sowohl  $R_3$  als auch  $R_{1/2}$  müssen positive Werte annehmen. Wird  $R_3$  mit dem eigenen Nenner  $H_N(R_2, X_2)$  erweitert, so kann eine Fallunterscheidung erspart bleiben, da daraus immer ein positiver Nenner resultiert. Folgende Ungleichung bzgl. des neuen Zählers  $H$  von  $R_3$  muss dann gelten:

$$H(R_2, X_2) = H_Z(R_2, X_2) \cdot H_N(R_2, X_2) \geq 0 \quad (4.31)$$

Da die allgemeine Betrachtungsweise zu kompliziert wird, wird diese Gleichung hier nicht in Abhängigkeit von  $R_{ij}$  und  $X_{ij}$  dargestellt. Es ergibt sich ein Polynom vierter Ordnung folgender Struktur:

$$\begin{aligned} H(R_2, X_2) &= aR_2^4 + bX_2^4 + cR_2^3 + dX_2^3 + eR_2^2 + fX_2^2 + gR_2^2X_2^2 + \\ &\quad + hR_2^2X_2 + iX_2^2R_2 + jR_2 + kX_2 + lR_2X_2 + m \end{aligned} \quad (4.32)$$

In [9] konnte die entsprechende Gleichung des bilateralen Systems geometrisch als ein Paraboloid interpretiert werden und aus dieser Betrachtungsweise die nötigen Stabilitätsforderungen abgeleitet werden. Im Vergleich dazu lässt das Polynom 4. Ordnung (4.32), in welchem Faktorkombinationen aus  $X_2$  und  $R_2$  auftreten, eine solche Vorgehensweise nicht zu.

Da der Bruch des Realteils  $R_3$  aus zwei derartigen Paraboloiden aufgebaut ist, kann allerdings mithilfe einer Fallunterscheidung die Stabilitätsbedingung gemäß [9] formuliert

werden:

Für die beiden Paraboloiden  $H_Z(R_2, X_2)$  und  $H_N(R_2, X_2)$

$$H_{Z/N}(R_2, X_2) = a_{Z/N}R_2^2 + b_{Z/N}X_2^2 + c_{Z/N}R_2 + d_{Z/N}X_2 + e_{Z/N}, \quad (4.33)$$

mit

$$\begin{aligned} H_Z(R_2, X_2) = & R_{33}R_2^2 + R_{33}X_2^2 + \\ & + (2R_{31}R_{23} - 2R_{33}R_{22} - 2R_{33}R_{21} - 2X_{31}X_{23})R_2 + \\ & + (2R_{31}X_{23} - 2R_{33}X_{22} - 2X_{21}R_{33} + 2X_{31}R_{23})X_2 + \\ & + 2X_{21}R_{33}X_{22} - 2R_{31}R_{23}R_{22} - 2R_{31}R_{23}R_{21} + 2X_{31}X_{23}R_{21} + \\ & + R_{33}X_{22}^2 - 2X_{31}R_{23}X_{22} - 2X_{31}R_{23}X_{21} - 2R_{31}X_{23}X_{22} - \\ & - 2R_{31}X_{23}X_{21} + 2R_{33}R_{22}R_{21} + 2X_{31}X_{23}R_{22} + R_{33}R_{22}^2 + \\ & + R_{21}^2R_{33} + X_{21}^2R_{33} \end{aligned} \quad (4.34)$$

und

$$\begin{aligned} H_N(R_2, X_2) = & R_2^2 + X_2^2 + \\ & + (2R_{22} + 2R_{21})R_2 - (2X_{22} + 2X_{21})X_2 + \\ & + R_{22}^2 + 2R_{22}R_{21} + R_{21}^2 + X_{22}^2 + 2X_{22}X_{21} + X_{21}^2 \end{aligned} \quad (4.35)$$

muss, da im ersten Fall beide Paraboloiden nach oben offen sein müssen und die Scheitelpunkte beider Paraboloiden positive H-Werte aufweisen müssen, gelten:

$$a_{Z/N} \geq 0 \quad \text{und} \quad (4.36)$$

$$4a_{Z/N}d_{Z/N} - c_{Z/N}^2 \geq 0, \quad (4.37)$$

bzw., da im zweiten Fall beide Paraboloiden nach unten offen sein müssen und die Scheitelpunkte beider Paraboloiden negative H-Werte aufweisen müssen:

$$a_{Z/N} \leq 0 \quad \text{und} \quad (4.38)$$

$$4a_{Z/N}d - c_{Z/N}^2 \leq 0. \quad (4.39)$$

Da  $a_N = 1$  ist, tritt nur der 1. Fall  $a \geq 0$  ein. Deswegen muss ebenso

$$\begin{aligned} 4a_N e_N - d_N^2 = & 4(R_{22}^2 + 2R_{22}R_{21} + R_{21}^2 + X_{22}^2 + 2X_{22}X_{21} + \\ & + X_{21}^2) - (2X_{22} + 2X_{21})^2 \geq 0 \end{aligned}$$

sowie

$$\begin{aligned}
a_Z = R_{33} &\geq 0 \quad \text{und} \\
4a_Z e_Z - d_Z^2 &= 4R_{33}(2X_{21}R_{33}X_{22} - 2R_{31}R_{23}R_{22} - 2R_{31}R_{23}R_{21} + 2X_{31}X_{23}R_{21} + \\
&+ R_{33}X_{22}^2 - 2X_{31}R_{23}X_{22} - 2X_{31}R_{23}X_{21} - 2R_{31}X_{23}X_{22} - \\
&- 2R_{31}X_{23}X_{21} + 2R_{33}R_{22}R_{21} + 2X_{31}X_{23}R_{22} + R_{33}R_{22}^2 + R_{21}^2R_{33} + X_{21}^2R_{33}) - \\
&- (2R_{31}X_{23} - 2R_{33}X_{22} - 2X_{21}R_{33} + 2X_{31}R_{23})^2 \geq 0
\end{aligned}$$

gelten. Für  $\alpha = 0.5$  und die Übertragungsfunktionen (4.7) bis (4.11) zeigt sich, dass der 3-Port der PP-Architektur absolut stabil ausgelegt werden kann:

$$a_Z = B \tag{4.40}$$

$$4a_Z e_Z - d_Z^2 = 0 \tag{4.41}$$

$$4a_N e_N - d_N^2 = 5B^2 > 0. \tag{4.42}$$

Somit ist nach dem Llewellyn-Kriterium der 3-Port bei ausgeglichener Dominanz und passiver Terminierung absolut stabil, solange die Dämpfung des Reglers nicht negative Werte annimmt. Die Ergebnisse stimmen somit mit den von  $Z_e$  unabhängigen Bedingungen des E/A-Stabilitätskriteriums überein.

Wie in Kapitel 4.4.1.2 zum E/A-Stabilitätskriterium gezeigt wurde, ist die Stabilität des Systems jedoch auch von der Umgebungsimpedanz  $Z_e$  abhängig. Diese wird im Llewellyn-Kriterium jedoch nicht berücksichtigt. Auf die aufwendige Analyse der restlichen Dominanzverteilungen wird in dieser Arbeit verzichtet.

## 4.5 Transparenz

Nachdem im vorangehenden Kapitel ein Parameterbereich für Reglersteifigkeit und Reglerdämpfung ermittelt wurde, für den Stabilität garantiert ist, soll im Folgenden aus diesem Bereich ein Parameterpaar gewählt werden, welches bestmögliche Transparenz im System erzielt. Für die Transparenzauslegung im trilateralen Fall muss zuerst eine Zielformulierung erfolgen:

Selbstverständlich liegt entsprechend dem bilateralen System an den Eingabegeräten der Operatoren jeweils eine Impedanz an. Im trilateralen Fall wird diese jedoch nicht nur von der Umgebung, sondern auch vom zweiten Operator beeinflusst. Ein Operator kann diese Impedanz jedoch je nach Dominanzteilung kaum ihrer Herkunft zuordnen. Bei voller Dominanz nimmt ein Mentor z.B. lediglich die Umgebung wahr, während der Trainee in dieser Konfiguration weder eine Reaktion der Umgebung noch des Mentor auf seine Bewegung wahrnehmen kann, so dass das Transparenzempfinden des Trainee stark eingeschränkt ist. Bei Dominanzteilung kann ein Operator nur in Kombination mit einem visuellen Feedback Rückschlüsse auf die Entstehung der an seinem Eingabegerät empfundenen Impedanz ziehen. In einem Trainingsszenario sollten die Operatoren besonders im Kontaktfall bestmögliche Transparenz zum Slave erhalten, da beide die Umgebung des Slaves wahrnehmen sollen. Unter Vernachlässigung der Impedanz des zweiten Operators sollte für jeden Operator somit das Hauptaugenmerk auf der Transparenz zur Umgebung liegen. Es kann davon ausgegangen werden, dass auf diese Weise ein optimaler Trainingseffekt erzielt wird. Da gleichzeitig für beide Operatoren bestmögliche Transparenz zur Umgebung geschaffen werden soll, muss die Transparenzauslegung der Reglerparameter zudem unabhängig von der Dominanzverteilung erfolgen.

Speziell für den Mentor ist auch die Impedanz des Trainee interessant, weil er Informationen über dessen Verhalten erhalten soll. Um die Erfahrung des Trainee zu erforschen, wäre es alternativ u.U. sinnvoll, die Transparenz so auszulegen, dass dem Mentor die Impedanz des Trainee, diesem jedoch weiterhin die Umgebungsimpedanz dargestellt wird. Dies ist unter geringer Dominanz des Mentor relevant, wenn dieser nicht eine Operation ausführen muss, für welche er exakte Informationen über die Umgebung benötigt. Um eine solche asymmetrische Transparenz im System zu erhalten, müsste diese jedoch in Abhängigkeit

von mehr als zwei Reglerparametern ausgelegt werden. Im Vergleich zu analytischen Berechnungen kann dieser Ansatz jedoch sehr gut in psychologischen Studien untersucht und bzgl. des Trainingserfolgs mit dem symmetrischen Ansatz (in welchem lediglich die Umgebungstransparenz als relevant betrachtet wird) verglichen werden.

Als Alternative zur haptischen Transparenz zwischen beiden Operatoren auf Kosten derer zur Umgebung kommt ein Verfahren in Frage, welche dem Mentor die vom Trainee gegen die Führung des Mentor aufgebrauchte Kraft und die Positionsabweichung des Trainee visuell darstellt. Diese Kraft wird entsprechend der Positionsdifferenz mit der Erfahrung des Trainee geringer werden, so dass anhand dieser optischen Unterstützung der Mentor den Kenntnisstand des Trainee überprüfen kann.

Ein weiterer entscheidender Faktor in einem bi-/trilateralen System ist die Zeitverzögerung, welche einen gravierenden Einfluss auf die Transparenz eines Systems hat. Unter Verwendung des TDPA kann die Transparenz in Abhängigkeit von der Zeitverzögerung allerdings nicht analytisch, sondern nur empirisch anhand der Z-width bestimmt werden. Da das in dieser Arbeit zum Einsatz kommende System keine Kraftsensoren am Slave enthält und kein dynamisches Modell der Eingabegeräte existiert, kann diese empirische Untersuchung nur in der Simulation erfolgen.

Alternativ kann der Einfluss der Zeitverzögerung auf die Transparenz analytisch unter Verwendung von Wellenvariablen ermittelt werden. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse sind jedoch aufgrund der unterschiedlichen Dämpfungseigenschaften des TDPA's und der Methode der Wellenvariablen nicht auf ein TDPA-System übertragbar.

Da die zusätzliche Implementierung der erwähnten Methoden einen großen Zeitaufwand bedeutet, sollen diese erst in weiterführenden Studien angewendet werden.

Mithilfe der Methode von Yokokohji [19] wird im Folgenden zuerst die erzielbare Transparenz zu Umgebung bzw. Trainee in Abhängigkeit der Reglerparameter und des Dominanzfaktors visualisiert und daraufhin unter Berücksichtigung der Stabilitätsgrenzen eine Parameterwahl getroffen. Im Anschluss wird anhand der von Khademian [20] vorgeschlagenen Kriterien die Abhängigkeit der Transparenz von der verwendeten Regelungsarchitektur und vom Dominanzfaktor analysiert.

### 4.5.1 Einfluss der Reglerparameter - Yokokohji

Analog zur Umgebungstransparenz kann für den trilateralen Fall durch die Yokokohji-Methode ebenso die Transparenz zwischen Mentor und Trainee analysiert werden:

$$J_{p,M1M2} = \int_0^{w_{max}} |G_{m1p}(j\omega) - G_{m2p}(j\omega)| \left| \frac{1}{1 + j\omega T_1} \right| d\omega \quad (4.43)$$

$$J_{f,M1M2} = \int_0^{w_{max}} |G_{m1f}(j\omega) - G_{m2f}(j\omega)| \left| \frac{1}{1 + j\omega T_1} \right| d\omega \quad (4.44)$$

mit den Übertragungsfunktionen

$$G_{m1p} = \frac{x_{m1}(s)}{F_{h1}^*(s)}, \quad (4.45)$$

$$G_{m2p} = \frac{x_{m2}(s)}{F_{h1}^*(s)}, \quad (4.46)$$

$$G_{m1f} = \frac{F_{h1}(s)}{F_{h1}^*(s)} \quad \text{und} \quad (4.47)$$

$$G_{m2f} = \frac{F_{h2}(s)}{F_{h1}^*(s)}. \quad (4.48)$$

Die Transparenzbetrachtungen müssen neben der Variation der Dominanz  $\alpha$  ebenso unter Variation der Umgebungsimpedanz  $Z_e$  ( $Z_e = 0 \frac{N}{m}$  für freie Bewegung,  $Z_e = 10000 \frac{N}{m}$  für den Fall eines Kontakts mit einer steifen Wand) erfolgen, um gleichzeitig eine bestmögliche Transparenz für freie Bewegung sowie Wandkontakt ermitteln zu können.

Im Gegensatz zum Z-width-Verfahren [25] wird hier eine beschränkte Steifigkeit ( $Z_e = 10000 \frac{N}{m}$ ) für die Umgebung angenommen. Dieses Vorgehen ist jedoch ausreichend, da in der Realität keine steiferen Umgebungen auftreten.

Anhand des neu eingeführten Index

$$J = \|J_p\| + \|J_f\|, \quad (4.49)$$

in welchem die beiden normierten (durch ihren Maximalwert dividierten) Indizes  $J_p$  und  $J_f$  mit einheitlicher Gewichtung kombiniert werden, soll der Gesamttransparenzverlauf bzgl. der Reglerparameter visualisiert werden. Die Vergleichbarkeit von verschiedenen Dominanzverteilungen  $\alpha$  geht in diesem kombinierten Index allerdings verloren.

Für die Plots der nächsten Abschnitte zur Yokokohji-Methode wurden folgende Impedanzen und Parameter gewählt:  $Z_{h2} = M_h s^2 + B_h s + K_h$ ,  $Z_c = B_c s + K_c$ ,  $Z_e = K_e$ ,  $Z = Z_m =$

$Z_s = Ms^2 + Bs$ ,  $M = 0.1314kg$ ,  $B = 0.15 \frac{Ns}{m}$ ,  $M_h = 0.2kg$ ,  $B_h = 0.2kg$ ,  $K_h = 1 \frac{N}{m}$ ,  $B_c = 2 \frac{Ns}{m}$   
und  $K_c = 1000 \frac{N}{m}$ .

#### 4.5.1.1 Eingrenzung des K-B-Analysebereichs

Anhand des Index J (Abbildung 4.13) kann ein Bereich der optimalen Reglerparameter abgeschätzt werden, in welchem dann die Indizes  $J_p$  und  $J_f$  im Anschluss genauer analysiert werden sollen.

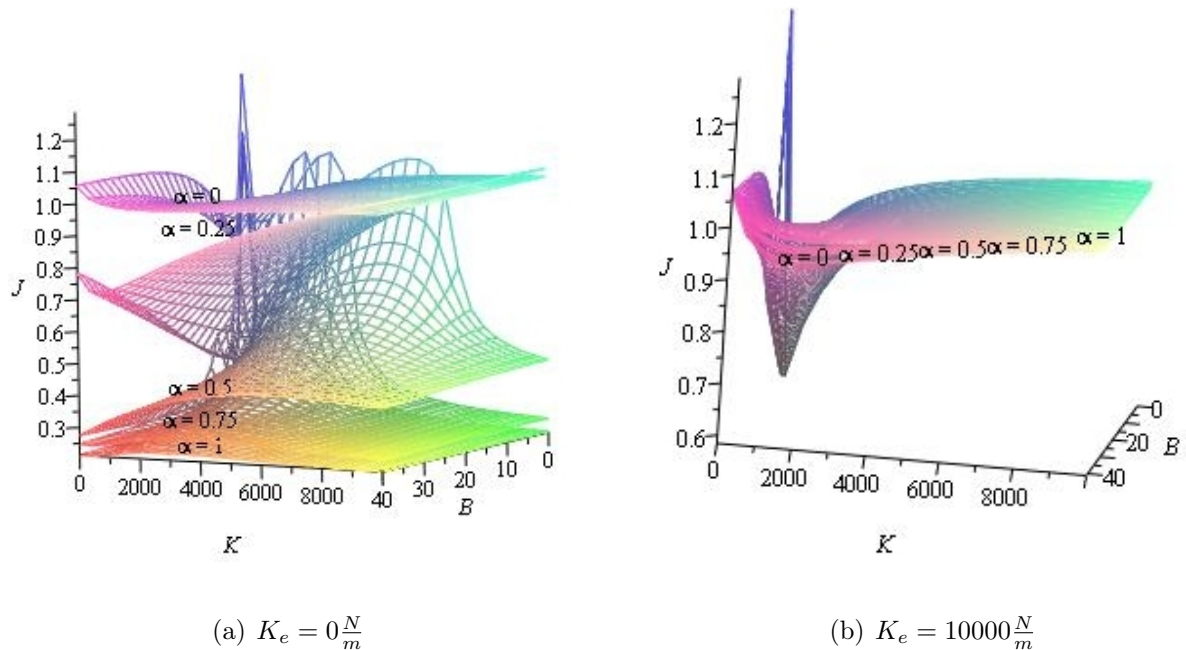
Für die Transparenz zur Umgebung des Slaves ergibt sich auf diese Weise bzgl. der näheren Betrachtung für die Reglersteifigkeit K ein relevanter Bereich von  $0-2000 \frac{N}{m}$ , da für diese Werte Minima in beiden J-Graphen (4.13(a) und 4.13(b)) zu erkennen sind. Für Steifigkeiten jenseits von  $5000 \frac{N}{m}$  treten für Dominanzwerte von 0.5 bis 1 ebenso niedrige J-Werte auf. Da allerdings die Transparenz für den Trainee ( $\alpha=0$ ) in diesen Bereichen sehr schlecht ausfällt, sind diese Bereiche nicht relevant. Aufgrund der Gesamtminima der Kurven in Abbildung 4.13 sollten für die Reglerdämpfung B Werte zwischen 0 und  $10 \frac{Ns}{m}$  genauer analysiert werden. Mit der Transparenz zwischen den Operatoren (siehe Graphen 4.14) geht diese Reglerparameterwahl konform, da auch hier Minima an den selben Stellen auftreten.

#### 4.5.1.2 Analyse des relevanten K-B-Bereichs

Da, wie oben erörtert wurde, die Transparenz zur Umgebung entscheidend ist, sollen die Reglerparameter zu deren Gunsten ausgelegt werden. Da sich mit Zunahme der Reglersteifigkeit K die Positionsfolge der Parteien verbessert und die Reglerdämpfung B wie eine Reibung wirkt, welche die Kraftinformation negativ beeinflusst, kann sich die Wahl von B hauptsächlich am  $J_f$ - und von K am  $J_p$ -Index orientieren.

In Abbildung 4.15 ist zu erkennen, dass für den positionsbezogenen Index  $J_p$  hohe Steifigkeiten vorzuziehen sind, welche sich jedoch unabhängig von der Umgebungsbeschaffenheit besonders bei niedriger Dämpfung negativ auf den Index  $J_f$  des Trainee ( $\alpha=0$ ) auswirken (siehe Abbildung 4.16(a)). Unter Berücksichtigung aller relevanten Graphen 4.15(a) bis 4.16(b) kann auf eine optimale Reglersteifigkeit zwischen  $500-1000 \frac{N}{m}$  geschlossen werden. Die Reglerdämpfung wird gewöhnlich im Sinne der Transparenz möglichst niedrig gewählt:  $0 \frac{Ns}{m} < B < 6 \frac{Ns}{m}$ . Die Analyse der Graphen bestätigt diese Parameterwahl unter den vorge-



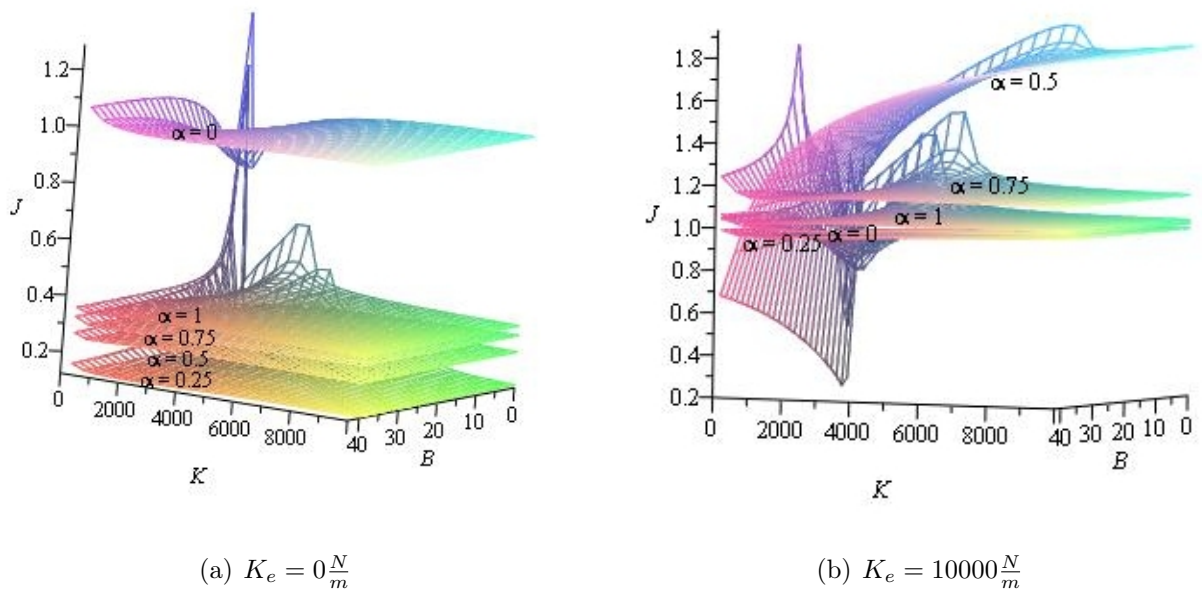


**Abbildung 4.13:**  $J_{M_1S}$ ,  $K$  in  $\frac{N}{m}$ ,  $B$  in  $\frac{Ns}{m}$ : Sowohl bei freier Bewegung ( $K_e = 0 \frac{N}{m}$ ) als auch im harten Kontaktfall ( $K_e = 10000 \frac{N}{m}$ ) ergeben sich Minimallinien im Bereich von  $K=1000 \frac{N}{m}$ . Ebenso im Bereich der niedrigen Reglerdämpfungen ( $B=0-10 \frac{Ns}{m}$ ) sind Minimawerte des  $J$ -Index zu erkennen.

schlagenen Steifigkeitswerten. In hohen Steifigkeitsbereichen hat die Reglerdämpfung in freier Bewegung ( $K_e = 0 \frac{N}{m}$ ) großen Einfluss auf die Indices  $J_{p,M_1S}$  und  $J_{f,M_1S}$ . Im Bereich der Reglersteifigkeiten von 500 bis  $1000 \frac{N}{m}$  bleiben bzgl. der Reglerdämpfung die Indexwerte weitestgehend konstant (Abbildungen 4.15 und 4.16). Da die Reglerdämpfung wie erwähnt zur Energiedissipation im System führt, sollte  $B$  zu circa  $2 \frac{Ns}{m}$  gewählt werden, was besonders gut in der Abbildung 4.16(b) nachvollzogen werden kann.

Im Vergleich zum bilateralen P(EN-)F-System in [25] zeigt sich, dass sich die Abhängigkeit der Transparenz von der Reglersteifigkeit im trilateralen System entsprechend dem bilateralen System verhält, da sich in beiden Fällen hohe  $K$ -Werte positiv auf den  $J_p$ -Index und negativ auf den  $J_f$ -Index auswirken.

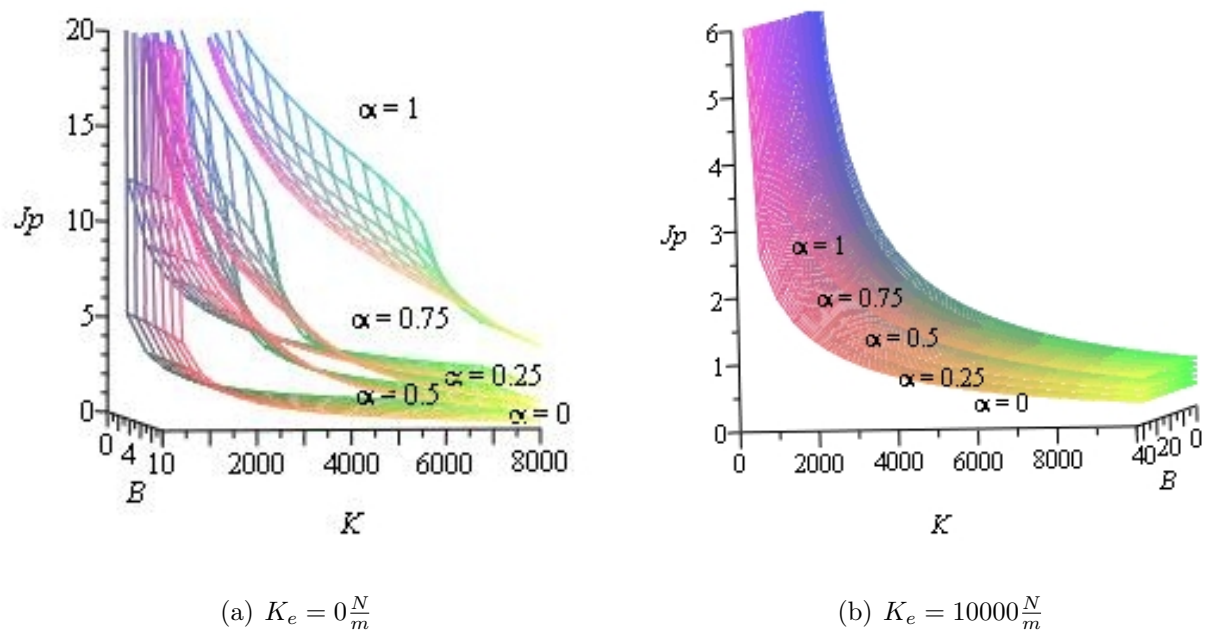
Der Graph zur Transparenz zwischen den beiden Operatoren (vgl. Abbildung 4.17) zeigt deutlich, dass obige Parameterwahl auch zu einer akzeptablen Positionstransparenz zwischen den beiden Operatoren führt. Entsprechend der Aufgabenstellung dieser Arbeit ist dies neben der Umgebungstransparenz ein relevantes Kriterium.



**Abbildung 4.14:**  $J_{M_1M_2}$ ,  $K$  in  $\frac{N}{m}$ ,  $B$  in  $\frac{Ns}{m}$ : Bei freier Bewegung ( $K_e = 0 \frac{N}{m}$ ) ergibt sich eine stark ausgeprägte Minimalinie im Reglersteifigkeitsbereich von  $K=1000 \frac{N}{m}$ . Unter hartem Kontakt ( $K_e = 10000 \frac{N}{m}$ ) befinden sich niedrige  $J$ -Werte ebenso im Bereich von  $0-2000 \frac{N}{m}$ . Bzgl. des Dämpfungsparameters  $B$  sind  $J$ -Werte im Bereich  $0-10 \frac{Ns}{m}$  minimal.

Da die in Kapitel 4.4 ermittelten Stabilitätsgrenzen die Parameterwahl nicht einschränken, können die bevorzugten Parameter ( $0 \frac{Ns}{m} < B < 2 \frac{Ns}{m}$  und  $500 \frac{N}{m} < K < 1000 \frac{N}{m}$ ) ohne Bedenken angewendet werden.

Der Vergleich der maximalen Indexwerte in den Abbildungen 4.15 und 4.16 zeigt, dass im Kontaktfall die Transparenz zur Umgebung deutlich besser ist als in der freien Umgebung. Ebenso ist zu beobachten, dass in freier Bewegung der Einfluss der Dominanzverteilung höher als im Kontaktfall ist. Auf diese Beobachtungen und vor allem auch deren Erweiterung auf die Transparenz zwischen den Operatoren wird im folgenden Kapitel genauer eingegangen.



**Abbildung 4.15:**  $J_{p,M_1S}$ : Unabhängig von der Umgebungssteifigkeit wirken sich hohe Reglersteifigkeiten positiv auf die Positionsabweichung aus. Eine Erhöhung der Reglerdämpfung  $B$  erzielt in der freien Bewegung ( $K_e = 0 \frac{N}{m}$ ) eine Verbesserung der Transparenz, während eine Veränderung von  $B$  im Kontaktfall ( $K_e = 10000 \frac{N}{m}$ ) keinen Einfluss hat.

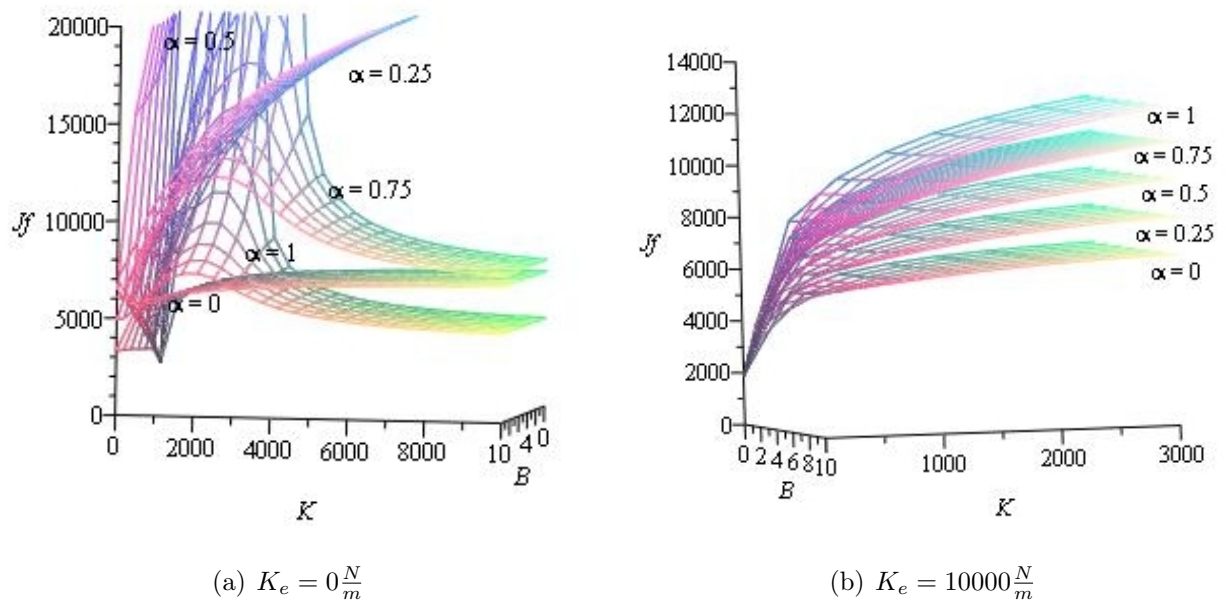
## 4.5.2 Einfluss der Architektur - Khademian

### 4.5.2.1 Ableitung der übertragenen Impedanz aus dem Signalflussplan

In diesem Abschnitt werden die für die Transparenzauslegung nach Khademian nötigen übertragenen Impedanzen aus dem Signalflussplan der jeweiligen Architektur hergeleitet. Die Regler sind entsprechend der Abbildung B.1 im Anhang B.1.1 lokal unterteilt, um eine bestmögliche Optimierung zu erzielen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird nur die entsprechende trilaterale 4Ch-Version ohne Dominanzverteilung in Abbildung 4.18 abgebildet.

#### 1. 4-Channel-Architektur nach Khademian

Das im Anhang B.1.1 dargestellte Reglersystem wurde in [20] entsprechend der Signalflussdarstellung in Abbildung 4.7 auf die trilaterale 4-Channel-Architektur



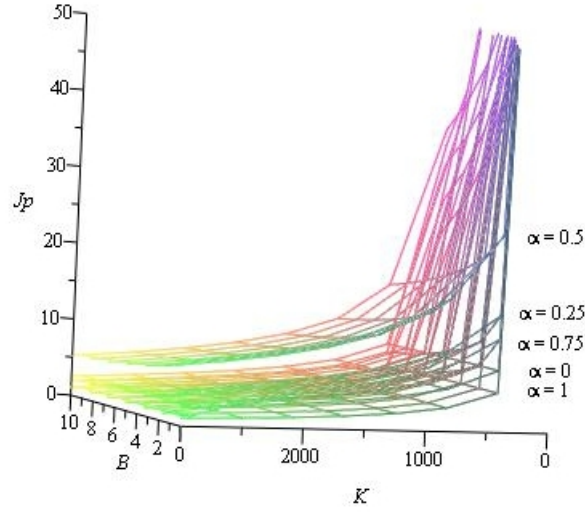
**Abbildung 4.16:**  $J_{f,M_1S}$ : In freier Bewegung ( $K_e = 0 \frac{N}{m}$ ) ist für den Trainee ( $\alpha = 0$ ) ein Minimalbereich der  $J_f$ -Werte bei  $K < 1000 \frac{N}{m}$  zu erkennen, während zu den Dominanzverteilungen  $\alpha > 0$  zusätzlich bei hohen K-Werten lokale  $J_f$ -Minimalbereiche auftreten. Für den Fall des Wandkontakts ( $K_e = 10000 \frac{N}{m}$ ) ergeben sich für  $J_f$  Minimalwerte für  $K \rightarrow 0$ . Der Einfluss von B ist in freier Bewegung im Bereich von  $1000 \frac{Ns}{m}$  gering, während unter Wandkontakt besonders geringe B-Werte die Transparenz zur Umgebung begünstigen.

übertragen. Daraus resultieren folgende Gleichungen:

$$F_{h1} = F_{h1}^* - Z_{h1}v_{h1}$$

$$F_{h2} = F_{h2}^* - Z_{h2}v_{h2}$$

$$F_e = F_e^* + Z_e v_e$$



**Abbildung 4.17:**  $J_{p,M_1M_2}$  unter  $K_e = 0 \frac{N}{m}$ : In der freien Bewegung ( $K_e = 0 \frac{N}{m}$ ) ist die Positionstransparenz zwischen Mentor und Trainee ab  $K > 500 \frac{N}{m}$  akzeptabel. Die Reglerdämpfung  $B$  hat einen vergleichsweise geringen Einfluss auf diese Transparenz.

$$Z_{m1} = \frac{F_{h1} + F_{cm1}}{v_{h1}}$$

$$Z_{m2} = \frac{F_{h2} + F_{cm2}}{v_{h2}}$$

$$Z_s = \frac{-F_e + F_{cs}}{v_e}$$

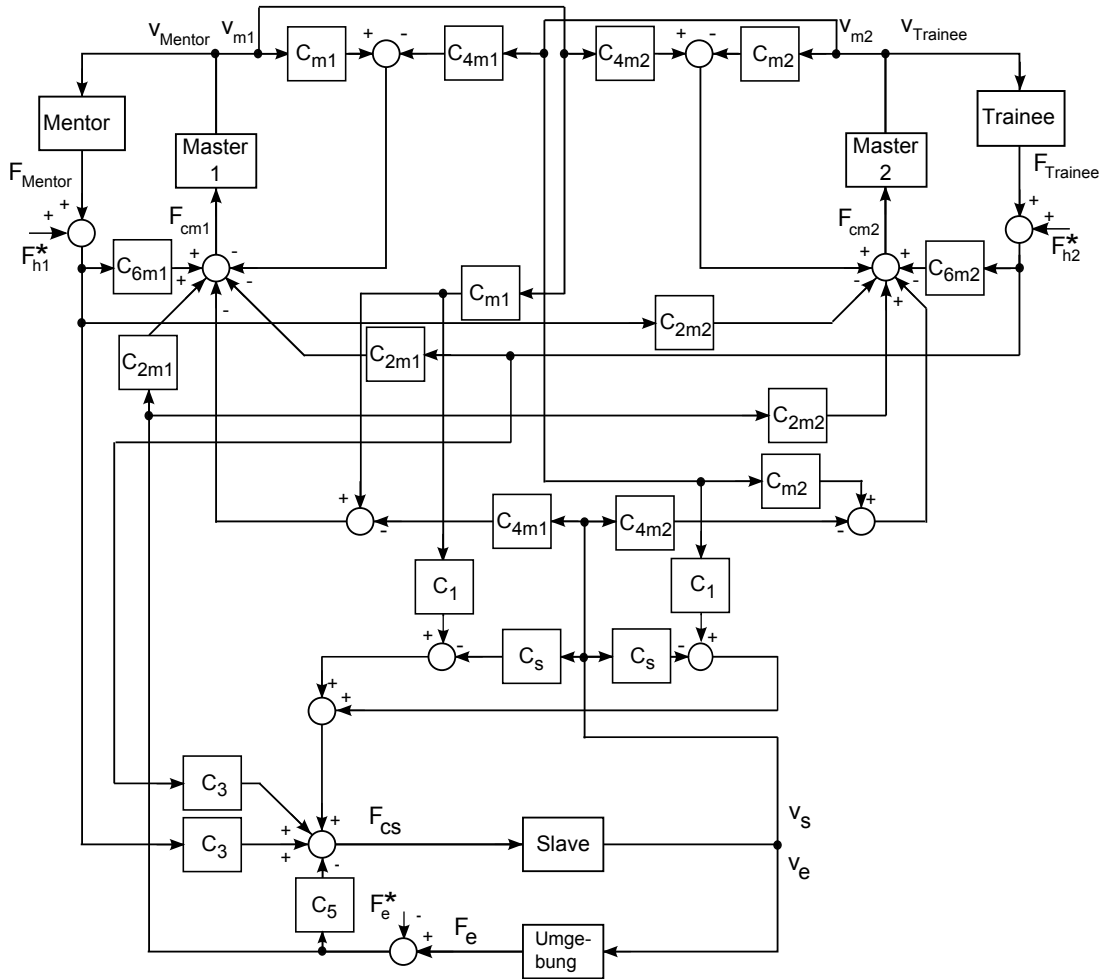
$$F_{cm1} = -C_{m1}v_{h1} - C_{4m1}(\alpha v_e + (1 - \alpha)v_{h2}) + C_{6m1}F_{h1} - C_{2m1}(\alpha F_e + (1 - \alpha)F_{h2})$$

$$F_{cm2} = -C_{m2}v_{h2} - C_{4m2}((1 - \alpha)v_e + \alpha v_{h1}) + C_{6m2}F_{h2} - C_{2m2}((1 - \alpha)F_e + \alpha F_{h1})$$

$$F_{cs} = -C_s v_e + C_1(\alpha v_{h1} + (1 - \alpha)v_{h2}) - C_5 F_e + C_3(\alpha F_{h1} + (1 - \alpha)F_{h2})$$

Nach der in [20] erfolgten Optimierung ergibt sich folgende Wahl der Reglerparameter:  $C_1 = Z_s + C_s$ ,  $C_{2m1} = 1 + C_{6m1}$ ,  $C_{2m2} = 1 + C_{6m2}$ ,  $C_3 = 1 + C_5$ ,  $C_{4m1} = -Z_{m1} - C_{m1}$  und  $C_{4m2} = -Z_{m2} - C_{m2}$ .

Khademian et al. nehmen zudem an, dass sich Master- und Slave-Geräte und ebenso die lokalen Positionsregler entsprechen und keine lokale Kraftrückführung vorhanden ist. Somit ergibt sich:  $Z_{m2} = Z_{m1} = Z_s = Z$ ,  $C_{4m1} = C_{4m2}$ ,  $C = C_{m1} = C_{m2} =$



**Abbildung 4.18:** Allgemeine trilaterale 4Ch-Regelungsarchitektur ohne Dominanzverteilung

$$C_s = Z_c - Z, C_{6m1} = 0, C_{6m2} = 0 \text{ und } C_5 = 0.$$

Mit  $Z_{to1} = \frac{F_{h1}}{v_{h1}}$  lautet  $Z_{to1}$ :

$$Z_{to1} = - \frac{Z_{h2}Z_c\alpha - Z_eZ_{h2}\alpha - Z_eZ_c - Z_{h2}Z_c}{Z_c\alpha - Z_e\alpha + Z_e + Z_{h2}}.$$

## 2. Neu entwickelte 4-Channel-Architektur:

Für die neu vorgestellte Dominanzarchitektur (siehe Abbildung (4.8)) ergeben sich die folgenden kommandierten Kräfte:

$$F_{cm1} = -C_{m1}v_{h1} - C_{4m1}(v_e + (1 - \alpha)v_{h2}) + C_{6m1}F_{h1} - C_{2m1}(F_e + (1 - \alpha)F_{h2}),$$

$$F_{cm2} = -C_{m2}v_{h2} - C_{4m2}(v_e + \alpha v_{h1}) + C_{6m2}F_{h2} - C_{2m2}(F_e + \alpha F_{h1}),$$

$$F_{cs} = -C_s v_e + C_1(\alpha v_{h1} + (1 - \alpha)v_{h2}) - C_5 F_e + C_3(\alpha F_{h1} + (1 - \alpha)F_{h2})$$

und gemäß obiger Optimierung und obigen Annahmen die folgende Transparenzübertragungsfunktion:

$$Z_{to1} = \frac{(3Z_c^2 + Z_e Z_{h2} + Z_{h2} Z_c - Z_e Z_c)\alpha^2 + (-3Z_{h2} Z_c}{(Z_c^2 + 3Z_e Z_{h2} - Z_{h2} Z_c + Z_e Z_c)\alpha^2 + (Z_{h2} Z_c - 3Z_e Z_{h2} + Z_e Z_{h2} - 3Z_c^2 + Z_e Z_c)\alpha + 2Z_{h2} Z_c + 2Z_e Z_c} Z_c}{+Z_c^2 - 3Z_e Z_c)\alpha + 2Z_{h2} Z_c + 2Z_e Z_c} \quad (4.50)$$

### 3. Neu entwickelte PP-Architektur

Entsprechend Abbildung 4.9 ergeben sich für die Position-Position-Architektur aufgrund des fehlenden Kraftfeedbacks folgende kommandierte Kräfte:

$$F_{cm1} = -C_{m1}v_{h1} - C_{4m1}(v_e + (1 - \alpha)v_{h2}) + C_{6m1}F_{h1} \quad (4.51)$$

$$F_{cm2} = -C_{m2}v_{h2} - C_{4m2}(v_e + \alpha v_{h1}) + C_{6m2}F_{h2} \quad (4.52)$$

$$F_{cs} = -C_s v_e + C_1(\alpha v_{h1} + (1 - \alpha)v_{h2}) - C_5 F_e \quad (4.53)$$

Aufgrund der Symmetrie können die zusätzlichen Vereinfachungen:  $C_{4m1} = C_{4m2}$ ,  $C_{m1} = C_{m2}$  und  $C_{6m1} = C_{6m2}$  getroffen werden. In der Stabilitätsanalyse kam folgende Konfiguration zum Einsatz, welche im Sinne der Vergleichbarkeit auch hier verwendet werden soll:  $C_{6m1} = 1, C_{6m2} = 1, C_5 = 1, C_s = C_1, C_1 = C_{m1}, C_{4m2} = C_{m1}, C_{m1} = C_{m2}, C_1 = C_{m1}$  und  $C_{m1} = Z_c - Z$ .

Hieraus ergibt sich als Transparenzübertragungsfunktion:

$$Z_{to1} = \frac{1}{2} \frac{(-3Z_c^3 + 8Z_c^2 Z - 2Z_e Z_c^2 - 7Z_c Z^2 - 2Z_e Z^2 + 4Z_e Z_c Z}{(Z_c^2 \alpha - 2Z_c Z \alpha + 2Z^3)\alpha^2 + (2Z_e Z_c^2 + 7Z_c Z^2 - 2Z_c^2 Z_{h2} - 2Z^2 Z_{h2} + 2Z_e Z^2 + 3Z_c^3 + Z^2 \alpha - Z^2 + 2Z_c Z - 8Z_c^2 Z - 4Z_e Z_c Z - 2Z^3 + 4Z_c Z Z_{h2})\alpha - Z^2 Z_c + 2Z Z_c^2 - 2Z_{h2} Z_c^2 - 4Z_e Z_{h2} - 2Z_e Z_c - 2Z_{h2} Z_c - 4Z_e Z_{h2} Z_c - 2Z_c^3 - 2Z_e Z_c^2}{-2Z_c^2)}. \quad (4.54)$$

#### 4.5.2.2 Vergleich der 4-Channel-Dominanzarchitekturen

1. In der 4-Channel-Architektur nach Khademanian kann für den bilateralen Fall ( $\alpha = 1$ ), wie erwähnt, optimale Transparenz erreicht werden. Hierzu wurden anhand der bilateralen Master-Slave-Konfiguration ( $\alpha = 1$ ) optimale Reglerparameter abgeleitet. Unter Variation der Dominanzparameter ergeben sich für die übertragene Impedanz

$$Z_{to1}(\alpha) = - \frac{Z_{h2} Z_c \alpha - Z_e Z_{h2} \alpha - Z_e Z_c - Z_{h2} Z_c}{Z_c \alpha - Z_e \alpha + Z_e + Z_{h2}} \quad (4.55)$$

folgende Werte:

a)  $\alpha = 1$

$$Z_{to1} = Z_e$$

b)  $\alpha = 0.5$

$$Z_{to1} = -\frac{Z_{h2}Z_c + Z_eZ_{h2} + 2Z_eZ_c}{Z_c + Z_e + 2Z_{h2}}$$

c)  $\alpha = 0$

$$Z_{to1} = Z_c$$

2. Wird die in dieser Arbeit entwickelte Dominanzverteilung auf die 4-Channel-Architektur übertragen, ergeben sich selbstverständlich bzgl. des bilateralen Systems ( $\alpha = 0/1$ ) die selben transparenzoptimierten Reglerparameter und ebenso optimale Transparenz für den Fall  $\alpha = 1$ . Diese Architektur führt allerdings unter der Variation der Dominanz zu anderen übertragenen Impedanzen (vgl.  $\alpha = 0.5$ ).

$$Z_{to1}(\alpha) = \frac{(3Z_c^2 + Z_eZ_{h2} + Z_{h2}Z_c - Z_eZ_c)\alpha^2 + (-3Z_{h2}Z_c + Z_c^2 + 3Z_eZ_{h2} - Z_{h2}Z_c + Z_eZ_c)\alpha^2 + (Z_{h2}Z_c - 3Z_eZ_{h2} + Z_eZ_{h2} - 3Z_c^2 + Z_eZ_c)\alpha + 2Z_{h2}Z_c + 2Z_eZ_c}{Z_c + Z_e + 2Z_{h2}} \quad (4.56)$$

a)  $\alpha = 1$

$$Z_{to1} = Z_e$$

b)  $\alpha = 0.5$

$$Z_{to1} = -\frac{(Z_c^2 - Z_eZ_{h2} - Z_{h2}Z_c - 3Z_eZ_c)Z_c}{Z_c^2 - Z_eZ_{h2} + 3Z_{h2}Z_c + Z_eZ_c}$$

c)  $\alpha = 0$

$$Z_{to1} = Z_c$$

Da für die Verwirklichung der Dominanzverteilung die neu entwickelte Dominanzarchitektur vorzuziehen ist, wird der Vergleich der dargestellten Ansätze nicht weiter fortgeführt. Aus der Möglichkeit, auch in der neu entwickelten 4-Channel-Architektur volle Transparenz erzielen zu können, kann schlussgefolgert werden, dass die neue entwickelte Architektur bzgl. der Transparenz im Vergleich zu derjenigen aus [20] nicht eingeschränkt ist.



### 4.5.2.3 Optimierung der Transparenz der PP-Architektur

Die Optimierung der Transparenz durch entsprechende Reglerparameterwahl soll im Folgenden für die Position-Position-Architektur mit der neu entwickelten Dominanzverteilung vorgenommen werden. Nach der aus dem Signalfluss abgeleiteten Gleichung (4.54) ergibt sich für den bilateralen Fall folgende übertragene Impedanz:

$$Z_{to1(\alpha=1)} = \frac{(Z(1 + C_5) + C_{m2}(1 + C_5))Z_e + (C_s + Z)(C_{m2} + Z) + C_1C_{4m2}}{((1 + C_5)Z_e + Z + C_s)(1 + C_{6m2})} \quad (4.57)$$

Da für die Stabilitätsuntersuchung eine allgemeinere Wahl der Reglerparameter sehr aufwendig ist, kommen hier wieder die symmetrischen, vereinfachten Reglerarchitekturen zur Verwendung.

Das Ziel der Optimierung kann wie folgt formuliert werden:

$$Z_{to1(\alpha=1)} = Z_e.$$

Hierzu müssen gemäß (4.57) folgende Forderungen erfüllt werden:

$$(C_s + Z)(C_{m2} + Z) + C_1C_{4m2} = 0,$$

$$Z(1 + C_5) + C_{m2}(1 + C_5) = 1$$

$$((1 + C_5)Z_e + Z + C_s)(1 + C_{6m2}) = 1.$$

Damit ergeben sich für die frei wählbaren Reglerparameter folgende Bedingungen:

$$C_s = -\frac{C_{m2}Z + Z^2 + C_1C_{4m2}}{C_{m2} + Z}, \quad (4.58)$$

$$C_5 = -\frac{Z + C_{m2} - 1}{C_{m2} + Z} \quad \text{und} \quad (4.59)$$

$$C_{6m2} = -\frac{Z_e(C_{m2} + Z)}{(-Z_e + C_1C_{4m2})(1 + C_{6m2})}. \quad (4.60)$$

Wie in Gleichung (4.60) zu sehen ist, ist der Reglerparameter  $C_{6m2}$  abhängig von der Umgebungsimpedanz  $Z_e$ . Es gibt für die Position-Position-Architekturen unter den in dieser Arbeit angenommenen Vereinfachungen folglich keine nicht adaptive optimale Konfiguration.

Für die Graphen der nächsten Kapitel wurden folgende Impedanzen:  $Z_{h2} = M_h s^2 + B_h s +$

$K_h, Z_c = B_c s + K_c, Z_e = K_e, Z = Z_m = Z_s = M s^2 + B s$  und folgende Parameterwerte gewählt:  $M = 0.2, B = 0.01 \frac{Ns}{m}, M_h = 1.5 kg, B_h = 7.5 \frac{Ns}{m}, K_h = 75 \frac{N}{m}, B_c = 1 \frac{Ns}{m}$  und  $K_c = 1000 \frac{N}{m}$ . Der relevante Bereich, auf den die folgenden Analysen bezogen sind, entspricht jeweils den vom Menschen haptisch wahrnehmbaren Frequenzen (0Hz-100Hz). Die Bode-Diagramme der übertragenen Impedanz  $Z_{to1}$ , sowie die Gleichungen der verschiedenen Transparenzmaße von Khademan unter Variation der Dominanzverteilung sind im Anhang B.1 zu finden.

#### 4.5.2.4 Transparency Transfer Function

Anhand der Transparenzübertragungsfunktion kann festgestellt werden, wie sich in Abhängigkeit von  $\alpha$  das Verhältnis der reellen übertragenen Impedanz zur gewünschten übertragenen Impedanz  $Z_d$  verändert. In den Abbildungen 4.19 bis 4.21 werden jeweils die Transparenzübertragungsfunktionen zu den Impedanzen der Umgebung  $Z_d = Z_e$  und des Trainee  $Z_d = Z_{h2}$  dargestellt.

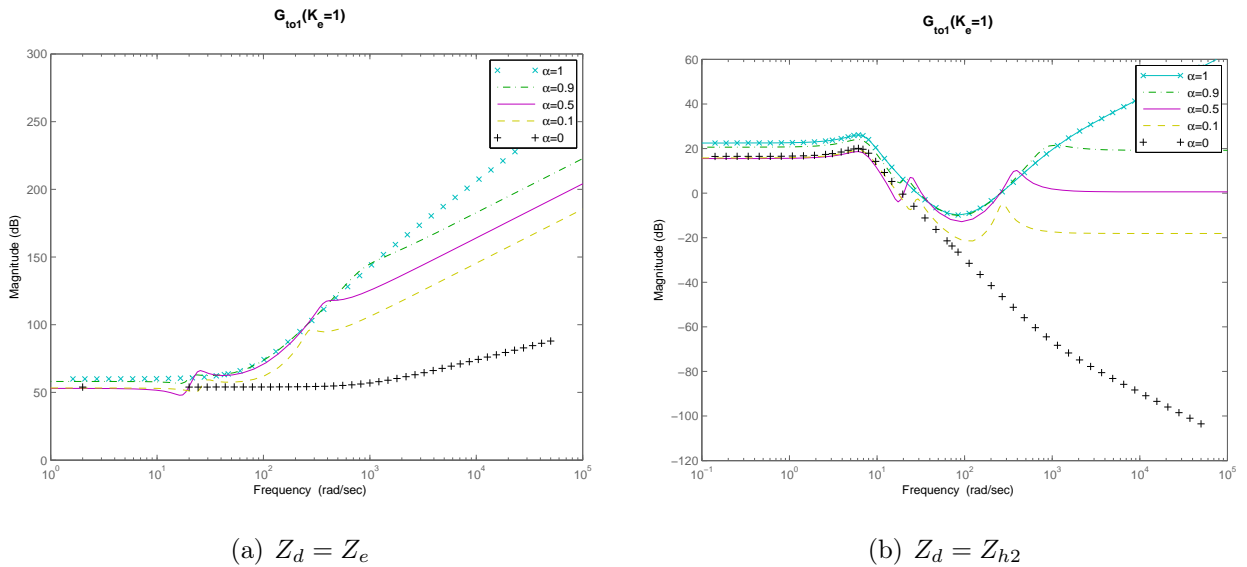
In diesen Bode-Diagrammen sind deutlich Schwingungen für die Dominanzverteilungen im Bereich von circa 25 Hz zu sehen, welche bei einseitiger Dominanz ( $\alpha=1/0$ ) für keinen der beiden Operatoren auftreten. Diese Unregelmäßigkeiten in der Frequenzkennlinie, welche zu Störungen der Umgebungswahrnehmung führen, sind somit auf die trilaterale Architektur zurückzuführen.

Die Abweichung der an die Operatoren übertragenen Impedanz von der Umgebungsimpedanz ist über die vom Menschen haptisch wahrnehmbaren Frequenzen für alle Umgebungen relativ konstant (Abbildungen 4.19 bis 4.21), was die Empfindung der Umgebung positiv beeinflusst. Die Transparenz zum Operator dagegen ist ab 10Hz stark frequenzabhängig. Da die von einem Operator aufgebrachte Frequenz selten 10Hz überschreitet, ist dies jedoch ein akzeptables Verhalten.

Es ist zudem zu erkennen, dass der Einfluss der Dominanz auf beide Transparenzversionen mit zunehmender Umgebungssteifigkeit abnimmt.

#### 4.5.2.5 Bilateral Architecture Distance Transfer Function

Die in den Bode-Diagrammen 4.22(a) bis 4.22(c) dargestellten Bilateral Architecture Distance Transfer Function  $Dis_B$  vergleicht die trilaterale ( $Z_{to1}(\alpha)$ ) mit der bilateralen



**Abbildung 4.19:** Transparency Transfer Function für weiche Umgebung ( $K_e = 1 \frac{N}{m}$ ):

Bei circa 25Hz sind in allen Transparenzübertragungsfunktionen, außer in denjenigen zu  $\alpha = 0/1$ , Unregelmäßigkeiten zu erkennen. Die Transparenzübertragungsfunktionen zum Slave weisen bis ca. 100Hz, zum Trainee bis ca. 10Hz eine recht konstante Amplitude auf.

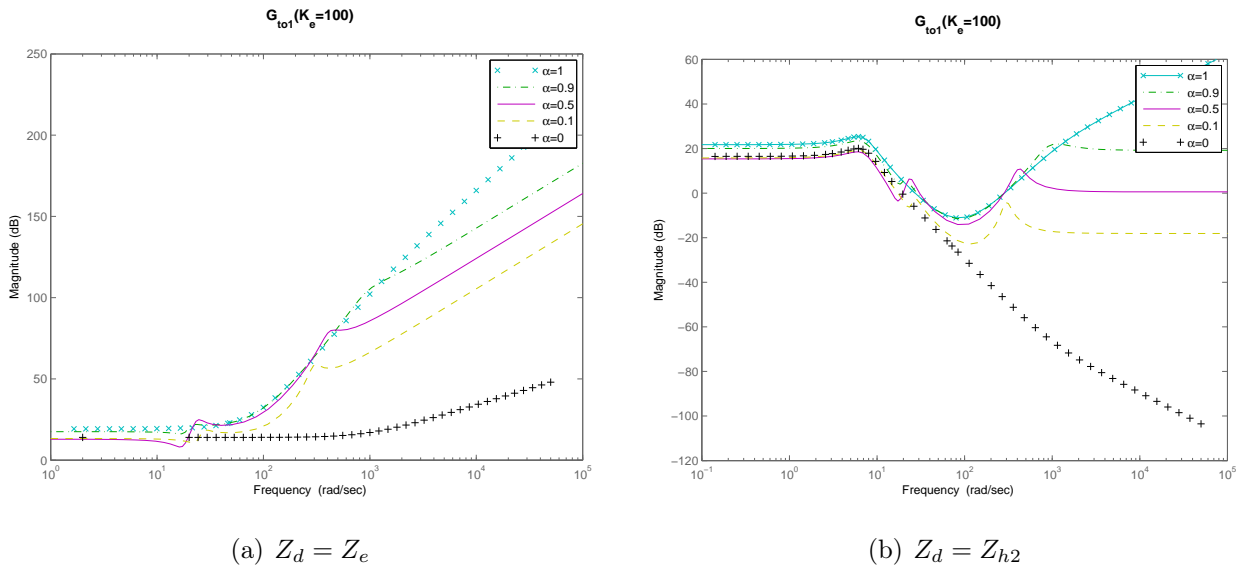
Struktur  $Z_{to1}(1)$ .

$$Dis_B = \frac{Z_{to1}(\alpha)}{Z_{to1}(1)}$$

Anhand dieser Abbildungen ist wiederum deutlich zu erkennen, dass vor allem in weichen Umgebungen die Empfindungen des Operators stark von seiner Dominanz abhängen. Die Kurven scharen sich parabelartig um die des Dominanzgleichgewichts ( $\alpha=0,5$ ). Dies bedeutet, dass bei Dominanzteilung die Wahrnehmung der Umgebung nur schwach von der jeweiligen Rolle des Operators abhängt. Der Mentor mit 80% Dominanz fühlt somit beispielsweise annähernd dasselbe, was gleichzeitig der Trainee mit 20% Dominanz fühlt. Bei absoluter Dominanz eines Operators weichen die Wahrnehmungen hingegen stärker voneinander ab.

#### 4.5.2.6 Transparency Optimized Distance Transfer Function

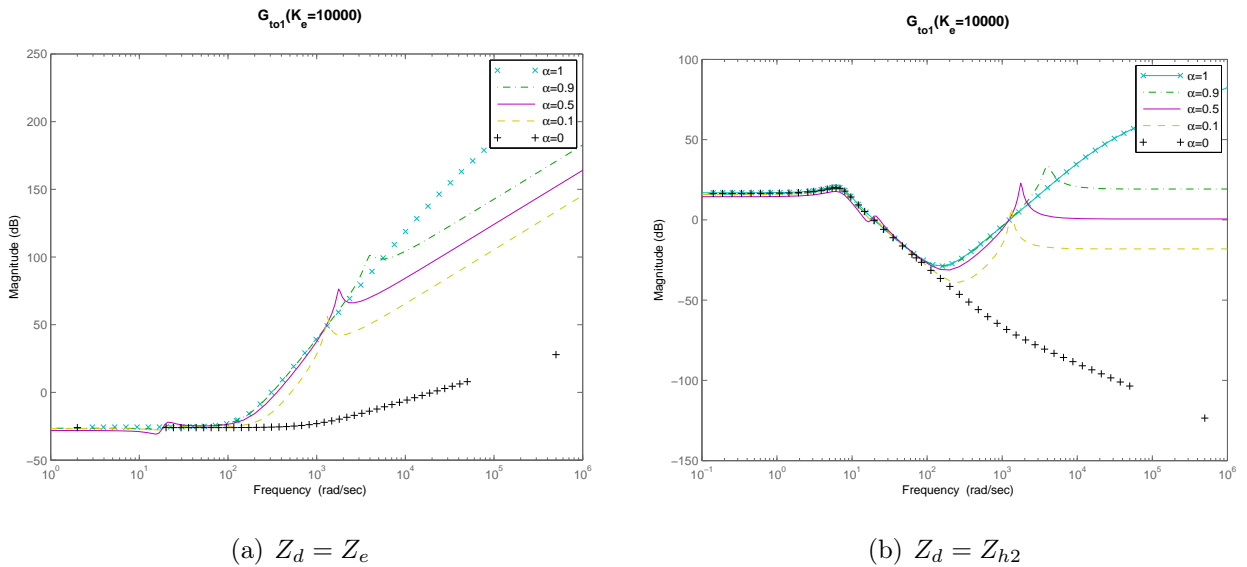
In diesem Kapitel wird die PP-Architektur der transparenzoptimierten 4Ch-Architektur unter entsprechender Dominanzverteilung und Dominanzarchitektur gegenübergestellt. In



**Abbildung 4.20:** Transparency Transfer Function für mittelharte Umgebung ( $K_e = 100 \frac{N}{m}$ ): Im Bereich von circa 25Hz treten in allen Tansparenzübertragungsfunktionen, außer bei Dominanzverteilung  $\alpha = 0/1$ , Schwingungen im Graph auf. Die Tansparenzübertragungsfunktionen zum Slave weisen bis ca. 100Hz, zum Trainee bis ca. 10Hz eine recht konstante Amplitude auf.

Diagramm 4.23(a) ist zu erkennen, dass die PP-Architektur unter  $\alpha=1$  im Gegensatz zur 4-Channel-Architektur nicht zur optimalen Transparenz führt. Allerdings zeigt sich im Graphen zu  $K_e = 1 \frac{N}{m}$ , dass z.B. bei Dominanzgleichgewicht die beiden Architekturen bis ca. 10Hz ähnliche Transparenz erzeugen. Das Verhalten bei höheren Frequenzen und v.a. in steiferen Umgebungen deutet darauf hin, dass die Wahl einer optimalen Dominanzarchitektur auf komplexen Zusammenhängen beruht. Während in niedrigen Frequenzen die Architekturen konstant voneinander abweichen, überlagern sich in höheren Frequenzen (10Hz-100Hz) die Unregelmäßigkeiten in den Amplituden der verglichenen Architekturen. Der optische Eindruck dieser Überlagerung lässt darauf schließen, dass sich die Transparenzen dieser beider Architekturen in diesem Bereich stark unterscheiden.

In [20] wird zusätzlich in der  $Z_e$ -transparenzoptimierten trilateralen 4-Channel-Architektur der Einfluss der Operatorimpedanz (lockerer, mäßiger, fester Griff) auf die Transparenz ermittelt und mit dem Einfluss der Dominanz verglichen. Hiervon können Bedienungsan-



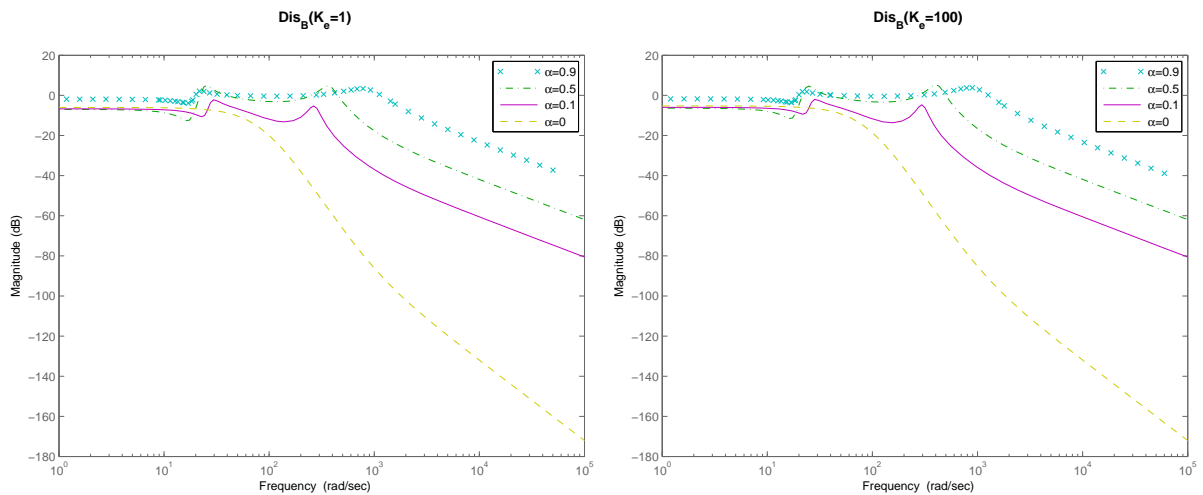
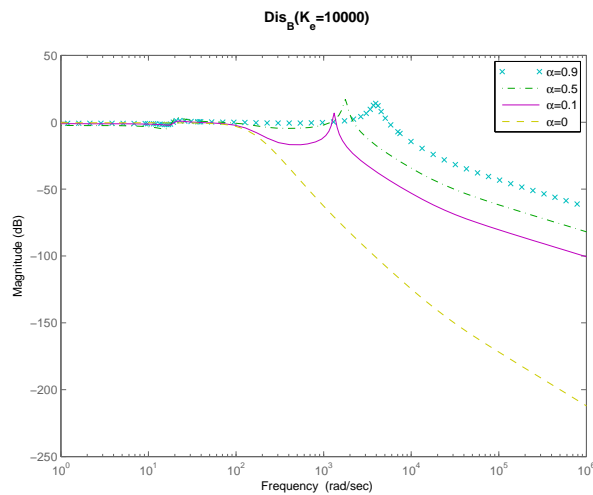
**Abbildung 4.21:** Transparency Transfer Function für harte Umgebung ( $K_e = 10000 \frac{N}{m}$ ):

Bei circa 25Hz sind in allen Transparenzübertragungsfunktionen zu  $\alpha \in ]0...1[$  Unregelmäßigkeiten zu erkennen. Die Transparenzübertragungsfunktionen zum Slave weisen bis ca. 100Hz, zum Trainee bis ca. 10Hz eine relativ konstante Amplitude auf. Der Einfluss der Dominanzverteilung auf die Amplitude im Bereich von 0-100Hz ist jeweils schwach.

weisungen bzgl. der Haptik abgeleitet werden. Da angenommen werden kann, dass diese Erkenntnisse auf die in dieser Arbeit gewählte Architektur übertragen werden kann (in weiterführenden Studien sollte diese Übertragbarkeit überprüft werden), werden die genannten Untersuchungen nicht wiederholt, jedoch deren Ergebnisse erwähnt:

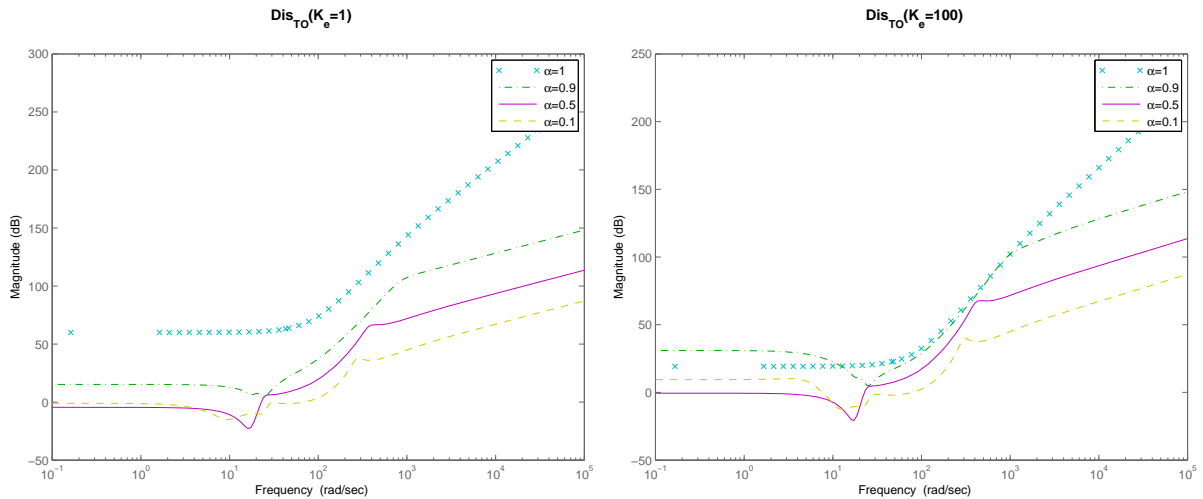
Vereinfachend wird in [20] angenommen, dass die beiden Operatoren die Eingabegeräte mit gleicher Griffstärke betätigen ( $Z_{h1} = Z_{h2}$ ). Khademan hat in diesem System gezeigt, dass der Einfluss von  $\alpha$  neben der Umgebungsimpedanz auch stark von der Operatorimpedanz abhängt. So ist

1. bei lockerem Griff der Einfluss von  $\alpha$  auf die Transparenz in weichen Umgebungen größer als in harten Umgebungen, während
2. bei festem Griff der Einfluss von  $\alpha$  auf die Transparenz in weichen Umgebungen geringer als in harten Umgebungen ist.

(a) sehr weiche Umgebung ( $K_e = 1 \frac{N}{m}$ )(b) mittelharte Umgebung ( $K_e = 100 \frac{N}{m}$ )(c) harte Umgebung ( $K_e = 10000 \frac{N}{m}$ )

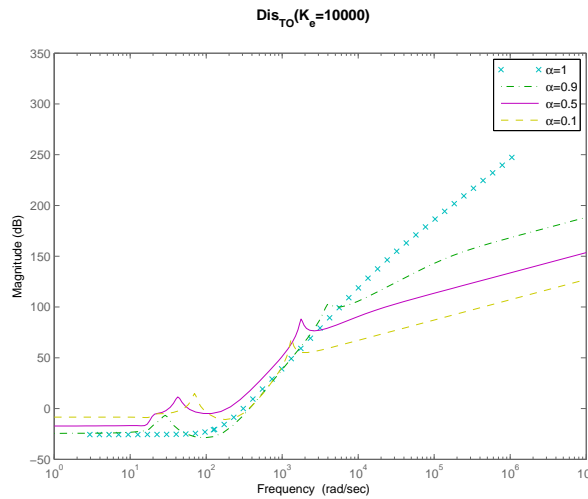
**Abbildung 4.22:** Bilateral Architecture Distance Transfer Function  $Dis_B$ : Im Bereich der haptisch wahrnehmbaren Frequenzen (0-100Hz) bestehen nur geringe, über die Frequenzen hinweg fast konstante Amplitudendifferenzen unter den abgebildeten Übertragungsfunktionen. Bei sehr harter Umgebung ähneln sich die Amplituden aller Dominanzverteilungen stark.

3. Die Transparenz wird in harten stärker als in weichen Umgebungen von der Operatorimpedanz beeinflusst, wobei
4. (in jeder Umgebung) bei zunehmender Operatorimpedanz die Z-width zunimmt.



(a) sehr weiche Umgebung ( $K_e = 1 \frac{N}{m}$ )

(b) mittelharte Umgebung ( $K_e = 100 \frac{N}{m}$ )



(c) harte Umgebung ( $K_e = 10000 \frac{N}{m}$ )

**Abbildung 4.23:** Transparency Optimized Distance Transfer Function  $Dis_{TO}$ : Im Bereich bis 10Hz sind die Abweichungen der Amplituden im Architekturvergleich konstant. V.a. bei hartem Wandkontakt tritt eine Überlagerung der Unregelmäßigkeiten im Amplitudenverlauf auf.

Während einer freien Bewegung sollte der Trainee somit fest greifen, um den Einfluss der Dominanz zu minimieren. Da er unter Dominanzänderung die Führung übernehmen wird, ist dies zwangsläufig gegeben. Hat der Slave Kontakt mit der Umgebung, sollte der Trainee weniger fest zugreifen, was intuitiv auch zur genaueren Wahrnehmung der wirkenden Kräfte führt und somit sinnvoll erscheint. Da jedoch hierbei die Z-width und somit die

Bandbreite der darstellbaren Impedanzen abnimmt, muss zwischen diesem Kriterium und dem Einfluss der Dominanz ein Kompromiss gefunden werden.

Diese Analyse eines solch komplexen Zusammenspiels kann erst in psychologischen Studien aussagekräftig fortgeführt werden. In Form der in dieser Arbeit angewendeten, analytischen Methoden können jedoch tendentielle Aussagen bzgl. des Transparenzvergleichs verschiedener Architekturen getroffen werden.



# 5 Telechirurgietraining unter Time Delay

Im letzten Kapitel wurde das trilaterale System im Idealzustand ohne Berücksichtigung von Zeitverzögerungen, Diskretisierungsfehlern und unter der Verwendung stark vereinfachter, linearer Modelle analysiert. Im Folgenden werden für die Netzwerkdarstellung die Elemente als Subsysteme dargestellt, so dass eine modellunabhängige, energiebezogene Analyse des Systems erfolgen kann, welche zwangsläufig Diskretisierungen und Zeitverzögerungen berücksichtigt. Die einzelnen Elemente der trilateralen Trainingsstruktur werden zuerst auf aktives Verhalten hin untersucht. Daraufhin werden die gewonnenen Erkenntnisse im neu zu entwerfenden, trilateralen TDPA-System berücksichtigt. Auf diese Weise kann letztendlich eine Zeitverzögerung unter Garantierung eines stabilen Systemverhaltens eingeführt werden.

## 5.1 Passivitätsanalyse

Um das trilaterale System aus der Signalfluss- in die Netzwerkdarstellung umwandeln zu können, müssen Subsysteme definiert werden, an deren Ports der eintretende gleich dem austretendem Strom ist (vgl. Abbildung 5.2). Nur wenn dies gegeben ist, ergeben sich echte Ports, an welchen eine Leistung abgegriffen werden kann. Anhand der Knotengleichungen des in Abbildung 5.1 dargestellten trilateralen Systems

$$I_1 + I_2 = I_4 + I_5, \tag{5.1}$$

$$I_4 + I_6 = I_1 + I_3 \quad \text{und} \tag{5.2}$$

$$I_2 + I_3 = I_5 + I_6 \tag{5.3}$$

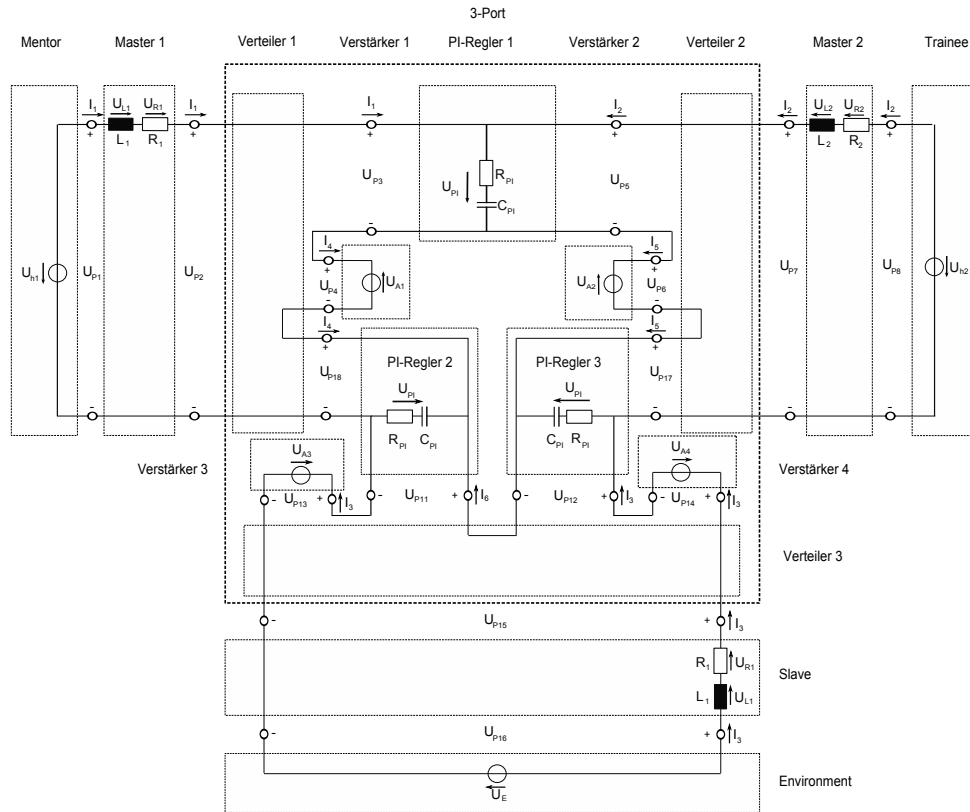


Abbildung 5.1: Netzwerkdarstellung des trilateralen Systems

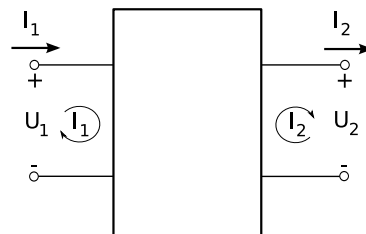


Abbildung 5.2: Stromfluss an einem 2-Port

kann gezeigt werden, dass

$$I_1 = I_4, \tag{5.4}$$

$$I_2 = I_5 \quad \text{und} \tag{5.5}$$

$$I_6 = I_3 \tag{5.6}$$

gelten muss. Durch jeden Port fließt folglich ein einheitlicher Strom, so dass alle Subsysteme des trilateralen Gesamtsystems wahre Ports besitzen.

Die Dominanzsubsysteme („Verstärker“ in Abbildung 5.1) sind als spannungsgesteuerte Spannungsquellen modelliert, da sie, wie in Kapitel 5.1.3 erörtert wird, aktive Elemente sind, welche jeweils von einer PI-Reglerspannung  $U_{PI}$  abhängen. Die Operatoren und die Umgebung sind ebenso energiegenerierende Elemente und somit als Spannungsquellen dargestellt. Master- und Slavegeräte bestehen aus Massen und Dämpfungselementen, welche in der Elektrotechnik Induktivitäten und Widerständen entsprechen. Der PI-Regler wird aus einem Widerstand und einer Kapazität modelliert, wie im Folgenden näher erklärt wird. Der PI-Regler und die Ein- bzw. Ausgabegeräte bestehen in der mechanischen Betrachtungsweise jeweils aus parallel, in der direkt analogen, elektrotechnischen Sicht jedoch aus seriell geschalteten Bauelementen. Um das Verhalten des Gesamtsystems zu analysieren, müssen zuerst die Subsysteme separat betrachtet werden.

### 5.1.1 Subsystem PI-Regler

In der Netzwerkdarstellung des trilateralen Systems (Abbildung 5.1) setzen sich die PI-Regler aus Widerständen und Kondensatoren zusammen. Diese Bauelemente sind entsprechend den aus der Mechanik bekannten Systemen Feder und Dämpfer passive Elemente. Durch die Dämpfung wird Energie dissipiert.

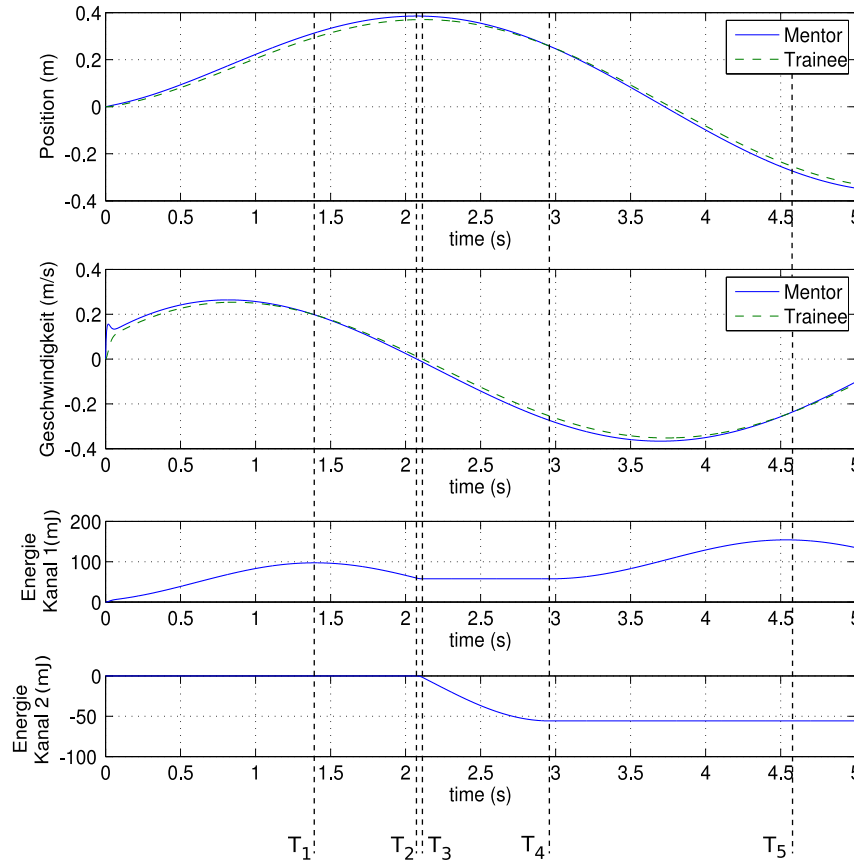
Der PI-Regler wird bisher als ein passives Subsystem angenommen. Unter Verwendung des TDPAs ist es jedoch nötig das Verhalten des Reglers ausführlich zu untersuchen. Falls Energie durch den Regler eingeführt wird, wird diese von einem den Regler einschließenden PO/PC-System gelöscht, solange die Regleraktivität nicht von der beobachteten Energie subtrahiert wird.

Im Folgenden wird die Energiedifferenz an einem Regler in beiden Flussrichtungen eines bilateralen Mentor-Trainee-Systems betrachtet. Es zeigt sich hierbei, dass das Reglersubsystem in bestimmten Situationen Energie generiert.

**Analyse:** Der Mentor wird in diesem Versuch als der aktive Operator gewählt, während der Trainee (Masse 1.5kg, Steifigkeit  $20 \frac{N}{m}$ , Dämpfer  $2 \frac{Ns}{m}$ ) sich unter lockerem Griff führen lässt. Die Reglersteifigkeit  $K_{PI}$  wird zwischen  $100 \frac{N}{m}$  und  $500 \frac{N}{m}$  variiert, um die entscheidenden Effekte zu verdeutlichen.

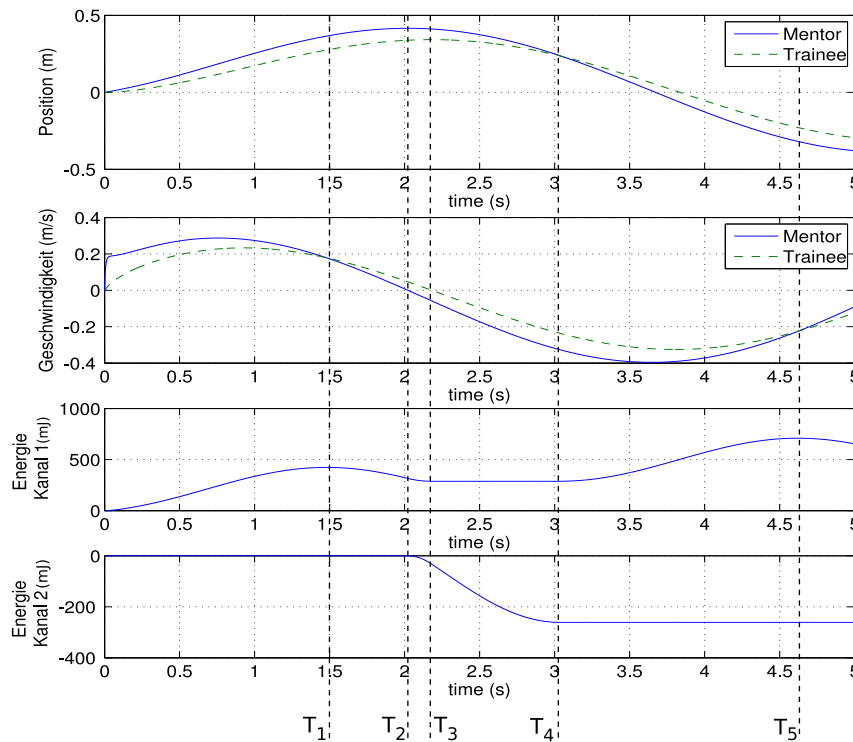
Um den Regler zu analysieren, muss folgende Reglergleichung betrachtet werden:

$$F_C(t) = (v_{M1}(t) - v_{M2}(t))B_{PI} + (x_{M1}(t) - x_{M2}(t))K_{PI}. \quad (5.7)$$



**Abbildung 5.3:** Regleraktivität, Reglerdämpfung  $B_{PI} = 2\frac{Ns}{m}$ , Reglersteifigkeit  $K_{PI} = 500\frac{N}{m}$ : Bei der Geschwindigkeitsüberschreitung  $T_1$  tritt ein Maximum der in Kanal 1 (von Mentor zu Trainee) dissipierten Energie auf. Von  $T_2$  ( $v_{M1}(T_2) = 0$ ) bis  $T_3$  ( $v_{M2}(T_3) = 0$ ) fließt in beiden Kanalrichtungen Energie. Zum Zeitpunkt  $T_4$  findet eine Positionsüberschneidung statt, nach welcher die Energie wieder in Kanalrichtung 1 fließt.

In den Abbildungen 5.3 und 5.4 sind die entscheidenden Zeitpunkte mit den Markern  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$  und  $T_5$  versehen. Im Folgenden sollen die entscheidenden Veränderungen in den Positions- und Geschwindigkeitskurven analysiert und daraus die Folgen für die



**Abbildung 5.4:** Regleraktivität, Reglerdämpfung  $B_{PI} = 2\frac{Ns}{m}$ , Reglersteifigkeit  $K_{PI} = 100\frac{N}{m}$ : Zum Zeitpunkt  $T_1$  tritt eine Geschwindigkeitsüberschreitung und gleichzeitig ein Maximum der in Kanal 1 (von Mentor zu Trainee) dissipierten Energie auf. Von  $T_2$  ( $v_{M1}(T_2) = 0$ ) bis  $T_3$  ( $v_{M2}(T_3) = 0$ ) fließt in beiden Kanalrichtungen Energie. Nach der Positionsüberschneidung zum Zeitpunkt  $T_4$  fließt die Energie wieder in Kanalrichtung 1.

Aktivität (in den Kanälen K1 von Mentor zu Trainee und K2 von Trainee zu Mentor) erörtert werden.

1.  $T(t=0)$  bis  $T_1$

Von Zeitpunkt  $T(t=0)$  bis  $T_1$  sind Geschwindigkeit und Position des Mentors größer als die des Trainee:

$$v_{M1}(t) > v_{M2}(t), \quad x_{M1}(t) > x_{M2}(t).$$

Mit 5.7 folgt:

$$F_C(t) > 0, \quad \text{da} \quad v_{M1/2}(t) > 0 \quad \text{und} \quad x_{M1/2}(t) > 0.$$

Somit fließt die Energie von Mentor zu Trainee.

$$P_M(t) = F_C(t)v_{M1}(t) > 0, \quad P_T = F_C(t)v_{M2}(t) > 0$$

Der Regler dissipiert in diesem Zustand Energie:

$$P_M(t) > P_T(t), \quad \text{da} \quad v_{M1}(t) > v_{M2}(t).$$

## 2. $T_1 \rightarrow T_2$

Zum Zeitpunkt  $T_1$  überholt die Geschwindigkeit des Trainees die des Mentors, da die Positionsänderung des Mentors gleichzeitig gegen Null geht, während der Trainee sich noch auf dessen Position zubewegen muss. Der Mentor wartet örtlich betrachtet sozusagen auf den Trainee:

$$\begin{aligned} v_{M1}(t) < v_{M2}(t), \quad x_{M1}(t) > x_{M2}(t), \\ F_C(t) > 0, \quad \text{da} \quad v_{M1/2}(t) > 0 \quad \text{und} \quad x_{M1/2}(t) > 0, \\ P_M(t) > 0, \quad P_T(t) > 0. \end{aligned}$$

Der Regler aktiviert in diesem Zustand Energie in Richtung Slave:

$$P_M(t) < P_T(t), \quad \text{da} \quad v_{M1}(t) < v_{M2}(t).$$

Das Reglersubsystem generiert Energie, sobald die Geschwindigkeit des Trainees größer als die des Mentors ist, ohne dass der Leistungstransport seine Richtung wechselt ( $F_C$  behält sein Vorzeichen). Deswegen fällt die Energiekurve des Kanals 1 der Abbildung 5.3 ab dem Zeitpunkt  $T_1$  ab.

## 3. $T_2 \rightarrow T_3$

Zum Zeitpunkt  $T_2$  wechselt die Mentorgeschwindigkeit  $v_{M1}$  das Vorzeichen, während  $v_{M2}$  positiv bleibt.

$$\begin{aligned} x_{M1}(t) > x_{M2}(t), \\ F_C(t) > 0, \quad \text{da} \quad v_{M1}(t) < 0, \quad v_{M2}(t) > 0 \quad \text{und} \quad x_{M1/2}(t) > 0, \\ P_M(t) < 0, \quad P_T(t) > 0. \end{aligned}$$

In diesem Zeitraum fließt in beiden Kanälen Energie. Da die resultierenden Leistungen scheinbar aus dem Nichts entstehen, sind beide Kanäle aktiv. Je größer die Reglersteifigkeit gewählt wird, desto mehr ähneln sich die Geschwindigkeiten der Operatoren und desto kürzer dauert dieser Zeitraum (vgl. Abbildungen 5.3 und 5.4).

#### 4. $T_3 \rightarrow T_4$

Zwischen den Zeiträumen  $T_3$  und  $T_4$  fließt die Energie nur mehr in Richtung des Kanal 2, da die Traineeengeschwindigkeit  $v_{M2}$  bei  $T_3$  ebenso das Vorzeichen gewechselt hat.

$$\begin{aligned} |v_{M1}(t)| &> |v_{M2}(t)|, & x_{M1}(t) &> x_{M2}(t), \\ F_C(t) &> 0, & \text{da } v_{M1/2}(t) &< 0 \quad \text{und} \quad x_{M1/2}(t) > 0, \\ P_M(t) &< 0, & P_T(t) &< 0 \end{aligned}$$

Der Regler aktiviert in diesem Zustand Energie in Richtung Master:

$$P_M(t) > P_T(t), \quad \text{da } v_{M1}(t) > v_{M2}(t).$$

#### 5. $T_4 \rightarrow T_5$

Da die Reglersteifigkeit wie gewöhnlich um mehr als ein Hundertfaches größer als die Reglerdämpfung ist, ändert die Kraft  $F_C$  erst an den Überschneidungspunkten der Mentor- und Trainee-Positionskurven ihr Vorzeichen. Deshalb beginnt erst wieder ab Punkt  $T_4$  mit dem Wechsel des Vorzeichens der Kraft  $F_C$  der Leistungstransport in Kanal 1. Die genaue Lage dieses Zeitpunkts hängt vom Verhältnis der Reglerparameter zueinander ab:

Aus der Gleichung

$$F_C(t) = (v_{M1}(T_4) - v_{M2}(T_4))B_{PI} + (x_{M1}(T_4) - x_{M2}(T_4))K_{PI} = 0$$

kann die Nullstelle der Reglerkraft  $F_C$  errechnet werden. In Abhängigkeit von  $B_{PI}$  und  $K_{PI}$  ändert die Reglerkraft  $F_C$  ihr Vorzeichen:

$$\frac{v_{M2}(T_4) - v_{M1}(T_4)}{x_{M1}(T_4) - x_{M2}(T_4)} = \frac{K_{PI}}{B_{PI}}.$$

Von diesem Verhältnis der Variablen Position und Geschwindigkeit hängt somit der Zeitpunkt  $T_4$  ab.

$$\begin{aligned} |v_{M1}(t)| &> |v_{M2}(t)|, & x_{M1}(t) &> x_{M2}(t), \\ F_C(t) &< 0, & \text{da } v_{M1/2}(t) &< 0 \quad \text{und} \quad x_{M1/2}(t) < 0, \\ P_M(t) &> 0, & P_T(t) &> 0. \end{aligned}$$

Der Regler dissipiert dann Energie in Richtung Trainee:

$$P_M(t) > P_T(t), \quad \text{da} \quad |v_{M1}(t)| > |v_{M2}(t)|.$$

Da die Geschwindigkeit des Mentor in diesem Zeitraum wieder dominiert, dissipiert das Subsystem PI-Regler Energie in Kanal 1. Ab hier wiederholen sich die bisher beschriebenen Zustände.

Vergleicht man die generierten Energien des Reglers in Abhängigkeit von der Steifigkeit (Abbildungen 5.3 und 5.4), so fällt auf, dass unter höherer Steifigkeit die Positionsfolge verbessert und daher die Regleraktivität reduziert wird. Da die Geschwindigkeiten sich bei höherer Reglersteifigkeit stärker ähneln, sind die Leistungsdifferenzen der Reglerports und somit die Aktivität bzw. Dissipation geringer.

Insgesamt stellt der PI-Regler ein passives Element dar, da er mehr Energie dissipiert als generiert.

### 5.1.2 Subsystem Verteiler

Im Verteilersubsystem ergibt sich in der Portdarstellung, wie in Abbildung 5.5 dargestellt, eine serielle Struktur bzgl. der Spannungen  $U_{P3}$  und  $U_{P18}$ . Es resultieren folgende Maschengleichungen:

$$U_{P2} = U_{P3} + U_{P18}. \tag{5.8}$$

Für die Ströme gilt wie oben (5.4 bis 5.6) gezeigt:

$$I_1 = I_4. \tag{5.9}$$



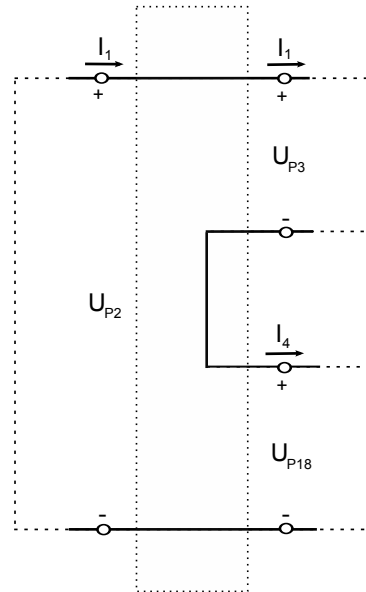


Abbildung 5.5: 3-Portdarstellung eines Verteilers

Die Leistungen an den Ports sind:

$$P_{P2} = U_{P2}I_1 \quad (5.10)$$

$$P_{P3} = U_{P3}I_1 \quad (5.11)$$

und

$$P_{P18} = U_{P18}I_4. \quad (5.12)$$

Somit gilt für die Gesamtleistung:

$$P_{ges} = U_{P2}I_1 - U_{P3}I_1 - U_{P18}I_4. \quad (5.13)$$

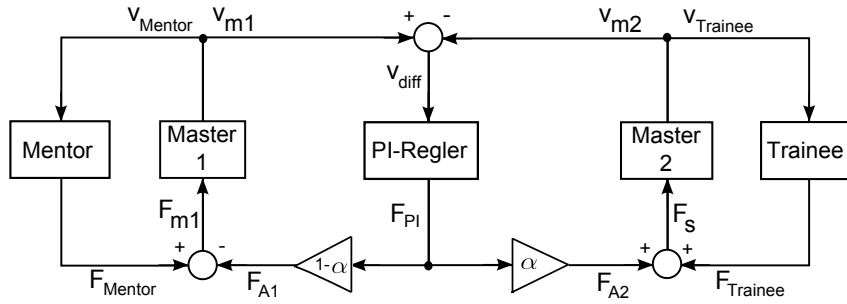
Mit (5.8) kann unter Berücksichtigung von (5.4) gezeigt werden, dass das Subsystem Verteiler verlustfrei ist:

$$\begin{aligned} E_{ges} &= \int_0^t U_{P2}(\tau)I_1(\tau) d\tau - \int_0^t U_{P3}(\tau)I_1(\tau) d\tau - \int_0^t U_{P18}(\tau)I_1(\tau) d\tau = \\ &= \int_0^t I_1(\tau)(U_{P2}(\tau) - U_{P3}(\tau) - U_{P18}(\tau)) d\tau = 0. \end{aligned} \quad (5.14)$$

### 5.1.3 Verstärkungssysteme

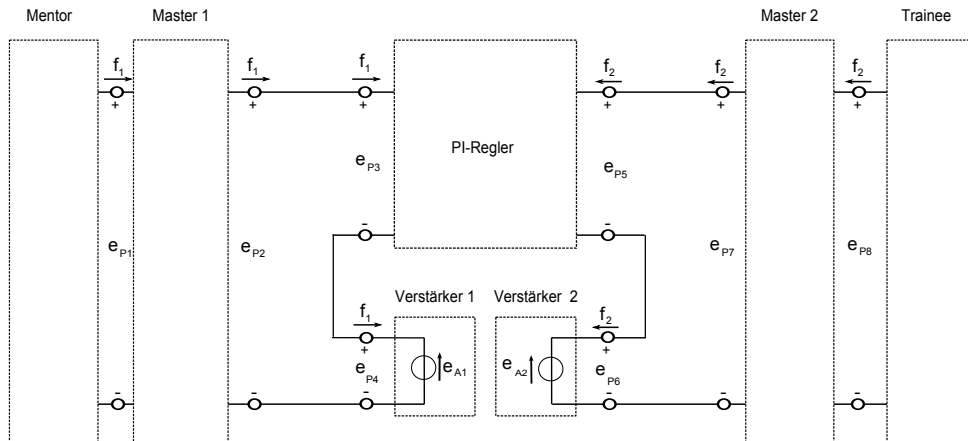
Vereinfachend werden die der Dominanzverteilung dienenden Verstärkersubsysteme zuerst im bilateralen System analysiert.

In Abbildung 5.7 ist allgemein die Netzwerkstruktur eines bilateralen Systems mit Do-



**Abbildung 5.6:** Signalfloss im bilateralen System mit Dominanzverteilung

minanzverteilung dargestellt. Diese vereinfachte Darstellung wurde so entworfen, dass für die Potentiale (bzw. efforts  $e$ ) eine Maschengleichung aufgestellt werden kann, welche zwischen den Ports P2, P3 und P4 auf eine Gleichung analog zur Kraftaddition im v-F-Signalflosssystem (Abbildung 5.6) führt.



**Abbildung 5.7:** Allgemeine Netzwerkdarstellung des bilateralen Systems mit Dominanzverteilung (e: effort, f: flow)

### 5.1.3.1 Definition der Machtverteilung

Aus der Funktion der zur Dominanzverteilung in die trilaterale Struktur eingeführten Verstärkungsglieder kann auf die Definition der spannungsgesteuerten Spannungsquellen  $e_{A1}$  und  $e_{A2}$  geschlossen werden.

Sowohl  $e_{A1}$  als auch  $e_{A2}$  sollen nur Potentialwerte im Bereich  $[-e_{PI}...0]$  annehmen, da analog in der v-F-Signalflussstruktur die Verstärkungsfaktoren  $(1 - \alpha)$  und  $\alpha$  zu einer Reduktion der Kraft  $F_{PI}$  um  $[0...F_{PI}]$  führen.

In der Signalflussdarstellung lauten die Kräfte der Ports der Dominanzsubsysteme:

$$F_{A1} = (1 - \alpha)F_{PI} \quad \text{mit} \quad \alpha \in \{0...1\} \quad (5.15)$$

$$F_{A2} = \alpha F_{PI} \quad \text{mit} \quad \alpha \in \{0...1\} \quad (5.16)$$

Die durch die Skalierung subtrahierte Kraft lautet somit:

$$F_{PI} - F_{A1} = \alpha F_{PI}, \quad (5.17)$$

$$F_{PI} - F_{A2} = (1 - \alpha)F_{PI}. \quad (5.18)$$

Die Maschengleichung der Abbildung 5.7 lauten::

$$e_{P2} = e_{P3} + e_{P4} \quad (5.19)$$

$$e_{P7} = e_{P5} + e_{P6}. \quad (5.20)$$

Daraus folgt für die Potentiale und Energien der Dominanzports:

$$e_{A1} = -\alpha e_{PI} \quad \text{mit} \quad \alpha \in \{0...1\} \quad (5.21)$$

$$E_{A1} = \int_0^t e_{A1} f_1(\tau) d\tau = -\alpha \int_0^t e_{PI} f_1(\tau) d\tau \quad (5.22)$$

$$e_{A2} = -(1 - \alpha)e_{PI} \quad \text{mit} \quad 1 - \alpha \in \{0...1\} \quad (5.23)$$

$$E_{A2} = \int_0^t e_{A2} f_2(\tau) d\tau = -(1 - \alpha) \int_0^t e_{PI} f_2(\tau) d\tau. \quad (5.24)$$

Anhand der Maschengleichung

$$E_{P2} + E_{P4} = E_{P3} \quad (5.25)$$

kann das Aktivitätsverhalten des Dominanzsubsystems erklärt werden. Ist  $E_{P2}$  kleiner als  $E_{P3}$  (Dominanz  $\alpha > 0$ : Die Kraft  $F_{PI}$  wird durch  $\alpha$  skaliert und reduziert), so muss durch den Dominanzblock Energie eingeführt werden, um ein bestimmtes  $E_{P3}$  zu erzeugen. Andererseits muss bei Energiefluss vom Trainee zum Mentor die Energie  $E_{P3}$  auf die Energie  $E_{P2}$  reduziert werden.

$$E_{P2} = E_{P3} - E_{P4} \quad (5.26)$$

Hierzu muss der Dominanzblock Energie dissipieren. Der Rückschluss von den anliegenden Potentialen auf die Energie ist direkt möglich, da an den drei Ports der selbe Fluss  $f_1$  fließt. Anhand der Maschengleichungen links und rechts des PI-Reglers ergeben sich die den Kraftgleichungen 5.15 und 5.16 entsprechenden Bedingungen:

$$e_{P2} = e_{P3} + e_{P4} = e_{PI} + e_{A1} = e_{PI} - \alpha e_{PI} = (1 - \alpha)e_{PI}, \quad (5.27)$$

$$e_{P7} = e_{P5} + e_{P6} = e_{PI} + e_{A2} = e_{PI} - (1 - \alpha)e_{PI} = \alpha e_{PI}. \quad (5.28)$$

Die Energien an den Ports P2 und P7 errechnen sich aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} E_{P2} &= E_{P3} + E_{P4} = \int_0^t e_{P3}(\tau) f_1(\tau) d\tau + \int_0^t e_{P4}(\tau) f_1(\tau) d\tau \\ &= \int_0^t e_{PI}(\tau) f_1(\tau) d\tau + \alpha \int_0^t e_{PI}(\tau) f_1(\tau) d\tau = \\ &= (1 - \alpha) \int_0^t e_{PI}(\tau) f_1(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (5.29)$$

und

$$\begin{aligned} E_{P7} &= E_{P6} + E_{P5} = \int_0^t e_{P6}(\tau) f_2(\tau) d\tau + \int_0^t e_{P5}(\tau) f_2(\tau) d\tau = \\ &= \int_0^t e_{PI}(\tau) f_2(\tau) d\tau - (1 - \alpha) \int_0^t e_{PI}(\tau) f_2(\tau) d\tau = \\ &= \alpha \int_0^t e_{PI}(\tau) f_2(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Da  $\alpha$  hier als zeitunabhängig angenommen wird, die Dominanz also konstant bleibt, darf der Parameter aus dem Integral gezogen werden.

Wie in Kapitel 5.1.1 gezeigt wurde, ist das Verhalten des Reglerports äußerst kompliziert. Unter der vereinfachenden Annahme, dass der PI-Regler verlustfrei ist, also die Geschwindigkeiten von Mentor und Trainee übereinstimmen ( $\int_0^t f_2(\tau) d\tau \approx \int_0^t f_1(\tau) d\tau$ ), kann der Einfluss des Dominanzparameters untersucht werden:

$$E_{P3} - E_{P5} = 0. \quad (5.31)$$

Für die Differenz der Energien zwischen Port 2 und Port 7 ergibt sich deshalb:

$$\begin{aligned} E_{P7-P2} &= E_{P7} - E_{P2} = \\ &= +\alpha \int_0^t e_{PI}(\tau) f_1(\tau) d\tau - (1 - \alpha) \int_0^t e_{PI}(\tau) f_2(\tau) d\tau = \\ &= -(1 - \alpha) \int_0^t f_2(\tau) d\tau + \alpha \int_0^t f_1(\tau) d\tau \int_0^t e_{PI}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (5.32)$$

und vereinfacht:

$$\frac{E_{P7-P2}}{\int_0^t e_{PI}(\tau) d\tau} = (1 - \alpha) \int_0^t f_2(\tau) d\tau - \alpha \int_0^t f_1(\tau) d\tau. \quad (5.33)$$

Wird wieder oben angenommene Vereinfachung  $\int_0^t f_2(\tau) d\tau \approx \int_0^t f_1(\tau) d\tau$  herangezogen, so ergibt sich:

$$\frac{E_{P7-P2}}{\int_0^t e_{PI}(\tau) f_1(\tau) d\tau} = 2\alpha - 1 \quad (5.34)$$

bzw.

$$E_{P7-P2} = (2\alpha - 1)E_{P3}. \quad (5.35)$$

In Abhängigkeit von  $\alpha$  resultiert hieraus ein aktives oder passives Subsystem mit folgenden Spezialfällen:

1. Wählt man  $\alpha = 1$  (Mentor führt), ergibt sich die Energiedifferenz (5.35) zu

$$E_{P7-P2} = E_{P3} = \int_0^t e_{PI}(\tau) f_1(\tau) d\tau \quad (5.36)$$

Je nach Energiefluss, also je nach Vorzeichen von  $E_{P3}$ , ergibt sich dann die Kombination der beiden Dominanzsubsysteme zu einem aktiven oder passiven Subsystem. Entsteht ein Energiefluss von Mentor zu Trainee ( $E_{P3}$  negativ), wie es sich bei dieser Dominanzverteilung verhalten sollte, so ist das Subsystem aktiv. Fließt Energie von Trainee zu Slave ( $E_{P3}$  positiv), wird Energie dissipiert.

2. Übernimmt der Trainee die Führung, gilt  $\alpha = 0$ . Dann ergibt sich:

$$E_{P7-P2} = -E_{P3} = - \int_0^t e_{PI}(\tau) f_1(\tau) d\tau. \quad (5.37)$$

Unter dieser Dominanzverteilung verhält sich das Dominanzsystem entgegengesetzt. Ist der Mentor aktiv, fließt Energie zum Trainee. Diese Energie wird dissipiert. In der entgegengesetzten Richtung wird dagegen wiederum Energie aktiviert.

Das System wird somit aktiv, wenn der Operator mit höherer Dominanz den anderen Operator führt.

3. Unter Gleichberechtigung von Mentor und Trainee ( $\alpha = \frac{1}{2}$ ) ergibt sich die Energiedifferenz zu Null:

$$E_{P7-P2} = (1 - 1)E_{P3} = 0. \quad (5.38)$$

In dieser Situation generiert die Dominanz auf der Seite des aktiven Operators gerade soviel Energie, wie vom anderen Dominanzsubsystem dissipiert wird. Die Dominanzverteilung  $\alpha = \frac{1}{2}$  stellt somit eine Übergangsgrenze bzgl. der Aktivität des bilateralen Gesamtdominanzsubsystems dar. Dies verhält sich natürlich nur unter der Annahme eines verlustfreien Reglers so. Die wahre Energiedifferenz

$$E_{P7-P2} = E_{P7-P5} - E_{P5-P3} - E_{P3-P2} = E_{P7-P5} - E_{PI} - E_{P3-P2} \quad (5.39)$$

mit der Reglerenergie

$$\begin{aligned} E_{PI} &= \int_0^t e_{PI}(\tau) f_1(\tau) d\tau = \\ &= \int_0^t (K_{PI} \int_0^t (f_1(\tau) - f_2(\tau)) d\tau + B_{PI}(f_1(\tau) - f_2(\tau))) f_1(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (5.40)$$

führt zu einem deutlich komplizierteren Zusammenhang. Da die Geschwindigkeits- und Positionsabweichung gegen Null geht, ist das reale dem oben beschriebenen Verhalten jedoch sehr ähnlich.

### 5.1.3.2 Intensität der Aktivität

Ein Maß für die Aktivität des Systems ist die Differenzenergie  $E_{P7-P2}$  von Port P7 nach P2, siehe Gleichung (5.41) mit den Parametern bzw. Variablen  $\alpha$ ,  $v_{M1}$ ,  $v_{M2}$ ,  $x_{M1}$ ,  $x_{M2}$ ,  $B_{PI}$  und  $K_{PI}$ :

$$\begin{aligned} E_{P7-P2} &= [B_{PI} \int_0^t [v_{M1}(\tau) - v_{M2}(\tau)] d\tau + K_{PI} \iint_0^t [v_{M1}(\tau) - v_{M2}(\tau)] d\tau d\tau] \cdot \\ &\cdot \int_0^t [(1 - \alpha)v_{M1}(\tau) - \alpha v_{M2}(\tau)] d\tau. \end{aligned} \quad (5.41)$$

Die Aktivität des Systems wird, während der Mentor die Führungsrolle hat, maximal, wenn  $\alpha$  gegen 1 geht.

$$\begin{aligned} E_{P7-P2} &= [B_{PI} \int_0^t [v_{M1}(\tau) - v_{M2}(\tau)] d\tau + K_{PI} \iint_0^t [v_{M1}(\tau) - v_{M2}(\tau)] d\tau d\tau] \cdot \\ &\cdot \int_0^t [-v_{M2}(\tau)] d\tau. \end{aligned} \quad (5.42)$$

Die Differenzen der Geschwindigkeiten und Positionen werden bei korrekter Auslegung des Reglers zu Null konvergieren. Da die Parameter  $B_{PI}$  und  $K_{PI}$  feste Werte annehmen, bleibt der entscheidende Faktor die Geschwindigkeit  $v_{M2}$ . Da diese Variable jedoch durch die Eingabegeräte beschränkt wird, wird in einem stabilen System die Aktivität der Subsysteme nicht zu einem gefährdenden Faktor, wie auch die E/A-Stabilitätsanalyse gezeigt hat.

### 5.1.3.3 Konsequenzen für den PO/PC

Um die Dominanzverteilung des Systems nicht zu stören, muss in einem PO/PC-System, welches neben einem Kanal mit Time-Delay auch einen PI-Regler und die Dominanzverteilungsfaktoren umschließt, die durch diese Dominanzverteilung eingespeiste Energie berücksichtigt, also in der beobachteten Energie "gutgeschrieben" werden. Dies bedeutet, dass eine Aktivität des Subsystems zugelassen werden muss. Hierzu muss zusätzlich die von der Dominanzverteilung erzeugte Energie beobachtet werden. Genau um diesen Betrag darf das System aktiv werden. Wird diese Energie nicht von der beobachteten Energie der PCs subtrahiert, so wird die vom Verteiler 1 aktivierte Energie am PC der Slaveseite und die vom Verteiler 2 generierte Energie auf der Masterseite dissipiert. Hierauf wird in Kapitel 5.2.2 näher eingegangen.

### 5.1.3.4 Erweiterung auf das trilaterale System

Im folgenden Abschnitt sollen die gewonnenen Erkenntnisse auf das trilaterale System übertragen werden, welches in Abbildung 5.1 dargestellt ist.

Im Gegensatz zum bilateralen System zwischen Mentor und Slave befindet sich zwischen dem Slave und den Operatoren jeweils nur ein Dominanzsubsystem. Seriell zum Slaveport  $P_{15}$  sind zwei Dominanzen implementiert, während bei den Operatoren jeweils nur eine serielle Dominanz vorhanden ist. Für die Verstärker 1 bis 4 gelten folgende Gleichungen:

$$e_{P13} = -\alpha e_{P11}, \quad (5.43)$$

$$e_{P14} = -(1 - \alpha)e_{P12}, \quad (5.44)$$

$$e_{P4} = -(1 - \alpha)e_{P3}, \quad (5.45)$$

$$e_{P6} = -\alpha e_{P5}. \quad (5.46)$$

Die Energie am Slaveport  $P_{15}$  errechnet sich somit zu

$$E_{P_{15}} = E_{P_{13}} + E_{P_{11}} + E_{P_{12}} + E_{P_{14}} = \quad (5.47)$$

$$= (1 - \alpha)E_{P_{11}} + \alpha E_{P_{12}}. \quad (5.48)$$

Entsprechend dem bilateralen System werden die Slavedominanzen aktiv, wenn ein Energiefluss von Slave zum jeweiligen Operator eintritt. Entgegengesetzt dissipieren die Dominanzsubsysteme 3 und 4 dann Energie.

Die Aktivität des Verstärkers 3 muss somit von der für den Mentor-PC beobachteten Energie subtrahiert und die Aktivität des Verstärkers 4 im Trainee-PC gutgeschrieben werden.



## 5.2 PO/PC-Konzepte

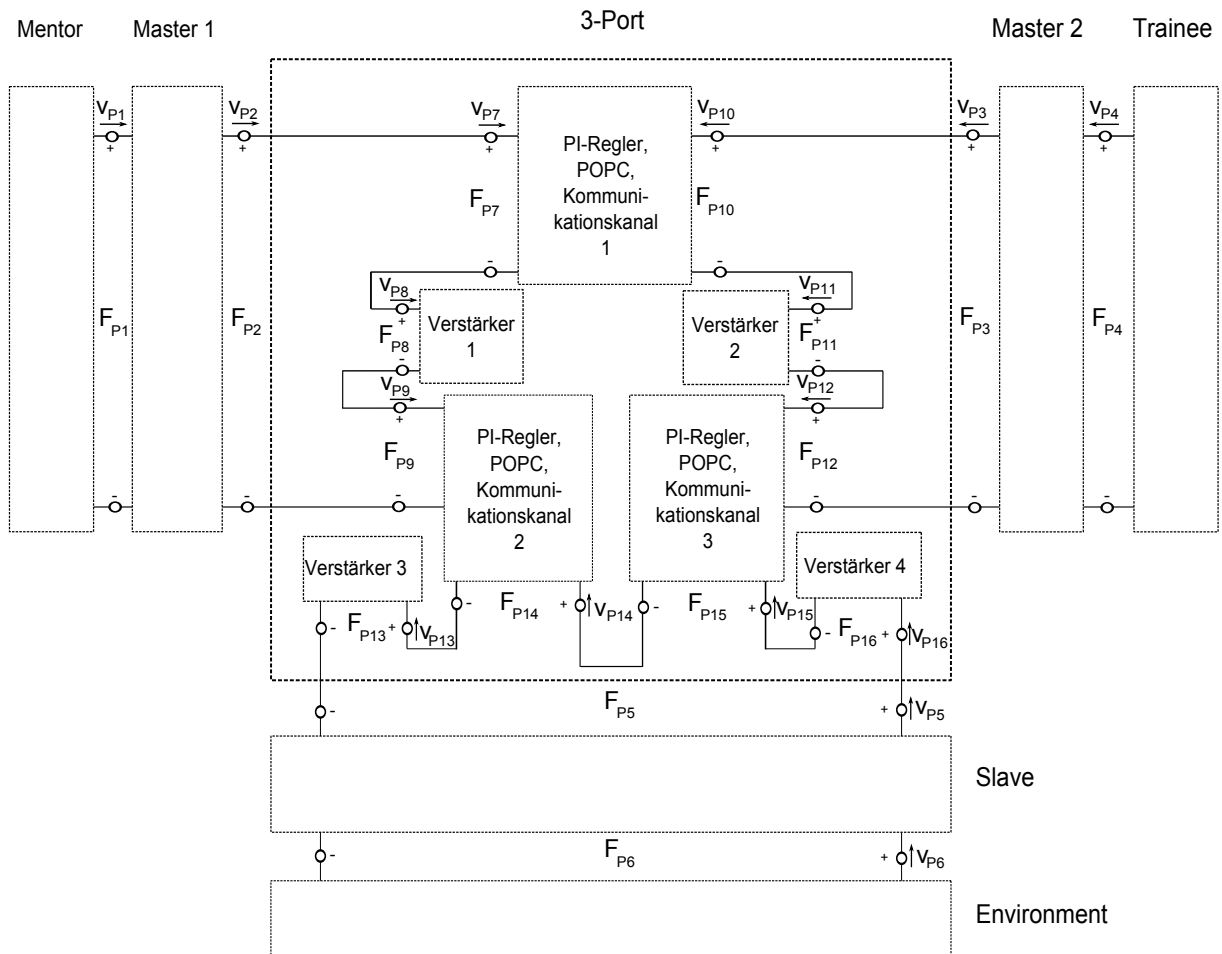
In den vorangehenden Kapiteln wurden die einzelnen Subsysteme bzgl. aktivem Verhalten untersucht. In diesem Kapitel werden mit den gewonnenen Erkenntnissen verschiedene Varianten des TDPAs im trilateralen System vorgeschlagen und analysiert. Diese verschiedenen Konzepte unterscheiden sich bzgl. ihrer Übertragbarkeit auf andere 3-Ports, bzgl. der Positionierung der Passivity-Controller und -Observer und deshalb auch in deren Konservativität. Einerseits kann die direkte Übertragung des bilateralen PO/PC auf jeden der drei Kommunikationskanäle erfolgen (Kapitel 5.2.1), andererseits kann ein weniger konservatives System aufgebaut werden, wenn beide zu einem Eingabegerät führenden Strecken gemeinsam betrachtet werden (Kapitel 5.2.2). Diese beiden Ansätze sollen in den nächsten Kapiteln konzipiert und dann bzgl. ihrer Konservativität in Kapitel 5.2.3 verglichen werden.

### 5.2.1 Kanal-PO/PC

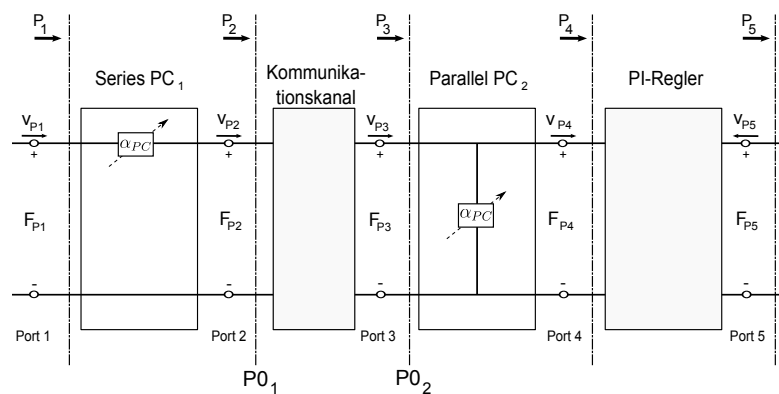
In Abbildung 5.8 ist ein trilaterales System dargestellt, in welches direkt das ursprüngliche Kanal-PO/PC-Konzept aus dem bilateralen PF-System übertragen wurde (vgl. Abbildungen 3.14 und 5.9). Der Passivitätsbeweis wurde für Kanal-PO/PCs schon in Kapitel 3.2.4.2 vorgenommen. Da dieser auf die drei PO/PC-Systeme der trilateralen Struktur ohne weiteres übertragbar ist, wird er hier nicht wiederholt. Da sich die dargestellte Kombination aus series und parallel PC in der bilateralen Teleoperation bewährt hat, wird diese auch in der trilateralen Version beibehalten. Gemäß der trilateralen PF-Struktur (Abbildung 3.7) befinden sich die PI-Regler auf Trainee- bzw. Slaveseite. Eine PP-Architektur, welche zu voller Symmetrie führen würde, ist mit Kanal-PO/PCs nur sehr aufwendig realisierbar, da keine energiekonjugierten Signale (zwei Positionen) durch den Kanal fließen.

### 5.2.2 Strecken-PO/PC

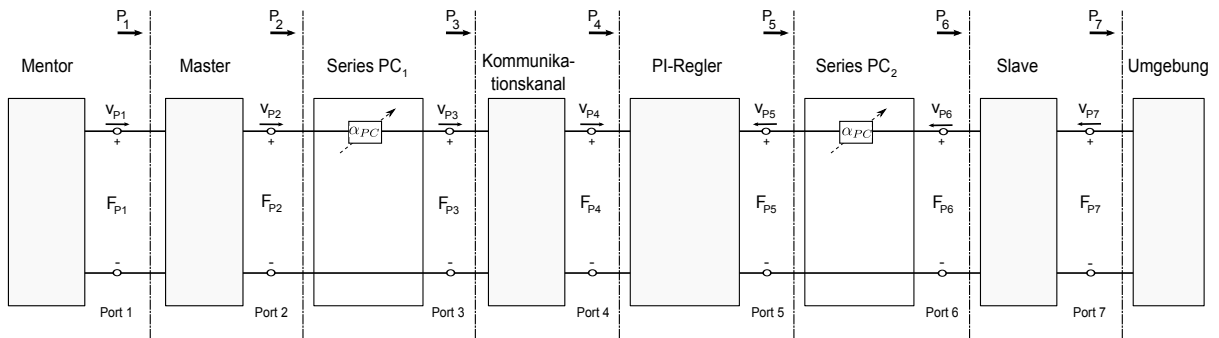
Die bilaterale Struktur ohne Dominanzverteilung für den Strecken-PO/PC (Strecke; Kommunikationskanal, PI-Regler, Dominanzsubsysteme) ist in Abbildung 5.10 dargestellt. Im Vergleich mit der bilateralen Struktur des Kanal-PO/PC-Ansatzes (Abbildung 3.14) fällt auf, dass die PCs sowohl Kommunikationskanal als auch PI-Regler umschließen. Deswe-



**Abbildung 5.8:** Trilaterale Netzwerkdarstellung mit Kanal-PO/PC (vgl. Abbildung 5.9): Die Verteilersubsysteme sind ab hier nicht mehr abgebildet, da sie keinen Einfluss auf das System haben.



**Abbildung 5.9:** Subsystem mit PI-Regler, PO/PC und Kommunikationskanal



**Abbildung 5.10:** Bilaterale Netzwerkdarstellung eines Strecken-PO/PC ohne Dominanzsubsysteme

gen wird der vorher parallele Slave-PC zu einem seriellen PC umgewandelt, da nun eine Korrektur der zum Slave fließenden Kraft in Abhängigkeit von dessen Geschwindigkeit erfolgen soll. Schon in [26] und [27] wurde ein solcher Strecken-PO/PC entworfen, in welchem nicht speziell der Kanal betrachtet wurde. Allerdings wurde in den referenzierten Arbeiten die Verzögerung der Energieinformation durch das Time Delay nicht berücksichtigt. Das Strecken-PO/PC-System hat gegenüber dem Kanal-PO/PC den Vorteil, dass aufgrund der Position der PCs in der trilateralen Version die je zwei zu einem Gerät führenden Strecken gleichzeitig durch einen PC geregelt werden können (Abbildung 5.14), wodurch, wie später gezeigt wird, die Konservativität reduziert werden kann. Zudem ist durch den neuen Ansatz auch eine PP-Architektur ohne Schwierigkeiten realisierbar, da die Kanalenenergie nicht abgegriffen werden muss. Im Folgenden wird das PO/PC-System, welches zwei Strecken gleichzeitig betrachtet 2-Strecken-PO/PC (2ST) und dasjenige, welches die Strecken separat betrachtet 1-Strecken-PO/PC (1ST) genannt.

Dieses PO/PC-System umfasst neben dem Kommunikationskanal die u.a. dissipierenden Elemente Regler- und Dominanzsubsysteme. Es kann somit geschehen, dass ein großer Energiespeicher aufgebaut wird, wenn die Aktivität der umschlossenen Subsysteme die Dissipation derselben nicht übersteigt.

In [27] wurde in einem vergleichbaren bilateralen Strecken-PO/PC ein P-Regler in die Strecke integriert. Im Gegensatz zu dem in dieser Arbeit verwendeten PI-Regler trat dort keine Reglerdämpfung auf, welche entsprechend dem in dieser Arbeit implementierten Dominanzsubsystem eine hohe Dissipation verursachen kann. Der in [27] entstehende

Energiespeicher hielt sich somit in Grenzen und konnte unberücksichtigt bleiben. Im Gegensatz dazu muss in dieser Arbeit der Energiespeicher begrenzt werden, da es sonst zu langen Phasen hoher Aktivität ohne PC-Eingriff kommen kann.

Je niedriger dieser zugelassene Energiespeicher ist, desto konservativer wird zwangsläufig das System. Das Limit ist systemspezifisch, so dass in jeder Implementierung erst der bzgl. der Konservativität optimale Wert empirisch ermittelt werden muss.

Im Gegensatz zum Kanal-PO/PC wird im Strecken-PO/PC nicht nur die Energie der Kommunikationskanal-Ports durch den PO/PC angeglichen, sondern das der gesamten Strecke. Dies führt dazu, dass (unter Vernachlässigung der Dominanzverteilung) maximal genau jene Energie, die von einem Gerät generiert wird, bei den anderen Parteien ankommt. Damit die Dominanzverteilung nicht dissipiert wird, muss deren Aktivität ermittelt und im PC berücksichtigt werden. Bzgl. des Umgangs mit der Regleraktivität bestehen zwei Ansätze, welche in den folgenden zwei Abschnitten vorgestellt werden.

**Dissipation der Regleraktivität im bilateralen System** In diesem Kapitel wird der Passivitätsbeweis (vgl. Kapitel 3.2.4.2) zu einem Strecken-PO/PC in einem bilateralen System ohne Dominanzverteilung durchgeführt, in welchem die Regleraktivität nicht berücksichtigt wird. Dies ist in der PP-Architektur nötig, da die Reglerenergie zum Kanal hin nicht abgegriffen werden kann. Jedoch ist dieses Vorgehen auch in anderen Architekturen relevant, da die Regleraktivität gering ausfällt. In der bilateralen Version muss folgende Ungleichung zwischen der verzögerungsbehafteten, beobachteten und der verzögerungsfreien Energie gelten:

$$E_{obs_{2Ch}}(t) < E_{x_{2Ch}}(t) \quad \text{bzw.} \quad E_{obs_{2Ch}}(t) - E_{x_{2Ch}}(t) < 0 \quad (5.49)$$

hierbei ist

$$\begin{aligned} E_{x_{2Ch}}(t) &= E_{P_2(t)} + E_{P_5(t)} \\ &= E_{P_2,in,M}(t) - E_{P_2,out,M}(t) + E_{P_5,in,S}(t) - E_{P_5,out,S}(t). \end{aligned} \quad (5.50)$$

Diese Energie wird in von Master zu Slave (L2R) und in von Slave zu Master (R2L) fließende Energien unterteilt:

$$E_{x_{2Ch}}^{L2R}(t) = E_{P_3,in,M}(t) - E_{P_5,out,S}(t), \quad (5.51)$$

$$E_{x_{2Ch}}^{R2L}(t) = E_{P_5,in,S}(t) - E_{P_3,out,M}(t). \quad (5.52)$$

Für diese richtungsbezogenen Energien lässt sich nun die observierte Energie berechnen:

$$E_{obs_{2Ch}}^{L2R}(t) = E_{P_3,in,M}(t - T_1) - E_{P_5,out,S}(t), \quad (5.53)$$

$$E_{obs_{2Ch}}^{R2L}(t) = -E_{P_3,out,M}(t) + E_{P_5,in,S}(t - T_2). \quad (5.54)$$

Folgende Ungleichungen können im Sinne des Passivitätsbeweises bestätigt werden:

L2R:

$$\begin{aligned} E_{P_3,in,M}(t - T_1) - E_{P_5,out,S}(t) - E_{P_2,in,M}(t) - E_{P_5,out,S}(t) \\ = E_{P_3,in,M}(t - T_1) - E_{P_5,out,S}(t) < 0, \end{aligned} \quad (5.55)$$

R2L:

$$\begin{aligned} -E_{P_3,out,M}(t) + E_{P_5,in,S}(t - T_2) - (-E_{P_2,out,M}(t) + E_{P_5,in,S}(t)) \\ = E_{P_5,in,S}(t - T_2) - E_{P_5,in,S}(t) < 0. \end{aligned} \quad (5.56)$$

Da es sich jeweils nur um monoton steigende Energien handelt, ist die Passivität immer garantiert.

**Berücksichtigung der Regleraktivität bzw. -dissipation im bilateralen System** In Kapitel 5.1.1 wurde gezeigt, dass der Regler aktiv werden kann. In dem im vorigen Kapitel vorgestellten PO/PC-Konzept wird diese Aktivität durch den PC dissipiert, wodurch die Effektivität des Reglers u.U. eingeschränkt wird. In diesem Kapitel soll daher ein Strecken-PO/PC in einem bilateralen System ohne Dominanzverteilung untersucht werden, in welchem die Regleraktivität gemäß dem Kanal-PO/PC-Ansatz nicht durch den PC gelöscht wird. Die Regleraktivität  $A_{Regler}(t)$  muss beobachtet werden und errechnet sich zu:

$$A_{Regler}^{L2R}(t) = \int_0^t P_A^{L2R}(\tau) d\tau$$

mit

$$P_A^{L2R}(t) = \begin{cases} P_4^{pos}(t) + P_5(t), & \text{wenn } P_5(t) < 0 \text{ und } P_4^{pos}(t) + P_5(t) < 0 \\ 0, & \text{wenn } P_4^{pos}(t) + P_5(t) \geq 0 \end{cases}$$

und

$$P_4^{pos} = \begin{cases} P_4(t), & \text{wenn } P_4(t) > 0 \\ 0, & \text{wenn } P_4(t) \leq 0 \end{cases}$$

bzw.

$$A_{Regler}^{R2L}(t) = \int_0^t P_A^{R2L}(\tau) d\tau$$

mit

$$P_A^{R2L}(t) = \begin{cases} P_4(t) + P_5^{pos}(t), & \text{wenn } P_4(t) < 0 \text{ und } P_5(t)^{pos} + P_4(t) < 0 \\ 0, & \text{wenn } P_5^{pos}(t) + P_4(t) \geq 0 \end{cases}$$

und

$$P_5^{pos} = \begin{cases} P_5(t), & \text{wenn } P_5(t) > 0 \\ 0, & \text{wenn } P_5(t) \leq 0. \end{cases}$$

Diese Beobachtung ist selbstverständlich - wie zuvor erklärt - nur in einer PF-Architektur möglich.

Die für den Passivitätsbeweis nötigen, verzögerungsfreien Energien lauten wie folgt:

$$E_{x_{2Ch}}^{L2R}(t) = E_{P_3,in,M}(t) - E_{P_5,out,S}(t) - A_{Regler}^{L2R}(t), \quad (5.57)$$

$$E_{x_{2Ch}}^{R2L}(t) = -E_{P_3,out,M}(t) + E_{P_5,in,S}(t) - A_{Regler}^{R2L}(t). \quad (5.58)$$

Für diese richtungsbezogenen Energien lässt sich nun die observierte Energie berechnen:

$$E_{obs_{2Ch}}^{L2R}(t) = E_{P_3,in,M}(t - T_1) - E_{P_5,out,S}(t) - A_{Regler}^{L2R}(t), \quad (5.59)$$

$$E_{obs_{2Ch}}^{R2L}(t) = -E_{P_3,out,M}(t) + E_{P_5,in,S}(t - T_2) - A_{Regler}^{R2L}(t - T_2). \quad (5.60)$$

Folgende Ungleichungen können im Sinne des Passivitätsbeweises bestätigt werden:

L2R:

$$\begin{aligned} & E_{P_3,in,M}(t - T_1) - E_{P_5,out,S}(t) - A_{Regler}^{L2R}(t) - (E_{P_3,in,M}(t) - E_{P_5,out,S}(t) - A_{Regler}^{L2R}(t)) \\ & = E_{P_3,in,M}(t - T_1) - E_{P_3,in,M}(t) < 0, \end{aligned} \quad (5.61)$$

R2L:

$$\begin{aligned} & - E_{P_3,out,M}(t) + E_{P_5,in,S}(t - T_2) - A_{Regler}^{R2L}(t - T_2) - (-E_{P_3,out,M}(t) + E_{P_5,in,S}(t) \\ & - A_{Regler}^{R2L}(t)) = E_{P_4,in,S}(t - T_2) - E_{P_4,in,S}(t) < 0. \end{aligned} \quad (5.62)$$

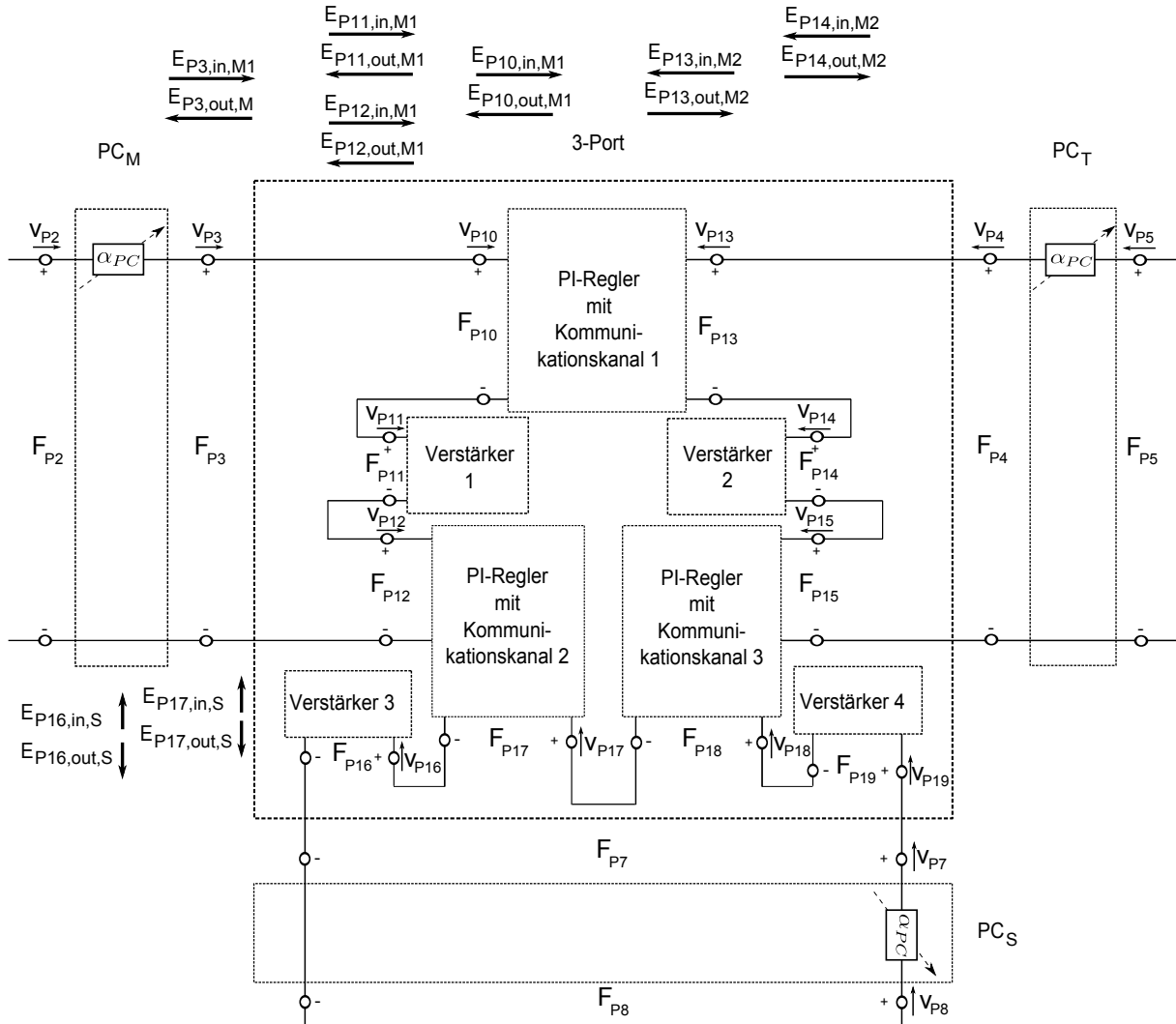
Da es sich jeweils nur um monoton steigende Energien handelt, ist die Passivität garantiert.

Da in dieser Arbeit ein weitestgehend allgemein gehaltenes PO/PC-System entwickelt werden soll, in welchem die POs und PCs möglichst nah an den terminierenden Subsystemen liegen sollen, wird im Folgenden das System unter Dissipation der Regleraktivität weiterverfolgt, welches auch die Implementierung einer PP-Architektur ermöglicht.

**Dissipation der Regleraktivität im trilateralen System** In Abbildung 5.11 sind die relevanten Energien des trilateralen Systems bezeichnet, anhand derer in diesem Abschnitt der trilaterale Passivitätsbeweis durchgeführt werden soll. Die Blöcke der Regler mit Kommunikationskanal können in diesem PO/PC-Konzept einer PF-Architektur (Abbildung 5.12) oder einer PP-Architektur entsprechen. Diese Wahl der Reglerarchitektur hat keinen Einfluss auf den Passivitätsbeweis. Im Folgenden soll nur der Energiefluss von Umgebung und Trainee zum Mentor  $E^{toM}$  betrachtet werden. Diese Betrachtung ist ausreichend und zugleich aufgrund von Symmetrie auch repräsentativ für die Trainee-Seite. Die relevanten Dominanzaktivitäten  $A_{14/16}^{Dominanz}$ , welche nicht dissipiert werden dürfen, errechnen sich zu:

$$A_{14}^{Dominanz}(t) = \int_0^t P_{A14}(\tau) d\tau \quad \text{mit} \quad (5.63)$$

$$P_{A14}(t) = \begin{cases} P_{14}(t), & \text{wenn } P_{14}(t) < 0 \\ 0, & \text{wenn } P_{14}(t) \geq 0 \end{cases} \quad (5.64)$$



**Abbildung 5.11:** Energienomenklatur im trilateralen Strecken-PO/PC-System mit Dominanzverteilung

und

$$A_{16}^{Dominanz}(t) = \int_0^t P_{A16}(\tau) d\tau \quad \text{mit} \quad (5.65)$$

$$P_{A16}(t) = \begin{cases} P_{16}(t), & \text{wenn } P_{16}(t) < 0 \\ 0, & \text{wenn } P_{16}(t) \geq 0 \end{cases} \quad (5.66)$$

Werden diese Dominanzaktivitäten (mit negativem Vorzeichen) nicht von der beobachteten Energie subtrahiert, ergibt sich eine unbrauchbare Positionsfolge wie sie in Abbildung 5.13 dargestellt ist.



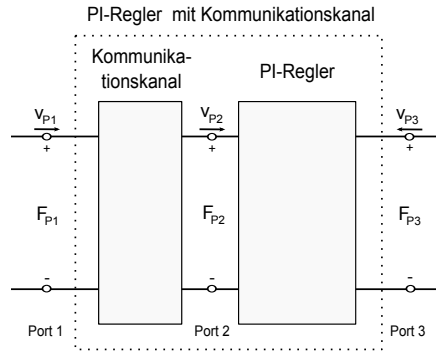


Abbildung 5.12: PI-Regler mit Kommunikationskanalpaar

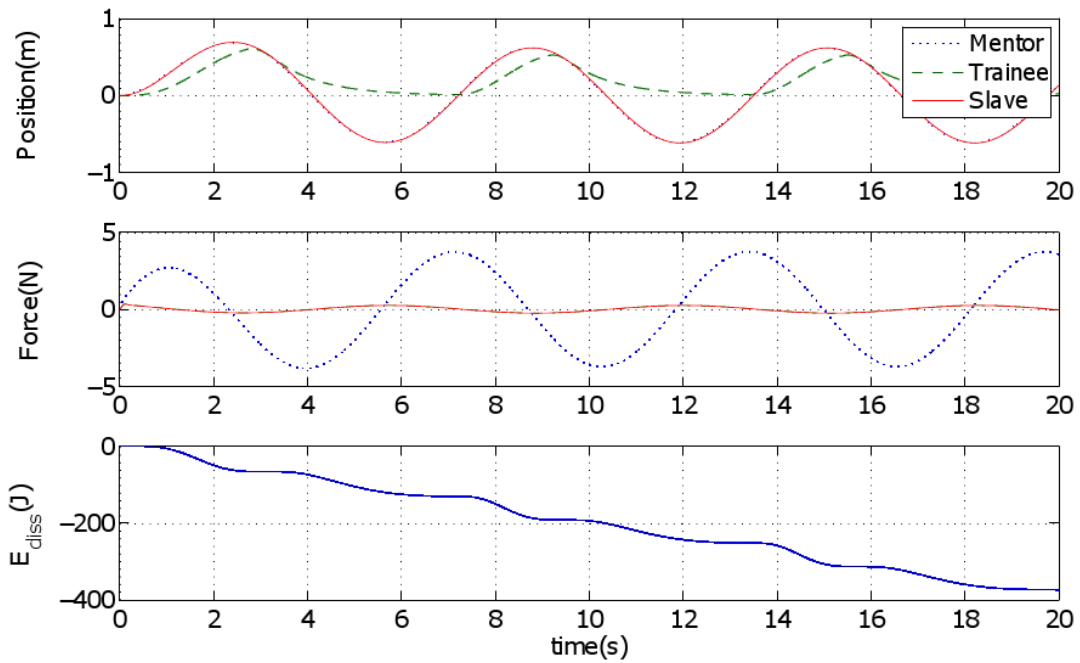


Abbildung 5.13: Positionsfolge unter Dissipation der Dominanzaktivität durch den PC:  
Die Positionsfolge des Trainee ist nicht ausreichend.

Die für den Passivitätsbeweis des 2-Strecken-PO/PC nötigen, verzögerungsfreien Energien lauten, wie folgt:

$$\begin{aligned}
 E_{x_{2Ch}}^{toM}(t) = & -E_{P_3,out,M}(t) + E_{P_{13},in,T}(t) + E_{P_{14},in,T}(t) - A_{14}^{Dominanz}(t) \\
 & + E_{P_{16},in,S}(t) + E_{P_{17},in,S}(t) - A_{16}^{Dominanz}(t).
 \end{aligned} \tag{5.67}$$

Für diese richtungsbezogenen Energien lässt sich nun die observierte Energie berechnen:

$$\begin{aligned}
E_{obs_{2Ch}}^{toM}(t) &= -E_{P_3,out,M}(t) + E_{P_{13},in,T}(t - T_2) + E_{P_{14},in,T}(t - T_2) \\
&\quad - A_{14}^{Dominanz}(t - T_2) + E_{P_{16},in,S}(t - T_4) + E_{P_{17},in,S}(t - T_4) \\
&\quad - A_{16}^{Dominanz}(t - T_4).
\end{aligned} \tag{5.68}$$

$T_2$  ist das Time Delay von Trainee und  $T_4$  dasjenige von Slave zu Mentor. Es gilt zudem:  $A_{14}^{Dominanz}(t) = E_{P_{14},in,T}(t)$  und  $A_{16}^{Dominanz}(t) = E_{P_{16},in,T}(t)$ . Folgende Ungleichung muss im Sinne des Passivitätsbeweises bestätigt werden:

$$\begin{aligned}
&-E_{P_3,out,M}(t) + E_{P_{13},in,T}(t - T_2) + E_{P_{17},in,S}(t - T_4) \\
&-(-E_{P_3,out,M}(t) + E_{P_{13},in,T}(t) + E_{P_{17},in,S}(t)) = \\
&= \underbrace{E_{P_{13},in,T}(t - T_2) + E_{P_{17},in,S}(t - T_4)}_{E(t-T_{2/4})} - \underbrace{(E_{P_{13},in,T}(t) + E_{P_{17},in,S}(t))}_{E(t)} < 0.
\end{aligned} \tag{5.69}$$

Da es sich sowohl in  $E(t)$ , als auch in  $E(t - T_{2/4})$  jeweils nur um Additionen und monoton steigende Energien handelt, kann durch das neu entwickelte PO/PC-System Passivität garantiert werden.

Der Passivitätsbeweis zum  $PC_S$  auf Slaveseite ist analog zu obigem und führt zu dem gleichen Ergebnis. Für den 1-Strecken-PO/PC gilt der Passivitätsbeweis des Kanal-PO/PC.

In Abbildung 5.14 sind die für die beiden Strecken-PO/PC-Versionen relevanten Passivity Observer dargestellt. Da der 1-Strecken-PO/PC die beiden zum Mentor führenden Strecken einzeln betrachtet, müssen im Gegensatz zum 2ST-PO/PC zwei POs ( $PO_A^{1ST}$  und  $PO_D^{1ST}$ ) für die austretenden Energien implementiert werden. Die von den Strecken-PO/PC-Systemen zu dissipierenden Energien lauten:

- 2ST-PO/PC:

$$\begin{aligned}
E_{obs}^{2ST}(t) &= E_{P_{13,14},in,T}(t - T_2) - \underbrace{A_{P_{14}}^{Dominanz}}_{\leq 0} + E_{P_{16,17},in,S}(t - T_4) \\
&\quad - \underbrace{A_{P_{16}}^{Dominanz}}_{\leq 0} - E_{P_3,out,M}(t) - E_{diss,M}(t - T_S)
\end{aligned}$$

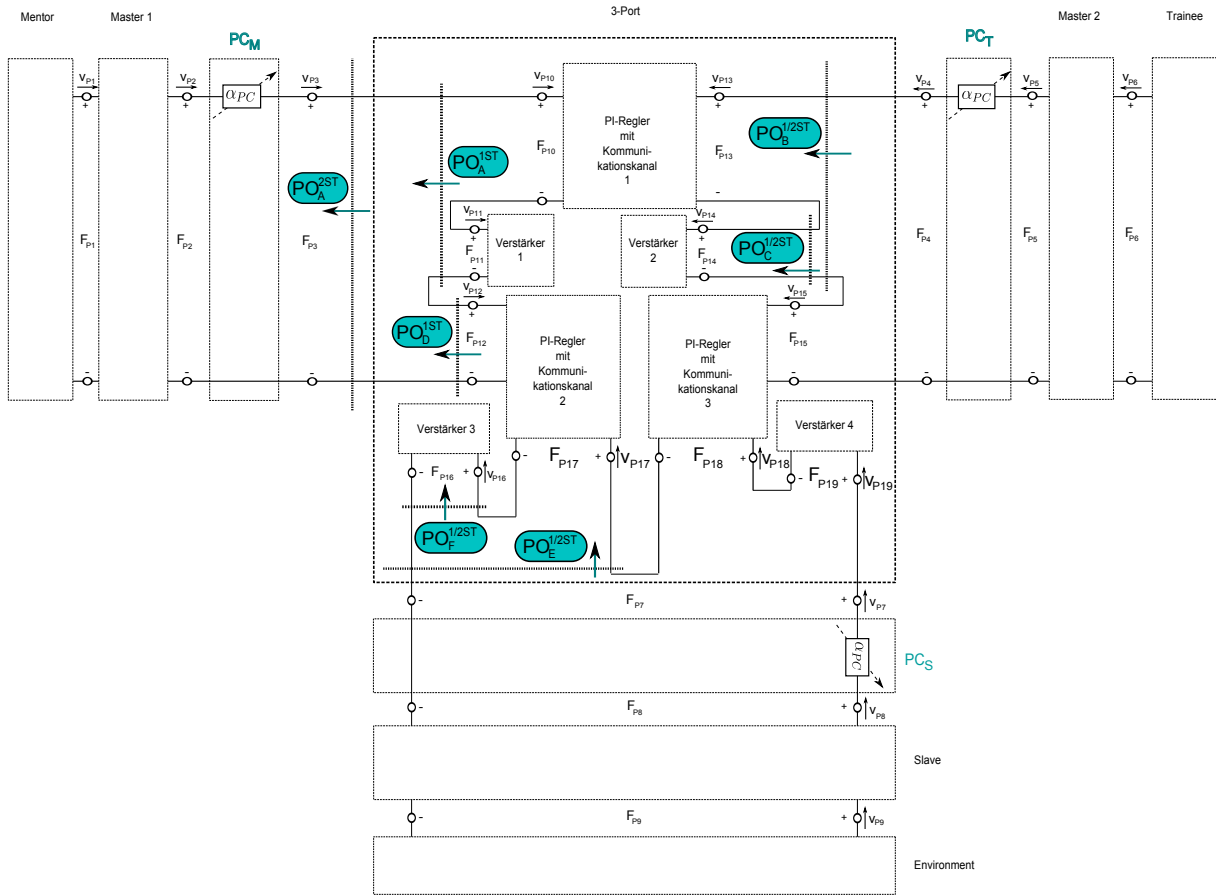


Abbildung 5.14: Positionen der Passivity Observer der 1- und 2-Strecken-PO/PC-Systeme für den Passivity Controller auf Mentorseite

- 1ST-PO/PC:

$$\begin{aligned}
 E_{obs}^{TM}(t) &= E_{P_{13,14},in,T}(t - T_2) - \underbrace{A_{P_{14}}^{Dominanz}}_{\leq 0} \\
 &\quad - E_{P_{10,11},out,M}(t) - E_{diss,TM}(t - T_S) \\
 E_{obs}^{SM}(t) &= E_{P_{16,17},in,S}(t - T_4) - \underbrace{A_{P_{16}}^{Dominanz}}_{\leq 0} \\
 &\quad - E_{P_{12},out,M}(t) - E_{diss,SM}(t - T_S)
 \end{aligned}$$

Entsprechend der bilateralen Version werden die bisher dissipierten Energien  $E_{diss}(t - T_S)$  berücksichtigt.

Der  $PC_M$  dissipiert nach folgenden Regeln:

- 2ST-PO/PC:

$$\alpha_{PC_M}(t) = \begin{cases} -\frac{E_{obs}^{2ST}(t)}{\Delta T v_{P_3}(t)^2}, & \text{wenn } E_{obs,2ST}(t) < 0 \\ 0, & \text{wenn } E_{obs,2ST}(t) \geq 0 \end{cases} \quad (5.70)$$

- 1ST-PO/PC:

$$\alpha_{PC_M}(t) = \begin{cases} -\frac{E_{obs}^{TM}(t)+E_{obs}^{SM}(t)}{\Delta T v_{P_3}(t)^2}, & \text{wenn } E_{obs}^{TM}(t) < 0 \text{ und } E_{obs}^{SM}(t) < 0 \\ -\frac{E_{obs}^{TM}(t)}{\Delta T v_{P_3}(t)^2}, & \text{wenn } E_{obs}^{TM}(t) < 0 \text{ und } E_{obs}^{SM}(t) \geq 0 \\ -\frac{E_{obs}^{SM}(t)}{\Delta T v_{P_3}(t)^2}, & \text{wenn } E_{obs}^{TM}(t) \geq 0 \text{ und } E_{obs}^{SM}(t) < 0 \\ 0, & \text{wenn } E_{obs}^{TM}(t) \geq 0 \text{ und } E_{obs}^{SM}(t) \geq 0 \end{cases} \quad (5.71)$$

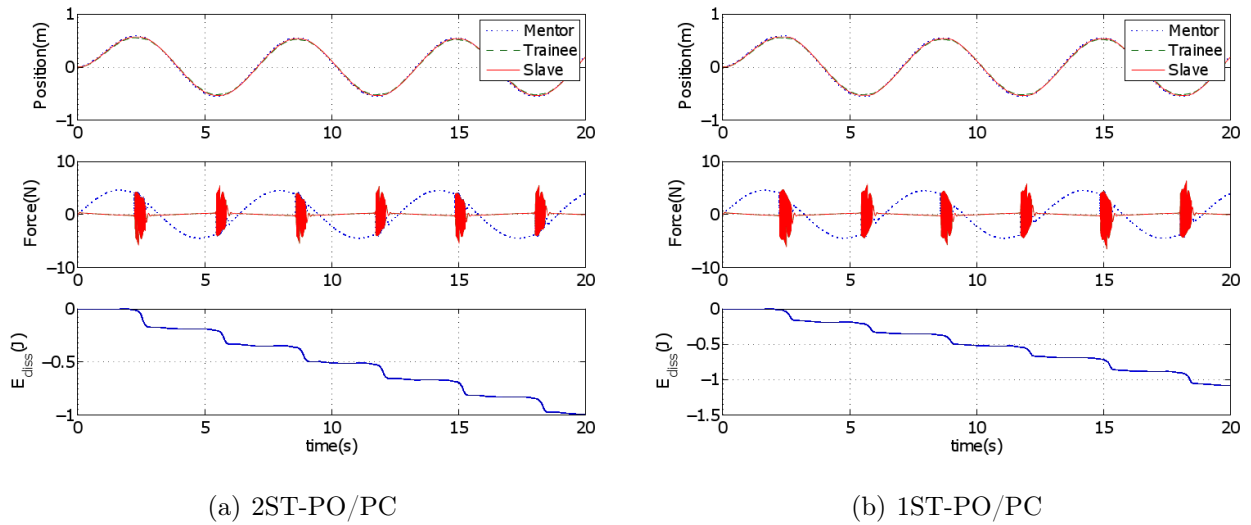
### Vergleich der Konservativität und Performanz zwischen 1-Strecken und 2-Strecken-

**Version** In diesem Abschnitt soll die Konservativität des 2-Strecken-PO/PCs mit der des 1-Strecken-PO/PC in einer PP-Architektur verglichen werden. Um die Konservativität zu beurteilen, kann die dissipierte Energie herangezogen werden, welche von einer vergleichbaren Operatoraktivität herrührt. Hierzu wird in der Simulation die Geschwindigkeit eines Operators vorgegeben. In den Abbildungen 5.15 und 5.16 ist das Verhalten des Systems bei einem Kanaldelay von 10ms unter verschiedenen Dominanzen zu sehen. Der Trainee lässt sich wieder unter leichtem Griff führen. Unter allen Dominanzen wird in der separaten 1ST-Betrachtung mehr Energie dissipiert. Der PC greift hier somit stärker ein.

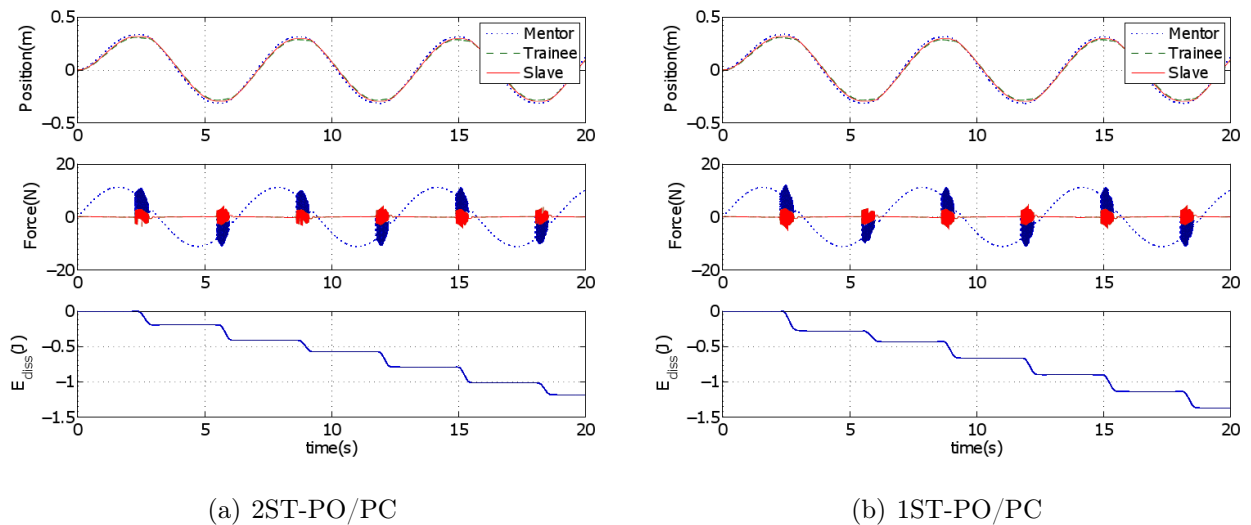
Der Effekt der Konservativitätsreduktion beruht darauf, dass eine eventuelle Energie-dissipation in einer Strecke die Aktivität in der anderen Strecke zu einem gewissen Teil aufhebt, so dass der PC seltener eingreifen muss. Da bei hohen Zeitverzögerungen die Aktivität des Kommunikationskanals einer Strecke sehr hoch ist, übersteigt die Dissipation des Reglers und der Dominanzsubsysteme einer Strecke die Aktivität der anderen Strecke seltener. Bei hohen Time Delays besteht bzgl. der 2ST-Version somit nur ein geringer Konservativitätsvorteil.

### 5.2.3 Vergleich des Kanal- mit dem 2-Strecken-PO/PC-System

Im Folgenden soll das Systemverhalten unter den grundlegend unterschiedlichen Kanal- und 2-Strecken-PO/PC-Systemen verglichen werden. Da in der Kanal-Version eine PP-Architektur nur sehr aufwendig verwirklicht werden kann, wird hier für beide Konzepte



**Abbildung 5.15:** Vergleich von 1ST- und 2ST-PO/PC unter  $\alpha = 1$ : Bei einer Zeitverzögerung von  $T=10\text{ms}$  (pro Kanalrichtung) zeigt sich, dass die dissipierte Energie in der 2-Strecken-Version niedriger ist, als in der 1-Strecken-Version. Die Positionsfolge ist in beiden Fällen sehr gut.



**Abbildung 5.16:** Vergleich von 1ST- und 2ST-PO/PC unter  $\alpha = 0.5$ : In der 2-Strecken-Version wird unter einer Zeitverzögerung von  $T=10\text{ms}$  (pro Kanalrichtung) weniger Energie dissipiert, als in der 1-Strecken-Version. Bzgl. der Positionsfolge lässt sich kein Unterschied erkennen.

eine PF-Architektur vorgesehen. In den Versuchen wurde eine geringe Reglerdämpfung  $B=2\frac{Ns}{m}$  und eine Reglersteifigkeit von  $K=300\frac{N}{m}$  gewählt. Es ist zu erwähnen, dass sich

der PI-Regler der Mentor-Trainee-Srecke in diesem Experiment auf der Seite des Mentor befindet.

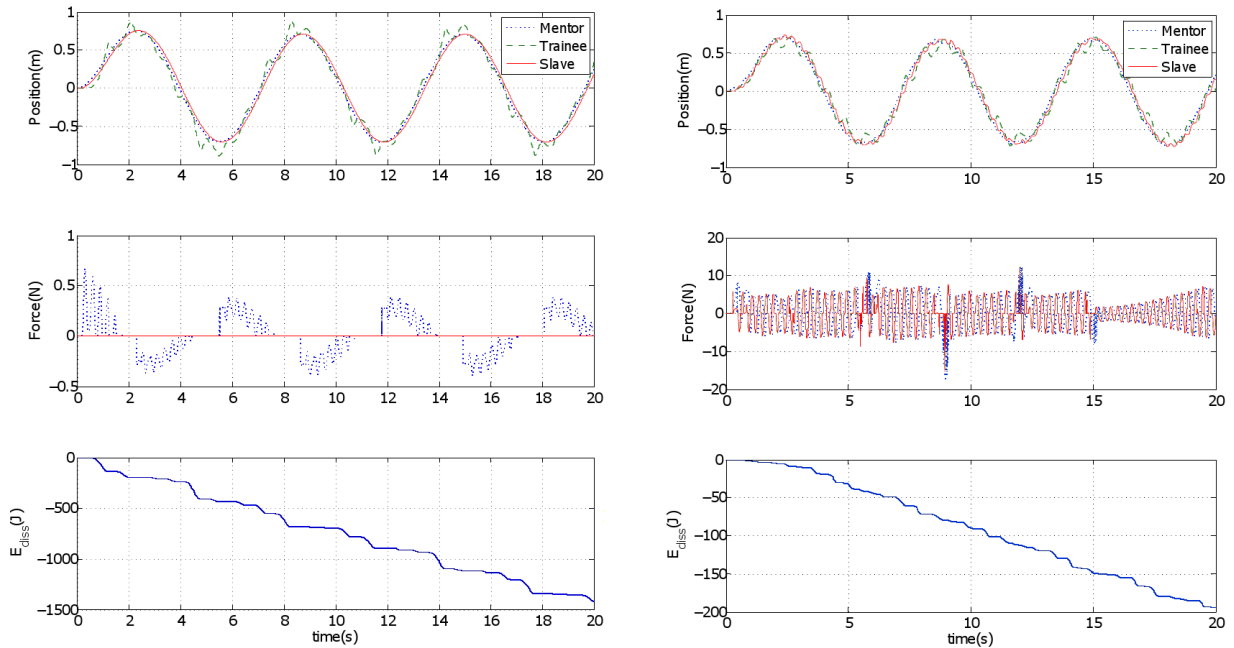
In den Abbildungen 5.17 bis 5.18 ist anhand der Höhe der dissipierten Energien  $E_{diss}$  zu erkennen, dass der PC unabhängig von der Dominanzverteilung in der Kanal-Version unter einem Roundtripdelay von 200ms (100ms pro Kanalrichtung) stärker eingreifen muss, als in der 2ST-Version. Der 2ST-PO/PC erweist sich somit als das System mit geringerer Konservativität.

In Abbildung 5.17 hat der Mentor die volle Dominanz und gibt die Bewegung vor, während der Trainee sich führen lässt. In Abbildung 5.18 verhalten sich beide Operatoren bei voller Dominanz des Trainee genau entgegengesetzt. Hierbei kann beobachtet werden, dass der Kanal-PO/PC im Gegensatz zum Strecken-PO/PC ein stark richtungsabhängiges Verhalten zeigt. Die Kanal-Version ist aus einem Admittanz- und einem Impedanz-PC aufgebaut, so dass jeweils die aus dem Kanal fließenden Signale gedämpft werden können. Da die aus der Strecke tretenden Signale Kräfte sind, besteht der 2ST-PO/PC aus zwei Impedanz-PCs. Aufgrund der Veränderung der Positionsinformation durch den Admittanz-PC ergibt sich nur im Kanal-PO/PC ein Positionsdrift, sobald der Trainee aktiv ist (siehe Abbildung 5.18(a)). In der entsprechenden Strecken-PO/PC-Simulation entstehen aufgrund des hohen Delays leichte Schwingungen, welche unter  $\alpha = 1$  in beiden TDPA-Versionen auftreten.

Das Verhalten des 2ST-PCs bzgl. der Positionsfolge erweist sich insgesamt jedoch als deutlich besser. Wie in Kapitel 6 beschrieben wird, gibt es auch Nachteile wie hochfrequente Signale unter Verwendung des Impedanz-PCs, welche jedoch durch spezielle Verfahren behoben werden können. Ebenso gibt es eine Methode, welche der Beschränkung des Positionsdrift im Kanal-PO/PC dient (siehe [35]). Die starke Richtungsabhängigkeit dieser TDPA-Version spricht allerdings gegen dessen Anwendung im trilateralen System, da hier symmetrische Resultate erwünscht sind.

#### 5.2.4 Vergleich Position-Position- und Position-Force-Architektur

Ein weiterer relevanter Vergleich bzgl. der Zeitverzögerung ist der von PF- und PP-Architektur, welche sich in einem verzögerungsfreien System bei symmetrischer Reglerpa-

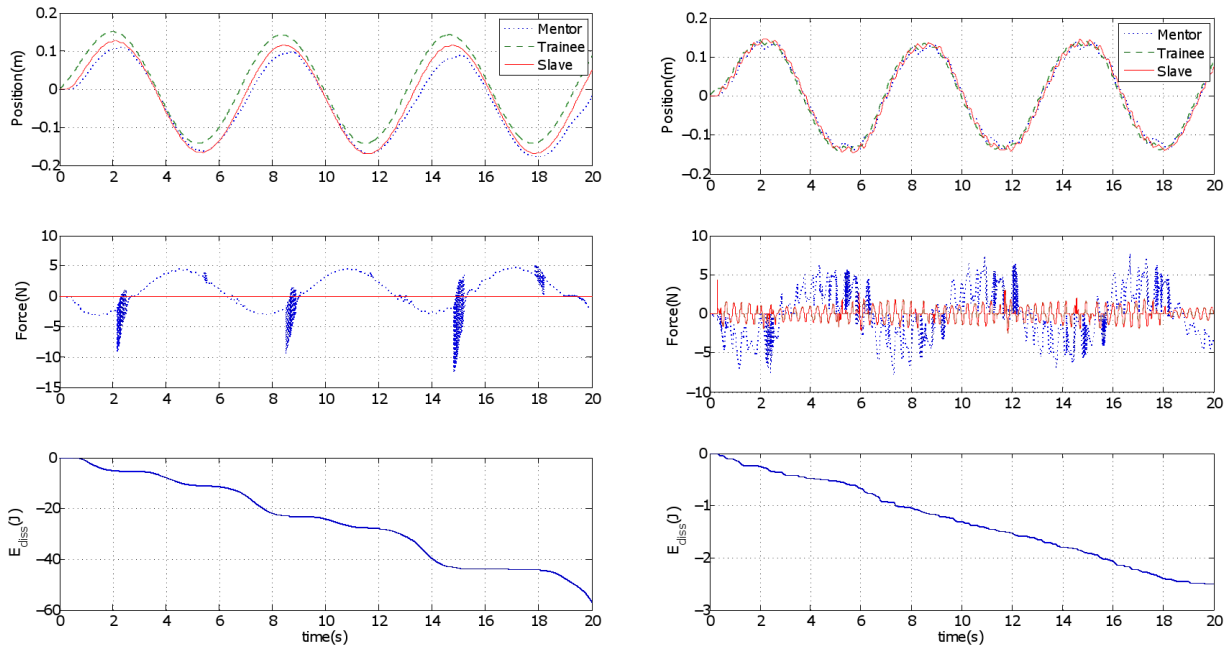


(a) Kanal-PO/PC

(b) 2ST-PO/PC

**Abbildung 5.17:** Vergleich von Kanal- und 2ST-PO/PC unter  $\alpha = 1$ : Bei einem Roundtripdelay von 200ms (100ms pro Kanalrichtung) ist die durch den Kanal-PO/PC dissipierte Energie  $E_{diss}$  eindeutig höher als im 2ST-PO/PC. In beiden TDPA-Versionen treten Schwingungen auf, welche aus der hohen Zeitverzögerung resultieren. Diese Schwingungen sind im Kanal-PO/PC stärker ausgeprägt.

parameterwahl entsprechen. Im Sinne einer aussagekräftigen Gegenüberstellung wurden die Reglerparameter separat für die jeweilige Architektur optimiert. Für die PF-Architektur hat sich die Reglerparameterwahl  $B=8\frac{Ns}{m}$  und  $K=150\frac{N}{m}$  für ein Roundtripdelay von 200ms ergeben, während für die PP-Architektur dieselbe Dämpfung, aber eine Steifigkeit von  $K=300\frac{N}{m}$  als optimal ermittelt wurde. In den Graphen 5.19 bis 5.22 sind Simulationen mit Dominanzvariationen zu diesen Einstellungen dargestellt. Es wurden jeweils 2ST-PO/PC-Systeme implementiert. Während sich für die PP-Architektur bei  $\alpha = 1$  (Abbildung 5.19(b)) ein stabiles System ergibt, muss in der PF-Architektur der PC eingreifen.



(a) Kanal-PO/PC

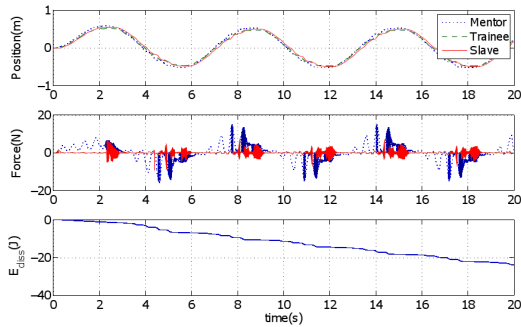
(b) 2ST-PO/PC

**Abbildung 5.18:** Vergleich von Kanal- und 2ST-PO/PC unter  $\alpha = 0$ : Die im Kanal-PO/PC-System dissipierte Energie  $E_{diss}$  ist unter einem Roundtrip-delay von 200ms eindeutig höher als unter Verwendung eines 2ST-PO/PC. Nur in der 2-Strecken-Version treten Schwingungen auf, welche aus der hohen Zeitverzögerung resultieren. Im Kanal-PO/PC-System hingegen ergibt sich ein Positionsdrift des Mentors.

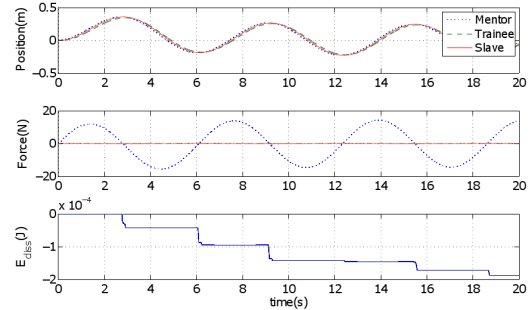
Zudem ist ersichtlich, dass in der PF-Struktur in allen Versuchen 5.19 bis 5.21 mehr Energie dissipiert wird, als in der PP-Architektur. In allen Abbildungen ist allerdings zu erkennen, dass die PP-Architektur die steifere Variante darstellt, da der Mentor bei vergleichbarer Aktivität in der PF-Architektur eine größere Bewegung ausführen kann. Auch bei Wandkontakt, welcher in beiden Architekturen trotz hohem Delay ordentlich ist, wird in der PF-Architektur mehr Energie dissipiert. Die Vergleichbarkeit des Niveaus der dissipierten Energie ist aufgrund der unterschiedlichen, resultierenden Bewegung eingeschränkt. Allerdings spricht das sehr stabile Verhalten der PP-Architektur unter  $\alpha = 1$



für diese Version. Zudem bietet nur die PP-Architektur eine absolute Symmetrie zwischen Mentor und Trainee.

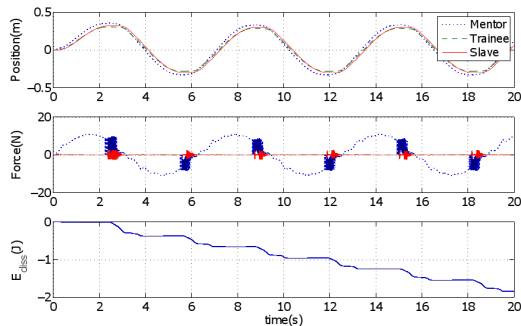


(a) PF-Architektur

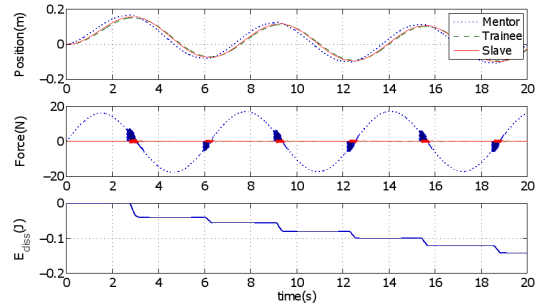


(b) PP-Architektur

**Abbildung 5.19:** Vergleich von PP- und PF-Architektur unter  $\alpha = 1$  bei  $T=100\text{ms}$ : Die Bewegung des Mentors fällt trotz gleicher Aktivität in der PP-Architektur geringer aus. Der PC greift nur in der PF-Architektur ein.

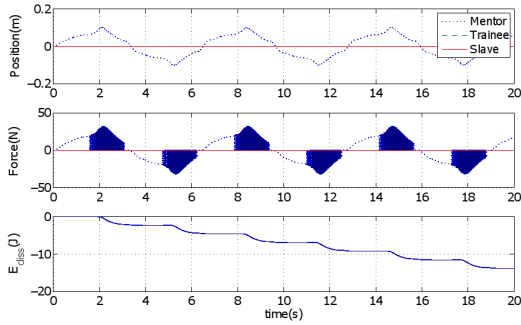


(a) PF-Architektur

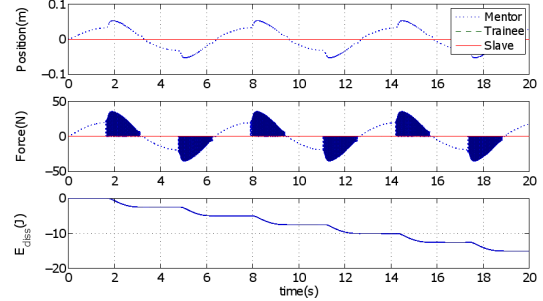


(b) PP-Architektur

**Abbildung 5.20:** Vergleich von PP- und PF-Architektur unter  $\alpha = 0.5$  bei  $T=100\text{ms}$ : Die Parteien führen in der PF-Architektur eindeutig größere Bewegungen aus. Beim Vergleich der dissipierten Energien ist zu erkennen, dass der PC in der PF-Architektur öfter eingreifen muss.

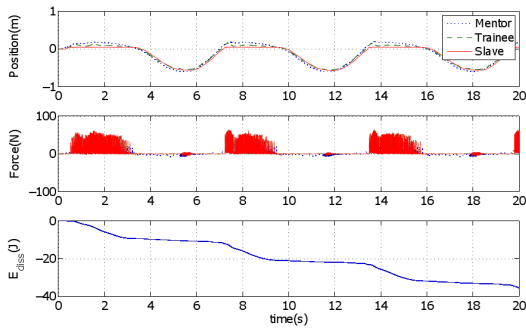


(a) PF-Architektur

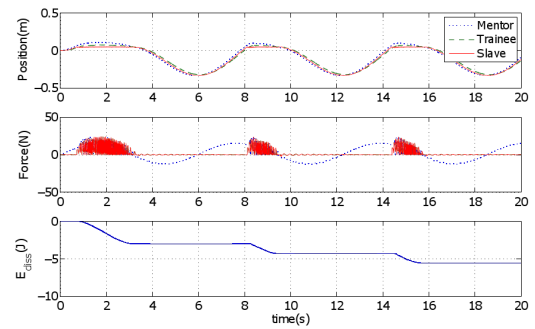


(b) PP-Architektur

**Abbildung 5.21:** Vergleich von PP- und PF-Architektur unter  $\alpha = 0$  bei  $T=100\text{ms}$ : In beiden Architekturen wird ähnlich viel Energie verbraucht. Die Bewegung des Mentors wird in der PP-Architektur stärker unterdrückt.



(a) PF-Architektur



(b) PP-Architektur

**Abbildung 5.22:** Vergleich von PP- und PF-Architektur unter  $\alpha = 1$  bei  $T=100\text{ms}$ : Unter Wandkontakt greift der PC in der PF-Architektur deutlich stärker ein, wie an der Höhe der dissipierten Energien zu erkennen ist.

# 6 Experimente

In den Simulationen des vorhergehenden Kapitels hat sich zusammenfassend ergeben, dass der 2ST-PO/PC in Verbindung mit der PP-Architektur die besten Ergebnisse bzgl. der Konservativität und der Positionsfolge erzielt. Zur Transparenz können anhand von Simulationen jedoch nur vage Aussagen getroffen werden. Um dies zu ermöglichen und die Übertragbarkeit der Theorie auf ein reelles Szenario zu validieren, werden in diesem Kapitel Experimente unter Verwendung unterschiedlicher Hardware vorgestellt.

## 6.1 Haptische Eingabegeräte

In dieser Arbeit kommen zwei verschiedene haptische Eingabegeräte zum Einsatz. Mit den „Falcons“, welche von der Firma Novint für den Computerspielermarkt entwickelt wurden, als Testbett werden die ersten Versuche durchgeführt. Für das endgültige Szenario kommen die 'Omegas' der Firma Force Dimension zum Einsatz.

### 6.1.1 Falcon

Der Falcon der Firma Novint ist ein sogenanntes Delta-3-Eingabegerät mit einer parallelen Gelenkkonfiguration und drei translatorischen Freiheitsgraden. In [32] wurde der Falcon auf seine Anwendbarkeit als Robotersteuergerät untersucht. Da der Falcon nicht echtzeitfähig ist und ein relativ großes Spiel in den Gelenklagerungen aufweist, kann dieses Gerät nur als Testbett zum Einsatz kommen. Weil bisher keine Kommunikationsmöglichkeit zwischen diesen Eingabegeräten und dem Programm Matlab am DLR bestand, wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Schnittstelle programmiert. Von der Gruppe 'Nonpolynomial' [29] wurde bereits ein open-source Linux-Treiber und eine zugehörige C++-Bibliothek mit der nötigen Vorwärtskinematik und der inversen Kinematik, welche in [30] entwickelt



**Abbildung 6.1:** Falcon der Firma Novint (Bild aus [28])

wurde, veröffentlicht. Diese Programme wurden als Grundlage dieser Arbeit verwendet, wobei zusätzlich eine ARD-Net Schnittstelle integriert werden musste. Durch diese ARD-Net-Kommunikation ist es möglich, eine Shared-Memory-Verbindung mit SimuLink aufzubauen.

Für die Schwerkraftskompensation der Falcons standen unterschiedlich aufwendige Verfahren zur Debatte (z.B. [31]). Es hat sich hierbei jedoch herausgestellt, dass hierfür aufgrund der hohen Reibung in den Eingabegeräten eine konstante, von der Position des Eingabegeräts unabhängige Kraft ausreichend ist.

In den im Folgenden aufgeführten Experimenten wurden die Falcons gemeinsam über USB auf einem Linux-Rechner betrieben. Auf das dort ausgeführte, über den Real-Time-Workshop kompilierte Simulink-Modell wurde remote von einem weiteren Linux-Rechner zugegriffen.

Für die Versuche wurden die Reglerparameter zu  $B=6.5\frac{Ns}{m}$ ,  $K=500\frac{N}{m}$  und das Energiespeicherlimit zu 1mJ gewählt. Die Zeitverzögerung betrug in jeder Kanalrichtung 50ms (Roundtripdelay 100ms).

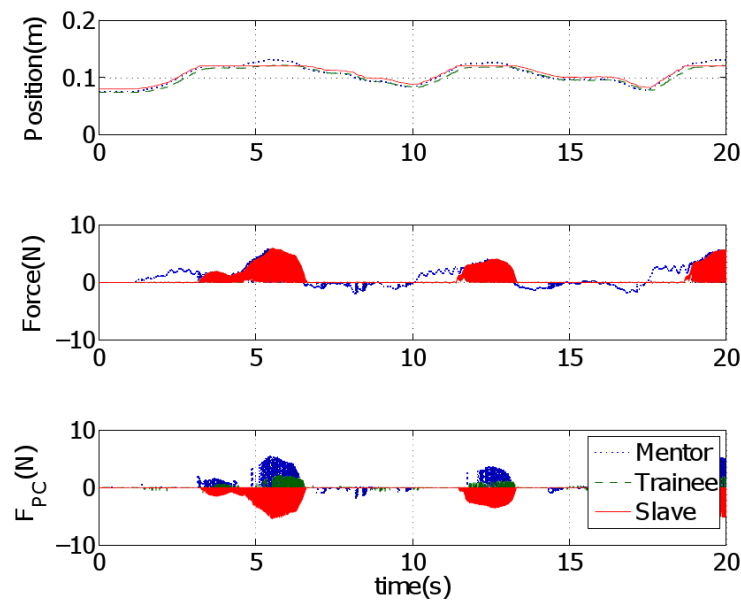
In den Abbildung 6.2 und 6.3 sind Experimente mit Wandkontakt des simulierten Slaves mit verschiedenen Dominanzverteilungen dargestellt. Unter voller Dominanz des Mentor (Abbildung 6.2) ist dieser Kontakt besonders gut ausgeprägt. Der Trainee, welcher keine zusätzliche Kraft aufwendet, um die virtuelle Wand zu überwinden, tritt nur leicht in die

Wand ein, während der Mentor in diese unter erhöhtem Kraftaufwand etwas stärker eindringen kann. Unter einer schwächeren Dominanzverteilung wird der Slave zunehmend von der Position des Trainee beeinflusst. Ohne Unterstützung des Trainee kann dann der Mentor die Wand nur schwer ertasten (vgl. Abbildung 6.3). Die Transparenz zur Umgebung leidet somit unter dem zunehmenden Einfluss der Traineeimpedanz. Die aus der einfachen Verarbeitung der Falcons resultierenden Reibungseffekte beeinträchtigen die Aussagekraft der durchgeführten Experimente stark. Dieses Experiment wird im nächsten Kapitel mit Omega-Eingabegeräten wiederholt. In einem Vergleich kann dann auf den Einfluss der Reibung und der daraus resultierenden Dissipation der Falcon-Geräte geschlossen werden.

Wie bei Wandkontakt (Abbildung 6.2 und 6.3) zu erkennen ist, werden während diesem hochfrequente Kräfte durch den PC auf Mentorseite generiert. Da diese PC-Kräfte auf das Eingabegerät des Mentor wirken, entsteht eine Vibration während des Wandkontaktes durch den Slave.

Durch die Anpassung des Energiespeicherlimits kann dieser Effekt etwas reduziert werden. Das Problem kann behoben werden, wenn anstatt eines Impedanz- ein Admittanz-PC an Mentor und Trainee implementiert wird. Anstatt der in die Master eintretenden Kräfte werden dann die austretenden Geschwindigkeitssignale durch den PC gedämpft. Das Ergebnis eines solchen Vorgehens ist anhand eines weiteren Vergleichs in den Abbildungen 6.4 und 6.5 zu sehen. Mit zwei Falcons im Master-Slave-System wurde ein Wandkontakt realisiert. Durch den Admittanz-PC werden die auf das Eingabegerät wirkenden Kräfte vermieden. Allerdings entsteht durch die erwähnte Verfälschung der Positionsinformation ein Positionsdrift (Abbildung 6.5). Im Gegensatz dazu ist in der Impedanzversion kein Positionsdrift (lediglich ein Offset) zu erkennen (Abbildung 6.4).

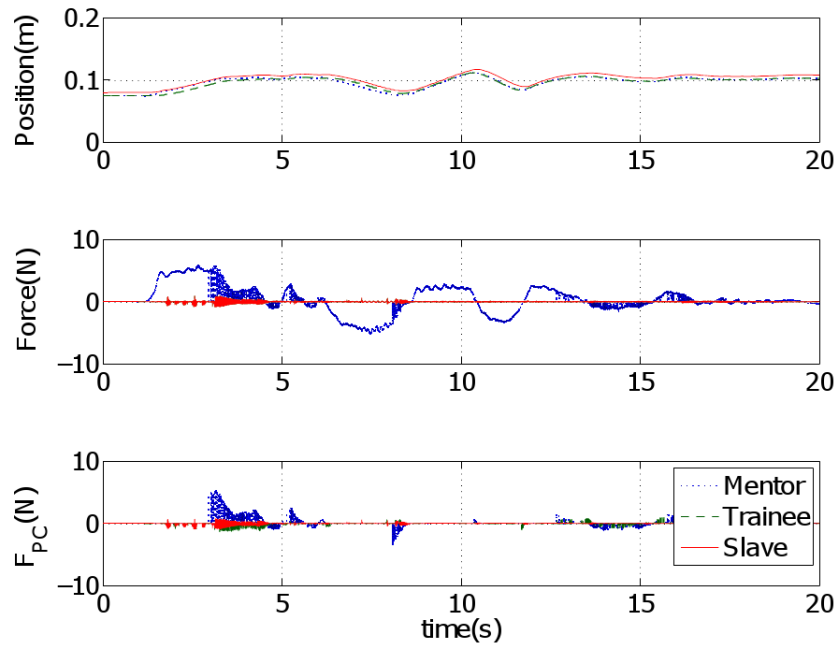
In [34] wurde ein neues Verfahren zur Glättung der hochfrequenten PC-Kräfte vorgestellt, welches im folgenden Kapitel näher erklärt und angewendet wird. Dieses Verfahren wird der Verwendung von Admittanz-PCs aufgrund des hier auftretenden Positionsdrifts vorgezogen. Durch die in [35] vorgeschlagene Methode kann dieses Problem behoben werden. In weiterführenden Studien sollte dieses Verfahren demjenigen zur Behebung der Vibration im trilateralen System gegenübergestellt werden.



**Abbildung 6.2:** Wandkontakt unter  $\alpha = 1$  und 100ms Roundtripdelay im Falcon-System: Dank guter Positionsfolge und trotz des Positionsoffsets ist der Wandkontakt eindeutig zu erkennen. Der Trainee tritt im Gegensatz zum führenden Mentor nicht in die Wand ein. Während des Kontakts treten hochfrequente PC-Kräfte  $F_{PC}$  auf.

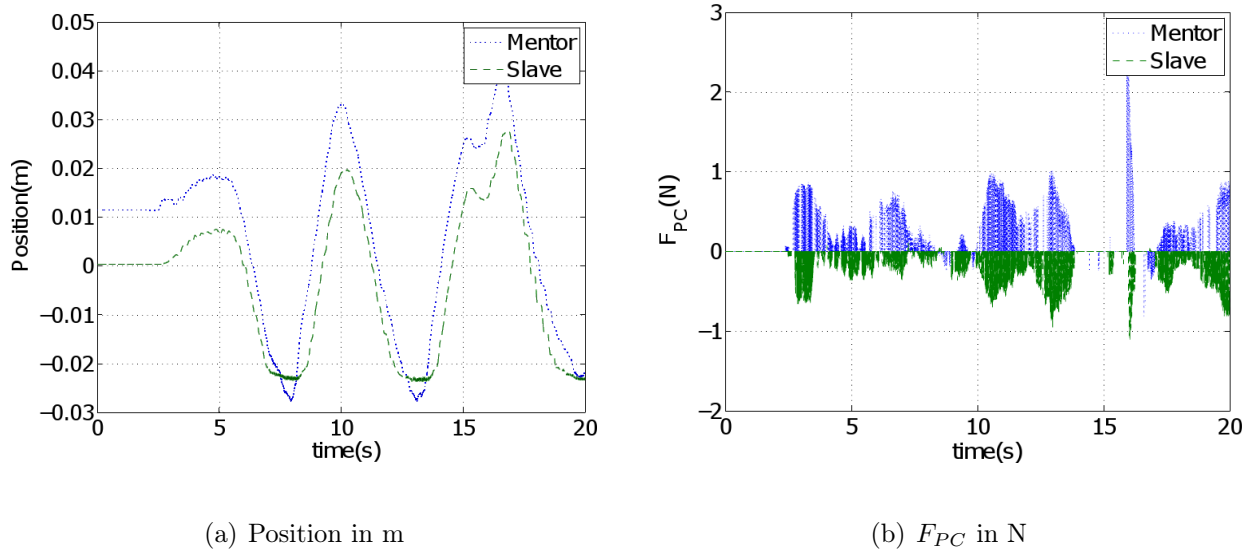
### 6.1.2 Omega

Im Gegensatz zum Falcon hat der Omega der Firma Force-Dimension, welcher ebenso eine parallele Basisgelenkstruktur aufweist, insgesamt sieben Freiheitsgrade. Neben den zusätzlichen drei rotatorischen Freiheitsgraden besteht noch ein als Greifer realisierter Freiheitsgrad (siehe Abbildung 6.6). Aufgrund ihrer hervorragenden Verarbeitung können die Omega-Eingabegeräte in einem Chirurgieszenario eingesetzt werden. Der Qualitätsunterschied macht den Vergleich zwischen Falcon und Omega interessant. Erst auf diesem echtzeitfähigen Gerät kann die Performance des PO/PC-Systems eindeutig validiert werden. Für die folgenden Experimente wurden die Omegas separat auf je einem QNX-Rechner über USB betrieben. Auf die kompilierten, über eine UDP-Verbindung kommunizierenden Simulink-Modelle wurde remote über einen Linux-Rechner zugegriffen.



**Abbildung 6.3:** Wandkontakt unter  $\alpha = 0.5$  und 100ms Roundtripdelay im Falcon-System: Obwohl die Positionsfolge sehr gut ist, ist der Wandkontakt kaum zu erkennen. Der lediglich leichte Griff des Trainee hat große Auswirkungen auf die Bewegungsmöglichkeiten des Mentors.

Für die folgenden Versuche wurden die Reglerparameter zu  $B=2\frac{Ns}{m}$   $K=400\frac{N}{m}$  und das Energiespeicherlimit für jeden PC zu  $E_{obs}^{Limit}=1\text{mJ}$  gewählt. Anhand der Experimente soll zuerst der Einfluss der Zeitverzögerung und der Dominanzverteilung auf die Positionsfolge untersucht und hierauf die Auswirkung des Traineeverhaltens unter Dominanzgleichgewicht näher betrachtet werden. Für die Experimente im Omega-System mit simuliertem Slave wurde die in [34] vorgeschlagene Methode implementiert, welche die durch die hochfrequente Aktivität des Passivity Controllers entstehende Vibration behebt. Die PC-Kraft wirkt hierbei auf ein virtuelles Masse-Feder-System. Die hieraus von diesem, einem Tiefpassfilter entsprechenden System generierte Kraft wird dann an Stelle der PC-Kraft in das trilaterale System eingespeist. Die Werte der virtuellen Masse und Steifigkeit müssen an die Master- und Slavegeräte des Systems angepasst werden. Im Vergleich zu den Experimenten der Falcons (Abbildung 6.2) ergibt sich in den Experimenten (Abbildung 6.7)



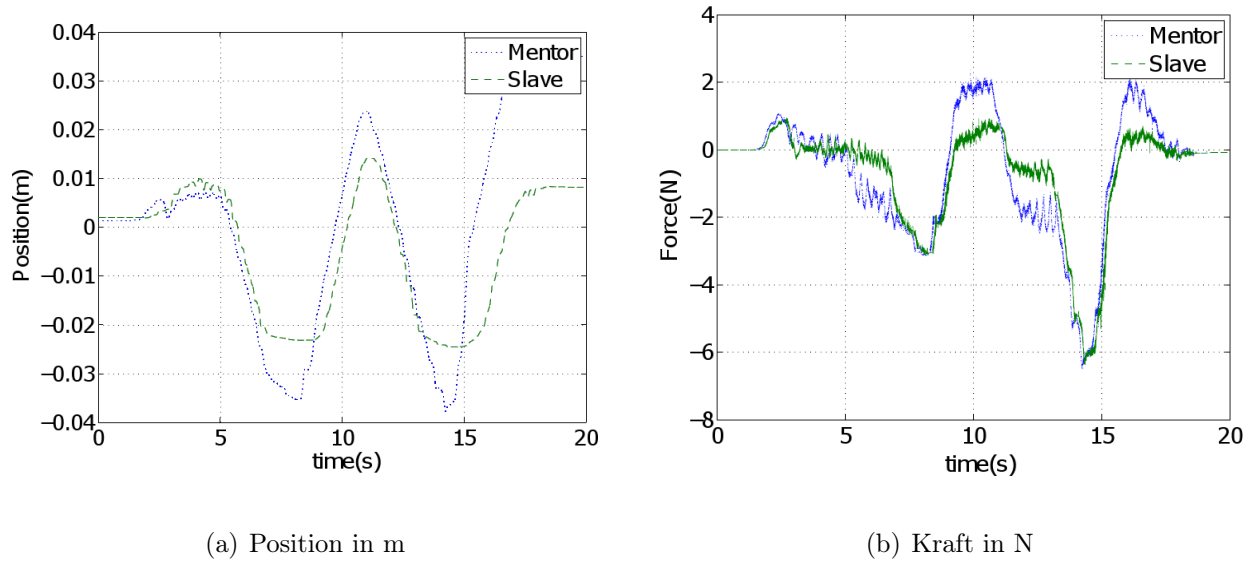
**Abbildung 6.4:** Wandkontakt unter Verwendung von Impedanz-Passivity-Controllern im bilateralen Falcon-System: Die Positionsabweichung resultiert aus dem anfänglichen Positionsoffset. Es ist kein Positionsdrift zu sehen, allerdings wirken hochfrequente PC-Kräfte  $F_{PC}$  (siehe Abbildung b).

unter Verwendung dieses Tiefpassfilters eine Glättung der PC-Kraft.

In den Abbildungen 6.7(a) und 6.7(b) sind Wandkontakte unter verschiedenen Zeitverzögerungen dargestellt. Die Positionsfolge wird durch die Erhöhung des Delays von 20ms auf 200ms Roundtripdelay kaum beeinträchtigt. Da der Mentor führt und somit Energie in das System einbringt, während der Trainee sich dieser Bewegung nicht widersetzt und somit eine passive Rolle übernimmt, steigt nur der Energiespeicher des Mentor-PC's bis zum Energielimit an. Die Reglersteifigkeit zwischen den Operatoren führt nicht zur absoluten Positionsfolge der Operatoren. Deswegen dringt der Mentor weiter in die virtuelle Wand ein als der Trainee, welcher hierzu zusätzliche Kraft aufwenden müsste. Sobald der Mentor sich aus der virtuellen Wand zurückbewegt (Abbildung 6.7(b)  $t=32s$ ), greift der Passivity Controller des Mentors ein. Die sozusagen in der gestauchten virtuellen Feder des Feder-Masse-Systems gespeicherte potentielle Energie wird hierbei frei. Die virtuelle Masse begrenzt die Schnelligkeit der Energiefreisetzung, da sie auf die Beschleunigung des jeweiligen Geräts wirkt.

Die in den Experimenten der Abbildung 6.8 vorgenommene Variation der Dominanzverteilung unter einem Roundtripdelay von 100ms wirkt sich im System der Omegas bei



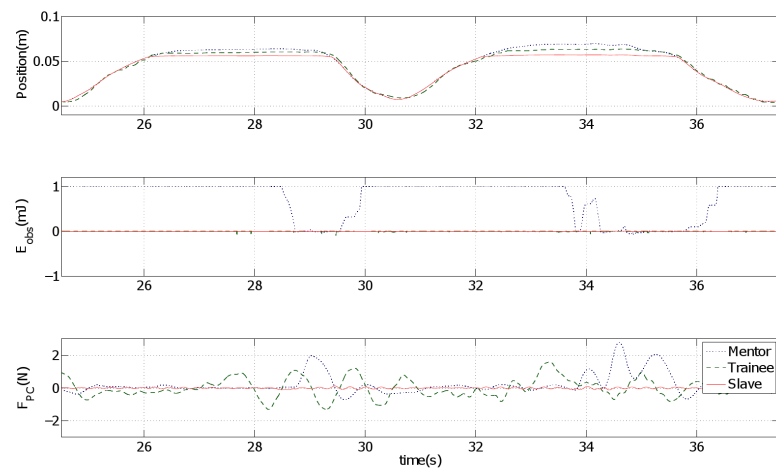


**Abbildung 6.5:** Wandkontakt unter Verwendung von Admittanz-Passivity-Controllern im bilateralen Falcon-System: Nach den Wandkontakten ( $T=8s$  und  $T=17s$ ) sind eindeutige gravierende Positionsdrifts zu erkennen. Die Eingabegeräte erfahren keine hochfrequenten Kräfte (siehe Abbildung b).

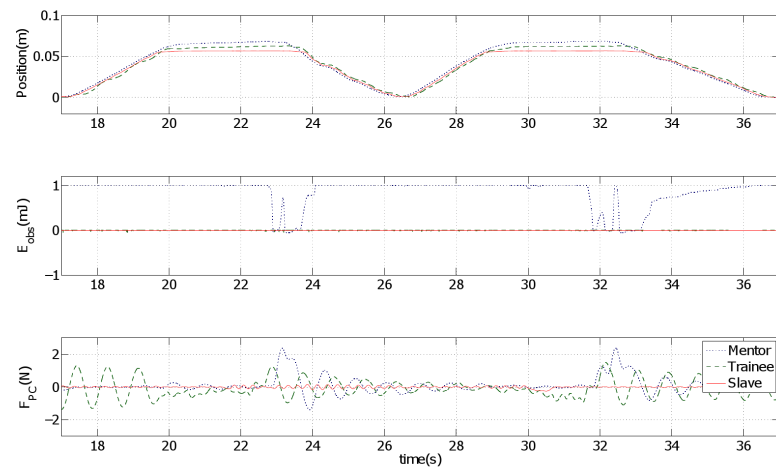


**Abbildung 6.6:** Omega der Firma Force Dimension (Bild aus [33])

lockerem Griff des Trainee nicht auf die Deutlichkeit des Wandkontakts aus. Hier ist ein starker Kontrast zu den Experimenten unter Verwendung der schlechter verarbeiteten Falcon-Eingabegeräte (Abbildungen 6.2 und 6.3) zu erkennen. Da im Gegensatz zu den Falcons kaum Reibung in den qualitativ hochwertigen Omegas auftritt, kann der Mentor



(a) 20ms Roundtripdelay

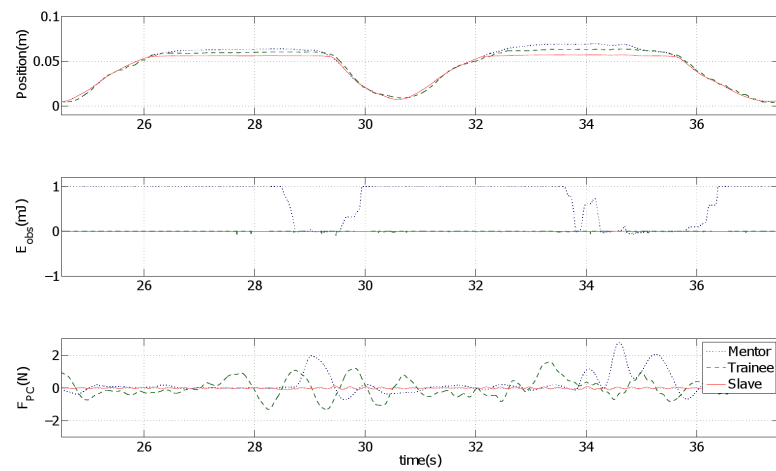
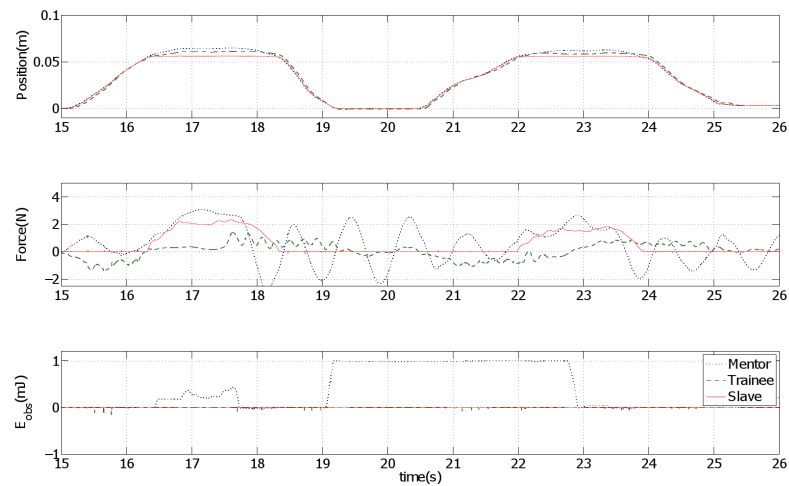


(b) 200ms Roundtripdelay

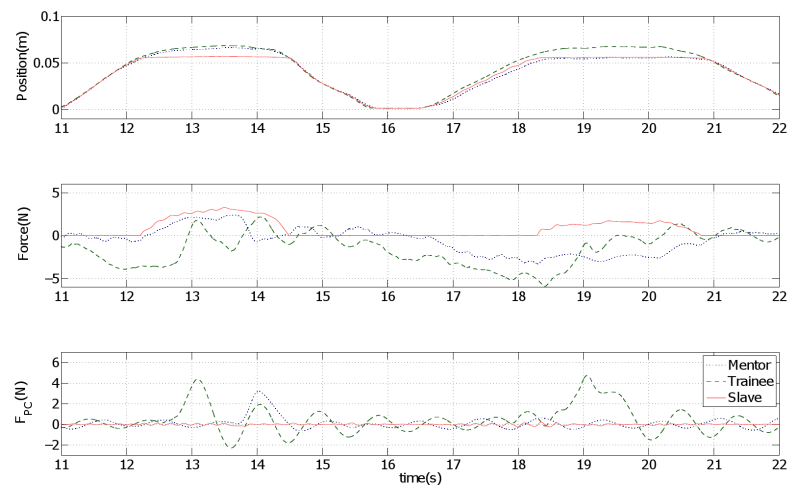
**Abbildung 6.7:** Wandkontakt im Omega-System unter verschiedenen Zeitverzögerungen,  $\alpha = 1$ : Unter voller Dominanz des Mentors ergibt sich unabhängig vom Ausmaß der Zeitverzögerung eine sehr gute Positionsfolge im Omega-QNX-System. Die vom Passivity Controller generierte Kraft  $F_{PC}$  ist trotz des Eindringens in die virtuelle Wand nicht hochfrequent.

den locker greifenden Trainee annähernd dissipationsfrei mitbewegen. Da der Mentor die führende und somit aktive Rolle hat, ergibt sich in dessen PC wie zuvor ein Energie-

speicher. In Richtung des Trainee und des Slaves wird dagegen durch den Kommunikationskanal Energie generiert, weshalb deren Passivity Controller immer wieder aktiviert werden. In Abbildung 6.9 sind zwei Wandkontakte zu sehen, in welchen das Verhalten des Trainee variiert wurde. Während des ersten Wandkontakts (12s-14,5s) unterstützt der Trainee die Bewegung des Mentors, so dass beide Operatoren in etwa gleich tief in die virtuelle Wand eindringen. Im Gegensatz dazu widersetzt sich der Trainee ab der 16. Sekunde der Bewegung des Mentors. Dieser muss deswegen mehr Kraft aufwenden, um entsprechend tief in die virtuelle Wand einzudringen. Der Slave befindet sich aufgrund der Gleichberechtigung ( $\alpha = 0,5$ ) der Operatoren in freier Bewegung (16,5s-18,5s) zentral zwischen deren Positionen. Zusammenfassend kann aus den Experimenten mit den Omega-Eingabegeräten geschlossen werden, dass durch das entwickelte trilaterale System unabhängig von der Zeitverzögerung und der Dominanzverteilung eine, mit der bilateralen Version vergleichbare Positionsfolge realisiert werden kann. Das vorgestellte Setup bietet eine solide Teststation für psychologische Studien, anhand derer die Trainingseignung verschiedener Regelungsarchitekturen validiert werden kann.

(a)  $\alpha = 1$ (b)  $\alpha = 0,5$ 

**Abbildung 6.8:** Wandkontakt im Omega-System unter Variation der Dominanzverteilung: Unter 100ms Roundtripdelay unter leichtem Griff des Trainee entspricht die Qualität der Positionsfolge für  $\alpha = 0,5$  derjenigen unter  $\alpha = 1$ . Da in beiden Fällen der Mentor die Führung übernimmt, entsteht im PO/PC-System des Trainee im Gegensatz zu dem des Mentor kein Energiespeicher.



**Abbildung 6.9:** Wandkontakt im Omega-System unter Variation der Operatorimpedanz,  $\alpha = 0, 5, 20$ ms Roundtripdelay: Während des ersten Wandkontakts (12-14,5s) unterstützt der Trainee die Bewegung des Mentors, so dass beide Operatoren weit in die virtuelle Wand eindringen. Ab der 16. Sekunde und während des zweiten Wandkontakts wendet der Trainee Kraft gegen die Führung des Mentors auf. Nur der Mentor dringt in die Wand ein. Die PC-Aktivität auf Seiten des Trainees ist höher als diejenige am Mentor.

## 7 Zusammenfassung

Das trilaterale Trainingsszenario konnte im Rahmen dieser Arbeit entscheidend weiterentwickelt werden. Im Gegensatz zu anderen referenzierten Implementierungen wurde eine Unabhängigkeit der Positionsfolge von der Dominanzverteilung erreicht, da keine Skalierung der Geschwindigkeit erfolgte. Zudem wurde das trilaterale Szenario zum ersten Mal als ein reales Teleoperationssystem mit Zeitverzögerung präsentiert. Hierzu wurde der Time Domain Passivity Approach auf das trilaterale System angewendet. Neben der direkten Übertragung des bilateralen PO/PC-Systems wurde eine Version entworfen, welche die zwei gesamten Strecken zwischen Slave- und Mastergeräten beobachtet. Auf diese Weise konnte die Konservativität des trilateralen TDP-Ansatzes reduziert werden. Die Berücksichtigung der Aktivität der Dominanzsubsysteme war im neu entwickelten Konzept nötig und realisierbar.

Bewährte Stabilitäts- und Transparenzkriterien der bilateralen Teleoperation konnten auf die trilaterale Teleoperation übertragen werden, wobei Einschränkungen bzgl. der Analyse unter Zeitverzögerung in Kauf genommen werden mussten. Aufgrund der Verwendung eines Passivitätskonzepts konnte der instabilisierende Einfluss der Zeitverzögerungen jedoch vernachlässigt werden, so dass keine konservative Auslegung der Reglerparameter erfolgen musste. Anhand spezieller Transparenzmaße für das trilaterale System konnte zudem der Einfluss der Dominanzverteilung und der Regelungsarchitektur auf die Transparenz untersucht werden. Unter den daraus gewonnenen Erkenntnissen konnte eine transparenzgerechte Reglerparameterwahl vorgenommen werden.

Die Experimente im Testbett mit Falcons auf Linux-Rechensystemen erreichte aufgrund von Reibungseffekten nicht die Qualität der zuvor vorgenommenen Simulationen. Anhand der hervorragend verarbeiteten Eingabegeräte „Omega“ der Firma Force-Dimension konnte jedoch das Potential des entwickelten Telechirurgietrainings verifiziert werden, da die

Vewendung der Omega-Devices unter der Verwendung von QNX-Rechensystemen verglichen mit dem Falcon-System zu einer Verbesserung der haptischen Transparenz führte. Die hochfrequenten Kraftänderungen des Passivity-Controllers konnte anhand eines virtuellen Feder-Masse-Systems geglättet werden, so dass die für Impedanz-PCs typische Vibration in den Ein- und Ausgabegeräten behoben werden konnte.

## 8 Ausblick

Nachdem die Analyse der Methoden, welche die Auswirkung der hochfrequenten Kraftgenerierung des Passivity-Controllers reduzieren, in dieser Arbeit aus Zeitgründen nur knapp behandelt werden konnte, soll im Anschluss eine ausführliche Analyse diesbezüglich erfolgen. Um den Positionsdrift unter der Verwendung von Admittanz-PCs zu unterbinden, kann der in [35] neu entwickelte Ansatz integriert werden, welche die Positionsfolge optimiert.

Da digitale Signale von den Encodern der Eingabegeräte versendet werden, ist die Implementierung eines Passive Continuous Discrete Time Converter (siehe [36]) denkbar, welcher die aus der Diskretisierung resultierenden Fehler reduziert.

Um die Aktivität des Reglers zu minimieren, welche durch den Passivity Controller dissipiert wird, kann ein intrinsisch passiver Regler implementiert werden. Es ist hierbei jedoch abzuwägen, ob die Transparenz durch die Dissipation des PC oder den passiven Regler stärker beeinträchtigt wird.

Nachdem in den bisherigen Untersuchungen lediglich vereinfachte Slave- und Umgebungsmodelle angewendet wurden, sollte das System im Anschluss an diese Arbeit anhand einer realitätsnahen Robotersimulation in einer komplexen Umgebung validiert werden. Hierzu muss der trilaterale TDPA auf ein 6-DOF-System erweitert werden. Nach Validierung des entwickelten Systems in dieser realitätsnahen Simulation sollte die Übertragung auf ein Chirurgierobotiksystem erfolgen.

Neben der medizinischen Anwendung sind selbstverständlich auch ähnliche Trainingsszenarien für z.B. roboterbasierte Reparaturarbeiten in der Raumfahrt oder am Meeresgrund denkbar.

Unter Einbindung von Kraftsensorik an Roboter und Eingabegeräten können ebenso aufwendigere Transparenzuntersuchungen, wie das Z-width-Verfahren, angewendet werden.



---

Bevor das entwickelte trilaterale Trainingssystem dann in einem chirurgischen Szenario angewendet werden kann, müssen selbstverständlich psychologische Studien zur Validierung der ermittelten Transparenz und zur Garantie eines optimalen Lerneffekts erfolgen.

# Literaturverzeichnis

- [1] M.C. Cavusoglu, W. Williams, *Robotics for Telesurgery*, Proceedings of the 39th Allerton Conference on Communication, Control and Computing, 2001.
- [2] S. Lichardopol, *A Survey on Teleoperation*, Department Mechanical Engineering, Technische Universiteit Eindhoven, 2007.
- [3] T. Haidegger, B. Benyó, *Force Sensing and Force Control for Surgical Robots*, Modelling and Control in Biomedical Systems, 7(1), 2009.
- [4] Blake Hannaford, *Time Domain Passivity Control of Haptic Interfaces*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 18(1), 2002, S. 1-10.
- [5] Jan Lunze, *Regelungstechnik 1*, 7. Auflage, Springer, Bochum, 2008.
- [6] H.A.C. Tilmans, *Equivalent circuit representation of electromechanical transducers: I. Lumped-parameter systems*, Journal of Micromechanics and Microengineering, 6(1), 1996, S. 157-176.
- [7] Göran A.V. Christiansson, *Introduction to Analysis and Control in Haptic Teleoperation*, Delft Haptics Laboratory, Delft University of Technology, 2007.
- [8] F.B. Llewellyn, *Some Fundamental Properties of Transmission Systems*, Proceedings of Institute of Radio Engineers, 1952, S.271-283.
- [9] E.F. Bolinder, *Survey of Some Properties of Linear Networks*, IRE Transactions on Circuit Theory, 4(3), 1957, S.70-78.
- [10] J.J. Abbott, A.M. Okamura, *Analysis of Virtual Fixture Contact Stability for Telem Manipulation*, International Conference on Intelligent Robots and Systems, Las Vegas, 2003.

- 
- [11] B. Willaert, B. Corteville, *Bounded Environment Passivity of the Classical Position-Force Teleoperation Controller*, International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2009, S.4622-4628.
- [12] R.C. Dorf *Modern Control Systems*, 4. Auflage, Addison-Wesley Publishing Company, California, 1986.
- [13] R.J. Anderson, M.W. Spong, *Bilateral Control of Teleoperators with Time Delay*, IEEE Transactions on Automatic Control, 34(5), 1989, S.494-501.
- [14] N. Hogan, *Controlling impedance at the man/machine interfaces*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1989, S.1626-1631.
- [15] S.S. Haykin, *Active Network Theory*, Addison-Wesley, London, 1970.
- [16] G. Niemeyer, E. Slotine, *Stable Adaptive Teleoperation*, IEEE Journal of Oceanic Engineering, 16(1), S.152-162.
- [17] Jordi Artigas, Jordi Vilanova, Carsten Preusche, *Time Domain Passivity Control-based Telepresence with Time Delay*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006, S.4205-4210.
- [18] Jee-Hwan Ryu, Carsten Preusche, *Stable Bilateral Control of Teleoperators Under Time-varying Communication Delay: Time Domain Passivity Approach*, The 16th IEEE International Symposium on Robot and Human interactive Communication, 2007, S.986-991.
- [19] Y. Yokokohji, T. Yoshikawa, *Bilateral control of master-slave manipulators for ideal kinesthetic coupling-formulation and experiment*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 10(5), 1994, S.605-620.
- [20] Behzad Khademian, Keyvan Hashtrudi-Zaad, *A Four-Channel Shared Control Architecture for Dual-User Teleoperation Systems*, IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2007, S.2660-2666.

- [21] Shahin S. Nudehi, *A Shared-Control Approach to Haptic Interface Design for Minimally Invasive Telesurgical Training*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 13(4), 2005, S.588-592.
- [22] S. Moghimi, *Haptic-enabled Collaborative Training with Generalized Force and Position Mappings*, Proceedings of the 2008 Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, 2008, S.287-294.
- [23] S. Katsura, *A Realization of Haptic Training System by Multilateral Control*, 30th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, 4, 2004, S.2768-2773.
- [24] Daniela Feth, Binh An Tran, *Shared Control Paradigms in Multi-Operator-Single-Robot Teleoperation*, Human Centered Robot Systems, Cognitive Systems Monographs, Springer, 2009, S.53-62.
- [25] Marwan Radi, Jordi Artigas, Carsten Preusche, Hubert Roth, *Transparency Measurement of Telepresence Systems*, Haptics: Perception, Devices and Scenarios, Springer Berlin, Heidelberg, 2008, S.766-775.
- [26] J.H. Ryu, D.S. Kwon, B. Hannaford, *Stable Teleoperation With Time-Domain Passivity Control*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 20(2), 2004.
- [27] J.H. Ryu, *Bilateral Control with Time Domain Passivity Approach Under Time-varying Communication Delay*, IEEE International Symposium on Robot and Human interactive Communication, 2007, S. 986-991
- [28] *product\_ffhaptic\_novint\_falcon.jpg* <http://www.inition.com.au/inition/images>, 04.08.2010.
- [29] K. Machulis, *Libnifalcon: Open source driver for the Novint Falcon*, <http://libnifalcon.nonpolynomial.com>, 2009.
- [30] R. E. Stamper, *A Three Degree of Freedom Parallel Manipulator with Only Translational Degrees of Freedom*, Department of Mechanical Engineering and Institute for Systems Research, University of Maryland, 1997.

- 
- [31] A. Formaglio, M. Fei, *Autocalibrated gravity compensation for 3DoF impedance haptic devices*, Proceedings of the 6th international conference on Haptics: Perception, Devices and Scenarios, 2008, S.43-52.
- [32] S. Martin, N. Hillier, *Characterisation of the Novint Falcon Haptic Device for Application as a Robot Manipulator*, Australasian Conference on Robotics and Automation, 2009.
- [33] *omega.3* <http://www.forcedimension.com/resources>, 04.08.2010.
- [34] Jordi Artigas, *Virtuelles Masse-Feder-System gegen hochfrequente Kraftgenerierung der Impedanz-Passivity-Controller*, interne Notiz, 30.07.2010.
- [35] Jordi Artigas, *Methode zur Vermeidung des Positionsdrifts unter Admittanz-Passivity-Controllern*, interne Notiz, 26.07.2010.
- [36] Jordi Artigas, Carsten Preusche, *Bilateral Energy Transfer in Delayed Teleoperation on the Time Domain*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2008, S.671-676.

# A Umstrukturierung eines trilateralen Blockschaltbilds

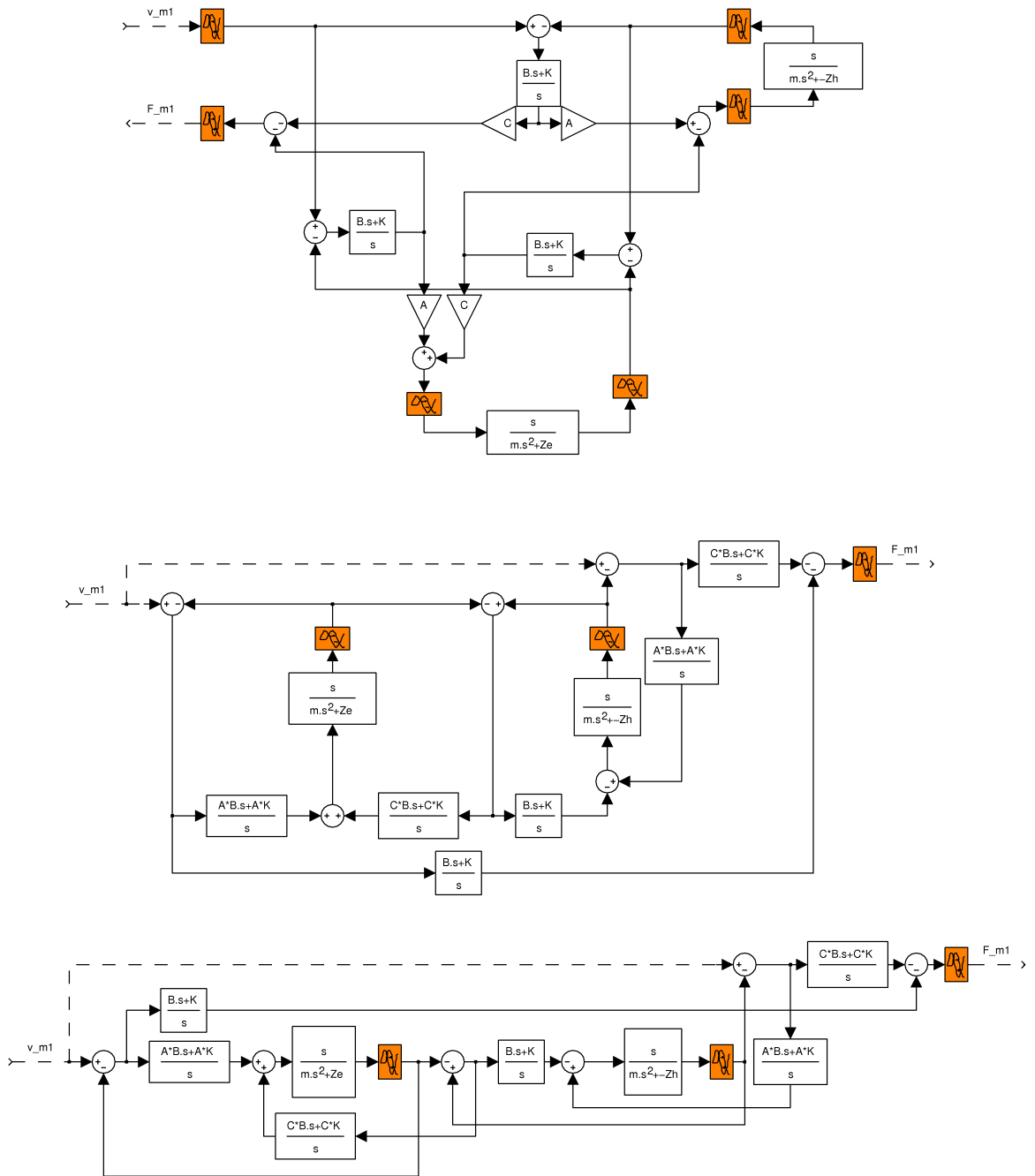


Abbildung A.1: Umstrukturierung des trilateralen Blockschaltbilds mit Zeitverzögerung am Beispiel der Übertragungsfunktion  $G_{11} = \frac{F_{m1}}{v_{m1}}$ ,  $A=\alpha$ ,  $C=1-\alpha$

# B Transparenz

## B.1 Khademian

### B.1.1 4-Channel-Reglersystem

Allgemeines 4-Channel-Reglersystem aus [7] mit Umgebungsimpedanz  $Z_e$ , Operatorimpedanz  $Z_h$ , Slaveadmittanz  $Z_s^{-1}$ , Masteradmittanz  $Z_m^{-1}$  und Reglerkomponenten  $C_i$  bzw. lokalen Reglern  $C_{m/s}$ . Der Operator führt die Kraft  $F_h^*$  in das System ein.

### B.1.2 Transmitted Impedance

1.  $\alpha = 1$

$$Z_{tot1} = \frac{1}{2} \frac{(2Z_c^2 - 2Z_c Z + 2Z_e Z_c + Z^2)}{(Z_c + 2Z_e)}$$

2.  $\alpha = 0.75$

$$Z_{tot1} = \frac{(0.125(23Z_c^3 - 8ZZ_c^2 + 26Z_e Z_c^2 - 5Z^2 Z_c - 6Z_e Z^2 + 12Z_e Z_c Z + 6Z^3) + 56Z_{h2} Z_c^2 + 24Z^2 Z_{h2} - 48ZZ_{h2} Z_c + 64Z_e Z_{h2} Z_c)}{(5Z_c^2 - 2Z_c Z + Z^2 + 16Z_e Z_{h2} + 8Z_e Z_c + 8Z_{h2} Z_c)}$$

3.  $\alpha = 0.5$

$$Z_{tot1} = \frac{(0.25(5Z_c^3 + 6Z_e Z_c^2 - 3Z^2 Z_c - 2Z_e Z^2 + 4Z_e Z_c Z + 2Z^3 + 12Z_{h2} Z_c^2) + 4Z^2 Z_{h2} - 8ZZ_{h2} Z_c + 16Z_e Z_{h2} Z_c)}{(3Z_c^2 - 2Z_c Z + Z^2 + 8Z_e Z_{h2} + 4Z_e Z_c + 4Z_{h2} Z_c)}$$

4.  $\alpha = 0.25$

$$Z_{tot1} = \frac{(0.125(23Z_c^3 - 8ZZ_c^2 + 26Z_e Z_c^2 - 5Z^2 Z_c - 6Z_e Z^2 + 12Z_e Z_c Z + 6Z^3) + 40Z_{h2} Z_c^2 + 8Z^2 Z_{h2} - 16ZZ_{h2} Z_c + 64Z_e Z_{h2} Z_c)}{(7Z_c^2 - 6Z_c Z + 3Z^2 + 16Z_e Z_{h2} + 8Z_e Z_c + 8Z_{h2} Z_c)}$$



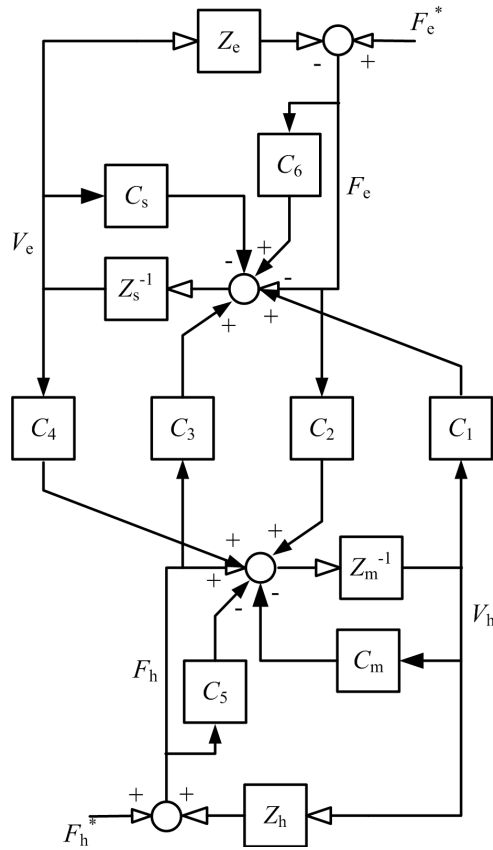


Abbildung B.1: 4-Channel-Regelungsarchitektur (Bild aus [7])

5.  $\alpha = 0$

$$Z_{to1} = \frac{1}{2} Z_c$$

### B.1.3 Transparency Transfer Function

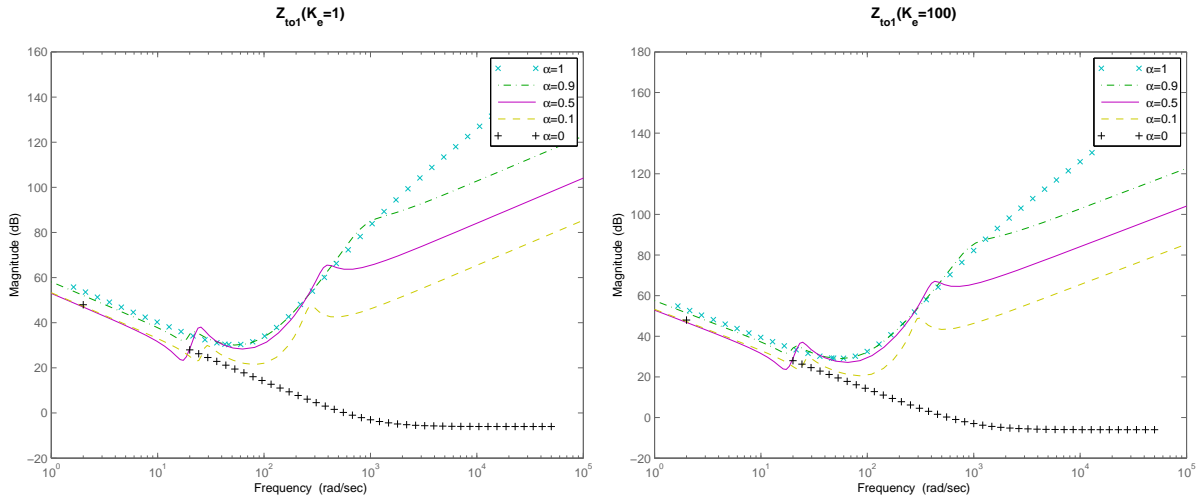
$$Z_d = Z_e$$

1.  $\alpha = 1$

$$G_{to1} = \frac{1}{2} \frac{(2Z_c^2 - 2Z_c Z + 2Z_e Z_c + Z^2)}{(Z_e(Z_c + 2Z_e))}$$

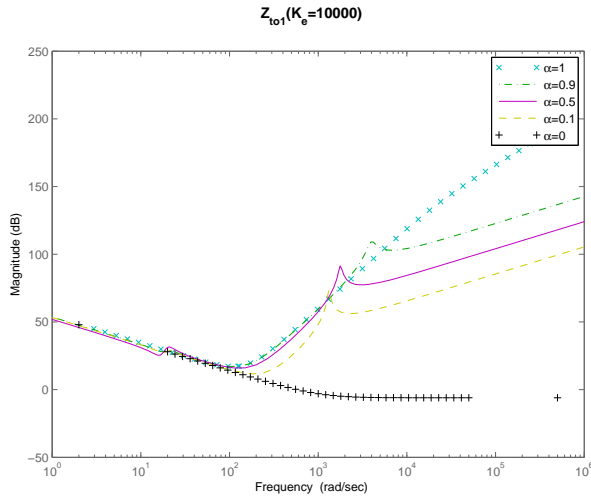
2.  $\alpha = 0.75$

$$G_{to1} = \frac{0.125(23Z_c^3 - 8ZZ_c^2 + 6Z^3 - 5Z^2Z_c + 26Z_eZ_c^2 + 12Z_eZ_cZ - 6Z_eZ^2)}{(5Z_c^2 - 2Z_cZ + Z^2 + 16Z_eZ_{h2} + 24Z^2Z_{h2} + 56Z_{h2}Z_c^2 - 48ZZ_{h2}Z_c + 64Z_eZ_{h2}Z_c) + 8Z_{h2}Z_c + 8Z_eZ_c} Z_e$$



(a) Sehr weiche Umgebung ( $K_e = 1 \frac{N}{m}$ )

(b) Mittelharte Umgebung ( $K_e = 100 \frac{N}{m}$ )



(c) Harte Umgebung ( $K_e = 10000 \frac{N}{m}$ )

Abbildung B.2: Transmitted Impedance  $Z_{to1}$

3.  $\alpha = 0.5$

$$G_{to1} = \frac{0.25(5Z_c^3 + 2Z^3 - 3Z^2Z_c + 6Z_eZ_c^2 + 4Z_eZ_cZ - 2Z_eZ^2 + 4Z^2Z_{h2})}{(3Z_c^2 - 2Z_cZ + Z^2 + 8Z_eZ_{h2} + 12Z_{h2}Z_c^2 - 8ZZ_{h2}Z_c + 16Z_eZ_{h2}Z_c + 4Z_{h2}Z_c + 4Z_eZ_c)Z_e}$$

4.  $\alpha = 0.25$

$$G_{to1} = \frac{0.125(23Z_c^3 - 8ZZ_c^2 + 6Z^3 - 5Z^2Z_c + 26Z_eZ_c^2 + 12Z_eZ_cZ - 6Z_eZ^2 + 8Z^2Z_{h2} + 40Z_{h2}Z_c^2 - 16ZZ_{h2}Z_c + 64Z_eZ_{h2}Z_c)}{(7Z_c^2 - 6Z_cZ + 3Z^2 + 16Z_eZ_{h2} + 8Z_{h2}Z_c + 8Z_eZ_c)Z_e}$$

5.  $\alpha = 0$

$$G_{to1} = \frac{1}{2} \frac{Z_c}{Z_e}$$

### B.1.4 Bilateral Architecture Distance Transfer Function

1.  $\alpha = 1$

$$Dis_B = 1$$

2.  $\alpha = 0.75$

$$Dis_B = \frac{(0.25(23Z_c^3 - 8ZZ_c^2 + 26Z_eZ_c^2 - 5Z^2Z_c - 6Z_eZ^2 + 12Z_eZ_cZ + 6Z^3) + 56Z_{h2}Z_c^2 + 24Z^2Z_{h2} - 48Z_cZZ_{h2} + 64Z_eZ_{h2}Z_c)(Z_c + 2Z_e)}{((5Z_c^2 - 2Z_cZ + Z^2 + 16Z_eZ_{h2} + 8Z_eZ_c + 8Z_{h2}Z_c)(2Z_c^2 - 2Z_cZ + 2Z_eZ_c + Z^2))}$$

3.  $\alpha = 0.5$

$$Dis_B = \frac{(0.5(5Z_c^3 + 6Z_eZ_c^2 - 3Z^2Z_c - 2Z_eZ^2 + 4Z_eZ_cZ + 2Z^3 + 12Z_{h2}Z_c^2 + 4Z^2Z_{h2} - 8Z_cZZ_{h2} + 16Z_eZ_{h2}Z_c)(Z_c + 2Z_e) + 4Z_{h2}Z_c)(2Z_c^2 - 2Z_cZ + 2Z_eZ_c + Z^2)}{((3Z_c^2 - 2Z_cZ + Z^2 + 8Z_eZ_{h2} + 4Z_eZ_c + 4Z_{h2}Z_c)(2Z_c^2 - 2Z_cZ + 2Z_eZ_c + Z^2))}$$

4.  $\alpha = 0.25$

$$Dis_B = \frac{(0.25(23Z_c^3 - 8ZZ_c^2 + 26Z_eZ_c^2 - 5Z^2Z_c - 6Z_eZ^2 + 12Z_eZ_cZ + 6Z^3 + 40Z_{h2}Z_c^2 + 8Z^2Z_{h2} - 16Z_cZZ_{h2} + 64Z_eZ_{h2}Z_c)(Z_c + 2Z_e) + 6Z^3 + 40Z_{h2}Z_c^2 + 8Z^2Z_{h2} - 16Z_cZZ_{h2} + 64Z_eZ_{h2}Z_c)(Z_c + 2Z_e)}{((7Z_c^2 - 6Z_cZ + 3Z^2 + 16Z_eZ_{h2} + 8Z_eZ_c + 8Z_{h2}Z_c)(2Z_c^2 - 2Z_cZ + 2Z_eZ_c + Z^2))}$$

5.  $\alpha = 0$

$$Dis_B = \frac{Z_c(Z_c + 2Z_e)}{(2Z_c^2 - 2Z_cZ + 2Z_eZ_c + Z^2)}$$

### B.1.5 Transparency Optimized Distance Transfer Function

1.  $\alpha = 1$

$$Dis_{TO} = \frac{1}{2} \frac{(2Z_c^2 - 2Z_cZ + 2Z_eZ_c + Z^2)}{(Z_e(Z_c + 2Z_e))}$$

2.  $\alpha = 0.75$

$$Dis_{TO} = - \frac{(0.125(23Z_c^3 - 8ZZ_c^2 - 5Z^2Z_c + (26Z_c^2 - 6Z^2 + 12Z_cZ)Z_e \\ ((5Z_c^2 - 2Z_cZ + Z^2 + 8Z_{h2}Z_c + 8Z_eZ_c \\ + 6Z^3 + (56Z_c^2 + 24Z^2 + (64Z_e - 48Z)Z_c)Z_{h2}))(21Z_c^2 \\ + 16Z_eZ_{h2})(9Z_c^2 - 21Z_eZ_{h2} \\ + (35Z_c - 9Z_e)Z_{h2} + 5Z_eZ_c) \\ - 5Z_{h2}Z_c - 35Z_eZ_c)Z_c)}{}$$

3.  $\alpha = 0.5$

$$Dis_{TO} = - \frac{(0.25(5Z_c^3 + 6Z_eZ_c^2 - 3Z^2Z_c - 2Z_eZ^2 + 4Z_eZ_cZ + 2Z^3 \\ ((3Z_c^2 - 2Z_cZ + Z^2 + 4Z_{h2}Z_c + 4Z_eZ_c \\ + 12Z_{h2}Z_c^2 + 4Z^2Z_{h2} - 8ZZ_{h2}Z_c + 16Z_eZ_{h2}Z_c))(Z_c^2 \\ + 8Z_eZ_{h2})(Z_c^2 - 1Z_eZ_{h2} \\ - 1Z_eZ_{h2} + 3Z_{h2}Z_c + Z_eZ_c) \\ - 1Z_{h2}Z_c - 3Z_eZ_c)Z_c)}{}$$

4.  $\alpha = 0.25$

$$Dis_{TO} = - \frac{(0.125(23Z_c^3 + (26Z_e - 8Z)Z_c^2 - 5Z^2Z_c - 6Z_eZ^2 + 12Z_eZ_cZ \\ ((7Z_c^2 - 6Z_cZ + 3Z^2 + 8Z_{h2}Z_c + 8Z_eZ_c \\ + 6Z^3 + (40Z_c^2 + 8Z^2 - 16ZZ_c + 64Z_eZ_c)Z_{h2}))(5Z_c^2 \\ + 16Z_eZ_{h2})(9Z_c^2 - 5Z_eZ_{h2} - 21Z_{h2}Z_c \\ + (35Z_c - 9Z_e)Z_{h2} + 21Z_eZ_c) \\ - 35Z_eZ_c)Z_c)}{}$$

5.  $\alpha = 0$

$$Dis_{TO} = \frac{1}{2}$$