

**Forschungsbericht 2023-07**

**Numerische Untersuchung der  
Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-  
Interaktion in transsonischen  
Strömungen**

Michael Werner

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt  
Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik  
Göttingen



DLR

Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt

# **Forschungsbericht 2023-07**

## **Numerische Untersuchung der Wirbel- Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion in transsonischen Strömungen**

Michael Werner

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt  
Institut für Aerodynamik und  
Strömungstechnik  
Göttingen

225 Seiten  
102 Bilder  
10 Tabellen  
148 Literaturstellen



Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt



*Herausgeber:*

Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt e. V.  
Wissenschaftliche Information  
Linder Höhe  
D-51147 Köln

ISSN 1434-8454  
ISRN DLR-FB-2023-07  
Erscheinungsjahr 2023

DOI: [10.57676/8cz0-xf36](https://doi.org/10.57676/8cz0-xf36)

**D 82** (Diss. RWTH Aachen University, 2023)

### **Erklärung des Herausgebers**

Dieses Werk wird unter den Bedingungen der Creative Commons Lizenz vom Typ Namensnennung – Nicht-kommerziell – Keine Bearbeitung 4.0 International, abrufbar über:

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.de>

zur Nutzung überlassen.

### **Lizenz**



CC BY-NC-ND 4.0 LIZENZVERTRAG

Namensnennung - Nicht-kommerziell - Keine Bearbeitung 4.0 International

*Numerik, Wirbelströmung, Wirbel-Wirbel-Interaktion, Wirbel-Stoß-Interaktion, Deltaflügel, Platzkriterium, Globale Stabilitätsanalyse*

Michael WERNER  
DLR, Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, Göttingen

***Numerische Untersuchung der Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion in transsonischen Strömungen***  
Dissertation RWTH Aachen

Die Strömungstopologie moderner Mehrfachdeltaflügel-Konfigurationen im schallnahen Geschwindigkeitsbereich ist geprägt von starken Längswirbeln, die je nach Flugzustand miteinander oder mit Verdichtungsstößen über dem Flügel interagieren können. Im Rahmen dieser Arbeit werden diese Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktionen numerisch mithilfe des DLR-TAU-Codes untersucht. Ein besonderer Schwerpunkt liegt dabei auf der Stabilität der Wirbel gegenüber Wirbelplatzen. Für den Großteil der numerischen Simulationen werden konventionelle Navier-Stokes-Simulationen verwendet, für einige ausgewählte Fälle wird zudem zusätzlich ein skalenauflösendes IDDES-Verfahren angewendet.

Der erste Teil der Arbeit behandelt die Umströmung einer generischen Mehrfachdeltaflügel-Konfiguration, des DLR-F22-Modells. Die Strömungstopologie am DLR-F22-Modell ist dominiert von mehreren Primärwirbeln. Bei schallnahen Geschwindigkeiten bilden sich zudem Verdichtungsstöße über dem Modell. Im Rahmen der Arbeit wird der Einfluss des Anstell- und Schiebewinkels sowie der Anströmmachzahl und des Grundrisses des Modells auf die resultierenden Wirbel-Interaktionen untersucht. Dabei werden über einen breiten Anstellwinkel- und Machzahlbereich deutliche Wirbel-Wirbel-Interaktion, inklusive Verschmelzung der Primärwirbel beobachtet. Bei transsonischen Geschwindigkeiten tritt zudem stoßinduziertes Wirbelplatzen auf.

Im zweiten Teil der Arbeit wird die Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß untersucht. Dabei wird einerseits im Rahmen einer Parameterstudie der Einfluss der Zirkulation und der axialen Geschwindigkeit des Wirbels auf die Stabilität gegenüber Wirbelplatzen durch die Wirbel-Stoß-Interaktion analysiert. In einer weiteren Studie wird zudem zur Untersuchung der Wirbel-Wirbel-Interaktion ein zweiter Wirbel in das Strömungsfeld eingebracht. In Abhängigkeit vom Abstand der Wirbel zueinander und dem relativen Drehsinn führt dies entweder zu einer Stabilisierung oder einer Destabilisierung des Hauptwirbels. Basierend auf den numerischen Ergebnissen wird anschließend ein überarbeitetes Wirbelplatzkriterium definiert und anhand von Daten aus der Literatur validiert. Die Vorhersagen des neuen Kriteriums erweisen sich dabei über einen breiten Machzahlbereich als genauer als die von früheren Kriterien.

Im Rahmen der Arbeit wird zudem ein Verfahren zur Durchführung der globalen Stabilitätsanalyse implementiert und erstmals auf den Fall der Wirbel-Stoß-Interaktion angewandt. Durch einen Vergleich mit instationären Simulationen werden die mithilfe der Stabilitätsanalyse gefundenen Stabilitätsgrenzen und somit die Anwendbarkeit des Verfahrens auf den Fall der Wirbel-Stoß-Interaktion bestätigt.

*Numerical, Vortical flows, Vortex-Vortex-Interaction, Vortex-Shock-Interaction, Delta Wing, Vortex Breakdown Criterion, Global Stability Analysis*

*(Published in German)*

Michael WERNER

German Aerospace Center (DLR), Institute of Aerodynamics and Flow Technology, Göttingen

***Numerical Investigation of the Vortex-Vortex- and Vortex-Shock-Interaction in Transonic Flows***

Doctoral Thesis RWTH Aachen

The flow topology around modern multiple-swept delta wings at transonic flow speeds is dominated by strong longitudinal vortices. Depending on the flow conditions, these vortices can interact with each other or with shocks that form above the wing. In the scope of this work, these vortex-vortex- and vortex-shock-interactions are investigated numerically using the DLR-TAU code. Special emphasis is placed on the stability of the vortices with respect to vortex breakdown. The majority of the numerical simulations is based on conventional URANS simulations. For selected cases, a scale-resolving IDDES method is also applied.

The first part of this work deals with the flow around a generic multiple-swept delta wing, the DLR-F22 model. The flow topology at the DLR-F22 model is dominated by several primary vortices. Additionally, at transonic speeds shocks occur above the wing. During the study the influence of the angle of attack and angle of sideslip as well as that of the freestream Mach number and the planform of the model on the resulting vortex interactions is investigated. Over a broad range of angle of attack as well as freestream Mach number, strong vortex-vortex interactions, including vortex merging, are observed. Additionally, at transonic conditions, shock-induced vortex-breakdown occurs above the model.

In the second part of this work, the interaction of generic longitudinal vortices with an oblique shock is investigated using a simple ramp flow. In a first step, the influence of the circulation and the axial velocity of the vortex on the stability against vortex breakdown due to the vortex-shock interaction is analysed by means of a parametric study. In a second step, a second vortex is introduced into the flow field to investigate vortex-vortex interaction. Depending on the distance between the vortices and the relative sense of rotation, either a stabilisation or a destabilisation of the main vortex is observed. Based on the numerical results, a revised vortex breakdown criterion is defined and validated using data from the literature. The predictions of the new criterion prove to be more accurate over a wide range of Mach numbers than those of previously existing criteria.

Additionally, a global stability analysis framework is implemented and applied to the case of vortex-shock-interaction for the first time. A comparison with unsteady simulations is used to confirm the stability boundary identified by the global stability analysis and thus the applicability of the approach to the case of vortex-shock-interaction.

# Numerische Untersuchung der Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion in transsonischen Strömungen

Numerical Investigation of the Vortex-Vortex- and  
Vortex-Shock-Interaction in Transonic Flows

Von der Fakultät für Maschinenwesen der  
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen zur  
Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der  
Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Michael Werner

Berichter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Schröder  
apl. Prof. Dr. rer. nat. Martin Rein

Tag der mündlichen Prüfung: 09. Februar 2023

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Universitätsbibliothek online verfügbar.



## Kurzbeschreibung

Die Strömungstopologie moderner Mehrfachdeltaflügel-Konfigurationen im schallnahen Geschwindigkeitsbereich ist geprägt von starken Längswirbeln, die je nach Flugzustand miteinander oder mit Verdichtungsstößen über dem Flügel interagieren können. Im Rahmen dieser Arbeit werden diese Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktionen numerisch mithilfe des DLR-TAU-Codes untersucht. Ein besonderer Schwerpunkt liegt dabei auf der Stabilität der Wirbel gegenüber Wirbelplatzten. Für den Großteil der numerischen Simulationen werden konventionelle Navier-Stokes-Simulationen verwendet, für einige ausgewählte Fälle wird zudem zusätzlich ein skalenauflösendes IDDES-Verfahren angewendet.

Der erste Teil der Arbeit behandelt die Umströmung einer generischen Mehrfachdeltaflügel-Konfiguration, des DLR-F22-Modells. Die Strömungstopologie am DLR-F22-Modell ist dominiert von mehreren Primärwirbeln. Bei schallnahen Geschwindigkeiten bilden sich zudem Verdichtungsstöße über dem Modell. Im Rahmen der Arbeit wird der Einfluss des Anstell- und Schiebewinkels sowie der Anströmmachzahl und des Grundrisses des Modells auf die resultierenden Wirbel-Interaktionen untersucht. Dabei werden über einen breiten Anstellwinkel- und Machzahlbereich deutliche Wirbel-Wirbel-Interaktion, inklusive Verschmelzung der Primärwirbel beobachtet. Bei transsonischen Geschwindigkeiten tritt zudem stoßinduziertes Wirbelplatzten auf.

Im zweiten Teil der Arbeit wird die Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß untersucht. Dabei wird einerseits im Rahmen einer Parameterstudie der Einfluss der Zirkulation und der axialen Geschwindigkeit des Wirbels auf die Stabilität gegenüber Wirbelplatzten durch die Wirbel-Stoß-Interaktion analysiert. In einer weiteren Studie wird zudem zur Untersuchung der Wirbel-Wirbel-Interaktion ein zweiter Wirbel in das Strömungsfeld eingebracht. In Abhängigkeit vom Abstand der Wirbel zueinander und dem relativen Drehsinn führt dies entweder zu einer Stabilisierung oder einer Destabilisierung des Hauptwirbels. Basierend auf den numerischen Ergebnissen wird anschließend ein überarbeitetes Wirbelplatzkriterium definiert und anhand von Daten aus der Literatur validiert. Die Vorhersagen des neuen Kriteriums erweisen sich dabei über einen breiten Machzahlbereich als genauer als die von früheren Kriterien.

Im Rahmen der Arbeit wird zudem ein Verfahren zur Durchführung der globalen Stabilitätsanalyse implementiert und erstmals auf den Fall der Wirbel-Stoß-Interaktion angewandt. Durch einen Vergleich mit instationären Simulationen werden die mithilfe der Stabilitätsanalyse gefundenen Stabilitätsgrenzen und somit die Anwendbarkeit des Verfahrens auf den Fall der Wirbel-Stoß-Interaktion bestätigt.



## Abstract

The flow topology around modern multiple-swept delta wings at transonic flow speeds is dominated by strong longitudinal vortices. Depending on the flow conditions, these vortices can interact with each other or with shocks that form above the wing. In the scope of this work, these vortex-vortex- and vortex-shock-interactions are investigated numerically using the DLR-TAU code. Special emphasis is placed on the stability of the vortices with respect to vortex breakdown. The majority of the numerical simulations is based on conventional URANS simulations. For selected cases, a scale-resolving IDDES method is also applied.

The first part of this work deals with the flow around a generic multiple-swept delta wing, the DLR-F22 model. The flow topology at the DLR-F22 model is dominated by several primary vortices. Additionally, at transonic speeds shocks occur above the wing. During the study the influence of the angle of attack and angle of sideslip as well as that of the freestream Mach number and the planform of the model on the resulting vortex interactions is investigated. Over a broad range of angle of attack as well as freestream Mach number, strong vortex-vortex interactions, including vortex merging, are observed. Additionally, at transonic conditions, shock-induced vortex-breakdown occurs above the model.

In the second part of this work, the interaction of generic longitudinal vortices with an oblique shock is investigated using a simple ramp flow. In a first step, the influence of the circulation and the axial velocity of the vortex on the stability against vortex breakdown due to the vortex-shock interaction is analysed by means of a parametric study. In a second step, a second vortex is introduced into the flow field to investigate vortex-vortex interaction. Depending on the distance between the vortices and the relative sense of rotation, either a stabilisation or a destabilisation of the main vortex is observed. Based on the numerical results, a revised vortex breakdown criterion is defined and validated using data from the literature. The predictions of the new criterion prove to be more accurate over a wide range of Mach numbers than those of previously existing criteria.

Additionally, a global stability analysis framework is implemented and applied to the case of vortex-shock-interaction for the first time. A comparison with unsteady simulations is used to confirm the stability boundary identified by the global stability analysis and thus the applicability of the approach to the case of vortex-shock-interaction.

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit ist während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Abteilung Hochgeschwindigkeitskonfigurationen des Instituts für Aerodynamik und Strömungstechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Göttingen entstanden.

Herrn Prof. Dr. Wolfgang Schröder und Herrn Prof. Dr. Martin Rein möchte ich dafür danken, dass sie sich als Berichterstatter für diese Dissertation zur Verfügung gestellt haben.

Des Weiteren möchte ich Prof. Dr. Martin Rein auch für die ausgezeichnete fachliche Betreuung der Arbeit, für die hilfreichen Diskussionen und die kritischen Nachfragen danken. Mein Dank gilt auch meinem Gruppenleiter Dr. Stefan Hein, der stets ein offenes Ohr und hilfreiche Ratschläge für mich hatte. Meinem Abteilungsleiter Dr. Kai Richter möchte ich dafür danken, dass er mir das Schreiben dieser Dissertation überhaupt erst ermöglicht hat und mir die nötige Zeit gab, sie zum Abschluss zu bringen.

Der gesamten Abteilung Hochgeschwindigkeitskonfigurationen und insbesondere der Transitionsgruppe möchte ich für die stets angenehme Arbeitsatmosphäre, die große Hilfsbereitschaft und die vielen interessanten Diskussionen danken.

Ein besonderer Dank gilt Dr. Christian Schnepf, der mir nicht nur bei numerischen Fragestellungen stets hilfreich zur Seite stand. Bei Dr. habil. Markus Rütten möchte ich mich für die vielen interessanten Anregungen und Diskussionen bedanken. Mein Dank gilt auch Dr. Axel Probst für seine umfangreiche Unterstützung bei der Durchführung der skalenauflösenden Simulationen. Meinem Kollegen Sebastian Weiss, dem Team des Transsonischen Windkanals Göttingen sowie den Kollegen der Abteilung Experimentelle Verfahren danke ich für die Durchführung der Messungen am DLR-F22-Modell und für die Aufbereitung und Bereitstellung der experimentellen Daten. Bei meiner Kollegin Monika Hannemann möchte ich mich für das geduldige Korrekturlesen der frühen Versionen dieser Arbeit bedanken.

Zu guter Letzt möchte ich mich noch herzlich bei meinen Eltern, meinen Geschwistern und meinen Freunden bedanken, die mich während meines Studiums und im Laufe der Promotion stets unterstützt haben.

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Zielsetzung und Struktur der Arbeit . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Stand der Forschung</b>	<b>7</b>
2.1	Wirbelströmung an Deltaplügeln . . . . .	7
2.1.1	Wirbel-Wirbel-Interaktion . . . . .	11
2.1.2	Wirbel-Stoß-Interaktion . . . . .	14
2.2	Lineare Stabilitätsanalyse . . . . .	17
2.3	Experimentelle Untersuchungen am DLR-F22-Modell . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Modelle, Verfahren und Werkzeuge</b>	<b>23</b>
3.1	Strömungslöser TAU . . . . .	23
3.1.1	Skalenaufösende Simulationsverfahren und synthetische Turbulenz . . . . .	24
3.1.2	Simulationsumgebung FlowSimulator . . . . .	27
3.2	Netzgenerator Centaur . . . . .	28
3.3	Analytische Wirbelmodelle . . . . .	28
3.4	Wirbelachsendetektion . . . . .	35
3.5	Globale Stabilitätsanalyse . . . . .	38
3.5.1	Theoretische Formulierung . . . . .	39
3.5.2	Verfahren zur globalen Stabilitätsanalyse in TAU . . . . .	41
3.5.3	Validierung des Verfahrens . . . . .	45
3.6	Dynamic Mode Decomposition . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Wirbelinteraktionen an transsonisch umströmten Mehrfachdeltaplügeln</b>	<b>51</b>
4.1	Beschreibung des Testfalls und der Geometrie . . . . .	51
4.1.1	Strömungsbedingungen und Strömungstopologie . . . . .	55
4.1.2	Gittererzeugung und Netzstudie . . . . .	57
4.1.3	Einfluss des Turbulenzmodells . . . . .	63
4.2	Einfluss des Anstellwinkels . . . . .	73

4.3	Einfluss des Schiebewinkels . . . . .	81
4.4	Einfluss der Machzahl . . . . .	86
4.5	Einfluss der Flügelgeometrie . . . . .	93
4.6	Skalenauflösende Simulationen . . . . .	96
4.6.1	Numerische Einstellungen und Vorgehen . . . . .	96
4.6.2	Ergebnisse der skalenauflösenden Simulationen . . . . .	100
4.7	Zusammenfassung der Untersuchungen am DLR-F22-Modell . . . . .	108
<b>5</b>	<b>Interaktion von analytischen Wirbeln mit einem schiefen Verdichtungsstoß</b> . . . . .	<b>111</b>
5.1	Beschreibung des Testfalls und der Geometrien . . . . .	111
5.1.1	Gittererzeugung und Netzstudie . . . . .	115
5.2	Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß . . . . .	120
5.2.1	Interaktion eines Wirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß . . . . .	120
5.2.2	Interaktion mehrerer Wirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß . . . . .	127
5.2.3	Kriterium für Wirbelplatzen durch die Interaktion mit einem schiefen Verdichtungsstoß . . . . .	133
5.2.4	Interaktion turbulenter Wirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß . . . . .	138
5.3	Globale Stabilitätsanalyse der Wirbel-Stoß-Interaktion . . . . .	142
5.3.1	Ergebnisse der Grundströmungsberechnungen . . . . .	143
5.3.2	Ergebnisse der globalen Stabilitätsanalyse . . . . .	148
5.4	Zusammenfassung der Untersuchungen auf Basis generischer Längswirbel . . . . .	155
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b> . . . . .	<b>159</b>
	<b>Anhang</b> . . . . .	<b>167</b>
<b>A</b>	<b>Angaben zu Messpositionen</b> . . . . .	<b>169</b>
A.1	Druck- und Volumenschnitte am DLR-F22-Modell . . . . .	169
A.2	Kulite und Monitorpunkte am DLR-F22-Modell . . . . .	169
<b>B</b>	<b>Zusätzliche Ergebnisse</b> . . . . .	<b>172</b>
B.1	Oberflächendruck F22-LS1-Konfiguration . . . . .	173
B.2	Oberflächendruck F22-L00-Konfiguration . . . . .	175
B.3	Vergleich der Oberflächendrücke zwischen URANS und IDDES179 . . . . .	
B.4	Vergleich der Geschwindigkeitsfelder zwischen URANS und IDDES und PIV . . . . .	181

# Tabellenverzeichnis

2.2.1	Übersicht über verschiedene Verfahren der linearen Stabilitätsanalyse und zugehörige Grundströmungsannahmen, nach Theiss [125] . . . . .	19
4.1.1	Referenzgrößen des DLR-F22-Modells. . . . .	55
4.1.2	Fernfeldbedingungen der Simulationen am DLR-F22-Modell	56
4.1.3	Eckdaten der Rechengitter der Netzstudie an der F22-LS1-Konfiguration . . . . .	60
4.1.4	Integrale Beiwerte aus der Gitterstudie der F22-LS1-Konfiguration . . . . .	61
4.3.1	Druckdifferenz über den Verdichtungsstoß . . . . .	86
5.1.1	Geometrische Abmessungen der Rampengeometrien. . . . .	114
5.1.2	Eckdaten der Rechengitter der Netzstudie am RGK Modell	116
A.1.1	x-Positionen der Oberflächen- und Volumenschnitte . . . . .	170
A.2.1	Positionen der Kulites und Monitorpunkte am F22 Modell .	171

# Abbildungsverzeichnis

2.1.1	Skizze der Wirbelströmung an einem Deltaflügel und zugehörige Oberflächendruckverteilung, nach Donohoe und Bannink [19] . . . . .	8
2.1.2	Visualisierung des Wirbelplatzens an einem Deltaflügel, Blasen-Typ (unten) und Spiral-Typ (oben), aus Lambourne und Bryer [63] . . . . .	9
2.1.3	Skizze der Wirbelströmung an einem doppelt gefeilteten Deltaflügel, nach Verhaagen et al. [138] . . . . .	11
2.1.4	Schattenaufnahme der Interaktion eines Längswirbels mit einem schiefen Verdichtungsstoß, nach Smart et al. [115] . . . . .	16
2.3.1	Übersicht über die verschiedenen Konfigurationen des DLR-F22-Modells . . . . .	22
3.1.1	Schematische Darstellung des Aufbaus der skalenauflösenden Simulation eines einzelnen Wirbels mit synthetischer Turbulenz . . . . .	26
3.3.1	Gegenüberstellung der Wirbelprofile für Erlebacher-Wirbel und Lamb-Oseen-Wirbel, $\Gamma_0 = 3,0, \delta = 0,2$ . . . . .	33
3.3.2	Gegenüberstellung der turbulenten Wirbelprofile für Erlebacher-Wirbel und Lamb-Oseen-Wirbel, $Tu_\infty = 0,001, \alpha_{Tu} = 0,01, \mu_{Tu} = 1,0$ . . . . .	34
3.3.3	Beispielhaftes Druck- und Geschwindigkeitsfeld für die Vorgabe von vier eng beieinanderliegenden Lamb-Oseen Wirbeln, $\Gamma_0 = 3,0, \delta = 0,2$ . . . . .	35
3.4.1	Schematische Darstellung der Definition von Wirbelachse und Wirbelkern . . . . .	36

3.4.2	Vergleich der Detektion der Rotationsachse im Strömungsfeld für $Q_D$ - und Swirl-Kriterium, lokale Strömungsrichtung in der Schnittebene durch Vektorpfeile visualisiert, $Ma = 0,85$ , $\alpha = 16^\circ$ . . . . .	38
3.5.1	Konvergenzverhalten des BCGRO-DR-Algorithmus für verschiedene Werte des Gewichtungsfaktors $\alpha_P$ . . . . .	43
3.5.2	Rechengitter und x-Geschwindigkeitskomponente am NACA0012-Profil, $Ma = 0,76$ , $\alpha = 3,2^\circ$ . . . . .	46
3.5.3	Eigenspektrum am NACA0012-Profil und Vergleich mit den Ergebnissen von Iorio et al. [52] und Crouch et al. [15], $Ma = 0,76$ , $\alpha = 3,2^\circ$ . . . . .	47
3.5.4	Vergleich der normierten Eigenvektoren der x-Geschwindigkeit der am stärksten angefachten Eigenmode zwischen matrixfreiem und matrixbasiertem Ansatz, $Ma = 0,76$ , $\alpha = 3,2^\circ$ , K/K-Matrizen . . . . .	48
4.1.1	Schematische Darstellung der F22-LS1-Konfiguration mit Abmessungen und Bezeichnungen der einzelnen Flügelbestandteile. Positionen der Druckmessschnitte durch gepunktete Linien, Positionen der Kulites durch Kreuze markiert . . . . .	53
4.1.2	Schematische Darstellung der F22-L00-Konfiguration mit Abmessungen. Positionen der Druckmessschnitte durch gepunktete Linien, Positionen der Kulites durch Kreuze markiert . . . . .	54
4.1.3	Strömungstopologie an der F22-LS1-Konfiguration, visualisiert mit Stromlinien und Oberflächendruck, $Ma = 0,85$ , $AoA = 12^\circ$ . . . . .	57
4.1.4	Darstellung des Oberflächengitters der F22-LS1-Konfiguration auf Vorkörper und Hauptflügel . . . . .	58
4.1.5	Darstellung der Gittertopologie der F22-LS1-Konfiguration über Strake und Hauptflügel . . . . .	59
4.1.6	Einfluss der Netzauflösung auf die Oberflächendruckverteilung an drei verschiedenen Schnittpositionen . . . . .	62
4.1.7	Oberflächendruckverteilung an der F22-LS1-Konfiguration aus PSP-Messungen, $Ma = 0,85$ , $\alpha = 16^\circ$ . . . . .	64
4.1.8	Oberflächendruckverteilung an der F22-LS1-Konfiguration für verschiedene Turbulenzmodelle, $Ma = 0,85$ , $\alpha = 16^\circ$ . . . . .	65
4.1.9	Oberflächendruckverteilung an der F22-LS1-Konfiguration aus PSP-Messungen, $Ma = 0,85$ , $\alpha = 20^\circ$ . . . . .	66



4.1.10	Oberflächendruckverteilung an der F22-LS1-Konfiguration für verschiedene Turbulenzmodelle, $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ$ . . .	67
4.1.11	Einfluss des Turbulenzmodells auf die Wirbeltrajektorien an der F22-LS1-Konfiguration, $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$ . . . . .	69
4.1.12	Einfluss des Turbulenzmodells auf die Wirbeltrajektorien an der F22-LS1-Konfiguration, $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ$ . . . . .	70
4.1.13	Einfluss des Turbulenzmodells auf das Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern, $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$ . . . . .	71
4.1.14	Einfluss des Turbulenzmodells auf das Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern, $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ$ . . . . .	71
4.2.1	Vergleich des Verlaufs des Normalkraft- und Nickmomentenbeiwerts zwischen Numerik und Experiment [98], $Ma = 0,85, \beta = 0^\circ$ . . . . .	73
4.2.2	Vergleich des Oberflächendrucks an der F22-LS1-Konfiguration zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Anstellwinkel, $Ma = 0,85$ . . . . .	75
4.2.3	Einfluss des Anstellwinkels auf die Wirbeltrajektorien an der F22-LS1-Konfiguration, $Ma = 0,85$ . . . . .	76
4.2.4	Einfluss des Anstellwinkels auf das Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern, $Ma = 0,85$ . . . . .	77
4.2.5	Einfluss des Anstellwinkels auf den Betrag des Wirbelvektors im Wirbelkern, $Ma = 0,85$ . . . . .	78
4.2.6	Gemittelte azimutale Geschwindigkeitsprofile im Wirbel an verschiedenen x-Positionen und Vergleich mit dem Lamb-Oseen-Wirbelmodell, $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$ . . . . .	79
4.2.7	Einfluss des Anstellwinkels auf die Drallzahl, Bereich der kritischen Drallzahl $S_{krit}$ grau hinterlegt, Lage der Verdichtungsstöße durch gestrichelte Linien markiert, $Ma = 0,85$ . .	80
4.3.1	Vergleich des Verlaufs des Normalkraft- und Nickmomentenbeiwerts zwischen Numerik und Experiment [98], $Ma = 0,85, \beta = 5^\circ$ . . . . .	82
4.3.2	Entwicklung des Rollmomentenbeiwerts, $Ma = 0,85, \beta = 5^\circ$	83
4.3.3	Strömungstopologie bei $\alpha = 14^\circ$ und $\alpha = 16^\circ$ unter Schiebewinkeleinfluss, visualisiert durch die Isoflächen von $Q_D^* = 50$ (blau) und $v_x = -0,1$ m/s (rot), $Ma = 0,85, \beta = 5^\circ$	84
4.3.4	Einfluss des Schiebewinkels auf die Drallzahl $S$ des Strakewirbels für $\alpha = 16^\circ$ und $\alpha = 20^\circ$ , $Ma = 0,85$ . . . . .	85
4.3.5	Einfluss des Schiebewinkels auf den Druck innerhalb des Strakewirbels für $\alpha = 16^\circ$ und $\alpha = 20^\circ$ , $Ma = 0,85$ . . . . .	85

4.4.1	Entwicklung der Machzahl normal zur Vorderkante mit steigendem Anstellwinkel, für verschiedene Anströmmachzahlen und Pfeilungswinkel . . . . .	87
4.4.2	Machzahlverteilung über Strake (links) und Hauptflügel (rechts) für verschiedene Anströmmachzahlen, $\alpha = 16^\circ$ . . .	89
4.4.3	Vergleich des Oberflächendrucks an der F22-LS1-Konfiguration zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen, $\alpha = 16^\circ$ . . . . .	90
4.4.4	Einfluss der Machzahl auf die Wirbeltrajektorien an der F22-LS1-Konfiguration, $\alpha = 16^\circ$ . . . . .	91
4.4.5	Einfluss der Machzahl auf den Betrag des Wirbelvektors im Wirbelkern, $\alpha = 16^\circ$ . . . . .	92
4.4.6	Einfluss der Machzahl auf die Drallzahl, $\alpha = 16^\circ$ . . . . .	92
4.5.1	Unterschiede der Strömungstopologie zwischen F22-LS1 und F22-L00 visualisiert anhand von Oberflächendruck und Stromlinien, $Ma = 0,85, \alpha = 12^\circ, \beta = 0^\circ$ . . . . .	94
4.5.2	Vergleich des Geschwindigkeitsdefizits im Wirbelkern zwischen F22-LS1 und F22-L00 für verschiedene Anstellwinkel, $Ma = 0,85$ . . . . .	95
4.5.3	Vergleich der Drallzahl zwischen F22-LS1 und F22-L00 für verschiedene Anstellwinkel, Bereich der kritischen Drallzahl $S_{krit}$ grau hinterlegt, $Ma = 0,85$ . . . . .	95
4.6.1	Zeitliche Entwicklung des Auftriebsbeiwerts in der IDDES, $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$ . . . . .	97
4.6.2	Vergleich der Oberflächendrücke zwischen Experiment, URANS und IDDES mit unterschiedlichen Mittelungsdauern, $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$ . . . . .	98
4.6.3	Verhältnis von aufgelöster zu gesamter turbulenter kinetischer Energie, $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$ . . . . .	99
4.6.4	Vergleich des Oberflächendrucks am F22-LS1-Modell zwischen Experiment, URANS und IDDES, $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$	101
4.6.5	Vergleich der Strömungstopologie zwischen URANS (oben) und IDDES (unten), visualisiert durch die Isoflächen von $Q_D^* = 50$ (blau) und $v_x = -0,1 \text{ m/s}$ (rot), $Ma = 0,85$ . . . . .	102
4.6.6	Vergleich der x-Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES, $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$ . . . .	104

4.6.7	Vergleich des Geschwindigkeitsdefizits im Wirbelkern des STW zwischen URANS- und IDDES-Ergebnissen für verschiedene Anstellwinkel, $Ma = 0,85$ . . . . .	105
4.6.8	Oberflächendruckfluktuationen bei verschiedenen Anstellwinkeln, Lage der Monitorpunkte rot markiert, $Ma = 0,85$ .	106
4.6.9	Vergleich des Leistungsdichtespektrums der Druckfluktuation an der Messposition $K_3$ zwischen Numerik und Experiment, $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ$ . . . . .	107
5.1.1	Schematische Darstellung der Geometrie mit kurzer Rampe (RGK) . . . . .	112
5.1.2	Schematische Darstellung der Geometrie mit langer Rampe (RGL) . . . . .	113
5.1.3	Darstellung der Gittertopologie des RGK Modells . . . . .	115
5.1.4	Netzeinfluss auf die longitudinale Verteilung der Axialgeschwindigkeit und des Drucks, $y = y_0, z = z_0$ . . . . .	117
5.1.5	Netzeinfluss auf die transversale Verteilung der Azimutalgeschwindigkeit an drei x-Positionen, $z = z_0$ . . . . .	119
5.2.1	Verteilung der x-Geschwindigkeit bei der Wirbel-Stoß-Interaktion für Erlebacher-Wirbel mit Nachlauf- bzw. Strahlprofil, Rückströmgebiet rot umrandet, $y = 20r_0$ . . . .	122
5.2.2	Visualisierung der Wirbel-Stoß-Interaktion durch Isoflächen für $Q_D^* = 0,1$ (blau), $v_x = -0,1$ m/s (rot) und $\frac{d^2g}{dn^2} = 0$ (grau), $\Gamma_0 = 2,3, \delta = 0,2$ . . . . .	123
5.2.3	Leistungsdichtespektren der Druckfluktuationen im Wirbelstromab des Rückströmgebiets . . . . .	124
5.2.4	Vergleich der dominanten DMD-Mode der x-Geschwindigkeit zwischen Erlebacher- und Lamb-Oseen-Wirbel, Visualisierung durch zwei Isoflächen $\hat{v}_x/\hat{v}_{x,max} = \pm 0,025, \Gamma_0 = 2,3, \delta = 0,2$ . . . . .	126
5.2.5	Visualisierung der gleichzeitigen Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion durch Isoflächen für $Q_D^* = 0,1$ (blau) und $v_x = -0,1$ m/s (rot), $\Gamma_{0,HW} = 2,3, \delta_{HW} = 0,2, \Gamma_{0,SW} = \pm \Gamma_{0,HW}, \delta_{SW} = 0,0$ . . . . .	128
5.2.6	Einfluss des Drehsinns und des Abstands des Steuerwirbels auf das axiale Geschwindigkeitsdefizit $\delta$ des Hauptwirbels .	130

5.2.7	Einfluss des Drehsinns und des Abstands des Steuerwirbels auf die radial gemittelten Druck- und Axialgeschwindigkeitsprofile des Hauptwirbels, $x = 5r_0$ , $\Gamma_{0,HW} = 2,3$ , $\delta_{HW} = 0,2$ . . . . .	131
5.2.8	Verlauf der y-Position der Wirbelachsen für die Interaktion gleichsinnig rotierender Wirbel für unterschiedliche Abstände zwischen den Wirbeln, $\Gamma_{0,HW} = 2,3$ , $\delta_{HW} = 0,2$ . . . . .	132
5.2.9	Vergleich des Platzkriteriums von Thomer [129] mit dem Platzkriterium der aktuellen Arbeit für Erlebacher- und Lamb-Oseen-Wirbel, $Ma = 1,48$ , $\sigma \approx 65^\circ$ . . . . .	136
5.2.10	Vergleich der Wirbelplatzgrenze für die gleichzeitige Wirbel-Stoß-Interaktion zweier Lamb-Oseen-Wirbel, $Ma = 1,48$ , $\sigma \approx 65^\circ$ , $\Delta y = 3r_0$ . . . . .	137
5.2.11	Vergleich verschiedener Platzkriterien für die Interaktion zwischen einem Erlebacher-Wirbel und einem senkrechten Verdichtungsstoß mit Ergebnissen von Délerly [17], Cattafesta [12] und Erlebacher [27] . . . . .	138
5.2.12	Entwicklung der turbulenten kinetischen Energie auf der Wirbelachse für verschiedene Dissipationsraten, Erlebacher-Wirbel, $\Gamma_0 = 3,0$ , $\delta = 0,2$ , $Tu = 0,001$ , $\alpha_{Tu} = 0,01$	139
5.2.13	Visualisierung der turbulenten Wirbel-Stoß-Interaktion für unterschiedliche Werte von $\mu_{Tu}$ durch Isoflächen für $Q_D^* = 0,1$ (blau) und $v_x = -0,1$ m/s (rot), $\Gamma_0 = 3,0$ , $\delta = 0,2$ , $Tu = 0,001$ , $\alpha_{Tu} = 0,01$ . . . . .	140
5.2.14	Fluktuationen der synthetischen Turbulenz, x-Geschwindigkeitskomponente, $\Gamma_0 = 3,0$ , $\delta = 0,2$ , $Tu = 0,001$ , $\alpha_{Tu} = 0,01$ , $\mu_{Tu} = 10$ . . . . .	141
5.2.15	Darstellung der dominanten DMD-Mode der x-Geschwindigkeitskomponente der IDDES, Visualisierung durch Isoflächen $\hat{v}_x/\hat{v}_{x,max} = \pm 0,025$ , $\Gamma_0 = 3,0$ , $\delta = 0,2$ , $Tu = 0,001$ , $\alpha_{Tu} = 0,01$ , $\mu_{Tu} = 10$ . . . . .	142
5.3.1	Einfluss des axialen Geschwindigkeitsdefizits und der Zirkulation auf die Stabilität der Wirbel-Stoß-Interaktion, $Ma = 1,48$ . . . . .	144
5.3.2	Verteilung der x-Geschwindigkeit, Rückströmgebiet rot umrandet, $Ma = 1,48$ , $\Gamma_0 = 2,70$ , $\delta = 0,3$ . . . . .	145
5.3.3	Entwicklung der Drallzahl in Strömungsrichtung, Bereich der kritischen Drallzahl grau hinterlegt, $Ma = 1,48$ , $\Gamma_0 = 2,70$ , $\delta = 0,3$ . . . . .	146

5.3.4	Abhängigkeit der instationären Strömung an der RGK-Geometrie von der Zirkulation, $Ma = 1,48, \delta = 0,3$ . . . . .	147
5.3.5	Einfluss der Netzaufösung auf die Eigenwertspektren der Wirbel-Stoß-Interaktion, $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$ . . . . .	148
5.3.6	Räumliche Struktur der am stärksten angefachten Eigenmode des Falls $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$ , visualisiert durch zwei Isoflächen der x-Geschwindigkeitsmode, $Re(\hat{v}_x/\hat{v}_{x,max}) = \pm 0,05$	149
5.3.7	Darstellung des Betrags der normierten x-Geschwindigkeitskomponente der am stärksten angefachten Eigenmode anhand zweier Volumenschnitte, $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$ . . . . .	150
5.3.8	Darstellung des Betrags des normierten Druckes der am stärksten angefachten Eigenmode anhand zweier Volumenschnitte, $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$ . . . . .	151
5.3.9	Darstellung des Betrags der normierten x-Geschwindigkeitskomponente der am stärksten angefachten Eigenmode für drei Wirbel mit unterschiedlichem Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern . . . . .	153
5.3.10	Eigenwertspektren der Wirbel-Stoß-Interaktion für drei verschiedene Wirbel . . . . .	154
B.1.1	Vergleich des Oberflächendrucks am F22-LS1 Modell zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen, $\alpha = 12^\circ$ . . . . .	173
B.1.2	Vergleich des Oberflächendrucks am F22-LS1 Modell zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen, $\alpha = 20^\circ$ . . . . .	174
B.2.1	Vergleich des Oberflächendrucks an der F22-L00-Konfiguration zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Anstellwinkel, $Ma = 0,85$ . . . . .	175
B.2.2	Vergleich des Oberflächendrucks am F22-L00 Modell zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen, $\alpha = 12^\circ$ . . . . .	176
B.2.3	Vergleich des Oberflächendrucks am F22-L00 Modell zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen, $\alpha = 16^\circ$ . . . . .	177
B.2.4	Vergleich des Oberflächendrucks am F22-L00 Modell zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen, $\alpha = 20^\circ$ . . . . .	178

---

B.3.1	Vergleich des Oberflächendrucks am F22-LS1 Modell zwischen Experiment, URANS und IDDES, $Ma = 0,85, \alpha = 12^\circ$	179
B.3.2	Vergleich des Oberflächendrucks am F22-LS1 Modell zwischen Experiment, URANS und IDDES, $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ$	180
B.4.1	Vergleich der y-Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES, $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$	181
B.4.2	Vergleich der z-Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES, $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$	182
B.4.3	Vergleich der x-Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES, $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ$	183
B.4.4	Vergleich der y-Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES, $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ$	184
B.4.5	Vergleich der z-Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES, $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ$	185



# Nomenklatur

## Römische Symbole

$\mathbf{A}^{1st}$	Jacobi-Matrix erster Ordnung
$\mathbf{A}$	Jacobi-Matrix
$a$	Schallgeschwindigkeit, $a = \sqrt{\gamma R_s T}$
$a_0$	Ruheschallgeschwindigkeit, $a_0 = \sqrt{\gamma R_s T_0}$
$\mathbf{B}$	Zellvolumen-Matrix
$\mathbf{C}$	Tensor der Anisotropie für die Berechnung der synthetischen Turbulenz
$c$	Profiltiefe
$C_A$	Auftriebsbeiwert
$C_p$	Druckbeiwert
$C_W$	Widerstandsbeiwert
$C_{Fz}$	Normalkraftbeiwert
$C_{Mx}$	Rollmomentenbeiwert
$C_{My}$	Nickmomentenbeiwert
$d_S$	Spiralsteigung
$e$	Eulersche Zahl
$f$	Frequenz
$F_z$	Normalkraft
$F_{ref}$	Referenzfläche
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix
$II_{\nabla\vec{v}}$	Zweite Invariante des Geschwindigkeitsgradiententensors
$k$	Turbulente kinetische Energie



$K_1 - K_8$	Bezeichnung der Kulite-Sonden
$K_m$	Krylovraum der Dimension $m$
$l$	Lokale Flügeltiefe
$\vec{l}$	Abstand der Wirbelkerne
$l_\mu$	Referenzflügeltiefe
$M_y$	Nickmoment
$Ma$	Machzahl
$Ma_\varphi$	Azimutale Machzahl, $Ma_\varphi = v_\varphi/a$
$Ma_N$	Machzahl normal zur Vorderkante, $Ma_N = Ma_\infty \cos(\phi)(1 + \sin^2(\alpha)\tan^2(\phi))^{1/2}$
$\vec{n}$	Vektor der lokalen Strömungsrichtung
<b>P</b>	Vorkonditionierer-Matrix
$p$	Druck
$p_t$	Totaldruck
$q$	Grundströmungsgrößen
$\hat{q}$	Störamplitude
<b>Q</b>	Stationärer Anteil der Grundströmungsgrößen
$\mathbf{q}'$	Schwankungsanteil der Grundströmungsgrößen
$Q_D$	Kompressible Erweiterung des klassischen Q-Kriteriums
$q_g$	Geometrischer Wachstumsfaktor
$Q_{LES}$	LES-Qualitätskriterium, $Q_{LES} = k_{res}/k_{tot}$
$r$	Radius
<b>R</b>	Residuum
$\mathbf{R}_{RANS}$	Reynoldsspannungstensor der (U)RANS-Simulationen
$R_s$	Spezifische Gaskonstante
$r_0$	Referenzwirbelradius
$r_F$	Fenstergröße der Wirbelkernsuche
$Re$	Reynoldszahl, $Re = (\rho v l)/\mu$

$Re_{l_\mu}$	Reynoldszahl bezogen auf die Referenzflügeliefe, $Re_{l_\mu} = (\rho_\infty U_\infty l_\mu) / \mu$
$s$	Halbspannweite
$\Delta s$	Schrittweite der Wirbelkernverfolgung
<b>S</b>	Deformationsgeschwindigkeitstensor
$d\vec{s}$	Infinitesimales Wirbelement
$S$	Drallzahl (engl. Swirl Number), $S = v_{\varphi, max} / v_{z, Achse}$
$S_1 - S_6$	Bezeichnung der Druckmessschnitte
$S_{krit}$	Kritische Drallzahl
<b>S<sub>D</sub></b>	Modifizierter Deformationsgeschwindigkeitstensor
$T$	Temperatur
$t$	Zeit
$\Delta t$	Zeitschrittweite
$T_t$	Totaltemperatur
$t_{avg}$	Mittelungsdauer der instationären Simulationen
$t_c$	Konvektive Zeiteinheit, $t_c = l_\mu / U_\infty$
$Tu_\infty$	Turbulenzgrad der ungestörten Anströmung
$d\vec{u}$	Induzierte Geschwindigkeit
$U_\infty$	Anströmgeschwindigkeit
$\vec{v}$	Geschwindigkeitsvektor
$d\vec{v}$	Infinitesimale induzierte Geschwindigkeit
$\vec{v}'$	Vektor der Geschwindigkeitsfluktuationen
$v_I$	Indikatorvariable
$v_r, v_\varphi, v_z$	Komponenten des Geschwindigkeitsvektors in zylindrischen Koordinaten
$v_x, v_y, v_z$	Komponenten des Geschwindigkeitsvektors in kartesischen Koordinaten
$\vec{v}'_{aux}$	Isotrope und homogene Geschwindigkeitsfluktuationen zur Berechnung der synthetischen Turbulenz

$\vec{v}'_{ST}$	Geschwindigkeitsfluktuationen der synthetischen Turbulenz
$x, y, z$	Kartesische Koordinaten
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	Gittergröße in x-, y- und z-Richtung
$x_{25}$	Einviertellinie
$x_{N25}$	x-Position des Momentenbezugspunktes
$y^+$	Dimensionsloser Wandabstand

### Griechische Symbole

$\alpha$	Anstellwinkel
$\alpha_P$	Gewichtungsfaktor für die Erstellung der Vorkonditionierungsmatrix
$\alpha_{krit}$	Kritischer Anstellwinkel ab dem Wirbelplatzen auftritt
$\alpha_{Tu}$	Skalierungsfaktor der turbulenten kinetischen Energie
$\beta$	Schiebewinkel
$\chi$	Phasenwinkel der linearen Stabilitätstheorie
$\delta$	Dimensionsloses Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern, $\delta = 1 - \frac{v_{z,Achse}^*}{U_\infty^*}$
$\epsilon$	Skalierungsfaktor der matrixfreien Stabilitätsanalyse
$\Gamma$	Zirkulation
$\gamma$	Isentropenexponent
$\Gamma_0$	Dimensionslose Referenzzirkulation am Rand des Wirbelkerns, $\Gamma_0 = 2\pi r^* v_{\varphi,max}^*$
$\kappa$	Lösung der Poisson-Gleichung
$\lambda$	Eigenwert der Stabilitätsanalyse
$\lambda^*$	Angefachter Eigenwert der Stabilitätsanalyse
$\lambda_i$	Dimensionslose Frequenz des Eigenwerts aus der Stabilitätsanalyse, $\lambda_i = 2\pi \cdot l_{ref}/v_{ref}$
$\lambda_r$	Dämpfungsrate des Eigenwerts aus der Stabilitätsanalyse
$\mu$	Dynamische Viskosität

$\mu_{Tu}$	Skalierungsfaktor der turbulenten Dissipationsrate
$\nu$	Kinematische Viskosität
$\Omega$	Drehgeschwindigkeitstensor
$\omega$	Spezifische turbulente Dissipationsrate
$\vec{\omega}$	Wirbelvektor
$\phi$	Pfeilungswinkel
$\pi$	Kreiszahl
$\psi_1, \psi_2, \psi_3$	Komponenten des Platzkriteriums von Thomer
$\sigma$	Stoßwinkel
$\sigma_P$	Standardabweichung des Drucks
$\Theta$	Umlenkwinkel
$\theta$	Eigenwerte des modifizierten Eigenwertproblems
$\varepsilon$	Turbulente Dissipationsrate
$\varphi$	Spiralwinkel
$\varrho$	Dichte
$\xi$	Formparameter des Lamb-Oseen-Wirbels
$\zeta$	Komplexwertiger Shift

### Abkürzungen

AVT	Applied Vehicles Technology
CAWAPI	Cranked Arrow Wing Aerodynamics Project International
CFD	Numerische Strömungsmechanik (engl. <i>Computational Fluid Dynamics</i> )
DDES	Delayed Detached-Eddy-Simulation
DES	Detached-Eddy-Simulation
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DMD	Dynamic Mode Decomposition
DMS	Dehnungsmessstreifen
DNS	Direkte numerische Simulation

EARSM	Explizites algebraisches Reynoldsspannungsmodell
F22-L00	Doppeldeltavariante des DLR-F22-Modells
F22-LS1	Basisgeometrie des DLR-F22-Modells
FSDM	FlowSimulator Data Manager
GSA	Globale Stabilitätsanalyse
HFW	Hauptflügelwirbel
HLD2	Hybrid low-dissipation, low-dispersion Verfahren
HW	Hauptwirbel
IDDES	Improved Delayed Detached-Eddy-Simulation
ILU	Unvollständige LU-Zerlegung (engl. <i>Incomplete LU-Factorization</i> )
LES	Grobstruktursimulation (engl. <i>Large-Eddy-Simulation</i> )
Levcon	Leading Edge Vortex Controller
LGS	Lineares Gleichungssystem
LNS	Laminare Navier-Stokes-Gleichungen
LST	Lokale Stabilitätstheorie
NATO	North Atlantic Treaty Organization
NSVI	Normal Shock Vortex Interaction
OSVI	Oblique Shock Vortex Interaction
PIV	Particle Image Velocimetry
PSD	Spektrale Leistungsdichte (engl. <i>Power Spectral Density</i> )
PSE	Parabolisierte Stabilitätsgleichung (engl. <i>Parabolized Stability Equations</i> )
PSI	Statische Druckmesssonden
PSP	Druckempfindliche Farbe (engl. <i>Pressure Sensitive Paint</i> )
QCR	Quadratic Constitutive Relation
RANS	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen
RC	Rotationskorrektur (engl. <i>Rotation Correction</i> )
RGK	Rampengeometrie mit kurzer Rampe
RGL	Rampengeometrie mit langer Rampe

RSM	Reynoldsspannungsmodell
STO	Science and Technology Organization
STW	Strakewirbel
SW	Steuerwirbel
TAU	Strömungslöser des DLR
TKE	Turbulente kinetische Energie
TWG	Transsonischer Windkanal Göttingen
ULNS	Instationäre laminare Navier-Stokes-Gleichungen
URANS	Instationäre Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen
VC	Wirbelzentrum (engl. <i>Vortex Center</i> )
VFE	Vortical Flow Experiment for Code Validation
VKW	Vorkörperwirbel
WMLES	Wandmodellierete LES



# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Wirbelbehaftete Strömungen treten in den verschiedensten Größenordnungen auf, von kilometergroßen Wirbelstürmen bis hin zu wenigen Millimeter großen Haarnadelwirbeln in turbulenten Strömungen. Obwohl Beispiele für Wirbelströmungen in der Natur schon lange beobachtet werden und bereits früh, beispielsweise von da Vinci [56], untersucht wurden, liegen die Ursprünge der theoretischen Beschreibung von Wirbeln im 19. Jahrhundert. Helmholtz [42] und Thomson [133] formulierten in ihren Arbeiten eine Reihe von Wirbelsätzen, die das Verhalten von Wirbeln in idealen, reibungsfreien Fluiden beschreiben. Weitere grundlegende Erkenntnisse wurden zu Beginn des 20. Jahrhunderts mit dem Aufkommen der ersten Flugzeuge gewonnen. Die Arbeiten von Kutta [59] und Joukowski [54] zeigten die Bedeutung der Zirkulation um einen Flügel für die Erzeugung von Auftrieb, und Prandtls [95] Einführung des Konzepts einer reibungsbehafteten Grenzschicht in Wandnähe lieferte erstmals eine Erklärung für die Entstehung von Wirbeln an Tragflächen.

Obwohl die Grundlagen wirbelbehafteter Strömungen seit mehr als einem Jahrhundert bekannt sind, herrscht in der Aerodynamik weiterhin großes Interesse an ihrer Untersuchung. Im Bereich der zivilen Luftfahrt treten stark wirbeldominierte Strömungen beispielsweise in Form der sogenannten Wirbelschleppen auf, die sich im Nachlauf von Verkehrsflugzeugen bilden, oder in Form der Blattspitzenwirbel von Hubschrauberrotoren, die unter anderem maßgeblichen Einfluss auf die Lärmemissionen von Hubschraubern haben. Auch in der militärischen Luftfahrt spielen wirbeldominierte Strömungen eine wichtige Rolle. Aufgrund der Forderung nach hohen Flugeschwindigkeiten bei gleichzeitig hoher Agilität verwenden moderne Kampfflugzeuge stark gepfeilte Flügel, sogenannte Deltaflügel. An deren Vorderkanten kommt es schon bei geringen Anstellwinkeln zur Strömungsablösung, wodurch eine abgelöste Scherschicht entsteht, die sich entlang der Vorder-



kante zu einem Längswirbel, einem sogenannten Vorderkantenwirbel, aufrollt. Die hohen Strömungsgeschwindigkeiten in den Vorderkantenwirbeln führen zu einer Reduktion des Drucks auf der Flügeloberfläche und erzeugen somit zusätzlichen Auftrieb. Wird jedoch ein kritischer Anstellwinkel überschritten, kommt es über dem Flügel zum sogenannten Wirbelplatzen, einer abrupten Strukturänderung des Wirbels, die mit einer deutlichen Reduktion der Axial- und Azimutalgeschwindigkeiten des Wirbels und damit mit einer deutlichen Reduktion des Auftriebs einhergeht [67].

Eine Weiterentwicklung des klassischen Deltaflügels sind mehrfach gefeilte Deltaflügel, auch als Mehrfachdeltaflügel bezeichnet. Bei diesen Flügelformen ist die Vorderkante in mehrere Bereiche aufgeteilt, die unterschiedliche Pfeilungswinkel aufweisen. Dabei können sich an jedem Abschnitt der Vorderkante eigene Vorderkantenwirbel bilden, die anschließend miteinander interagieren können. Bei transsonischen oder supersonischen Strömungsbedingungen kommt es zudem zur Ausbildung von Verdichtungsstößen auf dem Flügel, die ebenfalls mit den Wirbeln wechselwirken und dadurch frühzeitiges Wirbelplatzen auslösen können [55]. Die korrekte Vorhersage der Wirbelsysteme und des Wirbelplatzens ist dabei von enormer Bedeutung für den Flugzeugentwurf. So kann es beispielsweise unter Schiebewinkeinfluss dazu kommen, dass die Wirbel auf einer Flügelhälfte früher platzen als auf der anderen, ein Phänomen, das als asymmetrisches Wirbelplatzen bezeichnet wird. Durch die resultierende ungleiche Auftriebsverteilung werden große Nick- und Rollmomente induziert, was die Stabilität und Steuerbarkeit des Flugzeugs beeinträchtigen kann. In den letzten Jahren wurden deutliche Fortschritte in Bezug auf die numerische Modellierung wirbelbehafteter Strömungen erzielt. Während Strömungszustände mit stabilen Wirbelsystemen mittlerweile mit hoher Genauigkeit simuliert werden können, ist die Vorhersage des Wirbelplatzens infolge hoher Anstellwinkel oder der Interaktion der Wirbel mit Verdichtungsstößen jedoch weiterhin schwierig und mit großen Unsicherheiten behaftet [71].

## 1.2 Zielsetzung und Struktur der Arbeit

Während das Wirbelplatzen einzelner Wirbel in der Vergangenheit sowohl in Unterschall- als auch in Überschallströmungen bereits ausführlich untersucht wurde, gibt es zum Wirbelplatzen miteinander interagierender Wirbel bisher deutlich weniger Erfahrungen. Der Großteil der existierenden Ar-

beiten bezieht sich zudem auf Strömungen im tiefen Unterschall, so dass Kompressibilitätseffekte, wie beispielsweise das Auftreten von Verdichtungsstößen, nicht berücksichtigt werden. Das Thema der vorliegenden Arbeit ist dagegen die numerische Untersuchung der Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion im transsonischen und niedrigen supersonischen Geschwindigkeitsbereich, wobei ein besonderer Schwerpunkt auf der Stabilität der Wirbel in Bezug auf Wirbelplätzen liegt. Das Ziel der Untersuchungen ist es, die Stabilität der Wirbel beurteilen zu können und stabilisierende sowie destabilisierende Einflüsse zu identifizieren. Eine Besonderheit der aktuellen Arbeit ist dabei die vermutlich erstmalige Verwendung des Verfahrens der globalen Stabilitätsanalyse zur Untersuchung der Wirbel-Stoß-Interaktion.

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut: In Kapitel 2 wird zunächst der aktuelle Stand der Forschung zur Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion vorgestellt und ein Überblick über relevante Arbeiten zur linearen Stabilitätsanalyse von Wirbelströmungen gegeben. Anschließend werden in Kapitel 3 die im Rahmen der Arbeit verwendeten numerischen Verfahren und Werkzeuge präsentiert, sowie die verwendeten analytischen Wirbelmodelle und die theoretischen Grundlagen der globalen Stabilitätsanalyse eingeführt.

Den Kern der Arbeit bilden die Kapitel 4 und 5. Kapitel 4 enthält die Ergebnisse der numerischen Untersuchung einer generischen Deltaflügelkonfiguration, des sogenannten DLR-F22-Modells. Das Ziel der Arbeiten am DLR-F22-Modell ist die Untersuchung und Beeinflussung der Wirbeltopologie an einer realistischen, wenn auch stark vereinfachten, Flugzeuggeometrie. Dabei umfasst Abschnitt 4.1 die Vorstellung der Geometrie und der Strömungsbedingungen der untersuchten Testfälle sowie die Ergebnisse der Gitterkonvergenz- und Turbulenzmodellstudien. Anschließend werden in den folgenden Abschnitten verschiedene Einflussfaktoren auf die Strömungstopologie am DLR-F22-Modell ausgewertet, wobei zur Validierung der Ergebnisse experimentelle Messdaten zur Verfügung stehen. Die Unterkapitel 4.2 und 4.3 beschäftigen sich mit der Auswirkung von Anstellwinkel- und Schiebewinkelvariationen, während Abschnitt 4.4 den Einfluss der Anströmmachzahl auf die Wirbeltopologie behandelt. Die Änderungen der Strömungstopologie, die sich durch den Übergang von einem Dreifachdeltaflügel auf einen Doppeldeltaflügel ergeben, werden in Abschnitt 4.5 diskutiert. Abschließend werden in Abschnitt 4.6 die Ergebnisse der Simulationen mit skalenauflösenden Verfahren präsentiert und mit den Ergebnissen der URANS-Simulationen verglichen.

Da die Umströmung des DLR-F22-Modells sehr komplex ist, lassen sich die Parameter der entstehenden Wirbel, speziell die Zirkulation und das Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern, nur indirekt beeinflussen. Daher ist eine separate Betrachtung einzelner Einflussfaktoren auf die Wirbel-Interaktion nur schwer möglich. Aus diesem Grund wird in Kapitel 5 ein weniger komplexer Testfall behandelt: die Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß. Der Verdichtungsstoß wird dabei durch eine Rampe in supersonischer Strömung erzeugt, während die Wirbel direkt über eine Modifikation der Einlassrandbedingung stromauf des Verdichtungsstoßes ins Strömungsfeld eingebracht werden. Dieses Vorgehen ermöglicht es, die relevanten Parameter der Wirbel-Interaktion direkt vorzugeben und im Rahmen einer Parameterstudie systematisch zu variieren. Abschnitt 5.1 umfasst eine Übersicht über die verwendeten Geometrien und Strömungsbedingungen und die Ergebnisse der Gitterkonvergenzstudie. Anschließend wird in Unterkapitel 5.2 die Wirbel-Stoß-Interaktion auf Basis instationärer Navier-Stokes-Simulationen untersucht. In den Abschnitten 5.2.1 und 5.2.2 werden dabei die Interaktion eines einzelnen laminaren Wirbels, beziehungsweise die gleichzeitige Interaktion zweier laminarer Wirbel mit einem Verdichtungsstoß analysiert. Basierend auf diesen Ergebnissen wird in Abschnitt 5.2.3 ein neues Kriterium zur Vorhersage von Wirbelplatzern aufgrund der Wirbel-Stoß-Interaktion definiert und anhand von Ergebnissen aus der Literatur validiert. Anschließend wird in Abschnitt 5.2.4 auf den Einfluss der Turbulenzmodellierung auf die Simulation des Wirbelplatzens eingegangen, wobei sowohl konventionelle URANS-Simulationen als auch ein skalenauflösendes IDDES-Verfahren zum Einsatz kommen.

Abschließend wird in Unterkapitel 5.3 die Untersuchung der Wirbel-Stoß-Interaktion mithilfe des Verfahrens der globalen Stabilitätsanalyse behandelt. Die Verwendung dieses Verfahrens ermöglicht zum einen eindeutige Aussagen über die Stabilität der Wirbelströmung und zum anderen eine detaillierte Betrachtung der Instabilitäten, die zum Übergang von einer stationären zu einer instationären Strömung führen. Dabei werden zunächst in Abschnitt 5.3.1 die zugrundeliegenden Grundströmungsberechnungen vorgestellt und die Unterschiede im Vergleich zu der in Abschnitt 5.2 untersuchten Strömungstopologie diskutiert. Die eigentlichen Ergebnisse der globalen Stabilitätsanalyse werden anschließend in Abschnitt 5.3.2 behandelt, wobei zur Validierung der Ergebnisse ein Vergleich mit instationären Simulationen angestellt wird.

Auszüge aus dieser Arbeit wurden bereits im Vorfeld veröffentlicht. Speziell betrifft dies die folgenden beiden Publikationen:

- **Werner, M.**, Weiss, S., Rein, M., Richter, K.: *Experimental and Numerical Analysis of the Aerodynamics and Vortex Interactions on Multiple-Swept Delta Wings*, 71. Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress, Dresden, 2022
- **Werner, M.**, Hein, S.: *Global Stability Analysis of the Interaction Between a Longitudinal Vortex and an Oblique Shock Wave*, 93rd GAMM Annual Meeting, Aachen, 2022



# 2 Stand der Forschung

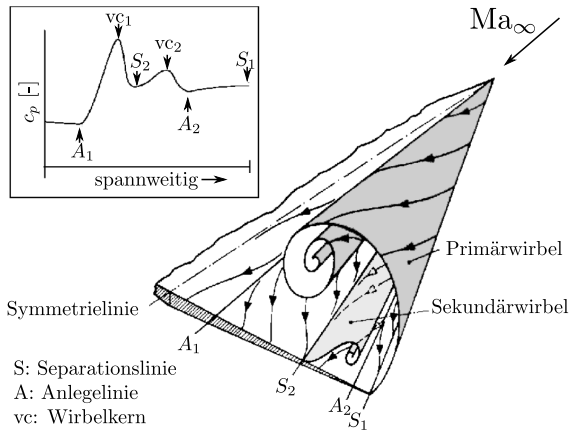
Die Untersuchung wirbeldominierter Strömungen ist seit Jahrzehnten ein aktives Arbeitsfeld in der Strömungsmechanik. Dabei wurde im Verlauf der Jahrzehnte ein umfangreicher Wissensstand aufgebaut. In diesem Kapitel soll daher ein kurzer Überblick über die für die durchgeführten Arbeiten relevantesten Erkenntnisse und über den Stand der Forschung gegeben werden.

In Abschnitt 2.1 wird zuerst in einem allgemeinen Überblick die Entstehung von Wirbeln an Deltaflügeln und das Phänomen des Wirbelplatzens von einzelnen Längswirbeln erläutert. Die Abschnitte 2.1.1 und 2.1.2 führen in die Themengebiete der Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion ein. In Abschnitt 2.2 wird ein Überblick über Arbeiten zur linearen Stabilität von Wirbeln im Allgemeinen und über den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Ansatz der globalen Stabilitätsanalyse im Besonderen gegeben. Abschließend werden in Abschnitt 2.3 die experimentellen Untersuchungen am DLR-F22-Modell vorgestellt, die in den späteren Kapiteln zur Validierung der numerischen Ergebnisse verwendet werden.

## 2.1 Wirbelströmung an Deltaflügeln

Aufgrund der Forderung nach hohen Fluggeschwindigkeiten bei gleichzeitiger hoher Wendigkeit für moderne Kampfflugzeuge haben sich in den letzten Jahrzehnten stark gepfeilte Flügelformen, sogenannte Deltaflügel, in der militärischen Luftfahrt durchgesetzt. An Deltaflügeln löst sich die Strömung schon bei moderaten Anstellwinkeln entlang der Vorderkante der Flügel ab. Die abgelöste Scherschicht rollt sich dabei zu einem sogenannten Primärwirbel auf. Die hohen Umfangs- und Axialgeschwindigkeiten des Wirbels sorgen für eine Reduktion des Druckes auf der Saugseite des Flügels und somit für eine Erhöhung des Auftriebs. Je nach Strömungsbedingung kann das Strömungsfeld durch den Einfluss des Primärwirbels außerdem so stark

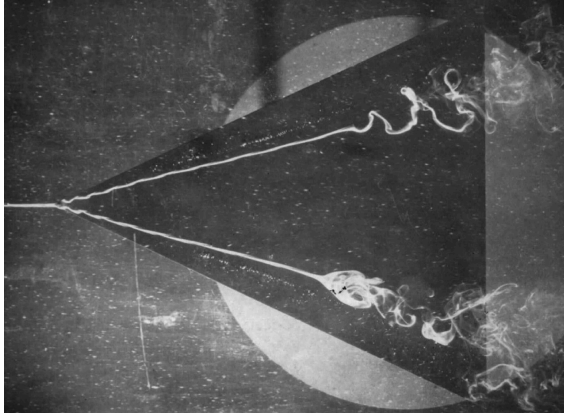
beeinflusst werden, dass es zu einer weiteren Strömungsablösung im Bereich zwischen dem Primärwirbel und der Vorderkante kommt, so dass sich ein Sekundärwirbel bildet. Bei besonders stark ausgeprägten Wirbeln kann sich auf die gleiche Weise ein Tertiärwirbel zwischen Primär- und Sekundärwirbel bilden. Eine beispielhafte Darstellung der Wirbelstruktur an einem einfachen Deltaflügel mit Primär- und Sekundärwirbel ist in Abbildung 2.1.1 zu finden.



**Abbildung 2.1.1:** Skizze der Wirbelströmung an einem Deltaflügel und zugehörige Oberflächendruckverteilung, nach Donohoe und Bannink [19]

Die Zirkulation des Primärwirbels nimmt mit zunehmendem Anstellwinkel zu. Sobald jedoch ein, von Geometrie und Strömungsbedingungen abhängiger, kritischer Anstellwinkel  $\alpha_{krit}$  überschritten wird, tritt das sogenannte Wirbelplatzen über dem Flügel auf. Dieses Phänomen ist gekennzeichnet durch eine abrupte Änderung der Wirbeltopologie in Folge der Ausbildung eines Staupunkts auf der Wirbelachse [37]. Das Wirbelplatzen führt zu einer deutlichen Reduktion der Axial- und Umfangsgeschwindigkeiten des Wirbels und damit zu einer deutlichen Reduktion des Auftriebs [67]. Eine Erhöhung des Anstellwinkels verursacht dabei im Allgemeinen eine Verschiebung der Position des Wirbelplatzens stromauf, während eine Erhöhung des Pfeilungswinkels bei gegebenem Anstellwinkel eine Verschiebung des Aufplatzenpunktes stromab verursacht [23, 57]. In Abhängigkeit von Geometrie und Strömungsbedingungen sind verschiedene Formen, auch Moden genannt,

des Wirbelplatzens zu beobachten [28, 105]. Die beiden häufigsten Moden bei hohen Reynoldszahlen sind dabei die axialsymmetrische Mode, auch als Blasen-Typ (engl. *bubble type*) bezeichnet, und die Spiral Mode, auch Spiral-Typ (engl. *spiral type*) genannt [65], die beide beispielhaft in Abbildung 2.1.2 abgebildet sind.



**Abbildung 2.1.2:** Visualisierung des Wirbelplatzens an einem Deltaflügel, Blasen-Typ (unten) und Spiral-Typ (oben), aus Lambourne und Bryer [63]

Für die theoretische Beschreibung des Wirbelplatzens wurden schon früh verschiedene Ansätze entwickelt. Squire [123] untersuchte die Auswirkungen axialsymmetrischer Störungen auf axialsymmetrische, reibungsfreie Strömungen. Dabei teilte er das Strömungsgebiet in überkritische und unterkritische Bereiche ein. In überkritischen Bereichen können sich Störungen nur stromab ausbreiten, während in unterkritischen Bereichen eine Ausbreitung in alle Richtungen möglich ist. Das Wirbelplatzen selbst war seiner Ansicht nach ein kritischer Zustand am Übergang zwischen diesen Bereichen, der sich durch eine Anhäufung von stromaufwandernden Störungen aus dem unterkritischen Bereich bildete. Diese Überlegungen wurden von Benjamin [7] aufgegriffen, der das Wirbelplatzen selbst jedoch analog zum Beispiel eines Verdichtungsstoßes als Übergang zwischen zwei zusammengehörigen Lösungen der Grundgleichungen verstand. Ein alternativer Ansatz wurde von Ludwig [72] vorgeschlagen, der das Wirbelplatzen, beziehungsweise die Entwicklung des mit dem Wirbelplatzen einhergehenden Staupunkts, als strömungsmechanische Instabilität beschrieb. Bei der Untersu-



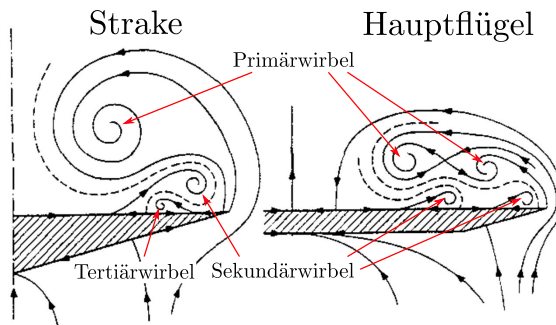
chung der Stabilität der Wirbelströmung mit Hilfe linearer Stabilitätstheorie wurde eine spiralförmige Störung auf die axialsymmetrische Grundströmung aufgeprägt, die zu einem spiralförmigen Aufplatzen des Wirbels führte. Ähnliche Untersuchungen wurden beispielsweise von Lessen et al. [66] in Hinblick auf die Stabilitätseigenschaften eines klassischen Batchelor-Wirbels in reibungsbehafteter Strömung durchgeführt, oder auch von Spall [121], der bei der Untersuchung der linearen Stabilität eines anderen Wirbelmodells, des sogenannten Q-Wirbels, den Einfluss des Druckgradienten auf die Stabilität des Wirbels analysierte. Ein generelles Problem dieses Ansatzes ist jedoch, dass durch die Anforderung einer nicht-axialsymmetrischen Störung eine Untersuchung des axialsymmetrischen Blasen-Typs des Wirbelplatzens nicht möglich ist. Zudem zeigte Leibovich [64], dass die von Lessen et al. [66] verwendeten Strömungsprofile stromauf des Wirbelplatzens stabil gegenüber infinitesimalen Störungen sind, was die Anwendbarkeit des Ansatzes infrage stellt. Eine ausführlichere Betrachtung der Untersuchungen zur linearen Stabilität von Wirbeln wird in Abschnitt 2.2 gegeben.

Frühe numerische Arbeiten zur Untersuchung des Wirbelplatzens beschränkten sich zunächst auf stark vereinfachte Testfälle, wie zum Beispiel die Untersuchung eines stationären, laminaren und axialsymmetrischen Wirbels durch Grabowski und Berger [34] oder die Untersuchung eines instationären, axialsymmetrischen Wirbels durch Shih [112]. Mit zunehmenden Rechenkapazitäten wurden dann auch erste dreidimensionale numerische Simulationen möglich. So untersuchten beispielsweise Hartwich [36] und Hitzel und Schmidt [47] die Umströmung von Deltaflügeln auf Basis der Eulergleichungen. Spall und Gatski [120] beschäftigten sich mit dem Wirbelplatzens eines freien Wirbels auf Basis der instationären, dreidimensionalen Navier-Stokes-Gleichungen und konnten in ihren Untersuchungen vier unterschiedliche Moden des Wirbelplatzens beobachten. Um hochwertige Validierungsdaten für die Weiterentwicklung der numerischen Verfahren zu erzeugen, wurde in den Folgejahren das *International Vortex Flow Experiment for Computer Code Validation* (VFE) ins Leben gerufen [21] sowie einige Jahre später das Nachfolgeprojekt VFE-2 [50, 69]. Basierend auf den so gewonnenen experimentellen Daten wurden umfangreiche numerische Studien durchgeführt, wobei ein Schwerpunkt auf dem Vergleich klassischer instationärer Reynolds-Averaged Navier-Stokes (URANS) Verfahren mit skalenauflösenden Detached-Eddy-Simulationen (DES) lag. In den Arbeiten von Schiavetta et al. [107] und Cummings und Schütte [16] zeigte sich dabei, dass die gemittelten Strömungsfelder für beide Verfahren qualitativ sehr ähnlich waren. Auch die vorhergesagten Frequenzen der dominanten Strömungsphänome-

ne, wie beispielsweise der Oszillation der Wirbelplatzposition, zeigten sehr gute Übereinstimmung zwischen den beiden Verfahren. Allerdings wiesen die URANS-Simulationen eine deutlich höhere Leistungsdichte der dominanten Frequenzen auf als die DES-Ergebnisse [107]. Ein umfangreicherer Überblick über die Arbeiten zur numerischen Untersuchung abgelöster Strömungen an Deltaflügeln findet sich beispielsweise bei Rizzi und Luckring [100].

### 2.1.1 Wirbel-Wirbel-Interaktion

Eine Weiterentwicklung des einfachen Deltaflügels sind mehrfach gefeilte Deltaflügel. Die grundlegende Idee bei diesen Konfigurationen ist, den nutzbaren Anstellwinkelbereich des Flugzeugs durch die Verwendung mehrerer unterschiedlich gefeilter Bereiche der Vorderkante zu erweitern. Die ersten derartigen Konfigurationen waren Doppeldeltaflügel, die üblicherweise aus einem stärker gefeiltern Vorflügel, auch Strake genannt, und einem schwächer gefeiltern Hauptflügel bestehen. An den unterschiedlich gefeiltern Abschnitten der Vorderkante bilden sich dabei jeweils eigenständige Wirbelsysteme von Primär-, Sekundär- und Tertiärwirbeln aus, die im hinteren Bereich des Flügels auch miteinander interagieren können. Am stark gefeiltern Strake bildet sich dabei bei mittleren bis hohen Anstellwinkeln ein starkes Wirbelsystem, was für einen höheren Auftrieb und verbesserte Manövrierbarkeit im Vergleich zu einfachen Deltaflügeln sorgt [70]. Eine Gegenüberstellung des Wirbelsystems am Strake und am Hauptflügel eines Doppeldeltaflügels ist in Abbildung 2.1.3 skizziert.



**Abbildung 2.1.3:** Skizze der Wirbelströmung an einem doppelt gefeiltern Deltaflügel, nach Verhaagen et al. [138]

Die Art der Wirbelinteraktion hängt dabei stark vom Abstand, der relativen Stärke und dem Drehsinn der beteiligten Wirbel ab. An Deltaflügeln liegen im Allgemeinen gleichsinnig drehende Primärwirbel unterschiedlicher Stärke vor. Für die Interaktion gleichsinnig rotierender Wirbel existieren umfangreiche Untersuchungen für vergleichsweise einfache zweidimensionale Strömungen. Die Ursache der Interaktion ist dabei das von den Wirbeln induzierte Geschwindigkeitsfeld, das durch das Gesetz von Biot-Savart berechnet werden kann. Die von einem infinitesimalen Wirbelelement  $d\vec{s}$  induzierte Geschwindigkeit  $d\vec{u}$  an einem bestimmten Punkt ergibt sich dann zu

$$d\vec{u} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{l}}{|\vec{l}|^3}, \quad (2.1.1)$$

mit der Zirkulation des Wirbels  $\Gamma$  und dem Verbindungsvektor  $\vec{l}$  zwischen dem Wirbelfilament und dem betrachteten Punkt [87]. Bei großen Abständen zwischen den Wirbeln ist keine nennenswerte Wirbel-Wirbel-Interaktion zu beobachten. Wird der Abstand zwischen den Wirbeln verringert, ist zunächst eine Verflechtung (engl. *intertwining*) der Wirbel zu beobachten, bei der sich die Wirbel umeinander winden. Wird jedoch ein kritischer Abstand unterschritten, bewegen sich die Wirbelkerne immer weiter aufeinander zu, bis sie miteinander verschmelzen (engl. *vortex merging*) [79]. Da die Wirbelradien im reibungsbehafteten Fall mit der Zeit anwachsen, tritt hier für ähnlich starke Wirbel zwangsläufig irgendwann die Verschmelzung der Wirbel ein. Wenn einer der beiden Wirbel jedoch deutlich schwächer ist als der andere, ist es auch möglich, dass der schwächere Wirbel durch die Interaktion zerstört wird, bevor es zur Verschmelzung der Wirbelkerne kommt [8].

Für den komplexeren Fall der Wirbel-Wirbel-Interaktion an mehrfach gefeilten Deltaflügelkonfigurationen existieren zahlreiche experimentelle Untersuchungen zum Einfluss der Flügelgeometrie und Strömungsbedingungen im subsonischen Geschwindigkeitsbereich [9, 11, 140]. Thompson [131, 132] untersuchte den Einfluss von Anstellwinkel und Pfeilungswinkel auf das Wirbelplatzen an Doppeldeltaflügeln und konnte zeigen, dass sich dabei grundsätzlich ähnliche Effekte beobachten lassen wie bei einfachen Deltaflügeln. Eine Erhöhung des Pfeilungswinkels führte zu stärkeren Wirbeln und verschob das Wirbelplatzen der einzelnen Primärwirbel zu höheren Anstellwinkeln, während eine Erhöhung des Anstellwinkels bei konstanter Geometrie zu einer Verschiebung des Wirbelplatzens stromauf führte. Das Wirbelplatzen des einen Primärwirbels destabilisierte dabei den jeweils an-

deren Primärwirbel so sehr, dass dieser ebenfalls platzte. Welcher Wirbel zuerst Anzeichen von Wirbelplatzen zeigte, hing wiederum von Geometrie und Anstellwinkel ab. Der Beginn der Wirbelinteraktion für eine gegebene Flügelform verschob sich dabei mit zunehmendem Anstellwinkel weiter stromauf, was auch beispielsweise von Verhaagen [138] bei Untersuchungen an einem Deltaflügel mit  $76^\circ$  gefeiltm Strake und  $40^\circ$  gefeiltm Hauptflügel, kurz als  $76^\circ/40^\circ$  gefeilt bezeichnet, beobachtet wurde. Auch die aus den Simulationen einfacher zweidimensionaler Strömungen bekannte Verflechtung und Verschmelzung der Wirbel wurde experimentell an Deltaflügeln beobachtet. Brennenstuhl und Hummel [10] untersuchten die Wirbelbildung an unterschiedlich gefeiltm Doppeldeltakonfigurationen. Bei Pfeilungswinkelkombinationen von  $80^\circ/70^\circ$  und  $80^\circ/60^\circ$  beobachteten sie eine Verschmelzung der Primärwirbel bei Anstellwinkeln von  $\alpha > 10^\circ$ . Die Fälle mit verschmolzenen Wirbeln wiesen dabei eine deutliche Reduktion des Auftriebs im Vergleich zu den Fällen mit getrennten Primärwirbeln auf. Ähnliche Untersuchungen wurden auch von Olsen und Nelson an einem  $80^\circ/60^\circ$  gefeiltm Doppeldelta durchgeführt [88]. Sie untersuchten insbesondere die Entwicklung der Struktur der umeinander gewickelten Wirbel nach der Interaktion in Abhängigkeit vom Anstellwinkel des Flügels. Dabei beobachteten sie zwar einen starken Einfluss auf die Trajektorien der Wirbel aber keine vollständige Verschmelzung der Wirbelkerne. Auch die Machzahl der untersuchten Strömung hat einen Einfluss auf die Ausprägung der Wirbel-Wirbel-Interaktion. Bei Untersuchungen an einem Deltaflügel mit vorgelagertem Strake bei Machzahlen zwischen  $Ma = 0,6$  und  $Ma = 1,6$  beobachteten Erickson et al. [26] deutliche Unterschiede in der resultierenden Wirbel-Wirbel-Interaktion. Mit zunehmender Machzahl nahm dabei die Tendenz zur Verflechtung der Wirbel ab, bis hin zu nahezu vollständig entkoppelten Wirbeln bei  $Ma > 1,2$ . Ein ähnlicher Effekt wurde auch von Hebbbar et al. [39] bei der Untersuchung der Reynoldszahlabhängigkeit an einem  $76^\circ/40^\circ$  gefeiltm Doppeldeltaflügel beobachtet. Hier zeigte sich eine Reduktion der Wirbel-Wirbel-Interaktion bei steigender Reynoldszahl, was als Erklärung für zuvor beobachtete Unterschiede zwischen Untersuchungen in Wasserkanälen und Windkanälen gewertet wurde.

Für aerodynamische Anwendungen wird die Wirbel-Wirbel-Interaktion besonders in Hinblick auf die gezielte Beeinflussung eines existierenden Wirbels durch einen sogenannten Steuerwirbel untersucht. Der Steuerwirbel kann dabei anstatt durch eine Strake auch beispielsweise durch eine dem Deltaflügel vorgelagerte, separate Steuerfläche, einen sogenannten Canard, erzeugt werden [60]. Der vom Canard ausgehende Wirbel dient dabei der

Stabilisierung des Primärwirbels des Hauptflügels [49]. Alternativ kann bei mehrfach gepfeilten Deltaflügelkonfigurationen auch einer der beteiligten Primärwirbel durch Steuerflächen, wie zum Beispiel Vorderkantenklappen oder sogenannte Levcons (engl. *leading edge vortex controllers*) manipuliert werden. Durch einen Ausschlag dieser Steuerflächen kann eine Stabilisierung oder Destabilisierung des Wirbels erzielt werden. Letzteres ist beispielsweise bei Flugzuständen unter Schiebewinkeleinfluss von Bedeutung. Durch die asymmetrische Anströmung des Flügels kann es dazu kommen, dass ein Primärwirbel auf einer Flügelhälfte früher platzt als auf der anderen, was als asymmetrisches Wirbelplatzen bezeichnet wird [40]. Durch eine Stabilisierung des geplatzten Wirbels oder eine Destabilisierung des eigentlich noch stabilen Wirbels auf der Leeseite des Flügels kann dann der Entwicklung von starken Nick- und Rollmomenten entgegengewirkt werden. Umfangreiche numerische und experimentelle Untersuchungen der Umströmung von mehrfach gepfeilten Deltaflügeln wurden im Rahmen des *Cranked Arrow Wing Aerodynamics Project International* (CAWAPI) durchgeführt [61, 71, 99]. In diesem Projekt wurden deutliche Verbesserungen der numerischen Vorhersagequalität im Vergleich zu früheren Arbeiten erzielt, maßgeblich bedingt durch Steigerung der nutzbaren Gittergröße und durch Verbesserung der verwendeten Turbulenzmodelle. Es wurden jedoch auch eine Reihe an Strömungsbedingungen identifiziert, die sich als numerisch herausfordernd erwiesen, insbesondere subsonische Strömungsbedingungen bei hohen Anstellwinkeln und transsonische Strömungsbedingungen bei mittleren Anstellwinkeln, bei denen sich starke Verdichtungsstöße auf dem Flügel bildeten und mit den Wirbeln interagierten. Für die weitere Untersuchung der als kritisch bewerteten Fälle wurde die NATO STO Arbeitsgruppe AVT-316 etabliert, im Rahmen derer auch die Umströmung einer dreifach gepfeilten Deltaflügelkonfiguration bei verschiedenen Machzahlen untersucht wurde [48]. Die Arbeit der Arbeitsgruppe ist noch nicht abgeschlossen, erste Ergebnisse zeigen jedoch weiterhin einen deutlichen Einfluss der Turbulenzmodellierung und Netzauflösung auf die resultierende Strömung [102, 111].

### 2.1.2 Wirbel-Stoß-Interaktion

Die meisten der in den vorherigen Kapiteln beschriebenen Untersuchungen konzentrierten sich auf subsonische Strömungen im niedrigen Machzahlbereich. Allerdings erstreckt sich der Auslegungsbereich moderner Kampfflugzeuge bis in den Überschallbereich. Mit zunehmender Machzahl steigt dabei der Einfluss der Kompressibilität auf die Wirbelströmung [68, 82]. Bei

hohen trans- und supersonischen Geschwindigkeiten kommt es zudem zur Ausbildung von Verdichtungsstößen in der Strömung, die mit den Wirbeln interagieren können. Durch eine Wirbel-Stoß-Interaktion erfährt der Wirbel einen abrupten Druckanstieg, der destabilisierend wirkt und zu vorzeitigem Wirbelplatzen führen kann [63], wobei die zugrundeliegenden Mechanismen mit denen der stoßinduzierten Grenzschichtablösung vergleichbar sind [148]. Bei der Wirbel-Stoß-Interaktion wird unterschieden zwischen der Interaktion mit senkrechten Verdichtungsstößen (NSVI, engl. *normal shock vortex interaction*) und der Interaktion mit schiefen Verdichtungsstößen (OSVI, engl. *oblique shock vortex interaction*). In Abhängigkeit von der Auswirkung der Wirbel-Stoß-Interaktion wird zudem noch zwischen der sogenannten schwachen Wechselwirkung, bei der es nicht zum Wirbelplatzen kommt, und der starken Wechselwirkung, die Wirbelplatzen verursacht, unterschieden [12].

Die Interaktion mit einem senkrechten Verdichtungsstoß ist dabei im Allgemeinen kritischer und führt zu früherem Wirbelplatzen, da hier für eine gegebene Strömung der Druckanstieg über den Stoß größer ist. Durch die Interaktion zwischen Wirbel und Verdichtungsstoß kommt es auch zu einer Verformung des Verdichtungsstoßes, einer Auswölbung des Verdichtungsstoßes in Stromaufrichtung. Im Fall der NSVI bildet sich dabei eine annähernd axialsymmetrische, instationäre Stoßblase (engl. *bubble shock*), die mit zunehmender Drallzahl (engl. *swirl number*) und zunehmender Anströmmachzahl wächst [55]. Die Drallzahl  $S = v_{\varphi,max}/v_{z,Achse}$  bezeichnet dabei das Verhältnis zwischen der maximalen Azimutalgeschwindigkeit des Wirbels  $v_{\varphi,max}$  und der Axialgeschwindigkeit auf der Wirbelachse  $v_{z,Achse}$ . Im Fall der starken Wechselwirkung bildet sich stromab der Stoßblase ein Rückströmgebiet auf der Wirbelachse, ähnlich dem Wirbelplatzen des Blasen-Typs in inkompressiblen Strömungen. Basierend auf der Annahme, dass die Bildung eines Staupunktes notwendig für das Wirbelplatzen ist, leitete Mahesh [74] ein theoretisches Wirbelplatzkriterium her,

$$p_{2,\infty} - p_{1,Achse} > \rho_{1,Achse} \cdot v_{z,1,Achse}^2, \quad (2.1.2)$$

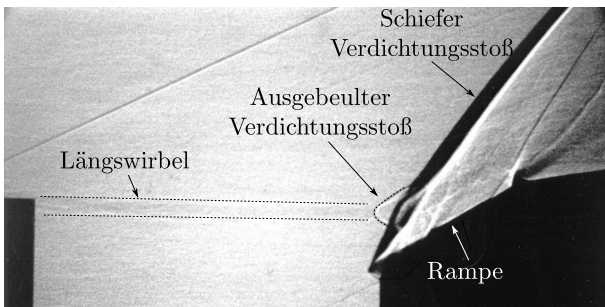
wobei die Indizes 1 und 2 jeweils die Bedingungen vor und nach dem Stoß beschreiben, und die Indizes *Achse* und  $\infty$  die Bedingungen auf der Wirbelachse, beziehungsweise im Fernfeld beschreiben. Wirbelplatzen tritt demnach auf, wenn der Drucksprung über den Verdichtungsstoß,  $p_{2,\infty} - p_{1,Achse}$ , größer ist als der Impulsfluss  $\rho_{1,Achse} \cdot v_{z,1,Achse}^2$  auf der Wirbelachse stromauf des Stoßes. Da  $p_{1,Achse}$  mit zunehmender Zirkulation des Wirbels abnimmt, folgt daraus, dass eine Reduktion der Axialgeschwindigkeit auf der Wir-

belachse oder eine Erhöhung der Umfangskomponente der Wirbelströmung eine destabilisierende Wirkung auf den Wirbel haben.

Auch im Fall der OSVI kommt es zu einer Verformung des Stoßes durch die Interaktion mit dem Wirbel. Dabei beult sich die Stoßfront im Interaktionsgebiet mit dem Wirbel konusförmig in Stromaufrichtung aus, siehe Abbildung 2.1.4, was auf den geringeren Druck im Wirbelkern stromauf der Stoßfront zurückzuführen ist. Das Ausmaß der Verformung hängt dabei maßgeblich von der lokalen Machzahl  $Ma_{1,Achse}$  auf der Wirbelachse ab, da durch die Änderung von  $Ma_{1,Achse}$  der lokale Stoßwinkel  $\sigma$  beeinflusst wird. Für einen schiefen Stoß gilt in Abhängigkeit von der Vorstoßmachzahl  $Ma_1$  und dem Isentropenexponenten  $\gamma$  folgende Beziehung zwischen dem Umlenkwinkel  $\Theta$  und dem Stoßwinkel  $\sigma$ :

$$\frac{\tan(\sigma - \Theta)}{\tan(\sigma)} = \frac{2 + (\gamma - 1)Ma_1^2 \sin^2(\sigma)}{(\gamma + 1)Ma_1^2 \sin^2(\sigma)}. \quad (2.1.3)$$

Der Umlenkwinkel bezeichnet den Winkel, um den die Strömung nach dem Stoß umgelenkt wird, was bei einer Rampenströmung bei den hier betrachteten Machzahlen in erster Näherung dem Rampenwinkel entspricht, während der Stoßwinkel den Winkel des Verdichtungsstoßes relativ zur Anströmung bezeichnet. Für einen festen Umlenkwinkel führt Gleichung 2.1.3 auf zwei mögliche Stoßwinkel,  $\sigma_{min}$  und  $\sigma_{max}$ , die als schwache, beziehungsweise starke Stoßlösung bezeichnet werden. Bei der schwachen Stoßlösung kann stromab des Stoßes weiterhin Überschall herrschen, während die starke Stoßlösung die Strömung zwangsläufig in den Unterschall überführt. Wenn die Vorstoßmachzahl auf der Wirbelachse jedoch unter einen kritischen Wert



**Abbildung 2.1.4:** Schattenaufnahme der Interaktion eines Längswirbels mit einem schiefen Verdichtungsstoß, nach Smart et al. [115]

$Ma_{1,Achse,krit}$  sinkt, liefert Gleichung 2.1.3 keine Lösung mehr. In diesem Fall ist eine starke Verformung des Verdichtungsstoßes und die Ausbildung eines lokal abgelösten Verdichtungsstoßes zu beobachten [55, 128]. Durch die Interaktion mit diesem lokal senkrechten Verdichtungsstoß kommt es zu einer starken Verzögerung der Strömung im Wirbelkern, wodurch es zur Ausbildung eines Rückströmgebiets, also Wirbelplätzen, kommen kann.

In Anlehnung an das in Gleichung 2.1.2 beschriebene Stabilitätskriterium definierte Thomer [129] ein Wirbelplatzkriterium für die OSVI

$$\underbrace{\frac{p_{1,Achse}}{p_{1,\infty}}}_{\psi_1} + \underbrace{\frac{\varrho_{1,Achse} \cdot v_{z,1,Achse}^2}{p_{1,\infty}}}_{\psi_2} < \underbrace{1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (Ma_\infty^2 \sin^2(\sigma) - 1)}_{\psi_3}. \quad (2.1.4)$$

Demnach tritt Wirbelplätzen auf, wenn ein abgelöster Stoß vorliegt, also  $Ma_{1,Achse} < Ma_{1,Achse,krit}$ , und gleichzeitig die Summe aus dem Druck auf der Achse und dem Impulsfluss auf der Wirbelachse stromauf des Verdichtungsstoßes kleiner ist als der Druck stromab des Verdichtungsstoßes,  $(\psi_1 + \psi_2)/\psi_3 < 1$ .

Ein alternatives empirisches Kriterium wurde von Hiejima [46] definiert und auf Basis von numerischen Simulationen validiert. Im Gegensatz zu den Kriterien von Mahesh und Thomer legte Hiejima die Annahme zugrunde, dass Wirbelplätzen auftritt, wenn die Druckdifferenz  $\Delta P = (p_{2,\infty} - p_{2,Achse}) - (p_{1,\infty} - p_{1,Achse})$  größer ist als die kinetische Energie stromab des schiefen Verdichtungsstoßes,

$$(p_{2,\infty} - p_{2,Achse}) - (p_{1,\infty} - p_{1,Achse}) > \frac{1}{2} \varrho_{2,\infty} \cdot v_{z,2,\infty}^2, \quad (2.1.5)$$

oder wenn  $Ma_\varphi > 1$ , wobei  $Ma_\varphi = v_\varphi/a$  die azimutale Machzahl ist und  $a$  die Schallgeschwindigkeit.

## 2.2 Lineare Stabilitätsanalyse

Die Stabilitätsanalyse basierend auf der linearen Stabilitätstheorie untersucht die Stabilität einer stationären Grundströmung  $\vec{Q}$  gegenüber kleinen Störungen  $q'$  [109]. Das wohl bekannteste Anwendungsgebiet der linearen Stabilitätstheorie in der Strömungsmechanik ist die Untersuchung



der laminar-turbulenten Transition [20]. Im Laufe der Jahre wurden verschiedene Verfahren der linearen Stabilitätstheorie beschrieben, die jeweils unterschiedlich strenge Anforderungen an die Form der Grund- und Störströmung stellen. Im Allgemeinen wird die Störströmung dabei durch einen harmonischen Ansatz beschrieben,

$$\vec{q}' = \vec{\hat{q}}e^{i\chi}, \quad (2.2.1)$$

mit der Amplitudenfunktion  $\vec{\hat{q}}$  und der Phasenfunktion  $\chi$ . Der einfachste derartige Ansatz ist die lokale Stabilitätstheorie (LST). Sie erlaubt die Untersuchung von Strömungen, die lediglich in einer Strömungsrichtung variabel sind, weshalb für die Analyse realistischer Strömungen die sogenannte Parallelströmungsannahme, die Annahme, dass Gradienten in Hauptströmungsrichtung vernachlässigbar sind, verwendet werden muss [109]. Eine Weiterentwicklung der LST sind die parabolisierten Stabilitätsgleichungen (PSE), die weniger strenge Anforderungen an die Grundströmung stellen. In der ursprünglichen Formulierung erlauben sie kleine Gradienten in einer zusätzlichen Strömungsrichtung [43], beziehungsweise in Form der dreidimensionalen PSE-3D auch große Gradienten in zwei zusätzlichen Strömungsrichtungen [91]. Auch bei diesen Ansätzen werden jedoch immer noch einschränkende Annahmen über die Struktur der Grundströmung gemacht. Im Gegensatz dazu macht die globale Stabilitätsanalyse (GSA) keine Annahmen über die Struktur der Grundströmung. Lediglich die Annahme der kleinen, harmonischen Störung bleibt bestehen [126]. Bei der linearen Stabilitätsanalyse wird zudem zwischen zwei Arten von Instabilitäten unterschieden, den konvektiven und den absoluten Instabilitäten. Während konvektive Instabilitäten sich mit der Strömung bewegen, bleiben absolute Instabilitäten an ihrem Entstehungspunkt. Die globale Stabilitätsanalyse wird im Allgemeinen zur Detektion und Untersuchung absoluter Instabilitäten genutzt. Eine Übersicht der verschiedenen Verfahren und zugehörigen Annahmen wird in Tabelle 2.2.1 gegeben.

Von den genannten Verfahren wird im Rahmen dieser Arbeit lediglich die globale Stabilitätsanalyse verwendet. Der Verzicht auf vereinfachende Annahmen in Bezug auf die Grundströmung bringt dabei einerseits Vorteile in Form der Anwendbarkeit auf komplexe Strömungen, andererseits resultiert daraus auch ein deutlich erhöhter Rechenaufwand und Arbeitsspeicherbedarf im Vergleich zu den restlichen genannten Verfahren. Die erste Anwendung der GSA war die Untersuchung von Instabilitäten in Scherschichten durch Pierrehumbert und Widnall [93]. In den Folgejahren wurde die

**Tabelle 2.2.1:** Übersicht über verschiedene Verfahren der linearen Stabilitätsanalyse und zugehörige Grundströmungsannahmen, nach Theiss [125]

Methoden	Annahmen	Amplitudenfunktion	Phasenfunktion
LST	$\partial_x \vec{Q} = \partial_z \vec{Q} = 0$	$\vec{q}(y)$	$\alpha x + \beta z - \lambda t$
PSE	$\partial_x \vec{Q} \ll \partial_y \vec{Q}; \partial_z \vec{Q} = 0$	$\vec{q}(x^*, y)$	$\int \alpha(x') dx' + \beta z - \lambda t$
PSE-3D	$\partial_x \vec{Q} \ll \partial_y \vec{Q}, \partial_z \vec{Q}$	$\vec{q}(x^*, y)$	$\int \alpha(x') dx' - \lambda t$
GSA	–	$\vec{q}(x, y, z)$	$i\lambda t$

GSA hauptsächlich auf einfache, zweidimensionale Strömungen angewandt, wie zum Beispiel die Zylinderumströmung oder Kavitätsströmungen [126]. Besondere Aufmerksamkeit erlangte schließlich die Arbeit von Crouch et al. [14] zur Untersuchung des Ursprungs von Buffet an einem NACA0012-Profil. Sie zeigten erstmals, dass Buffet durch eine globale Instabilität ausgelöst wird. In den Folgejahren wurden diese Untersuchungen von anderen Autoren aufgegriffen und erweitert. Iorio et al. [52] untersuchten ebenfalls Buffet am NACA0012-Profil. Sie konnten die Ergebnisse von Crouch reproduzieren und um eine adjungierte Analyse erweitern. Zudem zeigten sie erste Ergebnisse für eine quasi-dreidimensionale globale Stabilitätsanalyse an einem in spannweitung Richtung extrudierten NACA0012-Profil. Noch einen Schritt weiter gingen die Arbeiten von Timme und Thormann [135] und Timme [134], die Buffet an einem vollständig dreidimensionalen Halbmodell einer Flügel-Rumpf-Konfiguration unter transsonischen Bedingungen untersuchten. Eine detaillierte Beschreibung der mathematischen Grundlagen der GSA und der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Implementierung wird in Abschnitt 3.5 gegeben.

Die Verwendung von Verfahren der Stabilitätsanalyse zur Untersuchung des Wirbelplatzens hat eine lange Historie. Wie bereits in Abschnitt 2.1 beschrieben, wurden die ersten derartigen Studien von Ludwig [72] zur Stabilität von reibungsfreien, axialsymmetrischen Wirbeln durchgeführt. Weitere Arbeiten zur Stabilität von Wirbeln in inkompressibler Strömung wurden beispielsweise von Lessen et al. [66] und Spall [121] veröffentlicht. All diese Untersuchungen nutzten stark vereinfachte Grundströmungen, für die Rotationssymmetrie und vernachlässigbare Änderungen der Wirbeltopologie in Strömungsrichtung angenommen wurden. Eine Stabilitätsanalyse des Wirbelplatzens, oder auch der Interaktion eines Wirbels mit einem Ver-

dichtungsstoß, war daher nicht möglich, da in diesem Fall die zugrundeliegenden Annahmen nicht mehr gültig gewesen wären. Mit Zunahme der verfügbaren numerischen Rechenkapazitäten in den letzten Jahren wurden jedoch auch vollständig dreidimensionale numerische Untersuchungen durchführbar. Eine globale Stabilitätsanalyse eines schwach nicht-parallelen klassischen Batchelor-Wirbels wurde von Heaton et al. [38] durchgeführt. Der Schwerpunkt der Studie lag auf der Struktur des Eigenspektrums und dem Vergleich zwischen den Eigenmoden absoluter Instabilitäten, die anhand lokaler Stabilitätsanalyse beziehungsweise globaler Stabilitätsanalyse gewonnen wurden, wobei sie eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Spektren beobachten konnten. Eine globale Stabilitätsanalyse für eine stark nicht-parallele Strömung wurde von Gallaire et al. [31] und Meliga und Gallaire [80] durchgeführt. Basierend auf DNS Ergebnissen für das dreidimensionale Wirbelplatzen von Ruith et al. [101] untersuchten sie die Stabilität der Strömung rund um einen axialsymmetrisch geplatzen Wirbel mittels lokaler und globaler Stabilitätsanalyse und konnten nachweisen, dass das Wirbelplatzen vom Spiral-Typ als instabile Eigenmode interpretiert werden kann. Meliga et al. [81] konnten auch zeigen, dass bei moderaten Drallzahlen zwei Eigenmoden gleichzeitig instabil werden. Dabei war es ihnen nicht möglich, auf Basis klassischer linearer Kriterien, wie zum Beispiel der Anfachungsrate, eine dominante Mode zu bestimmen. Diese Beobachtung führte sie zu der Annahme, dass nicht-lineare Interaktionen zwischen den Moden eine maßgebliche Rolle spielen müssen.

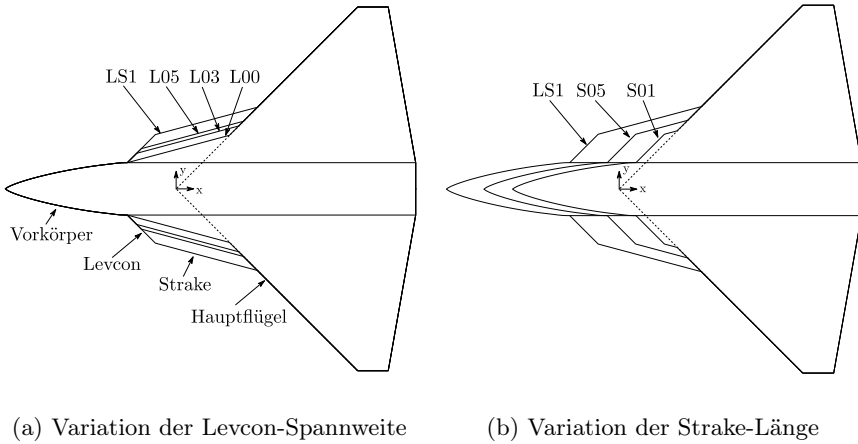
Die überwiegende Mehrzahl an Studien zur linearen Stabilität von Wirbelströmungen wurde für inkompressible Strömungen durchgeführt, während über die Stabilität von kompressiblen Wirbelströmungen noch wenig bekannt ist. Eine Ausnahme ist die Arbeit von Yin et al. [146], in der die absoluten und konvektiven Instabilitäten eines klassischen Batchelor-Wirbels mit verschiedenen axialen Geschwindigkeitsdefiziten untersucht wurden. Dabei beobachteten sie einerseits, dass bei einer Übergeschwindigkeit im Wirbelkern konvektive Instabilitäten dominierten, während sich bei einem Geschwindigkeitsdefizit im Kern absolute Instabilitäten ausbildeten. Andererseits zeigten sie auch, dass eine Erhöhung des axialen Geschwindigkeitsdefizits oder der Drallzahl zu höheren Wachstumsraten der instabilen Eigenmoden führte. Dieses Ergebnis wurde auch in einer Studie von Hiejima [45] bestätigt, der ebenfalls die Stabilität eines Batchelor-Wirbels bei unterschiedlichen Machzahlen untersuchte. Arbeiten zur linearen Stabilität der Wirbel-Stoß-Interaktion sind dem Autor nicht bekannt.

## 2.3 Experimentelle Untersuchungen am DLR-F22-Modell

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen waren Teil des Diabolo-Projekts, einer Kooperation zwischen dem DLR und verschiedenen Industriepartnern zur Erforschung von Technologien für zukünftige Kampfflugzeuge. Ein Aufgabenpaket des Diabolo-Projekts war die experimentelle Untersuchung des DLR-F22-Modells, eines modularen Windkanalmodells das im Rahmen des Projekts entworfen wurde. Die experimentellen Untersuchungen wurden von Rein [98] durchgeführt und waren nicht Teil der vorliegenden Arbeit. Die resultierenden Messdaten wurden jedoch für die Validierung der numerischen Simulationen verwendet, weswegen im Folgenden eine kurze Übersicht über die durchgeführten Arbeiten gegeben wird.

Das DLR-F22-Modell ist ein generischer Mehrfachdeltaflügel mit scharfer Vorderkante und Plattenflügeln. Die Basiskonfiguration, F22-LS1 genannt, ist eine Dreifachdeltaflügelkonfiguration mit Pfeilungswinkeln von  $\phi_1 = 45^\circ$ ,  $\phi_2 = 75^\circ$  und  $\phi_3 = 45^\circ$  für Levcon, Strake und Hauptflügel. Aufgrund der modularen Konstruktion ist es möglich, den Vorkörper sowie den Vorkörperflügel, bestehend aus Levcon und Strake, auszutauschen. Ausgehend von der Basiskonfiguration wurden durch systematische Reduktion der Levcon-Spannweite und der Strake-Länge insgesamt sechs verschiedene Konfigurationen des Windkanalmodells erstellt (LS1, L05, L03, L00, S05 und S01). Die Bezeichnungen nehmen dabei Bezug auf die Änderungen im Vergleich zur Basiskonfiguration F22-LS1: Der Buchstabe gibt an, ob der Levcon (L) oder der Strake (S) variiert wurde, die Zahl beschreibt das Verhältnis zur Basiskonfiguration. Die Konfiguration F22-L03 weist also eine auf 30% verringerte Spannweite des Levcon auf. Eine Übersicht über die verschiedenen Konfigurationen ist in Abbildung 2.3.1 zu finden. Eine detailliertere Vorstellung der im Rahmen der Arbeit verwendeten Konfigurationen findet in Abschnitt 4.1 statt.

In einer umfangreichen Windkanalkampagne am Transsonischen Windkanal Göttingen (DNW-TWG) wurden die verschiedenen Modellkonfigurationen im Machzahlbereich von  $Ma = 0,5$  bis  $Ma = 2,0$  und im Anstellwinkelbereich von  $\alpha = 0^\circ$  bis  $\alpha = 30^\circ$  vermessen. Für alle Messpunkte wurden standardmäßig Oberflächendrücke an sechs spannweitigen Druckmessschnitten, im Folgenden als  $S_1$  bis  $S_6$  bezeichnet, mit insgesamt bis zu 122 Druck-



**Abbildung 2.3.1:** Übersicht über die verschiedenen Konfigurationen des DLR-F22-Modells

messbohrungen gemessen, sowie instationäre Drücke über Kulite-Sensoren an acht verschiedenen Positionen auf der Modelloberfläche. Die Positionen der Druckschnitte sind in Anhang A.1 aufgeführt und die Positionen der Kulite-Sensoren in Anhang A.2. Aufgrund der großen Anzahl an Druckmessbohrungen und zugehörigen Druckmessschläuchen war in der Modellaufnahme kein Platz für eine klassische 6-Komponenten-Waage zur Messung der Kräfte und Momente. Stattdessen wurden die Normalkraft  $F_z$  und das Nickmoment  $M_y$  über Dehnungsmessstreifen am Modellstiel gemessen. Zusätzlich wurden für ausgewählte Konfigurationen und Messpunkte noch weitere Messtechniken angewandt. Zum einen wurden für bestimmte Messpunkte flächige Oberflächendruckverteilungen durch die Auswertung von drucksensitiver Farbe (PSP, engl. *pressure sensitive paint*) ermittelt [147]. Zum anderen wurde das Geschwindigkeitsfeld im für die Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion relevanten Bereich über Strake und Hauptflügel mittels *Particle Image Velocimetry* (PIV) gemessen. Ein Überblick über die Messkampagne und die gewonnenen experimentellen Daten findet sich bei Rein [98]. Aufgrund von Verzögerungen im Projektablauf fanden die experimentellen Untersuchungen erst deutlich später statt als ursprünglich geplant, so dass insbesondere die Validierungsdaten der numerischen Simulationen erst zur Verfügung standen, als ein Großteil der für die Arbeit geplanten numerischen Arbeiten bereits abgeschlossen war.

# 3 Modelle, Verfahren und Werkzeuge

In diesem Kapitel werden die verschiedenen im Rahmen der Arbeit verwendeten Verfahren vorgestellt, beginnend in Abschnitt 3.1 mit dem Strömungslöser TAU sowie der zugehörigen Simulationsumgebung FlowSimulator. Anschließend wird in Abschnitt 3.2 der für die Erzeugung der Rechengitter genutzte Netzgenerator Centaur eingeführt. In Abschnitt 3.3 wird schließlich ein kurzer Überblick über die analytischen Wirbelmodelle gegeben, die für die Untersuchungen der Wirbel-Stoß-Interaktion an der generischen Rampengeometrie in Kapitel 5 verwendet werden. Da die Wirbel für diese Untersuchungen durch eine Modifikation der Einlassrandbedingung ins Strömungsfeld eingebracht werden, wird zudem die Berechnung der Randbedingung erläutert. Danach wird in Abschnitt 3.4 eine kurze Beschreibung des Verfahrens zur Verfolgung und Extraktion der Wirbelachsen gegeben. Abschließend werden in den Abschnitten 3.5 und 3.6 das verwendete Verfahren für die globale Stabilitätsanalyse der Wirbel-Stoß-Interaktion sowie die Grundlagen der Dynamic Mode Decomposition (DMD) vorgestellt.

## 3.1 Strömungslöser TAU

Die in dieser Arbeit gezeigten numerischen Simulationen wurden mit dem vom DLR entwickelten Strömungslöser TAU [32] durchgeführt. Der TAU-Code ist ein auf dem Finite-Volumen-Verfahren basierender Strömungslöser für die dreidimensionalen, kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen. Die Gleichungen werden dabei im Allgemeinen auf unstrukturierten Rechengittern gelöst. Dies ermöglicht eine effiziente Netzgestaltung auch für komplexe Geometrien, da das Rechengitter gezielt in relevanten Bereichen verfeinert werden kann. Als räumliche Diskretisierungsverfahren stehen verschiedene Aufwind- und Zentralfdifferenzen-Verfahren zur Auswahl. Die zeitliche

Diskretisierung wird wahlweise mit einem mehrstufigen expliziten Runge-Kutta-Verfahren oder einem impliziten Backward-Euler-Verfahren umgesetzt. Unabhängig von den Diskretisierungsverfahren ist die Verwendung von Mehrgitter- oder lokalen Zeitschrittverfahren zur Konvergenzbeschleunigung möglich. Für die Simulation turbulenter Strömungen bietet der TAU-Code eine Reihe von Ein- und Zweigleichungs-Wirbelviskositätsmodellen sowie vollwertige Reynoldsspannungsmodelle (RSM). Je nach Turbulenzmodell stehen außerdem Erweiterungen zur Rotationskorrektur (RC) [116, 118] sowie die sogenannte Quadratic Constitutive Relation (QCR) [117] zur Verfügung. Zur Durchführung von skalenauflösenden Simulationen stehen zudem verschiedene Verfahren zur Grobstruktursimulation (LES) sowie hybride RANS/LES-Verfahren aus der Gruppe der Detached-Eddy-Simulationen (DES) zur Auswahl, auf die in Abschnitt 3.1.1 genauer eingegangen wird. Sofern nicht explizit anders angegeben, wurden bei den im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten numerischen Simulationen die folgenden Einstellungen und Modelle eingesetzt:

- Vollturbulente Strömung
- Räumliche Diskretisierung der konvektiven Flüsse mittels Zentralfdifferenzen-Verfahren zweiter Ordnung
- Räumliche Diskretisierung der turbulenten Flüsse mittels Roe-Verfahren zweiter Ordnung
- Zeitliche Diskretisierung mittels implizitem Backward-Euler-Verfahren
- Menter-SST-Turbulenzmodell

Die Simulationen wurden mit der Version 2019.1 des TAU-Codes durchgeführt.

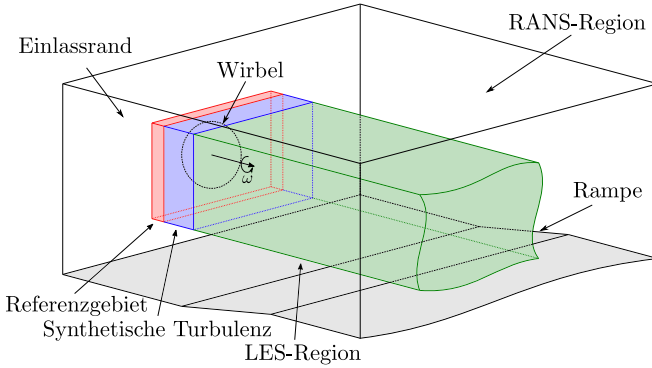
### 3.1.1 Skalenauflösende Simulationsverfahren und synthetische Turbulenz

Zusätzlich zu Verfahren, die auf klassischen Wirbelviskositätsmodellen beruhen, bietet der TAU-Code auch eine Reihe hybrider RANS/LES-Verfahren für skalenauflösende Simulationen. Neben der klassischen *Detached-Eddy-Simulation* (DES) stehen auch *Delayed Detached-Eddy-Simulation* (DDES)

und *Improved Delayed Detached-Eddy-Simulation* (IDDES) Verfahren zur Auswahl. All diesen Verfahren ist gemein, dass nur in bestimmten Bereichen der Strömung ein skalenauflösendes Verfahren verwendet wird, während im restlichen Strömungsgebiet eine URANS-Simulation durchgeführt wird, was den Rechenaufwand für komplexe Konfigurationen drastisch reduzieren kann. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein IDDES-Ansatz [114], basierend auf dem Menter-SST-Turbulenzmodell [83], verwendet. Bei der IDDES wird ein sogenannter wandmodellierter LES (WMLES) Ansatz mit einem DDES-Ansatz kombiniert. Durch Verwendung eines modifizierten Feinstrukturmodells wird dabei in Abhängigkeit vom lokalen Turbulenzgrad der Strömung und der lokalen Auflösungsfähigkeit des Gitters zwischen WMLES und DDES umgeschaltet. Dadurch wird insbesondere das Verhalten im logarithmischen Geschwindigkeitsbereich der Grenzschicht verbessert und das Problem des sogenannten *Log-Layer Mismatch* vermieden, weshalb die IDDES besser für Strömungen geeignet ist, bei denen keine vollständig wandaufgelöste LES möglich ist [114].

Wie bereits erwähnt, wurden im Rahmen der Arbeit zwei verschiedene Testfälle untersucht: einerseits die Umströmung eines generischen Mehrfachdeltaflügel-Modells und andererseits die Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß, der durch eine Rampe in Überschallströmung erzeugt wird. Im Gegensatz zu den Simulationen der Umströmung des Mehrfachdeltaflügel-Modells ergaben sich bei den Simulationen der Rampenströmung zusätzliche Komplikationen bei der Durchführung der skalenauflösenden Simulationen. Während bei den Simulationen am DLR-F22-Modell Turbulenz in der Grenzschicht des Modells produziert wird, werden die generischen Längswirbel im Fall der Rampenströmung als frei in der Strömung liegend vorgegeben. Zwar werden am Einströmrand turbulente Größen vorgegeben, aus denen sich bei ausreichend langer Vorlauflänge auch turbulente Strukturen entwickeln könnten. Dieses Vorgehen würde jedoch den notwendigen Rechenaufwand deutlich erhöhen und zusätzlich bestünde die Gefahr, dass der Wirbel dissipiert, bevor er mit dem Verdichtungsstoß interagiert. Um diese Probleme zu umgehen und um den DES-Ansatz auch bei Testfällen mit analytisch definierten Wirbeln nutzen zu können, wurde für diese Fälle ein Generator für synthetische Turbulenz [29, 113] eingesetzt, um die turbulenten Strukturen in das Strömungsfeld einzubringen. Eine schematische Darstellung des Aufbaus einer Simulation mit synthetischer Turbulenz ist in Abbildung 3.1.1 gegeben.





**Abbildung 3.1.1:** Schematische Darstellung des Aufbaus der skalenauflösenden Simulation eines einzelnen Wirbels mit synthetischer Turbulenz

Das Rechengebiet wird dabei in vier Bereiche aufgeteilt: das Referenzgebiet, aus dem die Referenzgrößen extrahiert werden (rot), die synthetische-Turbulenz-Region (blau), das LES-Gebiet (grün) sowie das restliche Strömungsfeld. Im Gegensatz zu den Rechnungen am DLR-F22-Modell müssen die unterschiedlichen Regionen im Rechengebiet manuell vorgegeben werden um zu garantieren, dass im Einflussbereich des Wirbels skalenauflösend gerechnet wird. Für die Berechnung der Geschwindigkeitsfluktuationen der synthetischen Turbulenz werden die Referenzgrößen der Temperatur, der Dichte und der Geschwindigkeit aus dem Strömungsfeld einer vorangegangenen (U)RANS-Simulation extrahiert. Aus diesen Referenzgrößen werden instationäre Fluktuationen  $\vec{v}'_{ST}$  des Geschwindigkeitsfelds berechnet,

$$\vec{v}'_{ST} = \mathbf{C} \cdot \vec{v}'_{aux}. \quad (3.1.1)$$

Der Tensor  $\mathbf{C}$  beschreibt hierbei die Anisotropie der zugrundeliegenden (U)RANS-Lösung und ergibt sich entsprechend  $\mathbf{R}_{RANS} = \mathbf{C}^T \mathbf{C}$  aus dem Reynoldsspannungstensor  $\mathbf{R}_{RANS}$  der (U)RANS-Simulationen, während  $\vec{v}'_{aux,t}$  ein im statistischen Mittel homogenes, isotropes Feld von zufälligen Geschwindigkeitsfluktuationen bezeichnet [5]. Die tatsächlich auf das Strömungsfeld aufgeprägten Geschwindigkeitsfluktuationen  $\vec{v}'_t$  ergeben sich dann zu

$$\vec{v}'_t = \vec{v}'_{ST,t} - \vec{v}'_{res,t-1}, \quad (3.1.2)$$

wobei  $t$  und  $t - 1$  jeweils den aktuellen und den vorherigen Zeitschritt, und  $\vec{v}'_{res,t-1}$  die aufgelösten Geschwindigkeitsfluktuationen im Strömungsfeld beschreiben. Die Schwankungen der Dichte und der Temperatur werden anschließend entsprechend der Hypothese von Morkovin [86] bestimmt. Diese Hypothese besagt, dass für wandbegrenzte Strömungen die Fluktuationen von Dichte, Druck und Temperatur vernachlässigbar sind, solange  $Ma < 5$ . Damit werden die Dichte- und Temperaturschwankungen in Abhängigkeit von den Geschwindigkeitsfluktuationen und den mittleren Strömungsgrößen  $\bar{\rho}$ ,  $\bar{T}$  und  $\bar{v}$  wie folgt definiert:

$$\frac{\rho'}{\bar{\rho}} = -\frac{T'}{\bar{T}} = (1 - \gamma)Ma^2\frac{v'}{\bar{v}}. \quad (3.1.3)$$

### 3.1.2 Simulationsumgebung FlowSimulator

Der DLR-FlowSimulator [77] ist eine Simulationsumgebung zur Steuerung und Automatisierung von multidisziplinären Simulationen. Die Kernkomponente des FlowSimulators ist der FlowSimulator Data Manager (FSDM), der für die Verarbeitung und den Austausch der Simulationsdaten zuständig ist. Über die Programmiersprache Python können externe Module auf den FSDM zugreifen, um beispielsweise TAU-Simulationen zu steuern oder Strömungs-Strukturkopplungen zu realisieren. Da alle erzeugten Daten zentral im FSDM vorgehalten werden, besteht zudem die Möglichkeit, erste Auswertungen während der Laufzeit der Simulationen durchzuführen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde der FlowSimulator einerseits zur Steuerung der numerischen Simulationen genutzt, so dass beispielsweise automatisch nach einer Anlaufphase, für die robustere aber weniger genaue numerische Einstellungen genutzt wurden, auf höherwertige Verfahren umgeschaltet werden konnte. Zudem wurden über zusätzliche Python-Skripte unter anderem Daten an Iso- und Schnittflächen sowie an einzelnen Messpunkten während der Laufzeit der instationären Simulationen ausgegeben. Andererseits wurde das in Abschnitt 3.5 beschriebene Verfahren zur globalen Stabilitätsanalyse im Rahmen des FlowSimulators implementiert.

### 3.2 Netzgenerator Centaur

Für die Erzeugung der Rechengitter, die für die numerischen Simulationen genutzt wurden, wurde die kommerzielle Software CENTAUR verwendet [13]. Basierend auf extern generierten CAD-Geometrien erzeugt CENTAUR hybride Rechengitter bestehend aus quasi-strukturierten Prismen oder Hexaedern sowie unstrukturierten Tetraedern. Klassische hybride Gitter verwenden quasi-strukturierte Bereiche nur in Wandnähe zur besseren Auflösung der Grenzschicht. Darüber hinaus ist es in CENTAUR jedoch auch möglich, für einfache Geometrien, das gesamte Rechenggebiet quasi-strukturiert zu vernetzen. Für die Vernetzung komplexerer Geometrien besteht zudem die Möglichkeit, Hexaeder-Blöcke frei im Rechenggebiet zu platzieren und das restliche Rechenggebiet mit unstrukturierten Tetraedern aufzufüllen. Durch die Verwendung sogenannter Quellen ist es zudem möglich, die Zelldichte in Bereichen von Interesse lokal zu erhöhen. Detaillierte Informationen zur Gittererzeugung der im Rahmen der Arbeit verwendeten Rechengitter sind in Abschnitt 4.1.2 für die Simulationen des DLR-F22-Modells und in Abschnitt 5.1.1 für die Simulationen mit analytischen Wirbeln zu finden.

### 3.3 Analytische Wirbelmodelle

Für die Rechnungen mit analytischen Wirbeln wurden die Wirbel über eine Dirichlet-Randbedingung am stromaufgelegenen Rand des Rechengebiets eingebracht. Das Vorgehen zur Definition der Wirbel orientierte sich dabei am Vorgehen von Thomer [129]. Dabei wird zunächst basierend auf einem analytischen Wirbelmodell die Geschwindigkeitsverteilung am Einlassrand bestimmt. Anschließend werden unter Zuhilfenahme verschiedener Annahmen daraus die Druck- und Dichteverteilungen berechnet. In der Literatur sind viele verschiedene Modelle zur Beschreibung von Wirbelströmungen bekannt. Ein Überblick über das Thema und ein Vergleich der verschiedenen Modelle ist beispielsweise bei Alekseenko et al. [1] zu finden.

Die Berechnung der Randbedingung wurde in dimensionslosen Variablen durchgeführt, wobei die Entdimensionalisierung analog zum Vorgehen des TAU-Codes definiert wurde. Dabei werden als Referenzgrößen die Ruhegrößen der freien Anströmung verwendet, wobei im Folgenden die dimensionslosen Größen mit dem Index \* gekennzeichnet werden. Die Referenzgröße der

Geschwindigkeiten  $\vec{v}$  ist dabei die Ruheschallgeschwindigkeit  $a_0 = \sqrt{\gamma R_S T_0}$ , mit der spezifischen Gaskonstante  $R_S$  und dem Isentropenexponenten  $\gamma$ , während für die Dichte  $\varrho$  und die Temperatur  $T$  jeweils die Ruhedichte  $\varrho_0$ , beziehungsweise die Ruhetemperatur  $T_0$  als Referenzgröße genutzt werden,

$$\vec{v}^* = \frac{\vec{v}}{a_0}, \quad \varrho^* = \frac{\varrho}{\varrho_0}, \quad T^* = \frac{T}{T_0}. \quad (3.3.1)$$

Eine Ausnahme von diesem Schema bildet der Druck,

$$p^* = \frac{p}{\varrho_0 a_0^2}, \quad (3.3.2)$$

der mit der Ruhedichte und der Ruheschallgeschwindigkeit  $a_0$  der ungestörten Anströmung entdimensionalisiert wird. Schließlich werden noch der Radius  $r^* = \frac{r}{r_0}$  und die Zeit  $t^* = \frac{t a_0}{r_0}$  in Abhängigkeit von einem vorgegebenen Wirbelkernradius  $r_0$  und der Ruheschallgeschwindigkeit  $a_0$  definiert. Mit diesen Annahmen lässt sich auch das ideale Gasgesetz  $p = \varrho R_S T$  in die dimensionslose Form  $p^* \gamma = \varrho^* T^*$  bringen. Zudem wird eine dimensionslose Zirkulation eingeführt,

$$\Gamma_0 = 2\pi r^* v_{\varphi, max}^*, \quad (3.3.3)$$

wobei  $v_{\varphi, max}^*$  die entdimensionalisierte maximale Azimutalgeschwindigkeit bezeichnet. Obwohl  $\Gamma_0$  eine dimensionslose Größe ist, wird aus Gründen der Lesbarkeit im weiteren Verlauf der Arbeit auf den Index \* verzichtet.

Im Rahmen der Arbeit werden zwei unterschiedliche Wirbelmodelle verwendet. Die überwiegende Mehrzahl der Untersuchungen wird mit einem Wirbelmodell durchgeführt, das ursprünglich von Erlebacher et al. [27] für die numerische Untersuchung von Wirbel-Stoß-Interaktionen vorgeschlagen wurde. Dieses Wirbelmodell wird im Folgenden abkürzend als Erlebacher-Wirbel bezeichnet. Die maßgebliche Besonderheit dieses Modells ist ein exponentiell abfallendes Azimutalgeschwindigkeitsprofil des Wirbels, wodurch Interaktionen des Wirbels mit den Rändern des Rechengebiets stark reduziert werden können. Das azimutale Geschwindigkeitsprofil  $v_{\varphi}^*$  des Erlebacher-Wirbels ist definiert als

$$v_{\varphi}^*(r^*) = \frac{\Gamma_0 r^*}{2\pi} e^{-\frac{1-r^{*2}}{2}}. \quad (3.3.4)$$

Aufgrund dieses exponentiellen Abfalls ist der Erlebacher-Wirbel jedoch nur

bedingt geeignet für die Untersuchung von Wirbel-Wirbel-Interaktionen, da die Wirbel sehr nah beieinander liegen müssen, um sich gegenseitig zu beeinflussen. Daher wurde als zweites Modell der sogenannte Lamb-Oseen-Wirbel verwendet [62, 89], der sich durch ein deutlich langsamer abfallendes azimutales Geschwindigkeitsprofil auszeichnet. Das azimutale Geschwindigkeitsprofil des Lamb-Oseen-Wirbels ist definiert als

$$v_{\varphi}^*(r^*, t^*) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r^*} \left(1 - e^{-\frac{r^*{}^2}{4\nu^* t^*}}\right), \quad (3.3.5)$$

wobei  $\nu^* = \nu \rho_0 / \mu_0$ , gebildet mit der kinematischen Viskosität  $\nu$ , der Ruhedichte  $\rho_0$  und der Ruheviskosität  $\mu_0$ , die dimensionslose Viskosität des Mediums bezeichnet [1]. Für einen festen Zeitpunkt  $t^* = t_0^*$  kann ein Parameter  $\xi = 1/(4\nu^* t_0^*)$  definiert werden, wodurch sich Gleichung (3.3.5) zu

$$v_{\varphi}^*(r^*) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r^*} (1 - e^{-\xi r^*{}^2}) \quad (3.3.6)$$

vereinfacht. Über die Wahl von  $\xi$  kann zudem die Lage der maximalen Umfangsgeschwindigkeit bestimmt werden. Eine übliche Forderung ist, dass das Maximum der Umfangsgeschwindigkeit bei  $r^* = r/r_0 = 1$  liegen soll, so dass der Wirbelkern mit dem Wirbelkernradius  $r_0$  von der Einhüllenden der maximalen Umfangsgeschwindigkeit umschlossen wird. Dies ist dann gegeben, wenn die Ableitung der Umfangsgeschwindigkeit nach dem Radius,

$$\frac{\partial v_{\varphi}^*}{\partial r^*} = \frac{\Gamma_0 \xi e^{-\xi r^*{}^2}}{\pi} - \frac{\Gamma_0}{2\pi r^*{}^2} (1 - e^{-\xi r^*{}^2}), \quad (3.3.7)$$

eine Nullstelle bei  $r^* = 1$  hat. Damit ergibt sich nach Umformen von Gleichung 3.3.7 die folgende Forderung:

$$\frac{\partial v_{\varphi}^*}{\partial r^*}(r^* = 1) = \frac{\Gamma_0}{\pi} \left( -\frac{1}{2} + e^{-\xi} \left( \frac{1}{2} + \xi \right) \right) \stackrel{!}{=} 0. \quad (3.3.8)$$

Unter Vernachlässigung der trivialen Lösung  $\xi = 0$  ergibt sich hiermit  $\xi \approx 1,2564$ . Mit diesem Wert liegt das Geschwindigkeitsmaximum bei  $r^* = 1$ , wodurch man eine gute Vergleichbarkeit mit dem Erlebacher-Wirbel erhält, da dann beide Wirbelmodelle für  $r^* \leq 1$  eine identische Geschwindigkeitsverteilung aufweisen [128], siehe Abbildung 3.3.1.

Die Beschreibung des axialen Geschwindigkeitsprofils  $v_z^*$  des Wirbels wird für beide Modelle identisch definiert. Wie bei Thomer [129] wurde für das

axiale Geschwindigkeitsprofil ein Glockenprofil gewählt, das durch die folgende Funktion beschrieben wird:

$$v_z^*(r^*) = U_\infty^* (1 - \delta e^{-r^{*2}}). \quad (3.3.9)$$

Hierbei beschreibt  $U_\infty^*$  die x-Geschwindigkeit in der ungestörten Anströmung und  $\delta = 1 - \frac{v_{z,Achse}^*}{U_\infty^*}$  das axiale Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern. Für  $\delta > 0$  spricht man von einem Nachlaufprofil (engl. *wake-type vortex*), für  $\delta < 0$  von einem Strahlprofil (engl. *jet-type vortex*). In früheren Untersuchungen, beispielsweise von Yin et al. [146] oder Thomer et al. [128, 130], wurde gezeigt, dass eine Übergeschwindigkeit im Wirbelkern tendenziell stabilisierend und eine Untergeschwindigkeit tendenziell destabilisierend in Bezug auf das Wirbelplatzen wirkt.

Zur vollständigen Charakterisierung der Strömung am Einlassrand werden neben dem Geschwindigkeitsfeld auch noch das Druck-, Dichte- und Temperaturfeld benötigt. Zur Bestimmung der Temperaturverteilung wird eine adiabate Strömung angenommen. In diesem Fall kann die Temperatur an einem beliebigen Punkt in der Strömung,  $T^*$ , allein in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsfeld und der Temperatur der ungestörten Anströmung,  $T_\infty^*$ , beschrieben werden [129],

$$T^*(r^*) = T_\infty^* - \frac{\gamma - 1}{2} (v_\varphi^{*2}(r^*) + v_z^{*2}(r^*) - U_\infty^{*2}). \quad (3.3.10)$$

Für die Berechnung des Druckes wird die stationäre, reibungsfreie Impulsgleichung genutzt:

$$\frac{1}{\rho^*} \vec{\nabla} p^* = -(\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}^*. \quad (3.3.11)$$

Diese Gleichung lässt sich unter Berücksichtigung des entdimensionalisierten idealen Gasgesetzes  $\gamma p^* = \rho^* T^*$  zu

$$\frac{1}{p^*} \vec{\nabla} p^* = -\vec{\nabla} \ln\left(\frac{p_\infty^*}{p^*}\right) = -\frac{\gamma}{T^*} (\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}^* \quad (3.3.12)$$

umformen. Durch Anwendung des Divergenzoperators erhält man hieraus eine Poisson-Gleichung für den Druck [137],

$$\Delta \ln\left(\frac{p_\infty^*}{p^*}\right) = \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\gamma}{T^*} (\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}^* \right), \quad (3.3.13)$$

die numerisch gelöst werden muss. Da analytische Beschreibungen des Geschwindigkeits- und Temperaturfelds des Wirbels bekannt sind, lassen sich die notwendigen Ableitungen für die Vorgabe der rechten Seite des Gleichungssystems direkt bestimmen. Unter der Voraussetzung, dass die Ränder des Rechengebiets, auf dem die Poisson-Gleichung gelöst wird, ausreichend weit entfernt sind, so dass dort wieder eine ungestörte Strömung entsprechend der Anströmung herrscht,  $p^* = p_\infty^*$ , kann als Randbedingung die einfache Dirichlet-Bedingung  $\ln\left(\frac{p_\infty^*}{p^*}\right) = \ln(1) = 0$  genutzt werden. Mit der so berechneten Lösung  $\kappa$  der Poisson-Gleichung ergibt sich für den Druck die folgende Beschreibung,

$$p^* = \frac{p_\infty^*}{\exp(\kappa)}, \quad (3.3.14)$$

und daraus dann über die entdimensionalisierte ideale Gasgleichung auch direkt die Dichte

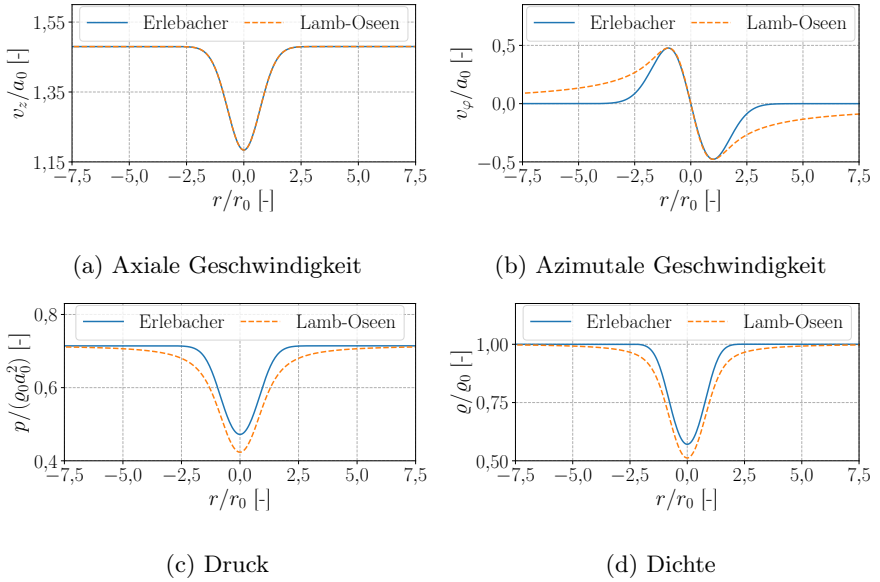
$$\varrho^* = \frac{\gamma p^*}{T^*}. \quad (3.3.15)$$

Eine Gegenüberstellung der beiden im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Wirbelmodelle ist in Abbildung 3.3.1 zu finden. Abgebildet sind die Variablenverläufe für einen einzelnen Wirbel mit  $\Gamma_0 = 3,0, \delta = 0,2$ . Die Axialgeschwindigkeitsverteilung ist dabei unabhängig vom gewählten Wirbelmodell. Die Verteilungen der Azimutalgeschwindigkeit sowie des Drucks und der Dichte unterscheiden sich, wobei der Lamb-Oseen-Wirbel bei gleichen Wirbelparametern einen geringeren Druck und eine geringere Dichte im Wirbelkern aufweist.

Für den Fall einer turbulenten Strömung müssen am Einlassrand zusätzlich noch turbulente Größen vorgegeben werden. Für die Untersuchungen mit analytischen Wirbeln wurden lediglich Zweigleichungs-Turbulenzmodelle vom Typ der  $k$ - $\omega$ -Modelle verwendet [83]. Diese nutzen zwei zusätzliche Variablen zur Beschreibung der turbulenten Viskosität  $\nu_t$ , nämlich die turbulente kinetische Energie  $k$  und die spezifische turbulente Dissipationsrate  $\omega$ , die wiederum in Abhängigkeit von der turbulenten Dissipationsrate  $\varepsilon$  definiert ist. Die zugehörigen dimensionslosen Größen ergeben sich zu

$$k^* = \frac{k}{a_0^2}, \quad \omega^* = \frac{\omega r_0}{a_0}, \quad \varepsilon^* = \frac{\varepsilon r_0}{a_0^3}. \quad (3.3.16)$$

Analog zu Thomer [129] wird die turbulente kinetische Energie im Wir-



**Abbildung 3.3.1:** Gegenüberstellung der Wirbelprofile für Erlebacher-Wirbel und Lamb-Oseen-Wirbel,  $\Gamma_0 = 3,0$ ,  $\delta = 0,2$

bel in Abhängigkeit vom Turbulenzgrad der Anströmung  $Tu_\infty$  und einer Skalierungsgröße  $\alpha_{Tu}$  definiert

$$k^*(r^*) = k_\infty^* + \alpha_{Tu} e^{1-r^{*2}}, \quad (3.3.17)$$

mit  $k_\infty^* = \frac{2}{3}(Tu_\infty v_{x,\infty}^*)^2$ . Die spezifische turbulente Dissipationsrate  $\omega^*$  wird wie bei Wilcox [144] in Abhängigkeit von der turbulenten Dissipationsrate  $\varepsilon^*$  und der turbulenten kinetischen Energie  $k^*$  definiert:

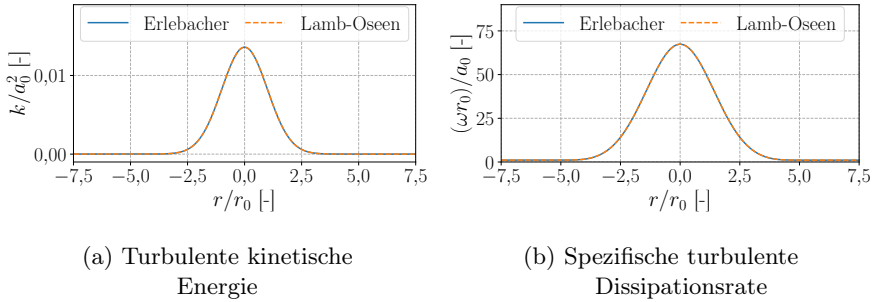
$$\omega^*(r^*) = \frac{1}{C_\mu} \frac{\varepsilon^*(r^*)}{k^*(r^*)}, \quad (3.3.18)$$

mit  $C_\mu = 0.09$ . Für die Vorgabe der turbulenten Dissipationsrate wird in Anlehnung an die Arbeit von Spall und Gatzki [122] folgende Näherung verwendet:

$$\varepsilon^*(r^*) = 26k^* \mu_{Tu}(r^*)^{3/2}, \quad (3.3.19)$$

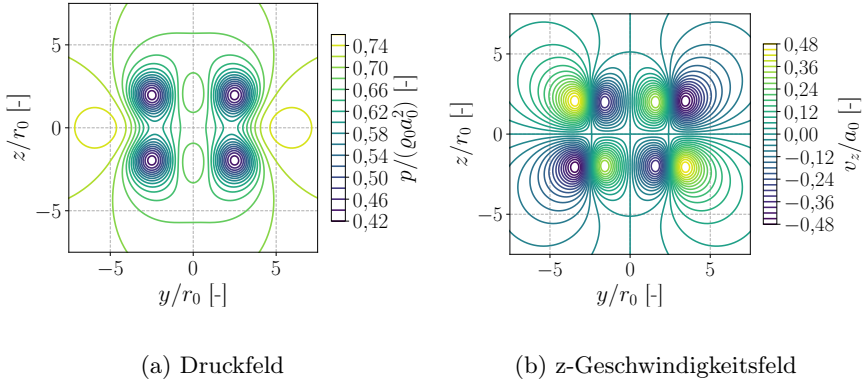


wobei  $\mu_{Tu}$  einen Skalierungsfaktor zur Beeinflussung der Höhe der turbulenten Dissipationsrate bezeichnet. In Abbildung 3.3.2 ist eine beispielhafte Verteilung der turbulenten kinetischen Energie sowie der spezifischen turbulenten Dissipationsrate für den Fall  $Tu_\infty = 0,001$ ,  $\alpha_{Tu} = 0,01$  und  $\mu_{Tu} = 1,0$  dargestellt. Da die turbulenten Größen in der gewählten Formulierung nicht vom Geschwindigkeitsfeld des Wirbels abhängig sind, ergeben sich für beide Wirbelmodelle identische Verläufe von  $k^*(r^*)$  und  $\omega^*(r^*)$ .



**Abbildung 3.3.2:** Gegenüberstellung der turbulenten Wirbelprofile für Erlebacher-Wirbel und Lamb-Oseen-Wirbel,  $Tu_\infty = 0,001$ ,  $\alpha_{Tu} = 0,01$ ,  $\mu_{Tu} = 1,0$

Das oben beschriebene Vorgehen lässt sich auf beliebig viele Wirbel im Strömungsfeld erweitern. Dazu werden die Geschwindigkeitsfelder der einzelnen Wirbel linear überlagert und Temperatur, Druck und Dichte basierend auf dem resultierenden Geschwindigkeitsfeld berechnet. Die turbulenten Größen sind in der verwendeten Formulierung unabhängig vom Geschwindigkeitsfeld und werden ebenfalls linear überlagert. Ein beispielhaftes Druck- und Geschwindigkeitsfeld für die Überlagerung von vier eng beieinanderliegenden Lamb-Oseen-Wirbeln ist in Abbildung 3.3.3 dargestellt. Die Wirbelparameter  $\Gamma_0$  und  $\delta$  der einzelnen Wirbel sind identisch, während die oberen Wirbel einen positiven und die unteren Wirbel einen negativen Drehsinn aufweisen, weshalb sich, in kartesischen Geschwindigkeitskomponenten ausgedrückt, die z-Geschwindigkeitskomponente bei  $z = 0$  gerade aufhebt. Dies entspricht dem Fall der Interaktion zweier Wirbel mit einer Eulerwand, wobei die unteren beiden Wirbel gerade die Spiegelwirbel der oberen Wirbel darstellen.

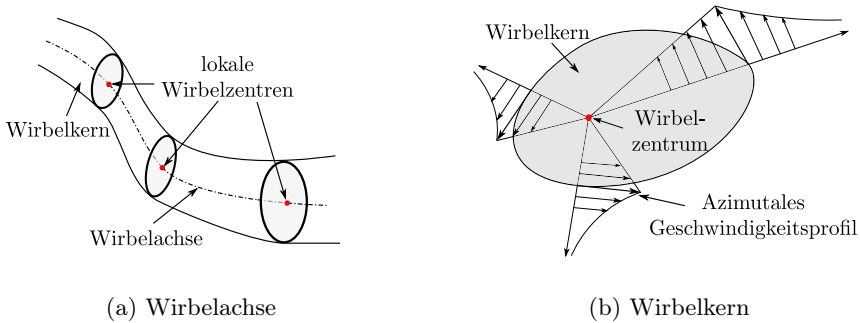


**Abbildung 3.3.3:** Beispielhaftes Druck- und Geschwindigkeitsfeld für die Vorgabe von vier eng beieinanderliegenden Lamb-Oseen Wirbeln,  $\Gamma_0 = 3,0$ ,  $\delta = 0,2$

## 3.4 Wirbelachsendetektion

Bei der Beschreibung und Diskussion wirbeldominierter Strömungen ist die Identifikation des Wirbelkerns und der zugehörigen Wirbelachse von großer Bedeutung. Im Rahmen dieser Arbeit ist die Wirbelachse dabei definiert als die Linie der lokalen Wirbelzentren, um die das Fluid rotiert. Des Weiteren wird der Wirbelkern als das Gebiet definiert, das von der Einhüllenden der maximalen Umfangsgeschwindigkeit, bezogen auf die Wirbelachse, umschlossen wird [103]. Eine schematische Darstellung der Wirbelachse und des Wirbelkerns wird in Abbildung 3.4.1 gezeigt. Während Wirbelachse und Wirbelkern für analytische Testfälle einfach bestimmt werden können, erweist sich die Extraktion der Wirbelachse für komplexe Strömungstopologien jedoch als deutlich herausfordernder. In der Vergangenheit wurden daher eine Vielzahl von Algorithmen zur Wirbelachsenidentifikation vorgeschlagen. Einen Überblick über die verschiedenen Ansätze bietet beispielsweise die Arbeit von Günther und Theisel [35].

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein einfaches teilautomatisiertes Verfahren zur Extraktion der Wirbelachsen implementiert. Das Verfahren orientiert sich am Vorgehen von Banks und Singer [4] und nutzt einen Prädiktor-Korrektor-Ansatz: ausgehend von einem manuell vorgegebenen Startpunkt nahe der gesuchten Wirbelachse wird auf einer 2D-Schnittebene der Feld-



**Abbildung 3.4.1:** Schematische Darstellung der Definition von Wirbelachse und Wirbelkern

lösung das lokale Wirbelzentrum  $VC_0$  gesucht, gekennzeichnet durch das Minimum bzw. Maximum einer geeigneten Indikatorvariable  $v_I$ . Die Ausrichtung der Schnittebene ist dabei normal zur Stromlinie durch den Startpunkt. Für die Vorhersage der Position des nächsten Punkts auf der Wirbelachse,  $VC_1$ , wird eine Stromlinie durch  $VC_0$  gelegt und eine Schrittweite  $\Delta s$  stromab verfolgt. An dieser neuen Position wird wieder eine stromliniennormale 2D-Schnittebene extrahiert. Auf diesem Volumenschnitt wird innerhalb eines manuell gewählten Radius  $r_F$  der Punkt  $VC_1$  gesucht. Dieses Vorgehen wird wiederholt bis ein Abbruchkriterium, üblicherweise eine vorgegebene Position in Hauptströmungsrichtung, erreicht ist. Eine Näherung der Wirbelachse ist dann durch die Verbindungslinie der extrahierten lokalen Wirbelzentren  $VC_i$  gegeben. Um einen glatten Verlauf der Wirbelkerntrajektorie zu gewährleisten, wird die so gefundene Wirbelachse mit Hilfe eines Savitzky-Golay-Filters [106] erster Ordnung geglättet. Da das lokale Wirbelzentrum jeweils nur in einem kleinen Bereich rund um die vorhergesagte Position gesucht wird, ist es auch möglich, mehrere nah beieinander liegende Wirbel gleichzeitig zu verfolgen. Das Verfahren selbst ist von der Wahl der Indikatorvariable unabhängig, so dass je nach vorliegender Strömungstopologie verschiedene Variablen verwendet werden können. Im Rahmen der Arbeit wurden verschiedene gängige Kriterien zur Bestimmung des Wirbelmittelpunkts verwendet. Als besonders verlässlich hat sich dabei das sogenannte Swirl-Kriterium [139] erwiesen, welches als

$$Swirl = \frac{\vec{\omega} \cdot \vec{v}}{\varrho \|\vec{v}\|^2} \quad (3.4.1)$$

definiert ist. Hier bezeichnet  $\vec{\omega}$  den Wirbelvektor,  $\vec{v}$  den Geschwindigkeitsvektor und  $\varrho$  die Dichte. Das Swirl-Kriterium ist eng verbunden mit der Helizitätsdichte  $H = \vec{\omega} \cdot \vec{v}$ , wobei der Term  $\varrho \|\vec{v}\|^2$  die Funktion einer einfachen Dichtekorrektur für kompressible Strömungen erfüllt. Da auf der Wirbelachse der Wirbelvektor und der Geschwindigkeitsvektor zueinander parallel sind [103], wird der Betrag des Swirl-Kriteriums auf der Wirbelachse maximal. Ein weiteres häufig verwendetes Wirbelkriterium ist das sogenannte Q-Kriterium, das zur Wirbelidentifikation die zweite Invariante  $II_{\nabla\vec{v}}$  des Geschwindigkeitsgradiententensors  $\nabla\vec{v}$  verwendet [51]. Demzufolge ist ein Wirbel definiert als

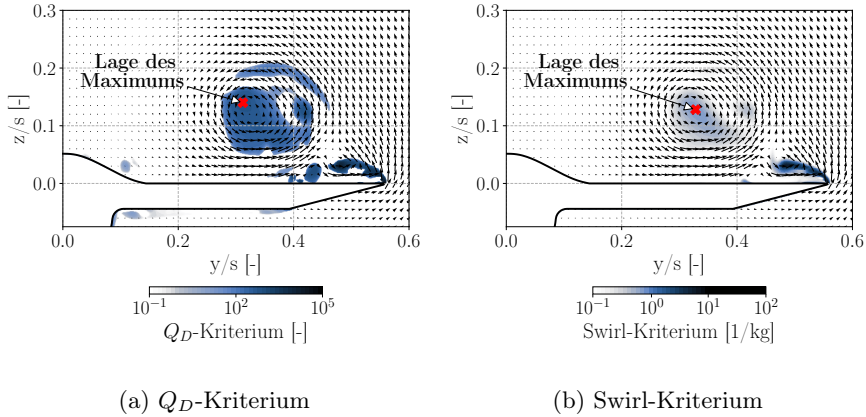
$$Q = II_{\nabla\vec{v}} = \frac{1}{2}(\|\boldsymbol{\Omega}\|^2 - \|\mathbf{S}\|^2) > 0, \quad (3.4.2)$$

mit dem symmetrischen Deformationsgeschwindigkeitstensor  $\mathbf{S}$  und dem antisymmetrischen Drehgeschwindigkeitstensor  $\boldsymbol{\Omega}$ . Das klassische Q-Kriterium ist für kompressible Strömungen jedoch uneindeutig, weshalb stattdessen die kompressible Erweiterung von Kolář und Šístek verwendet wird [58], im Folgenden als  $Q_D$  bezeichnet. Dieses Kriterium berechnet sich analog zu Gleichung 3.4.2:

$$Q_D = \frac{1}{2}(\|\boldsymbol{\Omega}\|^2 - \|\mathbf{S}_D\|^2) > 0. \quad (3.4.3)$$

Dabei gilt  $\mathbf{S}_D = \mathbf{S} - 1/3\text{Spur}(\mathbf{S})\mathbf{I}$ , wobei  $\mathbf{I}$  die Einheitsmatrix bezeichnet.

Ein Vergleich der Ergebnisse der beiden Wirbelkriterien wird in Abbildung 3.4.2 gezeigt. Dargestellt ist ein 2D-Volumenschnitt über dem Hauptflügel des DLR-F22-Modells, das in Kapitel 4 ausführlich beschrieben wird. An der gezeigten Position existiert ein dominanter Primärwirbel, der deutlich anhand der eingezeichneten Geschwindigkeitsvektoren identifiziert werden kann. Beide Kriterien liefern qualitativ ähnliche Ergebnisse, allerdings liefert das Swirl-Kriterium ein klarer definiertes Maximum im Wirbelkern, das zudem besser mit der Lage des lokalen Rotationsmittelpunkts übereinstimmt. Beide Kriterien reagieren sehr empfindlich auf abgelöste Scherschichten in der Nähe der Vorderkante, weshalb  $r_F$  klein genug gewählt werden muss, dass die abgelösten Scherschichten stets außerhalb des ausgewerteten Bereichs liegen. Falls nicht explizit anders angegeben, wurde im Rahmen der Arbeit das Swirl-Kriterium zur Bestimmung der Wirbelachse genutzt. Zusätzlich zur Identifikation der Wirbelachse können auch verschiedene Wirbelcharakteristiken ausgewertet werden. Dabei wird unterschieden zwischen longitudinalen Wirbelcharakteristiken, die auf der Wir-



**Abbildung 3.4.2:** Vergleich der Detektion der Rotationsachse im Strömungsfeld für  $Q_D$ - und Swirl-Kriterium, lokale Strömungsrichtung in der Schnittebene durch Vektorpfeile visualisiert,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$

belachse ausgewertet werden, und radialen Wirbelcharakteristiken, die auf einer Ebene normal zur lokalen Wirbelachse ausgewertet werden. Sobald die Wirbelachse bekannt ist, können die longitudinalen Wirbelcharakteristiken direkt aus dem Strömungsfeld extrahiert werden und liefern Informationen über den Zustand der Strömung auf der Wirbelachse. Die radialen Wirbelcharakteristiken dagegen werden stattdessen durch Mittelung in Umfangsrichtung rund um die identifizierten lokalen Wirbelzentren bestimmt, wodurch beispielsweise das Geschwindigkeits- oder Druckprofil innerhalb des Wirbels bestimmt werden kann. Für die Mittelung in Umfangsrichtung wird der Bereich rund um die Wirbelachse in 100 „Ringe“ mit einer konstanten Breite eingeteilt, anschließend werden die Werte aller Punkte in einem Ring gemittelt.

## 3.5 Globale Stabilitätsanalyse

In diesem Kapitel wird das im Rahmen der Arbeit entwickelte Verfahren zur globalen Stabilitätsanalyse der Wirbel-Stoß-Interaktion vorgestellt. In Abschnitt 3.5.1 werden zunächst die zugrundeliegenden theoretischen Hinter-

gründe des Verfahrens erläutert. Anschließend werden in Abschnitt 3.5.2 das eigentliche numerische Verfahren und die Implementierung im FlowSimulator vorgestellt und abschließend das Verfahren in Unterkapitel 3.5.3 anhand eines aus der Literatur bekannten Testfalls, dem Einsetzen von Shock-Buffet an einem NACA0012-Profil, validiert.

### 3.5.1 Theoretische Formulierung

Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Ansatz zur globalen Stabilitätsanalyse stammt aus dem Gebiet der linearen Stabilitätstheorie. Die lineare Stabilitätstheorie beschäftigt sich mit der räumlichen und zeitlichen Entwicklung kleinster Störungen einer gegebenen stationären Grundströmung. Da die Störgrößen  $\epsilon \vec{q}'$  als klein gegenüber den Grundströmungsgrößen  $\vec{q}$  angenommen werden,  $\epsilon \ll 1$ , kann diese Entwicklung durch die linearisierten Navier-Stokes-Gleichungen beschrieben werden.

Die allgemeine Form der Grundgleichungen in der Finite-Volumen-Formulierung lautet

$$\mathbf{B} \cdot \frac{\partial \vec{q}(x, y, z, t)}{\partial t} = \mathbf{R}(\vec{q}(x, y, z, t)), \quad (3.5.1)$$

mit der Matrix der Zellvolumen  $\mathbf{B}$ , den Strömungsgrößen  $\vec{q}(x, y, z, t)$  und dem Residuum  $\mathbf{R}$ . Um Gleichung 3.5.1 linearisieren zu können, wird im Folgenden eine Zerlegung der Strömungsgrößen  $\vec{q}(x, y, z, t)$  in einen stationären Anteil  $\vec{Q}(x, y, z)$  und zugehörige Schwankungsgrößen  $\epsilon \vec{q}'(x, y, z, t)$  durchgeführt:

$$\vec{q}(x, y, z, t) = \vec{Q}(x, y, z) + \epsilon \vec{q}'(x, y, z, t). \quad (3.5.2)$$

Aus Gründen der Lesbarkeit wird im folgenden auf die explizite Nennung der Abhängigkeiten von  $\vec{q}$ ,  $\vec{Q}$  und  $\vec{q}'$  verzichtet. Durch Einsetzen von 3.5.2 in 3.5.1 ergibt sich

$$\mathbf{B} \frac{\partial(\vec{Q})}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial(\epsilon \vec{q}')}{\partial t} = \mathbf{R}(\vec{Q} + \epsilon \vec{q}'). \quad (3.5.3)$$

Die Entwicklung des Residuums auf der rechten Seite der Gleichung wird durch eine Taylorreihen-Entwicklung um den Grundströmungszustand  $\vec{Q}$ ,

die nach dem ersten Glied abgebrochen wird, beschrieben, was der Linearisierung um den Grundströmungszustand  $\vec{Q}$  entspricht:

$$\mathbf{R}(\vec{q}) \approx \mathbf{R}(\vec{Q}) + \left[ \frac{\partial \mathbf{R}(\vec{q})}{\partial \vec{q}} \right]_{\vec{Q}} (\vec{q} - \vec{Q}) = \mathbf{R}(\vec{Q}) + \left[ \frac{\partial \mathbf{R}(\vec{q})}{\partial \vec{q}} \right]_{\vec{Q}} \epsilon \vec{q}' \quad (3.5.4)$$

Durch Einsetzen von 3.5.4 in 3.5.3 ergibt sich damit

$$\mathbf{B} \frac{\partial(\vec{Q})}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial(\epsilon \vec{q}')}{\partial t} = \mathbf{R}(\vec{Q}) + \left[ \frac{\partial \mathbf{R}(\vec{q})}{\partial \vec{q}} \right]_{\vec{Q}} \epsilon \vec{q}'. \quad (3.5.5)$$

Da angenommen wird, dass die Grundströmung  $\vec{Q}$  stationär und konvergiert ist, gilt zusätzlich  $\partial \vec{Q} / \partial t = 0$  und  $\mathbf{R}(\vec{Q}) = 0$ , wodurch sich Gleichung 3.5.5 zu

$$\mathbf{B} \frac{\partial(\epsilon \vec{q}')}{\partial t} = \left[ \frac{\partial \mathbf{R}(\vec{q})}{\partial \vec{q}} \right]_{\vec{Q}} \epsilon \vec{q}' \quad (3.5.6)$$

vereinfacht. Zur Beschreibung der Störgrößen wird ein zeitlich harmonischer Ansatz verwendet:

$$\epsilon \vec{q}' = \vec{\hat{q}} \cdot e^{-\lambda t}, \quad (3.5.7)$$

mit der Amplitude  $\vec{\hat{q}}$  und der Frequenz  $\lambda$ . Wenn dieser Ansatz in Gleichung 3.5.6 eingesetzt wird, erhält man:

$$-\lambda \mathbf{B} \vec{\hat{q}} \cdot e^{-\lambda t} = \left[ \frac{\partial \mathbf{R}(\vec{q})}{\partial \vec{q}} \right]_{\vec{Q}} \vec{\hat{q}} \cdot e^{-\lambda t}. \quad (3.5.8)$$

Mit  $\mathbf{A} = \left[ \frac{\partial \mathbf{R}(\vec{q})}{\partial \vec{q}} \right]_{\vec{Q}}$ , der Jacobi-Matrix des diskretisierten Systems, ergibt sich daraus schließlich das verallgemeinerte Eigenwertproblem

$$\mathbf{A} \vec{\hat{q}} = -\lambda \mathbf{B} \vec{\hat{q}}. \quad (3.5.9)$$

Dieses verallgemeinerte Eigenwertproblem wird anschließend mit einem Krylov-Unterraum-Verfahren [78] numerisch gelöst. Als Ergebnis erhält man daraus zum einen die komplexwertigen Eigenvektoren  $\vec{\hat{q}}$ , die die räumliche Struktur der Instabilitäten beschreiben und zum anderen die zugehörigen komplexwertigen Eigenwerte  $\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$ . Deren Realteil  $Re(\lambda) = \lambda_r$

entspricht dabei der sogenannten Dämpfungsrate der Instabilität, die beschreibt, ob die zugehörige Instabilität gedämpft wird,  $\lambda_r > 0$ , oder angefacht wird,  $\lambda_r < 0$ . Der Imaginärteil  $Im(\lambda) = \lambda_i$  hingegen entspricht einer dimensionslosen Frequenz der Instabilität.

### 3.5.2 Verfahren zur globalen Stabilitätsanalyse in TAU

Der im vorigen Abschnitt beschriebene Ansatz wurde im Rahmen dieser Arbeit mithilfe des DLR-FlowSimulators in der Programmiersprache Python implementiert. Der FlowSimulator diente hierbei als Schnittstelle zwischen dem DLR-TAU-Code und einem externen Python-Programm zur Lösung des Eigenwertproblems aus Gleichung 3.5.9. Die beiden wichtigsten externen Bibliotheken waren dabei PETSc [3] und SLEPc [44]. PETSc bietet umfangreiche Funktionen zur Lösung linearer Gleichungssysteme basierend auf dünnbesetzten Matrizen, während SLEPc darauf aufbauend verschiedene Verfahren zur Lösung von Eigenwertproblemen zur Verfügung stellt. Beide Bibliotheken verfügen über eine Python-Schnittstelle, so dass sie sich problemlos in die FlowSimulator-Umgebung einbinden ließen. Die Berechnung der Jacobi-Matrix  $\mathbf{A}$ , die als Grundlage der globalen Stabilitätsanalyse dient, ist Bestandteil von TAU und wurde für laminare Strömungen sowie einige ausgewählte Turbulenzmodelle analytisch hergeleitet [22]. Sie kann als dünnbesetzte Matrix im CSR-Format ausgegeben und abgespeichert werden. Standardmäßig beschreibt die Jacobi-Matrix in TAU die partiellen Ableitungen der konservativen Variablen nach den konservativen Variablen (K/K, konservativ/konservativ), es ist jedoch auch möglich, die partiellen Ableitungen der konservativen Variablen nach den primitiven Variablen zu berechnen (K/P, konservativ/primitiv). Im Rahmen dieser Arbeit wurde der konservative Ansatz verwendet, sofern es nicht explizit anders angegeben wird.

Wie bereits im vorherigen Abschnitt erwähnt, wird das Eigenwertproblem mithilfe eines Krylov-Unterraum-Verfahrens gelöst. Bei dieser Klasse von Verfahren konvergieren jedoch prinzipbedingt zuerst die äußeren Eigenwerte, also die betragsmäßig größten. Physikalisch relevant sind jedoch im Allgemeinen innere Eigenwerte, im vorliegenden Fall diejenigen, welche einen Realteil nahe 0 aufweisen. Daher ist ein sogenannter „shift-and-invert“-Ansatz notwendig, eine Spektraltransformation, bei der der Ursprung der komplexen Zahlenebene um einen komplexwertigen Wert  $\zeta$  verschoben wird und die resultierende Matrix invertiert wird. Anstatt der ursprünglichen Gleichung



chung 3.5.9 wird dann die Gleichung

$$(\mathbf{A} - \zeta \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B} \hat{q} = \theta \hat{q} \quad (3.5.10)$$

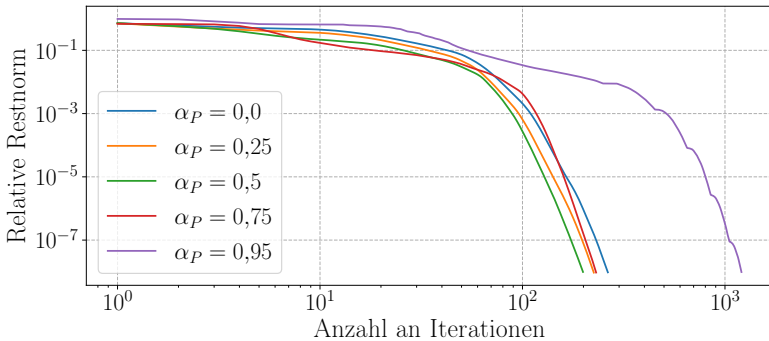
gelöst, wodurch die Eigenwerte  $\theta$  nahe  $\zeta$  zuerst konvergieren. Die Eigenwerte des ursprünglichen Eigenwertproblems ergeben sich dann zu  $\lambda = 1/\theta + \zeta$ . Eine ausführliche Beschreibung des Verfahrens kann beispielsweise bei Saad gefunden werden [104]. Aufgrund der Größe der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Matrizen ist eine direkte Invertierung der Matrix  $(\mathbf{A} - \zeta \mathbf{B})$  nicht möglich, so dass stattdessen in jeder Iteration ein lineares Gleichungssystem (LGS) gelöst werden muss. Für die Lösung des LGS wird der iterative BGCRO-DR-Algorithmus verwendet [53]. Da das resultierende LGS im Allgemeinen schlecht konditioniert ist, wird zusätzlich eine unvollständige LU-Zerlegung (ILU) einer Matrix  $\mathbf{P}$  zur Vorkonditionierung verwendet. Die Matrix  $\mathbf{P}$  wird dabei mithilfe des Gewichtungsfaktors  $\alpha_P$  aus der Jacobi-Matrix  $\mathbf{A}$  und einer reduzierten Approximation der Jacobi-Matrix,  $\mathbf{A}^{1st}$  berechnet:

$$\mathbf{P} = \alpha_P \mathbf{A} + (1 - \alpha_P) \mathbf{A}^{1st}. \quad (3.5.11)$$

Der Unterschied zwischen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{A}^{1st}$  besteht darin, dass bei der Berechnung von  $\mathbf{A}^{1st}$  ein Verfahren erster Ordnung für die Berechnung der Ableitungen verwendet wird, während bei der Berechnung von  $\mathbf{A}$  ein Verfahren zweiter Ordnung genutzt wird. McCracken et al. [76] konnten zeigen, dass dieser Ansatz das Konvergenzverhalten im Vergleich zur Verwendung von  $\mathbf{A}$  deutlich verbessert, was sie auf die stärker diagonal dominante Struktur von  $\mathbf{P}$  im Vergleich zu  $\mathbf{A}$  zurückführten.

In Abbildung 3.5.1 ist das Konvergenzverhalten des BCGRO-DR-Algorithmus für verschiedene Werte des Gewichtungsfaktors  $\alpha_P$  dargestellt. Als Testfall wurde hierfür die in Kapitel 5.3 untersuchte Wirbel-Stoß-Interaktion bei  $Ma = 1,48$ ,  $\Gamma_0 = 3,68$  und  $\delta = 0,2$  genutzt. Der Fall  $\alpha_P = 1$ , also bei Verwendung der vollständigen Jacobi-Matrix als Vorkonditionierer, ist nicht eingezeichnet, da die Rechnung in diesem Fall divergierte. Erst durch Verwendung der kombinierten Matrix  $\mathbf{P}$ ,  $\alpha_P < 1$ , konnte Konvergenz erzielt werden, wobei die Wahl des Gewichtungsfaktors einen deutlichen Einfluss auf das Konvergenzverhalten und damit die Anzahl an Iterationen des linearen Löser hat. Das Optimum bei diesem Fall liegt bei  $\alpha_P \approx 0,5$ , was für die nachfolgenden Rechnungen als Standardwert gesetzt wurde. Interessanterweise zeigt sich hier auch, dass selbst für  $\alpha_P = 0$ , also bei alleiniger Verwendung von  $\mathbf{A}^{1st}$ , eine sehr deutliche Beschleunigung der Konvergenz

erzielt wurde. Da für strukturierte 3D-Rechengitter in etwa ein Faktor 5 zwischen dem Arbeitsspeicherbedarf von  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{A}^{1st}$  liegt, ermöglicht das eine deutliche Reduktion des Arbeitsspeicherbedarfs des Verfahrens. Dieser Unterschied ergibt sich daraus, dass bei einem Verfahren erster Ordnung nur die unmittelbaren Nachbarpunkte in die Berechnung der Gradienten einfließen, im Fall eines strukturierten 3D-Rechengitters sind dies 6 Punkte. Im Gegensatz dazu werden für das Verfahren zweiter Ordnung auch die jeweils nächsten Nachbarpunkte miteinbezogen, wodurch insgesamt 32 Punkte berücksichtigt werden.



**Abbildung 3.5.1:** Konvergenzverhalten des BCGRO-DR-Algorithmus für verschiedene Werte des Gewichtungsfaktors  $\alpha_P$

Im Rahmen der Arbeit wurden zwei unterschiedliche Ansätze zur Durchführung der globalen Stabilitätsanalyse implementiert, ein matrixbasierter und ein matrixfreier Ansatz. Der wesentliche Unterschied der beiden Ansätze liegt in der Art und Weise, wie der für die Lösung des Eigenwertproblems verwendete Krylovraum aufgebaut wird. Im Allgemeinen wird der Krylovraum  $K_m$  durch  $m$  Basisvektoren  $\vec{q}_i$  aufgespannt, die sich durch wiederholte Multiplikation mit der Ausgangsmatrix  $\mathbf{A}$  ergeben

$$K_m = K_m(\mathbf{A}, \vec{q}_0) = \text{span}\{\vec{q}_0, \mathbf{A}\vec{q}_0, \dots, \mathbf{A}^{m-1}\vec{q}_0\}, \quad (3.5.12)$$

wobei  $\vec{q}_0$  einen beliebigen Startvektor bezeichnet [78]. Aus Gleichung 3.5.12 wird deutlich, dass die Matrix  $\mathbf{A}$  selbst für die Berechnung der Basisvektoren nicht notwendigerweise benötigt wird, sondern ausschließlich das Ergebnis des jeweiligen Matrix-Vektor-Produkts  $\vec{q}_i = \mathbf{A}\vec{q}_{i-1}$ . Im Fall des matrixbasierten Ansatzes wird dieses Matrix-

Vektor-Produkt jedoch direkt berechnet, es ist also notwendig, dass die komplette Matrix in expliziter Form vorliegt. Dieser Ansatz ist sehr schnell, ist jedoch auch mit einem sehr hohen Arbeitsspeicherbedarf verbunden, da die Jacobi-Matrizen für hochaufgelöste 3D-Rechengitter schnell mehrere hundert Gigabyte groß werden. Für den alternativen Fall des matrixfreien Ansatzes wird daher auf die explizite Speicherung der Matrix verzichtet, stattdessen wird das Matrix-Vektor-Produkt durch TAU-Simulationen approximiert. Ein vergleichbarer Ansatz wurde ursprünglich von Mamun und Tuckerman [75] und Tuckerman und Dwight [136] für die Untersuchung einer Couette-Strömung verwendet. Eine Erweiterung des Ansatzes zur Sensitivitätsanalyse der gefundenen Eigenwerte wurde von Mettot et al. [84] vorgestellt. Das Matrix-Vektor-Produkt entspricht dabei der Reaktion der stationären Grundströmung  $\vec{Q}$  auf eine kleine Störung  $\epsilon \vec{q}'_i$ . Das Matrix-Vektor-Produkt ergibt sich dann durch finite Differenzen zu

$$\mathbf{A} \vec{q}_i \approx \frac{\mathbf{R}(\vec{Q} + \epsilon \vec{q}'_i) - \mathbf{R}(\vec{Q})}{\epsilon}, \quad (3.5.13)$$

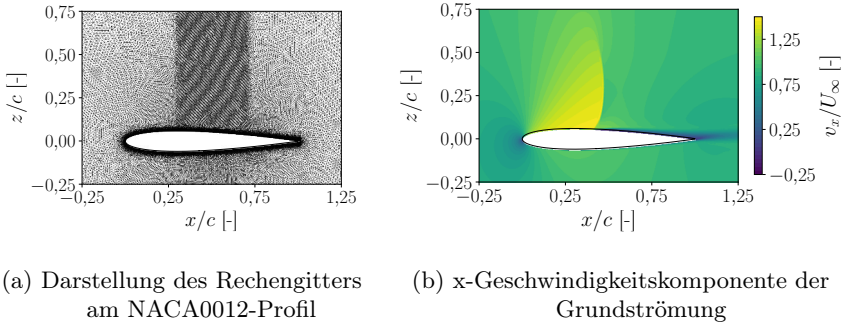
wobei  $\mathbf{R}(\vec{Q} + \epsilon \vec{q}'_i)$  und  $\mathbf{R}(\vec{Q})$  jeweils das Residuum der gestörten und der ungestörten Grundströmung bezeichnen. Der Startvektor  $\vec{q}_0$  wird von SLEPc vorgegeben, weswegen ein zusätzlicher Faktor  $\epsilon \ll 1$  genutzt wird, um zu garantieren, dass die Störung klein im Vergleich zur Grundströmung ist. Basierend auf einer Abschätzung von An et al. [2] wurde im Rahmen der Arbeit ein Wert von  $\epsilon = 1 \cdot 10^{-6}$  verwendet, falls nicht explizit anders angegeben. In jeder inneren Iteration werden dann mithilfe des FlowSimulators die Einträge des Störvektors an jedem Gitterpunkt zu den einzelnen Strömungsvariablen der Grundströmung addiert, anschließend wird eine Residuumevaluation der gestörten Strömung mit TAU durchgeführt und entsprechend Gleichung 3.5.13 der nächste Stör- und Basisvektor berechnet. Die Verwendung von finiten Differenzen höherer Ordnung ist prinzipiell möglich, resultiert allerdings durch die zusätzlichen Residuumevaluationen in deutlich höherem Zeit- und Rechenaufwand. Da für den matrixfreien Ansatz in jeder inneren Iteration des Eigenwertlösers ein oder mehrere Aufrufe des Strömungslösers nötig sind, ist dieser Ansatz deutlich zeitaufwändiger als der matrixbasierte Ansatz. Im Gegenzug ist es dafür theoretisch möglich, auf eine explizit gebildete Jacobi-Matrix zu verzichten und dadurch den Arbeitsspeicherbedarf des Verfahrens deutlich zu reduzieren. In der Praxis hat sich jedoch gezeigt, dass für komplexe Strömungen das aus Gleichung 3.5.10 resultierende Eigenwertproblem zu schlecht konditioniert ist,

weswegen zumindest eine explizit gebildete Vorkonditionierer-Matrix  $\mathbf{P}$  nötig ist. Wie in Abbildung 3.5.1 gezeigt wurde, kann jedoch auch schon durch eine einfache Approximation erster Ordnung der Jacobi-Matrix eine deutliche Verbesserung des Konvergenzverhaltens erzielt werden, so dass dieser Ansatz dennoch deutliche Einsparungen beim Arbeitsspeicherbedarf ermöglicht. Aufgrund der höheren Konvergenzgeschwindigkeit wird, sofern nicht explizit anders angegeben, das matrixbasierte Verfahren verwendet.

### 3.5.3 Validierung des Verfahrens

Zur Validierung des implementierten Verfahrens wurde die Umströmung eines NACA0012-Profiles bei  $Ma = 0,76$  und  $Re = 1 \cdot 10^7$  untersucht. Frühere Untersuchungen dieses Testfalls, zum Beispiel durch Crouch et al. [15] oder Iorio et al. [52], haben ergeben, dass hier bei einem Anstellwinkel  $\alpha \approx 3,2^\circ$  eine Instabilität auftritt, die mit dem Beginn des Shock-Buffets in Verbindung steht. Im Vergleich mit anderen üblichen Testfällen der globalen Stabilitätsanalyse, zum Beispiel der klassischen Zylinderumströmung oder der Überströmung einer rechteckigen Kavität, liegen bei diesem Testfall deutlich höhere Geschwindigkeiten vor und es existiert ein Verdichtungsstoß im relevanten Strömungsbereich. Dadurch ist dieser Testfall den später untersuchten Strömungstopologien deutlich ähnlicher, und wurde daher als geeignet für die Validierung des Verfahrens eingeschätzt.

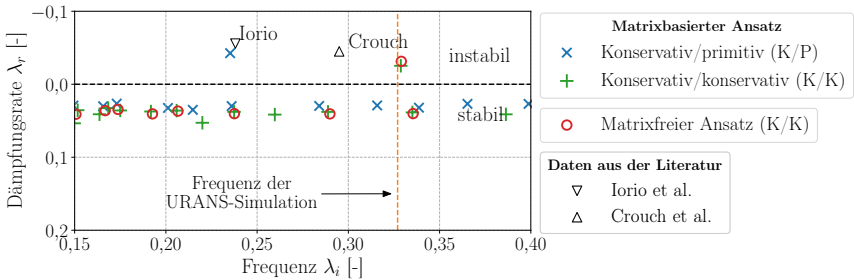
Für die Berechnung der Grundströmung wurde eine vollturbulente, zweidimensionale RANS-Simulation mit TAU durchgeführt. Als Turbulenzmodell wurde, wie bei Iorio et al. [52], das Spalart-Allmaras-Modell mit Edwards-Modifikation [24] verwendet. Die Berechnung wurde auf einem hybrid-unstrukturierten Gitter durchgeführt, das in der Nähe des Verdichtungsstoßes deutlich verfeinert wurde, vergleiche Abbildung 3.5.2(a). Die minimale Zellgröße im Einflussgebiet des Verdichtungsstoßes betrug 0,5% der Sehnenlänge. Insgesamt hatte das gesamte Gitter rund 300 000 Punkte. Die resultierende x-Geschwindigkeitsverteilung der berechneten Grundströmung ist in Abbildung 3.5.2(b) dargestellt. Deutlich zu erkennen ist ein starker Verdichtungsstoß im Bereich  $0,4 \leq x/c \leq 0,5$ , der zu einer Strömungsablösung im hinteren Bereich des Profils führt. Zusätzlich zu den stationären Simulationen wurde auch eine instationäre URANS-Simulation durchgeführt, aus der sich eine dimensionslose Buffet-Frequenz von  $f_{URANS} = 0,327$  ergab.



**Abbildung 3.5.2:** Rechengitter und x-Geschwindigkeitskomponente am NACA0012-Profil,  $Ma = 0,76$ ,  $\alpha = 3,2^\circ$

Basierend auf der stationären Grundströmung wurde anschließend die globale Stabilitätsanalyse durchgeführt, wobei sowohl der matrixbasierte als auch der matrixfreie Ansatz zur Anwendung kamen. Für den matrixbasierten Ansatz wurden zudem beide möglichen Formulierungen der Jacobi-Matrix, die K/K- und die K/P-Jacobi-Matrix, verwendet, während für den matrixfreien Ansatz lediglich die K/K-Variante verwendet wurde. Ein Vergleich der berechneten Eigenspektren für die verschiedenen Ansätze sowie ein Vergleich mit Ergebnissen aus der Literatur ist in Abbildung 3.5.3 zu finden. Da Eigenwerte mit  $\lambda_i \neq 0$  immer in konjugiert-komplexen Paaren auftreten, ist nur der positive Teil der imaginären Achse abgebildet. Wie bereits in Abschnitt 3.5.1 beschrieben ist das Eigenwertspektrum aufgeteilt in einen stabilen Bereich,  $\lambda_r \geq 0$ , und einen instabilen Bereich,  $\lambda_r < 0$ . Die überwiegende Mehrzahl der Eigenwerte befindet sich im stabilen Bereich des Eigenwertspektrums, es gibt jeweils nur einen einzigen angefachten Eigenwert. Dabei ergibt sich ein deutlicher Unterschied zwischen den Ergebnissen basierend auf der K/K-Jacobi-Matrix einerseits, und denen der K/P-Jacobi-Matrix andererseits, was durch die unterschiedlichen Gradienten der beiden Jacobi-Matrizen zurückzuführen ist. Die Ergebnisse der K/P-Jacobi-Matrix zeigen dabei eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Iorio et al [52]. Dies legt den Schluss nahe, dass Iorio et al., die ebenfalls den DLR-TAU-Code für ihre Studie genutzt haben, die K/P-Jacobi-Matrix verwendet haben. Diese Formulierung der Jacobi-Matrix ist jedoch inkompatibel mit dem in Abschnitt 3.5.1 beschriebenen Ansatz, der fordert, dass die Einträge der Jacobi-Matrix durch die Ableitung der Grundströmungsvariablen nach den Grundströmungsvariablen bestimmt werden. Diese Forderung wird nur

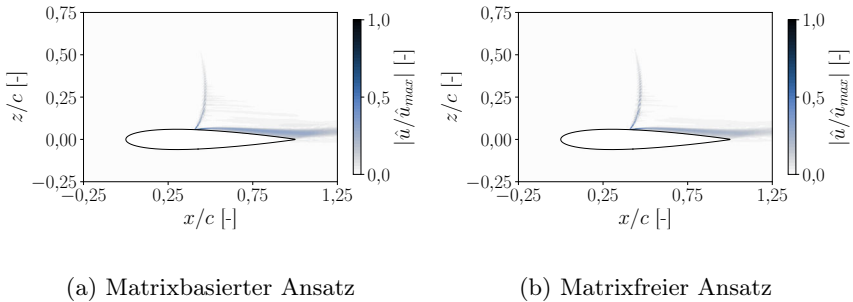
bei Verwendung der K/K-Jacobi-Matrix erfüllt, was durch die Beobachtung bestätigt wird, dass bei Verwendung der K/K-Jacobi-Matrix eine sehr gute Übereinstimmung mit der Frequenz der URANS-Simulation erzielt wird. Die dimensionslose Frequenz des am stärksten angefachten Eigenwerts der Stabilitätsanalyse liegt bei  $f_{GSA} = 0,328$ , während die URANS-Simulationen eine dominante Frequenz von  $f_{URANS} = 0,327$  aufweisen. Die Ergebnisse von Crouch et al. [15] liegen genau zwischen den Ergebnissen der Stabilitätsanalyse der K/K- und K/P-Jacobi-Matrizen. Dies liegt einerseits daran, dass Crouch et al. einen anderen Strömungslöser und eine andere Version des Spalart-Allmaras Turbulenzmodells verwendeten als Iorio et al. und die aktuelle Studie. Es ist bekannt, dass die Wahl des Turbulenzmodells einen maßgeblichen Einfluss auf die numerische Vorhersage von Shock-Buffet hat [33, 127], weshalb es plausibel ist, dass die Unterschiede zumindest teilweise dadurch erklärt werden können. Andererseits verwendeten Crouch et al. ein Verfahren zur Stoßglättung, das beträchtlichen Einfluss auf die dimensionslose Frequenz des am stärksten angefachten Eigenwerts hat. In Abhängigkeit von der Wahl der Glättungsparameter variierte die dimensionslose Frequenz in ihrer Studie zwischen  $0,28 \leq f_{GSA} \leq 0,34$ , so dass die Ergebnisse der aktuellen Arbeit innerhalb des Streubereiches liegen.



**Abbildung 3.5.3:** Eigenspektrum am NACA0012-Profil und Vergleich mit den Ergebnissen von Iorio et al. [52] und Crouch et al. [15],  $Ma = 0,76, \alpha = 3,2^\circ$

Vergleicht man die Eigenwerte des matrixfreien mit denen des matrixbasierten Ansatzes, zeigt sich eine gute Übereinstimmung, insbesondere im relevanten Bereich rund um  $\lambda_r = 0$ . Aufgrund des schlechteren Konvergenzverhaltens des matrixfreien Ansatzes konnten jedoch insgesamt weniger Eigenwerte gefunden werden als mit dem matrixbasierten Ansatz. Auch

die Struktur der gefundenen Eigenfunktionen ist nahezu identisch zwischen den beiden Ansätzen, wie anhand des Vergleichs in Abbildung 3.5.4 gesehen werden kann. Sowohl der Verdichtungsstoß als auch die stromab gelegene Ablöseblase sind in den berechneten Eigenvektoren deutlich zu erkennen. Anhand der betragsmäßig hohen Amplituden in diesen Bereichen wird deutlich, dass die gefundene Instabilität sich auf den Bereich des Verdichtungsstoßes und der Ablöseblase konzentriert, wie für Shock-Buffet zu erwarten ist. Basierend auf der guten Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der Stabilitätsanalyse und denen der instationären Simulationen einerseits, und der sehr guten Vergleichbarkeit zwischen den beiden implementierten Ansätzen andererseits, wird das Verfahren zur Durchführung der GSA als validiert eingeschätzt.



**Abbildung 3.5.4:** Vergleich der normierten Eigenvektoren der x-Geschwindigkeit der am stärksten angefachten Eigenmode zwischen matrixfreiem und matrixbasiertem Ansatz,  $Ma = 0,76$ ,  $\alpha = 3,2^\circ$ , K/K-Matrizen

## 3.6 Dynamic Mode Decomposition

Bei der Untersuchung komplexer zeitabhängiger Phänomene, wie beispielsweise dem Wirbelplatzen, ist es von großer Bedeutung, verschiedene auftretende Effekte voneinander trennen und identifizieren zu können. Eine Methode, die dies ermöglicht und die in den letzten Jahren zunehmend an Bedeutung gewonnen hat, ist die sogenannte *Dynamic Mode Decomposition* (DMD) [110]. Ausgangspunkt der DMD-

Analyse ist eine Reihe von Schnappschüssen  $\vec{q}_{DMD,i}$  der Strömung zu verschiedenen Zeitpunkten, die in der Matrix  $\mathbf{V}_{DMD,1}^N$ ,

$$\mathbf{V}_{DMD,1}^N = \text{span}\{\vec{q}_{DMD,1}, \vec{q}_{DMD,2}, \dots, \vec{q}_{DMD,N}\}, \quad (3.6.1)$$

zusammengefasst werden. Die Schnappschüsse werden dabei jeweils nach einem konstanten Zeitschritt  $\Delta t$  erzeugt. Unter der vereinfachenden Annahme einer linearen Entwicklung der Strömung können die aufeinanderfolgenden Schnappschüsse  $\vec{q}_{DMD,i}$  und  $\vec{q}_{DMD,i+1}$  über einen linearen Operator  $\mathbf{A}_{DMD}$  verknüpft werden,  $\vec{q}_{DMD,i+1} = \mathbf{A}_{DMD}\vec{q}_{DMD,i}$ , so dass sich wie schon im Fall der globalen Stabilitätsanalyse eine Krylov-Sequenz ergibt,

$$\mathbf{V}_{DMD,1}^N = \text{span}\{\vec{q}_{DMD,1}, \mathbf{A}_{DMD}\vec{q}_{DMD,1}, \dots, \mathbf{A}_{DMD}^{N-1}\vec{q}_{DMD,1}\}. \quad (3.6.2)$$

Die Eigenwerte und Eigenvektoren von  $\mathbf{A}_{DMD}$  beschreiben die gesuchten modalen Eigenschaften der Strömung und werden als DMD-Moden bezeichnet. Im Fall einer vollständig linearen Entwicklung entsprechen die DMD-Moden den Moden der globalen Stabilitätsanalyse, im Fall einer nichtlinearen Entwicklung entsprechen die DMD-Moden einer linearen Approximation der dominanten dynamischen Eigenschaften der zugrundeliegenden Schnappschüsse [110]. Für die im Rahmen dieser Arbeiten durchgeführten DMD-Analysen wurde das Softwarepaket *modred* [6] verwendet, eine Open Source Implementierung in Python.





# 4 Wirbelinteraktionen an transsonisch umströmten Mehrfachdeltaflügeln

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Untersuchungen an einer generischen Mehrfachdeltaflügel-Konfiguration, dem DLR-F22-Modell, vorgestellt. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der numerischen Untersuchung der Wirbeltopologie der Basiskonfiguration F22-LS1 mithilfe von konventionellen URANS-Simulationen sowie skalenauflösenden IDDES-Rechnungen. In Abschnitt 4.1 werden dazu zunächst die verwendeten Geometrien und die betrachteten Strömungsbedingungen vorgestellt. Zudem werden in den Unterabschnitten 4.1.2 und 4.1.3 die Gittererzeugung sowie die Ergebnisse der Gitter- und Turbulenzmodellstudie behandelt. Anschließend wird in den Abschnitten 4.2, 4.3 und 4.4 der Einfluss von Anstellwinkel-, Schiebewinkel- und Machzahlvariationen auf die Strömungstopologie untersucht und in Abschnitt 4.5 die Unterschiede zwischen den beiden betrachteten Geometrievarianten, des Dreifachdeltaflügels F22-LS1 und des Doppeldeltaflügels F22-L00, aufgezeigt. Schließlich werden in Abschnitt 4.6 die Ergebnisse der skalenauflösenden Simulationen vorgestellt, bevor dann in Abschnitt 4.7 eine übergreifende Diskussion der Ergebnisse stattfindet. Auszüge dieser Untersuchungen wurden bereits in [141] veröffentlicht.

## 4.1 Beschreibung des Testfalls und der Geometrie

Zur Untersuchung der Wirbelinteraktion an einer realistischen Konfiguration wird im Rahmen dieser Arbeit die Umströmung des sogenannten DLR-F22-Modells numerisch simuliert. Wie bereits in Abschnitt 2.3 beschrieben, wurde das DLR-F22-Modell im Rahmen des Diabolo-Projekts für die ex-

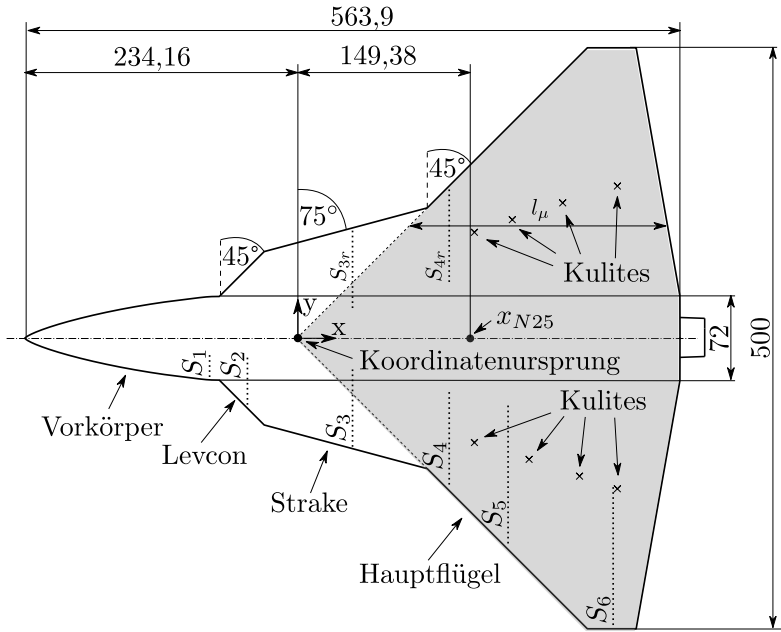
perimentelle und numerische Untersuchung wirbeldominierter Strömungen entworfen. Von den sechs experimentell untersuchten Konfigurationen, siehe Abbildung 2.3.1, wurden zwei Konfigurationen für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten numerischen Simulationen ausgewählt: die Basisgeometrie F22-LS1 und die Doppeldeltaeometrie F22-L00.

Eine schematische Darstellung der Basiskonfiguration F22-LS1 ist in Abbildung 4.1.1 zu sehen. Die F22-LS1-Konfiguration ist ein Dreifachdeltaflügel mit Vorderkantenpfeilungen von  $\phi_1 = 45^\circ$ ,  $\phi_2 = 75^\circ$  und  $\phi_3 = 45^\circ$ . Die Abmessungen der Geometrie entsprechen dem Windkanalmodell, das insgesamt 563,9 mm lang ist, bei einer Halbspannweite von  $s = 250$  mm. Die Plattenflügel haben eine konstante Dicke von 11 mm und sind auf der Unterseite umlaufend unter  $20^\circ$  angefast. Die verbleibende Vorderkante hat eine Dicke von 0,5 mm und zieht sich um das gesamte Modell. Der Vorkörper ist ogival geformt und dient gemeinsam mit dem konkaven Cockpit als zusätzliche auftriebserzeugende Fläche. Der Rumpf stromab des Cockpits ist nur schwach ausgeprägt, um mögliche Interaktionen zwischen Wirbeln beider Flügelhälften zuzulassen. Unterhalb des Modells befindet sich schließlich noch die Modellaufnahme des Windkanalmodells. Um eine möglichst gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen aus Windkanaltests zu gewährleisten, werden die Modellaufnahme und ein generischer Stiel (hier nicht dargestellt) auch in den numerischen Untersuchungen berücksichtigt. Für die Bestimmung der Referenzlängen und -punkte wird eine vereinfachte Referenzgeometrie verwendet, in Abbildung 4.1.1(a) grau hinterlegt, die sich durch Verlängerung der Vorderkanten des Hauptflügels bis zum Schnittpunkt mit der Symmetrieebene ergibt, wobei der Koordinatenursprung an der Position des Schnittpunkts liegt. Basierend auf der lokalen Flügeltiefe  $l(y)$  und der Einviertellinie  $x_{25}(y)$  der grau hinterlegten Referenzgeometrie werden die Referenzflügelfläche  $F_{ref}$ , die Referenzflügeltiefe  $l_\mu$  und die x-Position des Momentenbezugspunkts  $x_{N25}$  wie folgt definiert:

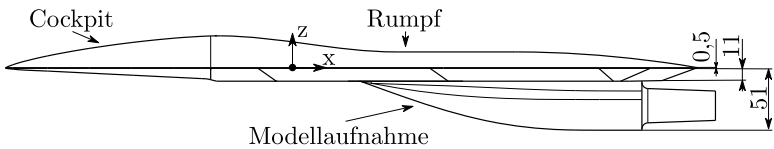
$$F_{ref} = 2 \int_0^s l(y) dy, \quad (4.1.1)$$

$$l_\mu = \frac{2}{F_{ref}} \int_0^s l^2(y) dy, \quad (4.1.2)$$

$$x_{N25} = \frac{2}{F_{ref}} \int_0^s l(y) x_{25}(y) dy. \quad (4.1.3)$$



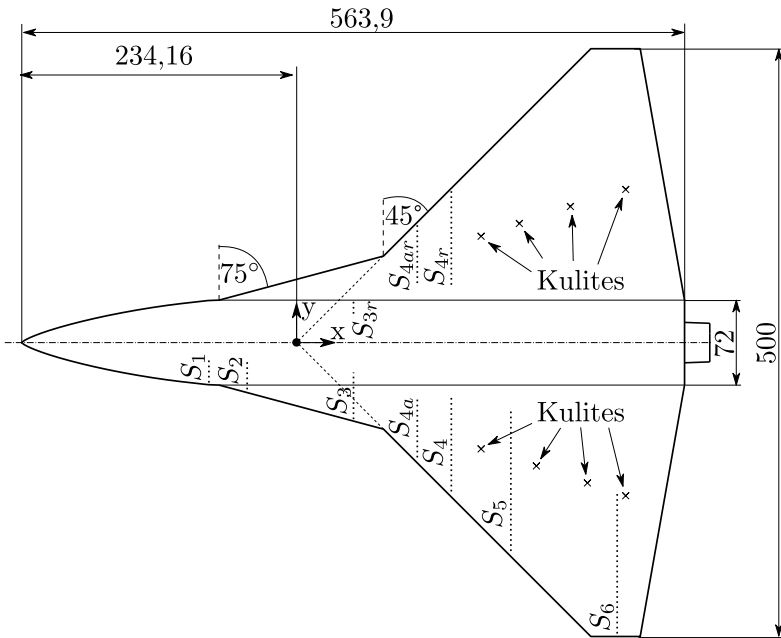
(a) Draufsicht



(b) Seitenansicht

**Abbildung 4.1.1:** Schematische Darstellung der F22-LS1-Konfiguration mit Abmessungen und Bezeichnungen der einzelnen Flügelbestandteile. Positionen der Druckmessschnitte durch gepunktete Linien, Positionen der Kulites durch Kreuze markiert

Zusätzlich zur Basiskonfiguration wird eine weitere Modellkonfiguration numerisch untersucht, die sogenannte F22-L00-Konfiguration, die in Abbildung 4.1.2 gezeigt ist. Die F22-L00-Konfiguration ist ein Doppeldeltaflügel und geht aus der Basiskonfiguration hervor, indem die Spannweite des Levcon zu null gesetzt wird, während die Länge des Strakes konstant bleibt. Dadurch wird der Strake effektiv entlang der Vorderkante des Hauptflügels in negative x-Richtung verschoben. Da der Hauptflügel nicht modifiziert wird, bleiben Spannweite und Länge des Modells identisch zur F22-LS1-Konfiguration. Die Referenzgrößen sowie die Lage des Momentenbezugs- punktes bleiben ebenfalls erhalten.



**Abbildung 4.1.2:** Schematische Darstellung der F22-L00-Konfiguration mit Abmessungen. Positionen der Druckmessschnitte durch gepunktete Linien, Positionen der Kulites durch Kreuze markiert

Unabhängig von der betrachteten Konfiguration ergeben sich damit die in Tabelle 4.1.1 zusammengefassten Referenzgrößen für das DLR-F22-Modell.

**Tabelle 4.1.1:** Referenzgrößen des DLR-F22-Modells.

$F_{ref}$	$l_\mu$	$s$	$x_{N25}$
$94\,520\text{ mm}^2$	$227,16\text{ mm}$	$250\text{ mm}$	$149,38\text{ mm}$

Aus den Windkanaluntersuchungen im Rahmen des Diabolo-Projekts liegen für beide Konfigurationen Oberflächendruckdaten basierend auf Druckmessbohrungen und Kulite-Sensoren vor. Die Druckmessbohrungen verteilen sich dabei auf sechs verschiedene Druckmessschnitte, als  $S_1$  bis  $S_6$  bezeichnet, die in den Abbildungen 4.1.1(a) und 4.1.2 als gepunktete Linien eingezeichnet sind, während die Positionen der acht Kulite-Sensoren in den Abbildungen durch Kreuze markiert sind. Um den Vergleich zwischen Experiment und Numerik zu ermöglichen, wurden auch die numerischen Ergebnisse an diesen Positionen ausgewertet. Die exakten Positionen der Druckmessschnitte sind in Anhang A.1 zu finden, die der Kulite-Sensoren in Anhang A.2.

### 4.1.1 Strömungsbedingungen und Strömungstopologie

Der Großteil der im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Simulationen wurde durchgeführt, bevor die zugehörigen Windkanaluntersuchungen stattgefunden hatten. Die Strömungsbedingungen der Simulationen am DLR-F22-Modell orientieren sich daher an den Bedingungen einer früheren Messkampagne im Transsonischen Windkanal Göttingen (DNW-TWG), in der eine sehr ähnliche Mehrfachdeltaflügel-Konfiguration untersucht wurde [97]. Als Ausgangspunkt der numerischen Simulationen wurden der Ruhedruck  $p_t$  und die Ruhetemperatur  $T_t$  vorgegeben. Die Ruhetemperatur war konstant für alle untersuchten Fälle,  $T_t = 310\text{ K}$ , während für den Ruhedruck unterschiedliche Werte für sub- und supersonische Strömungsbedingungen gewählt wurden. Für subsonische Bedingungen betrug der Ruhedruck  $p_t = 95\text{ kPa}$ , für supersonische dagegen  $p_t = 90\text{ kPa}$ . Untersucht wurden Strömungsbedingungen bei vier unterschiedlichen Anströmmachzahlen,  $Ma = 0,50$ ,  $Ma = 0,85$ ,  $Ma = 1,10$  und  $Ma = 1,41$ , wobei der Schwerpunkt der Untersuchungen auf  $Ma = 0,85$  lag. Unter Annahme eines idealen Gases können Druck, Temperatur und Dichte der Anströmung wie folgt in

Abhängigkeit der Machzahl berechnet werden:

$$p = p_t \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{-\gamma}{\gamma - 1}}, \quad (4.1.4)$$

$$T = T_t \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2 \right)^{-1}, \quad (4.1.5)$$

$$\rho = \frac{p}{TR_s}, \quad (4.1.6)$$

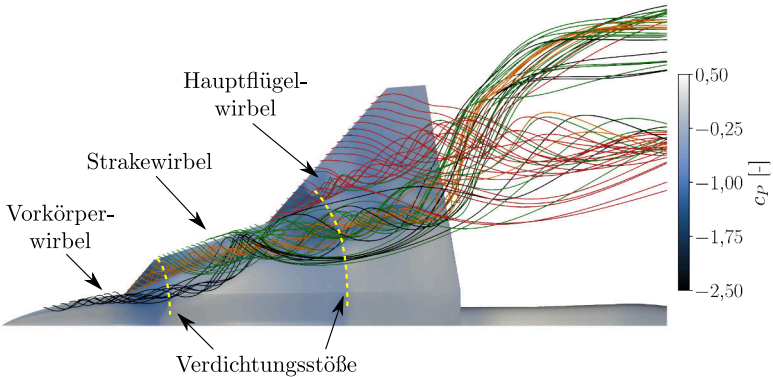
mit der spezifischen Gaskonstante von Luft  $R_s = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ . Damit ergeben sich die in Tabelle 4.1.2 aufgeführten Strömungsbedingungen der ungestörten Anströmung. Die hier genannte Reynolds-Zahl  $Re$  ist bezogen auf die Referenzflügelteufe  $l_\mu$ .

**Tabelle 4.1.2:** Fernfeldbedingungen der Simulationen am DLR-F22-Modell

$Ma[-]$	$p[\text{Pa}]$	$\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$	$T[\text{K}]$	$Re_{l_\mu}[-]$
0,50	80 087	0,9453	295,2	$2,027 \cdot 10^6$
0,85	59 223	0,7621	270,8	$2,847 \cdot 10^6$
1,10	42 151	0,5884	249,6	$2,914 \cdot 10^6$
1,41	26 336	0,4275	216,65	$2,849 \cdot 10^6$

Bei den untersuchten Anströmbedingungen ergibt sich am DLR-F22-Modell eine komplexe Strömungstopologie mit mehreren Primärwirbeln, die von den einzelnen Vorderkanten der Flügel ausgehen, und Verdichtungsstößen. Anhand der in Abbildung 4.1.3 gezeigten Darstellung soll die grundsätzliche Strömungstopologie vorgestellt werden. Außerdem werden die im Folgenden verwendeten Bezeichnungen der auftretenden Primärwirbel zugewiesen. Dargestellt ist die Umströmung der F22-LS1-Konfiguration bei  $Ma = 0,85, \alpha = 12^\circ$ , wobei die verschiedenen Primärwirbel durch verschiedenfarbige Stromlinien visualisiert werden. An der F22-LS1-Konfiguration bilden sich bis zu drei eigenständige Primärwirbel aus: der Vorkörperwirbel (VKW, in schwarz dargestellt), der Strakewirbel (STW, in Grün dargestellt) und der Hauptflügelwirbel (HFW, in Rot dargestellt). Eine Besonderheit zeigt sich im Bereich von Levcon und Strake: hier bildet die abgelöste Scherschicht des Levcons (in Orange dargestellt) keinen eigenständigen Primärwirbel, sondern wird unmittelbar von der abgelösten Scherschicht des Strakes umwickelt. Etwas weiter stromab auf dem Strake interagieren VKW und

STW, wobei sich der VKW um den STW wickelt und mit ihm verschmilzt. Zusätzlich bilden sich mehrere Verdichtungsstöße über dem Modell (in Gelb markiert) die mit den Wirbeln interagieren.



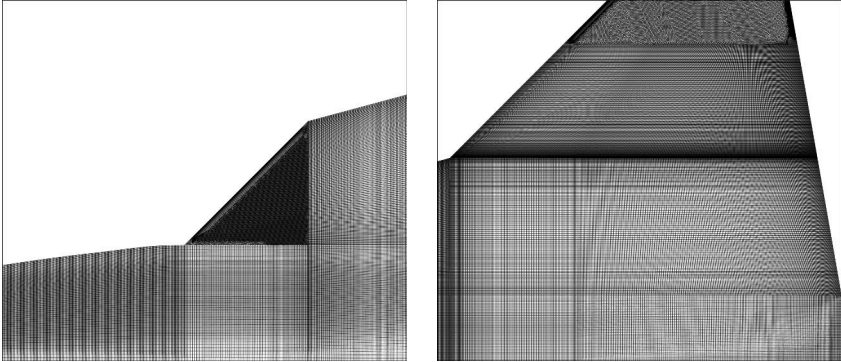
**Abbildung 4.1.3:** Strömungstopologie an der F22-LS1-Konfiguration, visualisiert mit Stromlinien und Oberflächendruck,  $Ma = 0,85$ ,  $AoA = 12^\circ$

## 4.1.2 Gittererzeugung und Netzstudie

Die DLR-F22-Modelle wurden mit hybriden Rechengittern vernetzt. Die Modelloberfläche wurde dabei größtenteils mit einem strukturierten Oberflächengitter diskretisiert. Im Bereich von Vorkörper, Levcon und Strake wurden Zellen mit einer maximalen Seitenlänge von 0,5 mm verwendet, wobei insbesondere auf dem Vorkörper durch die starke Verjüngung der Geometrie zum Apex hin deutlich kleinere Zellen erzeugt wurden. Auf dem Hauptflügel beträgt die maximale Seitenlänge der Zellen 0,75 mm, bei einer Halbspannweite von  $s = 250$  mm. Lediglich auf dem Levcon, wo eine strukturierte Vernetzung mit dem verwendeten Gittergenerator nicht möglich war, und im Außenbereich des Hauptflügels, wo ein strukturiertes Gitter zu einer unnötig hohen Punktedichte geführt hätte, wurde ein unstrukturiertes Oberflächengitter verwendet. Eine Darstellung des Oberflächengitters im Übergangsbereich zwischen Vorkörper und Levcon sowie auf dem Hauptflügel ist in Abbildung 4.1.4 zu sehen. In Abhängigkeit von der Topologie des



Oberflächengitters wurde der wandnahe Bereich des Volumengitters entweder mit strukturierten Hexaedern oder quasi-strukturierten Prismenschichten diskretisiert. Die Höhe der ersten Zelle wurde dabei so gewählt, dass ein dimensionsloser Wandabstand von  $y^+ < 1$  auf der gesamten Modelloberfläche gewahrt bleibt.

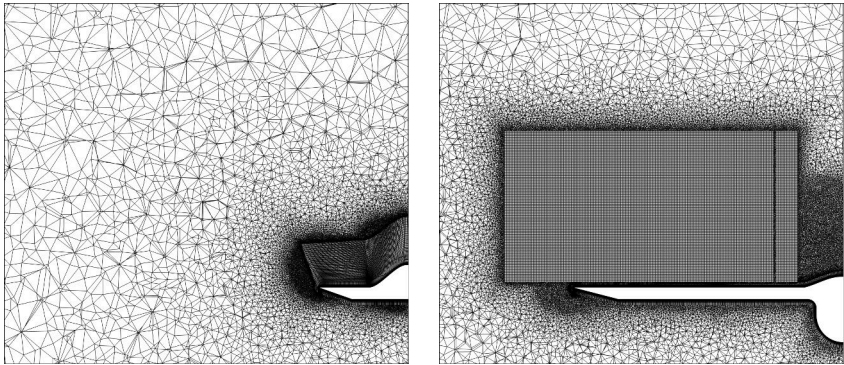


(a) Oberflächengitter auf Vorkörper und (b) Oberflächengitter auf dem Hauptflügel  
Levcon

**Abbildung 4.1.4:** Darstellung des Oberflächengitters der F22-LS1-Konfiguration auf Vorkörper und Hauptflügel

Bei der Erzeugung des Volumengitters wurde ein zweigeteilter Ansatz verfolgt. Im größten Teil des Rechengebiets wurden unstrukturierte Tetraeder verwendet, um Gitterpunkte zu sparen. Der Bereich direkt über dem Modell wurde dagegen mit einem quasi-strukturierten Gitter vernetzt, wie in Abbildung 4.1.5 zu sehen ist. Über dem Vorkörper, dem Levcon und dem Strake wurde für die Erzeugung der quasi-strukturierten Bereiche die sogenannte Hexlayer-Propagation verwendet, vergleiche Abbildung 4.1.5(a). Hierbei setzt der Hexaeder-Block direkt auf dem existierenden quasi-strukturierten Bereich auf, so dass es keinen Übergangsbereich dazwischen gibt. Dies ist besonders am Vorkörper und dem Strake relevant, da somit das Aufrollen der Scherschicht an den Vorderkanten korrekt aufgelöst wird. Im hinteren Bereich über dem Hauptflügel wurde dagegen ein freier Hexaeder-Block verwendet. Dieser bietet den Vorteil, dass die Gitterauflösung innerhalb des Blocks frei gewählt werden kann, und, anders als bei der Hexlayer-Propagation, nicht von der Zellgröße des Oberflächengitters abhängt. Die-

ser Vorteil wird dadurch erkauft, dass es einen kleinen unstrukturierten Übergangsbereich zwischen der Prismenschicht und dem Hexaeder-Block gibt, vergleiche Abbildung 4.1.5(b). Da die Wirbel jedoch im interessanten Anstellwinkelbereich ohnehin von der Modelloberfläche abgehoben sind, ist der Einfluss des Übergangsbereichs auf die resultierende Strömung vernachlässigbar. Ein zusätzlicher Hexaeder-Block wurde zudem stromab der Hinterkante platziert, um auch die Nachlaufströmung korrekt aufzulösen. Zusätzlich zu den Hexaeder-Blöcken wurden die unstrukturierten Gitterzellen in der unmittelbaren Umgebung des Modells durch konusförmige Quellen deutlich verfeinert.



(a) Schnittebene im Bereich des Strakes,  $x = 0$  mm  
 (b) Schnittebene im Bereich des Hauptflügels,  $x = 250$  mm

**Abbildung 4.1.5:** Darstellung der Gittertopologie der F22-LS1-Konfiguration über Strake und Hauptflügel

Für die Bestimmung der notwendigen Netzauflösung für die Rechnungen am DLR-F22-Modell wurde eine Netzstudie mit drei verschiedenen Rechenetzen durchgeführt. Da davon ausgegangen wurde, dass die Strömungstopologie der beiden betrachteten Konfigurationen prinzipiell vergleichbar ist, beschränkte sich die Netzstudie auf die F22-LS1-Konfiguration. Die Netztopologie war für alle drei untersuchten Netze identisch, lediglich die Netzauflösung der strukturierten Oberflächen- und Volumengitter wurde variiert. In den Hexaeder-Blöcken über dem Hauptflügel wurde die Zellgröße ausgehend vom größten Gitter zweimal halbiert, wobei über Vorkörper, Levcon und Strake aufgrund der bereits beschriebenen Abhängigkeit vom Oberflächen-

gitter keine exakte Halbierung der Zellgrößen möglich war. Die Zellgrößen im unstrukturierten Gitter wurden nur in unmittelbarer Nähe der Hexaeder-Blöcke angepasst, um abrupte Sprünge in der Zellgröße zu vermeiden. Die initialen Annahmen des Rechengitters wurden auf Basis von Erfahrungen gewählt, die an einem sehr ähnlichen Modell, das in der NATO STO Arbeitsgruppe AVT-316 untersucht wurde, gewonnen wurden [143]. Die Eckdaten der einzelnen Rechengitter sind in Tabelle 4.1.3 zu finden. Die Angabe der Punktzahl bezieht sich dabei auf das Halbmodell. Die zugehörigen Vollmodelle wurden anschließend durch Spiegelung des Gitters an der Symmetrieebene erzeugt, um Asymmetrien im Rechengitter zu vermeiden.

**Tabelle 4.1.3:** Eckdaten der Rechengitter der Netzstudie an der F22-LS1-Konfiguration

Zellgrößen	Grobes Gitter	Mittleres Gitter	Feines Gitter
Oberflächengitter (Vorkörper)	0,25 – 0,5 mm	0,25 – 0,5 mm	0,25 mm
Oberflächengitter (Hauptflügel)	0,25 – 0,75 mm	0,25 – 0,75 mm	0,25 – 0,5 mm
Volumengitter (Vorkörper)	0,5 – 1,0 mm	0,5 mm	0,3 – 0,5 mm
Volumengitter (Hauptflügel)	2,0 mm	1,0 mm	0,5 mm
Gitterpunkte (Halbmodell)	22 602 455	31 608 892	88 921 436

Für die Netzstudie wurden drei Testfälle betrachtet. Für die Testfälle **A** und **B** wurde eine Anströmmachzahl von  $Ma = 0,85$  und Anstellwinkel von  $\alpha = 12^\circ$  beziehungsweise  $\alpha = 20^\circ$  gewählt. Für den dritten Testfall, **C**, wurde eine supersonische Anströmung bei  $Ma = 1,10$  und  $\alpha = 20^\circ$  gewählt. Die Testfälle wurden so gewählt, dass unterschiedliche Strömungstopologien berücksichtigt werden. Bei Testfall **A** liegt eine stabile Wirbeltopologie ohne Wirbelplatzen vor, während bei Testfall **B** das Wirbelplatzen über dem Hauptflügel auftritt. Testfall **C** wurde gewählt, um die Netzunabhängigkeit der Lösung auch für höhere Machzahlen zu bestätigen. Die Testfälle **A** und **B** weisen zudem einen starken Verdichtungsstoß über dem Hauptflügel auf, der mit den Wirbeln interagiert, während es bei Testfall **C** nicht zu einer Wirbel-Stoß-Wechselwirkung über dem Hauptflügel kommt. Als Turbulenzmodell für die Simulationen wurde das klassische Menter-SST-

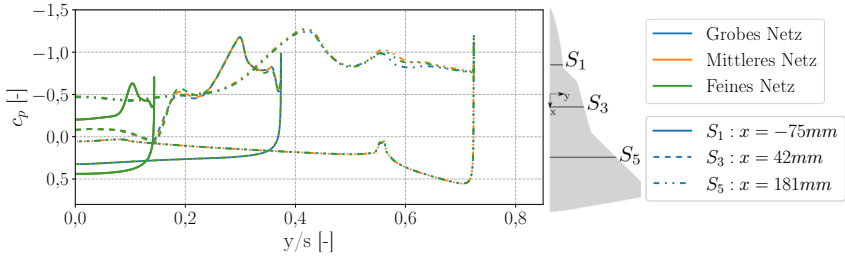
Turbulenzmodell verwendet. Eine Gegenüberstellung der integralen Kraft- und Momentenbeiwerte der verschiedenen Rechengitter ist in Tabelle 4.1.4 gezeigt. Die Ergebnisse sind generell in sehr guter Übereinstimmung zwischen allen drei Rechengittern, wobei die Unterschiede zwischen dem mittleren und feinen Gitter jeweils deutlich kleiner als 1% sind. Die größten Abweichungen sind im Nickmoment  $C_{My}$  zu beobachten, da dieses sehr empfindlich auch auf kleinste Änderungen der Stoßposition reagiert.

**Tabelle 4.1.4:** Integrale Beiwerte aus der Gitterstudie der F22-LS1-Konfiguration

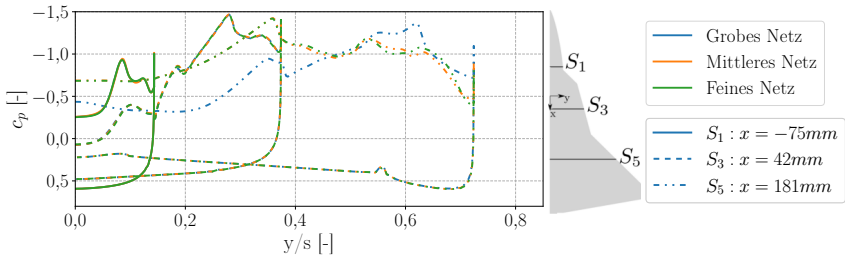
	Gitter	$\alpha$	$Ma$	$C_A$	$C_W$	$C_{My}$
<b>A</b>	Grobes Gitter	12°	0,85	0,7658	0,2168	0,0497
	Mittleres Gitter	12°	0,85	0,7557	0,2151	0,0522
	Feines Gitter	12°	0,85	0,7559	0,2151	0,0521
<b>B</b>	Grobes Gitter	20°	0,85	1,0483	0,4563	0,0976
	Mittleres Gitter	20°	0,85	1,0492	0,4559	0,0989
	Feines Gitter	20°	0,85	1,0490	0,4559	0,0989
<b>C</b>	Grobes Gitter	20°	1,10	1,1505	0,5125	0,0263
	Mittleres Gitter	20°	1,10	1,1454	0,5104	0,0278
	Feines Gitter	20°	1,10	1,1446	0,5102	0,0279

Zusätzlich zu den integralen Beiwerten wurden auch die Oberflächendruckverteilung an drei verschiedenen Positionen verglichen. Abbildung 4.1.6 zeigt die resultierenden Druckverteilungen für alle drei Testfälle, wobei die Positionen der drei Schnitte jeweils rechts im Bild angedeutet sind. An den vorderen Schnitten  $S_1$  und  $S_3$  liegen die Ergebnisse aller drei Netze für alle drei Testfälle sehr eng beieinander. Die größten Abweichungen sind für Testfall **B** an Schnitt  $S_5$  zu beobachten, siehe Abbildung 4.1.6(b). Hier zeigen die Ergebnisse des größten Gitters deutlich erhöhte Drücke über dem Hauptflügel im Bereich  $y/s < 0,45$ , wahrscheinlich verursacht durch das Wirbelplatzen des Hauptflügel-Wirbels, das hier auf Höhe des Schnitts  $S_5$  auftritt, und die dadurch verursachte Verschiebung des Verdichtungsstoßes stromauf. Zwischen dem mittleren und feinen Gitter gibt es aber auch für diesen kritischen Fall keine nennenswerten Unterschiede. Basierend auf diesen Ergebnissen wurde daher das mittlere Rechengitter für alle nachfolgenden Simulationen ausgewählt. Des Weiteren wurde für die Rechnungen an der F22-L00-Konfiguration ein entsprechendes Rechengitter mit identischen Netzauflösungen erzeugt.

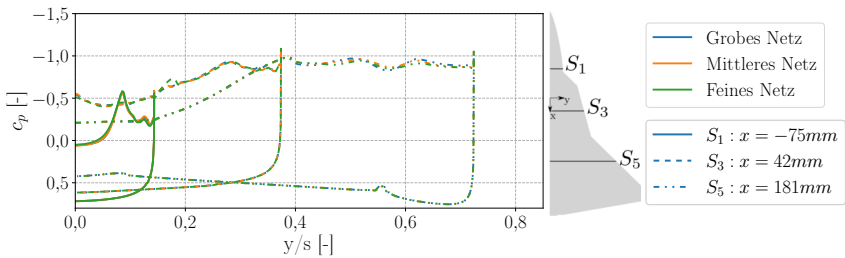
## 4.1 Beschreibung des Testfalls und der Geometrie



(a) Testfall A:  $Ma = 0,85, \alpha = 12^\circ, \beta = 0^\circ$



(b) Testfall B:  $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ, \beta = 0^\circ$



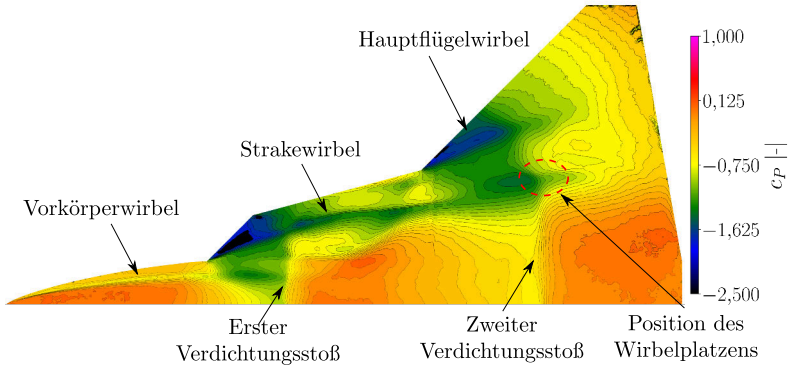
(c) Testfall C:  $Ma = 1,10, \alpha = 20^\circ, \beta = 0^\circ$

**Abbildung 4.1.6:** Einfluss der Netzauflösung auf die Oberflächendruckverteilung an drei verschiedenen Schnittpositionen

### 4.1.3 Einfluss des Turbulenzmodells

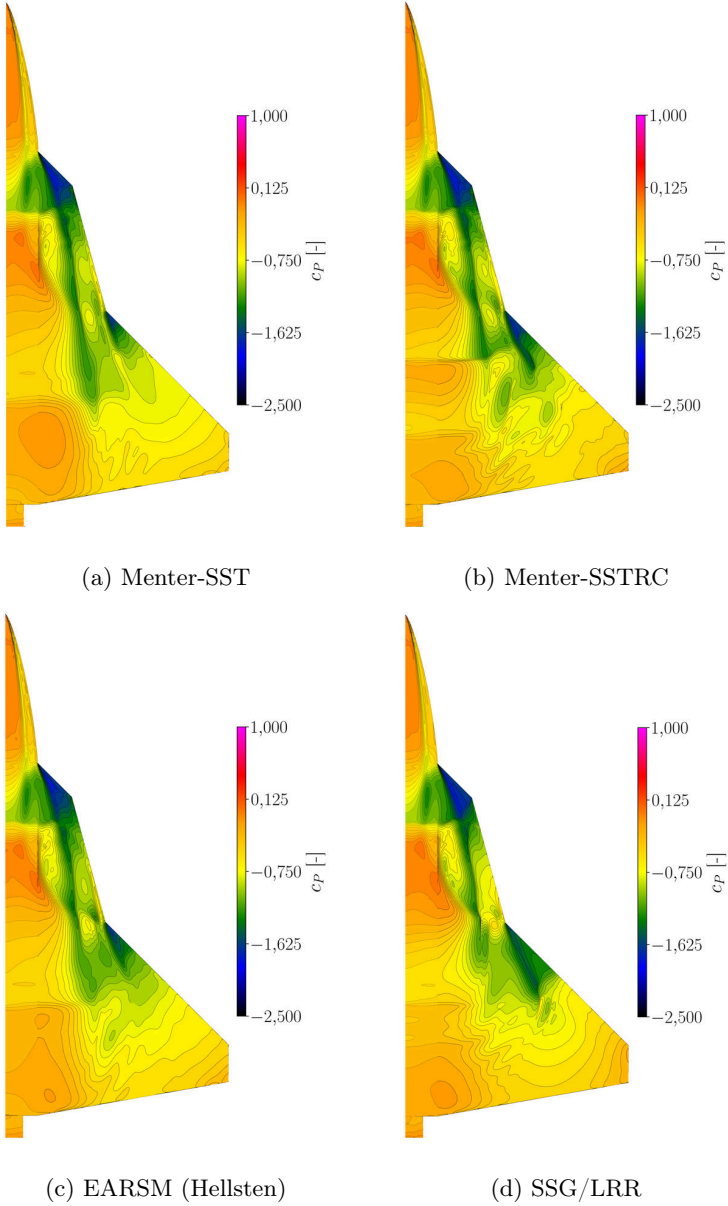
Im Rahmen einer Voruntersuchung wurde eine Turbulenzmodellstudie durchgeführt, um den Einfluss der Turbulenzmodellierung auf die Vorhersage der Strömungstopologie zu beurteilen. Insgesamt wurden drei verschiedene Turbulenzmodelle berücksichtigt: Das Zwei-Gleichungsturbulenzmodell  $k\text{-}\omega$  SST von Menter (Menter-SST) [83], ein ebenfalls  $k\text{-}\omega$ -basiertes explizit algebraisches Reynolds-Spannungsmodell (EARSM) in der Formulierung von Hellsten [41] sowie ein vollständiges Reynolds-Spannungsmodell, das SSG/LRR-Modell [25]. Es ist bekannt, dass klassische Wirbelviskositätsmodelle, wie beispielsweise das Menter-SST-Modell, die Effekte von Rotation und stark gekrümmten Stromlinien nicht korrekt vorhersagen [118]. Daher wurden in der Vergangenheit verschiedene Modifikationen dieser Turbulenzmodelle vorgeschlagen, die eine verbesserte Modellierung wirbelbehafteter Strömungen versprechen. Deshalb wird neben der klassischen Formulierung des Menter-SST-Modells noch eine Variante untersucht, die zusätzlich die von Smirnov und Menter vorgeschlagene Krümmungs- und Rotationskorrektur [116], sowie die nicht-lineare QCR-Erweiterung von Spalart [117] nutzt (Menter-SSTRC). Für die Turbulenzmodellstudie wurden zwei verschiedene Testfälle an der F22-LS1-Konfiguration betrachtet, zum einen  $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$  und zum anderen  $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ$ , da für diese Testfälle Oberflächendruckdaten aus PSP-Messungen vorliegen.

Die experimentell mittels PSP gemessene Oberflächendruckverteilung für  $\alpha = 16^\circ$  ist in Abbildung 4.1.7 dargestellt. Bei diesem Anstellwinkel existieren drei stark ausgeprägte Primärwirbel sowie zwei starke Verdichtungsstöße. Dabei treten beide in Abschnitt 2.1.2 definierten Arten der Wirbelstoß-Interaktion auf, sowohl die schwache Wechselwirkung, die nicht zum Wirbelplatzen führt, als auch die starke Wechselwirkung, die Wirbelplatzen verursacht. Der erste Verdichtungsstoß liegt stromab des Cockpits am Beginn des Strakes. Sowohl der vom Vorkörper ausgehende VKW als auch der vom Levcon und Strake ausgehende STW interagieren mit diesem Stoß, bleiben jedoch weiterhin stabil. Der zweite Verdichtungsstoß liegt weiter stromab, bei ungefähr der Hälfte der Hauptflügelsehnenlänge. Sowohl der STW als auch der vom Hauptflügel ausgehende HFW interagieren mit dem zweiten Verdichtungsstoß, wobei zumindest der STW eine starke Wechselwirkung und anschließendes Wirbelplatzen zeigt.



**Abbildung 4.1.7:** Oberflächendruckverteilung an der F22-LS1-Konfiguration aus PSP-Messungen,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$

Die Ergebnisse der numerischen Simulationen mit verschiedenen Turbulenzmodellen für  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$  sind in Abbildung 4.1.8 zu finden. Beim Vergleich der numerischen Ergebnisse zeigen sich deutliche Unterschiede, sowohl zwischen den Ergebnissen der verschiedenen Turbulenzmodelle als auch zu den in Abbildung 4.1.7 gezeigten experimentellen Oberflächendrücken. Bei  $\alpha = 16^\circ$  unterschätzen sämtliche Turbulenzmodelle generell die Stärke des stromab gelegenen Verdichtungsstoßes, ebenso wie die Stärke des HFW, vergleiche Abbildung 4.1.8. Lediglich das SSG/LRR-Modell in Abbildung 4.1.8(d) zeigt einen deutlich ausgeprägten HFW, der eine ähnliche große räumliche Ausdehnung aufweist wie im Experiment, gleichzeitig wird jedoch das Wirbelplatzen des STW deutlich zu früh vorhergesagt. Im Gegensatz zu den restlichen in Abbildung 4.1.8 präsentierten numerischen Ergebnissen tritt dieses frühe Wirbelplatzen deutlich stromauf des zweiten Verdichtungsstoßes auf, was dafür spricht, dass es nicht durch eine destabilisierende Wirbel-Stoß-Interaktion verursacht wird. Auch das Ergebnis des Menter-SSTRC-Modells zeigt sehr frühes Wirbelplatzen des STW, siehe Abbildung 4.1.8(b), allerdings in Verbindung mit einem sehr weit stromauf gelegenen zweiten Verdichtungsstoß. Dieser Verdichtungsstoß ist dabei Teil eines Doppel-Stoßsystems, das sich über dem Hauptflügel bildet. Aufgrund der weit stromauf gelegenen Position des zweiten Verdichtungsstoßes kommt es nach dem Stoß zu einer erneuten Beschleunigung der Strömung und einem dritten deutlich schwächeren Verdichtungsstoß. Weshalb sich der zweite Verdichtungsstoß so weit stromauf bildet, konnte nicht geklärt werden.

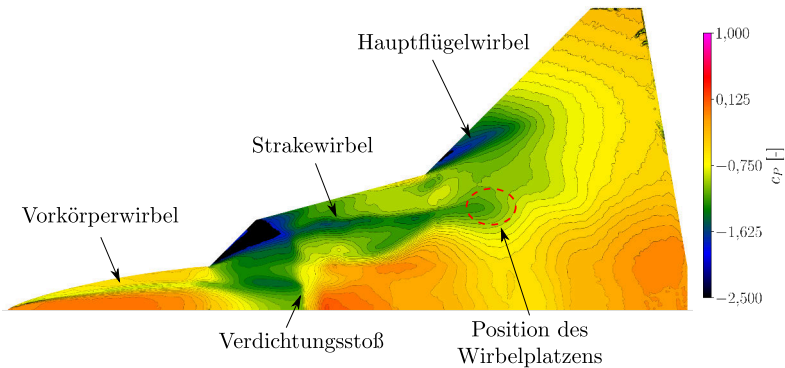


**Abbildung 4.1.8:** Oberflächendruckverteilung an der F22-LS1-Konfiguration für verschiedene Turbulenzmodelle,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$



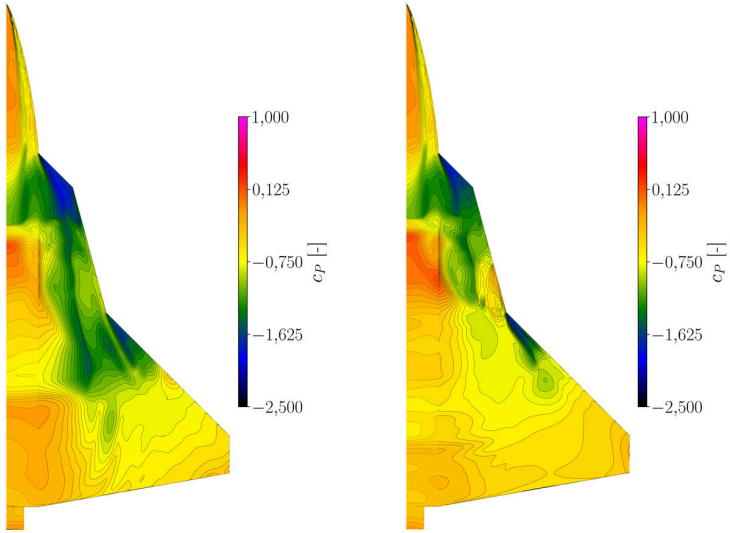
Ähnliche Beobachtungen wurden jedoch auch in einer früheren Untersuchung unter sehr ähnlichen Bedingungen gemacht [143]. Die beiden verbleibenden Turbulenzmodelle, Menter-SST in Abbildung 4.1.8(a) und EARSM in Abbildung 4.1.8(c), zeigen nahezu identische Oberflächendrücke. Der größte Unterschied zwischen diesen beiden Modellen zeigt sich in der Stärke des HFW, wobei hier die EARSM-Ergebnisse einen etwas ausgeprägteren Wirbel vorhersagen. Andererseits zeigt das EARSM-Modell auch früheres Wirbelplatzen des STW als das Menter-SST-Modell. Eine eindeutige Aussage, welches Modell besser geeignet ist, kann daher für  $\alpha = 16^\circ$  nicht getroffen werden.

Bei einer Erhöhung des Anstellwinkels auf  $\alpha = 20^\circ$  verschiebt sich das Wirbelplatzen des STW stromauf, während der HFW nur geringfügig beeinflusst wird. Die entsprechende Oberflächendruckverteilung aus PSP-Messungen ist in Abbildung 4.1.9 dargestellt. Der vordere Verdichtungsstoß verschiebt sich leicht stromab, während der hintere Verdichtungsstoß deutlich abgeschwächt und in den PSP-Daten kaum noch zu erkennen ist.



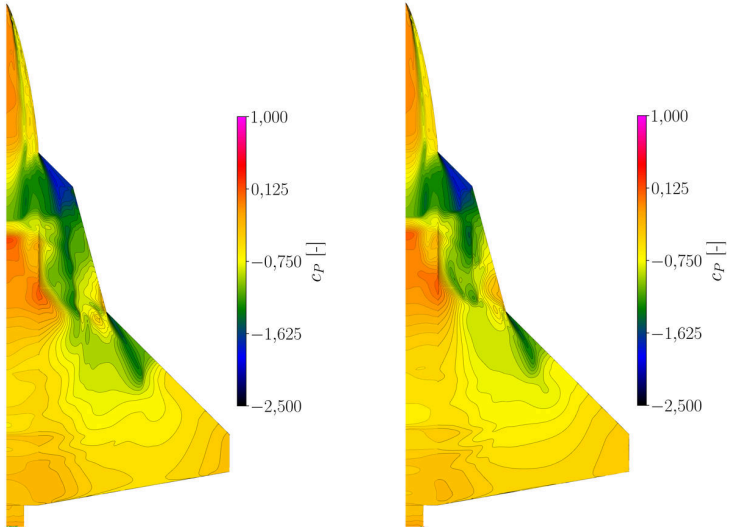
**Abbildung 4.1.9:** Oberflächendruckverteilung an der F22-LS1-Konfiguration aus PSP-Messungen,  $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ$

Beim Vergleich der numerischen Ergebnisse ergibt sich bei  $\alpha = 20^\circ$  ein einheitlicheres Bild als bei  $\alpha = 16^\circ$ . Durch die Erhöhung des Anstellwinkels verschiebt sich in den numerischen Simulationen, wie auch im Experiment, der Aufplatzpunkt des STW stromauf, wobei alle Turbulenzmodelle, mit Ausnahme des klassischen Menter-SST-Modells, Wirbelplatzen des STW auf Höhe oder sogar leicht stromauf des Beginns des Hauptflügels



(a) Menter-SST

(b) Menter-SSTRC



(c) EARSM (Hellsten)

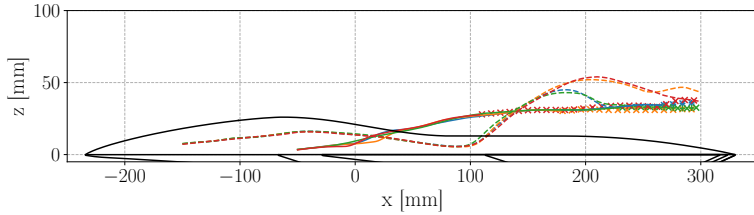
(d) SSG/LRR

**Abbildung 4.1.10:** Oberflächendruckverteilung an der F22-LS1-Konfiguration für verschiedene Turbulenzmodelle,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 20^\circ$

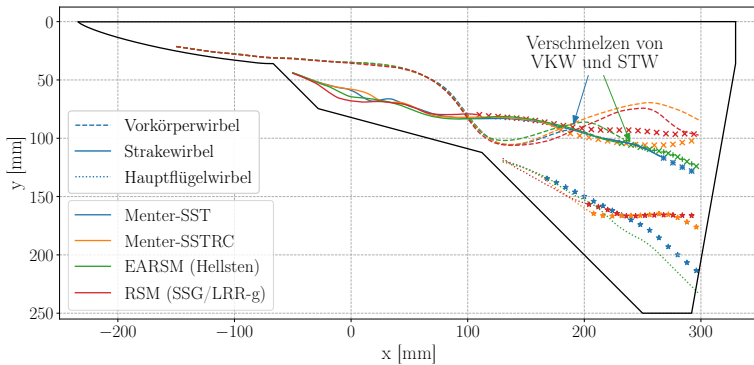
zeigen. Das Wirbelplatzen tritt dabei jeweils unabhängig von der Interaktion mit einem Verdichtungsstoß auf. Im Gegensatz dazu existiert im Falle des Menter-SST-Modells weiterhin ein stark ausgeprägter zweiter Verdichtungsstoß, wobei die Interaktion des STW mit diesem Verdichtungsstoß zum Wirbelplatzen des STW führt. Dies passt besser zu den experimentell bestimmten Oberflächendrücken als die Ergebnisse der restlichen Turbulenzmodelle. In Übereinstimmung mit den PSP-Ergebnissen existiert weiterhin ein stabiler HFW, was von allen untersuchten Turbulenzmodellen korrekt vorhergesagt wird.

Zusätzlich zu den Oberflächendrücken wurden auch die Wirbelachsen für die verschiedenen numerischen Ergebnisse mithilfe des in Abschnitt 3.4 vorgestellten Auswerteverfahrens detektiert und ausgewertet. Die so gefundenen Wirbeltrajektorien für  $\alpha = 16^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$  sind in den Abbildungen 4.1.11 und 4.1.12 abgebildet. In beiden Fällen schiebt sich der VKW zunächst unter den STW und wickelt sich anschließend um diesen. In den Menter-SST- und EARSM-Ergebnissen kommt es dabei zu einer Verschmelzung von VKW und STW, was daran zu erkennen ist, dass die Trajektorien der beiden Wirbel zusammenfallen, während dies bei den Menter-SSTRC- und SSG/LRR-Ergebnissen nicht der Fall ist. Für den Fall  $\alpha = 16^\circ$  sagen alle untersuchten Turbulenzmodelle eine sehr ähnliche Lage der Wirbelkerne im vorderen Bereich des Modells bis  $x \approx 100$  mm vorher. Stromab dieser Position beginnen die von den einzelnen Turbulenzmodellen vorhergesagten Wirbeltrajektorien stärker voneinander abzuweichen. Der Auslöser hierfür ist das vorzeitige Wirbelplatzen des STW für Menter-SSTRC und SSG/LRR, hier durch die Verwendung von Symbolen anstatt Linien gekennzeichnet. Trotz der Nähe zum, je nach Turbulenzmodell bereits geplatzten, STW bleibt der VKW jedoch für alle untersuchten Turbulenzmodelle stabil und zeigt kein Anzeichen für Wirbelplatzen. In Bezug auf die Lage des HFW sagen alle untersuchten Turbulenzmodelle eine sehr ähnliche Wirbeltrajektorie bis  $x \approx 200$  mm vorher, obwohl die Simulationen mit Menter-SST und EARSM sehr frühes Wirbelplatzen zeigen, wie auch schon in Abbildung 4.1.8 dargestellt wurde.

Für  $\alpha = 20^\circ$  ergeben sich deutlich stärkere Unterschiede zwischen den Ergebnissen der einzelnen Turbulenzmodelle, vergleiche Abbildung 4.1.12. Lediglich im vorderen Bereich über dem Vorkörper und der vorderen Hälfte des Strakes bis  $x \approx 70$  mm liegen die Ergebnisse der verschiedenen Modelle nahe beieinander. Stromab von dieser Position können deutliche Unterschiede beobachtet werden, die wieder auf den Einfluss des Wirbelplatzens des STW zurückgeführt werden können. Besonders deutlich wird dies anhand



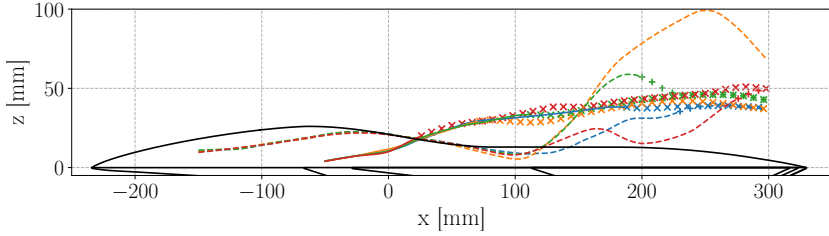
(a) Z-Position der Wirbelachsen (HFW ausgeblendet)



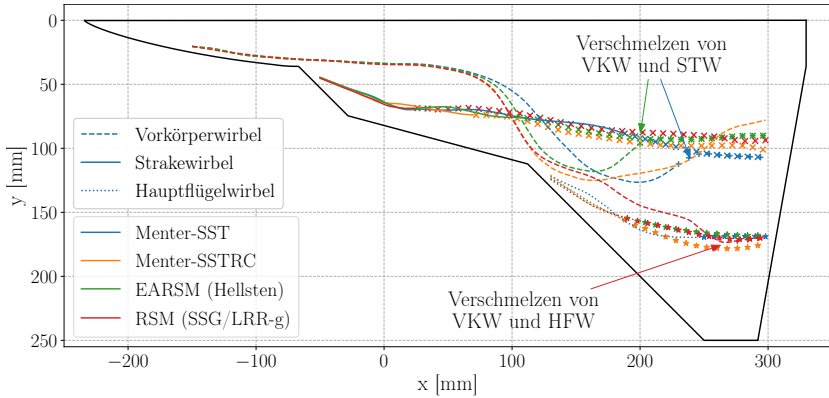
(b) Y-Position der Wirbelachsen

**Abbildung 4.1.11:** Einfluss des Turbulenzmodells auf die Wirbeltrajektorien an der F22-LS1-Konfiguration,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$

der Trajektorie des VKW. Die Ergebnisse von Menter-SST und EARSM, die beide erst spätes Wirbelplatzen des STW vorhersagen, weisen eine deutliche Interaktion zwischen STW und VKW auf, bei der sich die beiden Wirbel umeinanderwickeln und schließlich miteinander verschmelzen. Bei den Ergebnissen von Menter-SSTRC und SSG/LRR fehlt diese Interaktion dagegen, da der STW bereits über dem Strake platzt, so dass der VKW entweder, im Fall des Menter-SSTRC-Modells, vollkommen von der Modelloberfläche abhebt, oder im Fall des SSG/LRR-Modells stattdessen mit dem HFW interagiert.



(a) Z-Position der Wirbelachsen (HFW ausgeblendet)

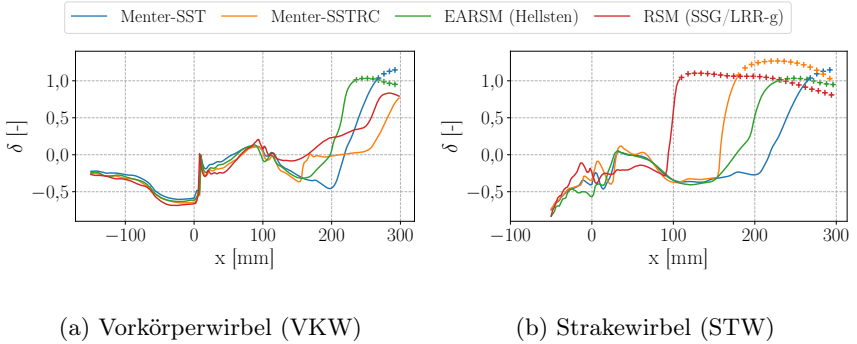


(b) Y-Position der Wirbelachsen

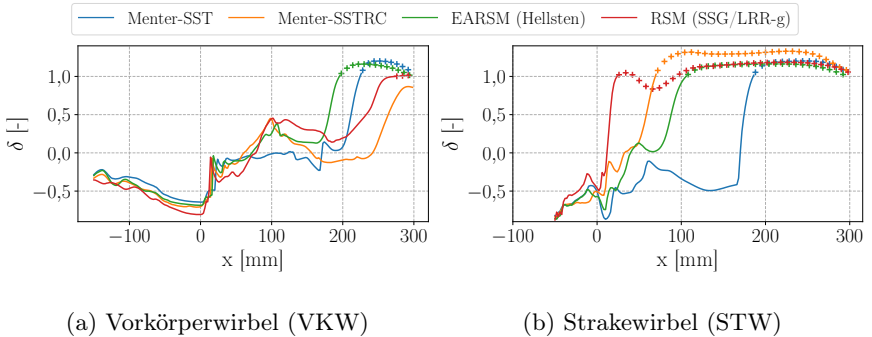
**Abbildung 4.1.12:** Einfluss des Turbulenzmodells auf die Wirbeltrajektorien an der F22-LS1-Konfiguration,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 20^\circ$

Wie in Abschnitt 3.4 beschrieben, können auch die Strömungsvariablen auf der Wirbelachse ausgewertet werden. In Abbildung 4.1.13 ist der Verlauf des axialen Geschwindigkeitsdefizits  $\delta = 1 - \frac{v_{z, Achse}}{U_\infty}$  für den Fall  $\alpha = 16^\circ$  dargestellt, wobei für  $\delta < 0$  eine Übergeschwindigkeit, beziehungsweise für  $\delta > 0$  eine Untergeschwindigkeit im Wirbelkern gegenüber der Anströmung  $U_\infty$  vorliegt. Für  $\delta > 1$  liegt eine negative Axialgeschwindigkeit auf der Achse vor, was bedeutet, dass ein Rückstromgebiet im Wirbel existiert und der Wirbel somit geplatzt ist. Für  $x < 100$  mm sagen alle untersuchten Turbulenzmodellen sehr ähnliche Axialgeschwindigkeiten auf der Wirbelachse des VKW vorher, siehe Abbildung 4.1.13(a), während es auf der Wirbelachse des STW von Beginn an deutliche Unterschiede gibt, siehe Abbildung 4.1.13(b).

Sowohl VKW als auch STW weisen in diesem Bereich fast durchgehend eine Übergeschwindigkeit  $\delta < 0$  im Wirbelkern auf. Lediglich im Bereich um  $x \approx 100$  mm zeigt sich eine verringerte Axialgeschwindigkeit im VKW für alle Modelle. Für  $x > 100$  mm ergeben sich größere Unterschiede in den Axialgeschwindigkeiten der einzelnen Simulationen, maßgeblich verursacht durch die unterschiedlichen Stoßpositionen und dadurch auch unterschiedliche Positionen des Wirbelplatzens.



**Abbildung 4.1.13:** Einfluss des Turbulenzmodells auf das Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern,  $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$



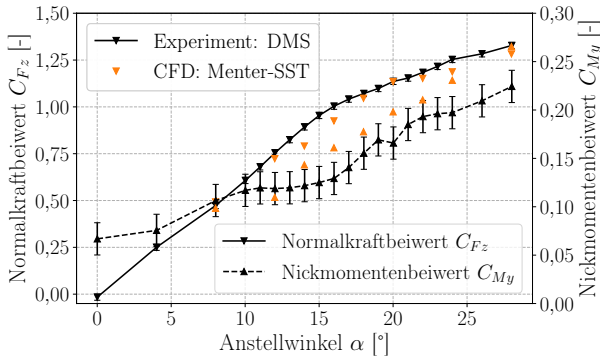
**Abbildung 4.1.14:** Einfluss des Turbulenzmodells auf das Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern,  $Ma = 0,85, \alpha = 20^\circ$

Der Verlauf des axialen Geschwindigkeitsdefizits für den Fall  $\alpha = 20^\circ$  ist in Abbildung 4.1.14 dargestellt. Im Vergleich zum Fall  $\alpha = 16^\circ$  weichen die Ergebnisse der unterschiedlichen Turbulenzmodelle deutlich stärker voneinander ab. Lediglich für den Bereich  $x \leq 0$  mm liegt eine gewisse Übereinstimmung für die Geschwindigkeiten im VKW vor, vergleiche Abbildung 4.1.14(a). Stromab von diesem Punkt wachsen die Abweichungen zwischen den Ergebnissen deutlich an, was maßgeblich an den unterschiedlich vorhergesagten Wirbelplatzpositionen des STW liegt, siehe Abbildung 4.1.14(b).

Anhand der hier vorgestellten Ergebnisse wird deutlich, dass die Turbulenzmodellierung einen maßgeblichen Einfluss auf die Vorhersage der Wirbeltopologie und der Lage der Verdichtungsstöße hat. Dadurch ergibt sich auch ein starker Einfluss auf die resultierenden Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktionen. Die Simulationen haben auch gezeigt, dass je nach Strömungszustand unterschiedliche Turbulenzmodelle die jeweils beste Übereinstimmung mit den experimentellen Validierungsdaten aufweisen. Insbesondere wurde bei Verwendung höherwertiger Turbulenzmodelle, wie beispielsweise des SSG/LRR-Modells, keine generelle Verbesserung gegenüber den Vorhersagen des klassischen Menter-SST-Modells beobachtet. Für die weiteren Untersuchungen war es jedoch nötig, sich auf eines der untersuchten Turbulenzmodelle festzulegen. Da die Validierungsdaten aus den Windkanaluntersuchungen erst spät im Verlauf der Arbeit zur Verfügung standen, konnte eine Übereinstimmung mit den experimentellen Daten nicht als Entscheidungskriterium genutzt werden. Die Entscheidung fiel stattdessen auf Basis einer Reihe verschiedener Überlegungen. Zum einen gab es Erfahrungswerte aus Untersuchungen an einer sehr ähnlichen Geometrie bei vergleichbaren Strömungsbedingungen, die im Rahmen der NATO STO Arbeitsgruppe AVT-316 durchgeführt wurden. In diesen Arbeiten hatte das klassische Menter-SST-Modell sehr gute Übereinstimmung mit experimentellen Daten gezeigt [143]. Zum anderen verhielt sich das Menter-SST-Modell speziell bei hohen Machzahlen und bei hohen Anstellwinkeln numerisch deutlich stabiler als das EARSM und das SSG/LRR-Modell, die beide zu Abbrüchen neigten. Zuletzt ermöglicht die Verwendung des Menter-SST-Modells auch eine bessere Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen der skalenauflösenden IDDES, da diese ebenfalls auf dem Menter-SST-Modell basiert. Unter Berücksichtigung dieser Punkte wurde das klassische Menter-SST-Turbulenzmodell ohne Rotationskorrektur für die restlichen am DLR-F22-Modell durchgeführten Simulationen verwendet.

## 4.2 Einfluss des Anstellwinkels

In diesem Abschnitt wird der Einfluss des Anstellwinkels auf die Wirbelströmung vorgestellt. Im Allgemeinen nimmt mit zunehmendem Anstellwinkel die Zirkulation der einzelnen Primärwirbel zu, was zu einem erhöhten Auftrieb führt. Mit zunehmender Zirkulation sinkt jedoch auch die Stabilität der Wirbel, weshalb es ab einem kritischen Anstellwinkel zu Wirbelplatzen über dem Flügel und dadurch zu einem Verlust an Auftrieb kommt. In Abbildung 4.2.1 wird die Entwicklung des Normalkraftbeiwerts  $C_{Fz}$  und des Nickmomentenbeiwerts  $C_{My}$  in Abhängigkeit des Anstellwinkels zwischen den numerischen Simulationen, gekennzeichnet durch farbige Symbole, und den Windkanalmessungen, gekennzeichnet durch schwarze Linien, verglichen. Der Normalkraftbeiwert steigt nahezu linear an, wobei ab  $\alpha \approx 16^\circ$  eine Reduktion der Steigung der Kurve zu erkennen ist. Ursache für die geringere Steigung ist dabei das beginnende Wirbelplatzen des STW. Wie anhand der in Abbildung 4.2.2 dargestellten Druckverläufe gesehen werden kann, bleiben der VKW und der HFW jedoch zunächst weiterhin stabil, so dass ein Großteil des Auftriebs erhalten bleibt. Für ein besseres Verständnis der Strömungstopologie sind die Positionen der einzelnen Primärwirbel markiert. Mit zunehmendem Anstellwinkel wandert zudem die Position des Wirbelplatzens stromauf, wodurch es in Abbildung 4.2.1 zu einem deutlichen Anstieg des Nickmoments für  $\alpha > 16^\circ$  kommt.



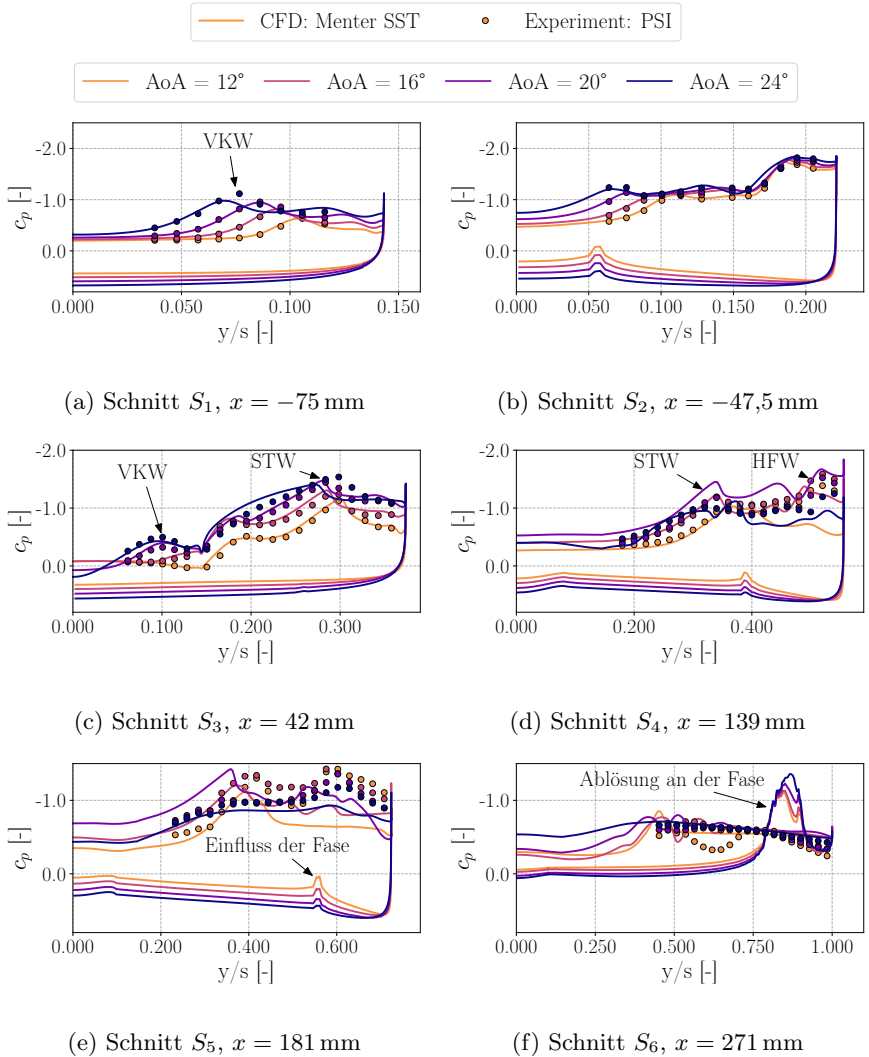
**Abbildung 4.2.1:** Vergleich des Verlaufs des Normalkraft- und Nickmomentenbeiwerts zwischen Numerik und Experiment [98],  $Ma = 0,85, \beta = 0^\circ$



In Hinblick auf den Vergleich der experimentellen und numerischen Ergebnisse ist zu beachten, dass die Normalkraft und das Nickmoment im Experiment nicht mit einer normalen 6-Komponenten-Waage gemessen wurden, sondern stattdessen mit Dehnmessstreifen, die am Modellstiel befestigt waren. Daher ist insbesondere das Nickmoment mit einer deutlichen Unsicherheit behaftet. Die in Abbildung 4.2.1 eingezeichneten Fehlerbalken entsprechen dabei der mittleren Abweichung der Beiwerte zwischen Wiederholungsmessungen. Nichtsdestotrotz sind deutliche Unterschiede zwischen Numerik und Experiment erkennbar. Während für den Normalkraftbeiwert generell eine vergleichsweise gute Übereinstimmung zwischen Numerik und Experiment erzielt wird, wird das Nickmoment von den numerischen Ergebnissen deutlich überschätzt, speziell für  $\alpha > 16^\circ$ . Die Ursache hierfür ist der zu schwach ausgeprägte HFW in den numerischen Ergebnissen. Dies ist deutlich anhand der Oberflächendrücke in Abbildung 4.2.2(e), und in geringerem Maße in Abbildung 4.2.2(d), zu erkennen. Aufgrund des fehlenden Auftriebs des HFW ist der Normalkraftbeiwert für hohe Anstellwinkel niedriger als im Experiment. Zudem verschiebt sich der effektive Angriffspunkt der Normalkraft stromauf, weshalb das Nickmoment überschätzt wird.

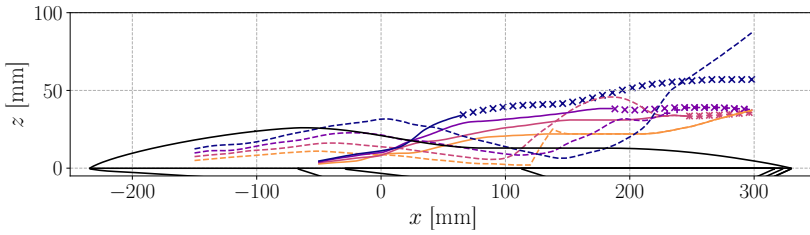
Beim Vergleich der experimentellen Druckmessdaten mit den Ergebnissen der numerischen Simulationen in Abbildung 4.2.2 zeigt sich im vorderen Modellbereich, wo die Wirbel noch nicht geplatzt sind, eine gute Übereinstimmung. Erst über dem Hauptflügel, speziell an den Schnitten  $S_4$  und  $S_5$ , sind deutliche Abweichungen zu beobachten, die auf die zu schwache Ausprägung des HFW in den numerischen Simulationen zurückzuführen sind. Zusätzlich zeigen sich auf der Unterseite des Modells an den Schnitten  $S_2$ ,  $S_4$ ,  $S_5$  und insbesondere  $S_6$  auffällige Saugspitzen, die von einer  $20^\circ$  Fase an der Unterseite des Modells verursacht werden. An den vorderen Schnitten sind es jeweils kleine Ablöseblasen, verursacht durch die scharfe Geometrieänderung, während bei  $S_6$  eine ausgeprägte Ablöseblase an der Hinterkante des Modells entsteht.

Für eine bessere Übersicht über die Ergebnisse sind in Abbildung 4.2.3 die Wirbeltrajektorien der drei verschiedenen Primärwirbel für vier verschiedene Anstellwinkel abgebildet. Mit zunehmendem Anstellwinkel heben sich die einzelnen Wirbel immer weiter von der Flügeloberfläche ab, wie in Abbildung 4.2.3(a) gesehen werden kann, wodurch auch die Interaktion zwischen den Wirbeln und der Flügeloberfläche reduziert wird. Da jedoch die aus dieser Interaktion resultierenden induzierten Geschwindigkeiten eine Bewegung des VKW in Richtung des STW verursachen, wandert der

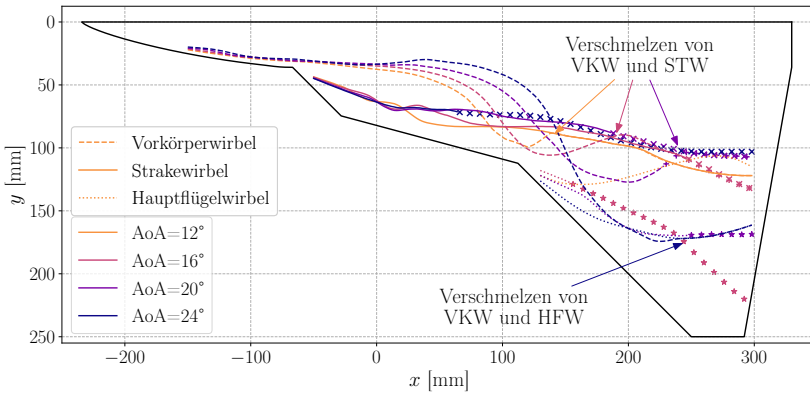


**Abbildung 4.2.2:** Vergleich des Oberflächendrucks an der F22-LS1-Konfiguration zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Anstellwinkel,  $Ma = 0,85$

VKW mit zunehmendem Anstellwinkel langsamer in Richtung des STW. Daher verschiebt sich die Unterquerung des STW durch den VKW mit zunehmendem Anstellwinkel weiter stromab. Des Weiteren wächst auch der Abstand zwischen den Wirbeln bei der Unterquerung des STW durch den VKW, was wiederum die Stärke der Interaktion zwischen diesen beiden Wirbeln reduziert. Während bei  $\alpha = 12^\circ$  noch eine direkte Verschmelzung von VKW und STW bei  $x \approx 150$  mm stattfindet, windet sich der VKW bei  $\alpha = 16^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$  nach der Unterquerung noch einmal um den STW, bevor beide Wirbel kurz vor der Hinterkante miteinander verschmelzen. Wird der Anstellwinkel noch weiter erhöht, kommt es nicht einmal mehr zur Ver-



(a) Z-Position der Wirbelachsen (HFW ausgeblendet)

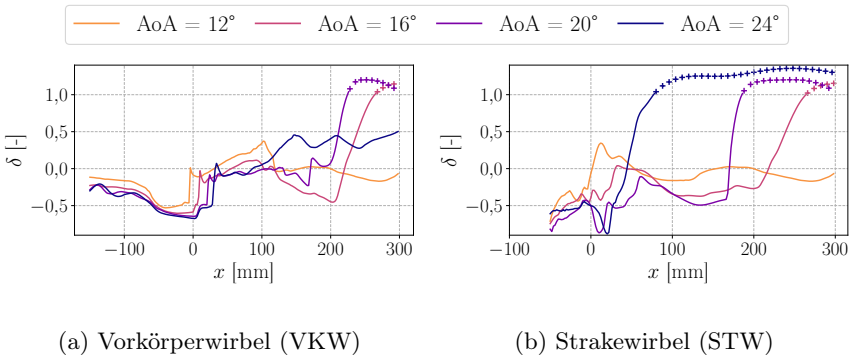


(b) Y-Position der Wirbelachsen

**Abbildung 4.2.3:** Einfluss des Anstellwinkels auf die Wirbeltrajektorien an der F22-LS1-Konfiguration,  $Ma = 0,85$

flechtung der inneren beiden Wirbel. Stattdessen unterquert der VKW den STW lediglich, bevor er sich weiter nach außen bewegt. Für  $\alpha = 24^\circ$  kommt es schließlich zu einer Interaktion zwischen VKW und HFW, wie in Abbildung 4.2.3(b) zu sehen ist.

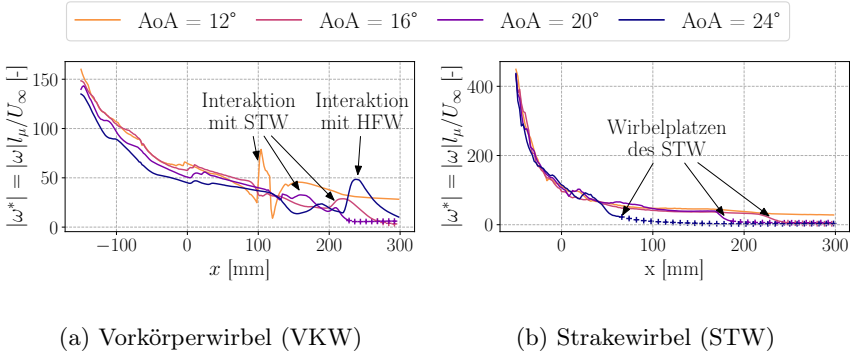
Ein weiterer Effekt des zunehmenden Anstellwinkels ist die Verschiebung der Position des Wirbelplatzens in Stromaufrichtung, ein Verhalten, das schon vielfach in der Literatur beschrieben wurde [23, 57, 108]. Es ist sehr deutlich anhand des in Abbildung 4.2.4(b) gezeigten Geschwindigkeitsverlaufs auf der Wirbelachse des STW zu erkennen. Bei  $\alpha = 12^\circ$  ist kein Wirbelplatz über dem Modell zu beobachten, erst bei  $\alpha = 16^\circ$  beginnt der STW nahe der Hinterkante zu platzen. Durch die Erhöhung des Anstellwinkels von  $\alpha = 16^\circ$  auf  $\alpha = 24^\circ$  verschiebt sich das Aufplatzposition  $x_{WP}$  des STW von  $x_{WP} \approx 260$  mm zu  $x_{WP} \approx 60$  mm. Im Gegensatz zum STW zeigt der VKW im Allgemeinen kein Wirbelplatz, siehe Abbildung 4.2.4(a). Zwar kann bei  $\alpha = 16^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$  ein Wirbelplatz des VKW beobachtet werden, dies ist jedoch irreführend, da zu diesem Zeitpunkt VKW und STW bereits miteinander verschmolzen sind, so dass hier tatsächlich das Wirbelplatz des STW zu sehen ist. Dass dies bei  $\alpha = 24^\circ$  nicht auftritt, liegt daran, dass der VKW in diesem Fall mit dem HFW interagiert, wie bereits in Abbildung 4.2.3 gezeigt wurde.



**Abbildung 4.2.4:** Einfluss des Anstellwinkels auf das Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern,  $Ma = 0,85$

Die Auswirkung der Wirbel-Wirbel-Interaktion lässt sich sehr deutlich anhand des Verlaufs des Betrags des entdimensionalisierten Wirbelvektors

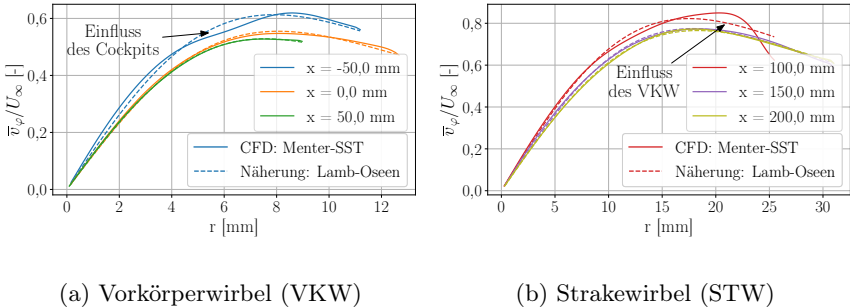
$|\vec{\omega}^*| = |\vec{\omega}|l_\mu/U_\infty$  auf der Wirbelachse erkennen, der in Abbildung 4.2.5 gezeigt ist. Im Allgemeinen nimmt  $|\omega^*|$  mit zunehmender Lauflänge des Wirbels stetig ab und nähert sich für einen geplatzten Wirbel einem Wert von  $|\omega^*| = 0$  an, was sich auch mit experimentellen Beobachtungen von Pfnür und Breitsamter [92] aus PIV-Messungen an einem dreifach gefeilteten Deltaflügel deckt. Durch die Wirbel-Wirbel-Interaktion kann diese Abnahme jedoch entweder verlangsamt oder sogar umgekehrt werden, wie in Abbildung 4.2.5(a) sehr deutlich für die Fälle  $\alpha = 12^\circ$  und  $\alpha = 24^\circ$  zu sehen ist. Für die Fälle  $\alpha = 16^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$  ist der Einfluss der Interaktion auf den VKW deutlich schwächer, da der STW in diesen Fällen bereits geplatzt ist oder kurz davor steht zu platzen. Das Wirbelplatzen des STW kann in Abbildung 4.2.5(b) deutlich anhand des abrupten Abfalls von  $|\omega^*|$  identifiziert werden.



**Abbildung 4.2.5:** Einfluss des Anstellwinkels auf den Betrag des Wirbelvektors im Wirbelkern,  $Ma = 0,85$

Aus der Literatur ist bekannt, dass die axiale Geschwindigkeit  $v_{z,Achse}$  auf der Wirbelachse und die maximale Azimutalgeschwindigkeit  $v_{\varphi,max}$  einen maßgeblichen Einfluss auf die Stabilität von Längswirbeln haben [129, 146]. Während  $v_{z,Achse}$  direkt aus dem Strömungsfeld abgelesen werden kann, gestaltet sich die Bestimmung der maximalen Azimutalgeschwindigkeit deutlich schwieriger. Unter der Annahme eines nahezu axialsymmetrischen Wirbels ist es jedoch möglich, wie bereits in Abschnitt 3.4 beschrieben, zumindest ein näherungsweise, gemittelt Geschwindigkeitsprofil  $\bar{v}_\varphi$  zu bestimmen.

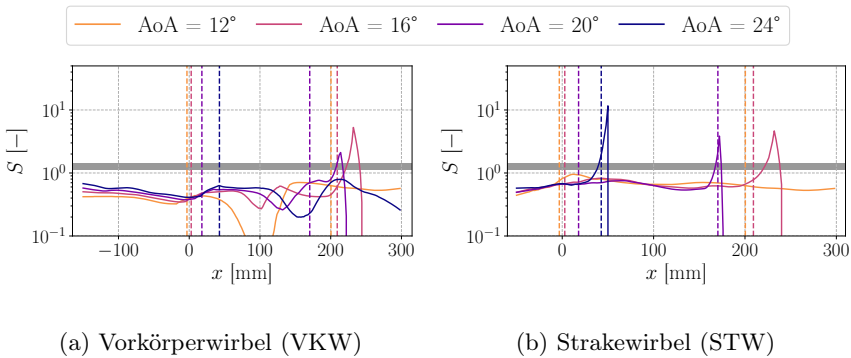
In Abbildung 4.2.6 sind für den Fall  $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$  sowohl für den VKW als auch für den STW die so berechneten azimuthalen Geschwindigkeitsprofile an je drei beispielhaften x-Positionen im Strömungsfeld dargestellt und mit entsprechenden Geschwindigkeitsprofilen eines Lamb-Oseen-Wirbels verglichen. Für die Bestimmung der freien Parameter des Geschwindigkeitsprofils des Lamb-Oseen-Wirbels aus Gleichung 3.3.8, also des Wirbelkernradius  $r_0$  und der Zirkulation  $\Gamma_0$ , wurde die Methode der kleinsten Quadrate verwendet. Obwohl die Annahme eines axialsymmetrischen Wirbels stark vereinfachend ist, weisen die so gewonnenen Geschwindigkeitsprofile in weiten Teilen des Strömungsfeldes eine gute Übereinstimmung mit dem Geschwindigkeitsprofil eines Lamb-Oseen-Wirbels auf, so dass hieraus die maximale Azimutalgeschwindigkeit bestimmt werden kann. Solange der Wirbel noch nicht geplatzt ist, gibt es lediglich an zwei Stellen deutliche Abweichungen zwischen den Ergebnissen. Dies sind einerseits Positionen, an denen starke Wechselwirkungen mit der Modelloberfläche auftreten, siehe Abbildung 4.2.6(a),  $x = -50$  mm. Andererseits führt auch die Interaktion mit einem der anderen Wirbeln zu deutlichen Abweichungen, wie in Abbildung 4.2.6(b),  $x = 100$  mm, gesehen werden kann.



**Abbildung 4.2.6:** Gemittelte azimuthale Geschwindigkeitsprofile im Wirbel an verschiedenen x-Positionen und Vergleich mit dem Lamb-Oseen-Wirbelmodell,  $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$

Basierend auf den so bestimmten azimuthalen Geschwindigkeitsprofilen kann anschließend die Drallzahl  $S = \bar{v}_{\varphi, max} / v_{x, Achse}$  berechnet werden. Die Drallzahl ist ein übliches Maß für die Stabilität von Längswirbeln, wobei in der Literatur verschiedene Werte für die kritische Drallzahl im Bereich von  $1,12 \leq S_{krit} \leq 1,41$  angegeben werden [18]. Aus früheren Untersuchungen

zur Wirbel-Stoß-Interaktion [74, 129] ist bekannt, dass  $v_{\varphi,max}$  und  $v_{x,Achse}$  maßgeblichen Einfluss auf die Stabilität des Wirbels gegenüber Wirbelplatzen durch Wirbel-Stoß-Interaktion haben, weshalb die Drallzahl auch als Maß für die Stabilität der Wirbel in Bezug auf die Wirbel-Stoß-Interaktion geeignet ist. In Abbildung 4.2.7 ist der Einfluss des Anstellwinkels auf die Drallzahl des VKW und des STW abgebildet. Der Bereich der kritischen Drallzahl ist darin als grau hinterlegtes Gebiet kenntlich gemacht. Die Positionen der Verdichtungsstöße sind in Abbildung 4.2.7 durch gestrichelte Linien angedeutet, wobei die Stoßpositionen auf Basis der zweiten Ableitung des Dichtegradienten auf der Wirbelachse bestimmt wurden [145].



**Abbildung 4.2.7:** Einfluss des Anstellwinkels auf die Drallzahl, Bereich der kritischen Drallzahl  $S_{krit}$  grau hinterlegt, Lage der Verdichtungsstöße durch gestrichelte Linien markiert,  $Ma = 0,85$

Ein Wirbel wird als stabil angesehen solange  $S < S_{krit}$  gilt. Unmittelbar bevor Wirbelplatzen auftritt kommt es zu einem deutlichen Anstieg der Drallzahl, da die Axialgeschwindigkeit des Wirbels stark abnimmt, während die Azimutalgeschwindigkeit annähernd konstant bleibt. Sobald der Wirbel geplatzt ist und sich ein Rückströmgebiet im Wirbelkern bildet, fällt  $S$  abrupt ab, da sich durch die negative Axialgeschwindigkeit das Vorzeichen von  $S$  ändert. Für den VKW ist eine leichte Zunahme der Drallzahl mit zunehmendem Anstellwinkel zu beobachten, siehe Abbildung 4.2.7(a). Die Interaktion des VKW mit dem Verdichtungsstoß über dem Strake ist an einem leichten Anstieg der Drallzahl im Bereich von  $x \approx 0$  mm zu erkennen. Die Position der Unterquerung des STW durch den VKW ist an einer deutlichen Reduktion der Drallzahl im Bereich  $100 \text{ mm} \leq x \leq 150 \text{ mm}$  zu

erkennen. Dadurch kommt es zu einer starken Wechselwirkung des VKW mit der Modelloberfläche einerseits und dem STW andererseits, wodurch auch die Azimutalgeschwindigkeit reduziert wird. Für den Fall  $\alpha = 12^\circ$  ist dieser Effekt besonders stark ausgeprägt, da hier VKW und STW ohnehin schon sehr nahe an der Modelloberfläche verlaufen. Die Drallzahl des STW bleibt für alle untersuchten Anstellwinkel nahezu konstant, solange der Wirbel noch nicht geplatzt ist, vergleiche Abbildung 4.2.7(b). Für beide Wirbel liegt die Drallzahl bis unmittelbar vor dem Wirbelplatzen deutlich unterhalb des kritischen Bereichs, was dafür spricht, dass die ungestörten Wirbel im betrachteten Anstellwinkelbereich stabil sind. Stattdessen scheint es plausibel, dass die Interaktion mit einem Verdichtungsstoß der maßgebliche Auslöser des Wirbelplatzens bei der hier betrachteten Machzahl  $Ma = 0,85$  ist. Bei Betrachtung der Stoßpositionen relativ zum Anstieg der Drallzahl vor dem Wirbelplatzen wird für den STW ein deutlicher Unterschied sichtbar zwischen  $\alpha = 16^\circ$  einerseits und  $\alpha = 20^\circ$  und  $\alpha = 24^\circ$  andererseits. Im ersten Fall liegt die Drallzahl an der Stoßposition deutlich unterhalb des kritischen Bereichs und steigt erst nach der Interaktion mit dem Verdichtungsstoß an, was für eine Destabilisierung des Wirbels durch die Wirbel-Wirbel-Interaktion spricht. Im zweiten Fall liegt die Drallzahl an der Stoßposition jedoch schon deutlich über dem kritischen Bereich, so dass hier die Wirbel-Stoß-Interaktion nicht der Auslöser des Wirbelplatzens des STW ist.

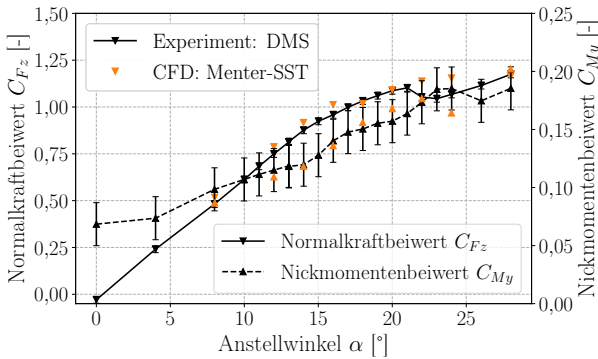
## 4.3 Einfluss des Schiebewinkels

Zusätzlich zum Einfluss des Anstellwinkels ist auch der Einfluss des Schiebewinkels von maßgeblicher Bedeutung für die Entwicklung der Strömungstopologie über dem Deltaflügel. Durch die asymmetrische Anströmung sinkt der effektive Pfeilungswinkel auf der dem Wind zugewandten Modellhälfte, der sogenannten Luvseite, während der effektive Pfeilungswinkel auf der dem Wind abgewandten Modellhälfte, der Leeseite, steigt. Die Begriffe Luv- und Leeseite sind dabei nicht mit den Begriffen der Druck- und Saugseite zu verwechseln, auch wenn sie in der Literatur teilweise synonym verwendet werden. Die unterschiedlichen effektiven Anströmbedingungen beeinflussen die Wirbeltopologie über dem Flügel und die Stabilität der einzelnen Wirbel. Von besonderem Interesse ist dabei der Fall des asymmetrischen Wirbelplatzens, wenn einer der Wirbel auf der Luvseite bereits geplatzt ist, während die Wirbel der Leeseite noch stabil sind. Dadurch ergibt sich auf der Luv-



seite ein geringerer Auftrieb als auf der Leeseite, wodurch ein positives, also instabiles, Rollmoment induziert wird. In Anbetracht des hohen Rechenaufwands für die Simulationen des Vollmodells wird nur der Schiebewinkel  $\beta = 5^\circ$  betrachtet.

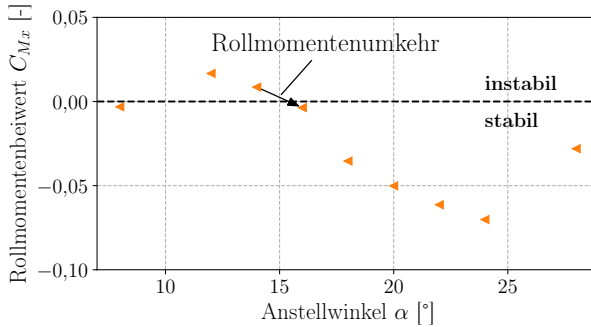
Ein Vergleich der Entwicklung des Normalkraft- und Nickmomentenbeiwerts in Abhängigkeit des Anstellwinkels zwischen den experimentellen und numerischen Ergebnissen ist in Abbildung 4.3.1 zu finden. Im Vergleich zu den in Abbildung 4.2.1 gezeigten Kurven für den Fall ohne Schiebewinkel ist eine bessere Übereinstimmung zwischen Numerik und Experiment zu erkennen. Die größten Abweichungen finden sich im Anstellwinkelbereich  $\alpha > 20^\circ$ . Dort zeigen die experimentellen Daten einen deutlichen Einbruch des Normalkraftbeiwerts bei gleichzeitigem Anstieg des Nickmomentenbeiwerts, vermutlich ausgelöst durch den Beginn des Wirbelplatzens auf der Leeseite. Während der STW auf der Luvseite bei  $\alpha \geq 20^\circ$  sowohl in den numerischen als auch in den experimentellen Ergebnissen vollständig geplazt ist, ist der STW der Leeseite in den Simulationen für alle untersuchten Anstellwinkel stabil. Mit zunehmendem Anstellwinkel steigt somit der Wirbelauftrieb auf der Leeseite, was den fehlenden Auftrieb der Luvseite kompensiert und zu einem Abflachen der Kurve führt.



**Abbildung 4.3.1:** Vergleich des Verlaufs des Normalkraft- und Nickmomentenbeiwerts zwischen Numerik und Experiment [98],  $Ma = 0,85, \beta = 5^\circ$

Dieses Ungleichgewicht zwischen Luv- und Leeseite induziert jedoch ein hohes Rollmoment, wie anhand des in Abbildung 4.3.2 gezeigten Verlaufs

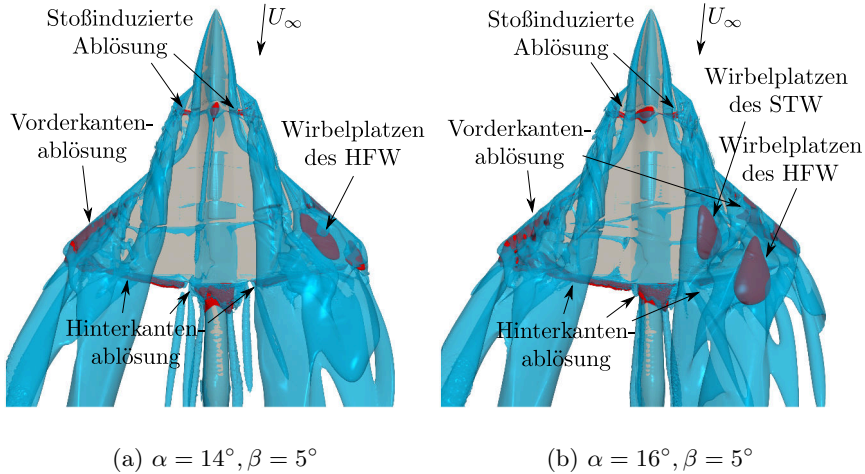
des Rollmomentenbeiwerts gesehen werden kann. Im Experiment konnte das Rollmoment leider nicht gemessen werden, weswegen nur die numerischen Ergebnisse dargestellt sind. In den numerischen Simulationen kommt es bei  $\alpha \approx 16^\circ$  zur sogenannten Rollmomentenumkehr, dem Übergang von einem instabilen positiven zu einem stabilen negativen Rollmoment. Ursache ist der Beginn des Wirbelplatzens des STW und HFW auf der Luvseite und die damit verbundene einseitige Auftriebsreduktion.



**Abbildung 4.3.2:** Entwicklung des Rollmomentenbeiwerts,  $Ma = 0,85, \beta = 5^\circ$

Sehr deutlich ist das einsetzende Wirbelplatzen in Abbildung 4.3.3 zu sehen. Dort werden die Wirbel durch eine Isofläche des normierten Q-Kriteriums  $Q_D^* = Q_D l_\mu^2 / U_\infty^2 = 50$  (blau) visualisiert, während Rückströmgebiete durch eine Isofläche der x-Geschwindigkeit  $v_x = -0,1 \text{ m/s}$  (rot) dargestellt werden. Für  $\alpha = 14^\circ$  ist lediglich der HFW auf der Luvseite bereits geplatzt, die restlichen Primärwirbel sind stabil und zeigen keine Anzeichen von Wirbelplatzen, siehe Abbildung 4.3.3(a). Wie bereits für die Fälle ohne Schiebewinkel beschreiben kommt es auch hier zur Bildung von Ablöseblasen an der Vorderkante des Hauptflügels. Durch die Erhöhung des Anstellwinkels auf  $\alpha = 16^\circ$  platzt zusätzlich zum HFW auch der STW auf der Luvseite, erkennbar an den rot eingefärbten Rückströmgebieten in den Wirbelkernen von STW und HFW in Abbildung 4.3.3(b). Durch die daraus resultierende ungleiche Auftriebsverteilung zwischen Luv- und Leeseite kommt es zur Rollmomentenumkehr. Abgesehen von den Rückströmgebieten im Wirbelkern und den Ablöseblasen an der Vorderkante des Hauptflügels treten noch weitere Rückströmgebiete im Strömungsfeld auf. Einerseits ist die Ablösung an der angefasten Hinterkante sehr deutlich zu erkennen, auf die bereits

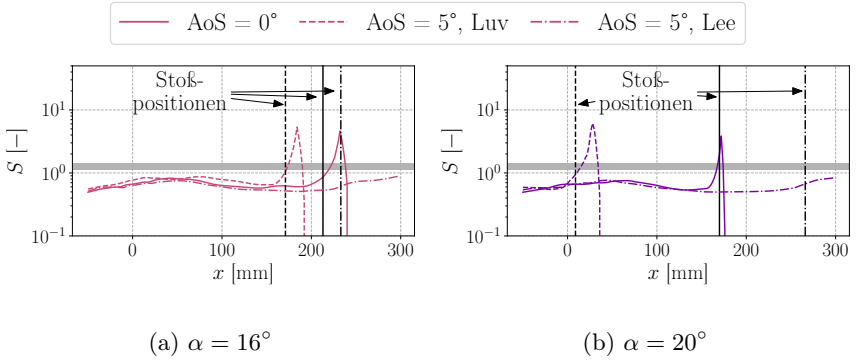
in Abbildung 4.2.2(f) für den Fall ohne Schiebewinkel hingewiesen wurde. Andererseits bilden sich am Übergang von Levcon zu Strake kleinere Rückströmgebiete. Ihre Lage entspricht der des vorderen Verdichtungsstoßes, was darauf schließen lässt, dass es sich hier um stoßinduzierte Ablösungen handelt.



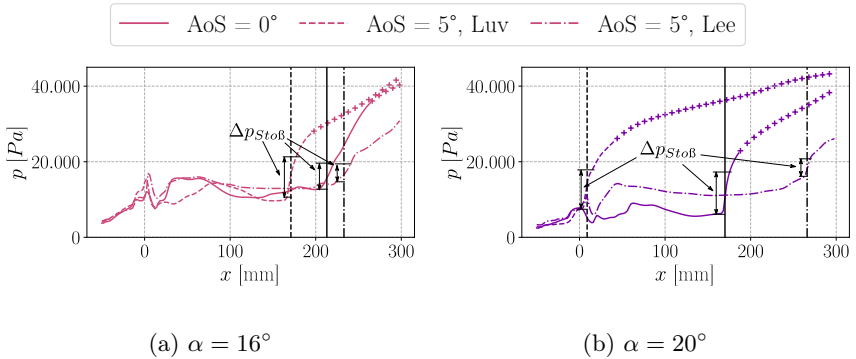
**Abbildung 4.3.3:** Strömungstopologie bei  $\alpha = 14^\circ$  und  $\alpha = 16^\circ$  unter Schiebewinkeleinfluss, visualisiert durch die Isoflächen von  $Q_D^* = 50$  (blau) und  $v_x = -0,1 \text{ m/s}$  (rot),  $Ma = 0,85, \beta = 5^\circ$

Generell führt der Einfluss des Schiebewinkels zu einer Stabilisierung der Wirbel auf der Leeseite, sowie zu einer Destabilisierung der Wirbel auf der Luvseite im Vergleich zum Fall ohne Schiebewinkel. In Abbildung 4.3.4 ist ein Vergleich der Drallzahl des Strakewirbels für  $\alpha = 16^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$  dargestellt. Gezeigt sind jeweils die Verläufe der Drallzahl für den STW bei  $\beta = 0^\circ$  (durchgezogene Linie), den STW der Leeseite bei  $\beta = 5^\circ$  (Strichpunktlinie) und den STW der Luvseite bei  $\beta = 5^\circ$  (gestrichelte Linie). Es ist deutlich zu erkennen, dass der STW der Luvseite für einen gegebenen Anstellwinkel jeweils zuerst platzt und der STW des Falls ohne Schiebewinkel als Zweites. Der STW der Leeseite zeigte für keinen der untersuchten Fälle Wirbelplatten. Die Drallzahl variiert stromauf des Wirbelplatzens jedoch nur geringfügig zwischen den Fällen mit und ohne Schiebewinkel, so dass

die Variation der Wirbelstabilität nicht allein durch unterschiedliche Verhältnisse der azimutalen zu axialen Geschwindigkeitskomponenten erklärt werden können.



**Abbildung 4.3.4:** Einfluss des Schiebewinkels auf die Drallzahl  $S$  des Strakwirbels für  $\alpha = 16^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$ ,  $Ma = 0,85$



**Abbildung 4.3.5:** Einfluss des Schiebewinkels auf den Druck innerhalb des Strakwirbels für  $\alpha = 16^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$ ,  $Ma = 0,85$

Allerdings ergeben sich deutlich unterschiedliche Stoßstärken der Verdichtungsstöße, die mit dem STW interagieren. In Abbildung 4.3.5 wird der

Verlauf des Drucks auf der Wirbelachse des STW gezeigt, wieder für den Fall  $\beta = 0^\circ$  sowie für Luv- und Leeseite des Falls  $\beta = 5^\circ$ . Als Maß für die Stoßstärke kann aus dem Verlauf des Drucks auf der Wirbelachse die Druckdifferenz  $\Delta p = p_2 - p_1$  bestimmt werden, wobei  $p_1$  den Druck stromauf des Stoßes und  $p_2$  den Druck stromab des Stoßes beschreibt. Die berechneten Druckverhältnisse für  $\alpha = 16^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$  sind in Tabelle 4.3.1 zu finden. Dabei wird deutlich, dass das Druckverhältnis über den Stoß auf der Leeseite jeweils deutlich geringer ist als auf der Luvseite oder im Fall ohne Schiebewinkel, was erklärt, warum es auf der Leeseite nicht zum Wirbelplatzen kommt. Die Tatsache, dass bei  $\alpha = 20^\circ$  die Druckdifferenz im Fall ohne Schiebewinkel höher ist als auf der Luvseite im Fall mit Schiebewinkel ist dadurch zu erklären, dass in letzterem Fall bereits die Interaktion mit dem vorderen Verdichtungsstoß zu Wirbelplatzen führt.

**Tabelle 4.3.1:** Druckdifferenz über den Verdichtungsstoß

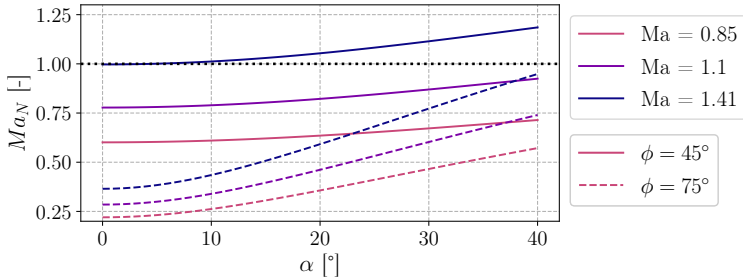
Anstellwinkel	$\beta = 0^\circ$	$\beta = 5^\circ$ , Luvseite	$\beta = 5^\circ$ , Leeseite
$16^\circ$	4215 Pa	5347 Pa	2596 Pa
$20^\circ$	5627 Pa	5385 Pa	3160 Pa

## 4.4 Einfluss der Machzahl

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Anströmmachzahl auf die Strömungstopologie über dem Flügel behandelt. Aus früheren Arbeiten von Stanbrook und Squire [124] und Miller und Wood [85] ist bekannt, dass die Machzahl normal zur Vorderkante  $Ma_N = Ma_\infty \cos(\phi)(1 + \sin^2(\alpha)\tan^2(\phi))^{1/2}$ , gebildet mit dem Anstellwinkel  $\alpha$ , dem Pfeilungswinkel  $\phi$  und der Anströmmachzahl  $Ma_\infty$ , einen maßgeblichen Einfluss auf die Wirbelbildung an der Vorderkante hat. Für hohe Werte von  $Ma_N$  findet schließlich ein Übergang zu einer anliegenden Strömung an der Vorderkante statt, so dass sich keine Vorderkantenwirbel mehr bilden. Es gibt in der Literatur keinen eindeutigen kritischen Wert für  $Ma_N$ , ab dem es zu einer Änderung der Wirbeltopologie kommt. In den Untersuchungen von Stanbrook und Squire [124] wurde der Übergang zu einer anliegenden Strömung schon im Bereich von  $0,60 < Ma_N < 0,80$  beobachtet, während Miller und Wood [85] die Grenze bei  $Ma_N \approx 0,90$  sahen und auch mehrere verschiede-

ne Zwischenstadien identifizierten. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Definition von Miller und Wood verwendet. Demnach hängt die resultierende Strömungstopologie für  $Ma_N > 0,90$  nicht nur von  $Ma_N$  sondern auch vom Anstellwinkel des Modells ab. Für niedrige Anstellwinkel und hohe  $Ma_N$  bildet sich wie bei Stanbrook und Squire ein Bereich anliegender Strömung in der Nähe der Vorderkante, der von einem schrägen Verdichtungsstoß abgeschlossen wird, einem sogenannten Querströmungs-Verdichtungsstoß. Durch die Interaktion des Verdichtungsstoßes mit der Grenzschicht kann es dabei hinter dem Verdichtungsstoß zu einer stoßinduzierten Ablösung kommen. Für höhere Anstellwinkel kommt es jedoch auch für hohe  $Ma_N$  nicht zur Ausbildung einer komplett anliegenden Strömung, stattdessen entsteht direkt an der Vorderkante eine flache Ablöseblase oder ein flacher Wirbel, auf dem sich wiederum ein Verdichtungsstoß bildet. Wie im Folgenden gezeigt wird, tritt insbesondere letzterer Fall bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Anstellwinkeln auf.

Die Entwicklung von  $Ma_N$  am DLR-F22-Modell mit steigendem Anstellwinkel und für verschiedene Anströmmachzahlen ist in Abbildung 4.4.1 abgebildet. Daraus wird deutlich, dass  $Ma_N$  besonders an den schwächer gefeilteten Vorderkanten von Levcon und Hauptflügel ( $\phi = 45^\circ$ ) im kritischen Bereich liegt, während am stärker gefeilteten Strake ( $\phi = 75^\circ$ ) lediglich für hohe Anstellwinkel und Anströmmachzahlen ein Wert von  $Ma_N > 0,90$  beobachtet wird.

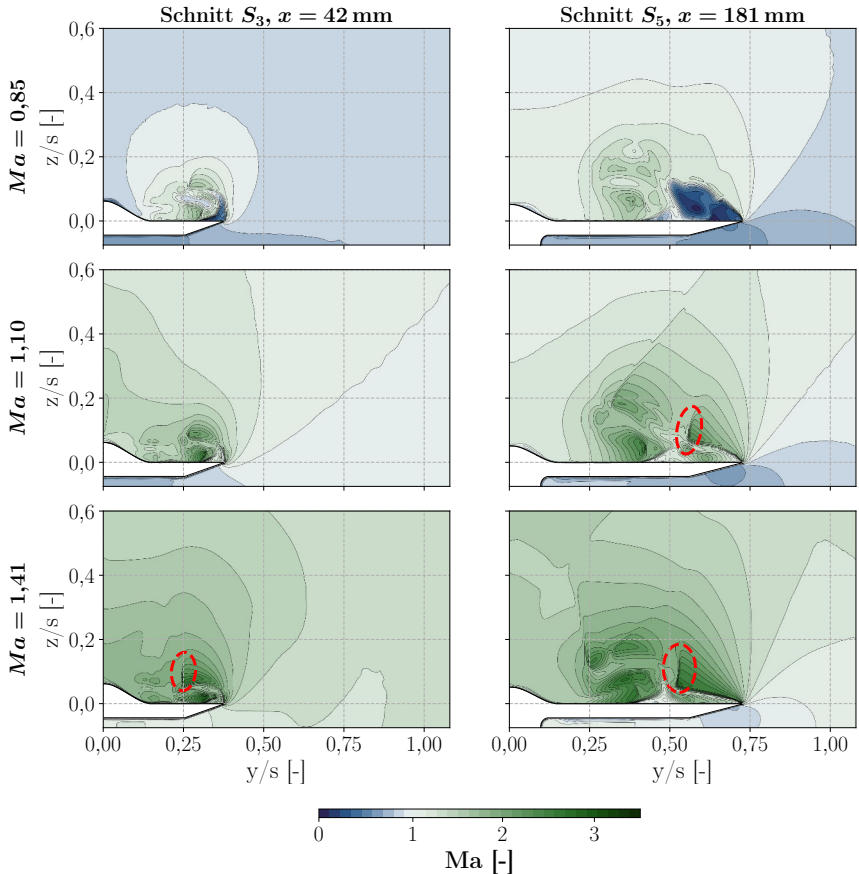


**Abbildung 4.4.1:** Entwicklung der Machzahl normal zur Vorderkante mit steigendem Anstellwinkel, für verschiedene Anströmmachzahlen und Pfeilungswinkel

Die Machzahlverteilung über der F22-LS1-Konfiguration an zwei verschiedenen Schnittpositionen, an  $S_3$  über dem Strake und  $S_5$  über dem Hauptflügel,

und bei drei verschiedenen Machzahlen,  $Ma = 0,85$ ,  $Ma = 1,10$  und  $Ma = 1,41$  ist in Abbildung 4.4.2 zu sehen. Die Querströmungs-Verdichtungsstöße sind dabei jeweils rot umrandet. In keinem der untersuchten Fälle wurde die Ausbildung einer Überschallvorderkante mit anliegender Strömung beobachtet. Der von Miller und Wood beschriebene Fall eines flachen Wirbels, auf dem sich ein Verdichtungsstoß bildet, tritt jedoch für  $Ma \geq 1,10$  über dem schwächer gepfeilten Hauptflügel und für  $Ma = 1,41$  auch über dem stärker gepfeilten Strake auf. Über dem Strake (linke Spalte) bildet sich dabei für alle untersuchten Machzahlen ein deutlich ausgeprägter Primärwirbel, während über dem schwächer gepfeilten Hauptflügel (rechte Spalte) dagegen schon bei  $Ma = 1,10$  kein deutlich ausgeprägter Primärwirbel mehr existiert. Stattdessen bildet sich an der Vorderkante des Hauptflügels bei  $Ma = 1,10$  und  $Ma = 1,41$  lediglich noch eine flache Ablöseblase, auf der sich wiederum ein Verdichtungsstoß bildet. Bei  $Ma = 0,85$  zeigen die Menter-SST-Ergebnisse ebenfalls keinen Wirbel an der Vorderkante des Hauptflügels, sondern stattdessen eine sehr ausgeprägte Ablöseblase mit Rückströmgebiet. Dies ist jedoch aller Wahrscheinlichkeit nach auf eine Unzulänglichkeit in den Simulationsergebnissen zurückzuführen.

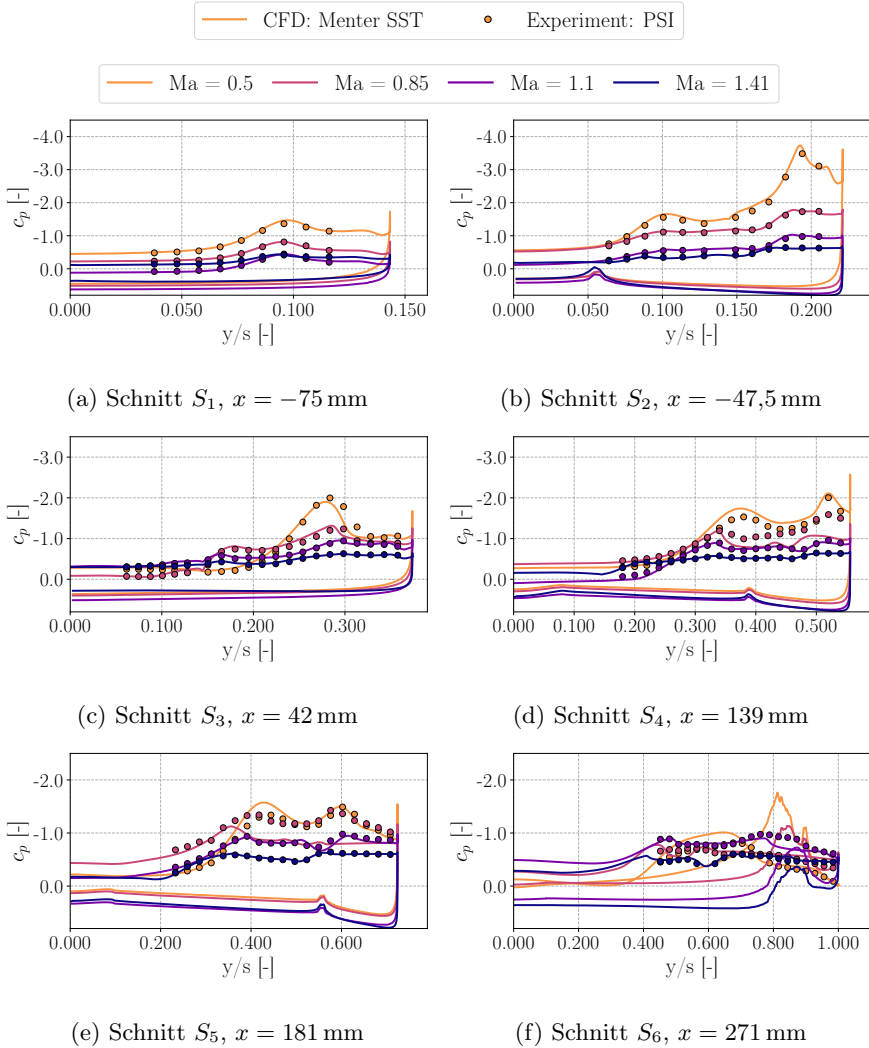
Bereits in Abschnitt 4.1.3 wurde gezeigt, dass die URANS-Simulationen bei  $Ma = 0,85$  die Stärke des HFW unterschätzen, was auch durch die in Abbildung 4.4.3 gezeigten Oberflächendruckverteilungen bestätigt wird. Im vorderen Bereich des Modells über Vorkörper, Levcon und Strake wurde bei allen untersuchten Machzahlen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Numerik und Experiment erreicht, wie in den Abbildungen 4.4.3(a), 4.4.3(b) und 4.4.3(c) gesehen werden kann. Über dem Hauptflügel kommt es hingegen insbesondere bei  $Ma = 0,85$ , und in geringerem Maße bei  $Ma = 0,50$ , zu deutlichen Abweichungen an den Schnitten  $S_4$  und  $S_5$ , die in den Abbildungen 4.4.3(d) und 4.4.3(e) gezeigt werden. Die Ursache dieser Abweichungen ist das bereits erwähnte Problem der URANS-Simulationen, den Hauptflügelwirbel korrekt vorherzusagen. Die Druckverteilungen der supersonischen Machzahlen weisen dagegen keine derartigen Abweichungen auf, da hier der Hauptflügelwirbel aufgrund der höheren  $Ma_N$  ohnehin schwächer ausgeprägt ist, und werden daher als verlässlicher eingeschätzt. Die Tatsache, dass der Druckanstieg durch den Querströmungs-Verdichtungsstoß sich nicht in den Oberflächendrücken niederschlägt, ist dadurch zu erklären, dass der Verdichtungsstoß sich jeweils auf dem Wirbel oder der Ablöseblase bildet und dadurch von der Flügeloberfläche abgeschirmt ist.



**Abbildung 4.4.2:** Machzahlverteilung über Strake (links) und Hauptflügel (rechts) für verschiedene Anströmmachzahlen,  $\alpha = 16^\circ$

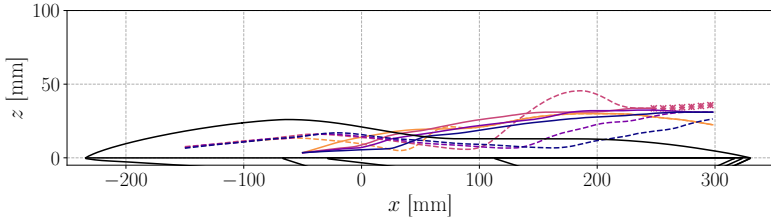
Eine weitere Auswirkung der Machzahl kann anhand der in Abbildung 4.4.4 gezeigten Wirbeltrajektorien beobachtet werden. Sehr deutlich zeigt sich, dass die Position, an der VKW und STW miteinander verschmelzen, sich mit zunehmender Anströmmachzahl in Stromabrichtung verschiebt, was auf eine reduzierte Interaktion zwischen VKW und STW hindeutet, ähnlich wie es in Abbildung 4.4.3 bereits bei zunehmendem Anstellwinkel beobachtet wurde. Während in Bezug auf den Anstellwinkleinfluss allerdings der zunehmende Abstand zwischen den Wirbeln als Ursache identifiziert wurde, verringert



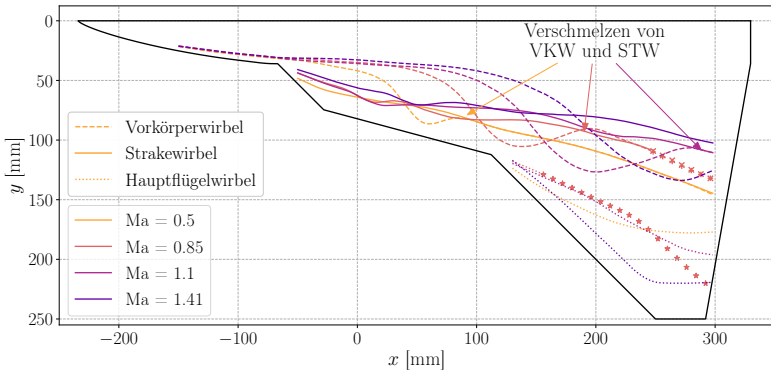


**Abbildung 4.4.3:** Vergleich des Oberflächendrucks an der F22-LS1-Konfiguration zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen,  $\alpha = 16^\circ$

sich der Abstand der Wirbel zueinander mit zunehmender Machzahl sogar geringfügig. Einerseits hebt sich der STW mit zunehmender Anströmmachzahl weniger stark von der Flügeloberfläche ab, siehe Abbildung 4.4.4(a), andererseits verschiebt sich auch die y-Position des STW in Richtung der Symmetrieebene, während die y-Position des VKW nahezu konstant bleibt, vergleiche Abbildung 4.4.4(b).



(a) Z-Position der Wirbelachsen (HFW ausgeblendet)

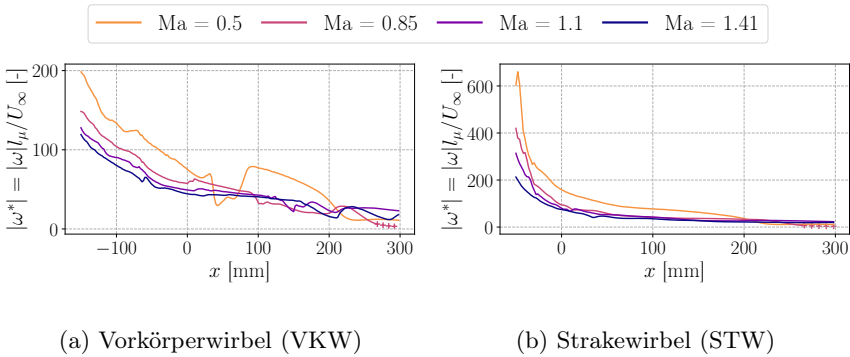


(b) Y-Position der Wirbelachsen

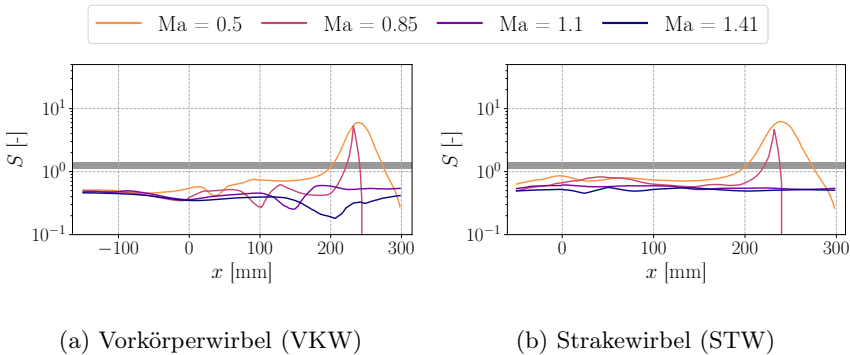
**Abbildung 4.4.4:** Einfluss der Machzahl auf die Wirbeltrajektorien an der F22-LS1-Konfiguration,  $\alpha = 16^\circ$

Stattdessen kann die schwächere Interaktion auf eine Reduktion der Wirbelstärke der beteiligten Wirbel mit zunehmender Anströmmachzahl zurückgeführt werden, wie sie auch schon von Erickson et al. [26] beobachtet wurde. Dieser Effekt kann anhand der in Abbildung 4.4.5 gezeigten Entwicklung des Betrags des entdimensionalisierten Wirbelvektors  $|\vec{\omega}^*| = |\vec{\omega}|l_\mu/U_\infty$  auf der Wirbelachse nachvollzogen werden. Es ist deutlich zu erkennen, dass

$|\vec{\omega}^*|$  mit zunehmender Anströmmachzahl kontinuierlich abnimmt. Gleichzeitig sinkt auch die Drallzahl  $S$  geringfügig, siehe Abbildung 4.4.6, was für eine Stabilisierung der Wirbel mit zunehmender Anströmmachzahl spricht. Das wird auch durch die Beobachtung bestätigt, dass für  $Ma = 1,10$  und  $Ma = 1,41$  im untersuchten Anstellwinkelbereich bis  $\alpha = 30^\circ$  kein Wirbelplatzen über dem Modell auftritt. Es ist auffällig, dass es für  $\alpha = 16^\circ$  sowohl bei  $Ma = 0,50$  als auch bei  $Ma = 0,85$  zu einem starken Anstieg der Drallzahl bei  $x \geq 200$  mm kommt, jedoch nur für  $Ma = 0,85$  Wirbelplatzen



**Abbildung 4.4.5:** Einfluss der Machzahl auf den Betrag des Wirbelvektors im Wirbelkern,  $\alpha = 16^\circ$



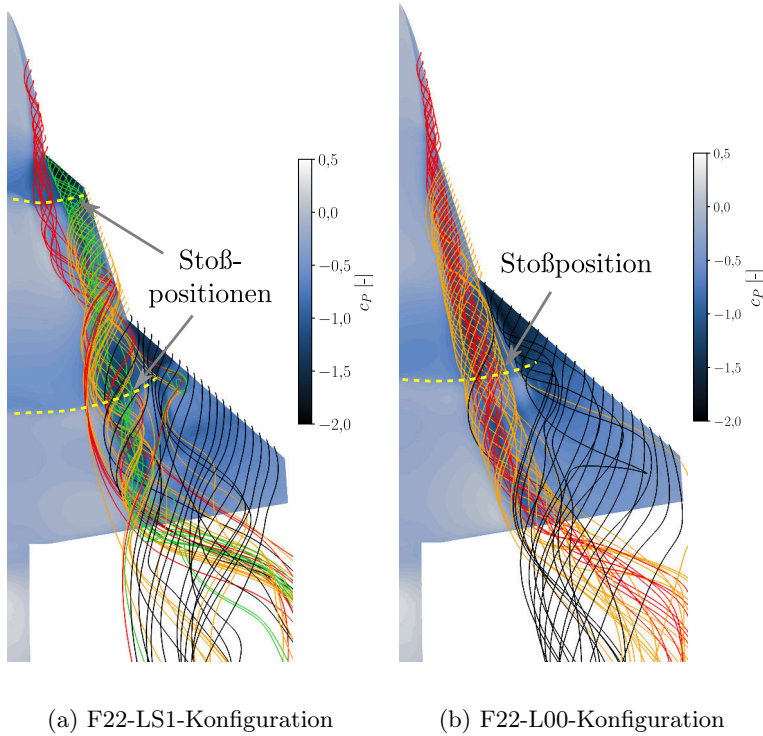
**Abbildung 4.4.6:** Einfluss der Machzahl auf die Drallzahl,  $\alpha = 16^\circ$

vorliegt. Eine mögliche Erklärung für diese Beobachtung ergibt sich aus der Tatsache, dass bei  $Ma = 0,50$  ein stabiler HFW existiert, der eine stabilisierende Wirkung auf den STW hat, während bei  $Ma = 0,85$  lediglich eine Ablöseblase an der Vorderkante des Hauptflügels vorliegt.

## 4.5 Einfluss der Flügelgeometrie

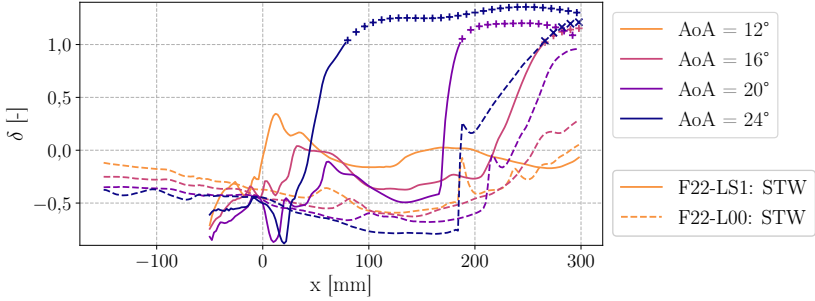
Zusätzlich zur Dreifachdeltaflügelkonfiguration F22-LS1 wurde im Rahmen der Arbeit auch die Doppeldeltakonfiguration F22-L00 untersucht. In den vorherigen Kapiteln wurde ausschließlich die Strömung am F22-LS1-Modell behandelt, qualitativ sind die Erkenntnisse zu den Auswirkungen einer Änderung des Anstellwinkels oder der Machzahl jedoch auf die F22-L00-Konfiguration übertragbar. Eine Gegenüberstellung der entsprechenden Oberflächendrücke der numerischen und experimentellen Ergebnisse wird in Anhang B.2 gezeigt. Durch den Übergang von einem Dreifachdeltaflügel zu einem Doppeldeltaflügel kommt es jedoch zu deutlichen Änderungen der Strömungstopologie über dem Modell. Dies wird anhand der in Abbildung 4.5.1 gezeigten Stromliniendarstellung für den Fall  $Ma = 0,85, \alpha = 12^\circ$  deutlich sichtbar. Die Strömungstopologie wird dort durch unterschiedlich eingefärbte Stromlinien visualisiert, wodurch die verschiedenen Primärwirbel deutlich erkennbar werden.

Durch den Wegfall des Levcons bei der F22-L00-Konfiguration kommt es nicht mehr zur Bildung eines eigenständigen Strakewirbels. Stattdessen wickelt sich die abgelöste Scherschicht des Strakes (in orange dargestellt) um den existierenden Vorkörperwirbel (in rot dargestellt), siehe Abbildung 4.5.1(b). Das ist prinzipiell vergleichbar mit der Situation an der F22-LS1-Konfiguration, bei der ein ähnlicher kombinierter Wirbel aus den abgelösten Scherschichten von Levcon (in grün dargestellt) und Strake (in orange dargestellt) vorliegt, vergleiche Abbildung 4.5.1(a). Ein weiterer wichtiger Unterschied zwischen den beiden Konfigurationen ist, dass sich an der F22-L00-Konfiguration lediglich ein Verdichtungsstoß über dem Hauptflügel bildet, während sich auf der F22-LS1-Konfiguration bei  $Ma = 0,85$  bei Anstellwinkeln bis  $\alpha = 20^\circ$  zusätzlich noch ein weiter stromauf gelegener Verdichtungsstoß auf Höhe des Übergangs von Levcon und Strake bildet. Dadurch ergeben sich für die Strakewirbel der einzelnen Konfigurationen deutlich unterschiedliche Strömungsbedingungen im Wirbelkern.



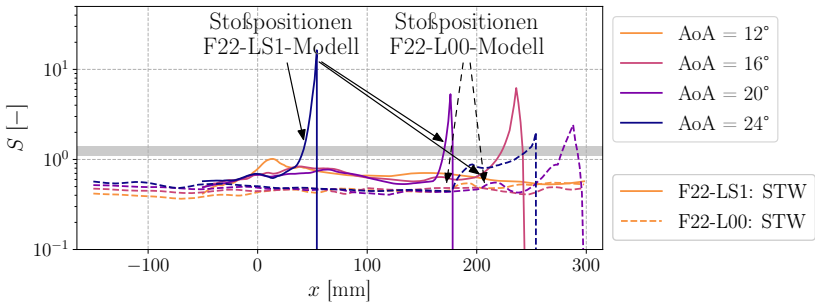
**Abbildung 4.5.1:** Unterschiede der Strömungstopologie zwischen F22-LS1 und F22-L00 visualisiert anhand von Oberflächendruck und Stromlinien,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 12^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$

Zur Verdeutlichung wird Abbildung 4.5.2 ein Vergleich des axialen Geschwindigkeitsdefizits auf der Wirbelachse zwischen dem STW der F22-LS1-Konfiguration und dem STW der F22-L00-Konfiguration gezeigt. Es ist deutlich zu erkennen, dass im STW der F22-L00-Konfiguration ab  $x \approx 0$  mm eine deutlich höhere Übergeschwindigkeit vorherrscht als im STW der F22-LS1-Konfiguration. Die Ursache hierfür ist im Fall der F22-LS1-Konfiguration die Verzögerung der Strömung im Wirbelkern aufgrund der Interaktion des STW mit dem stromauf gelegenen Verdichtungsstoß auf Höhe des Levcon. Dieser Verdichtungsstoß tritt an der F22-L00-Konfiguration nicht auf, so dass hier die erhöhte Axialgeschwindigkeit im Wirbelkern erhalten bleibt.



**Abbildung 4.5.2:** Vergleich des Geschwindigkeitsdefizits im Wirbelkern zwischen F22-LS1 und F22-L00 für verschiedene Anstellwinkel,  $Ma = 0,85$

Die erhöhte Axialgeschwindigkeit hat, wie bereits in Abschnitt 2.1.2 erläutert, eine stabilisierende Wirkung auf den STW, wie anhand des in Abbildung 4.5.3 gezeigten Vergleichs der Drallzahl zwischen F22-LS1 und F22-L00 gesehen werden kann. Die erhöhte Axialgeschwindigkeit im STW der F22-L00-Konfiguration resultiert in einer niedrigeren Drallzahl als im STW der F22-LS1-Konfiguration, wodurch das Wirbelplatzen zu höheren Anstellwinkeln verschoben wird. Während im Fall der F22-LS1-Konfiguration bereits bei  $\alpha = 16^\circ$  Wirbelplatzen über dem Hauptflügel auftritt, ist dies bei der F22-L00-Konfiguration erst ab  $\alpha = 20^\circ$  der Fall. Zudem liegt die Position



**Abbildung 4.5.3:** Vergleich der Drallzahl zwischen F22-LS1 und F22-L00 für verschiedene Anstellwinkel, Bereich der kritischen Drallzahl  $S_{krit}$  grau hinterlegt,  $Ma = 0,85$

des Wirbelplatzens bei der F22-L00-Konfiguration jeweils weiter stromab als bei der F22-LS1-Konfiguration.

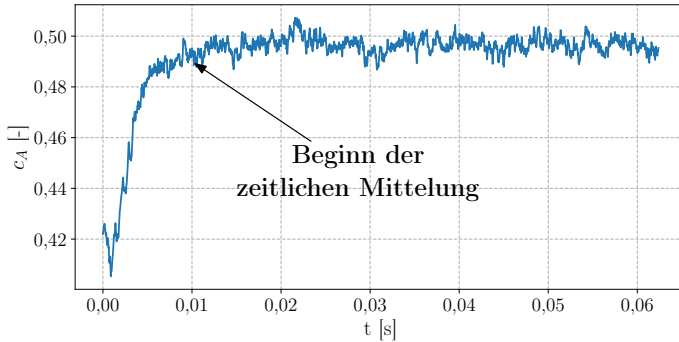
## 4.6 Skalenauflösende Simulationen

Aufgrund des beobachteten deutlichen Einflusses der Wahl des Turbulenzmodells, und der teilweise deutlichen Abweichungen zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen, wurden neben den bisher besprochenen konventionellen URANS-Simulationen im Rahmen der Arbeit auch skalenauflösende IDDES-Rechnungen durchgeführt. Ein Überblick über die verwendeten numerischen Einstellungen und den generellen Ablauf der IDDES-Rechnungen wird in Abschnitt 4.6.1 gegeben, bevor anschließend in Abschnitt 4.6.2 die eigentlichen Ergebnisse der skalenauflösenden Simulationen vorgestellt werden.

### 4.6.1 Numerische Einstellungen und Vorgehen

Wie bereits in Abschnitt 3.1.1 beschrieben, wird im Rahmen dieser Arbeit ein  $k$ - $\omega$ -basiertes IDDES-Verfahren genutzt, wobei die skalenauflösenden Simulationen auf demselben Rechengitter wie die URANS-Simulationen durchgeführt werden. Die meisten numerischen Einstellungen entsprechen denen der URANS-Simulationen, allerdings wird ein weniger dissipatives Verfahren für die räumliche Diskretisierung verwendet, ein sogenanntes *hybrid low-dissipation, low-dispersion* (HLD2) Verfahren [96]. Auch die Zeitschrittweite der skalenauflösenden Simulationen ist deutlich kleiner als bei den URANS-Simulationen. Basierend auf den Ergebnissen der URANS-Simulationen wird die Zeitschrittweite  $\Delta t$  durch das Verhältnis der minimalen Zellgröße  $\Delta x$  und des maximalen Betrags der Geschwindigkeit  $|\vec{v}|$  in der Strömung über dem Hauptflügel abgeschätzt [119],  $\Delta t = \min(\Delta x) / \max(|\vec{v}|)$ , wobei in diesem Bereich eine isotrope Punkteverteilung im Rechengitter vorliegt. Daraus ergibt sich eine Zeitschrittweite für die IDDES von  $\Delta t_{IDDES} = 2,5 \cdot 10^{-6}$  s, verglichen mit  $\Delta t_{URANS} = 5 \cdot 10^{-4}$  s für die URANS-Simulationen. Untersuchungen von François et al. [30] legen nahe, dass für skalenauflösende Simulationen wirbeldominierter Strömungen die Geschwindigkeitskomponente in der Ebene normal zur Wirbelachse maßgeblich für die Bestimmung der Zeitschrittweite ist, so dass der gewählte Ansatz als konservative Abschätzung zu werten ist. Um die Anlaufphase der IDDES

möglichst kurz zu halten, wurden die existierenden URANS-Simulationen als Ausgangslösung verwendet. Dadurch stellte sich sehr schnell eine eingeschwungene Strömung ein, wofür das Abflachen des zeitlichen Verlaufs des Auftriebsbeiwerts  $C_A$  als Indikator verwendet wurde, siehe Abbildung 4.6.1.

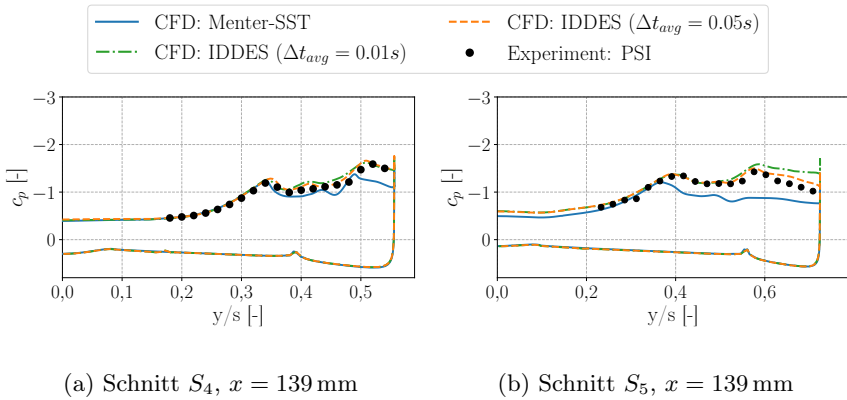


**Abbildung 4.6.1:** Zeitliche Entwicklung des Auftriebsbeiwerts in der IDDES,  $Ma = 0,85, \alpha = 16^\circ$

Von diesem Zeitpunkt an wurde die Berechnung der Mittelwerte und Varianzen der Strömungsvariablen neu gestartet. Die sehr kurze Zeitschrittweite resultierte in einem im Vergleich zu den URANS-Simulationen deutlich erhöhten Rechenaufwand. Für die Simulation einer physikalischen Zeitspanne von 0,1s benötigten die URANS-Simulationen im Durchschnitt etwa 25 000 CPUh, verglichen mit rund 500 000 CPUh für eine IDDES derselben simulierten Zeitspanne. Aus diesem Grund waren bei Verwendung der IDDES nur verhältnismäßig kurze Mittelungszeiträume möglich. Im Vergleich zu den experimentellen Untersuchungen, in denen pro Messpunkt eine Messdauer von bis zu 5s genutzt wurde [98], wurde in den numerischen Simulationen über einen Zeitraum von 0,05s bis 0,10s gemittelt, was in etwa 60 bis 120 konvektiven Zeiteinheiten entspricht. Als konvektive Zeiteinheit  $\Delta t_c = l_\mu / U_\infty$  wird dabei die Zeit bezeichnet, innerhalb derer die Referenzflügeltefe  $l_\mu$  einmal überströmt wird. Trotz dieser verhältnismäßig kurzen Mittelungsdauer zeigt die IDDES im Allgemeinen deutlich bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Druckverteilungen als konventionelle URANS-Simulationen. Durch eine längere Mittelungsdauer kann diese Übereinstimmung noch weiter gesteigert werden, wie anhand der beiden in Abbildung 4.6.2 gezeigten Druckschnitte zu sehen ist. Dort wird der Druckbeiwert  $c_P$  an zwei verschiedenen Druckschnitten zwischen dem Expe-



riment, einer URANS-Simulation und zwei IDDES verglichen. Die IDDES-Ergebnisse wurden dabei zum einen über einen Zeitraum von  $\Delta t_{avg} = 0,01$  s und zum anderen über  $\Delta t_{avg} = 0,05$  s gemittelt. Schon die Ergebnisse der kürzeren Mittelungsdauer liegen deutlich näher an den experimentellen Ergebnissen als die URANS-Ergebnisse, durch die längere Mittelungsdauer wird jedoch insbesondere in der Nähe der Vorderkante bei Schnitt  $S_5$  ein noch besseres Ergebnis erzielt, vergleiche Abbildung 4.6.2(b). Soweit nicht explizit anders angegeben, wird für die IDDES im Folgenden eine Mittelungsdauer von 0,05 s verwendet.



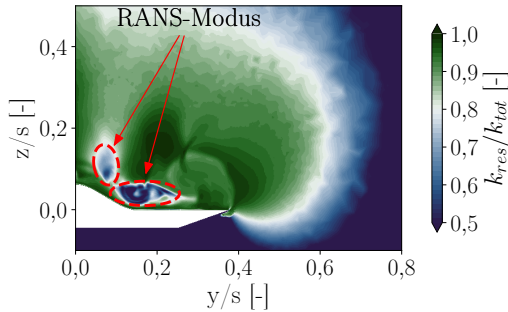
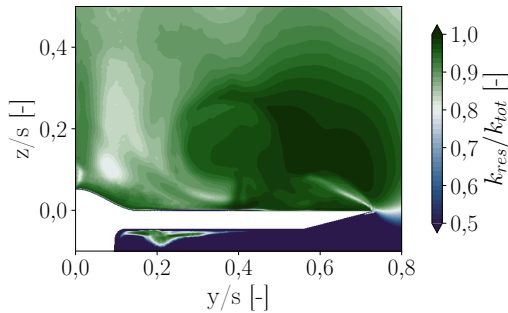
**Abbildung 4.6.2:** Vergleich der Oberflächendrücke zwischen Experiment, URANS und IDDES mit unterschiedlichen Mittelungsdauern,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$

Ein wichtiges Kriterium zur Beurteilung der Qualität der IDDES-Ergebnisse ist die Auflösungsqualität  $Q_{LES} = k_{res}/k_{tot}$  im LES-Gebiet. Darunter versteht man das Verhältnis der aufgelösten oder simulierten turbulenten kinetischen Energie  $k_{res}$  zur totalen turbulenten kinetischen Energie  $k_{tot}$ . Dabei gilt

$$k_{res} = \frac{1}{2}(\overline{v_x'^2} + \overline{v_y'^2} + \overline{v_z'^2}), \quad k_{tot} = k_{res} + k_{TM}, \quad (4.6.1)$$

wobei  $v_i'$  die aufgelösten turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen und  $k_{TM}$  den vom Turbulenzmodell modellierten Anteil der turbulenten kineti-

schen Energie (TKE) bezeichnet. Je höher die räumliche und zeitliche Auflösung der IDDES ist, desto höher ist der Anteil an aufgelöster Turbulenz in der Strömung, und desto größer ist  $Q_{LES}$ . Ein Wert von  $Q_{LES} = 1$  bedeutet dabei, dass sämtliche Turbulenz simuliert wird, während bei einem Wert von  $Q_{LES} = 0$  jegliche Turbulenz modelliert wird. Im Allgemeinen wird ein Wert von  $Q_{LES} > 0,8$  für eine gut aufgelöste LES gefordert [94]. Die Verteilung von  $Q_{LES}$  an zwei Schnitten im Strömungsfeld wird in Abbildung 4.6.3 beispielhaft für den Fall  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$  gezeigt.

(a) Schnitt  $S_3$ ,  $x = 42\text{mm}$ (b) Schnitt  $S_5$ ,  $x = 181\text{mm}$ 

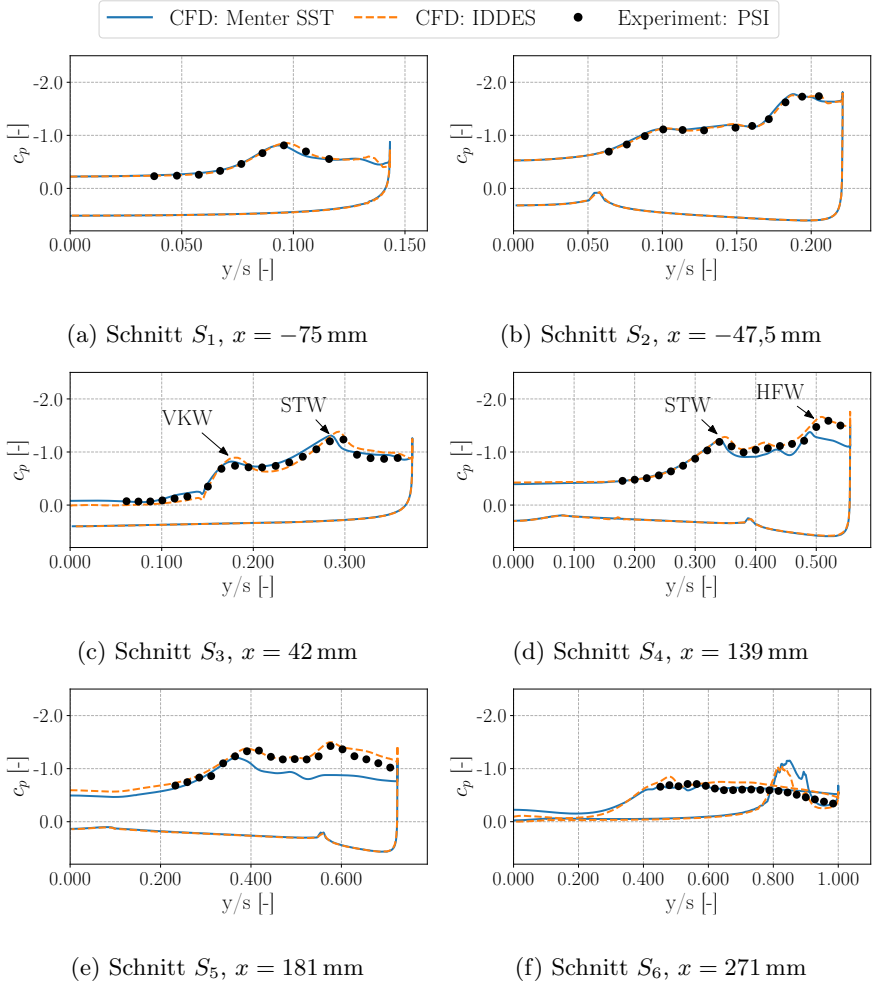
**Abbildung 4.6.3:** Verhältnis von aufgelöster zu gesamter turbulenter kinetischer Energie,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$

Hier fällt auf, dass im vorderen Schnitt innerhalb des VKW nur sehr niedrige Werte für  $Q_{LES}$  erreicht werden, in Abbildung 4.6.3(a) rot markiert, was dafür spricht, dass innerhalb des VKW im RANS-Modus gerechnet wird. Im hinteren Bereich über dem Hauptflügel wird das Kriterium jedoch im gesamten relevanten Strömungsbereich erfüllt, siehe Abbildung 4.6.3(b). Da bei den untersuchten Anstellwinkeln zwischen  $\alpha = 12^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$  großskalige turbulente Strukturen allerdings ohnehin hauptsächlich im Bereich des Hauptflügels erwartet werden, weil hier die Wirbel-Stoß-Interaktion und das Wirbelplatzen auftreten, stellt die Verwendung des RANS-Modus über dem vorderen Bereich des Modells kein Problem dar.

## 4.6.2 Ergebnisse der skalenauflösenden Simulationen

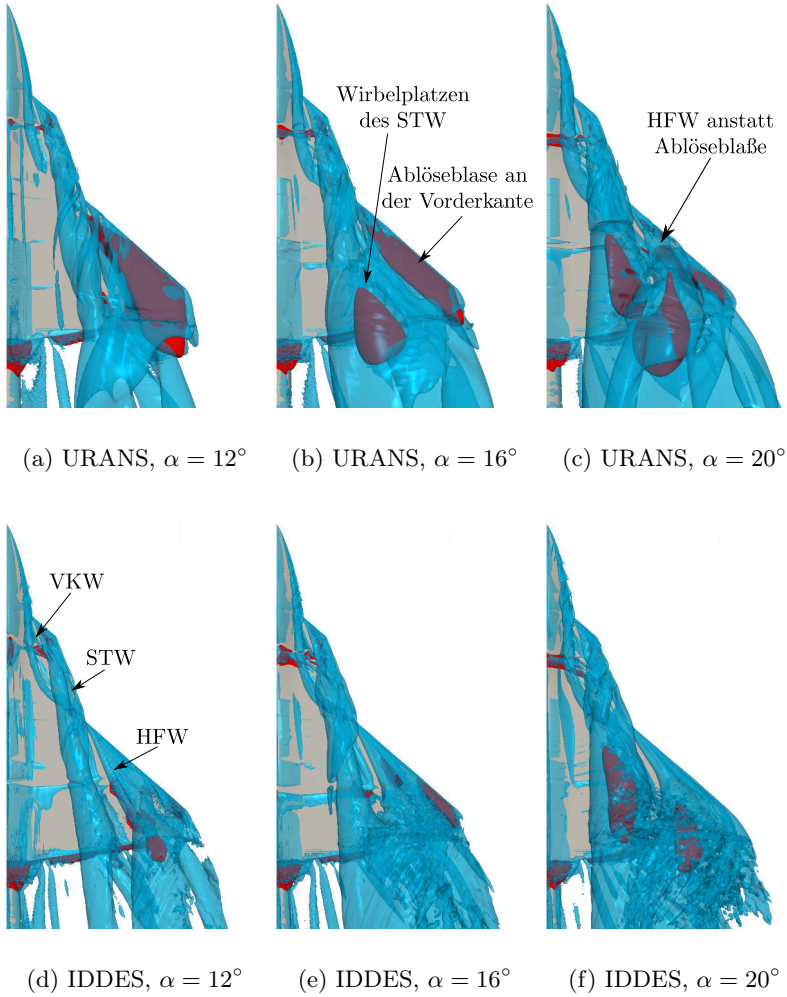
In diesem Abschnitt werden die numerischen Ergebnisse der IDDES analysiert und mit den Ergebnissen aus den URANS-Simulationen verglichen. Sofern es nicht explizit anders beschrieben wird, werden dabei jeweils die zeitlich gemittelten Strömungsfelder analysiert. In einem ersten Schritt werden dabei zur Validierung der Ergebnisse die numerischen Oberflächendrücke aus URANS und IDDES denen der experimentellen Untersuchungen in Abbildung 4.6.4 gegenübergestellt. Gezeigt wird der Fall  $\alpha = 16^\circ$ , die Ergebnisse für  $\alpha = 12^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$  können im Anhang in den Abbildungen B.3.1 und B.3.2 gefunden werden. In den vorderen drei Schnitten, die sich auf dem Vorkörper und dem Strake befinden, ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen allen drei Datensätzen. Erst über dem Hauptflügel, insbesondere in den Schnitten  $S_4$  und  $S_5$  zeigen sich deutliche Unterschiede zwischen den Ergebnissen der URANS und der IDDES, wobei die IDDES-Ergebnisse jeweils deutlich bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten zeigen. Die größten Unterschiede treten dabei in der Nähe der Vorderkante des Hauptflügels auf, also dort, wo sich der HFW bildet. Wie schon in Abschnitt 4.1.3 beschrieben, neigt das Menter-SST-Turbulenzmodell dazu, die Stärke und Stabilität des HFW zu unterschätzen, während die IDDES-Ergebnisse die im Experiment vorherrschende Wirbelcharakteristik sehr gut reproduzieren.

Ein Vergleich der Strömungstopologie zwischen den zeitlich gemittelten URANS- und IDDES-Ergebnissen wird in Abbildung 4.6.5 gezeigt. Zur Visualisierung der Wirbel wird dort einerseits in blau eine Isofläche des  $Q_D$ -Kriteriums gezeigt,  $Q_D^* = Q_D l_\mu^2 / U_\infty^2 = 50$ . Andererseits ist zur Identifikation von Gebieten mit Rückströmung in rot eine Isofläche der



**Abbildung 4.6.4:** Vergleich des Oberflächendrucks am F22-LS1-Modell zwischen Experiment, URANS und IDDES,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$

x-Geschwindigkeit hervorgehoben,  $v_x = -0,1$  m/s. Dadurch wird deutlich, dass sich bei niedrigen Anstellwinkeln in den Abbildungen 4.6.5(a) und 4.6.5(b) in den URANS-Simulationen kein HFW ausbildet, sondern stattdessen eine ausgedehnte Ablöseblase entlang der Vorderkante des

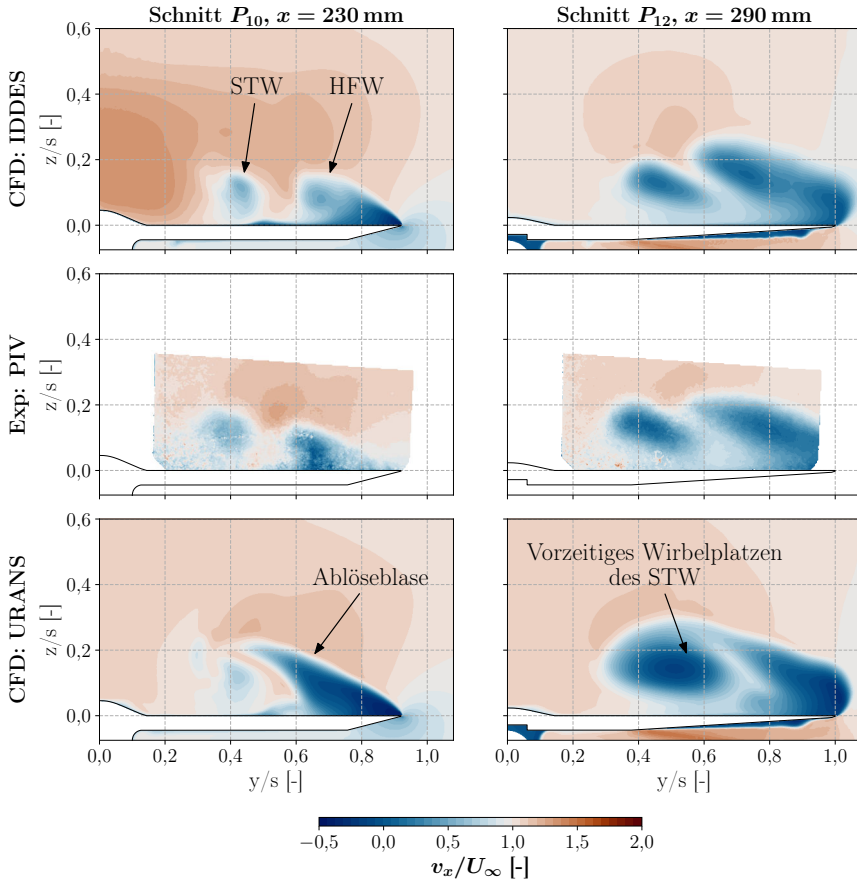


**Abbildung 4.6.5:** Vergleich der Strömungstopologie zwischen URANS (oben) und IDDES (unten), visualisiert durch die Isoflächen von  $Q_D^* = 50$  (blau) und  $v_x = -0,1 \text{ m/s}$  (rot),  $Ma = 0,85$

Hauptflügels existiert. Lediglich für  $\alpha = 20^\circ$  bildet sich in den URANS-Simulationen ein ausgeprägter HFW, siehe Abbildung 4.6.5(c). Im Gegensatz dazu weisen sämtliche IDDES-Ergebnisse einen ausgeprägten HFW auf, während die Ablöseblase am Hauptflügel deutlich kleiner ausfällt und in Stromabrichtung verschoben wird. Auch das Wirbelplatzen des STW tritt in der IDDES weiter stromab auf. Während in den URANS-Simulationen schon bei  $\alpha = 16^\circ$  ein ausgeprägtes Rückströmgebiet im Wirbelkern des STW entsteht, liegt in den IDDES-Ergebnissen noch ein ungeplatztter Wirbel vor, vergleiche die Abbildungen 4.6.5(b) und 4.6.5(e).

Zur Validierung des Geschwindigkeitsfelds über dem Flügel stehen für  $\alpha = 16^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$  experimentelle Daten aus PIV-Messungen zur Verfügung. Aufgrund von starken Reflexionen an der Modellvorderkante waren jedoch nur die Messschnitte über dem Hauptflügel auswertbar. Für zwei dieser Schnitte,  $P_{10}$  bei  $x = 230$  mm und  $P_{12}$  bei  $x = 290$  mm, ist ein Vergleich des experimentell gemessenen x-Geschwindigkeitsfeld mit den Ergebnissen der URANS-Simulationen und IDDES für  $\alpha = 16^\circ$  in Abbildung 4.6.6 gezeigt. Die zugehörigen y- und z-Komponenten des Geschwindigkeitsfelds können im Anhang in den Abbildungen B.4.1 und B.4.2 gefunden werden. Die entsprechenden Darstellungen für  $\alpha = 20^\circ$  finden sich im Anhang in den Abbildungen B.4.3, B.4.4 und B.4.4. Der STW und der HFW sind deutlich als Gebiete reduzierter x-Geschwindigkeit zu erkennen, da beide Wirbel an diesen Positionen einen Wirbelkern vom Nachlauf-Typ aufweisen. Sowohl in den PIV- als auch in den IDDES-Ergebnissen sind beide Wirbel klar voneinander abgegrenzt, während die URANS-Ergebnisse einen starken Einfluss der bereits erwähnten Ablöseblase an der Hauptflügelvorderkante aufweisen. Zudem zeigt der STW in den URANS Ergebnissen bei Schnitt  $P_{12}$  (rechte Spalte) vorzeitiges Wirbelplatzen im Gegensatz zu den PIV- und IDDES-Ergebnissen. Generell weisen die IDDES-Ergebnisse eine deutlich bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen auf als die URANS-Ergebnisse.

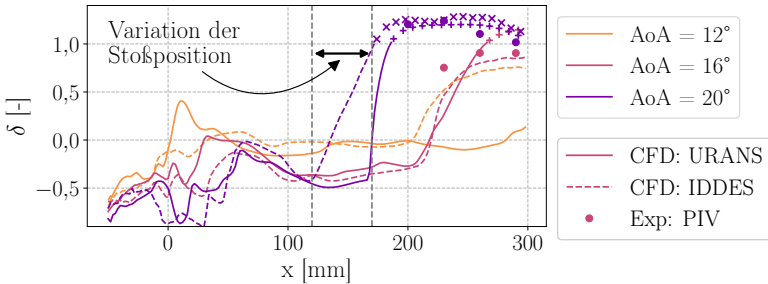
In Abbildung 4.6.7 wird ein Vergleich des axialen Geschwindigkeitsdefizits im Wirbelkern zwischen den URANS-Ergebnissen (durchgezogene Linien) und den IDDES-Ergebnissen (gestrichelte Linien) gezeigt. Dabei liegt für  $\delta < 0$  eine Übergeschwindigkeit und bei  $\delta > 0$  eine Untergeschwindigkeit im Wirbelkern verglichen mit der ungestörten Anströmung vor. Die verfügbaren PIV-Ergebnisse bei  $x \leq 200$  mm sind zusätzlich als Punkte eingezeichnet, und weisen eine akzeptable Übereinstimmung mit den numerischen Ergebnissen auf. Während die IDDES im vorderen Bereich des



**Abbildung 4.6.6:** Vergleich der x-Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$

Modells bis  $x \approx 50$  mm jeweils eine deutlich erhöhte Axialgeschwindigkeit aufweisen, gleichen sich die Geschwindigkeiten im weiteren Verlauf über Strake und Hauptflügel aneinander an. Bei  $\alpha = 20^\circ$  fällt auf, dass in den IDDES-Ergebnissen der Anstieg von  $\delta$  unmittelbar vor dem Wirbelplatzen sich über einen deutlich größeren Bereich erstreckt als in den URANS-Ergebnissen. Die Ursache hierfür ist eine zeitliche Variation der Position des Wirbelplatzens in der IDDES, die dazu führt, dass die Reduktion der zeitlich gemittelten Axialgeschwindigkeit sich über einen breiten Bereich

hinzieht, und die in diesem Maße bei den kleineren Anstellwinkeln und in den URANS-Ergebnissen nicht auftritt.

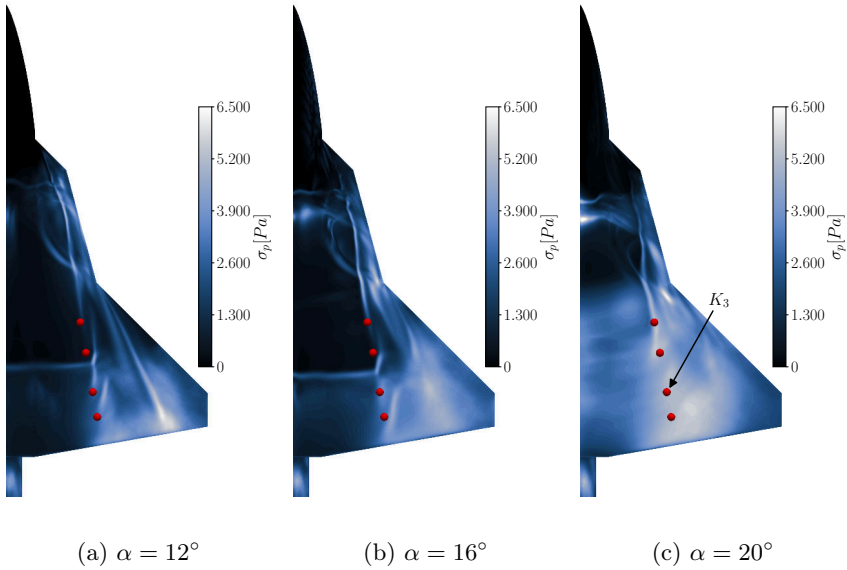


**Abbildung 4.6.7:** Vergleich des Geschwindigkeitsdefizits im Wirbelkern des STW zwischen URANS- und IDDES-Ergebnissen für verschiedene Anstellwinkel,  $Ma = 0,85$

Sehr deutlich wird dies anhand der in Abbildung 4.6.8 gezeigten Standardabweichung des Oberflächendrucks,  $\sigma_P$ , der skalenauflösenden Simulationen. Regionen mit hohen Druckfluktuationen sind hell, Regionen mit geringen Fluktuationen sind dunkel eingefärbt. Zusätzlich sind die Positionen der Kulites aus den Windkanaluntersuchungen als rote Punkte eingezeichnet. Für kleine Anstellwinkel beschränken sich die Fluktuationen auf die Gebiete direkt unterhalb der Wirbel, sowie auf einen eng begrenzten Bereich rund um die Verdichtungsstöße, was auf geringfügige Oszillationen der Wirbel- und Stoßpositionen hindeutet. Mit zunehmendem Anstellwinkel wird dann zunächst die Strömung über dem äußeren Bereich des Hauptflügels instationär, was auf beginnendes Wirbelplatzen des HFW hindeutet. Für  $\alpha = 20^\circ$  ergibt sich schließlich eine stark instationäre Strömung über dem gesamten Hauptflügel. Die zuvor deutlich erkennbare Position des hinteren Verdichtungsstoßes ist nicht mehr zu erkennen, da die Stoßposition aufgrund der Fluktuationen der Wirbelplatzposition über einen breiteren Bereich variiert.

Flächige instationäre Druckdaten sind aus den Windkanaluntersuchungen nicht verfügbar. Das Spektrum der Druckfluktuationen kann aber exemplarisch an den Positionen der vier Kulite-Sensoren ausgewertet werden. Ein Vergleich der spektralen Leistungsdichte (PSD, engl. *power spectral density*) der Drucksignale an der Position des dritten Kulite-Sensors  $K_3$  zwischen IDDES und Experiment ist in Abbildung 4.6.9 zu sehen. Die entsprechende

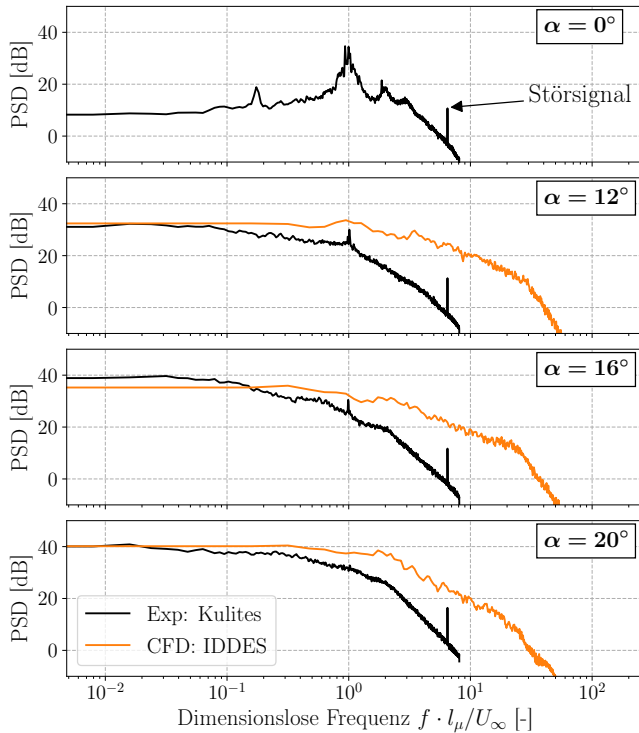




**Abbildung 4.6.8:** Oberflächendruckfluktuationen bei verschiedenen Anstellwinkeln, Lage der Monitorpunkte rot markiert,  $Ma = 0,85$

Position ist in Abbildung 4.6.8(c) hervorgehoben. Gezeigt werden die Daten für  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 12^\circ$ ,  $\alpha = 16^\circ$  und  $\alpha = 20^\circ$ , wobei für den Fall  $\alpha = 0^\circ$  keine numerischen Vergleichsdaten existieren. Die Daten der numerischen Simulationen weisen bei keinem der untersuchten Anstellwinkel eine dominante Frequenz der Druckschwankungen auf. Im Vergleich mit den experimentellen Daten wird zudem deutlich, dass der Abfall des Druckspektrums zu höheren Frequenzen verschoben ist. Die Daten aus den Kulite-Messungen zeigen eine deutliche Spitze bei  $f^* = f \cdot l_\mu / U_\infty \approx 7$ , die sich jedoch auf ein Störsignal des Windkanals zurückführen lässt. Ein weiteres deutliches Signal existiert für  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 12^\circ$  und  $\alpha = 16^\circ$  bei  $f^* \approx 1$ . Dieses Signal wird von der Strömung verursacht, da es in den Referenzmessungen ohne Strömung nicht auftaucht. Die Tatsache, dass es bereits bei  $\alpha = 0^\circ$  existiert, lässt jedoch darauf schließen, dass es unabhängig von der Wirbelströmung am DLR-F22-Modell ist, da sich bei  $\alpha = 0^\circ$  noch keine Wirbel am Modell bilden. Des Weiteren verschwindet das Signal bei Überschallströmung, was darauf hindeutet, dass es sich um eine Stromaufwirkung eines weiter stromab positionierten Strömungsereignisses handelt. Eine definitive Zuordnung der

Frequenz ist auf Basis der vorhandenen Daten nicht möglich. Eine mögliche Ursache sind instationäre Fluktuationen der Ablöseblase an der Hinterkante des Modells oder Interferenzen des Windkanals. Eine entsprechende Ablöseblase existiert auch in den numerischen Simulationen, siehe beispielsweise Abbildung 4.6.4(f), dort wurde jedoch keine ausgeprägte Instationarität beobachtet. Alternativ könnte es sich auch um eine Stromaufwirkung des Schiebewinkelgeräts des Windkanals handeln, das in den numerischen Simulationen nicht berücksichtigt wurde. Festzuhalten bleibt jedoch, dass weder in der Numerik noch im Experiment periodische Druckschwankungen gefunden wurden, die auf eine Oszillation der Wirbelplatzposition oder auf instationäres Wirbelplatzen vom Spiraltyp hindeuten.



**Abbildung 4.6.9:** Vergleich des Leistungsdichtespektrums der Druckfluktuation an der Messposition  $K_3$  zwischen Numerik und Experiment,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 20^\circ$

## 4.7 Zusammenfassung der Untersuchungen am DLR-F22-Modell

Die numerischen Untersuchungen am DLR-F22-Modell haben gezeigt, wie komplex die Strömungstopologie an einem mehrfach gefeilteten Deltaflügel ist. Die Umströmung der F22-Konfiguration wurde bei vier verschiedenen Machzahlen zwischen  $Ma = 0,50$  und  $Ma = 1,41$  im Anstellwinkelbereich von  $\alpha = 8^\circ$  bis  $\alpha = 28^\circ$  untersucht. Bei den subsonischen Anströmmachzahlen bilden sich dabei im Falle der F22-LS1-Konfiguration drei deutlich ausgeprägte Primärwirbel an den Vorderkanten des Vorkörpers, des Strakes und des Hauptflügels. Dabei kommt es zu einer starken Wirbel-Wirbel-Interaktion zwischen dem Vorkörper- und dem Strakewirbel und infolgedessen zu einer Verschmelzung der beiden Wirbel. Im Falle der F22-L00-Konfiguration bilden sich nur zwei Primärwirbel, je einer an den Vorderkanten des Vorkörpers und des Hauptflügels, da sich die abgelöste Scherschicht des Strakes um den existierenden Vorkörperwirbel wickelt und keinen eigenständigen Primärwirbel bildet. Für beide Geometrievarianten wurde im Allgemeinen keine ausgeprägte Wirbel-Wirbel-Interaktion zwischen dem Hauptflügelwirbel und den restlichen Wirbeln beobachtet, da der Hauptflügelwirbel in den numerischen Simulationen durchgehend nur schwach vorhergesagt wurde. Bei  $Ma \geq 0,85$  bilden sich zusätzlich noch Verdichtungsstöße über dem Modell, die mit den Wirbeln interagieren. Im Falle der F22-LS1-Konfiguration bilden sich zwei Verdichtungsstöße: der erste liegt auf Höhe des Strakes und interagiert mit dem Vorkörper- und dem Strakewirbel, der zweite bildet sich über dem Hauptflügel und interagiert mit dem Strakewirbel. Im Falle der F22-L00-Konfiguration bildet sich dagegen nur ein Verdichtungsstoß über dem Hauptflügel. Für beide Modellvarianten tritt bei  $Ma = 0,85$  stoßinduziertes Wirbelplatzen des Strakewirbels auf.

Bei konstanter Anströmmachzahl nimmt die Stärke der einzelnen Primärwirbel mit steigendem Anstellwinkel zu und ihre Stabilität gegenüber Wirbelplatzen ab. Für die F22-LS1-Konfiguration tritt Wirbelplatzen bei  $Ma = 0,85$  erstmals für  $\alpha = 16^\circ$  kurz vor der Hinterkante des Hauptflügels auf und wandert mit zunehmendem Anstellwinkel stromauf, bis es bei  $\alpha = 28^\circ$  die Vorderkante des Levcons erreicht. Im Gegensatz dazu sind die Wirbel über der F22-L00-Konfiguration stabiler gegenüber Wirbelplatzen, da aufgrund des fehlenden Verdichtungsstoßes über dem Strake im Wirbelkern eine höhere Axialgeschwindigkeit vorliegt als im Fall der F22-

LS1-Konfiguration. Wirbelplatzen tritt daher erst ab  $\alpha = 20^\circ$  und weiter stromab über dem Hauptflügel auf. In Hinblick auf den Einfluss des Schiebewinkels zeigte sich eine Abschwächung des Verdichtungsstoßes über dem Hauptflügel auf der Leeseite des Flügels, beziehungsweise eine Verstärkung des Verdichtungsstoßes auf der Luvseite, relativ zu den Fällen ohne Schiebewinkel. Dadurch wird der Beginn des Wirbelplatzens auf der Leeseite verzögert und auf der Luvseite vorgezogen.

Durch den Übergang von sub- zu supersonischen Anströmmachzahlen kommt es zu einer deutlichen Änderung in der Strömungstopologie über dem Modell. Mit zunehmender Machzahl sinkt die Stärke des Primärwirbels des schwächer gefeilten Hauptflügels, bis nur noch eine flache Ablöseblase übrigbleibt, auf der sich ein Querströmungs-Verdichtungsstoß bildet. Die Primärwirbel der stärker gefeilten Vorderkanten von Vorkörper und Strake bleiben erhalten, werden allerdings mit zunehmender Machzahl auch abgeschwächt, was zu einer reduzierten Interaktion zwischen VKW und STW führt und damit zu einem späteren Verschmelzen der beiden Wirbel. Da zudem die Azimutalgeschwindigkeit der Wirbel langsamer wächst als die Axialgeschwindigkeit im Wirbelkern, ergibt sich außerdem ein stabilisierender Effekt der steigenden Machzahl auf die einzelnen Primärwirbel, wodurch das Wirbelplatzen zu höheren Anstellwinkeln verschoben wird. Eine Ausnahme von dieser Entwicklung ist der Fall  $Ma = 0,85$ , bei dem, verursacht durch die Wirbel-Stoß-Interaktion, das Wirbelplatzen bereits früher als bei  $Ma = 0,50$  auftritt.

Im Verlauf der Arbeit wurde zudem ein starker Einfluss der Turbulenzmodellierung auf die numerischen Ergebnisse beobachtet, insbesondere für die Simulationen im transsonischen Fall bei  $Ma = 0,85$ . Während die URANS-Simulationen mit supersonischer Anströmung eine sehr gute Übereinstimmung mit experimentell gemessenen Druckverteilungen aufweisen, zeigte sich bei  $Ma = 0,85$ , dass im Fall klassischer RANS- und URANS-Simulationen keines der verwendeten Turbulenzmodelle in der Lage war, die Strömungstopologie verlässlich vorherzusagen. Die größten Abweichungen treten dabei im Bereich des Übergangs vom Strake zum Hauptflügel auf. Die Ursache hierfür ist, dass der Hauptflügelwirbel zu schwach ausgeprägt ist und daher entweder zu früh platzt oder zu früh von der Oberfläche abhebt. Eine abschließende Erklärung für die Ursache der zu schwach ausgeprägten Hauptflügelwirbel kann in dieser Arbeit nicht gegeben werden. Es scheint allerdings plausibel, dass die strukturierten Hexaeder-Blöcke über dem Hauptflügel dafür verantwortlich sind. Diese sind in Achsrichtung des

modellfesten Koordinatensystems orientiert, sodass sie genau diagonal zu der  $45^\circ$ -Pfeilung des Hauptflügels ausgerichtet sind. Dadurch wird die numerische Dissipation für Fälle ohne Schiebewinkeleinfluss maximiert, was zu einer Schwächung des Hauptflügelwirbels führt. Dafür spricht auch, dass sich unter Schiebewinkeleinfluss, wenn der effektive Pfeilungswinkel um  $5^\circ$  verschieden und die Ausrichtung der Gitterzellen somit vorteilhafter ist, durchaus stabile Hauptflügelwirbel bilden. Am Levcon, der ebenfalls eine Pfeilung von  $45^\circ$  aufweist, tritt dieses Problem nicht auf, da hier keine Hexaeder-Blöcke verwendet wurden, sondern stattdessen Prismenschichten, basierend auf einem unstrukturierten Oberflächengitter.

Im Gegensatz zu den URANS-Ergebnissen zeigen skalenauflösende IDDES-Ergebnisse eine deutlich bessere Übereinstimmung mit experimentellen Daten. Durch die geringere numerische Dissipation der IDDES ergeben sich stärker konzentrierte Wirbelkerne, wodurch der Hauptflügelwirbel auch für Fälle ohne Schiebewinkel länger erhalten bleibt. Die höhere Qualität der IDDES wird jedoch durch einen deutlich höheren Rechenaufwand erkauft. Während die URANS-Simulationen im Schnitt rund 25 000 CPUh für eine simulierte Zeitspanne von 0,1 s benötigten, wuchs dieser Rechenaufwand auf rund 500 000 CPUh für eine skalenauflösende Simulation derselben Dauer. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten IDDES-Rechnungen benötigten also etwa den zwanzigfachen Rechenaufwand im Vergleich zu den URANS-Simulationen für den gleichen simulierten Zeitraum.

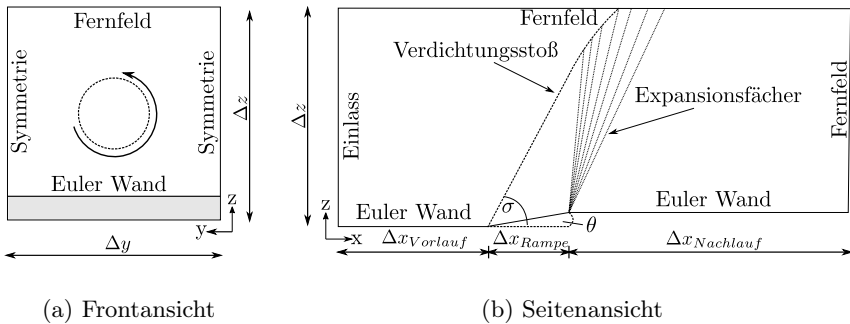
# 5 Interaktion von analytischen Wirbeln mit einem schiefen Verdichtungsstoß

Nachdem im vorherigen Kapitel die Umströmung einer realitätsnahen Geometrie behandelt wurde, wird in diesem Kapitel die Interaktion analytischer Wirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß behandelt. Die Verwendung eines vereinfachten Interaktionsszenarios ermöglicht dabei die genaue Bestimmung und Vorgabe der Parameter der Wirbel-Stoß-Interaktion. Dazu werden zunächst in Abschnitt 5.1 die verwendeten Geometrien, Rechenetze und Strömungsbedingungen vorgestellt. Anschließend werden in Abschnitt 5.2 die Ergebnisse der numerischen Simulationen zur Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion für den Fall einer generischen Rampenströmung präsentiert, bevor schließlich in Abschnitt 5.3 die Resultate der globalen Stabilitätsanalyse der Wirbel-Stoß-Interaktion erläutert werden.

## 5.1 Beschreibung des Testfalls und der Geometrien

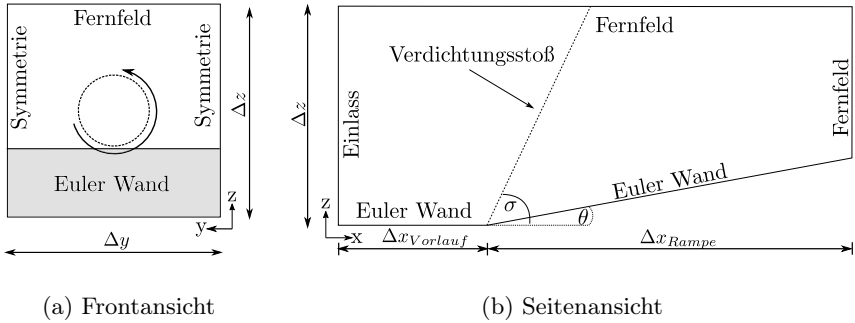
Für die Untersuchungen der Interaktion von generischen Wirbeln mit einem Verdichtungsstoß wird ein vereinfachtes Interaktionsszenario genutzt. Um Störeinflüsse durch einen Wirbelgenerator, wie beispielsweise dessen Nachlauf, zu vermeiden, werden die Wirbel durch eine Modifikation der Einlassrandbedingung in das Rechengebiet eingebracht, wie bereits in Abschnitt 3.3 beschrieben. Ein schiefer Verdichtungsstoß wird durch eine Rampe in Überschallströmung erzeugt. Die Verwendung einer Rampe ist erforderlich, da es mit dem TAU-Code nicht möglich ist, einen freien, also nicht durch die Geometrie fixierten, schiefen Stoß vorzugeben. Im Rahmen dieser Arbeit werden zwei unterschiedliche Rampengeometrien untersucht: zum

einen eine Geometrie mit kurzer Rampe, im Folgenden als RGK (Rampen-Geometrie, kurz) bezeichnet, und zum anderen eine Geometrie bei der die Rampe sich bis zum Ende des Rechengebiets erstreckt, im Folgenden RGL (Rampen-Geometrie, lang) genannt. Die beiden Geometrien weisen dabei jeweils unterschiedliche Stoßstrukturen und unterschiedliche Charakteristiken beim Wirbelplatzen der Längswirbel auf. An der RGK-Geometrie entsteht am stromabgelegenen Ende der Rampe ein Expansionsfächer, weshalb nur direkt über der Rampe tatsächlich ein schiefer Stoß vorliegt. In größerem Abstand von der Rampe ist die Stoßfront dagegen aufgrund der Interaktion mit dem Expansionsfächer gekrümmt. Da die Strömung durch den Expansionsfächer wieder beschleunigt wird, wird die Ausbildung großskaliger instationärer Strukturen verzögert und die Strömung bleibt länger stationär. Aus diesem Grund ist die RGK-Geometrie besser für die Anwendung der globalen Stabilitätsanalyse geeignet als die RGL-Geometrie. Im Gegensatz dazu bildet sich an der RGL-Geometrie tatsächlich ein nahezu idealer schiefer Stoß aus, weshalb es hier auch zur Entstehung großskaliger Strukturen kommen kann. Daher ist die RGL-Geometrie besser zur Untersuchung der großskaligen Strukturen im Nachlauf eines geplatzten Wirbels geeignet. Schematische Darstellungen der beiden Geometrien sind in den Abbildungen 5.1.1 und 5.1.2 zu sehen.



**Abbildung 5.1.1:** Schematische Darstellung der Geometrie mit kurzer Rampe (RGK)

Der grundsätzliche Aufbau beider Geometrien ist sehr ähnlich. Die Geometrien sind in  $y$ -Richtung invariant. Bei beiden Geometrien beginnt die Rampe an einer Position  $x_{Vorlauf}$  stromab des Einlassrandes. Bei der Wahl des genauen Werts dieser Länge müssen zwei gegenläufige Anforderungen erfüllt



**Abbildung 5.1.2:** Schematische Darstellung der Geometrie mit langer Rampe (RGL)

werden. Einerseits soll der durch die Rampe verursachte Verdichtungsstoß nahe des Einlasses sein, um eine zu starke Dissipation des Wirbels zu vermeiden. Zusätzlich können durch ein kurzes  $\Delta x = x_{Vorlauf}$  Gitterpunkte gespart werden. Andererseits muss die Vorlauflänge lang genug sein, um Einflüsse der Einlassrandbedingung auf die Wirbel-Stoß-Interaktion zu vermeiden. Insbesondere im Fall der skalenauflösenden Simulationen ist eine gewisse Vorlauflänge notwendig, um den durch die synthetische Turbulenz erzeugten turbulenten Strukturen Raum zu geben sich zu entwickeln. Die Randbedingungen der Wände stromauf und stromab der Rampe sind als reibungsfreie Eulerwände definiert, um zusätzliche Einflüsse einer Wechselwirkung mit der ansonsten entstehenden Wandgrenzschicht zu vermeiden.

Der maßgebliche Unterschied der beiden Geometrien liegt in der Länge der Rampe  $\Delta x_{Rampe}$ . Im Fall der kurzen Rampe ergibt sie sich aus dem Rampenwinkel  $\theta = 11,5^\circ$  und der Höhe der Rampe  $\Delta z_{Rampe} = 0,75r_0$ , wobei  $r_0 = 20$  mm den Wirbelradius bezeichnet. Stromab der Rampe erstreckt sich das Rechengebiet auf einer Länge von  $\Delta x_{Nachlauf}$  bis zum stromabgelegenen Auslassrand. Im Fall der langen Rampe erstreckt sich die Rampe dagegen bis zum stromabgelegenen Ende des Rechengebiets. Die Ausdehnung des Rechengebiets in  $x$ -Richtung sowie der Rampenwinkel  $\theta$  ist für beide Geometrien identisch. Die Ausdehnung in  $y$ -Richtung,  $\Delta y$ , und  $z$ -Richtung,  $\Delta z$ , wurde derart gewählt, dass im Rahmen einer Voruntersuchung zur Ausdehnung des Rechengebietes eine Beeinflussung der Wirbel-Stoß-Interaktion durch Reflektionen von den Seitenrändern ausgeschlossen werden konnte. Für das finale Gitter ergab sich daraus eine spannweiteige



Ausdehnung von  $\Delta y = 61r_0$  für die RGK-Geometrie, beziehungsweise von  $\Delta y = 50r_0$  für die RGL-Geometrie. Die große Ausdehnung in  $y$ -Richtung ist dabei auf zwei Punkte zurückzuführen: einerseits wurde als spannweitige Randbedingung eine Symmetrieebene vorgegeben, um zu vermeiden, dass Teile der Strömung das Rechengebiet seitlich verlassen, was eine Verformung der Stoßfront zur Folge hätte. Dadurch wurde ein größerer Abstand zur Position des Wirbels notwendig, da kleinste Störungen, anders als an der oberen oder der stromab gelegenen Grenze, das Rechengebiet nicht verlassen konnten und ein Einfluss der von den Symmetrieebenen reflektierten Störungen auf das Wirbelplatzen ausgeschlossen werden sollte. Andererseits wurde hier auch noch zusätzlicher Raum vorgesehen, um mehrere Wirbel nebeneinander positionieren können. Eine Gegenüberstellung der verschiedenen Längen bezogen auf den Wirbelkernradius  $r_0$  für beide Geometrien ist in Tabelle 5.1.1 zu finden.

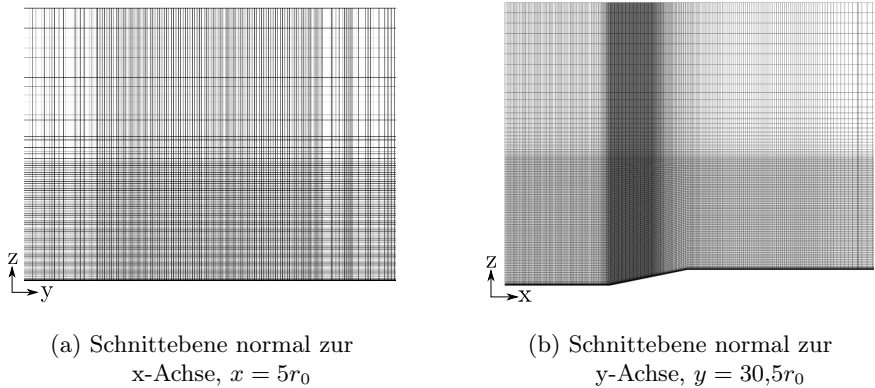
**Tabelle 5.1.1:** Geometrische Abmessungen der Rampengeometrien.

Geometrie	$\Delta x_{\text{Vorlauf}}$	$\Delta x_{\text{Rampe}}$	$\Delta x_{\text{Nachlauf}}$	$\Delta y$	$\Delta z$	$\theta$
RGK	$7,5r_0$	$3,5r_0$	$24r_0$	$61r_0$	$14r_0$	11,5
RGL	$7,5r_0$	$27,5r_0$	-	$50r_0$	$20r_0$	11,5

Die Strömungsbedingungen für die beiden untersuchten Geometrien sind identisch und orientieren sich an den Bedingungen, die von Thomer [129] numerisch untersucht wurden. Die Anströmmachzahl beträgt dabei  $Ma = 1,48$ , wodurch sich für den gewählten Rampenwinkel  $\theta = 11,5^\circ$  ein Stoßwinkel  $\sigma \approx 65^\circ$  ergibt. Zusätzlich werden der Ruhedruck  $p_t = 85 \text{ kPa}$  und die Ruhetemperatur  $T_t = 300 \text{ K}$  vorgegeben. Im Vergleich zu früheren Studien, die häufig auf Basis der Euler-Gleichungen durchgeführt wurden, wurden in dieser Arbeit für die überwiegende Mehrzahl der Simulationen mit generischen Wirbeln die laminaren Navier-Stokes-Gleichungen (LNS) verwendet. Die einzige Ausnahme bilden die in Abschnitt 5.2.4 beschriebenen Untersuchungen zu turbulenten Wirbeln, die auf den RANS-Gleichungen basieren. Die Reynoldszahl bezogen auf den Wirbelradius wurde in Anlehnung an die in Tabelle 4.1.2 genannten Strömungsbedingungen am DLR-F22-Modell zu  $Re_{r_0} = 250\,000$  gesetzt.

### 5.1.1 Gittererzeugung und Netzstudie

In diesem Unterkapitel wird die Gittererzeugung für die Fälle mit analytisch definierten Wirbeln vorgestellt. Da die beiden verwendeten Geometrien qualitativ sehr ähnlich aufgebaut sind, wird das Vorgehen anhand der RGK-Geometrie beschrieben. Das Vorgehen bei der RGL-Geometrie erfolgte anschließend analog. Einstellungen bei der Netzerstellung, die sich zwischen beiden Geometrievarianten unterscheiden, werden am Ende des Unterkapitels aufgeführt. Aufgrund der einfachen Geometrie des Strömungsgebiets konnten vollständig Hexaeder-basierte Rechengitter verwendet werden, wie in Abbildung 5.1.3 gesehen werden kann.



**Abbildung 5.1.3:** Darstellung der Gittertopologie des RGK Modells

Um eine genaue Steuerung der Zellgrößen zu ermöglichen, wurde das Rechengitter in Hauptströmungsrichtung in drei Teilbereiche aufgeteilt: in den Bereich stromauf der Rampe, direkt oberhalb der Rampe und stromab der Rampe. Diese drei Blöcke wurden zusätzlich in z-Richtung ein weiteres Mal geteilt. In y-Richtung wurden die Blöcke nicht geteilt, stattdessen wurde für die Punkteverteilung in y-Richtung ein geometrisches Wachstum von der Mitte des Strömungsgebiet bis zu den Rändern vorgegeben. Die Zellen im Kernbereich des Gitters, in dem später die Wirbel vorgegeben werden, weisen dabei eine höhere räumliche Auflösung auf, mit nahezu isotropen Gitterzellen im Bereich  $0r_0 \leq x \leq 15,0r_0$ ,  $20,5r_0 \leq y \leq 41,0r_0$  und  $0,5r_0 \leq z \leq 6,0r_0$ . Außerhalb dieses Bereichs wuchs die Größe der

Zellen in x-, y- und z-Richtung zu den Rechengebietsgrenzen hin an, vergleiche Abbildung 5.1.3(a). Im Bereich über der Rampe wurde das Netz zudem in x-Richtung zusätzlich verfeinert, um die hier auftretende Wirbel-Stoß-Interaktion besser aufzulösen, vergleiche Abbildung 5.1.3(b). Folgende Wachstumsfaktoren wurden verwendet:  $q_{g,x} = 1,05$ ,  $q_{g,y} = 1,03$  und  $q_{g,z} = 1,1$ . Die minimale Zellhöhe an der Wand betrug für alle Fälle  $5 \cdot 10^{-9} r_0$ , mit einem Wachstumsfaktor in wandnormaler Richtung von 1,25.

Für die Bestimmung der notwendigen Netzauflösung wurde eine Netzkonvergenzstudie mit drei verschiedenen Gittern durchgeführt. Da die Untersuchungen am RGK- und am RGL-Modell bei identischen Strömungsbedingungen und sehr ähnlichen Strömungstopologien durchgeführt werden sollen, wurde die Netzstudie nur für das RGK-Modell durchgeführt. Die dort bestimmten Gittereinstellungen wurden anschließend für das RGL-Modell übernommen. Ausgehend vom größten Gitter wurden die Zellgrößen im Kernbereich des Gitters zweimal halbiert. Die minimale Zellgröße in diesem Bereich wurde dabei von  $0,10r_0$  auf  $0,025r_0$  reduziert. Zu den Rändern des Rechengebiets hin folgte die Punkteverteilung einem geometrischen Wachstum bis hin zu einer maximalen Zellgröße. Die Wachstumsfaktoren in x-, y- und z-Richtung wurden jeweils für alle Gitter konstant gehalten. Die genauen Zellgrößen und die Gesamtpunktzahlen der verschiedenen Gitter sind in Tabelle 5.1.2 zu finden.

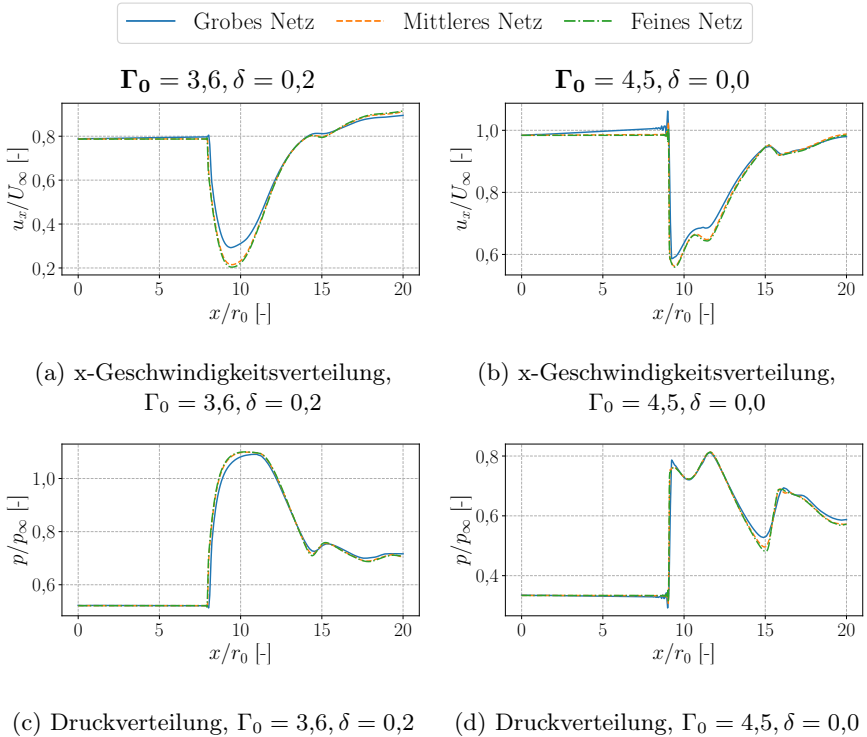
**Tabelle 5.1.2:** Eckdaten der Rechengitter der Netzstudie am RGK Modell

Zellgrößen [ $10r_0$ ] ( $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ )	Grobes Gitter	Mittleres Gitter	Feines Gitter
Kernbereich	$1,00 \cdot 1,00 \cdot 1,0$	$0,50 \cdot 0,50 \cdot 0,5$	$0,25 \cdot 0,25 \cdot 0,25$
Rampe	$0,75 \cdot 1,00 \cdot 1,0$	$0,25 \cdot 0,50 \cdot 0,5$	$0,15 \cdot 0,25 \cdot 0,25$
Nachlauf	$5,00 \cdot 1,00 \cdot 1,0$	$5,00 \cdot 0,50 \cdot 0,5$	$2,50 \cdot 0,25 \cdot 0,25$
Seiten	$1,00 \cdot 8,75 \cdot 1,0$	$0,50 \cdot 8,75 \cdot 0,5$	$0,25 \cdot 8,75 \cdot 0,25$
Gitterpunkte	7 525 000	30 629 340	106 957 452

Im Rahmen der Netzstudie wurden zwei verschiedene Testfälle untersucht. In beiden Fällen wurde die Interaktion eines Erlebacher-Wirbels [27] mit einem schrägen Verdichtungsstoß simuliert. Für den ersten Fall wurde ein Wirbel mit reduzierter Axialgeschwindigkeit im Kern betrachtet,  $\Gamma_0 = 3,6$ ,  $\delta = 0,2$ , im zweiten Fall ein Wirbel mit neutralem Axialgeschwindigkeitsprofil,  $\Gamma_0 = 4,5$ ,  $\delta = 0,0$ . Zur Beurteilung der Netzkonvergenz wurden

die longitudinalen und transversalen Geschwindigkeits- und Druckverteilungen verglichen.

In Abbildung 5.1.4 ist die Entwicklung von Druck und x-Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung dargestellt. Ausgangspunkt ist der vorgegebene Wirbelmittelpunkt am Einlassrand,  $x = 0r_0, y = 31r_0, z = 3,5r_0$ . In allen vier Abbildungen ist deutlich die Stoßposition zu erkennen, die für den Fall  $\Gamma_0 = 3,6, \delta = 0,2$  bei  $x/r_0 \approx 8$  und für den Fall  $\Gamma_0 = 4,5, \delta = 0,0$  bei  $x/r_0 \approx 9$  liegt. Die Ursache der unterschiedlichen Stoßpositionen ist, dass der Verdichtungsstoß in beiden Fällen unterschiedlich stark durch die Wechselwirkung mit dem Wirbel verformt wird. Während alle drei Netze gu-

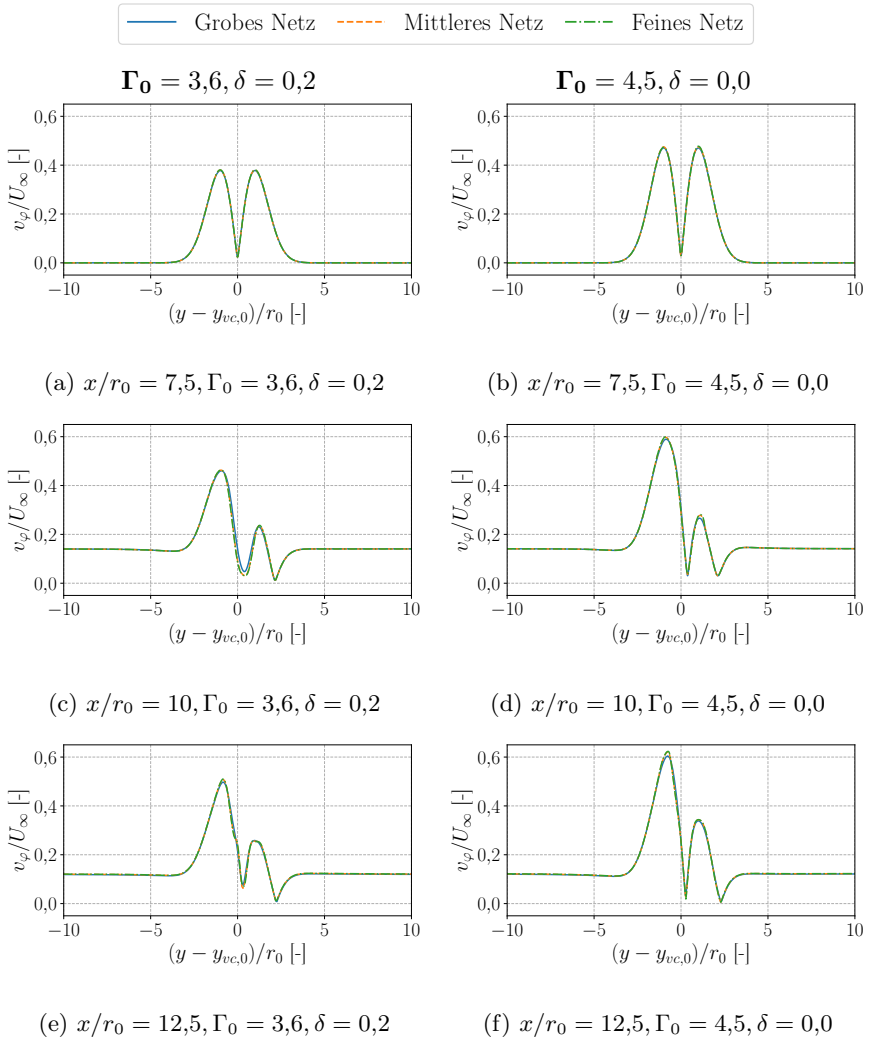


**Abbildung 5.1.4:** Netzeinfluss auf die longitudinale Verteilung der Axialgeschwindigkeit und des Drucks,  $y = y_0, z = z_0$

te Übereinstimmung in Bezug auf die Stoßposition zeigen, treten stromab des Verdichtungsstoßes deutliche Unterschiede zwischen dem groben Gitter einerseits und dem mittleren und feinen Gitter andererseits zutage. Besonders deutlich ist dies im Axialgeschwindigkeitsverlauf in Abbildung 5.1.4(a) zu sehen. Während die Ergebnisse auf dem mittleren und feinen Gitter in sehr guter Übereinstimmung zueinander liegen, weisen die Ergebnisse des groben Gitters eine deutlich erhöhte minimale Axialgeschwindigkeit auf. Für den zweiten Testfall ist zudem ein deutlicher Anstieg der Axialgeschwindigkeit stromauf des Verdichtungsstoßes zu erkennen, vergleiche Abbildung 5.1.4(b), wohingegen die Ergebnisse des mittleren und feinen Gitters hier eine nahezu konstante Geschwindigkeitsverteilung aufweisen. Analog dazu weisen die in Abbildung 5.1.4(c) und 5.1.4(d) dargestellten Druckverteilungen deutliche Unterschiede stromab des Verdichtungsstoßes vor allem zwischen dem groben und den beiden feineren Gittern auf.

In Abbildung 5.1.5 werden die Azimutalgeschwindigkeiten an drei verschiedenen Positionen in x-Richtung verglichen. Die Daten wurden entlang einer parallel zur y-Achse durch den lokalen Wirbelmittelpunkt  $z_{vc}$  verlaufenden Linie extrahiert. Der erste Schnitt befindet sich bei  $x/r_0 = 7,5$ , unmittelbar stromauf des Verdichtungsstoßes, der zweite Schnitt bei  $x/r_0 = 10$ , direkt über der Rampe und der dritte Schnitt bei  $x/r_0 = 12,5$ , unmittelbar stromab der Rampe. Die Geschwindigkeitsprofile aller drei Rechengitter zeigen generell eine gute Übereinstimmung, wobei die größten Abweichungen im Bereich oberhalb der Rampe auftreten, vergleiche Abbildung 5.1.4(c) und 5.1.4(d). Hier treten die stärksten Verzögerungen der Strömung durch die Interaktion mit dem Verdichtungsstoß auf, so dass die korrekte Auflösung der Strömung in diesem Bereich von besonderer Bedeutung ist. Wie jedoch bereits in Abbildung 5.1.4 gezeigt, unterscheiden sich die Ergebnisse des mittleren und feinen Gitters auch hier kaum voneinander.

Basierend auf diesen Ergebnissen wurde das mittlere Rechengitter für die nachfolgenden Simulationen an der RGK-Geometrie ausgewählt. Mit den so definierten Einstellungen wurde zudem ein entsprechendes Rechengitter für die RGL-Geometrie erstellt. Im Vergleich zum Rechengitter der RGK-Geometrie wurde die Höhe des unteren Gitterblocks mit nahezu isotropen Gitterzellen von  $6r_0$  auf  $10r_0$  erhöht, da die Wirbel bei der RGL-Geometrie bei einer höheren z-Position ins Strömungsfeld eingebracht werden. Diese Änderung war notwendig, da an der RGL-Geometrie neben Erlebacher-Wirbeln auch Lamb-Oseen-Wirbel verwendet wurden. Da diese ein langsamer abfallendes Azimutalgeschwindigkeitsprofil aufweisen, wurde durch die



**Abbildung 5.1.5:** Netzeinfluss auf die transversale Verteilung der Azimutalgeschwindigkeit an drei x-Positionen,  $z = z_0$

höhere z-Position die Wechselwirkung mit den Eulerwänden verringert. Da es bei der RGL-Geometrie anders als bei der RGK-Geometrie zur Ausbildung von großskaligen Strukturen infolge des Wirbelplatzens kommt, wurde zudem der Wachstumsfaktor der Gitterzellen in x-Richtung von  $q_{g,x} = 1,05$  auf  $q_{g,x} = 1,02$  gesenkt. Dadurch ergibt sich für die RGL-Geometrie eine Gittergröße von insgesamt 56 064 690 Punkten, verglichen mit 30 629 340 Punkten für die RGK-Geometrie.

## 5.2 Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß

In diesem Unterkapitel werden die Ergebnisse der Untersuchungen zur Wirbel-Stoß-Interaktion an der RGL-Geometrie vorgestellt. Dazu werden zunächst in Abschnitt 5.2.1 die Vorgänge bei der Interaktion eines einzelnen Wirbels mit einem schiefen Verdichtungsstoß analysiert. Anschließend werden in Abschnitt 5.2.2 die Ergebnisse der gleichzeitigen Interaktion mehrerer Wirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß betrachtet. Basierend auf den so gewonnenen Erkenntnissen wird in Abschnitt 5.2.3 ein erweitertes Wirbelplatzkriterium für die Wirbel-Stoß-Interaktion präsentiert, bevor schließlich in Abschnitt 5.2.4 der Einfluss der Turbulenzmodellierung auf die Wirbel-Stoß-Interaktion behandelt wird.

### 5.2.1 Interaktion eines Wirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß

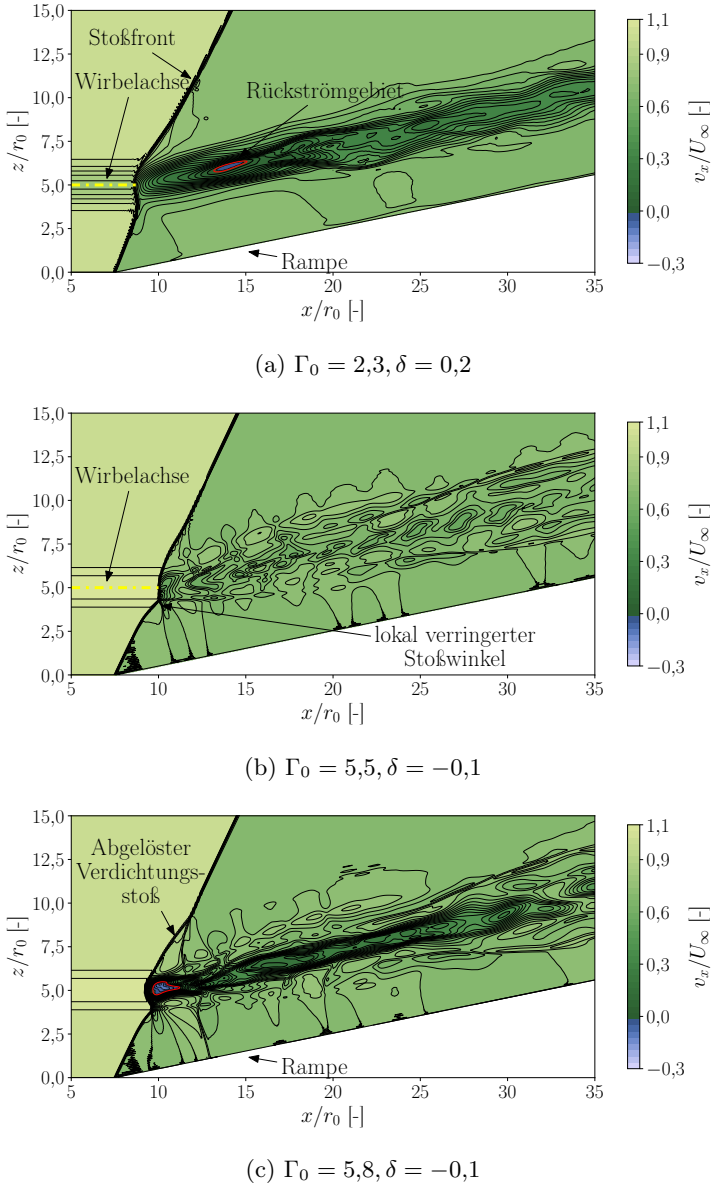
Als Grundlage für die nachfolgenden Untersuchungen wird zunächst die Interaktion eines Einzelwirbels mit einem schiefen Verdichtungsstoß untersucht. Wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, wird der Wirbel durch eine Modifikation der Einlassrandbedingung ins Strömungsfeld eingebracht. Im laminaren Fall haben die beiden verwendeten Wirbelmodelle je drei freie Parameter: die Zirkulation  $\Gamma_0$ , das axiale Geschwindigkeitsdefizit  $\delta$  und den Wirbelkernradius  $r_0$ . Um den Parameterraum einzugrenzen wird der Radius  $r_0 = 0,02$  m konstant gehalten, während das axiale Geschwindigkeitsdefizit systematisch im Wertebereich zwischen  $-0,1 \leq \delta \leq 0,2$  variiert wird. Anschließend wird die Zirkulation  $\Gamma_0$  bei jeweils konstantem  $\delta$  so lange erhöht, bis Wirbelplatzen auftritt. Da der Lamb-Oseen-Wirbel ein in radialer

Richtung langsam abfallendes Geschwindigkeitsprofil aufweist, nimmt die Interaktion des Lamb-Oseen-Wirbels mit den als Eulerwänden definierten Randbedingungen des Vorlaufbereichs und der Rampe mit steigendem  $\Gamma_0$  zu. Für die Fälle mit  $\Gamma_0 > 4,0$  wird daher ausschließlich das Wirbelmodell von Erlebacher verwendet.

Durch die Interaktion mit dem Wirbel kommt es dabei zu einer Verformung der Stoßfront im Einflussbereich des Wirbels, was in Abbildung 5.2.1 beispielhaft für drei verschiedene Wirbel anhand der x-Geschwindigkeitskomponente in einer y-normalen Schnittebene entlang der Wirbelachse dargestellt ist. Im Fall eines Wirbels mit Nachlaufprofil,  $\delta > 0$ , beult sich der Verdichtungsstoß aufgrund des reduzierten Drucks im Wirbelkern in Stromaufrichtung aus, siehe Abbildung 5.2.1(a). Für den Fall eines Wirbels mit Strahlprofil oder bei gleichförmiger Axialgeschwindigkeit im Wirbelkern,  $\delta \leq 0$ , wird die Stoßfront stattdessen in Stromabrichtung eingedellt, siehe Abbildung 5.2.1(b). Diese Beobachtung lässt sich anhand des in Gleichung 2.1.3 beschriebenen Zusammenhangs zwischen Stoßwinkel, Umlenkwinkel und Vorstoßmachzahl erklären. Demnach führt bei konstantem Umlenkwinkel eine Erhöhung der Machzahl zu einer Reduktion des Stoßwinkels, beziehungsweise eine Reduktion der Machzahl zu einer Erhöhung des Stoßwinkels. Für den Fall der Wirbel mit Strahlprofil liegt im Wirbelkern eine höhere Machzahl als in der Umgebungsströmung vor, so dass der Stoßwinkel lokal verringert wird. Da zudem weiterhin ein reduzierter Druck im Wirbelkern vorliegt, bildet sich auf der Wirbelachse wieder ein nahezu senkrechter Verdichtungsstoß aus. Falls die Zirkulation des Wirbels noch weiter erhöht wird, ergibt sich schließlich auch im Fall eines Wirbels mit Strahlprofil eine in Stromaufrichtung ausgebeulte Stoßfront, wie in Abbildung 5.2.1(c) gezeigt wird. Wird für ein gegebenes  $\delta$  ein kritischer Wert  $\Gamma_{0,krit}$ , beziehungsweise für einen gegebenen  $\Gamma_0$  ein kritischer Wert  $\delta_{krit}$  überschritten, kommt es auf der Wirbelachse zur Ausbildung eines nahezu senkrechten Verdichtungsstoßes und dadurch zu einem stärkeren Druckanstieg als bei einem schiefen Verdichtungsstoß. Wenn der axiale Impulsfluss im Bereich des Wirbelkerns zu gering ist, um den Druckanstieg zu überwinden, bildet sich stromab des Verdichtungsstoßes ein Rückströmgebiet im Wirbelkern aus, siehe Abbildung 5.2.1(a). Der axiale Impulsfluss wird dabei durch eine Verringerung der Axialgeschwindigkeit oder durch eine Erhöhung der Umfangsgeschwindigkeit, und die damit verbundene Reduktion des Drucks im Wirbelkern, reduziert, weshalb eine Erhöhung von  $\delta$  oder  $\Gamma_0$  destabilisierend auf den Wirbel wirkt.

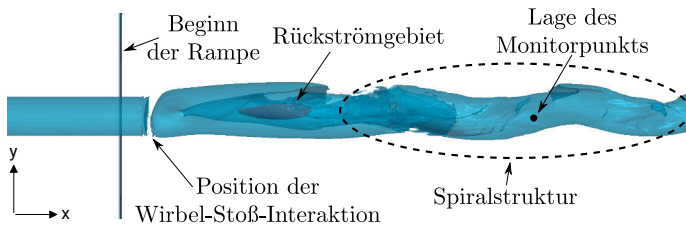


## 5.2 Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß

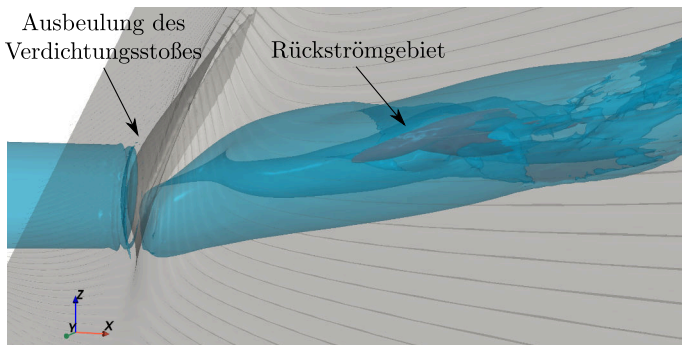


**Abbildung 5.2.1:** Verteilung der x-Geschwindigkeit bei der Wirbel-Stoß-Interaktion für Erlebacher-Wirbel mit Nachlauf- bzw. Strahlprofil, Rückströmgebiet rot umrandet,  $y = 20r_0$

Für einen Wirbel mit Nachlaufprofil,  $\Gamma_0 = 2,3$ ,  $\delta = 0,2$ , wird die Strömungstopologie der Wirbel-Stoß-Interaktion in Abbildung 5.2.2 beispielhaft anhand von Isoflächen visualisiert. Der Wirbel selbst wird dabei durch eine blaue Isofläche des Q-Kriteriums dargestellt,  $Q_D^* = 0,1$  und das Rückströmgebiet im Wirbelkern durch eine rote Isofläche,  $v_x = -0,1$  m/s. Zusätzlich wird die Stoßfront durch eine graue Isofläche der zweiten Ableitung der Dichte in Strömungsrichtung visualisiert,  $\frac{d^2\rho}{dn^2} = 0$ , entsprechend dem Verfahren von Pagendarm und Seitz [90]. Der Vektor  $\vec{n}$  bezeichnet hierbei die lokale Strömungsrichtung. Stromab des Rückströmgebiets bildet sich die charakteristische Spiralstruktur des Wirbelplatzens vom Spiral-Typ aus, wie der Abbildung 5.2.2(a) entnommen werden kann. Die zuvor erwähnte



(a) Gesamtansicht des Wirbels, Stoßfront ausgeblendet

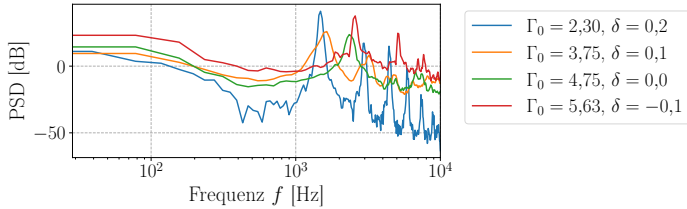


(b) Detailansicht der Wirbel-Stoß-Interaktion

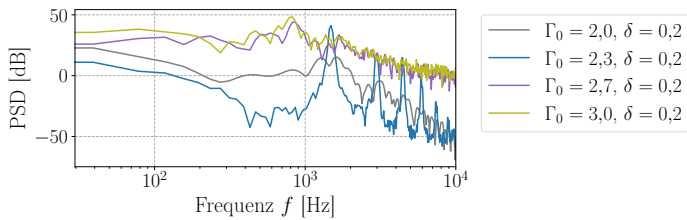
**Abbildung 5.2.2:** Visualisierung der Wirbel-Stoß-Interaktion durch Isoflächen für  $Q_D^* = 0,1$  (blau),  $v_x = -0,1$  m/s (rot) und  $\frac{d^2\rho}{dn^2} = 0$  (grau),  $\Gamma_0 = 2,3$ ,  $\delta = 0,2$

## 5.2 Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß

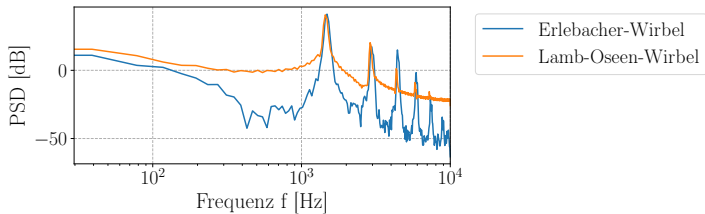
Ausbeulung des Verdichtungsstoßes durch die Interaktion mit dem Wirbel ist in Abbildung 5.2.2(b) dargestellt. Die Spiralstruktur stromab des Rückströmgebiets rotiert dabei mit einer konstanten Frequenz, wie anhand des Leistungsdichtespektrums der Druckfluktuationen innerhalb des Wirbels nachvollzogen werden kann, siehe Abbildung 5.2.3(a).



(a) Einfluss der Wirbelparameter  $\Gamma_0$  und  $\delta$ , Erlebacher-Wirbel



(b) Einfluss der Zirkulation  $\Gamma_0$ ,  $\delta = 0,2$ , Erlebacher-Wirbel



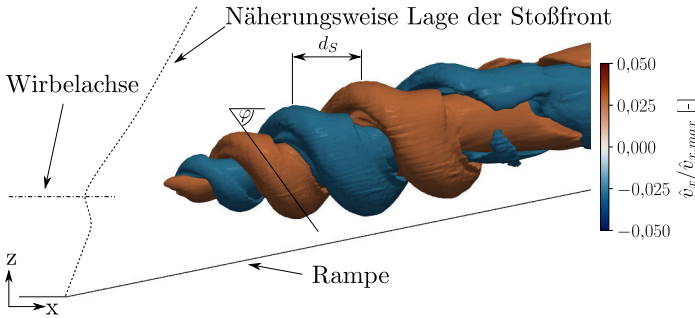
(c) Vergleich von Erlebacher- und Lamb-Oseen-Wirbel,  $\Gamma_0 = 2,3$ ,  $\delta = 0,2$

**Abbildung 5.2.3:** Leistungsdichtespektren der Druckfluktuationen im Wirbel stromab des Rückströmgebiets

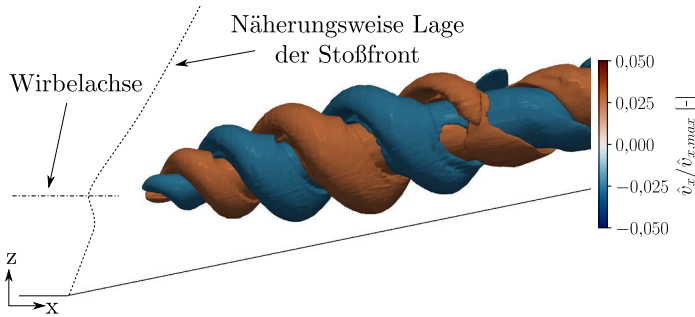
Die Lage des Monitorpunkts, der als eine Art Drucksensor in der Strömung fungiert und den Druck für jeden Zeitschritt aufzeichnet, ist in Abbildung 5.2.2(a) eingezeichnet. In Abbildung 5.2.3(a) wird die Abhängigkeit der Frequenz der Druckfluktuationen von den Wirbelparametern  $\Gamma_0$  und  $\delta$  gezeigt, wobei beide Parameter gleichzeitig variiert wurden, um in der Nähe der Wirbelplatzgrenze zu bleiben. Es ist zu erkennen, dass die Frequenz der Druckfluktuationen mit steigender Zirkulation, also steigender Umfangsgeschwindigkeit, und abnehmendem Geschwindigkeitsdefizit des Wirbels leicht anwächst. Wenn die Zirkulation des Wirbels nach Auftreten des Wirbelplatzens noch weiter erhöht wird, während das Geschwindigkeitsdefizit konstant gehalten wird, wächst das Rückströmgebiet weiter an und die dominante Frequenz im Nachlauf des Rückströmgebiets sinkt wieder, wie in Abbildung 5.2.3(b) gesehen werden kann. Dies ist dadurch zu erklären, dass es ab einer kritischen Größe des Rückströmgebiets nicht mehr zur Ausbildung einer Spiralstruktur kommt. Stattdessen kommt es zu einem Übergang zu einem Wirbelplatzen vom Blasen-Typ, wodurch die Frequenz der Druckschwankungen absinkt. Ein Vergleich zwischen den dominanten Frequenzen der beiden im Rahmen der Arbeit untersuchten Wirbelmodelle, dem Erlebacher-Wirbel und dem Lamb-Oseen-Wirbel, ist in Abbildung 5.2.3(c) zu finden. Für den Fall  $\Gamma_0 = 2,3$ ,  $\delta = 0,2$  ist dabei eine sehr gute Übereinstimmung der dominanten Frequenzen zwischen den Ergebnissen der beiden Wirbelmodelle zu beobachten. Dies lässt sich dadurch erklären, dass beide Wirbelmodelle innerhalb des Wirbelkerns identische Geschwindigkeitsprofile aufweisen, wie bereits in Kapitel 3.3 in Abbildung 3.3.1 gezeigt wurde.

In Hinblick auf die Tatsache, dass im Rahmen von Kapitel 5 unterschiedliche Aspekte der Wirbel-Stoß-Interaktion anhand unterschiedlicher Wirbelmodelle untersucht werden, ist es von Interesse zu analysieren, ob das Wirbelplatzen von beiden Modellen überhaupt vergleichbar ist. Aufgrund des instationären Charakters des Spiralwirbelplatzens werden daher mittels *Dynamic Mode Decomposition* (DMD) die dominanten Moden der instationären Strömung bestimmt. Als Testfall wird der Fall  $\Gamma_0 = 2,3$ ,  $\delta = 0,2$  gewählt, da hier beide Wirbelmodelle Wirbelplatzen bei identischen Wirbelparametern aufweisen und zudem auch die jeweils dominanten Frequenzen nahezu identisch sind. Ausgangspunkt der DMD sind je 50 Schnappschüsse des Strömungsfelds mit einem konstanten zeitlichen Abstand von  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$  s. Als Ergebnis liefert die DMD eine Zerlegung der Strömung in einzelne Moden, die Informationen über die zeitliche Entwicklung der Strömung liefern. Stark fluktuierende Bereiche der Strömung werden dabei durch hohe Amplituden der DMD-Moden gekennzeichnet, während Berei-

che mit geringer zeitlicher Variation niedrige Amplituden aufweisen. Die dominante DMD-Mode der x-Geschwindigkeitskomponente, die der dominanten Frequenz in Abbildung 5.2.3(c) zugeordnet werden kann, ist in Abbildung 5.2.4 für beide verwendeten Wirbelmodelle abgebildet. Die räumliche Struktur der Mode wird dabei durch zwei Isoflächen  $\hat{v}_x/\hat{v}_{x,max} = \pm 0,025$  visualisiert, ist spiralförmig und auf den Bereich stromab des Rückströmgebiets der Grundströmung begrenzt. Stromauf des Rückströmgebiets liegt eine nahezu stationäre Strömung vor, so dass die Amplituden der DMD-Mode nahe 0 liegen. Die räumliche Struktur der DMD-Moden weist dabei



(a) Erlebacher-Wirbel



(b) Lamb-Oseen-Wirbel

**Abbildung 5.2.4:** Vergleich der dominanten DMD-Mode der x-Geschwindigkeit zwischen Erlebacher- und Lamb-Oseen-Wirbel, Visualisierung durch zwei Isoflächen  $\hat{v}_x/\hat{v}_{x,max} = \pm 0,025$ ,  $\Gamma_0 = 2,3$ ,  $\delta = 0,2$

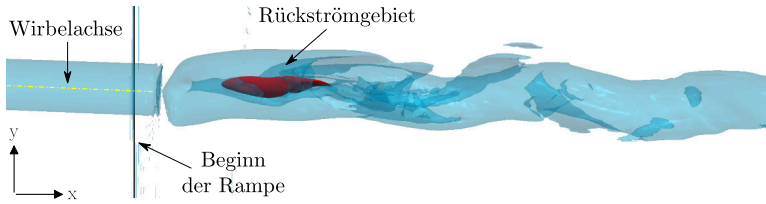
eine gute Übereinstimmung zwischen beiden Wirbelmodellen auf, insbesondere sind der Spiralwinkel  $\varphi$  und die Steigung der Spirale  $d_S$  nahezu identisch, was dafür spricht, dass das Wirbelplätzen für beide Wirbelmodelle miteinander vergleichbar ist.

## 5.2.2 Interaktion mehrerer Wirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß

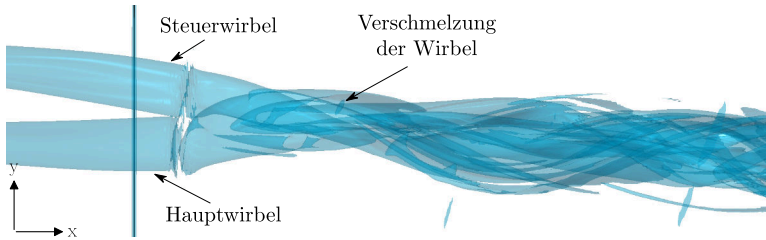
In diesem Abschnitt wird die gleichzeitige Interaktion mehrerer parallel zueinander angeordneter Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß analysiert. Dazu werden jeweils zwei Wirbel am Einströmrand des Rechengebiets vorgegeben, die im Folgenden als Hauptwirbel (HW) und Steuerwirbel (SW) bezeichnet werden. Diese Situation ist angelehnt an die Strömungsbedingungen der in Kapitel 4 behandelten Mehrfachdeltakonfiguration, speziell in Bezug auf die Wechselwirkung zwischen Vorkörper- und Strakewirbel. Der Zweck des Steuerwirbels ist, den Hauptwirbel durch die Wirbel-Wirbel-Interaktion entweder zu stabilisieren oder zu destabilisieren. Basierend auf den in Abschnitt 5.2.1 präsentierten Ergebnissen zur Interaktion einzelner Wirbel mit einem Verdichtungsstoß werden die Wirbelparameter  $\Gamma_{0,HW}$  und  $\delta_{HW}$  des Hauptwirbels so gewählt, dass gerade Wirbelplätzen vorliegt. Die Wirbelparameter des Steuerwirbels  $\Gamma_{0,SW}$  und  $\delta_{SW}$  werden dagegen so gewählt, dass bei betragsmäßig identischer Zirkulation,  $|\Gamma_{0,SW}| = \Gamma_{0,HW}$  kein Wirbelplätzen des SW auftritt, was dadurch erreicht wird, dass  $\delta_{SW} = 0,0$  gesetzt wird. Da der Erlebacher-Wirbel aufgrund seines exponentiell abfallenden Azimutalgeschwindigkeitsprofils für die Untersuchung der Wirbel-Wirbel-Interaktion ungeeignet ist, wird in diesem Abschnitt ausschließlich der Lamb-Oseen-Wirbel verwendet.

Die Strömungstopologien für drei beispielhafte Fälle sind in Abbildung 5.2.5 anhand der Isoflächen für  $Q_D^* = 0,1$  (blau) und  $v_x = -0,1$  m/s (rot) visualisiert. Abbildung 5.2.5(a) zeigt dabei die Interaktion eines einzelnen Lamb-Oseen-Wirbels mit einem schiefen Verdichtungsstoß für den Fall  $\Gamma_{0,HW} = 2,3$ ,  $\delta_{HW} = 0,2$ . Wie bereits in Abschnitt 5.2.1 gezeigt, bildet sich auch hier ein deutlich erkennbares Rückströmgebiet im Wirbelkern stromab des Verdichtungsstoßes aus, gefolgt von einer klar erkennbaren Spiralstruktur des geplatzten Wirbels. Deutlich zu erkennen ist auch die Verschiebung der Wirbelachse in negative y-Richtung mit zunehmender Lauflänge des Wirbels, verursacht durch die Interaktion des Lamb-Oseen-Wirbels mit den als Eulerwänden definierten Randbedingungen des Vorlaufs und der

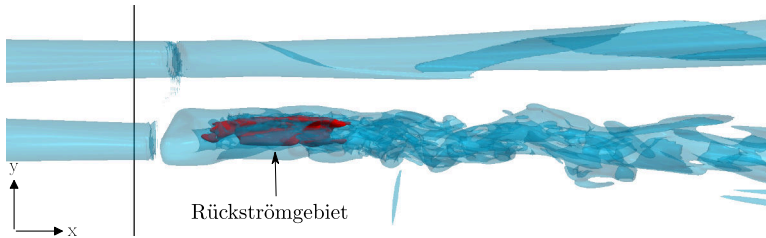
## 5.2 Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß



(a) Einzelner Lamb-Oseen-Wirbel



(b) Zwei gleichsinnig drehende Lamb-Oseen-Wirbel,  $\Delta y = 3r_0$



(c) Zwei gegensinnig drehende Lamb-Oseen-Wirbel,  $\Delta y = 3r_0$

**Abbildung 5.2.5:** Visualisierung der gleichzeitigen Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion durch Isoflächen für  $Q_D^* = 0,1$  (blau) und  $v_x = -0,1 \text{ m/s}$  (rot),  $\Gamma_{0,HW} = 2,3$ ,  $\delta_{HW} = 0,2$ ,  $\Gamma_{0,SW} = \pm\Gamma_{0,HW}$ ,  $\delta_{SW} = 0,0$

Rampe. Die Wechselwirkung mit der Wand wirkt dabei wie die Wechselwirkung mit einem Spiegelwirbel, also einem gegensinnig drehenden Wirbel mit betragsmäßig gleicher Zirkulation unterhalb der Eulerwand. Dieser Ef-

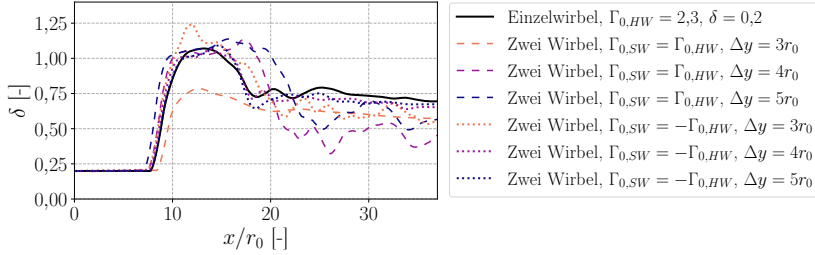
fekt wächst mit zunehmendem  $\Gamma_0$  an und kann die Wirbel-Stoß-Interaktion beeinflussen, weswegen das Lamb-Oseen-Wirbelmodell im Rahmen dieser lediglich für Fälle mit  $\Gamma_0 \leq 4,0$  verwendet wurde. In diesem Wertebereich wurde kein nennenswerter Einfluss der Verschiebung der Wirbelachse beobachtet. In den Abbildungen 5.2.5(b) und 5.2.5(c) wird die gleichzeitige Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion zwischen gleichsinnig, beziehungsweise gegensinnig drehenden Lamb-Oseen-Wirbeln betragsmäßig gleicher Zirkulation  $\Gamma_0$  dargestellt. Im Fall der gleichsinnig drehenden Wirbel, siehe Abbildung 5.2.5(b), kommt es dabei zu einer Verschmelzung der Wirbel, wodurch die Ausbildung des Rückströmgebiets, und damit das Wirbelplatzen, unterdrückt wird. Der resultierende kombinierte Wirbel weist dabei eine höhere Zirkulation, aber auch ein verringertes Geschwindigkeitsdefizit im Kern auf, wodurch er in Summe stabiler ist als der Ausgangswirbel. Im Fall der gegensinnig drehenden Wirbel, siehe Abbildung 5.2.5(c), ist dagegen keine ausgeprägte Interaktion zwischen den Wirbeln zu beobachten. Es kommt weiterhin zu Wirbelplatzen, lediglich die Spiralstruktur des geplatzen Wirbels ist aufgrund der Nähe des Steuerwirbels weniger stark ausgeprägt.

Für einen besseren Überblick über den Einfluss des Steuerwirbels wird in Abbildung 5.2.6 der Verlauf des axialen Geschwindigkeitsdefizits des Hauptwirbels in Abhängigkeit von Drehsinn und Abstand der Wirbel zueinander für zwei verschiedene Hauptwirbel präsentiert. Die Steuerwirbel weisen dabei jeweils eine betragsmäßig identische Zirkulation wie die Hauptwirbel auf, das Geschwindigkeitsdefizit beträgt allerdings in beiden Fällen  $\delta_{SW} = 0,0$ . Der Fall gleichsinnig drehender Wirbel wird dabei durch gestrichelte Linien, der Fall gegensinnig drehender Wirbel durch gepunktete Linien markiert, während die Farbe der Linien den Abstand der Wirbel zueinander repräsentiert. Der qualitative Verlauf der Kurven ist dabei immer ähnlich: Stromauf der Rampe,  $x \leq 7,5$ , ist die Geschwindigkeit konstant. Durch die Interaktion mit dem Verdichtungsstoß wird die Strömung verzögert, wodurch es zu einem abrupten Anstieg von  $\delta$  kommt, wobei für  $\delta > 1$  ein Rückströmgebiet im Wirbelkern existiert. Mit zunehmendem Abstand vom Verdichtungsstoß steigt die Axialgeschwindigkeit im Wirbelkern schließlich langsam wieder an. Als Maß für die stabilisierende oder destabilisierende Wirkung des Steuerwirbels werden die Ausdehnung des Rückströmgebiets, so es existiert, sowie das maximale Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern genutzt. Eine stabilisierende Wirkung ist dann gegeben, wenn das Rückströmgebiet kleiner und das maximale Geschwindigkeitsdefizit niedriger als im Fall mit nur einem Wirbel sind. Die drei in Abbildung 5.2.5 vorgestellten

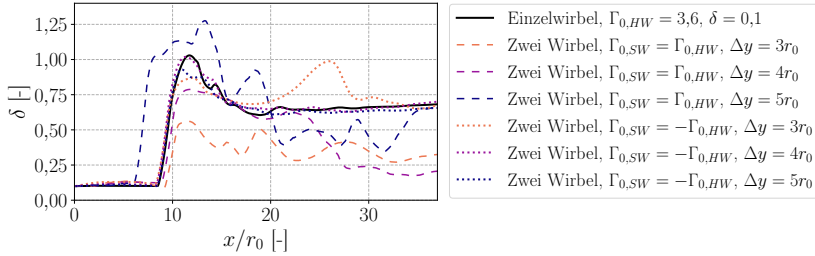


## 5.2 Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß

Fälle sind dabei in Abbildung 5.2.6(a) in schwarz und orange eingezeichnet. Für  $\delta_{HW} = 0,2$  wird nur für den Fall gleichsinnig drehender Wirbel mit sehr geringem Abstand der Wirbel,  $\Delta y = 3r_0$ , eine stabilisierende Wirkung des Steuerwirbels erzielt, erkennbar an der Reduktion des maximalen axialen Geschwindigkeitsdefizits im Wirbelkern. Für alle anderen Fälle ergibt sich keine oder sogar eine destabilisierende Wirkung des Steuerwirbels auf den Hauptwirbel.



(a)  $\Gamma_{0,HW} = 2,3$ ,  $\delta_{HW} = 0,2$

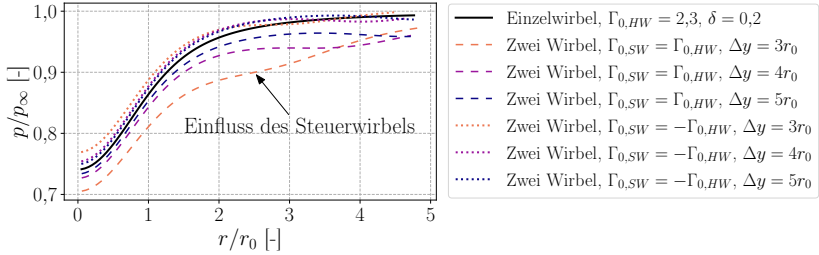


(b)  $\Gamma_{0,HW} = 3,6$ ,  $\delta_{HW} = 0,1$

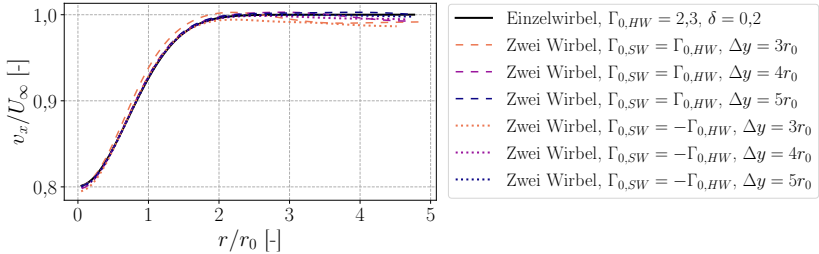
**Abbildung 5.2.6:** Einfluss des Drehsinns und des Abstands des Steuerwirbels auf das axiale Geschwindigkeitsdefizit  $\delta$  des Hauptwirbels

Für den zweiten untersuchten Fall mit höherer Axialgeschwindigkeit im Wirbelkern,  $\delta_{HW} = 0,1$ , zeigt sich dagegen ein etwas differenzierteres Bild in Abbildung 5.2.6(b). Für gegensinnig drehende Wirbel wird eine leicht stabilisierende Wirkung für sehr eng beieinander liegende Wirbel beobachtet und kein nennenswerter Effekt für weiter auseinander liegende Wirbel,

$\Delta y \geq 4r_0$ . Für gleichsinnig drehende Wirbel ergibt sich für  $\Delta y \leq 4r_0$  eine stabilisierende Wirkung, und für  $\Delta y = 5r_0$  ein deutlich destabilisierender Einfluss, wobei auch der Verdichtungsstoß stärker ausgebeult wird als im Fall des Einzelwirbels, erkennbar an der Verschiebung der Stoßposition in Stromaufrichtung in Abbildung 5.2.6(b). Die Ursache hierfür ist, dass die Stabilität des Hauptwirbels durch zwei gegensätzliche Effekte beeinflusst wird. Zum einen kommt es durch die Überlagerung der Geschwindigkeitsfelder der beiden Wirbel zu einer Reduktion des Drucks im Wirbelkern für gleichsinnig drehende Wirbel, beziehungsweise zu einem Druckanstieg für gegensinnig drehende Wirbel im Vergleich zum Fall mit nur einem Wirbel. Dies kann in Abbildung 5.2.7(a) gesehen werden, in der das radial gemittelte Druckfeld im HW bei  $x = 5r_0$  für verschiedene Kombinationen von HW und SW dargestellt wird. Gleichzeitig bleibt die Axialgeschwindigkeit



(a) Radial gemitteltes Druckprofil



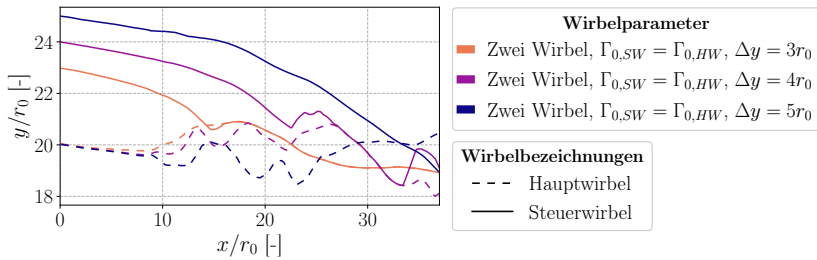
(b) Radial gemitteltes Axialgeschwindigkeitsprofil

**Abbildung 5.2.7:** Einfluss des Drehsinns und des Abstands des Steuerwirbels auf die radial gemittelten Druck- und Axialgeschwindigkeitsprofile des Hauptwirbels,  $x = 5r_0$ ,  $\Gamma_{0,HW} = 2,3$ ,  $\delta_{HW} = 0,2$

## 5.2 Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß

keit im Wirbelkern nahezu unbeeinflusst, wie anhand des radial gemittelten Axialgeschwindigkeitsprofil in Abbildung 5.2.7(b) gezeigt wird. Daher kommt es im Vergleich zum Fall mit nur einem Wirbel zu einer Reduktion des axialen Impulsflusses des Hauptwirbels für gleichsinnig drehende Wirbel, was eine destabilisierende Wirkung in Hinblick auf das Wirbelplatzen durch die Wirbel-Stoß-Interaktion hat. Der Einfluss des Steuerwirbels ist dabei umso größer, je näher die beiden Wirbel beieinander liegen.

Gleichzeitig kommt es bei eng beieinander liegenden, gleichsinnig rotierenden Wirbeln jedoch auch zur Verschmelzung der Wirbel, wie beispielsweise in Abbildung 5.2.5(b) gezeigt wird. Der resultierende kombinierte Wirbel ist dabei stabiler gegenüber Wirbelplatzen als der ursprüngliche Hauptwirbel, was in Abbildung 5.2.6 deutlich an einem geringeren axialen Geschwindigkeitsdefizit auf der Wirbelachse stromab des Verdichtungsstoßes zu erkennen ist. In den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Fällen kommt es für gleichsinnig drehende Wirbel immer zur Verschmelzung der Wirbel. Aufgrund der Interaktion der Wirbel miteinander, und mit den Eulerwänden des Vorlaufbereichs und der Rampe, bewegen sich die Wirbel aufeinander zu. Der kritische Abstand, ab dem es zur Verschmelzung der Wirbel kommt, wird daher zwangsläufig irgendwann unterschritten, wie in Abbildung 5.2.8 anhand der  $y$ -Position der Wirbelachsen gezeigt wird. Je höher die Zirkulation der beteiligten Wirbel und je geringer der ursprüngliche Abstand der Wirbel zueinander ist, desto schneller bewegen sich die Wirbel aufeinander zu.



**Abbildung 5.2.8:** Verlauf der  $y$ -Position der Wirbelachsen für die Interaktion gleichsinnig rotierender Wirbel für unterschiedliche Abstände zwischen den Wirbeln,  $\Gamma_{0,HW} = 2,3$ ,  $\delta_{HW} = 0,2$

Eine stabilisierende Wirkung ist jedoch nur dann zu beobachten, wenn die Verschmelzung beginnt, bevor der Hauptwirbel platzt. Dadurch kommt es

zum Austausch von Wirbelstärke vom Steuer- hin zum Hauptwirbel, wodurch der Hauptwirbel stabilisiert wird. Eine gleichzeitige destabilisierende Wirkung auf den Steuerwirbel wurde für die berücksichtigten Fälle nicht beobachtet. Wenn die beiden Wirbel zum Zeitpunkt der Interaktion mit dem Verdichtungsstoß noch zu weit voneinander entfernt sind, um miteinander zu verschmelzen, kann es dagegen durch die destabilisierende Wirkung des reduzierten Drucks im Wirbelkern des Hauptwirbels zu früherem oder stärker ausgeprägtem Wirbelplatzen kommen. Ein Beispiel dafür ist der Fall gleichsinnig drehender Wirbel mit  $\Delta y = 5r_0$  in Abbildung 5.2.6(b), bei dem es zur Ausbildung eines, im Vergleich zum Fall des Einzelwirbels, deutlich ausgeprägteren Rückströmgebiets und einer Verschiebung der Stoßfront in Stromaufrichtung kommt.

### 5.2.3 Kriterium für Wirbelplatzen durch die Interaktion mit einem schiefen Verdichtungsstoß

Basierend auf den Ergebnissen der vorherigen beiden Abschnitte soll in diesem Abschnitt ein überarbeitetes Wirbelplatzkriterium, oder kurz Platzkriterium, für die Interaktion eines oder mehrerer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß vorgestellt werden. Wie bereits in Abschnitt 2.1.2 erwähnt, gibt es in der Literatur verschiedene Platzkriterien für die Interaktion eines einzelnen Wirbels mit einem schiefen Verdichtungsstoß. Im Folgenden werden die Kriterien von Thomer [129] und von Hiejima [46] kurz vorgestellt. Während Thomers Kriterium sich anhand der eindimensionalen Impulsgleichung motivieren lässt, hat Hiejimas Kriterium eher empirischen Charakter und wird auch von Hiejima selbst nicht näher begründet. Es hat sich jedoch im Vergleich mit experimentellen und numerischen Vergleichsdaten bewährt. Laut Thomer tritt Wirbelplatzen infolge einer Wirbel-Stoß-Interaktion auf, wenn der Druck im Fernfeld stromab des Verdichtungsstoßes größer ist als die Summe aus Druck und axialem Impulsfluss auf der Wirbelachse stromauf des Verdichtungsstoßes,

$$\frac{p_{1,Achse}}{p_{1,\infty}} + \frac{\rho_{1,Achse} \cdot v_{z,1,Achse}^2}{p_{1,\infty}} < \frac{p_{2,\infty}}{p_{1,\infty}} \quad (5.2.1)$$

Die Indizes 1 und 2 bezeichnen dabei jeweils die Bedingungen stromauf, beziehungsweise stromab des Verdichtungsstoßes. Im Gegensatz dazu tritt Wirbelplatzen laut Hiejima dann auf, wenn die Druckdifferenz  $\Delta P = (p_{2,\infty} - p_{2,Achse}) - (p_{1,\infty} - p_{1,Achse})$  größer ist als die kinetische

Energie der Strömung stromab des Verdichtungsstoßes,

$$(p_{2,\infty} - p_{2,Achse}) - (p_{1,\infty} - p_{1,Achse}) > \frac{1}{2} \rho_{2,\infty} \cdot v_{z,2,\infty}^2. \quad (5.2.2)$$

Dadurch wird im Gegensatz zum Kriterium von Thomer auch der Zustand auf der Wirbelachse stromab des Verdichtungsstoßes berücksichtigt und nicht nur der Fernfeldzustand. Der Druck stromab des Verdichtungsstoßes wird sowohl bei Thomer als auch bei Hiejima entsprechend den Stoßbeziehungen für einen schiefen Stoß mit Stoßwinkel  $\sigma$  berechnet,

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (Ma_1^2 \sin^2(\sigma) - 1). \quad (5.2.3)$$

Bei der Anwendung dieser Kriterien auf die aktuellen Ergebnisse zeigen sich jedoch deutliche Abweichungen zwischen den Ergebnissen der numerischen Simulationen der aktuellen Arbeit und den Vorhersagen der Kriterien. Thomers Kriterium sagt insbesondere für niedrige Werte von  $\delta$  deutlich zu früh Wirbelplatzen voraus, während das Kriterium von Hiejima für den gesamten hier untersuchten Wertebereich kein Wirbelplatzen vorhersagt. Eine mögliche Erklärung ist, dass beide Autoren deutlich höhere Anströmmachzahlen untersucht haben als die aktuelle Arbeit: bei Thomer  $Ma = 3,00 - 5,00$  und bei Hiejima  $Ma = 2,00 - 4,00$ , im Vergleich zu  $Ma = 1,48$  in der aktuellen Arbeit. Durch die höheren Anströmmachzahlen ist auch der Drucksprung über den schiefen Verdichtungsstoß und damit der destabilisierende Effekt auf den Wirbel größer.

Durch eine Kombination der Überlegungen der beiden genannten Kriterien ist es jedoch möglich, eine deutlich bessere Übereinstimmung mit den numerischen Ergebnissen der aktuellen Arbeit zu erzielen. Das neue Kriterium baut dabei auf dem Kriterium von Hiejima auf, allerdings wird nicht die kinetische Energie stromab des Verdichtungsstoßes als maßgeblich angesehen, sondern stattdessen die kinetische Energie auf der Wirbelachse stromauf des Verdichtungsstoßes. Der Hintergrund der Änderung ist die Überlegung, dass die kinetische Energie stromauf des Verdichtungsstoßes ein geeigneteres Maß für die Fähigkeit des Wirbels, den Drucksprung über den Verdichtungsstoß zu überwinden, ist. Eine zweite Anpassung betrifft die Berechnung des Drucks  $p_{2,Achse}$  auf der Wirbelachse stromab des Verdichtungsstoßes, die bei Hiejima entsprechend Gleichung 5.2.3, also unter Annahme eines schiefen Stoßes auf der Wirbelachse, durchgeführt wird. Sowohl die in den Abschnitten 5.2.1 und 5.2.2 gezeigten Ergebnisse als auch

numerische und experimentelle Ergebnisse aus der Literatur [55, 73] zeigen jedoch, dass sich im Fall des Wirbelplatzens ein nahezu senkrechter Verdichtungsstoß auf der Wirbelachse ausbildet. Daher wird der Druck  $p_{2,Achse}$  im aktuellen Fall entsprechend der Beziehung für die Druckänderung über einen senkrechten Verdichtungsstoß berechnet:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(Ma_1^2 - 1). \quad (5.2.4)$$

Der Fernfelddruck stromab des Verdichtungsstoßes  $p_{2,\infty}$  wird weiterhin entsprechend Gleichung 5.2.3 berechnet. Mit diesen Änderungen erhält man ein Platzkriterium, das nur von den Bedingungen stromauf des Verdichtungsstoßes und dem Stoßwinkel abhängt:

$$(p_{2,\infty} - p_{2,Achse}) - (p_{1,\infty} - p_{1,Achse}) > \frac{1}{2}\varrho_{1,Achse} \cdot v_{z,1,Achse}^2, \quad (5.2.5)$$

mit

$$p_{2,\infty} = p_{1,\infty} \left(1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(Ma_{1,\infty}^2 \sin^2(\sigma) - 1)\right), \quad (5.2.6)$$

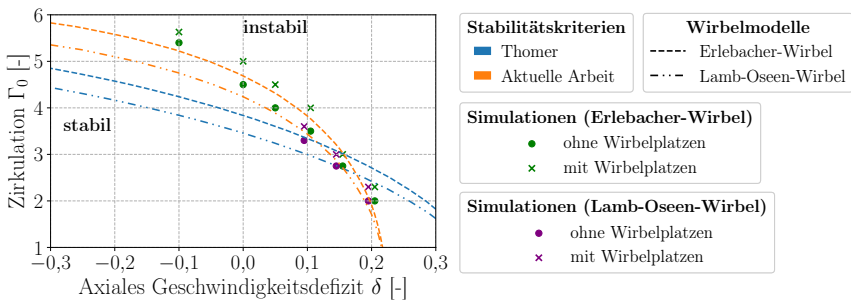
$$p_{2,Achse} = p_{1,Achse} \left(1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(Ma_{1,Achse}^2 - 1)\right). \quad (5.2.7)$$

In Abbildung 5.2.9 ist ein Vergleich zwischen dem Platzkriterium von Thomer und dem in Gleichung 5.2.5 definierten neuen Platzkriterium abgebildet. Für beide Kriterien sind die Platzgrenzen für Erlebacher- und Lamb-Oseen-Wirbel für die Interaktion mit einem schiefen Verdichtungsstoß bei  $Ma = 1,48$  in Abhängigkeit der Wirbelparameter  $\Gamma_0$  und  $\delta$  dargestellt. Zusätzlich sind die numerischen Ergebnisse der Interaktion eines einzelnen Erlebacher-Wirbels (in grün), beziehungsweise eines einzelnen Lamb-Oseen-Wirbels (in lila), mit dem Verdichtungsstoß eingezeichnet. Für die Fälle, bei denen Daten für beide Wirbelmodelle vorliegen, wurden die zugehörigen Markierungen leicht versetzt in die Abbildung eingezeichnet. Die Simulationen fanden jedoch für beide Wirbelmodelle jeweils bei den gleichen Werten des Geschwindigkeitsdefizits statt. Das Platzkriterium von Hiejima sagt im untersuchten Parameterraum nie Wirbelplatzens voraus und ist daher nicht eingezeichnet. Für die Berechnung der eingehenden Variablen,  $p_{1,Achse}$ ,  $\varrho_{1,Achse}$ ,  $Ma_{1,Achse}$  und  $v_{z,1,Achse}$ , wird dasselbe Verfahren wie zur Berechnung der Einlassrandbedingung genutzt, siehe Abschnitt 3.3: die Geschwindigkeits-, Dichte- und Druckverteilungen werden analytisch mit

## 5.2 Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß

Hilfe eines Poisson-Lösers berechnet, so dass für die Bestimmung der Platzgrenzen keine Strömungssimulationen notwendig sind.

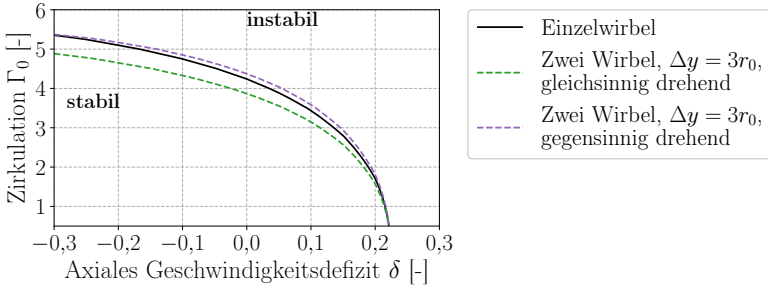
Wie bereits erwähnt zeigt sich beim Vergleich der numerischen Ergebnisse des Erlebacher-Wirbels mit den Vorhersagen der beiden Wirbelkriterien, dass das Wirbelkriterium von Thomer für  $\delta < 0,1$  deutlich zu frühes Wirbelplatzen vorhersagt, während das neue Platzkriterium eine deutlich bessere Übereinstimmung mit den Ergebnissen der numerischen Simulationen erzielt. Beide Kriterien sagen ein früheres Wirbelplatzen des Lamb-Oseen-Wirbels verglichen mit dem Erlebacher-Wirbel voraus, was auf den geringeren Druck im Wirbelkern des Lamb-Oseen-Wirbels zurückzuführen ist, vergleiche Abbildung 3.3.1(c). Interessanterweise fällt die Platzgrenze für Erlebacher- und Lamb-Oseen-Wirbel bei  $\delta \approx 0,2$  zusammen, was sich auch mit den in Abschnitt 5.2.1 gezeigten Ergebnissen der numerischen Simulationen deckt.



**Abbildung 5.2.9:** Vergleich des Platzkriteriums von Thomer [129] mit dem Platzkriterium der aktuellen Arbeit für Erlebacher- und Lamb-Oseen-Wirbel,  $Ma = 1,48, \sigma \approx 65^\circ$

Das Platzkriterium lässt sich prinzipiell auch auf die in Abschnitt 5.2.2 präsentierte Interaktion mehrerer Wirbel mit einem Verdichtungsstoß anwenden, wie in Abbildung 5.2.10 für den Fall zweier Lamb-Oseen-Wirbel mit einem Abstand  $\Delta y = 3r_0$  gezeigt wird. Da das Platzkriterium jedoch nur auf wenigen charakteristischen Größen der Wirbelströmung basiert, kann die stabilisierende Wirkung der Verschmelzung der Wirbel nicht berücksichtigt werden. Nichtsdestotrotz ergibt sich eine gute qualitative Übereinstimmung mit den Beobachtungen aus Abschnitt 5.2.2. Sowohl der geringe stabilisierende Einfluss gegenseitig drehender Wirbel, der in Abbildung 5.2.6(b)

gezeigt wurde, als auch der destabilisierende Einfluss gleichsinnig drehender Wirbel vor der Verschmelzung wird qualitativ korrekt vorhergesagt. Zudem wird deutlich, dass die Interaktion gegensinnig drehender Wirbel generell einen geringeren Einfluss auf die Wirbel-Stoß-Interaktion hat als die Interaktion gleichsinnig drehender Wirbel.

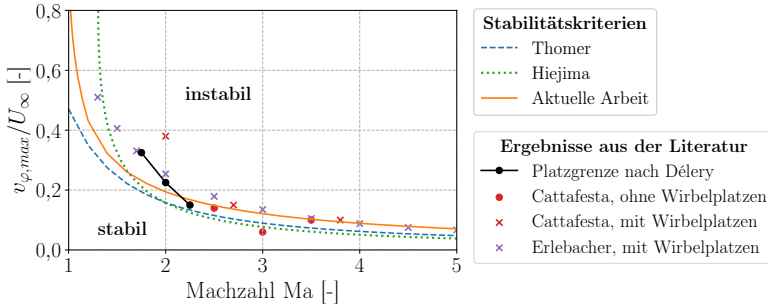


**Abbildung 5.2.10:** Vergleich der Wirbelplatzgrenze für die gleichzeitige Wirbel-Stoß-Interaktion zweier Lamb-Oseen-Wirbel,  $Ma = 1,48, \sigma \approx 65^\circ, \Delta y = 3r_0$

Zur Validierung des neu definierten Platzkriteriums wird in Abbildung 5.2.11 ein Vergleich der Vorhersagen der verschiedenen Wirbelplatzkriterien mit experimentellen Ergebnissen aus der Literatur angestellt. Da es für die Interaktion eines Wirbels mit einem schiefen Stoß nur wenige geeignete Vergleichsdaten gibt, werden die Platzkriterien stattdessen auf die Interaktion eines Erlebacher-Wirbels mit neutralem Geschwindigkeitsprofil im Wirbelkern,  $\delta = 0$ , mit einem senkrechten Verdichtungsstoß,  $\sigma = 90^\circ$ , angewandt. Die größten Abweichungen zwischen den einzelnen Platzkriterien treten für  $Ma < 2$  auf, wobei Thomers Kriterium am frühesten Wirbelplätzen vorhersagt und Hiejimas Kriterium am spätesten. Insbesondere sagt Hiejimas Kriterium für  $Ma < 1,4$  nie Wirbelplätzen vorher. Für  $Ma > 2$  fallen die Platzgrenzen der Kriterien von Thomer und Hiejima nahezu zusammen, während das Kriterium der aktuellen Arbeit durchweg Wirbelplätzen erst bei etwas höheren Werten von  $v_\varphi/U_\infty$  vorhersagt. Beim Vergleich mit den Daten von Cattafesta [12] und Erlebacher [27] zeigt sich jedoch insbesondere für hohe Machzahlen eine bessere Übereinstimmung mit der Platzgrenze des neuen Kriteriums als mit denen von Thomer und Hiejima. Für  $Ma < 2$  weisen alle drei Kriterien größere Abweichungen zu den Vergleichsergebnissen aus der



Literatur auf, der Verlauf der Platzgrenze wird jedoch zumindest qualitativ korrekt wiedergegeben.

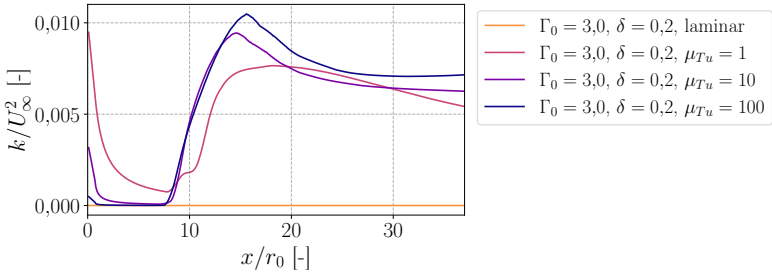


**Abbildung 5.2.11:** Vergleich verschiedener Platzkriterien für die Interaktion zwischen einem Erlebacher-Wirbel und einem senkrechten Verdichtungsstoß mit Ergebnissen von Délyery [17], Cattafesta [12] und Erlebacher [27]

### 5.2.4 Interaktion turbulenter Wirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß

Alle bisher in diesem Kapitel gezeigten Ergebnisse der Interaktion generischer Wirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß basierten auf der Annahme laminarer Strömung, während für die Untersuchungen am DLR-F22-Modell in Kapitel 4 eine turbulente Strömung angenommen wurde. Um den Einfluss der Turbulenz auf die Vorhersage der Wirbel-Stoß-Interaktion zu beurteilen, wird daher in diesem Abschnitt die Interaktion eines turbulenten Erlebacher-Wirbels mit einem schiefen Verdichtungsstoß untersucht. Wie bei den Untersuchungen am DLR-F22-Modell wird dazu das klassische Menter-SST-Turbulenzmodell verwendet. Zur Berechnung der Einlass-Randbedingung für die turbulente kinetische Energie (TKE)  $k$  und die spezifische turbulente Dissipationsrate  $\omega$  wird ein Turbulenzgrad der Strömung von  $Tu = 0,001$  verwendet, was dem Standard von TAU für das Fernfeld entspricht, während der Skalierungsparameter der TKE zu  $\alpha_{Tu} = 0,01$  gesetzt wird. Der Skalierungsfaktor der turbulenten Dissipationsrate wird anschließend im Wertebereich  $1 \leq \mu_{Tu} \leq 100$  variiert. Der am Einlassrand vorgegebene Wirbel entspricht einem freien Längs-

wirbel, so dass keine Turbulenzproduktion vorliegt. In diesem Fall nimmt die am Einlassrand vorgegebene TKE rapide ab, wobei die Rate der Abnahme mit zunehmender turbulenter Dissipationsrate steigt, wie in Abbildung 5.2.12 zu sehen ist. Dort wird die Entwicklung der turbulenten kinetischen Energie auf der Wirbelachse für unterschiedliche Werte von  $\mu_{Tu}$  verglichen. Alle drei gezeigten turbulenten Wirbel zeigen einen rapiden Abfall der turbulenten kinetischen Energie im Bereich  $x/r_0 < 7,5$  vor der Rampe. Für die Fälle mit  $\mu_{Tu} = 10$  und  $\mu_{Tu} = 100$  sinkt die TKE bis auf  $k/U_{infty}^2 \approx 0$  ab, so dass unmittelbar vor dem Stoß nahezu laminare Bedingungen im Wirbelkern vorliegen. Durch die Interaktion mit dem Verdichtungsstoß kommt es dann zu einem deutlichen Anstieg der TKE im Wirbelkern.

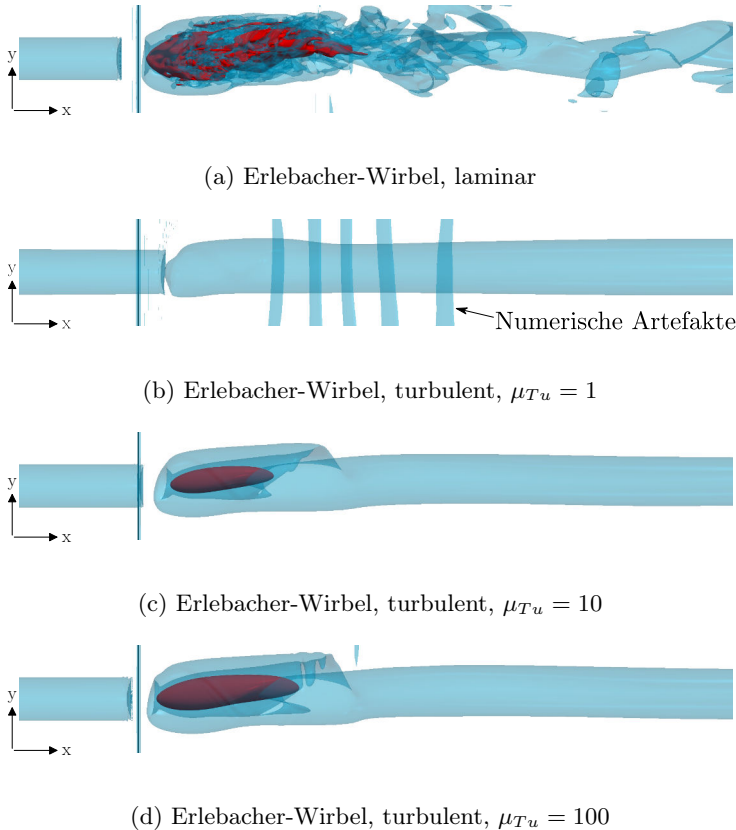


**Abbildung 5.2.12:** Entwicklung der turbulenten kinetischen Energie auf der Wirbelachse für verschiedene Dissipationsraten, Erlebacher-Wirbel,  $\Gamma_0 = 3,0$ ,  $\delta = 0,2$ ,  $Tu = 0,001$ ,  $\alpha_{Tu} = 0,01$

Der Grad an TKE im Wirbelkern hat dabei deutliche Auswirkungen auf die resultierende Wirbel-Stoß-Interaktion. In Abbildung 5.2.13 sind die Strömungstopologien der vier verschiedenen Fälle anhand von Isoflächen des Q-Kriteriums  $Q_D^* = 0,1$  (blau) und der Axialgeschwindigkeit  $v_x = -0,1$  m/s (rot) visualisiert. Für den laminaren Fall ergibt sich für die gewählten Wirbelparameter ein deutlich geplatzter Wirbel mit stark ausgeprägtem Rückströmgebiet stromab des Verdichtungsstoßes, während der turbulente Wirbel mit  $\mu_{Tu} = 1$  nur eine schwache Interaktion mit dem Verdichtungsstoß, im Sinne der Definition aus Abschnitt 2.1.2, zeigt. Insbesondere kommt es also nicht zur Ausbildung eines Rückströmgebiets und damit nicht zu Wirbelplatzen. Erst durch eine Erhöhung der turbulenten Dissipationsrate und die damit verbundene Verringerung der TKE im Wirbel stromauf des Stoßes kommt es auch in den turbulenten

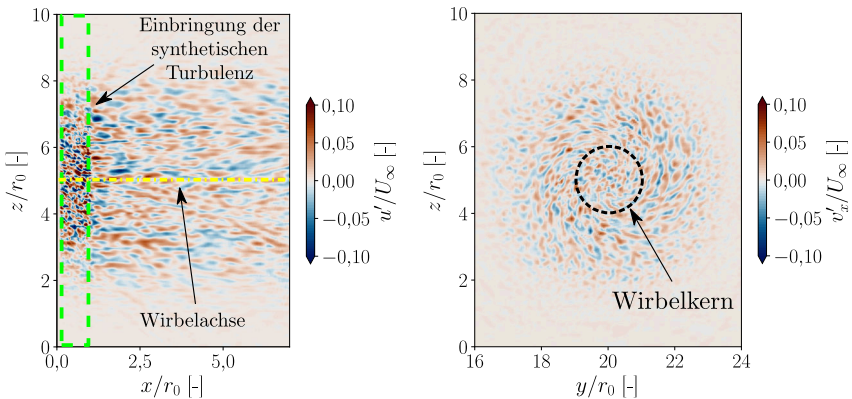
## 5.2 Interaktion generischer Längswirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß

Simulationen zur Ausbildung eines Rückströmgebiets im Wirbelkern, in Übereinstimmung mit Ergebnissen von Thomer [129], der ebenfalls einen maßgeblichen Einfluss der turbulenten Größen auf die Entwicklung des Wirbelplatzens beobachtet hat. Aufgrund der hohen Werte der TKE im Wirbelkern und der dadurch erhöhten turbulenten Viskosität stromab des Verdichtungsstoßes bildet sich im Gegensatz zu den laminaren Simulationen jedoch keine Spiralstruktur stromab des Verdichtungsstoßes.



**Abbildung 5.2.13:** Visualisierung der turbulenten Wirbel-Stoß-Interaktion für unterschiedliche Werte von  $\mu_{Tu}$  durch Isoflächen für  $Q_D^* = 0,1$  (blau) und  $v_x = -0,1$  m/s (rot),  $\Gamma_0 = 3,0$ ,  $\delta = 0,2$ ,  $Tu = 0,001$ ,  $\alpha_{Tu} = 0,01$

Aufgrund der deutlichen Abweichungen in Bezug auf das Wirbelplatzen zwischen den laminaren und den turbulenten Simulationen auf Basis der klassischen URANS-Simulationen wurde für einen Fall,  $\Gamma_0 = 3,0, \delta = 0,2, \mu_{Tu} = 10$ , zusätzlich eine skalenauflösende IDDES durchgeführt. Wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben, werden die turbulenten Fluktuationen auf Basis der aus der existierenden URANS-Simulation extrahierten Referenzgrößen vorgegeben. Eine beispielhafte Darstellung der so erzeugten Fluktuationen wird in Abbildung 5.2.14 gezeigt. Die Fluktuationen der synthetischen Turbulenz werden in einem kleinen Bereich stromab des Einlassrandes eingebracht, in Abbildung 5.2.14(a) grün umrandet. Stromab des Gebiets der synthetischen Turbulenz fallen die Amplituden der Fluktuationen deutlich ab und es bilden sich kohärente turbulente Strukturen. Durch die Interaktion mit dem Verdichtungsstoß kommt es, wie auch in der zugrundeliegenden URANS-Simulation, zur Ausbildung eines Rückströmgebiets stromab des Verdichtungsstoßes.



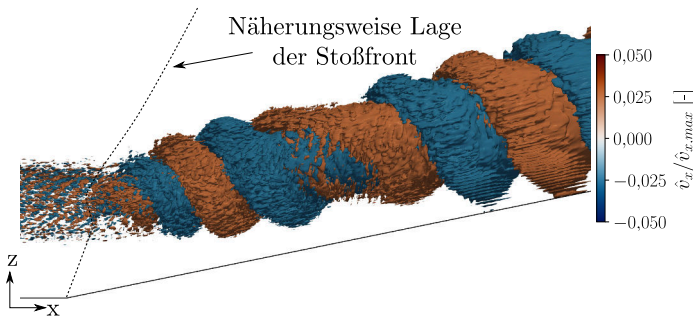
(a) Schnittbene  $y = 20r_0$

(b) Schnittbene  $x = 5r_0$

**Abbildung 5.2.14:** Fluktuationen der synthetischen Turbulenz, x-Geschwindigkeitskomponente,  $\Gamma_0 = 3,0, \delta = 0,2, Tu = 0,001, \alpha_{Tu} = 0,01, \mu_{Tu} = 10$

Im Gegensatz zu den URANS-Ergebnissen bildet sich allerdings, wie auch in den laminaren Simulationen, eine ausgeprägte Spiralstruktur aus. Dies kann anhand der in Abbildung 5.2.15 gezeigten Isoflächen der dominanten

ten DMD-Mode gesehen werden. Die Struktur der DMD-Mode weist große Ähnlichkeit mit den DMD-Moden der laminaren Wirbel in Abbildung 5.2.4 auf. Aufgrund des hohen Rechenaufwands der skalenauflösenden Simulationen war keine Parameterstudie möglich. Die gezeigten Ergebnisse sprechen jedoch dafür, dass für eine korrekte Wiedergabe der turbulenten Wirbel-Stoß-Interaktion skalenauflösende Verfahren notwendig sind, da zumindest das hier untersuchte Zwei-Gleichungsturbulenzmodell  $k-\omega$  SST das Wirbelplatzen infolge der Wirbel-Stoß-Interaktion nicht korrekt wiedergeben konnte.



**Abbildung 5.2.15:** Darstellung der dominanten DMD-Mode der x-Geschwindigkeitskomponente der IDDES, Visualisierung durch Isoflächen  $\hat{v}_x / \hat{v}_{x,max} = \pm 0,025$ ,  $\Gamma_0 = 3,0$ ,  $\delta = 0,2$ ,  $Tu = 0,001$ ,  $\alpha_{Tu} = 0,01$ ,  $\mu_{Tu} = 10$

## 5.3 Globale Stabilitätsanalyse der Wirbel-Stoß-Interaktion

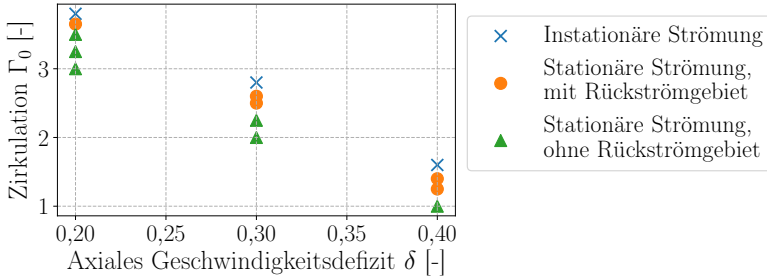
In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der globalen Stabilitätsanalyse der Wirbel-Stoß-Interaktion an der Rampengeometrie mit kurzer Rampe (RGK) behandelt. Dazu werden zunächst in Abschnitt 5.3.1 die Grundströmungsberechnungen vorgestellt und analysiert, bevor dann in Abschnitt 5.3.2 die eigentlichen Ergebnisse der globalen Stabilitätsanalyse behandelt werden. Auszüge dieser Arbeiten wurden bereits in [142] veröffentlicht.

### 5.3.1 Ergebnisse der Grundströmungsberechnungen

Das in Abschnitt 3.5 vorgestellte Verfahren zur globalen Stabilitätsanalyse der Wirbel-Stoß-Interaktion benötigt als Grundlage eine konvergierte, stationäre Strömungslösung. Damit durch die Stabilitätsanalyse überhaupt zeitlich angefachte Instabilitäten gefunden werden können, muss zudem ein Strömungszustand vorliegen, der kurz vor dem Umschlag zu einer instationären Strömung steht. Hierbei wird der Umstand genutzt, dass bei Verwendung des stationären Lösungsverfahrens des TAU-Codes kleinste instationäre Schwankungen stark genug gedämpft werden, um noch eine stationär konvergierte Lösung zu erhalten. Wird dieselbe Rechnung anschließend instationär weitergerechnet, können sich diese Schwankungen entwickeln, wie später in Abbildung 5.3.4 gezeigt wird. In einem ersten Schritt wurde daher eine Parameterstudie zur Identifikation geeigneter stationärer Strömungszustände durchgeführt. Da im vorliegenden Fall die Anströmmachzahl und der Stoßwinkel, und damit die Stoßstärke, konstant gehalten wurden, blieben nur die freien Parameter der in Abschnitt 3.3 vorgestellten Wirbelmodelle, die Zirkulation  $\Gamma_0$  und das axiale Geschwindigkeitsdefizit  $\delta = 1 - \frac{v_{z, Achse}}{U_\infty}$ , als Parameter zur Beeinflussung der Wirbelstabilität übrig. Als Wirbelmodell wurde der Erlebacher-Wirbel gewählt, um Interaktionen des Wirbels mit den Randbedingungen zu vermeiden. Für alle Simulationen wurde eine konstante Wirbellage am Einlassrand genutzt,  $x_0 = 0r_0, y_0 = 30,5r_0, z_0 = 3,5r_0$ . Der Wirbelradius am Einlass,  $r_0 = 20$  mm, wurde ebenfalls konstant gehalten.

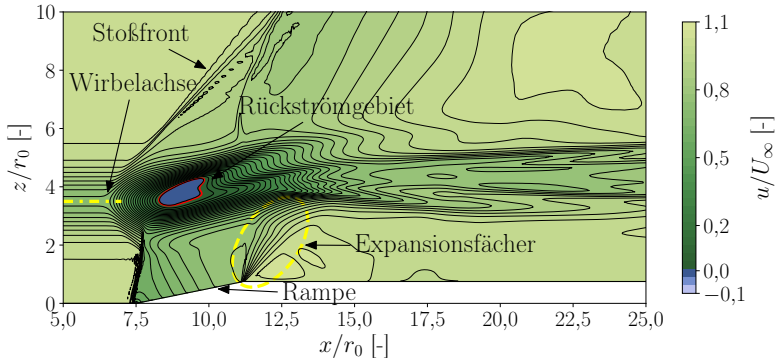
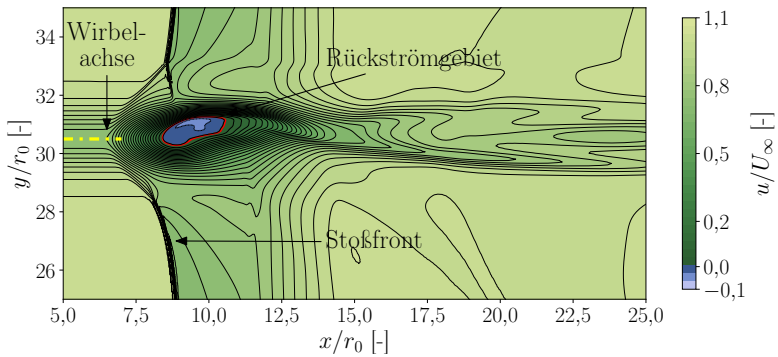
Im Rahmen der Parameterstudie wurden drei verschiedene Werte für das Geschwindigkeitsdefizit betrachtet,  $\delta = 0,2$  und  $0,3$  und  $0,4$ . Anschließend wurde für konstante Werte von  $\delta$  sukzessive die Zirkulation  $\Gamma_0$  des Wirbels erhöht bis Wirbelplatzen beobachtet wurde. In Abhängigkeit von  $\delta$  und  $\Gamma_0$  können dabei drei verschiedene Strömungszustände unterschieden werden. Bei geringer Zirkulation bildet sich zunächst eine stationäre Strömung aus, bei der der Wirbel nur eine schwache Wechselwirkung mit dem Verdichtungsstoß zeigt, es also nicht zu Wirbelplatzen kommt. Durch die Erhöhung der Zirkulation wird der Wirbel destabilisiert, wodurch es ab einem kritischen Wert  $\Gamma_{0, krit}$  zum Wirbelplatzen durch die Wirbel-Stoß-Interaktion kommt und sich ein Rückströmgebiet auf der Wirbelachse stromab des Verdichtungsstoßes bildet, wobei die Strömung zunächst noch stationär bleibt. Eine weitere Erhöhung der Zirkulation resultiert schließlich in einer instationären Strömung. In Abbildung 5.3.1 wird eine Übersicht über den Strömungszustand in Abhängigkeit des axialen Geschwindigkeitsdefizits und der

Zirkulation gegeben. Es ist deutlich zu erkennen, dass mit abnehmendem Geschwindigkeitsdefizit, also mit zunehmender Geschwindigkeit im Wirbelkern, eine Zunahme der kritischen Zirkulation  $\Gamma_{0,krit}$ , ab der es zu Wirbelplatzen kommt, einhergeht. Dies deckt sich mit Ergebnissen aus der Literatur [46, 129].



**Abbildung 5.3.1:** Einfluss des axialen Geschwindigkeitsdefizits und der Zirkulation auf die Stabilität der Wirbel-Stoß-Interaktion,  $Ma = 1,48$

Als Grundströmung für die globale Stabilitätsanalyse sind insbesondere die Fälle interessant, in denen bereits ein Rückströmgebiet im Wirbelkern existiert, da diese sich besonders nahe an der Stabilitätsgrenze befinden, ab der die Strömung instationär wird. Die grundsätzliche Strömungstopologie für diese Fälle ist dabei für alle untersuchten Testfälle qualitativ ähnlich und wird im Folgenden anhand des in Abbildung 5.3.2 gezeigten Falles  $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$  erläutert. Wie schon in Abschnitt 5.2 für die RGL-Geometrie gesehen, bildet sich an der Rampe eine starke Stoßfront, die sich durch die Interaktion mit dem Wirbel in Stromaufrichtung ausbeult. Stromab des Verdichtungsstoßes bildet sich ein Rückströmgebiet im Wirbelkern, das in seiner Ausdehnung jedoch auf den Bereich unmittelbar über der Rampe beschränkt ist, vergleiche Abbildung 5.3.2(a). Das Rückströmgebiet ist dabei nicht symmetrisch zur Wirbelachse geformt, sondern leicht in positive  $y$ -Richtung verschoben, wie in Abbildung 5.3.2(b) gesehen werden kann. Im Gegensatz zur Umströmung der RGL-Geometrie bildet sich an der RGK-Geometrie aufgrund der endlichen Länge der Rampe ein Expansionsfächer an deren stromabgelegenem Ende, siehe Abbildung 5.3.2(a). Daher existiert nur im Bereich direkt über der Rampe ein idealer schiefer Stoß, der ab einem gewissen Abstand von der Rampe durch die Interaktion mit dem Expansionsfächer in der  $x$ - $z$ -Ebene gekrümmt wird.


 (a) Schnittebene  $y = 30,5r_0$ 

 (b) Schnittebene  $z = 3,75r_0$ 

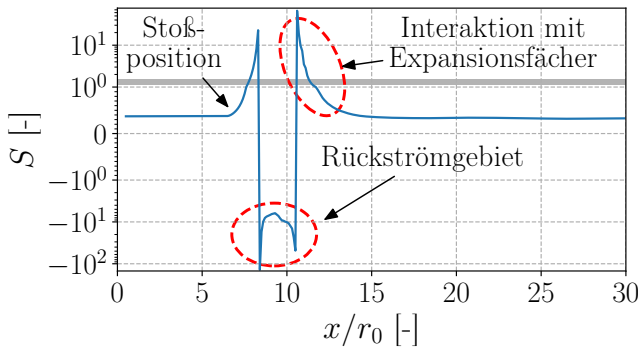
**Abbildung 5.3.2:** Verteilung der  $x$ -Geschwindigkeit, Rückströmgebiet rot umrandet,  $Ma = 1,48$ ,  $\Gamma_0 = 2,70$ ,  $\delta = 0,3$

Dadurch nimmt die Stoßstärke mit zunehmendem Abstand zur Rampe ab, weswegen der Wirbel an einer niedrigeren Position ins Strömungsfeld eingebracht wird als im Fall der RGL-Geometrie. Aufgrund der Ausrichtung der Wirbelachse zum Expansionsfächer wird zudem maßgeblich die Axialgeschwindigkeit im Wirbel erhöht, was eine stabilisierende Wirkung auf den Wirbel hat und dazu führt, dass das Rückströmgebiet auf den Bereich unmittelbar über der Rampe beschränkt ist. Dadurch wird außerdem die Aus-



bildung großskaliger instationärer Strukturen, wie sie beim Wirbelplatzen vom Spiral-Typ vorkommen, im Vergleich zur RGL-Geometrie verzögert, so dass die Strömung länger stationär bleibt. Aus diesem Grund ist die RGK-Geometrie besser für die Anwendung der globalen Stabilitätsanalyse geeignet als die RGL-Geometrie.

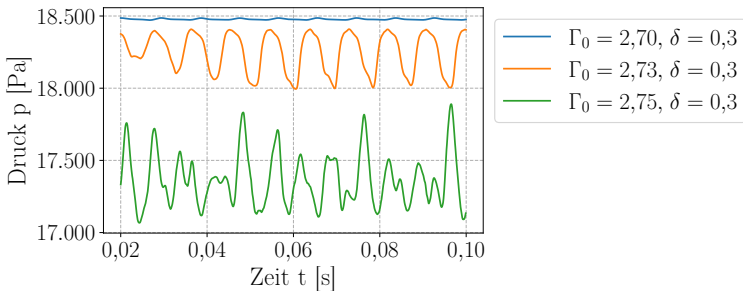
Die Entwicklung der Drallzahl  $S = v_{\varphi,max}/v_{z,Achse}$  des Wirbels für den Fall  $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$  ist in Abbildung 5.3.3 dargestellt. Die destabilisierende Interaktion mit dem Verdichtungsstoß und die stabilisierende Interaktion mit dem Expansionsfächer sind deutlich zu erkennen. Stromab der Rampe, ab  $x/r_0 \approx 15$  ist kein nennenswerter Einfluss der Rampe mehr erkennbar und es liegt wieder ein stabiler Wirbel vor, mit leicht erhöhter Drallzahl im Vergleich zur Strömung stromauf der Rampe.



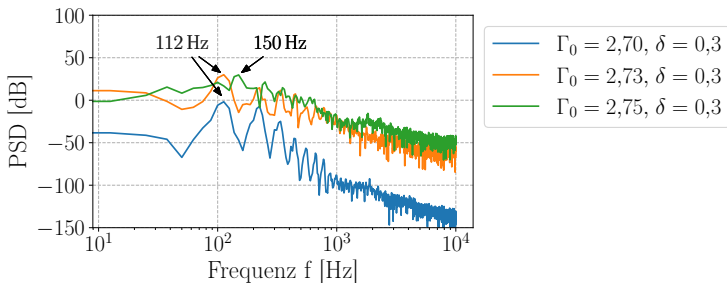
**Abbildung 5.3.3:** Entwicklung der Drallzahl in Strömungsrichtung, Bereich der kritischen Drallzahl grau hinterlegt,  $Ma = 1,48, \Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$

Anschließend wird ausgehend von der in Abbildung 5.3.2 gezeigten stationären Grundströmung instationär weitergerechnet. Wird die Strömung selbst instationär, treten zunächst geringfügige Druckschwankungen mit erkennbar periodischem Verhalten auf, wobei mit zunehmender Zirkulation die Amplitude und die Frequenz der Druckschwankungen anwachsen. In Abbildung 5.3.4 ist dieses Verhalten beispielhaft anhand der Druckfluktuationen an einem Punkt auf der Wirbelachse stromab der Rampe,  $x = 15,0r_0, y = 30,5r_0, z = 4,0r_0$ , für drei Fälle gezeigt. Abbildung 5.3.4(a) zeigt den zeitlichen Verlauf des Drucks, während in Abbildung 5.3.4(b) das

resultierende Leistungsdichtespektrum dargestellt ist. Bereits für den Fall  $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$  ergeben sich deutlich periodische Druckschwankungen mit einer Amplitude von  $\hat{p} \approx 7 \text{ Pa}$  und einer Frequenz von  $f = 112 \text{ Hz}$ . Neben der Grundfrequenz sind auch deutlich mehrere harmonische Frequenzen zu erkennen. Durch eine Erhöhung der Zirkulation auf  $\Gamma_0 = 2,73$  bei konstantem Geschwindigkeitsdefizit wächst die Amplitude auf  $\hat{p} \approx 150 \text{ Pa}$  bei gleichbleibender Frequenz der Druckschwankungen. Durch eine weitere Erhöhung der Zirkulation des Wirbels auf  $\Gamma_0 = 2,75$  werden die Druckschwankungen unregelmäßiger und die dominante Frequenz wächst auf  $f = 150 \text{ Hz}$  an.



(a) Zeitlicher Verlauf des Drucks

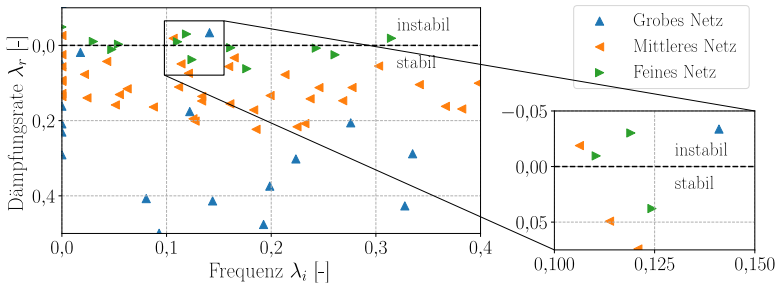


(b) Leistungsdichtespektrum

**Abbildung 5.3.4:** Abhängigkeit der instationären Strömung an der RGK-Geometrie von der Zirkulation,  $Ma = 1,48, \delta = 0,3$

### 5.3.2 Ergebnisse der globalen Stabilitätsanalyse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der globalen Stabilitätsanalyse der Wirbel-Stoß-Interaktion auf Basis der im vorherigen Abschnitt präsentierten Grundströmungen vorgestellt. Die Stabilitätsanalyse wird dabei entsprechend des in Abschnitt 3.5.2 beschriebenen matrixbasierten Verfahrens durchgeführt. Wie dort bereits beschrieben, liefert die Stabilitätsanalyse als Ergebnis einerseits die komplexwertigen Eigenwerte der Jacobi-Matrix der Grundströmung, die die Anfachungsrate und Frequenz der Eigenmoden wiedergeben, und zum anderen die zugehörigen komplexwertigen Eigenvektoren, die die räumliche Struktur der Eigenmoden beschreiben. Verglichen mit den Grundströmungsberechnungen stellt die Stabilitätsanalyse dabei deutlich höhere Anforderungen an die Netzauflösung, wie anhand der in Abbildung 5.3.5 gezeigten Eigenwertspektren gesehen werden kann.

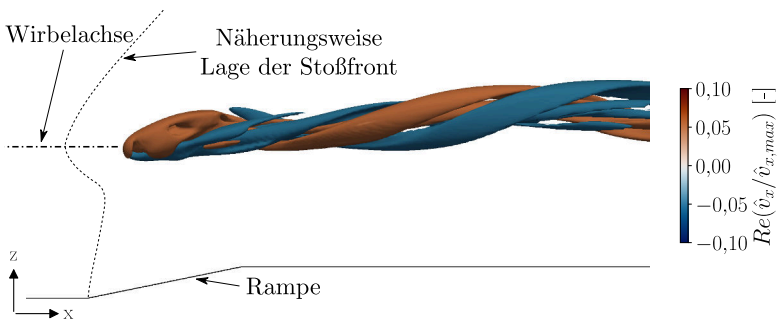


**Abbildung 5.3.5:** Einfluss der Netzauflösung auf die Eigenwertspektren der Wirbel-Stoß-Interaktion,  $\Gamma_0 = 2,70$ ,  $\delta = 0,3$

Dargestellt sind die resultierenden Eigenwertspektren für den Fall  $\Gamma_0 = 2,70$ ,  $\delta = 0,3$  für die drei in Abschnitt 5.1.1 vorgestellten Rechengitter. Obwohl die zugehörigen Grundströmungen zumindest für das mittlere und feine Rechengitter sehr gut übereinstimmen, existieren deutliche Abweichungen zwischen den Eigenwertspektren. Von besonderer Relevanz sind dabei die Abweichungen in Bezug auf die am stärksten angefachten Eigenwerte im Bereich rund um  $\lambda = 0,0 + 0,1i$ . Zwar ist hier eine Tendenz zur Netzkonvergenz zu erkennen, da die Abweichungen zwischen dem mittleren und dem feinen Gitter geringer sind als zwischen dem mittleren und dem groben Gitter. Dennoch existiert weiterhin eine deutliche Netzabhängigkeit der Ergebnisse. Eine weitere Verfeinerung des Rechengitters war mit den zur Verfügung

stehenden Rechenkapazitäten nicht möglich. Während für die Lösung des Eigenwertproblems auf dem mittleren Gitter etwa 4000 CPUh Rechenzeit und 1,5 TB Arbeitsspeicher nötig waren, stiegen diese Anforderungen für das feine Rechengitter auf 48 000 CPUh Rechenzeit und 5,5 TB Arbeitsspeicher. Eine Verwendung des in Abschnitt 3.5.2 beschriebenen matrixfreien Verfahrens erwies sich aufgrund der geringeren Konvergenzgeschwindigkeit im Vergleich zur matrixbasierten Variante als nicht zielführend.

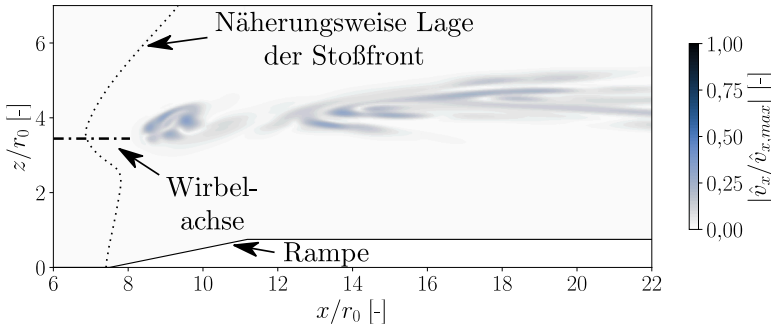
Obwohl keine vollständige Netzkonvergenz der Stabilitätsanalyse erreicht wurde, sollen im Folgenden dennoch qualitative Aussagen über die Entwicklung und die Struktur der auftretenden Instabilitäten getroffen werden. Da die räumlichen Strukturen der Eigenmoden zwischen mittlerem und feinem Gitter qualitativ ähnlich sind, und aufgrund des sehr hohen Rechenaufwands der Stabilitätsanalyse auf dem feinen Gitter wird dafür das mittlere Gitter verwendet. In Abbildung 5.3.6 wird die räumliche Struktur der am stärksten angefachten Eigenmode für den Fall  $\Gamma_0 = 2,70$ ,  $\delta = 0,3$  durch zwei Isoflächen des Realteils der x-Geschwindigkeitsmode  $Re(\hat{v}_x/\hat{v}_{x,max}) = \pm 0,05$  visualisiert. Die Struktur der Eigenmode ist stark dreidimensional und ihr Ursprung liegt im Rückströmgebiet, das sich im Wirbelkern hinter der Stoßfront bildet. Die Isoflächen bilden zwei ineinander verschlungene Spiralen mit derselben Drehrichtung wie die des Wirbels der Grundströmung.



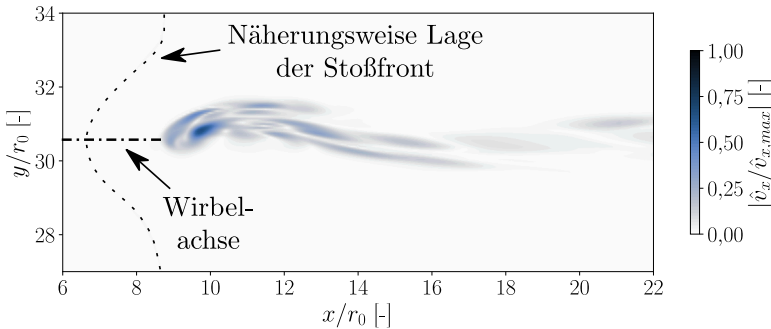
**Abbildung 5.3.6:** Räumliche Struktur der am stärksten angefachten Eigenmode des Falls  $\Gamma_0 = 2,70$ ,  $\delta = 0,3$ , visualisiert durch zwei Isoflächen der x-Geschwindigkeitsmode,  $Re(\hat{v}_x/\hat{v}_{x,max}) = \pm 0,05$

In Abbildung 5.3.7 wird der Betrag der normierten x-Geschwindigkeitskomponente der am stärksten angefachten Eigenmode

anhand von zwei Volumenschnitten dargestellt. In Abbildung 5.3.7(a) ist ein y-normaler Volumenschnitt zu sehen, wobei die y-Position der Schnittebene  $y = 30,5r_0$  der der Wirbelachse vor dem Verdichtungsstoß entspricht. Für den in Abbildung 5.3.7(b) gezeigten z-normalen Volumenschnitt entspricht die z-Position der Schnittebene  $z = 4r_0$  ungefähr der Lage der Wirbelachse stromab der Rampe. Die höchsten Amplituden des Eigenvektors treten im Bereich des Rückströmgebiets stromab des Verdichtungsstoßes auf, wobei die räumliche Struktur des Eigenvektors in positive y-Richtung verschoben



(a) Schnittebene  $y = 30,5r_0$

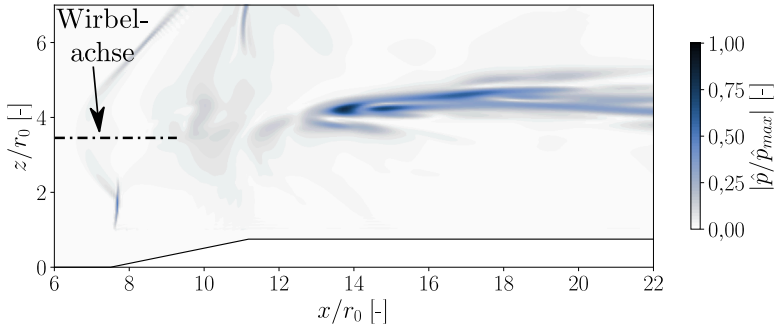


(b) Schnittebene  $z = 4r_0$

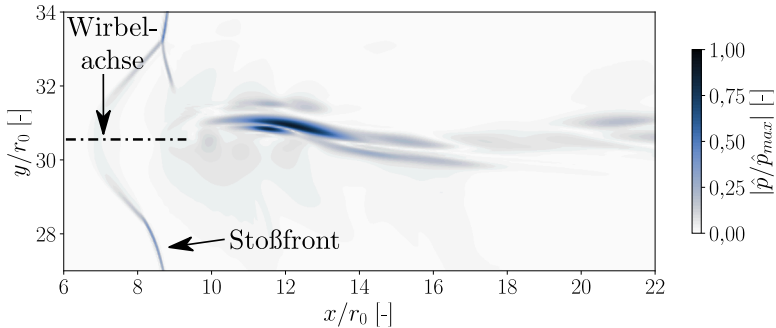
**Abbildung 5.3.7:** Darstellung des Betrags der normierten x-Geschwindigkeitskomponente der am stärksten angefaschten Eigenmode anhand zweier Volumenschnitte,  $\Gamma_0 = 2,70$ ,  $\delta = 0,3$

und damit deutlich asymmetrisch ist. Mit zunehmender  $x$ -Position nehmen die Amplituden der  $x$ -Geschwindigkeitskomponente dann langsam ab. Generell ist auffällig, dass die räumliche Struktur des Eigenvektors der  $x$ -Geschwindigkeitskomponente sich nahezu komplett auf den Bereich innerhalb des Wirbelkerns der Grundströmung beschränkt.

Analog zu Abbildung 5.3.7 wird in Abbildung 5.3.8 die Druckverteilung der am stärksten angefachten Eigenmode dargestellt. Hier treten die höchsten Amplituden im Bereich stromab des Rückströmgebiets auf, und im Gegen-



(a) Schnittebene  $y = 30,5r_0$



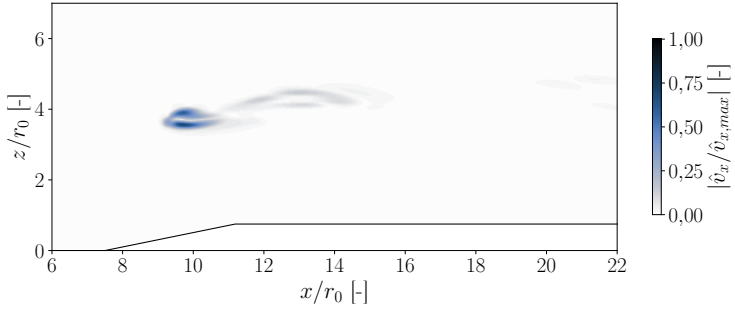
(b) Schnittebene  $z = 4r_0$

**Abbildung 5.3.8:** Darstellung des Betrags des normierten Druckes der am stärksten angefachten Eigenmode anhand zweier Volumenschnitte,  $\Gamma_0 = 2,70$ ,  $\delta = 0,3$

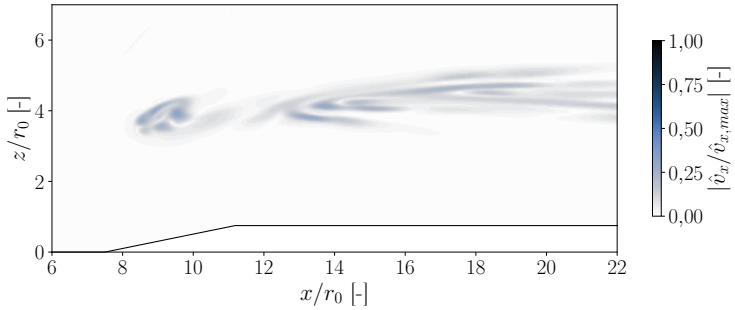
satz zum Eigenvektor der x-Geschwindigkeitskomponente bleiben die hohen Amplituden über eine deutlich größere Lauflänge des Wirbels erhalten. Zudem ist auffällig, dass zwar, wie im Fall der x-Geschwindigkeitskomponente, die höchsten Amplituden innerhalb des Wirbelkerns auftreten. Zusätzlich sind jedoch auch in der Umgebung des Wirbels noch deutliche Strukturen des Druckes zu erkennen. Insbesondere finden sich hohe Amplituden entlang des Verdichtungsstoßes, was auf Oszillationen der Stoßfront hindeutet.

Bei einer Änderung der Parameter der Grundströmung, also der Zirkulation  $\Gamma_0$  und des Geschwindigkeitsdefizits  $\delta$  des Wirbels, ändert sich sowohl das resultierende Eigenwertspektrum als auch die räumliche Struktur der zugehörigen Eigenvektoren. Da die kritische Zirkulation, ab der sich ein Rückströmgebiet im Wirbelkern bildet, vom Wert des Geschwindigkeitsdefizits im Wirbelkern abhängt, siehe Abbildung 5.3.1, werden jeweils beide Parameter gleichzeitig variiert. Geringfügige Änderungen nur einer der beiden Variablen, um deren Einfluss auf die Entwicklung der Eigenmoden zu untersuchen, waren nicht möglich, da die resultierenden Änderungen der Eigenmoden kleiner waren als die Unsicherheit aufgrund der fehlenden Netzkonvergenz. Der Einfluss einer Variation der Grundströmung auf die Eigenvektoren der Instabilität ist in Abbildung 5.3.9 beispielhaft anhand der x-Geschwindigkeitskomponente der jeweils am stärksten angefachten Eigenmode dargestellt. Für die beiden Fälle  $\Gamma_0 = 3,68, \delta = 0,2$  und  $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$  treten die höchsten Amplituden jeweils im Bereich des Rückströmgebiets im Wirbelkern auf, wobei der Fokus auf diesen Bereich für den Fall  $\Gamma_0 = 3,68, \delta = 0,2$  deutlicher ausgeprägt ist als für  $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$ . Im Gegensatz dazu finden sich die höchsten Amplituden für den Fall  $\Gamma_0 = 1,65, \delta = 0,4$  weit stromab der Rampe, während im Bereich des Rückströmgebiets nur vergleichsweise niedrige Amplituden auftreten. Eine mögliche Erklärung hierfür ist, dass die Eigenmoden der zugehörigen absoluten Instabilität zusätzlich konvektiv angefacht werden, wodurch die Amplituden der Eigenvektoren in Stromabrichtung kontinuierlich anwachsen.

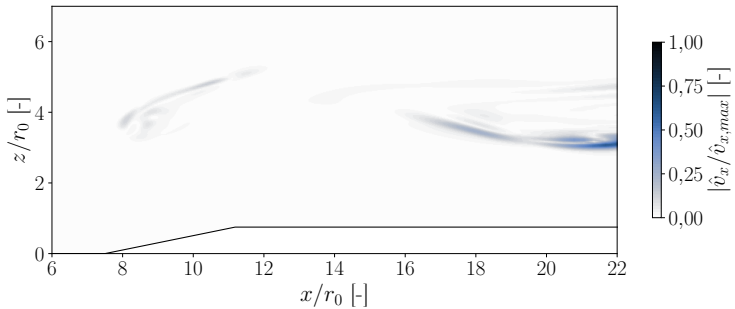
In Abbildung 5.3.10 sind die Eigenspektren der Wirbel-Stoß-Interaktion für drei verschiedene Wirbel mit unterschiedlichem Geschwindigkeitsdefizit im Kern dargestellt. Für alle drei Fälle existiert mindestens ein angefachter Eigenwert, wobei die dimensionslose Frequenz  $\lambda_i$  des jeweils am stärksten angefachten Eigenwerts mit zunehmender Zirkulation von  $\lambda_i = 0,039$  für den Fall  $\Gamma_0 = 1,65, \delta = 0,4$  bis zu  $\lambda_i = 0,158$  für den Fall  $\Gamma_0 = 3,68, \delta = 0,2$  anwächst. Für den in Abbildung 5.3.5 gezeigten Fall  $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$



(a)  $\Gamma_0 = 3,68, \delta = 0,2$



(b)  $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$

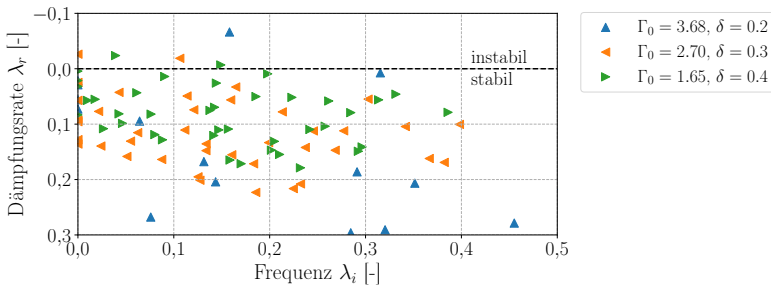


(c)  $\Gamma_0 = 1,65, \delta = 0,4$

**Abbildung 5.3.9:** Darstellung des Betrags der normierten x-Geschwindigkeitskomponente der am stärksten angefachten Eigenmode für drei Wirbel mit unterschiedlichem Geschwindigkeitsdefizit im Wirbelkern



liegt der am stärksten angefachte Eigenwert des mittleren Gitters bei  $\lambda = -0,019 + 0,106i$ . Zusammen mit den internen Referenzwerten des TAU-Codes, der Referenzgeschwindigkeit  $v_{ref} = 244,68 \text{ m/s}$  und der Referenzlänge  $l_{ref} = 0,04 \text{ m}$ , ergibt sich eine dimensionsbehaftete Frequenz der Instabilität von  $f_{GSA} = (\lambda_i v_{ref}) / (2\pi l_{ref}) = 103 \text{ Hz}$ , verglichen mit der Frequenz  $f_{ULNS} = 112 \text{ Hz}$  aus instationären laminaren Navier-Stokes-Simulationen (ULNS). Analog ergeben sich für den Fall  $\Gamma_0 = 3,68, \delta = 0,2$  die Frequenzen  $f_{GSA} = 153 \text{ Hz}$  auf Basis der globalen Stabilitätsanalyse und  $f_{ULNS} = 164 \text{ Hz}$  auf Basis der instationären Simulationen. Die Ergebnisse der GSA sagen also eine um 5% – 10% niedrigere Frequenz im Vergleich zu den instationären Simulationen voraus. Abweichungen in ähnlicher Größenordnung finden sich jedoch auch in der Literatur für die globale Stabilitätsanalyse der Zylinderumströmung und des Shock-Buffets, wo sie mit nicht-linearen Effekten erklärt werden [14, 15]. Zudem ergibt sich allein auf Basis der Netzabhängigkeit der Frequenz des am stärksten angefachten Eigenwerts aus Abbildung 5.3.5 eine Änderung der Frequenz der Stabilitätsanalyse von  $\Delta f_{GSA} \approx 12 \text{ Hz}$  für den Fall  $\Gamma_0 = 2,70, \delta = 0,3$ , wodurch die Unterschiede zwischen den Ergebnissen der URANS und der GSA nahezu verschwinden. Eine abschließende belegte Begründung für die beobachteten Abweichungen kann jedoch leider nicht gegeben werden.



**Abbildung 5.3.10:** Eigenwertspektren der Wirbel-Stoß-Interaktion für drei verschiedene Wirbel

## 5.4 Zusammenfassung der Untersuchungen auf Basis generischer Längswirbel

Das Ziel der Untersuchungen der Interaktion zwischen generischen Längswirbeln und einem schiefen Verdichtungsstoß war es, durch Verwendung einer einfacheren Geometrie einzelne Einflüsse auf die Wirbel-Stoß-Interaktion isoliert betrachten zu können. Dazu wurden zwei Ansätze verfolgt: einerseits wurde die Wirbel-Stoß-Interaktion mithilfe instationärer numerischer Simulationen direkt untersucht, andererseits wurden die Stabilitätseigenschaften stationärer laminarer Strömungen mithilfe der globalen Stabilitätsanalyse ausgewertet. Der Schwerpunkt lag dabei in beiden Fällen auf der Untersuchung des Einflusses der Zirkulation  $\Gamma_0$  und des Geschwindigkeitsdefizits im Wirbelkern  $\delta$ , während die Machzahl  $Ma = 1,48$  und der Rampenwinkel  $\theta = 11,5^\circ$  für alle Simulationen konstant gehalten wurden.

Für niedrige Werte von  $\Gamma_0$  und  $\delta$  kommt es bei der Interaktion zwischen einem Längswirbel und einem schiefen Verdichtungsstoß zunächst zur sogenannten schwachen Interaktion. Dabei wird die Stoßfront durch die Interaktion mit dem Wirbel verformt, der Wirbel bleibt jedoch stabil und zeigt kein Wirbelplatzen. Für  $\delta > 0$  liegt dabei eine Reduktion der lokalen Machzahl im Wirbelkern im Vergleich zur ungestörten Anströmung vor, weshalb es zu einer Erhöhung des lokalen Stoßwinkels kommt. Analog liegt für  $\delta < 0$  eine Erhöhung der lokalen Machzahl vor, was zu einer Reduktion des lokalen Stoßwinkels, und damit einer Eindellung der Stoßfront in Stromabrichtung führt. Durch eine Erhöhung von  $\Gamma_0$  oder  $\delta$  wird der axiale Impulsfluss im Wirbelkern reduziert, was eine destabilisierende Wirkung in Bezug auf das Wirbelplatzen durch die Wirbel-Stoß-Interaktion hat. Für ausreichend hohe Werte von  $\Gamma_0$  oder  $\delta$  resultiert die Verzögerung der Strömung infolge der Interaktion mit dem Verdichtungsstoß in der Ausbildung eines Rückströmgebiets im Wirbelkern, also in Wirbelplatzen. Für die im Rahmen der Arbeit untersuchten Wirbelströmungen trat dabei hauptsächlich Wirbelplatzen vom Spiral-Typ auf, wobei die entstehenden Spiralstrukturen mit abnehmendem  $\delta$  weniger stark ausgeprägt waren. Für den Fall turbulenter Längswirbel wurde zudem ein starker Einfluss der turbulenten kinetischen Energie und der spezifischen turbulenten Dissipationsrate festgestellt. Je höher die turbulente kinetische Energie im Wirbelkern stromauf des Verdichtungsstoßes ist, desto stärker wird das Wirbelplatzen verzögert. Im Gegensatz zu den laminaren Simulationen zeigen die URANS-Simulationen außerdem auch für die Fälle mit ausgeprägtem Rückströmge-

biet im Wirbelkern keine Spiralstruktur im Nachlauf des Wirbelplatzens. Die skalenauflösenden IDDES-Ergebnisse zeigen dagegen ein ähnlich ausgeprägtes Wirbelplatzen von Spiral-Typ wie die laminaren Simulationen. Dieses Ergebnis unterstreicht die Bedeutung der skalenauflösenden Simulationen für die korrekte Vorhersage des Wirbelplatzens.

Zusätzlich zur Interaktion eines einzelnen Wirbels wurde auch die gleichzeitige Interaktion zweier Lamb-Oseen-Wirbel mit einem Verdichtungsstoß untersucht. Die Wirbelparameter wurden dabei so gewählt, dass der Hauptwirbel gerade geplatzt ist, während der Steuerwirbel stabil ist. Dabei konnte ein starker Einfluss des Drehsinns der Wirbel auf die resultierende Wirbel-Wirbel-Interaktion nachgewiesen werden, wobei gleichsinnig drehende Wirbel grundsätzlich stärker miteinander wechselwirkten als gegensinnig drehende Wirbel. Ob bei gleichsinnig drehenden Wirbeln eine stabilisierende Wirkung in Bezug auf das Wirbelplatzen durch die Wirbel-Stoß-Interaktion vorliegt, hängt dabei maßgeblich vom Abstand der beiden Wirbel zueinander ab. Grundsätzlich ergibt sich durch die Überlagerung der Geschwindigkeitsfelder der beiden Wirbel eine Absenkung des Drucks im Wirbelkern des Hauptwirbels, was einen destabilisierenden Effekt hat. Liegen die beiden Wirbel jedoch eng beieinander,  $\Delta y \leq 3r_0$ , kommt es zur Verschmelzung der Wirbel, wodurch eine stabilisierende Wirkung erzielt wird. Im Fall gegensinnig drehender Wirbel ergibt sich eine deutlich schwächere Interaktion, lediglich für den Fall  $\Delta y = 3r_0$  ergibt sich eine leicht stabilisierende Wirkung aufgrund eines erhöhten Drucks im Wirbelkern des Hauptwirbels. Für größere Abstände wurde dagegen kein relevanter Einfluss beobachtet.

Basierend auf den Ergebnissen der numerischen Untersuchungen wurde anschließend ein neues Kriterium für das Wirbelplatzen aufgrund der Interaktion von Längswirbeln mit einem schiefen Verdichtungsstoß aufgestellt. In Anlehnung an ein früheres Kriterium von Hiejima [46] wird dabei die Druckdifferenz zwischen Fernfeld und Wirbelachse vor und nach dem Verdichtungsstoß berücksichtigt. Während Hiejimas Kriterium diese Druckdifferenz jedoch mit der kinetischen Energie stromab des Verdichtungsstoßes ins Verhältnis setzt, wird in der aktuellen Arbeit die kinetische Energie stromauf des Verdichtungsstoßes verwendet. Durch diese Änderung ergibt sich eine deutlich bessere Übereinstimmung mit den Ergebnissen der numerischen Simulationen. Die Tatsache, dass das neue, empirische Kriterium bessere Ergebnisse erzielt als das analytische Kriterium von Thomer lässt darauf schließen, dass die dem Kriterium von Thomer zugrundeliegenden Annahmen eine zu starke Vereinfachung darstellen und somit relevante

Parameter der Wirbel-Stoß-Interaktion vernachlässigen. Als besonders problematisch ist dabei die Annahme einer ungestörten Strömung stromab des Verdichtungsstoßes anzusehen, wodurch jeglicher Einfluss des Wirbels auf die Strömung stromab des Verdichtungsstoßes vernachlässigt wird. Für den Fall der gleichzeitigen Interaktion mehrerer Wirbel mit einem Verdichtungsstoß werden die geringfügige stabilisierende Wirkung gegensinnig drehender Wirbel und die destabilisierende Wirkung gleichsinniger Wirbel korrekt wiedergegeben. Da für die Bestimmung des Wirbelkriteriums nur wenige charakteristische Größen im Wirbelkern und im Fernfeld ausgewertet werden, kann die stabilisierende Wirkung der Verschmelzung gleichsinnig drehender Wirbel jedoch nicht berücksichtigt werden, da ihr eine komplexe, dreidimensionale Interaktion der Wirbel zugrunde liegt. Durch einen Vergleich mit Ergebnissen zum Wirbelplatzen infolge der Wirbel-Stoß-Interaktion aus der Literatur konnte zudem gezeigt werden, dass das neue Platzkriterium in einem breiten Machzahlbereich anwendbar ist und gute Vorhersagen der Platzgrenze trifft.

Die Ergebnisse der globalen Stabilitätsanalyse der Wirbel-Stoß-Interaktion bestätigen grundsätzlich die Beobachtungen der konventionellen Simulationen, insbesondere in Hinblick auf den Einfluss von  $\Gamma_0$  und  $\delta$ . Allerdings zeigte sich auch eine deutlich stärkere Netzabhängigkeit der Ergebnisse als im Fall der Grundströmungsberechnungen. Aufgrund des sehr hohen Arbeitsspeicherbedarfs des Verfahrens war es mit den vorhandenen Rechenkapazitäten nicht möglich, netzunabhängige Ergebnisse zu erzielen. Auf detaillierte Parameterstudien oder die Berücksichtigung des Einflusses eines zweiten Wirbels musste deswegen verzichtet werden. Der direkte Vergleich der Stabilitätsanalyse mit instationären Simulationen auf demselben Rechengitter zeigte dennoch gute Übereinstimmung in Bezug auf die Stabilitätsgrenze. Die von der Stabilitätsanalyse vorhergesagten Frequenzen waren dabei 5 – 10% niedriger als die Frequenzen der instationären Simulationen, was im Bereich anderer Literatur liegt und zumindest teilweise durch die fehlende Netzkonvergenz erklärt werden konnte.



# 6 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden wirbeldominierte Strömungen im trans- und supersonischen Geschwindigkeitsbereich numerisch untersucht. Der Fokus lag dabei auf der Analyse der Wirbel-Wirbel- und der Wirbel-Stoß-Interaktion und deren Einfluss auf die Stabilität der beteiligten Wirbel gegenüber Wirbelplätzen. Zur Analyse kamen zwei unterschiedliche Testfälle: zum einen die Umströmung eines generischen Mehrfachdeltaflügels, des DLR-F22-Modells, und zum anderen der Fall einer Rampe in Überschallströmung, an der sich ein schiefer Verdichtungsstoß bildet, der mit analytisch definierten Längswirbeln interagiert. Die numerischen Simulationen wurden mit dem DLR-TAU-Code durchgeführt.

Im ersten Teil der Arbeit wurde die Umströmung eines generischen Mehrfachdeltaflügels, des DLR-F22-Modells, untersucht. Das Ziel der Untersuchungen war es, die Beeinflussung der Wirbeltopologie an einer realistischen, wenn auch stark vereinfachten, Flugzeuggeometrie zu analysieren. Um den Einfluss der Flügelgrundform auf die Wirbeltopologie zu berücksichtigen, wurden zwei verschiedene Konfigurationen des DLR-F22-Modells ausgewählt: die Dreifachdelta-Konfiguration F22-LS1 und die Doppeldelta-Konfiguration F22-L00. Im Rahmen der Arbeiten wurde die Machzahl im Bereich zwischen  $Ma = 0,50$  und  $Ma = 1,41$  und der Anstellwinkel von  $\alpha = 8^\circ$  bis  $\alpha = 28^\circ$  variiert. Zur Berücksichtigung des Schiebewinkeinflusses wurden zwei verschiedene Schiebewinkel berücksichtigt,  $\beta = 0^\circ$  und  $\beta = 5^\circ$ .

Der Schwerpunkt der Arbeiten lag dabei auf der Umströmung der F22-LS1-Konfiguration bei  $Ma = 0,85$ . Im betrachteten Anstellwinkelbereich bilden sich an den verschiedenen Bereichen der Vorderkante drei verschiedene Primärwirbel: der Vorkörperwirbel (VKW), der Strakewirbel (STW) und der Hauptflügelwirbel (HFW). Während der HFW durchweg sehr schwach ausgeprägt und somit von geringer Bedeutung für die Wirbel-Interaktion war, wurden für VKW und STW sowohl Wirbel-Wirbel- als auch Wirbel-Stoß-Interaktionen beobachtet. Dabei kam es in einem breiten Machzahl-

---

und Anstellwinkelbereich zu einer Verschmelzung von VKW und STW im Bereich über dem Strake. Es konnte gezeigt werden, dass eine Erhöhung des Anstellwinkels oder der Machzahl in einer Verschiebung der Position der Verschmelzung der Wirbel in Stromabrichtung resultiert. Im Fall der Anstellwinkelvariation ist dies auf einen zunehmenden Abstand zwischen VKW und STW mit zunehmendem Anstellwinkel zurückzuführen. Im Fall der Machzahlvariation wurde dagegen gezeigt, dass die spätere Interaktion durch eine Reduktion der Wirbelstärke mit zunehmender Anströmmachzahl verursacht wird.

In Bezug auf die Wirbel-Stoß-Interaktion zeigte sich lediglich im hohen Unterschall eine starke Wirbel-Stoß-Interaktion, die zum Wirbelplatzen des STW führte. Bei den restlichen betrachteten Anströmmachzahlen bildeten sich im untersuchten Anstellwinkelbereich keine stark ausgeprägten Verdichtungsstöße über dem Bereich des Flügels, in dem die Längswirbel lagen.

Beim Vergleich der Ergebnisse mit und ohne Schiebewinkel zeigte sich, dass die luvseitigen Wirbel früher und die leeseitigen Wirbel später als im Fall ohne Schiebewinkel platzen, was sich mit Ergebnissen aus der Literatur deckt. Als Ursache wurden unterschiedlich hohe Druckdifferenzen über den Verdichtungsstoß bei der Wirbel-Stoß-Interaktion identifiziert, die auf der Luvseite jeweils höher als auf der Leeseite waren.

Durch den Übergang von einer Dreifachdelta-Konfiguration hin zu einer Doppeldelta-Konfiguration ändert sich die Strömungstopologie deutlich. Im Gegensatz zur Dreifachdelta-Konfiguration bildet sich am Doppeldelta dabei kein eigenständiger Strakewirbel (STW), stattdessen wickelt sich die abgelöste Scherschicht des Strakes um den existierenden Vorkörperwirbel (VKW). Der resultierende Wirbel hatte im Vergleich zum STW am Dreifachdelta eine deutlich erhöhte Axialgeschwindigkeit, wodurch das Wirbelplatzen zu höheren Anstellwinkeln verschoben wurde. Ein Einfluss der Geometrieänderung auf den HFW wurde nicht beobachtet. Der HFW war ähnlich schwach ausgeprägt wie in den Simulationen am Dreifachdelta, so dass keine nennenswerte Wirbel-Wirbel-Interaktion zwischen dem STW und dem HFW auftrat.

Für den Großteil der Simulationen am F22-Modell wurden URANS-Simulationen auf Basis des klassischen Menter-SST-Turbulenzmodells verwendet. Komplexere Turbulenzmodelle wurden im Rahmen einer Turbulenzmodellstudie berücksichtigt, jedoch war im Vergleich mit experimentellen Ergebnissen keine generelle Verbesserung gegenüber den Ergebnissen

---

des Menter-SST-Modells feststellbar. Für Strömungszustände ohne Wirbelplätzen über dem Flügel wiesen die Ergebnisse der URANS-Simulationen dabei generell eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Vergleichsdaten auf. Sobald es jedoch zu Wirbelplätzen über dem Modell kam, traten teilweise deutliche Abweichungen zwischen Numerik und Experiment zutage. Als besonders kritisch erwies sich dabei die Strömung im hohen transsonischen Geschwindigkeitsbereich, da es hier zur Bildung von Verdichtungsstößen über dem Modell und damit zu einer Wirbel-Stoß-Interaktion kam. Erst durch die Verwendung eines skalenauflösenden IDDES-Verfahrens konnte eine deutlich bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen erzielt werden, insbesondere in Bezug auf die Stärke des Hauptflügelwirbels. Aufgrund des hohen Rechenaufwands der skalenauflösenden Simulationen konnten diese jedoch nur auf wenige Testfälle angewandt werden. Die Ergebnisse der aktuellen Arbeit deuten jedoch darauf hin, dass klassische Turbulenzmodelle weiterhin hohe Unsicherheiten bei der Vorhersage von Strömungen mit Wirbelplätzen haben, und die Verwendung von skalenauflösenden Verfahren für diese Fälle trotz des höheren Rechenaufwands notwendig ist.

Um eine direkte Vorgabe der relevanten Parameter der Wirbel-Stoß-Interaktion zu ermöglichen, wurde im zweiten Teil der Arbeit ein weniger komplexer Testfall ausgewählt: die Interaktion generischer Längswirbel mit einem Verdichtungsstoß, der durch eine Rampe in einer Überschallströmung erzeugt wurde. Um den Parameterraum einzuschränken, wurden der Rampenwinkel  $\Theta = 11,5^\circ$  und die Anströmmachzahl  $Ma = 1,48$  für alle betrachteten Fälle konstant gehalten. Der Fokus lag auf der Untersuchung des Einflusses der dimensionslosen Zirkulation  $\Gamma_0$  und des dimensionslosen Geschwindigkeitsdefizits  $\delta$  auf die Stabilität der Wirbel gegenüber Wirbelplätzen infolge der Wirbel-Stoß-Interaktion. Dabei variierte die Zirkulation von  $\Gamma_0 = 1,0$  bis  $\Gamma_0 = 6,0$  und das Geschwindigkeitsdefizit von  $\delta = -0,1$  bis  $\delta = 0,3$ . Die Berücksichtigung von Wirbeln mit Strahlprofil,  $\delta < 0$ , stellt dabei eine Besonderheit der Arbeit dar, da die meisten bisherigen Arbeiten zur Wirbel-Stoß-Interaktion sich auf Wirbel mit Nachlaufprofil oder neutralem Geschwindigkeitsprofil im Wirbelkern,  $\delta \geq 0$ , beschränkten. Eine weitere Besonderheit ist die Analyse der gleichzeitigen Wirbel-Wirbel- und Wirbel-Stoß-Interaktion zweier Wirbel. Hierbei wurde untersucht, inwiefern die Stabilität des Hauptwirbels durch die Interaktion mit einem Steuerwirbel beeinflusst werden kann.



---

Bei der Untersuchung der Interaktion eines einzelnen Längswirbels mit einem schiefen Verdichtungsstoß wurde gezeigt, dass die Stabilität des Wirbels gegenüber Wirbelplatzen mit zunehmender Zirkulation und zunehmendem Geschwindigkeitsdefizit abnimmt. Wenn ein kritischer Werte der Zirkulation oder des Geschwindigkeitsdefizits überschritten wird, bildet sich ein Rückströmgebiet im Wirbelkern, es kommt also zu Wirbelplatzen. In nahezu allen untersuchten Fällen trat dabei Wirbelplatzen des Spiral-Typs auf, wobei die Spiralstruktur für Wirbel mit Nachlaufprofil im Wirbelkern deutlicher ausgeprägt war als für Wirbel mit Strahlprofil oder neutralem Geschwindigkeitsprofil im Wirbelkern. Bei einer weiteren Erhöhung von  $\Gamma_0$  oder  $\delta$  wanderte das Rückströmgebiet weiter stromauf und wuchs in der Größe an, wobei sich die Spiralstruktur mit zunehmender Größe des Rückströmgebiets zunehmend abschwächte.

Um die Stabilität des Hauptwirbels zu beeinflussen, wurde anschließend ein Steuerwirbel in das Strömungsfeld eingebracht. Dabei gelang es, die Stabilität des Hauptwirbels gegenüber Wirbelplatzen infolge der Wirbel-Stoß-Interaktion zu beeinflussen. Gegensinnig drehende Wirbel zeigten dabei generell eine schwächere Wechselwirkung miteinander als gleichsinnig drehende Wirbel. Für sehr eng beieinander liegende Wirbel wurde ein geringer stabilisierender Einfluss des gegensinnig drehenden Steuerwirbels auf den Hauptwirbel beobachtet, was auf eine Erhöhung des Druckes im Wirbelkern zurückgeführt werden konnte. Bei der Interaktion gleichsinnig drehender Wirbel ergaben sich dagegen deutlich stärkere Auswirkungen, wobei in Abhängigkeit vom Abstand zwischen den Wirbeln sowohl stabilisierende als auch destabilisierende Wirbel-Wirbel-Interaktionen beobachtet wurden. Als Ursache ließen sich zwei gegenläufige Effekte identifizieren. Einerseits resultiert die Wirbel-Wirbel-Interaktion gleichsinnig drehender Wirbel in einer Reduktion des Druckes im Wirbelkern des Hauptwirbels im Vergleich zum Fall mit nur einem Wirbel, wodurch der Hauptwirbel destabilisiert wird. Andererseits kommt es für ausreichend nah beieinander liegende Wirbel im betrachteten Parameterbereich zur Verschmelzung der Wirbel, wobei der resultierende kombinierte Wirbel wiederum stabiler ist als der ursprüngliche Hauptwirbel.

Ein Vergleich der numerischen Ergebnisse zur Wirbel-Stoß-Interaktion generischer Wirbel der aktuellen Arbeit mit Vorhersagen von Wirbelplatzkriterien aus der Literatur zeigte nahezu im gesamten betrachteten Parameterbereich deutliche Diskrepanzen. Berücksichtigt wurden dabei ein analytisches Kriterium von Thomer [129] sowie ein empirisches Kriterium von

---

Hiejima [46]. Basierend auf dem Wirbelplatzkriterium von Hiejima wurde daher ein überarbeitetes Kriterium definiert, das deutlich bessere Vorhersagen im untersuchten Parameterbereich liefert. Für den Fall eines einzelnen Wirbels stimmen die Vorhersagen sehr gut mit den Ergebnissen der numerischen Simulationen überein. Im Fall der gleichzeitigen Interaktion zweier Wirbel mit einem schiefen Verdichtungsstoß wird sowohl die leichte Stabilisierung durch gegensinnig drehende Wirbel als auch die Destabilisierung durch gleichsinnig drehende Wirbel durch das neu definierte Wirbelplatzkriterium qualitativ korrekt wiedergegeben. Durch einen Vergleich mit Ergebnissen der Wirbel-Stoß-Interaktion aus der Literatur konnte zudem gezeigt werden, dass das überarbeitete Kriterium in einem weiten Machzahlbereich anwendbar ist. Die Vorhersagen des neuen Kriteriums wiesen dabei im gesamten berücksichtigten Machzahlbereich eine deutlich bessere Übereinstimmung mit Ergebnissen aus der Literatur auf als die Kriterien von Thomer und Hiejima.

Die meisten Simulationen mit generischen Wirbeln wurden auf Basis der laminaren Navier-Stokes-Gleichungen durchgeführt. Nachdem bereits im Rahmen der Untersuchungen am DLR-F22-Modell ein deutlicher Einfluss der Turbulenzmodellierung auf die Wirbeltopologie festgestellt wurde, wurde auch für den Fall generischer Wirbel eine entsprechende Untersuchung durchgeführt. Dabei fand einerseits das klassische Menter-SST-Modell und andererseits ein skalenauflösendes IDDES-Verfahren Anwendung. Bei den Simulationen auf Basis des Menter-SST-Turbulenzmodells wurde eine starke Abhängigkeit der Wirbel-Stoß-Interaktion der turbulenten kinetischen Energie im Wirbelkern stromauf des Stoßes beobachtet. Hohe Werte der turbulenten kinetischen Energie führten dabei zu einer Verzögerung des Wirbelplatzens. Zudem wiesen die turbulenten Wirbel ein deutlich anderes Wirbelplatzverhalten auf als die laminaren Wirbel, da sich selbst in den Fällen, in denen ein Rückströmgebiet im Wirbelkern existierte, keine Spiralstruktur im Nachlauf bildete. Im Gegensatz dazu wurde bei Verwendung der IDDES ähnlich wie bei den laminaren Simulationen eine deutliche Spiralstruktur stromab des Verdichtungsstoßes beobachtet. Da es keinen Grund zu der Annahme gibt, dass turbulentes Wirbelplatzens zwangsläufig stationär abläuft, sprechen diese Ergebnisse dafür, dass klassische Wirbelviskositätsmodelle nicht für die korrekte Vorhersage des Wirbelplatzens geeignet sind. Dies deckt sich mit den Ergebnissen der RANS-Simulationen am DLR-F22-Modell, die eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen für Strömungszustände ohne Wirbelplatzen über dem Flügel zeigten und deutliche Abweichungen aufwiesen, sobald Wirbelplatzen auftrat.

---

Den Abschluss der Arbeit bildet die Untersuchung der Stabilität des Wirbelplatzens infolge einer Wirbel-Stoß-Interaktion eines generischen Wirbels mit einem eigens implementierten Verfahren der globalen Stabilitätsanalyse. Dies stellt die vermutlich erste Anwendung dieses Ansatzes zur Untersuchung der Wirbel-Stoß-Interaktion dar. Das dazu genutzte Verfahren wurde im Rahmen der Arbeit in Python implementiert und validiert. Durch eine systematische Variation der Zirkulation und des Geschwindigkeitsdefizits eines Wirbels wurden drei geeignete Strömungsbedingungen nahe der Stabilitätsgrenze identifiziert. Die verschiedenen Fälle wiesen dabei jeweils ein Rückströmgebiet im Wirbelkern auf. Die Wirbel waren also bereits geplatzt, konvergierten jedoch aufgrund numerischer Dissipation weiterhin auf eine stationäre Lösung. Durch Anwendung der globalen Stabilitätsanalyse wurde für alle drei Fälle jeweils mindestens eine angefachte Eigenmode identifiziert, die dem Wirbelplatzen zugeordnet wurde. Die höchsten Amplituden der zugehörigen Eigenfunktionen wurden im Gebiet des Wirbelkerns und entlang der Stoßfront gefunden, was auf Oszillationen des Rückströmgebiets im Wirbelkern und der Lage des Verdichtungsstoßes hindeutet. Die Frequenz der jeweils am stärksten angefachten Instabilität nahm dabei mit zunehmender Zirkulation des Wirbels zu, was durch Ergebnisse instationärer Simulationen bei denselben Strömungsbedingungen bestätigt wurde. Die von der globalen Stabilitätsanalyse vorhergesagten Frequenzen lagen dabei 5 – 10% unter denen der instationären Simulationen. Abweichungen ähnlicher Größenordnung werden auch für andere Anwendungsfälle der globalen Stabilitätsanalyse beschrieben [15]. In Bezug auf die kritischen Parameter, die zum Übergang von einer stationären zu einer instationären Strömung führten, wurde eine gute Übereinstimmung zwischen globaler Stabilitätsanalyse und instationären Simulationen beobachtet. Im Rahmen einer Netzkonvergenzstudie zeigte sich zudem, dass die Ergebnisse der globalen Stabilitätsanalyse noch nicht vollständig netzunabhängig waren. Eine weitere Verfeinerung der verwendeten Rechnetze war mit den vorhandenen Rechenkapazitäten nicht möglich. Nichtsdestotrotz konnte erstmals erfolgreich gezeigt werden, dass das Verfahren der globalen Stabilitätsanalyse zur Untersuchung des Wirbelplatzens infolge von Wirbel-Stoß-Interaktion genutzt werden kann.

Aus den Ergebnissen der aktuellen Arbeit ergeben sich mehrere potentielle Fragestellungen für nachfolgende Arbeiten. In Bezug auf die Untersuchung der Wirbel an Deltaflügeln liegt es nahe, den Einfluss weiterer geometrischer Parameter, wie beispielsweise der Spannweite oder der Lage der Knickpunkte der Vorderkante, auf die resultierende Wirbeltopologie zu untersuchen. Die aktuelle Arbeit hat gezeigt wie eng stabilisierende und destabilisierende

---

Wirbel-Wirbel-Wechselwirkungen beieinander liegen. Die Verwendung aktiver Aktuatoren, die an die jeweilige Strömungssituation angepasst werden können, ist daher von großem Interesse. Abgesehen von der Verwendung eines Steuerwirbels zur gezielten Beeinflussung der Stabilität von Wirbeln sind dabei auch alternative Beeinflussungsmethoden, wie beispielsweise das Ausblasen eines Strahls, denkbar. In der praktischen Anwendung ergibt sich daraus der Vorteil, dass die exakte Vorgabe der Strahleigenschaften einfacher ist als die eines Wirbels. Um Informationen über die optimale Positionierung der aktiven Steuermechanismen zu erhalten, bietet sich des Weiteren eine Erweiterung des Verfahrens zur globalen Stabilitätsanalyse um ein adjungiertes Verfahren an. Dies ermöglicht die Identifizierung derjenigen Gebiete im Strömungsfeld, in denen eine Aktuierung den größtmöglichen Einfluss auf die Stabilität des Wirbels hat.

---

# Anhang



# A Angaben zu Messpositionen

## A.1 Druck- und Volumenschnitte am DLR-F22-Modell

Im Rahmen der Arbeit wurden an verschiedenen Positionen über dem DLR-F22-Modell Oberflächen- und Volumenschnitte ausgewertet. Die Positionen der Schnitte S1 bis S6 ist durch die Lage der im Modell verbauten Druckmessbohrungen gegeben, während die Schnitte P1 bis P12 durch die Lage der Lichtschnitte der PIV-Messungen bestimmt wird. Die Positionen der einzelnen Schnitte sind in Tabelle A.1.1 aufgeführt.

## A.2 Kulite und Monitorpunkte am DLR-F22-Modell

Zur Messung instationärer Drucksignale wurden insgesamt 8 Kulite-Sonden am DLR-F22-Modell verbaut. Die Positionen der Kulites K1 bis K8 sind in Tabelle A.2.1 zu finden. Für die numerischen Untersuchungen wurden zusätzlich innerhalb des Strömungsfelds weitere Monitorpunkte definiert, an denen ebenfalls instationäre Drücke aufgezeichnet wurden.



**Tabelle A.1.1:** x-Positionen der Oberflächen- und Volumenschnitte

Bezeichnung	Konfiguration		Experimentelle Daten
	F22-LS1	F22-L00	
$S_1$	-75 mm	-75 mm	PSI, PSP
$S_2$	-47,5 mm	-47,5 mm	PSI, PSP
$S_3$	42 mm	42 mm	PSI, PSP
$S_{3r}$	42 mm	42 mm	PSI, PSP
$S_{4a}$	-	100,5 mm	PSI, PSP
$S_{4ar}$	-	100,5 mm	PSI, PSP
$S_4$	139 mm	139 mm	PSI, PSP
$S_{4r}$	139 mm	139 mm	PSI, PSP
$S_5$	181 mm	181 mm	PSI, PSP
$S_6$	271 mm	271 mm	PSI, PSP
$P_1$	-40 mm	-40 mm	PSP, PIV
$P_2$	-10 mm	-10 mm	PSP, PIV
$P_3$	20 mm	20 mm	PSP, PIV
$P_4$	50 mm	50 mm	PSP, PIV
$P_5$	80 mm	80 mm	PSP, PIV
$P_6$	110 mm	110 mm	PSP, PIV
$P_7$	140 mm	140 mm	PSP, PIV
$P_8$	170 mm	170 mm	PSP, PIV
$P_9$	200 mm	200 mm	PSP, PIV
$P_{10}$	230 mm	230 mm	PSP, PIV
$P_{11}$	260 mm	260 mm	PSP, PIV
$P_{12}$	290 mm	290 mm	PSP, PIV

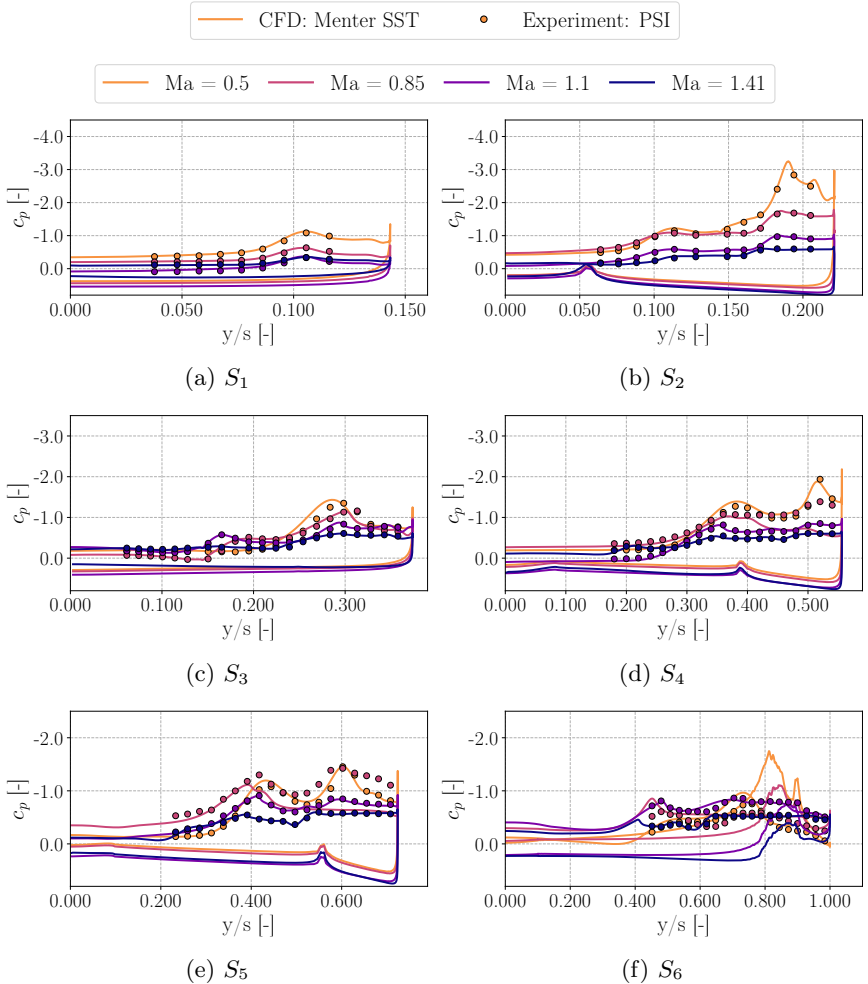
**Tabelle A.2.1:** Positionen der Kulites und Monitorpunkte am F22 Modell

Bezeichnung	x	y	z
$K_1$	162 mm	92,15 mm	0 mm
$K_2$	200 mm	98,85 mm	0 mm
$K_3$	249 mm	107,49 mm	0 mm
$K_4$	280 mm	112,96 mm	0 mm
$K_5$	162 mm	-92,15 mm	0 mm
$K_6$	200 mm	-98,85 mm	0 mm
$K_7$	249 mm	-107,49 mm	0 mm
$K_8$	280 mm	-112,96 mm	0 mm
$MP_1$	50 mm	40 mm	10 mm
$MP_2$	50 mm	80 mm	15 mm
$MP_3$	100 mm	75 mm	15 mm
$MP_4$	162 mm	92,15 mm	20 mm
$MP_5$	200 mm	98,85 mm	10 mm
$MP_6$	200 mm	98,85 mm	20 mm
$MP_7$	200 mm	160 mm	15 mm
$MP_8$	250 mm	107,49 mm	20 mm
$MP_9$	280 mm	113 mm	20 mm
$MP_{10}$	50 mm	-40 mm	10 mm
$MP_{11}$	50 mm	-80 mm	15 mm
$MP_{12}$	100 mm	-75 mm	15 mm
$MP_{13}$	162 mm	-92,15 mm	20 mm
$MP_{14}$	200 mm	-98,85 mm	10 mm
$MP_{15}$	200 mm	-98,85 mm	20 mm
$MP_{16}$	200 mm	-160 mm	15 mm
$MP_{17}$	250 mm	-107,49 mm	20 mm
$MP_{18}$	280 mm	-113 mm	20 mm

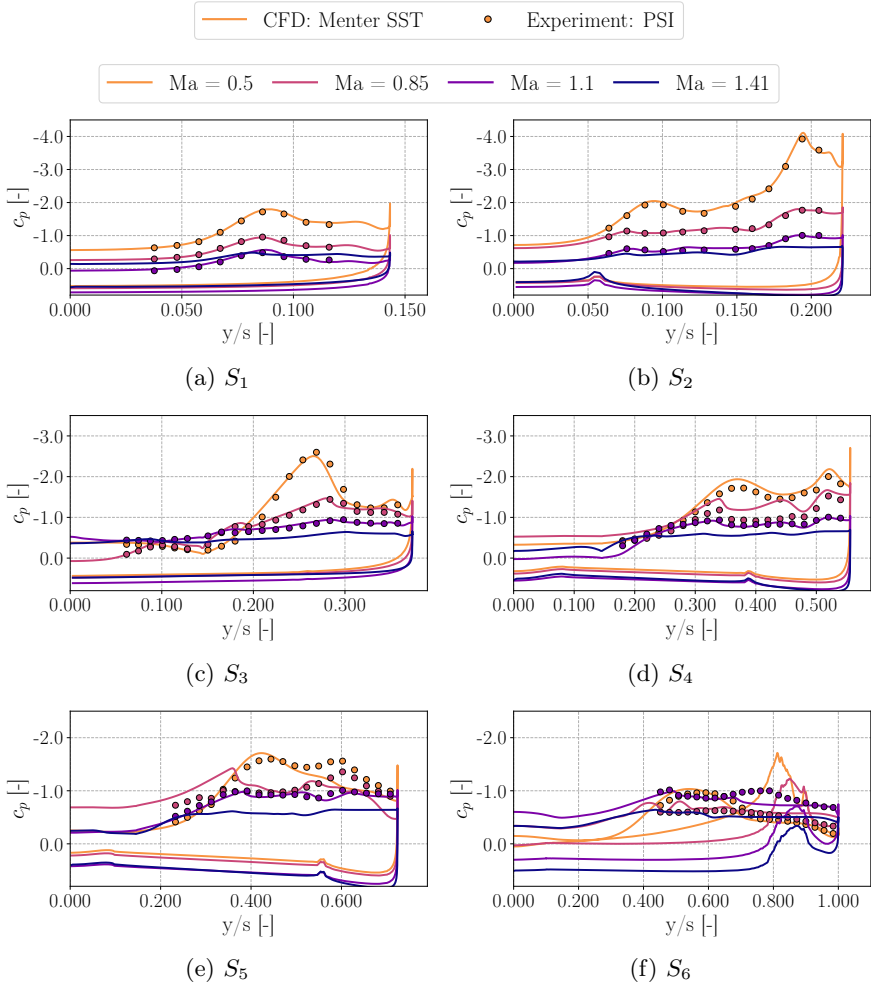


# B Zusätzliche Ergebnisse

## B.1 Oberflächendruck F22-LS1-Konfiguration

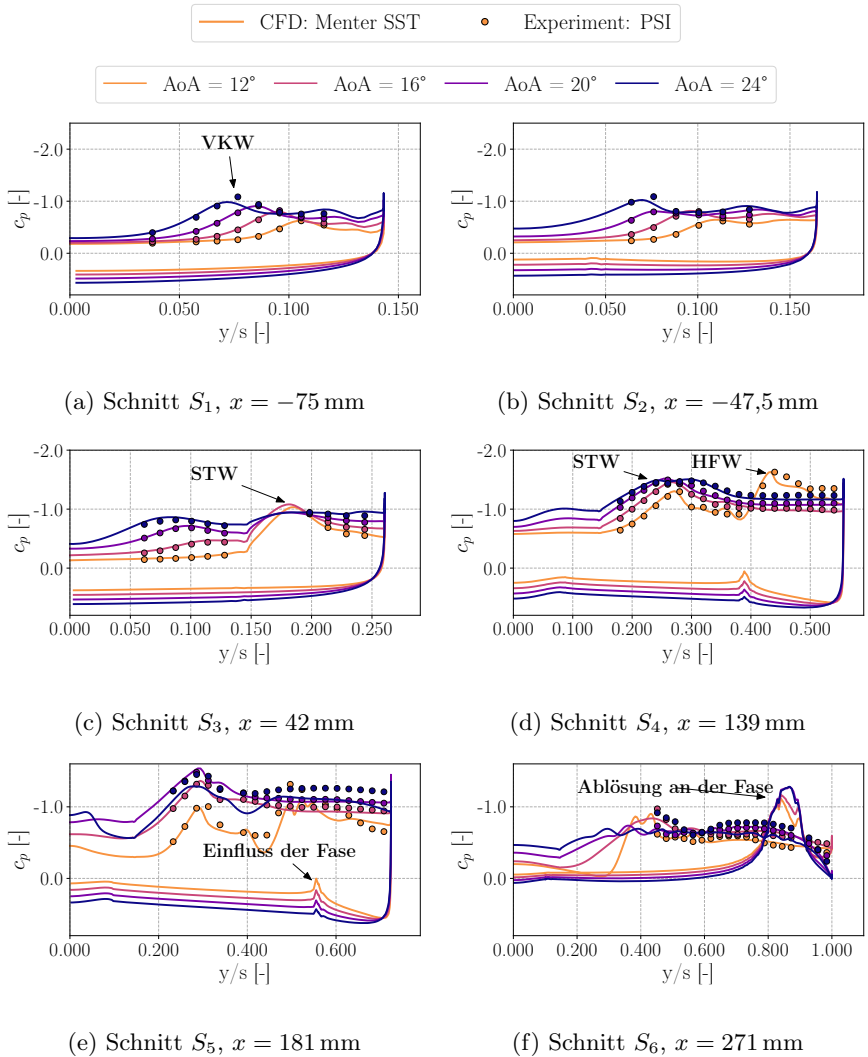


**Abbildung B.1.1:** Vergleich des Oberflächendrucks am F22-LS1 Modell zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen,  $\alpha = 12^\circ$

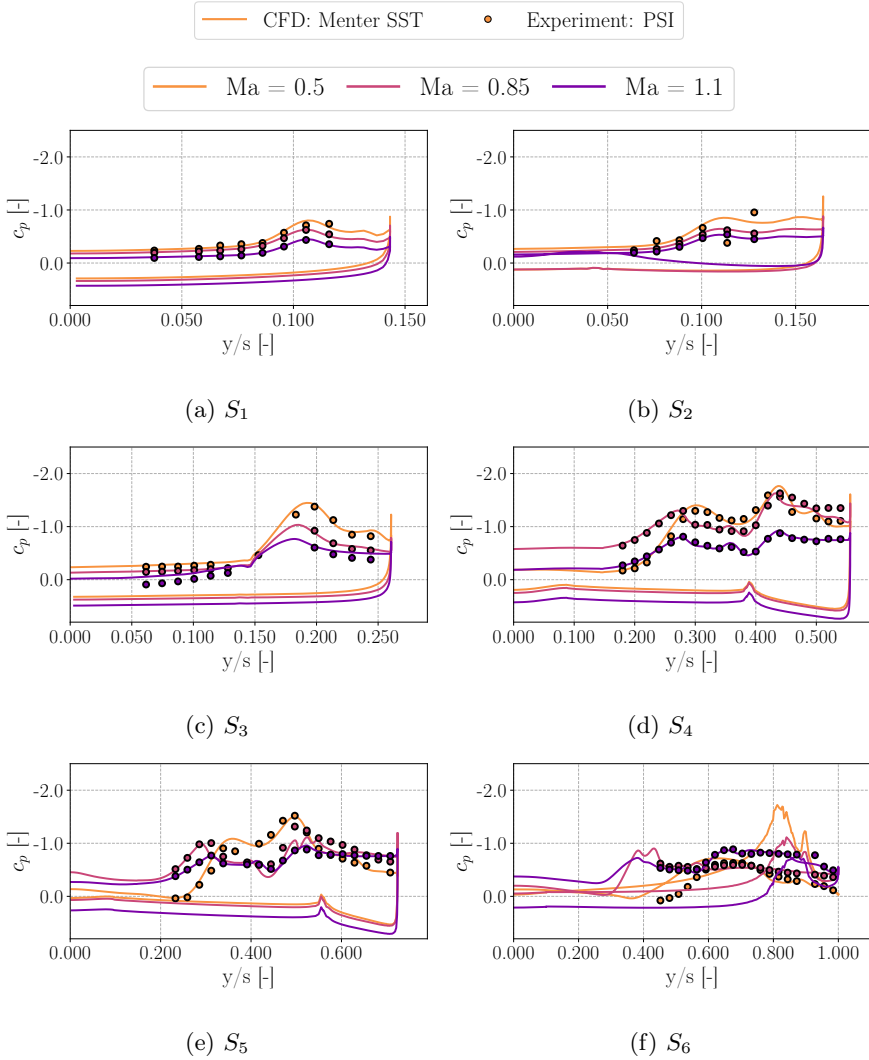


**Abbildung B.1.2:** Vergleich des Oberflächendrucks am F22-LS1 Modell zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen,  $\alpha = 20^\circ$

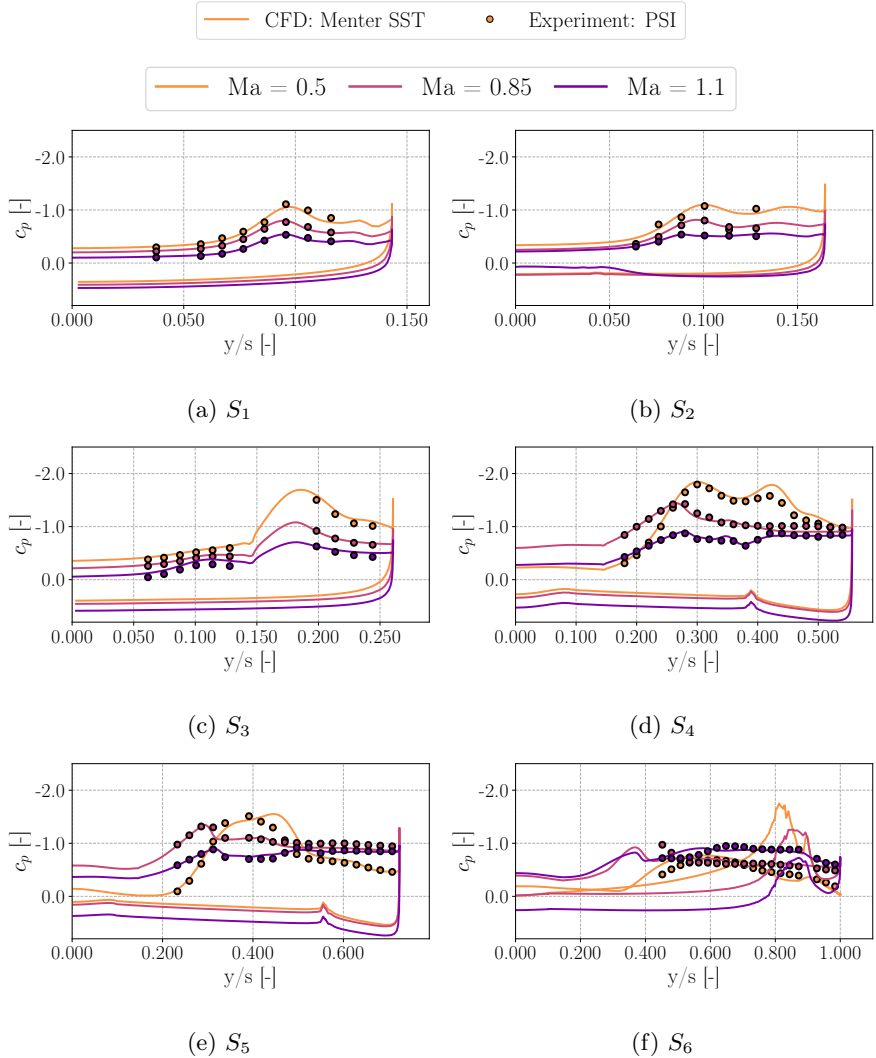
## B.2 Oberflächendruck F22-L00-Konfiguration



**Abbildung B.2.1:** Vergleich des Oberflächendrucks an der F22-L00-Konfiguration zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Anstellwinkel,  $Ma = 0,85$

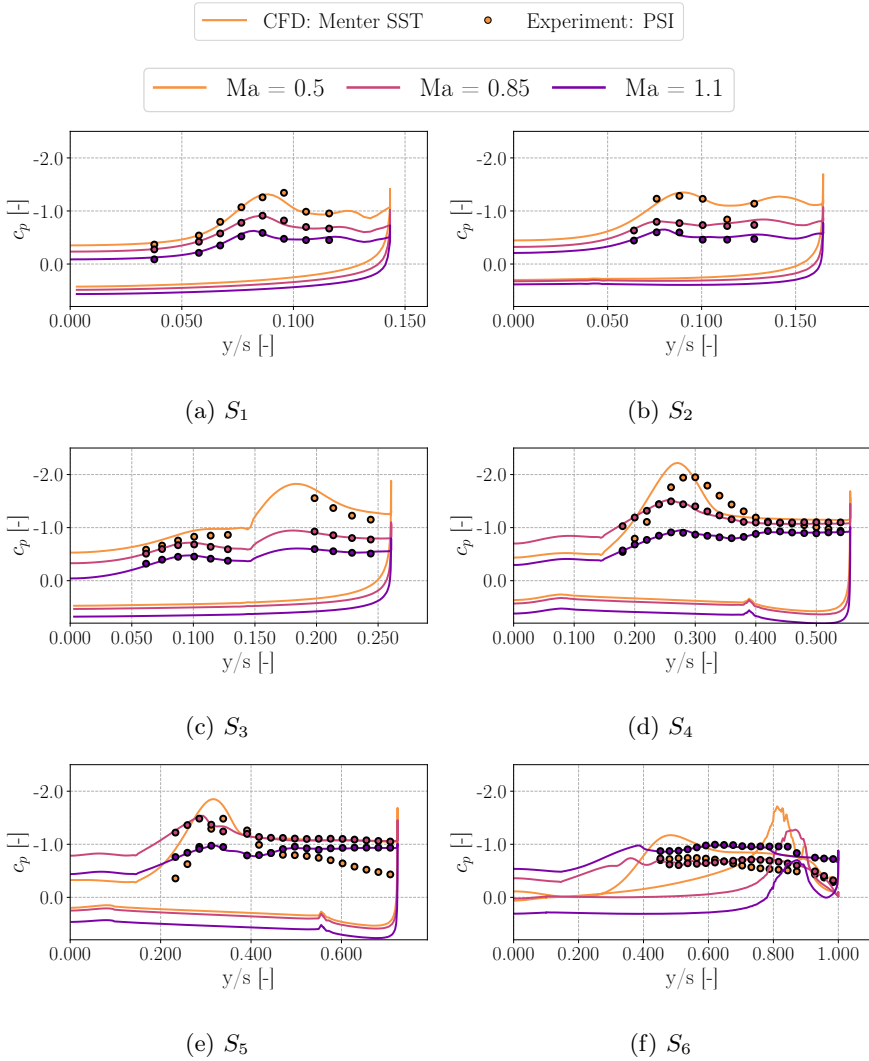


**Abbildung B.2.2:** Vergleich des Oberflächendrucks am F22-L00 Modell zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen,  $\alpha = 12^\circ$



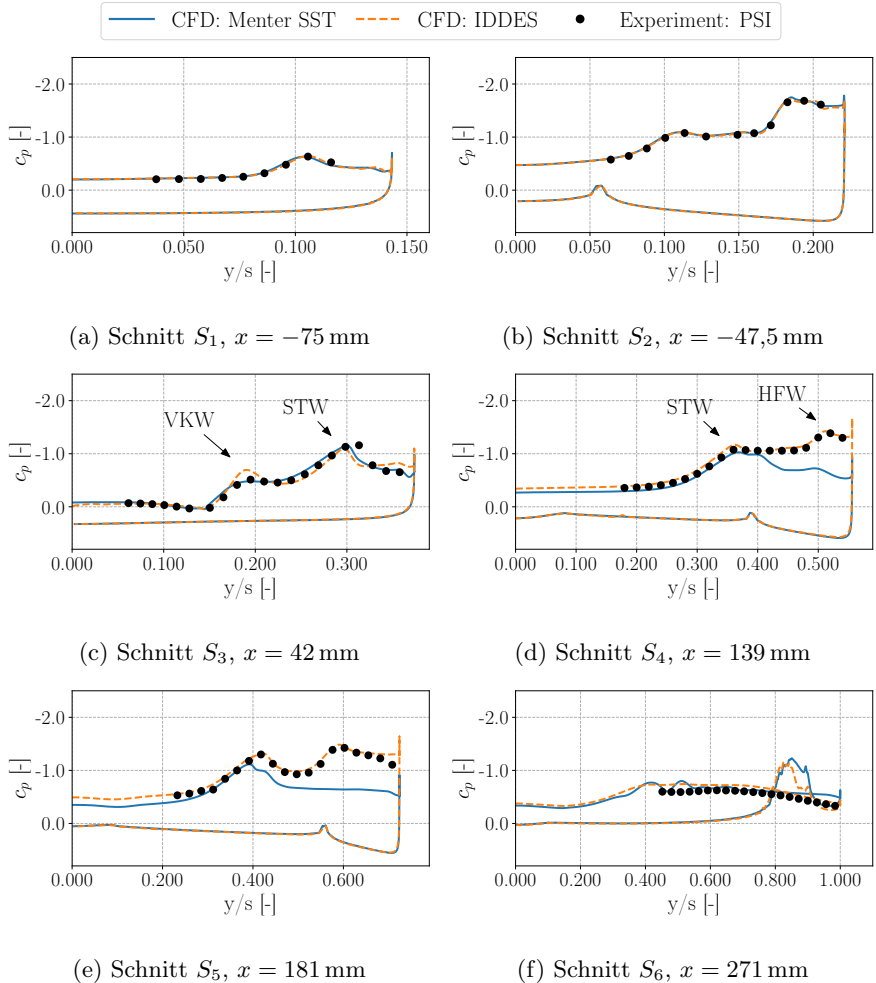
**Abbildung B.2.3:** Vergleich des Oberflächendrucks am F22-L00 Modell zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen,  $\alpha = 16^\circ$



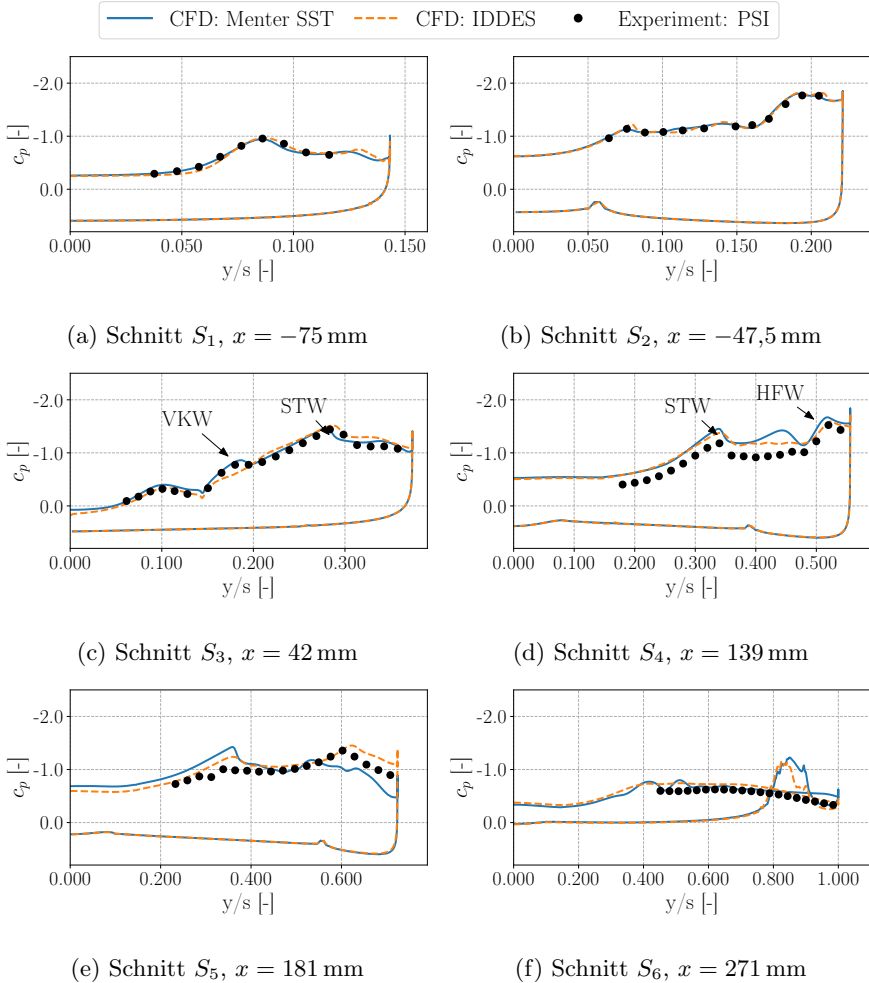


**Abbildung B.2.4:** Vergleich des Oberflächendrucks am F22-L00 Modell zwischen Experiment und Numerik für verschiedene Machzahlen,  $\alpha = 20^\circ$

## B.3 Vergleich der Oberflächendrücke zwischen URANS und IDDES



**Abbildung B.3.1:** Vergleich des Oberflächendrucks am F22-LS1 Modell zwischen Experiment, URANS und IDDES,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 12^\circ$



**Abbildung B.3.2:** Vergleich des Oberflächendrucks am F22-LS1 Modell zwischen Experiment, URANS und IDDES,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 20^\circ$

## B.4 Vergleich der Geschwindigkeitsfelder zwischen URANS und IDDES und PIV

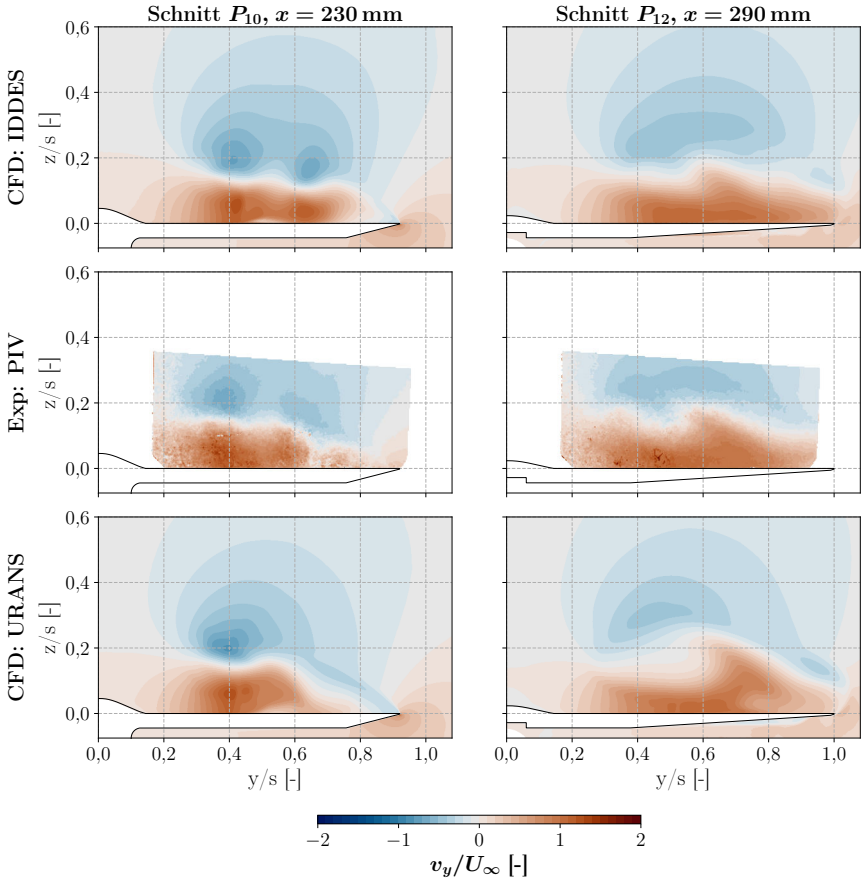
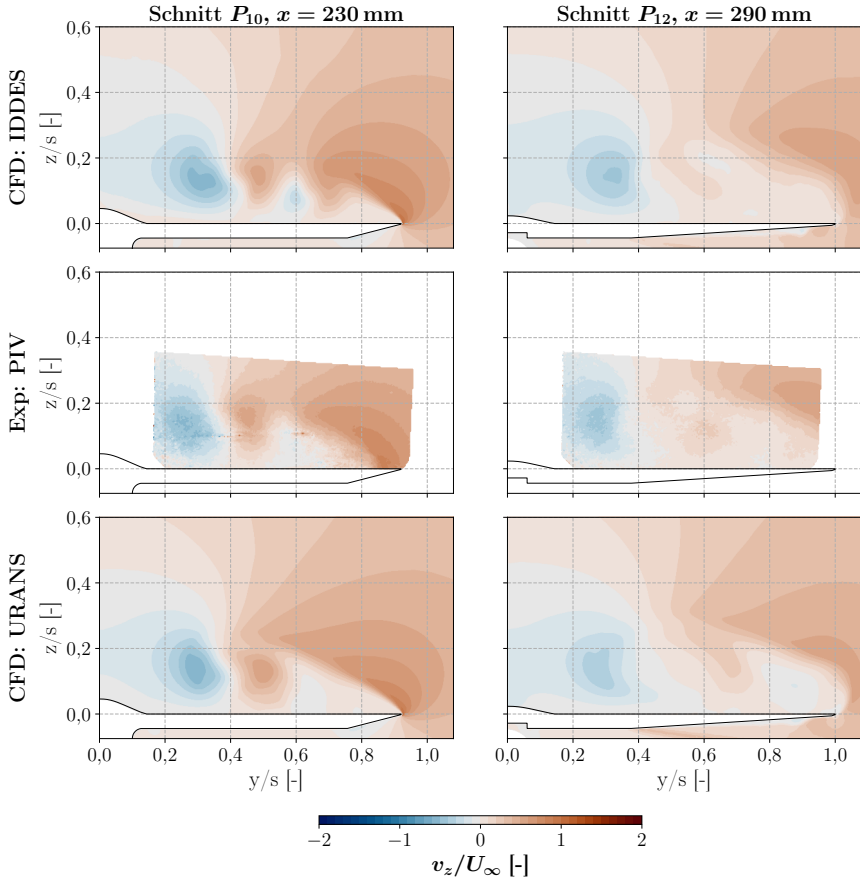


Abbildung B.4.1: Vergleich der  $y$ -Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$



**Abbildung B.4.2:** Vergleich der z-Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 16^\circ$

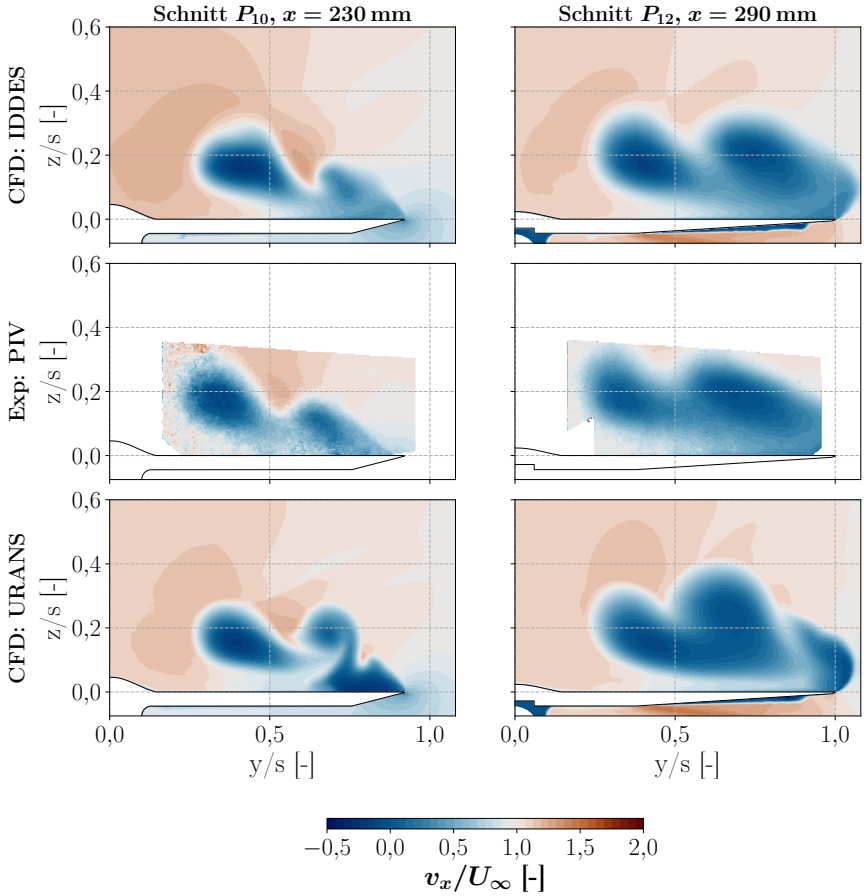


Abbildung B.4.3: Vergleich der x-Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 20^\circ$

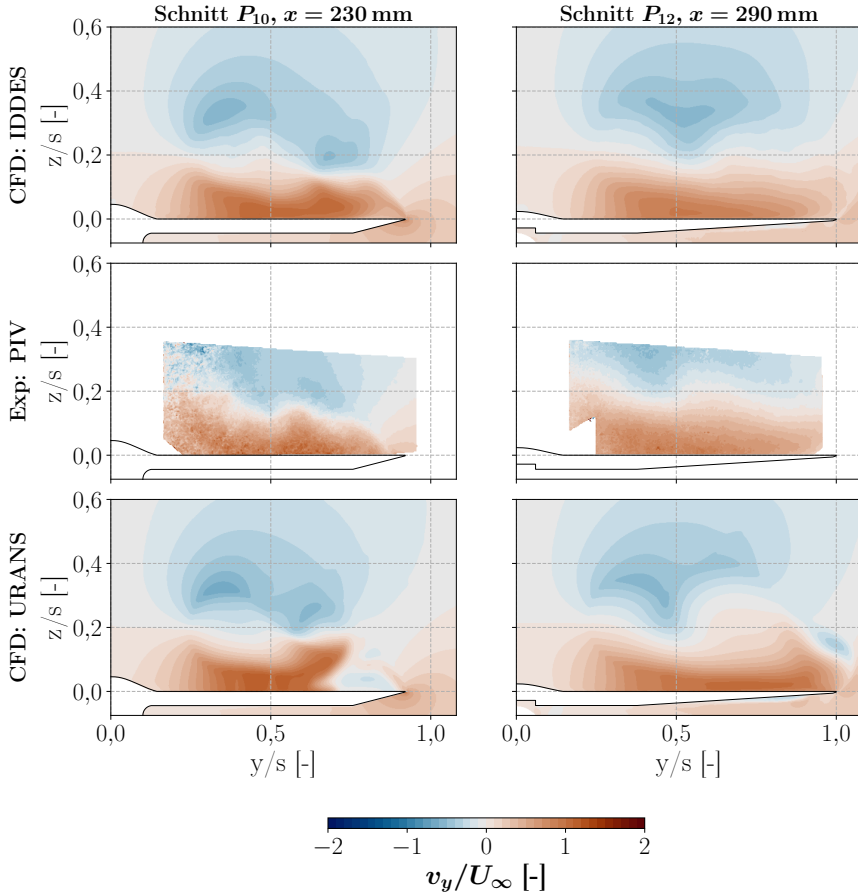


Abbildung B.4.4: Vergleich der y-Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 20^\circ$

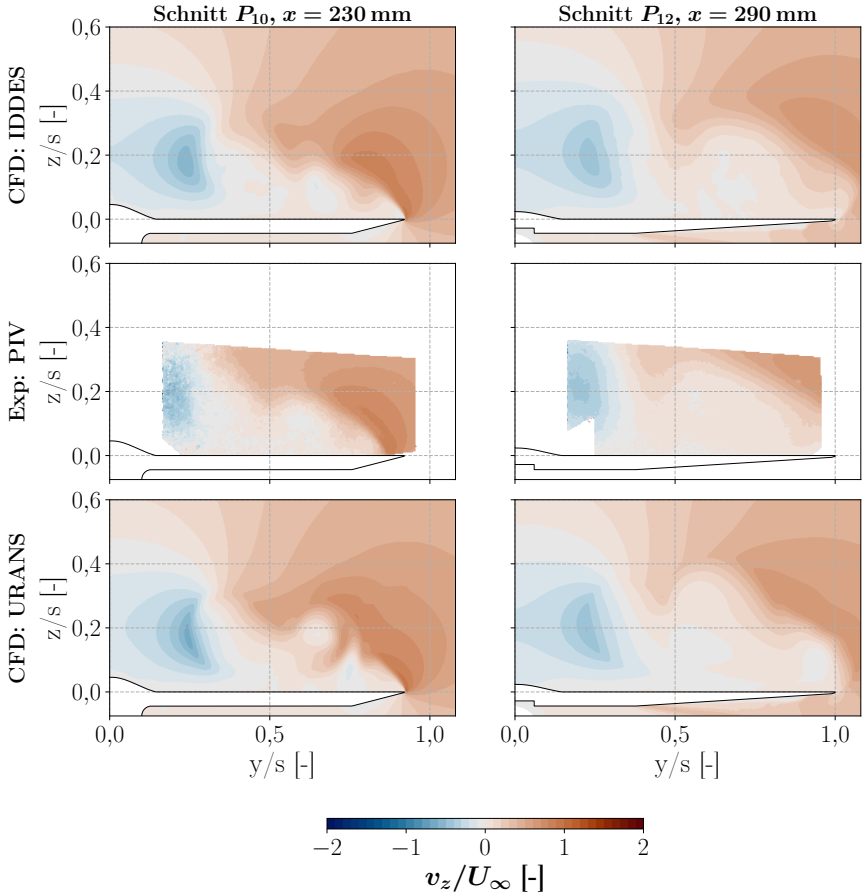


Abbildung B.4.5: Vergleich der z-Geschwindigkeit über dem Hauptflügel zwischen PIV, URANS und IDDES,  $Ma = 0,85$ ,  $\alpha = 20^\circ$





# Literaturverzeichnis

- [1] S. V. Alekseenko, P. A. Kuibin und V. L. Okulov (2007): *Theory of Concentrated Vortices: An Introduction*. Heidelberg, DE: Springer Berlin. 488 S.
- [2] H.-B. An, J. Wen und T. Feng (2011): *On Finite Difference Approximation of a Matrix-Vector Product in the Jacobian-free Newton–Krylov Method*. Journal of Computational and Applied Mathematics 236.6, S. 1399–1409.
- [3] S. Balay, W. D. Gropp, L. C. McInnes und B. F. Smith (1997): *Efficient Management of Parallelism in Object-Oriented Numerical Software Libraries*. Modern Software Tools for Scientific Computing. Boston, USA: Birkhäuser Boston, S. 163–202.
- [4] D. Banks und B. Singer (1994): *Vortex Tubes in Turbulent Flows: Identification, Representation, Reconstruction*. Proceedings Visualization '94. Washington, D.C., USA: IEEE Comput. Soc. Press, S. 132–139.
- [5] W. Bechara, C. Bailly, P. Lafon und S. M. Candel (1994): *Stochastic Approach to Noise Modeling for Free Turbulent Flows*. AIAA Journal 32.3, S. 455–463.
- [6] B. A. Belson, J. H. Tu und C. W. Rowley (2014): *Algorithm 945: Modred—A Parallelized Model Reduction Library*. ACM Transactions on Mathematical Software 40.4, S. 1–23.
- [7] T. B. Benjamin (1962): *Theory of the Vortex Breakdown Phenomenon*. Journal of Fluid Mechanics 14.04, S. 593–629.
- [8] L. K. Brandt und K. K. Nomura (2010): *Characterization of the Interactions of Two Unequal Co-Rotating Vortices*. Journal of Fluid Mechanics 646, S. 233–253.
- [9] U. Brennenstuhl und D. Hummel (1987): *Experimentelle und theoretische Untersuchung über die Wirbelbildung an Doppeldeltaflügeln*. Zeitschrift für Flugwissenschaften und Weltraumforschung 11, S. 37–49.

- [10] U. Brennenstuhl und D. Hummel (1982a): *Vortex Formation over Double-Delta Wings*. 13th ICAS Congress. Seattle, USA.
- [11] U. Brennenstuhl und D. Hummel (1982b): *Weitere Untersuchungen über die Wirbelbildung an Flügeln mit geknickten Vorderkanten*. Zeitschrift für Flugwissenschaften und Weltraumforschung 6.4, S. 239–247.
- [12] L. Cattafesta III und G. Settles (1992): *Experiments on Shock/Vortex Interactions*. 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 92-0315.
- [13] CentaurSoft (2021): *Online User's Manual - CENTAUR V15.0*. URL: <https://www.centaursoft.com>. Abgerufen am 11.11.2021.
- [14] J. D. Crouch, A. Garbaruk, D. Magidov und A. Travin (2009): *Origin of Transonic Buffet on Aerofoils*. Journal of Fluid Mechanics 628, S. 357–369.
- [15] J. Crouch, A. Garbaruk und D. Magidov (2007): *Predicting the Onset of Flow Unsteadiness Based on Global Instability*. Journal of Computational Physics 224.2, S. 924–940.
- [16] R. M. Cummings und A. Schütte (2013): *Detached-Eddy Simulation of the Vortical Flow Field about the VFE-2 Delta Wing*. Aerospace Science and Technology 24.1, S. 66–76.
- [17] J. Delery, E. Horowitz, O. Leuchter und J.-L. Solignac (1984): *Fundamental Studies on Vortex Flows*. La Recherche Aérospatiale (English Edition) 2, S. 1–24.
- [18] J. M. Delery (1994): *Aspects of Vortex Breakdown*. Progress in Aerospace Sciences 30.1, S. 1–59.
- [19] S. R. Donohoe und W. J. Bannink (1997): *Surface Reflective Visualizations of Shock-Wave/Vortex Interactions Above a Delta Wing*. AIAA Journal 35.10, S. 1568–1573.
- [20] P. G. Drazin und W. H. Reid (2004): *Hydrodynamic Stability*. 2nd ed. Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics. Cambridge, UK: Cambridge University Press. 605 S.
- [21] G. Drougge (1988): *The International Vortex Flow Experiment for Computer Code Validation*. 16th ICAS Congress. Jerusalem, Israel, S. 35–41.
- [22] R. P. Dwight (2006): *Efficiency Improvements of RANS-Based Analysis and Optimization Using Implicit and Adjoint Methods on Unstructured Grids*. Dissertation. Manchester, UK: University of Manchester.

- 
- [23] P. B. Earnshaw (1965): *Measurements of Vortex-Breakdown Position at Low Speed on a Series of Sharp-Edged Symmetrical Models*. C. P. No. 828. London, UK: Ministry of Aviation, S. 16.
- [24] J. R. Edwards und S. Chandra (1996): *Comparison of Eddy Viscosity-Transport Turbulence Models for Three-Dimensional, Shock-Separated Flowfields*. AIAA Journal 34.4, S. 756–763.
- [25] B. Eisfeld und O. Brodersen (2005): *Advanced Turbulence Modelling and Stress Analysis for the DLR-F6 Configuration*. 23rd AIAA Applied Aerodynamics Conference. Toronto, CA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2005-4727.
- [26] G. Erickson, J. Schreiner und L. Rogers (1990): *Multiple Vortex and Shock Interactions at Subsonic, Transonic, and Supersonic Speeds*. AIAA Flight Simulation Technologies Conference and Exhibit. Dayton, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 90-3023-CP.
- [27] G. Erlebacher, M. Y. Hussaini und C.-W. Shu (1997): *Interaction of a Shock with a Longitudinal Vortex*. Journal of Fluid Mechanics 337, S. 129–153.
- [28] J. H. Faler und S. Leibovich (1977): *Disrupted States of Vortex Flow and Vortex Breakdown*. Physics of Fluids 20.9, S. 1385–1400.
- [29] D. G. Francois (2020): *Development of an Efficient Synthetic Turbulence Generator for Hybrid RANS/LES Methods*. Dissertation. Braunschweig, DE: Universität Braunschweig.
- [30] D. G. François, S. Probst, T. Knopp, C. Grabe, T. Landa und R. Radespiel (2021): *Numerical Simulation of the Streamwise Transport of a Delta Wing Leading-Edge Vortex*. Journal of Aircraft 58.6, S. 1281–1293.
- [31] F. Gallaire, M. Ruith, E. Meiburg, J.-M. Chomaz und P. Huerre (2006): *Spiral Vortex Breakdown as a Global Mode*. Journal of Fluid Mechanics 549, S. 71–80.
- [32] T. Gerhold (2005): *Overview of the Hybrid RANS Code TAU*. MEGAFLOW - Numerical Flow Simulation for Aircraft Design. Heidelberg, DE: Springer Berlin, S. 81–92.
- [33] N. F. Giannelis, O. Levinski und G. A. Vio (2018): *Influence of Mach Number and Angle of Attack on the Two-Dimensional Transonic Buffet Phenomenon*. Aerospace Science and Technology 78, S. 89–101.
- [34] W. J. Grabowski und S. Berger (1976): *Solutions of the Navier-Stokes Equations for Vortex Breakdown*. Journal of Fluid Mechanics 75.3, S. 525–544.

- [35] T. Günther und H. Theisel (2018): *The State of the Art in Vortex Extraction*. Computer Graphics Forum 37.6, S. 149–173.
- [36] P. M. Hartwich (1983): *Berechnung von Vorderkantenwirbeln an Deltaflügeln*. Dissertation. Aachen, DE: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- [37] J. K. Harvey (1962): *Some Observations of the Vortex Breakdown Phenomenon*. Journal of Fluid Mechanics 14.4, S. 585–592.
- [38] C. J. Heaton, J. W. Nichols und P. J. Schmid (2009): *Global Linear Stability of the Non-Parallel Batchelor Vortex*. Journal of Fluid Mechanics 629, S. 139–160.
- [39] S. K. Hebbar, M. F. Platzer und A. E. Fritzelas (2000): *Reynolds Number Effects on the Vortical-Flow Structure Generated by a Double-Delta Wing*. Experiments in Fluids 28.3, S. 206–216.
- [40] S. K. Hebbar, M. F. Platzer und W.-H. Chang (1997): *Control of High-Incidence Vortical Flow on Double-Delta Wings Undergoing Sideslip*. Journal of Aircraft 34.4, S. 506–513.
- [41] A. Hellsten (2005): *New Advanced k-w Turbulence Model for High-Lift Aerodynamics*. AIAA Journal 43.9, S. 1857–1869.
- [42] H. Helmholtz (1858): *Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen*. Journal für die reine und angewandte Mathematik 55, S. 25–55.
- [43] T. Herbert (1997): *Parabolized Stability Equations*. Annual Review of Fluid Mechanics 29.1, S. 245–283.
- [44] V. Hernandez, J. E. Roman und V. Vidal (2005): *SLEPc: A Scalable and Flexible Toolkit for the Solution of Eigenvalue Problems*. ACM Transactions on Mathematical Software 31.3, S. 351–362.
- [45] T. Hiejima (2013): *Linear Stability Analysis on Supersonic Streamwise Vortices*. Physics of Fluids 25.11, S. 114103.
- [46] T. Hiejima (2014): *Criterion for Vortex Breakdown on Shock Wave and Streamwise Vortex Interactions*. Physical Review E 89.5, S. 053017.
- [47] S. M. Hitzel und W. Schmidt (1984): *Slender Wings with Leading-Edge Vortex Separation - A Challenge for Panel Methods and Euler Solvers*. Journal of Aircraft 21.10, S. 751–759.
- [48] S. M. Hitzel (2022): *Status of Vortex Interaction on Combat Aircraft - Physics Understood, Simulation Tool Demands, Quality & Cost*. AIAA SciTech 2022 Forum. San Diego, CA & Virtual: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2022-0159.

- 
- [49] S. M. Hitzel und R. Osterhuber (2018): *Enhanced Maneuverability of a Delta-Canard Combat Aircraft by Vortex Flow Control*. Journal of Aircraft 55.3, S. 1090–1102.
- [50] D. J. Hummel (2013): *The International Vortex Flow Experiment 2 (VFE-2): Background, Objectives and Organization*. Aerospace Science and Technology 24, S. 1–9.
- [51] J. C. R. Hunt, A. A. Wray und P. Moin (1988): *Eddies, Stream, and Convergence Zones in Turbulent Flows*. Studying Turbulence Using Numerical Simulation Databases II, S. 193–208.
- [52] M. C. Iorio, L. M. Gonzalez und E. Ferrer (2014): *Direct and Adjoint Global Stability Analysis of Turbulent Transonic Flow Over a NACA0012 Profile*. International Journal for Numerical Methods in Fluids 76.3, S. 147–168.
- [53] P. Jolivet und P.-H. Tournier (2016): *Block Iterative Methods and Recycling for Improved Scalability of Linear Solvers*. SC16: International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis. Salt Lake City, USA: IEEE, S. 190–203.
- [54] N. E. Joukowski (1906): *On Annexed Vortices*. Proceedings of the Physical Section of the Natural Science Society 13, S. 12–25.
- [55] I. M. Kalkhoran und M. K. Smart (2000): *Aspects of Shock Wave-Induced Vortex Breakdown*. Progress in Aerospace Sciences 36.1, S. 63–95.
- [56] M. Kemp (2019): *Leonardo Da Vinci’s Laboratory: Studies in Flow*. Nature 571.7765, S. 322–323.
- [57] D. L. Kohlman und W. H. Wentz Jr. (1971): *Vortex Breakdown on Slender Sharp-Edged Wings*. Journal of Aircraft 8.3, S. 156–161.
- [58] V. Kolár (2009): *Compressibility Effect in Vortex Identification*. AIAA Journal 47.2, S. 473–475.
- [59] M. W. Kutta (1902): *Auftriebskräfte in strömenden Flüssigkeiten*. Illustrierte Aeronautische Mitteilungen 6.133, S. 133–135.
- [60] D. W. Lacey (1979): *Aerodynamic Characteristics of the Close-Coupled Canard as Applied to Low-to-Moderate Swept Wings - Volume 1: General Trends*. Bethesda, USA: David W. Taylor Naval Ship Research und Development Center, S. 57.
- [61] J. E. Lamar, C. J. Obara, B. D. Fisher und D. F. Fisher (2001): *Flight, Wind-Tunnel, and Computational Fluid Dynamics Comparison for Cranked Arrow Wing (F-16XL-1) at Subsonic and Transonic Speeds*. NASA/TP-2001-210629. Hampton, USA: Langley Research Center, S. 169.

- [62] H. Lamb (1924): *Hydrodynamics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- [63] N. C. Lambourne und D. W. Bryer (1961): *The Bursting of Leading Edge Vortices - Some Observations and Discussion of the Phenomenon*. R. & M. No. 3282. London, UK: Aeronautical Research Council, S. 39.
- [64] S. Leibovich (1978): *The Structure of Vortex Breakdown*. Annual Review of Fluid Mechanics 10.1, S. 221–246.
- [65] S. Leibovich (1982): *Wave Propagation, Instability, and Breakdown of Vortices*. Vortex Motion. Wiesbaden, DE: Vieweg+Teubner Verlag, S. 50–67.
- [66] M. Lessen, P. J. Singh und F. Paillet (1974): *The Stability of a Trailing Line Vortex. Part 1. Inviscid Theory*. Journal of Fluid Mechanics 63.4, S. 753–763.
- [67] O. Lucca-Negro und T. O’Doherty (2001): *Vortex Breakdown: A Review*. Progress in Energy and Combustion Science 27.4, S. 431–481.
- [68] J. Luckring (2004): *Compressibility and Leading-Edge Bluntness Effects for a 65° Delta Wing*. 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2004-0765.
- [69] J. M. Luckring und D. Hummel (2013): *What Was Learned from the New VFE-2 Experiments?* Aerospace Science and Technology 24.1, S. 77–88.
- [70] J. M. Luckring (1979): *Flow Visualization Studies of a General Research Fighter Model Employing a Strake-Wing Concept at Subsonic Speeds*. NASA/TM-80057. Hampton, USA: Langley Research Center.
- [71] J. M. Luckring, A. Rizzi und M. B. Davis (2017): *Toward Improved Predictions of Slender Airframe Aerodynamics Using the F-16XL Aircraft*. Journal of Aircraft 54.2, S. 378–387.
- [72] H. Ludwig (1962): *Zur Erklärung der Instabilität der über angestellten Deltaflügeln auftretenden freien Wirbelkerne*. Forschungsbericht Aerodynamische Versuchsanstalt. Göttingen: Aerodynamische Versuchsanstalt.
- [73] V. Magri und I. M. Kalkhoran (2013): *Numerical Investigation of Oblique Shock Wave/Vortex Interaction*. Computers & Fluids 86, S. 343–356.
- [74] K. Mahesh (1996): *A Model for the Onset of Breakdown in an Axisymmetric Compressible Vortex*. Physics of Fluids 8.12, S. 3338–3345.

- 
- [75] C. K. Mamun und L. S. Tuckerman (1995): *Asymmetry and Hopf Bifurcation in Spherical Couette Flow*. Physics of Fluids 7.1, S. 80–91.
- [76] A. McCracken, A. Da Ronch, S. Timme und K. Badcock (2013): *Solution of Linear Systems in Fourier-based Methods for Aircraft Applications*. International Journal of Computational Fluid Dynamics 27.2, S. 79–87.
- [77] M. Meinel (2010): *The FlowSimulator Framework for Massively Parallel CFD Applications*. PARA 2010. Reykjavik, Island, S. 4.
- [78] A. Meister, C. Vömel und C. Vömel (2005): *Numerik linearer Gleichungssysteme: eine Einführung in moderne Verfahren*. Wiesbaden, DE: Vieweg. 234 S.
- [79] M. V. Melander, N. J. Zabusky und J. C. McWilliams (1988): *Symmetric Vortex Merger in Two Dimensions: Causes and Conditions*. Journal of Fluid Mechanics 195, S. 303–340.
- [80] P. Meliga und F. Gallaire (2011): *Global Instability of Helical Vortex Breakdown*. 6th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference. Honolulu, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2011-3604.
- [81] P. Meliga, F. Gallaire und J.-M. Chomaz (2012): *A Weakly Nonlinear Mechanism for Mode Selection in Swirling Jets*. Journal of Fluid Mechanics 699, S. 216–2262.
- [82] R. Melville (1996): *The Role of Compressibility in Free Vortex Breakdown*. Fluid Dynamics Conference. New Orleans, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 96-2075.
- [83] F. R. Menter (1994): *Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications*. AIAA Journal 32.8, S. 1598–1605.
- [84] C. Mettot, F. Renac und D. Sipp (2014): *Computation of Eigenvalue Sensitivity to Base Flow Modifications in a Discrete Framework: Application to Open-Loop Control*. Journal of Computational Physics 269, S. 234–258.
- [85] D. S. Miller und R. M. Wood (1984): *Leeside Flows over Delta Wings at Supersonic Speeds*. Journal of Aircraft 21.9, S. 680–686.
- [86] M. V. Morkovin (1962): *Effects of Compressibility on Turbulent Flows*. Mécanique de la Turbulence 367.380, S. 26.
- [87] H. Oertel jr (2012): *Prandtl - Führer durch die Strömungslehre: Grundlagen und Phänomene*. 13., überarb. Aufl. 2012. Wiesbaden, DE: Vieweg.
- [88] P. Olsen und R. Nelson (1989): *Vortex Interaction over Double Delta Wings at High Angles of Attack*. 7th Applied Aerodynamics Confe-



- rence. Seattle, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 89-2191-CP.
- [89] C. Oseen (1911): *Über Wirbelbewegung in einer reibenden Flüssigkeit*. Arkiv för matematik, astronomi och fysik. Almqvist & Wiksell.
- [90] H.-G. Pagendarm und B. Seitz (1992): *An Algorithm for Detection and Visualization of Discontinuities in Scientific Data Fields Applied to Flow Data with Shock Waves*. III. Eurographics Workshop in Visualization in Scientific Computation. Viareggio, IT.
- [91] P. Paredes, V. Theofilis, D. Rodriguez und J. Tendero (2011): *The PSE-3D Instability Analysis Methodology for Flows Depending Strongly on Two and Weakly on the Third Spatial Dimension*. 6th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference. Honolulu, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2011-3752.
- [92] S. Pfnür und C. Breitsamter (2019): *Leading-Edge Vortex Interactions at a Generic Multiple Swept-Wing Aircraft Configuration*. Journal of Aircraft 56.6, S. 2093–2107.
- [93] R. T. Pierrehumbert und S. E. Widnall (1982): *The Two- and Three-Dimensional Instabilities of a Spatially Periodic Shear Layer*. Journal of Fluid Mechanics 114, S. 59–82.
- [94] S. B. Pope (2000): *Turbulent Flows*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- [95] L. Prandtl (1904): *Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung*. Verhandlungen des dritten internationalen Mathematiker-Kongresses. Heidelberg, DE.
- [96] A. Probst, J. Löwe, S. Reuß, T. Knopp und R. Kessler (2016): *Scale-Resolving Simulations with a Low-Dissipation Low-Dispersion Second-Order Scheme for Unstructured Flow Solvers*. AIAA Journal 54.10, S. 2972–2987.
- [97] M. Rein, U. Henne, D. Yorita, A. Hövelmann und R. Lohmann (2018): *Transonic Wind Tunnel Measurements of Double- and Triple-Delta Wing Configurations*. IB-AS-GO-2018-79. Göttingen, DE: DLR.
- [98] M. Rein (2022): *Subsonic, Transonic and Supersonic Wind Tunnel Tests of the Generic Slender Wing Configuration DLR-F22 with Leading-Edge Vortex Controllers and Strakes*. IB-AS-GO-2022-34. Göttingen, DE: DLR.
- [99] A. Rizzi, O. Boelens, A. Jirasek und K. Badcock (2007): *What Was Learned from Numerical Simulations of F-16XL (CAWAPI) at Flight Conditions*. 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit.

- Reno, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2007-683.
- [100] A. Rizzi und J. M. Luckring (2021): *Historical Development and Use of CFD for Separated Flow Simulations Relevant to Military Aircraft*. Aerospace Science and Technology 117, S. 42.
- [101] M. R. Ruith, P. Chen, E. Meiburg und T. Maxworthy (2003): *Three-Dimensional Vortex Breakdown in Swirling Jets and Wakes: Direct Numerical Simulation*. Journal of Fluid Mechanics 486, S. 331–378.
- [102] A. Russell, M. Werner, D. Peshkin und S. P. Eccleston (2022): *Assessment of Hybrid Delta Wing Vortex Flow Investigation – Part II at Transonic Conditions*. AIAA SciTech 2022 Forum. San Diego, CA & Virtual: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2022-0158.
- [103] M. Rütten (2004): *Topologische Untersuchung des Wirbelplatzens zur Identifikation von Wirbelplatzparametern*. Dissertation. Hamburg, DE: Universität der Bundeswehr Hamburg.
- [104] Y. Saad (2011): *Numerical Methods for Large Eigenvalue Problems*. Classics in Applied Mathematics 66. Philadelphia, USA: Society for Industrial und Applied Mathematics. 276 S.
- [105] T. Sarpkaya (1971): *On Stationary and Travelling Vortex Breakdowns*. Journal of Fluid Mechanics 45.3, S. 545–559.
- [106] A. Savitzky und M. J. Golay (1964): *Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures*. Analytical Chemistry 36.8, S. 1627–1639.
- [107] L. Schiavetta, K. Badcock und R. Cummings (2007): *Comparison of DES and URANS for Unsteady Vortical Flows over Delta Wings*. 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2007-1085.
- [108] L. Schiavetta, O. Boelens und W. Fritz (2006): *Analysis of Transonic Flow on a Slender Delta Wing Using CFD*. 24th AIAA Applied Aerodynamics Conference. San Francisco, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2006-3171.
- [109] H. Schlichting und K. Gersten (2006): *Grenzschicht-Theorie*. 10., überarb. Aufl. Heidelberg, DE: Springer Berlin. 799 S.
- [110] P. J. Schmid (2010): *Dynamic Mode Decomposition of Numerical and Experimental Data*. Journal of Fluid Mechanics 656, S. 5–28.
- [111] D. Sedlacek, C. Breitsamter, M. Visonneau, E. Guilmineau und J. Wackers (2022): *Assessment of Hybrid Delta Wing Vortex Flow Investigation – Part I at Subsonic Conditions*. AIAA SciTech 2022 Fo-

- rum. San Diego, CA & Virtual: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2022-0565.
- [112] H.-K. Shih (1983): *Numerische Simulation des Aufplatzens von Wirbeln*. Dissertation. Aachen, DE: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- [113] M. L. Shur, P. R. Spalart, M. K. Strelets und A. K. Travin (2014): *Synthetic Turbulence Generators for RANS-LES Interfaces in Zonal Simulations of Aerodynamic and Aeroacoustic Problems*. *Flow, Turbulence and Combustion* 93.1, S. 63–92.
- [114] M. L. Shur, P. R. Spalart, M. K. Strelets und A. K. Travin (2008): *A Hybrid RANS-LES Approach with Delayed-DES and Wall-Modelled LES Capabilities*. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29.6, S. 1638–1649.
- [115] M. Smart, I. Kalkhoran und S. Popovic (1998): *Some Aspects of Streamwise Vortex Behavior during Oblique Shock Wave/Vortex Interaction*. *Shock Waves* 8.4, S. 243–255.
- [116] P. E. Smirnov und F. R. Menter (2009): *Sensitization of the SST Turbulence Model to Rotation and Curvature by Applying the Spalart–Shur Correction Term*. *Journal of Turbomachinery* 131.4, S. 8.
- [117] P. R. Spalart (2000): *Strategies for Turbulence Modelling and Simulations*. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 21, S. 252–263.
- [118] P. Spalart und M. Shur (1997): *On the Sensitization of Turbulence Models to Rotation and Curvature*. *Aerospace Science and Technology* 1.5, S. 297–302.
- [119] P. Spalart und C. Streett (2001): *Young–Person’s Guide to Detached-Eddy Simulation Grids*. CR-2001-211032. Hampton, USA: NASA Langley Research Center.
- [120] E. Spall und B. Gatski (1991): *A Computational Study of the Topology of Vortex Breakdown*. *Proceedings of the Royal Society of London. Mathematical and Physical Sciences*, S. 321–337.
- [121] R. Spall (1993): *Linear Stability of Streamwise Developing Longitudinal Vortices*. 23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference. Orlando, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 93-3034.
- [122] R. E. Spall und T. B. Gatski (1998): *Turbulent Vortex Breakdown: A Numerical Study*. IUTAM Symposium on Dynamics of Slender Vortices. Bd. 44. Dordrecht, NL: Springer Netherlands.

- 
- [123] H. Squire (1960): *Analysis of the 'Vortex Breakdown' Phenomenon: Part I*. London, UK: Imperial College of Science und Technology, Aeronautics Department.
- [124] A. Stanbrook und L. C. Squire (1964): *Possible Types of Flow at Swept Leading Edges*. *Aeronautical Quarterly* 15.1, S. 72–82.
- [125] A. Theiß (2021): *Transition Mechanisms on Blunt Re-Entry Capsules with and without Roughness*. Dissertation. Braunschweig, DE: Technische Universität Braunschweig.
- [126] V. Theofilis (2011): *Global Linear Instability*. *Annual Review of Fluid Mechanics* 43.1, S. 319–352.
- [127] M. Thiery und E. Coustols (2006): *Numerical Prediction of Shock Induced Oscillations over a 2D Airfoil: Influence of Turbulence Modelling and Test Section Walls*. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 27.4, S. 661–670.
- [128] O. Thomer, W. Schröder und E. Krause (2001): *Normal and Oblique Shock-Vortex Interaction*. *Proceedings of International Conference RDAMM*. Bd. 6. Novosibirsk, RU, S. 737–749.
- [129] O. Thomer (2003): *Numerische Untersuchung der Wechselwirkung von Längswirbeln mit senkrechten und schrägen Verdichtungsstößen*. Dissertation. Aachen, DE: Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- [130] O. Thomer, M. Klaas, W. Schröder und E. Krause (2003): *Oblique Shock-Vortex Interaction over a Wedge*. *Computational Fluid and Solid Mechanics 2003*. Elsevier, S. 1156–1159.
- [131] D. H. Thompson (1975): *A Water Tunnel Study of Vortex Breakdown over Wings with Highly Swept Leading Edges*. Melbourne, AU: Aeronautical Research Laboratories.
- [132] D. H. Thompson (1985): *A Visualisation Study of the Vortex Flow Around Double-Delta Wings*. Melbourne, AU: Aeronautical Research Laboratories.
- [133] W. Thomson (1868): *On Vortex Motion*. *Transactions of the Royal Society of Edinburgh* 25.1, S. 217–260.
- [134] S. Timme (2020): *Global Instability of Wing Shock-Buffer Onset*. *Journal of Fluid Mechanics* 885, S. 1–32.
- [135] S. Timme und R. Thormann (2016): *Towards Three-Dimensional Global Stability Analysis of Transonic Shock Buffet*. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. Washington, D.C.: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2016-3848.
- [136] L. S. Tuckerman und D. Barkley (2000): *Bifurcation Analysis for Timesteppers*. *Numerical Methods for Bifurcation Problems and*

- Large-Scale Dynamical Systems. Bd. 119. New York, USA: Springer New York, S. 453–466.
- [137] P. L. van Gent, B. W. van Oudheusden und F. F. J. Schrijer (2018): *Determination of Mean Pressure from PIV in Compressible Flows Using the Reynolds-averaging Approach*. Experiments in Fluids 59.3, S. 1–14.
- [138] N. Verhaagen, L. Jenkins, S. Kern und A. Washburn (1995): *A Study of the Vortex Flow over a 76/40-Deg Double-Delta Wing*. 33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 95-0650.
- [139] P. P. Walatka, P. G. Buning, L. Pierce und P. A. Elson (1990): *PLOT3D User's Manual*. NASA/TM-101067. Mountain View, USA: NASA Ames Research Center.
- [140] W. H. Wentz Jr. und M. C. McMahan (1967): *Further Experimental Investigations of Delta and Double-Delta Wing Flow Fields at Low Speeds*. CR-714. Wichita: Wichita State University, S. 129.
- [141] M. Werner, S. Weiss, M. Rein und K. Richter (2022): *Experimental and Numerical Analysis of the Aerodynamics and Vortex Interactions on Multiple-Swept Delta Wings*. 71. Deutscher Luft- und Raumfahrt-kongress. Dresden, S. 9. (eingereicht).
- [142] M. Werner und S. Hein (2022): *Global Stability Analysis of the Interaction Between a Longitudinal Vortex and an Oblique Shock Wave*. PAMM 2022.1, S. 6. (eingereicht).
- [143] M. Werner, A. Schütte und S. Weiss (2022): *Turbulence Model Effects on the Prediction of Transonic Vortex Interaction on a Multi-Swept Delta Wing*. AIAA SciTech 2022 Forum. San Diego, CA & Virtual: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2022-0295.
- [144] D. C. Wilcox (1988): *Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models*. AIAA Journal 26.11, S. 1299–1310.
- [145] Z. Wu, Y. Xu, W. Wang und R. Hu (2013): *Review of Shock Wave Detection Method in CFD Post-Processing*. Chinese Journal of Aeronautics 26.3, S. 501–513.
- [146] X.-Y. Yin, D.-J. Sun, M.-J. Wei und J.-Z. Wu (2000): *Absolute and Convective Instability Character of Slender Viscous Vortices*. Physics of Fluids 12.5, S. 1062–1072.
- [147] D. Yorita, U. Henne und C. Klein (2017): *Improvement of Lifetime-based PSP Technique for Industrial Wind Tunnel Tests*. 55th AIAA

- Aerospace Sciences Meeting. Grapevine, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics. AIAA 2017-0703.
- [148] V. V. Zatoloka, A. K. Ivaniushkin und A. V. Nikolaev (1978): *Interference of Vortexes with Shocks in Airscoops - Dissipation of Vortexes*. Fluid Mechanics - Soviet Research 7, S. 153–158.