

Grundlagen der Elektrotechnik ausgewählte Kapitel

ergänzende Beiträge zur Vorlesung
zum Thema

Leistung in der Gleichstromtechnik

Doz. Wolfgang Stuchlik
DLR Lampoldshausen, Abt. VEA

DHBW - MOS WiSe 2017



Abbildung 1: Georg Simon Ohm



Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
74239 Hardthausen
Langer Grund
Wolfgang.Stuchlik@dlr.de

Inhaltsverzeichnis

1	Optimale Leistungsumsetzung	4
1.1	Der Grundstromkreis	4
1.2	Die elektrische Leistung	5
1.3	Grenzwerte im Grundstromkreis	5
1.4	Das Leistungsverhältnis	5
1.5	Die Ableitung des Leistungsverhältnisses	6
1.6	Der Betrag der maximal umsetzbaren Leistung	6
1.7	Wirkungsgrad	7
2	Energiegewinnung - Energieumformungen	11
2.1	Elektrolyse	11
2.1.1	Grundlagen der Elektrolyse	11
2.1.2	Anwendungen der Elektrolyse	11
2.2	Brennstoffzelle	12
2.2.1	Geschichtliches	12
2.2.2	Aufbau und Funktionsweise	12
2.2.3	Der Wirkungsgrad im Vergleich	13
2.2.4	Die Brennstoffzelle im Einsatz und im Fokus der Öffentlichkeit	13
2.3	Photovoltaik	14
2.3.1	Geschichtliches	14
2.3.2	Was ist Photovoltaik/Fotovoltaik?	14
2.3.3	Wie funktioniert Photovoltaik?	15
2.3.4	Wirkungsgrad und Ertrag	15
3	Batterien und Akkumulatoren	16
3.1	Geschichtliches	16
3.2	Der Aufbau eines Bleiakкумуляtors	16
3.3	Der chemische Prozess im Bleiakкумуляtor	16
3.4	Energiedichte und Wirkungsgrade für verschiedene Akkumulatortypen	17
3.5	Ladezustandsmessung	17
4	Übungsaufgaben	18
4.1	Leitungsquerschnitt und Stromfluss	18
4.2	Leistungsumsatz und Wirkungsgrad	19
4.3	Leistungsumsatz in der Messtechnik	20
4.4	Anpassung der Leistung an ein unsymmetrisches Übertragungsglied	21
4.5	Anpassung der Leistung an ein symmetrisches Übertragungsglied	22
5	Georg Simon Ohm	24
5.1	Lebenslauf	24
5.2	Das ohmsche Gesetz	24
6	Abkürzungsverzeichnis	25
7	Literaturverzeichnis	25

Abbildungsverzeichnis

1	Georg Simon Ohm	1
2	Der Grundstromkreis und seine typischen Elemente	4
3	Leistungsumsetzung im Grundstromkreis	7
4	Leistungsumsetzung für den Fall: $R_a = R_i$	7
5	Funktionsschnittpunkte beim Leistungsmaximum	7
6	Leistungsumsetzung und Wirkungsgrad	10
7	Jules Verne	12
8	Brennstoffzelle stark abstrahiert	12
9	„Okay Houston. Hey, we’ve got a problem here. Blick auf das beschädigte Kommando- und Service-Modul Odyssey“	13
10	Die abstrahierte Solarzelle	15
11	Der Bleiakкумуляtor in Schwefelsäure	16
12	Stromstärke, Leitungsquerschnitt und Leitungsdurchmesser	18
13	Variation: Berechnung für 10m und 0,1% Spannungsabfall über der Leitung	19
14	Variation: Berechnung für 100m und 1% Spannungsabfall über der Leitung	19
15	Der Grundstromkreis mit Leitungswiderstand	19
16	Leistungsübertragung über ein unsymmetrisches Übertragungsglied	21
17	Leistungsübertragung über ein symmetrisches Übertragungsglied	22
18	Ohm Denkmal an der TU München	24

1 Optimale Leistungsumsetzung

1.1 Der Grundstromkreis

Der Grundstromkreis besteht, allgemein ausgedrückt, aus einer Energiequelle (Konstantspannungsquelle¹, Konstantstromquelle) und einem Verbraucher. Ein Verbraucher ohne Energiequelle macht technisch keinen Sinn und auch eine Energiequelle allein hat keinen praktischen Wert. Beide notwendigen Elemente, die Energiequelle und der Verbraucher sind über zwei Kontakte miteinander verbunden. Diese Kontakte werden grafisch durch weiß gefüllte Kreise dargestellt. In der Elektrotechnik spricht man von Klemmen. An diesen Klemmen fällt die Klemmenspannung ab. Es ist die Spannung, die dem Verbraucher zur Verfügung steht. Der Grundstromkreis (Lit.-Ref.1) besteht also aus einem aktiven Zweipol, der sich zusammensetzt aus einer Spannungsquelle E und einem Innenwiderstand R_i . Angeschlossen ist an diesen aktiven Zweipol der Verbraucher, der durch den Widerstand R_a symbolisiert wird. Da der Verbraucher keinen Energieeintrag erbringt, nennt man „ihn“ passiver Zweipol.

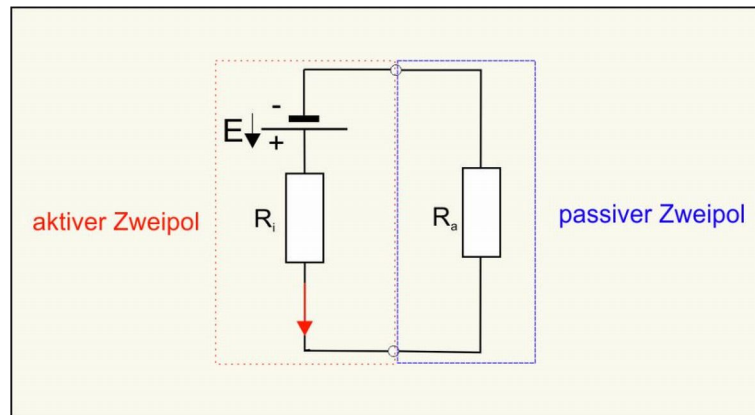


Abbildung 2: Der Grundstromkreis und seine typischen Elemente

Die Spannungsteilerregel (Lit.-Ref.2) besagt, dass die Teilspannung U sich zur Gesamtspannung E verhält, wie der Teilwiderstand zum Gesamtwiderstand. Je höher der betrachtete Teilwiderstand ist, desto größer ist die betrachtete Teilspannung.

$$\frac{U}{E} = \frac{R_a}{R_a + R_i}$$

$$U = E \frac{R_a}{R_a + R_i}$$

Merksatz: Die maximale Spannung, die am Verbraucher (R_a) abfallen kann, ist E .

- Das gilt für den Fall, wenn $R_i = 0$ ist und $R_a < \infty$.
- Das gilt auch für den Fall, wenn $R_i \neq 0$ ist und $R_a \rightarrow \infty$.

Der maximale Strom, der im Grundstromkreis fließen kann, ist der Kurzschlussstrom I_K , d.h. der Verbraucher R_a ist gleich null.

$$I_K = \frac{E}{R_i}$$

allgemein gilt: $I = \frac{U}{R}$ für den Fall, dass $R_a \neq 0$ ist und somit gilt auch: $I = \frac{E}{R_i + R_a}$

$$\frac{I}{I_K} = \frac{\frac{E}{R_i + R_a}}{\frac{E}{R_i}} = \frac{R_i}{R_i + R_a}$$

¹Konstantspannungsquelle - im einfachsten Fall kann man sich eine 12V Autobatterie darunter vorstellen

1.2 Die elektrische Leistung

Die elektrische Leistung P die an einem Verbraucher umgesetzt wird, ist das Produkt aus der Spannung, die über den Verbraucher abfällt und dem Strom I , der durch den Verbraucher fließt.

$P = U * I \Rightarrow$ aber es gelten noch allgemein folgende Beziehungen: $U = R * I$ und $I = \frac{U}{R}$

- $P = R * I^2$
- $P = \frac{U^2}{R}$

Es ist sofort zu erkennen, dass sich die Bedingungen für die Realisierung des maximalen Stroms und der maximalen Spannung am Widerstand widersprechen. Wenn wir den maximalen Strom realisieren, kann nicht gleichzeitig die maximale Spannung über dem Widerstand abfallen. Das Verhältnis der beiden Widerständen $\frac{R_a}{R_i}$ zueinander bestimmt die Leistung, die maximal übertragen werden kann.

1.3 Grenzwerte im Grundstromkreis

Die maximale Spannung über dem Widerstand R_a ist die Größe E , wenn das Verhältnis $\frac{R_a}{R_i} \rightarrow \infty$. Der Wert für $R_i = 0$ ist nicht praxisrelevant. Wenn $R_a \rightarrow \infty$ dann ist der Strom $I=0$; daraus folgt, dass die Leistung auch null ist.

Den maximalen Strom I_K erreicht man, wenn das Verhältnis von $\frac{R_a}{R_i} = 0$ ist. Der Wert $R_a = 0$ macht technisch keinen Sinn, da der Verbraucher nicht vorhanden ist. Ziel ist es, die maximale Leistung am Verbraucher R_a umzusetzen.

Aus diesen Überlegungen bilden wir das Verhältnis $x = \frac{R_a}{R_i}$.

Damit erhalten wir für die Spannungsübertragung: $U = E \frac{R_a}{R_a + R_i} = E \frac{\frac{R_a}{R_i}}{\frac{R_a}{R_i} + \frac{R_i}{R_i}} = E \frac{x}{x+1}$.

Für die Stromübertragung erhalten wir: $\frac{I}{I_{max}} = \frac{\frac{E}{R_a + R_i}}{\frac{E}{R_i}} = \frac{R_i}{R_a + R_i} = \frac{\frac{R_i}{R_i}}{\frac{R_a}{R_i} + \frac{R_i}{R_i}} = \frac{1}{x+1}$

$$I = I_{max} * \frac{1}{x+1} = I_K * \frac{1}{x+1} = \frac{E}{R_i} * \frac{1}{x+1}$$

1.4 Das Leistungsverhältnis

Untersucht wird das Verhältnis der Leistung (Lit.-Ref.3), die am Verbraucher P_{R_a} umgesetzt wird, in Relation zur Leistung, die maximal zur Verfügung steht P_K : $\frac{P_{R_a}}{P_K}$

es gilt: $P_{R_a} = \frac{U^2}{R_a}$

es gilt: $P_K = \frac{E^2}{R_i}$

$$\frac{P_{R_a}}{P_K} = \frac{\frac{U^2}{R_a}}{\frac{E^2}{R_i}}$$

$$\frac{P_{R_a}}{P_K} = \frac{U^2}{E^2} * \frac{R_i}{R_a} = \frac{[E \frac{x}{x+1}]^2}{E^2} * \frac{R_i}{R_a}$$

$$\frac{P_{R_a}}{P_K} = \frac{x^2}{[x+1]^2} * \frac{R_i}{R_a} \text{ mit } x = \frac{R_a}{R_i} \rightarrow \frac{P_{R_a}}{P_K} = \frac{x}{[x+1]^2}$$

$$P_{R_a} = P_K * \frac{x}{[x+1]^2} = \frac{E^2}{R_i} \frac{x}{[x+1]^2}$$

1.5 Die Ableitung des Leistungsverhältnisses

Um eine Funktion auf einen Extremwert zu prüfen, muss die erste Ableitung nach der gesuchten Variable x erfolgen. Die allgemeine Formel für die Quotientenregel kann aus der Literatur (Lit.-Ref.4) entnommen werden. Wir haben die Form:

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \text{ für } v(x) \neq 0$$

$$\left[\frac{u(x)}{v(x)} \right]' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{x}{[x+1]^2} \right\} = \frac{[x+1]^2 - 2x[x+1]}{[x+1]^4}$$

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{x}{[x+1]^2} \right\} = \frac{(x+1)[(x+1)-2x]}{[x+1]^4}$$

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{x}{[x+1]^2} \right\} = \frac{[(x+1)-2x]}{[x+1]^3}$$

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{x}{[x+1]^2} \right\} = \frac{1-x}{[x+1]^3}$$

Wir erhalten einen Extremwert, wenn die erste Ableitung zu null wird. Der Ausdruck $\frac{1-x}{[x+1]^3}$ wird 0, wenn der Zähler null wird.

Zähler: $1 - x = 0$, wenn $x = 1$ ist $\rightarrow x = \frac{R_a}{R_i}$

Merksatz: Es wird die maximale Leistung am Verbraucher umgesetzt, wenn beide Widerstände R_a und R_i gleich groß sind.

Wir sind davon ausgegangen, dass es sich um ein Maximum handelt. Mittels der zweiten Ableitung kann dies noch überprüft werden, denn erst wenn das Ergebnis der zweiten Ableitung nach der Größe x kleiner als null ist, dann ist es eindeutig als Maximum bewiesen.

Die erste Ableitung hat bei $x = +1$ eine Nullstelle \Rightarrow

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{1-x}{(x+1)^3} \right] = \frac{-1[x+1]^3 - (1-x)3[x+1]^2}{[x+1]^6}$$

$$\frac{-1[1+1]^3 - (1-1)3[1+1]^2}{[1+1]^6} = \frac{-1(2)^3}{2^6} = -\frac{8}{64} = -\frac{1}{8}$$

1.6 Der Betrag der maximal umsetzbaren Leistung

1. Frage: Wann gibt die Energiequelle die maximale Leistung ab?

Für den Fall, dass $R_a = R_i$ ist.

2. Frage: Wie groß ist die maximale Leistung, die umgesetzt werden kann?

$$\frac{P_{R_a}}{P_K} = \frac{x}{[x+1]^2} = \frac{1}{[1+1]^2} = \frac{1}{4}$$

Merksatz: Im Grundstromkreis kann maximal $\frac{1}{4}$ der maximal zur Verfügung stehenden Leistung am Verbraucher umgesetzt werden.

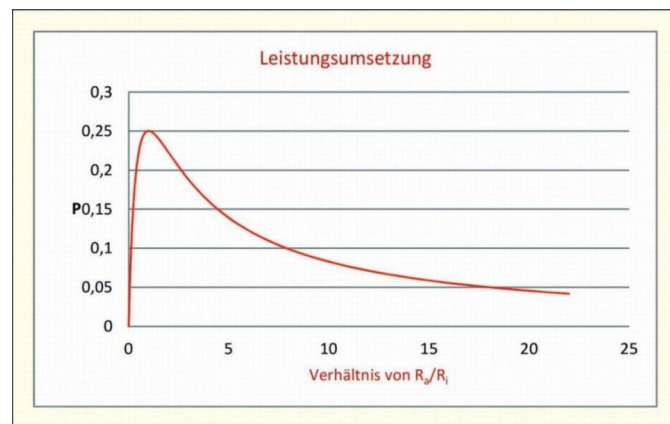


Abbildung 3: Leistungsumsetzung im Grundstromkreis

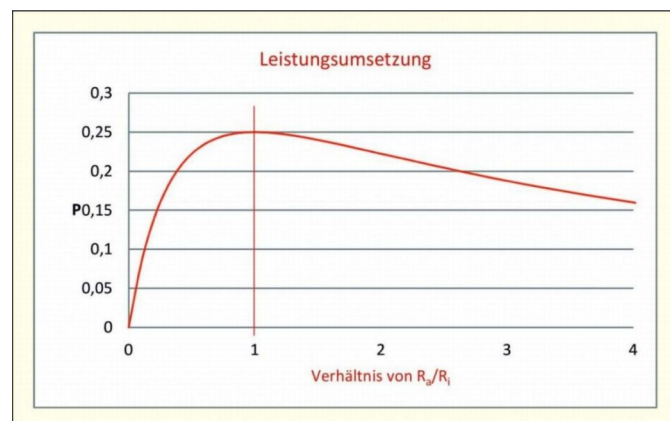
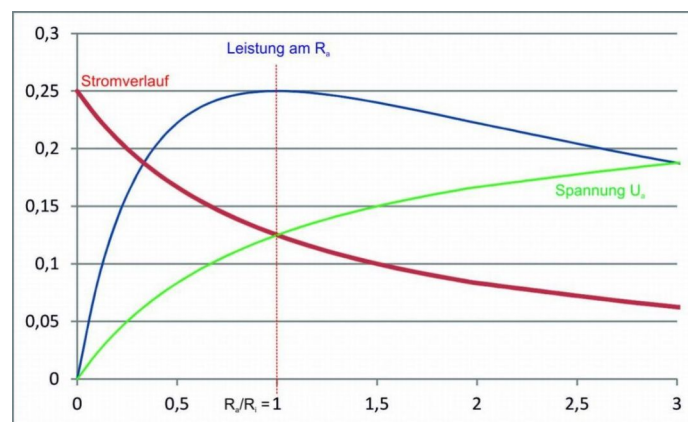
Abbildung 4: Leistungsumsetzung für den Fall: $R_a = R_i$ 

Abbildung 5: Funktionsschnittpunkte beim Leistungsmaximum

1.7 Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad η ist allgemein definiert als das Verhältnis von umgesetzter Energie am Verbraucher P_a zur maximal eingesetzten Energie durch die Energiequelle. In unserem Fall ist die maximal verfügbare Leistung die Kurzschlussleistung P_K des Generators, jedoch hat diese Größe keinen praktischen Wert. Entscheidend ist die Gesamtleistung P_g , die über dem Innenwiderstand R_i und Außenwiderstand R_a umgesetzt wird. Fassen wir daher noch einmal alle wichtigen Größen zusammen:

$$P_a = \frac{U_{R_a}^2}{R_a}$$

$$P_a = \frac{E^2 * R_a^2}{R_a(R_i + R_a)^2} = \frac{E^2 * R_a}{(R_i + R_a)^2}$$

Wenn folgende Größen als konstant angenommen werden können, dann stellt sich die Frage: Wie muss der Verbraucher R_a dimensioniert werden, damit alle Randbedingungen respektiert werden?

- $P_a = const.$ Die Leistung am Verbraucher kann mit hoher oder niedriger EMK erfolgen. Fakt ist, die Leistung ist konstant und zwingt den Anwender die optimale Dimensionierung vorzunehmen.
- Der Innenwiderstand der Spannungsquelle (allgemein als EMK bezeichnet) ist konstant und kann auch nicht verändert werden, da diese Größe nicht körperlich (physisch) vorhanden ist. Der Innenwiderstand ist eine wirkende Größe, die messtechnisch ermittelt wird.
- Die Spannung E kann variieren, jedoch legt man sich für den praktischen Gebrauch fest, ob mit hoher oder niedriger Spannung ein Gleichstrommotor oder eine Glühlampe betrieben wird. Bei konstantem Leistungsbedarf muss klar sein, dass bei hoher Spannung der Strom geringer sein darf, damit können Kabel mit geringerem Durchmesser (weniger Masse, geringere Kräfte Wirkung, weniger Werkstoffeinsatz, geringere Kosten!) eingesetzt werden.

$$(R_a + R_i)^2 = \frac{E^2}{P_a} * R_a$$

Wir stellen nach R_a um und unter folgenden konkreten Randwerten bestimmen wir den resultierenden Wert:

- Für unser Beispiel gilt: $E = 230V * \sqrt{2} \approx 163V$.
- Der Innenwiderstand $R_i = 0,1\Omega$ ist konstant.
- Die Leistung am Verbraucher ist vom Anwender vorgegeben. Exemplarisch für unser Rechenexempel $P_a = 100W$.

$$R_a^2 + 2R_a R_i + R_i^2 - \frac{E^2}{P_a} * R_a = 0$$

$$R_a^2 + R_a \left(2R_i - \frac{E^2}{P_a}\right) + R_i^2 = 0$$

Nach der allgemeinen Lösungsformel für quadratische Gleichungen gilt:

$$x^2 + xp + q = 0$$

$$p = 2R_i - \frac{E^2}{P_a} \quad \rightarrow \quad p = 2 * 0,1 \frac{V}{A} - \frac{(163V)^2}{100VA} = -264,3 \Omega$$

$$q = R_i^2 \quad \rightarrow \quad q = (0,1 \frac{V}{A})^2 = 0,01 \Omega^2$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{p}{2}\right]^2 - q}$$

$$R_{a_{1/2}} = -\frac{-264,3 \Omega}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{-264,3 \Omega}{2}\right]^2 - 0,01 \Omega^2}$$

$$R_{a_1} = 132,15 \Omega + \sqrt{[17463,6 \Omega^2]} = 264,3 \Omega$$

$$R_{a_2} = 132,15 \Omega - \sqrt{[17463,6 \Omega^2]} = 3,8 * 10^{-5} \Omega$$

Bei der Lösung für R_{a_2} muss, bedingt durch die Rundungsfehler, der letztendliche Wert nur als Richtwert betrachtet werden. Hier ist der Zahlenwert weniger von Interesse, als die Potenzordnung.

Diskussion des Resultats:

- Ein sehr niederohmiger Außenwiderstand ist eine mögliche Lösung. Es ist zu prüfen, ob dieses Ergebnis praktisch relevant ist. Der resultierende Strom ist recht hoch bei $P_a = 100W$. Hohe Ströme benötigen große Leitungsquerschnitte. Große Leitungsquerschnitte bedeuten hohen Materialaufwand und hohe Massen.

In unserem Fall würde der Strom

$$I = \frac{100V}{3,8 \cdot 10^{-5} \Omega} \approx 2,6 MA \text{ betragen.}$$

Letztendlich müsste, bedingt durch die maximal zulässige Stromdichte, der Leitungsquerschnitt mehrere Meter betragen. Damit ist ersichtlich, dass diese Lösung verworfen werden muss.

Ein ergänzendes Beispiel zu dieser praktischen Aufgabenstellung wird im Kapitel 4.1 gerechnet.

$$\text{Formel: } A = (I\rho 2L)/U_v.$$

I entspricht der maximalen Stromstärke in Ampere; ρ entspricht dem spezifischen Widerstand von Kupfer $0,0172 \Omega mm^2/m$; $2 \cdot L$ entspricht der benötigte Kabellänge (zweiadrig - hin und zurück); U_v = akzeptabler Spannungsverlust z. B. 0,5 V.

- Die technische Alternative ist ein Außenwiderstand mit etwa 266Ω . Bei gleicher Leistung P_a reduziert sich der Strom.
- Die Wahl des Widerstandes R_a fällt auf den höher ohmigen Widerstand, da bei gleicher Leitungsumsetzung der Wirkungsgrad höher ist.

Der Wirkungsgrad und die optimale Leistungsumsetzung werden miteinander verglichen. Aus diesem Grund werden Zähler und Nenner mit $\frac{1}{R_i^2}$ erweitert. Für das Verhältnis $\frac{R_a}{R_i}$ wird x eingesetzt.

$$P_a = E^2 \frac{\frac{R_a}{R_i^2}}{\frac{1}{R_i^2} (R_i + R_a)^2}$$

$$P_a = \frac{E^2 \frac{R_a}{R_i}}{R_i \frac{1}{R_i^2} (R_i + R_a)^2}$$

$$P_a = P_K \frac{x}{\frac{1}{R_i^2} (R_i + R_a)^2} = P_K \frac{x}{(1+x)^2}$$

$$P_g = \frac{E^2}{R_i + R_a}$$

$$\eta = \frac{P_a}{P_g} = \frac{\frac{E^2 * R_a}{(R_i + R_a)^2}}{\frac{E^2}{(R_i + R_a)}}$$

$$\eta = \frac{R_a}{R_i + R_a} = \frac{x}{1+x}$$

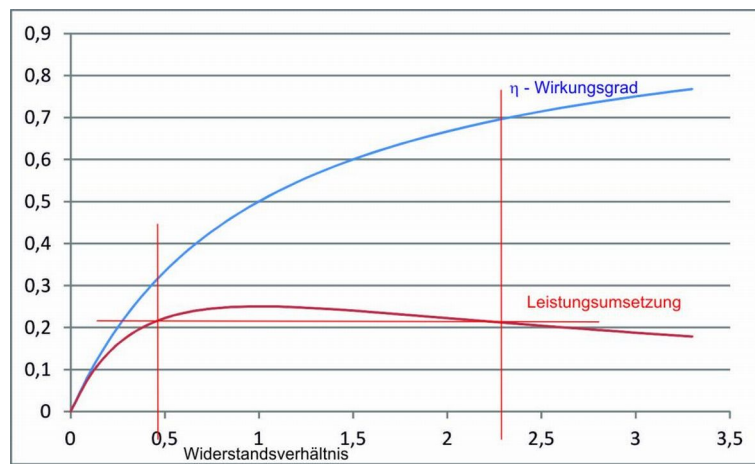


Abbildung 6: Leistungsumsetzung und Wirkungsgrad

Abhängig vom Verhältnis der beiden Widerstände im Grundstromkreis, werden der Wirkungsgrad und die Leistungsumsetzung normiert dargestellt. Für die Leistungsumsetzung erhalten wir zwei Ergebnisse bei gleichem Leistungsverhältnis, wenn nicht gezielt das Maximum eingestellt wird. Da für das Verhältnis $R_a > R_i$ der Wirkungsgrad η höher ist, wird aus praktischen Erwägungen dieses Verhältnis bevorzugt. Interessant ist, dass bei optimaler Leistungsumsetzung „nur“ $\frac{1}{4}$ der Kurzschlussleistung am Verbraucher umgesetzt werden können. Der Wirkungsgrad beträgt 50% und ist auch logisch erklärbar, da $R_a = R_i$ ist.

2 Energiegewinnung - Energieumformungen

2.1 Elektrolyse

2.1.1 Grundlagen der Elektrolyse

Mit der Bewegung von Ionen wird nicht nur eine Ladung transportiert, sondern auch eine Stoffmenge. Die Ladung Q eines Ions ist umso größer, je größer die Wertigkeit w des Elements ist. Bei n an einer Elektrode ankommenden Ionen ist die Ladung $Q = n * w * e^-$; wobei die Größe e^- die Ladung eines Elektrons darstellt.

Andererseits ist die je Ion bewegte Masse um so größer, je größer die relative Atom- oder Molekülmasse A des Stoffes ist. Bei n Ionen, die multipliziert werden mit der Elementarmasse m_0 , gelangt an die Elektrode die resultierende Masse:

$$m = n * A * m_0.$$

Die Größe m_0 ² ist die chemische Masseinheit und entspricht $\frac{1}{12}$ der Masse eines Kohlestoffatoms. Ersetzt man n durch den Ausdruck $n = \frac{m}{A * m_0}$, so ergibt sich folgende Beziehung:

$$m = \frac{m_0}{e^-} \frac{A}{w} * Q$$

Mit der Elementarladung eines Elektrons $e^- = 1,6 * 10^{-19}$ As erhält man die zugeschnittene Größengleichung, die auch als „**Faradaysches Abscheidungsgesetz**“ bekannt ist.

$$m[g] = \frac{1}{96500} \frac{A}{w} * Q[As]$$

Interpretation: Die Ladung 96500As scheidet an einer Elektrode eine solche Masse in Gramm ab, wie der Quotient relative Atommasse durch die Wertigkeit des Elements ergibt.

Silber hat die relative Atommasse 107,88 und ist einwertig, also scheidet der Strom von 1A in einer Sekunde die Masse: $m = \frac{1}{96500} * \frac{107,88g}{1} = 1,118mg$ ab.

Die mit dem Strom transportierten Stoffe können nach Abgabe ihrer Ladung entsprechend ihrer Beschaffenheit, der Art der Elektrode und des Elektrolyten:

- an der Elektrode haften bleiben, wobei die Metalle an der Kathode und z.B. Sauerstoff an der Anode abgeschieden werden
- als Gas an den Elektroden hochsteigen oder sich in fester Form in der Lösung absetzen
- chemisch mit der Elektrode oder den Elektrolyten reagieren.

2.1.2 Anwendungen der Elektrolyse

Die Galvanotechnik: Metallische oder mit Graphitpulver leitend gemachte Körper werden als Kathode in eine Salzlösung desjenigen Metalls (Elektrolyt) gehängt, mit dem man sie durch Stromfluss überziehen will (Verchromen, Vernickeln, Vergolden). Dabei kann man metallische Kopien von Plastiken oder Matrizen als Druckstock [Vinylschallplatte - Galvanoplastik] herstellen.

Elektrolytische Metallgewinnung: Besonders die Gewinnung des Elektrolytkupfers ist seit Jahren von größter technischer Bedeutung. Als Anode wird Rohkupfer (Reinheitsgrad $\approx 96\%$) und als Elektrolyt $CuSO_4 + H_2SO_4 + H_2O$ verwendet. Betrachtet man den Vorgang an einem dissoziierten $CuSO_4$ -Molekül, so zerfällt im Elektrolyten $Cu^{++} + SO_4^{--}$. Cu^{++} bewegt sich mit dem Strom zur Kathode und setzt sich dort ab, wobei jedes Ion zwei Elektronen aufnimmt. Diese Elektronen werden von der Anode über die Drahtverbindung mit Hilfe der EMK geliefert. Die Anode erhält diese beiden Elektronen von dem Säurerestion³ SO'' . Diese

² $m_0 = 1,66 * 10^{-24}$ g

³Ein Säurerest ist das, was nach Abspaltung eines Protons H^+ (oder auch mehrerer) vom Säuremolekül übrigbleibt.

Atomgruppe ist in neutralem Zustand instabil. Es reagiert mit der Kupferanode, indem es mit einem Cu-Atom zwei Elektronen austauscht und als $CuSO_4$ in die Lösung geht. Es ersetzt dort das in unserer Betrachtung eingangs erwähnte $CuSO_4$ -Molekül.

2.2 Brennstoffzelle

2.2.1 Geschichtliches

1870 schrieb Jules Verne über die Brennstoffzelle:

„Das Wasser ist die Kohle der Zukunft. Die Energie von morgen ist Wasser, das durch elektrischen Strom zerlegt worden ist. Die so zerlegten Elemente des Wassers, Wasserstoff und Sauerstoff, werden auf unabsehbare Zeit hinaus die Energieversorgung der Erde sichern.“



Abbildung 7: Jules Verne

Eine erste Brennstoffzelle wurde im Jahre 1838 von Christian Friedrich Schönbein vorgestellt, indem er zwei Platindrähte in Salzsäure mit Wasserstoff bzw. Sauerstoff umspülte und zwischen den Drähten eine elektrische Spannung gemessen hat. Ein Jahr später veröffentlichte Schönbein diese Ergebnisse. Sir William Grove veröffentlichte 1838 eine Notiz über das von ihm bezeichnete „batterisierte Knallgas“. Zusammen mit Schönbein erkannte Grove die Umkehrung der Elektrolyse und das Erzeugen von Strom in diesem Phänomen.

Wegen der Erfindung des elektrischen Generators, damals Dynamomaschine genannt, durch Werner von Siemens geriet die als „Galvanische Gasbatterie“ bezeichnete Erfindung zunächst in Vergessenheit. Die Dynamomaschine war in Verbindung mit der Dampfmaschine bezüglich Brennstoff und Materialien relativ einfach und unkompliziert und wurde daher zu dieser Zeit der komplexen Brennstoffzelle vorgezogen.

2.2.2 Aufbau und Funktionsweise

Eine Brennstoffzelle besteht aus Elektroden, die durch eine Membrane oder Elektrolyt (Ionenleiter) voneinander getrennt sind.

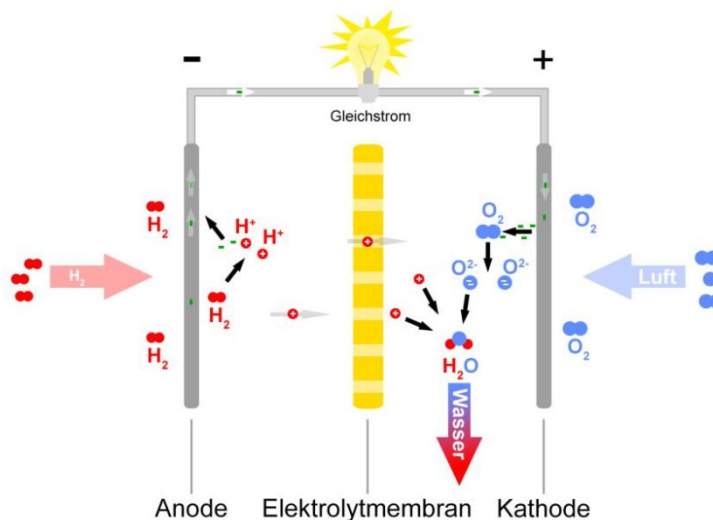


Abbildung 8: Brennstoffzelle stark abstrahiert

Der Brennstoff (Wasserstoff) wird an der Anode katalytisch, unter Abgabe von Elektronen, zu Wasserstoffionen gewandelt. Diese gelangen durch die Ionen-Austauschmembrane in die Kammer mit dem

Oxidationsmittel. Die Elektronen werden aus der Brennstoffzelle abgeleitet und fließen über einen elektrischen Verbraucher zur Kathode. An der Kathode wird das Oxidationsmittel (Sauerstoff) durch Aufnahme der Elektronen zu Anionen reduziert, die unmittelbar mit den Wasserstoffionen zu Wasser reagieren. Es findet eine kalte Verbrennung statt, anstatt einer exothermen Reaktion! Die Elektrodenplatten bestehen meist aus Metall oder Kohlenstoffnanoröhren. Sie sind mit einem Katalysator beschichtet (Platin oder Palladium). Als Elektrolyten können beispielsweise gelöste Laugen oder Säuren, Alkalicarbonatschmelzen, Keramiken oder Membranen dienen.

Die Wasserstoff-Sauerstoff-Brennstoffzelle ist ökologisch noch umstritten

2.2.3 Der Wirkungsgrad im Vergleich

Wasserstoff kann zwar durch Einsatz von Elektrizität aus erneuerbaren Energien klimaneutral gewonnen werden, jedoch sind die Verluste bei der Herstellung, der Lagerung und dem Transport zu berücksichtigen.

- Erdgas $\rightarrow H_2 \rightarrow$ PKW-Brennstoffzellen \rightarrow Wirkungsgrad η : 3%
- H_2 über Elektrolyse \rightarrow PKW-Brennstoffzellen $\rightarrow \eta$: ca. 12% ... 29%
- Zum Vergleich: Erdöl \rightarrow Benzin \rightarrow PKW $\rightarrow \eta = 20\%$

Die Energie liefert eine Reaktion von Sauerstoff mit dem Brennstoff, der Wasserstoff sein kann, jedoch ebenso aus organischen Verbindungen wie z.B. aus Methan und Methanol bestehen kann. Beide Reaktionspartner werden über die Elektroden kontinuierlich zugeführt. Die gelieferte Spannung liegt theoretisch bei 1,23 V für die Wasserstoff-Sauerstoff-Zelle bei einer Temperatur von 25°C. In der Praxis werden jedoch nur Spannungen von (0,5–1)V (experimentell auch darüber) erreicht. Die Spannung ist vom Brennstoff, von der Qualität der Zelle und von der Temperatur abhängig.

2.2.4 Die Brennstoffzelle im Einsatz und im Fokus der Öffentlichkeit

Die ersten produktiven Einsätze hatte die Brennstoffzelle in der US-amerikanischen Raumfahrttechnik der 1960er Jahre. In den Apollo-Mondmissionen diente sie als meist zuverlässiger Energielieferant. Als aber am 11. April 1970 die Rakete der Apollo-13-Mission mit drei Mann Besatzung nach problemlosem Start das All erreichte, explodierte 55 Stunden später ein Sauerstofftank (Einschalten des Umrührers) und beschädigte einen zweiten. Damit konnten die Brennstoffzellen nicht mehr arbeiten, die Stromversorgung fiel in der Kommandokapsel (nicht im Lunar modul) aus.

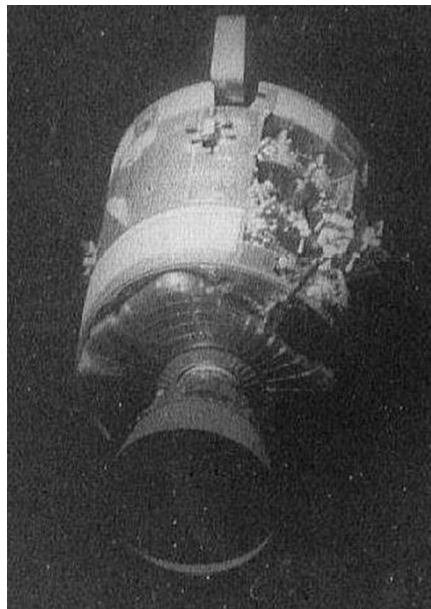


Abbildung 9: „Okay Houston. Hey, we’ve got a problem here. Blick auf das beschädigte Kommando- und Service-Modul Odyssey“

Apollo 13 war 330.000 Kilometer von der Erde entfernt. Es war Montag, der 13. April 1970, kurz nach 21 Uhr Central Standard Time (CST) oder vier Uhr Mitteleuropäischer Zeit (MEZ). Das Raumschiff, das Amerikas dritte Crew zum Mond bringen sollte, raste mit 3540 Kilometer pro Stunde auf sein Ziel zu. Die Astronauten James Lovell, Fred Haise und John Swigert waren seit 55 Stunden und 55 Minuten im All. Dann der berühmte Satz von John Swigert: Okay Houston. Hey, we've got a problem here.“ Dies war die größte Untertreibung in der Geschichte der Raumfahrt.

Ergo: Die fast 200 Jahre alte Technik (1838 – Chr.-F. Schönbein) ist nicht das Problem, jedoch die sichere Handhabung.

2.3 Photovoltaik

Die **Photovoltaik basiert auf dem photoelektrischem Effekt**. Unter dem Begriff photoelektrischer Effekt, auch lichtelektrischer Effekt oder kurz Photoeffekt, werden drei nah verwandte, aber unterschiedliche Prozesse der Wechselwirkung von Photonen mit Materie zusammengefasst. In allen drei Fällen wird ein Photon von einem Elektron, das z. B. in einem Atom oder im Valenzband oder im Leitungsband eines Festkörpers gebunden ist, absorbiert und das Elektron dadurch aus der Bindung gelöst. Die Energie des Photons muss dazu mindestens so groß sein, wie die Bindungsenergie dieses Elektrons.

2.3.1 Geschichtliches

Der photoelektrische Effekt wurde bereits im Jahre 1839 von dem französischen Physiker Alexandre Edmond Becquerel entdeckt. 1954 gelang es, die ersten Siliziumsolarzellen mit Wirkungsgraden von über 4 %, zu produzieren. Die erste technische Anwendung wurde 1955 bei der Stromversorgung von Telefonverstärkern gefunden.

Man unterscheidet drei Arten des photoelektrischen Effekts:

Als **äußeren photoelektrischen Effekt** (auch als Photoemission oder Hallwachs-Effekt bezeichnet) versteht man das Herauslösen von Elektronen aus einer Halbleiter- oder Metalloberfläche (Photokathode) durch Bestrahlung. Dieser Effekt wurde bereits im 19. Jahrhundert entdeckt und 1905 von Albert Einstein erstmals gedeutet, wobei er den Begriff des Lichtquants einführte.

Der **innere photoelektrische Effekt** tritt in Halbleitern auf.

- Als Photoleitung bezeichnet man die Zunahme der Leitfähigkeit von Halbleitern durch Bildung von nicht aneinander gebundenen Elektron-Loch-Paaren. Darauf aufbauend ermöglicht der photovoltaische Effekt die Umwandlung von Licht- in elektrische Energie.

Photoionisation: Unter Photoionisation (atomarer Photoeffekt) versteht man die Ionisation von Atomen oder Molekülen durch Bestrahlung mit Licht genügend hoher Frequenz.

2.3.2 Was ist Photovoltaik/Fotovoltaik?

Unter Photovoltaik (photos = aus dem griech. des Lichts) versteht man die direkte Umwandlung von Lichtenergie in elektrische Energie mittels Solarzellen. Seit 1958 wird sie durch das Sonnensegel in der Raumfahrt genutzt (Vanguard 1). Inzwischen wird sie überwiegend auf der Erde zur Stromerzeugung eingesetzt und findet unter anderem Anwendung auf Dachflächen, bei Parkscheinautomaten, in Taschenrechnern, an Schallschutzwänden und auf Freiflächen. Die Photovoltaik ist ein Teilbereich der Solartechnik, die weitere technische Nutzungen der Sonnenenergie einschließt. Die als Licht und Wärme auf die Erdatmosphäre auftreffende Menge an Sonnenenergie beträgt jährlich $1,5 \cdot 10^{18} \text{ kWh}$; dies entspricht in etwa dem 15.000-fachen des gesamten Weltenergiebedarfs der Menschheit im Jahre 2006. Der Lichtenergieeintrag durch die Sonne wird allerdings durch Wasserdampf und andere Bestandteile in der Luft verringert. Die auf die Erdoberfläche treffende Strahlungsenergie kann aufgefangen und teilweise in Elektrizität umgewandelt werden, ohne dass Nebenprodukte wie Abgase (z.B. Kohlendioxid) entstehen. Aufgrund der hohen Einstrahlungsdichte und den damit verbundenen deutlich höheren Energieertragswerten lassen sich in südlichen Gebieten bzw. nahe des Äquators, wie beispielsweise Chile, Kalifornien, Australien oder Indien, potentiell niedrigere Stromkosten bei den Investitionen als in Mitteleuropa erzielen.

2.3.3 Wie funktioniert Photovoltaik?

Jede Solarzelle weist vier Schichten auf, von denen die positiv- bzw. negativ- leitenden Schichten aus einem Halbleitermaterial, zum Beispiel Silizium, bestehen. Diese werden abgekürzt p-(positiv) Schicht und n-(negativ)Schicht genannt. Durch die gezielte Einbringung (Dotierung) kleiner Mengen von Fremdatomen aus anderen chemischen Hauptgruppen, wird der Halbleiter p (positiv)- oder n (negativ)-leitend gemacht. Dotierstoffe für Silizium sind z.B. Bor (positiv) und Phosphor (negativ). Beim photoelektrischen Effekt wird in dem dotierten Halbleiter durch die Absorption von Licht (Photonen) eine elektrische Spannung aufgebaut. Das Prinzip beruht darauf, dass Elektronen durch den Lichteinfall und die damit verbundene Energie von ihren Atomen getrennt werden und sich im ganzen Festkörper frei bewegen können. Gleichzeitig entstehen dabei positiv geladene „Löcher“, die ebenfalls frei beweglich sind. Eine Solarzelle muss die beiden Ladungen so effektiv und schnell wie möglich voneinander trennen. Dies geschieht durch den pn-Übergang an der Grenzfläche zwischen der p- und der n-leitenden Schicht. Elektronen, die in die Nähe des pn-Übergangs kommen, fließen auf die n-Seite und Löcher auf die p-Seite ab. Dadurch erfolgt eine Ladungstrennung.

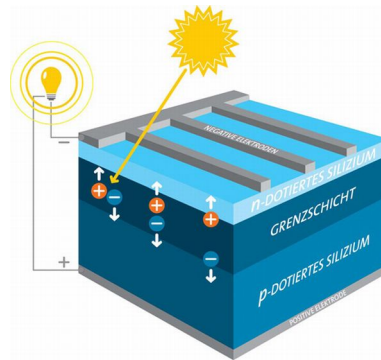


Abbildung 10: Die abstrahierte Solarzelle

Die Elektronen fließen zum Rückseitenkontakt, die Löcher zum Vorderseitenkontakt der Solarzelle. Von da an wird der Strom über Kabel zum Verbraucher weitergeleitet.

2.3.4 Wirkungsgrad und Ertrag

In der Photovoltaik gilt es zwischen stabilem Wirkungsgrad und anfänglichem Wirkungsgrad zu unterscheiden. Besonders bei Dünnschicht-Solarzellen nimmt der Wirkungsgrad in den ersten drei bis sechs Monaten nach Inbetriebnahme der Anlage um bis zu 40% ab (Degradation). Nach dieser initialen Phase stabilisiert sich der Wirkungsgrad und unterliegt nur noch einer geringen Degradation (durchschnittlich ca. 10% in 20 Jahren). Dieser verbleibende Wirkungsgrad ist im Folgenden dargestellt. Der Ertrag einer Photovoltaikanlage hängt neben dem nominellen Wirkungsgrad der Module ab

- zum einen von ihrer Temperatur,
- zum anderen von ihrer Ausrichtung zur Sonne.

Solarzellen Wirkungsgrade

- polykristallines Silizium (Dickschicht) \Rightarrow 14 – 18%
- monokristallines Silizium (Dickschicht) \Rightarrow 19 – 21%
- amorphes Silizium (Dünnschicht) \Rightarrow 7 – 9%
- Tandemzelle (Dünnschicht) \Rightarrow 25 – 30%
- Galliumarsenid (Einschicht) \Rightarrow 16 – 20%
- Galliumarsenid (Mehrschicht) \Rightarrow 21 – 25%
- Cadmiumtellurid (Dünnschicht) \Rightarrow 8 – 10%
- CIS/CIGS (Dünnschicht) \Rightarrow 9 – 12%

3 Batterien und Akkumulatoren

3.1 Geschichtliches

Luigi Galvani (1737 - 1798) legte durch die Entdeckung der Muskelkontraktionen bei toten Fröschen durch Berührung mit Eisen und Kupfer die Grundlage zur Entwicklung der galvanischen Zelle durch Alessandro Volta im Jahre 1792. Volta erkannte, dass die zuckenden Froschschenkel von Galvani eine physikalische Grundlage hatten, er untersuchte daraufhin die Kontaktspannung verschiedenster Metalle und stellte die Elektrochemische Spannungsreihe auf. 1854 entwickelte der deutsche Mediziner und Physiker Wilhelm Josef Sinsteden den ersten Bleiakкумуляtor. Sinsteden stellte zwei große Bleiplatten, die sich gegenseitig nicht berührten, in ein Gefäß gefüllt mit verdünnter Schwefelsäure. Durch Anschließen einer Spannungsquelle und häufiges Ent- sowie Aufladen (Formieren) erreichte er nach einer gewissen Zeit eine messbare Kapazität. An einer der Platten bildete sich Bleidioxid (Blei(IV)-oxid), und an der anderen reines Blei. In der Industrie gab es jedoch kaum Verwendung für Strom speichernde Zellen, dies änderte sich erst zwanzig Jahre später. 1866 entwickelte Werner von Siemens den Elektrischen Generator und die Nachfrage nach Möglichkeiten zur Speicherung des entwickelten Stromes stieg rasant an.

3.2 Der Aufbau eines Bleiakкумуляtors

Ein Bleiakкумуляtor besteht im Prinzip aus einem säurefesten Gehäuse und zwei Bleiplatten bzw. Plattengruppen, von denen die eine als positiv und die andere als negativ gepolte Elektrode dienen, sowie einer Füllung von 38%iger Schwefelsäure (H_2SO_4) als Elektrolyt. Bei der handelsüblichen Ausführung sind die Elektrodenplatten dicht ineinander geschachtelt, dazwischen befinden sich Separatoren zum Beispiel aus perforiertem, gewelltem Polyvinylchlorid, die eine direkte gegenseitige Berührung (Kurzschluss) verhindern. Die Anschlüsse und Verbindungsglaschen bestehen u. a. bei Starterbatterien aus metallischem Blei.

3.3 Der chemische Prozess im Bleiakкумуляtor

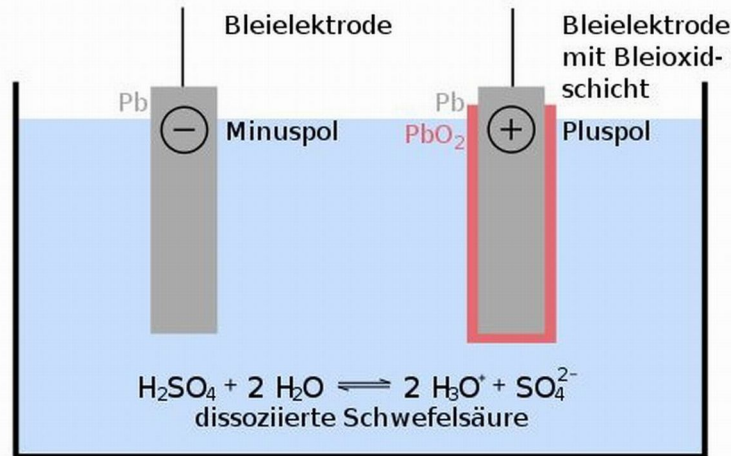
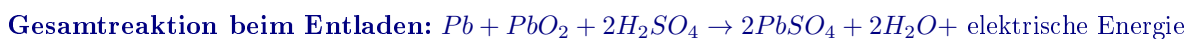
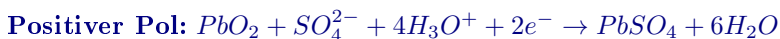


Abbildung 11: Der Bleiakкумуляtor in Schwefelsäure

Entladefunktion:



Beim Laden des Akkumulators laufen die chemischen Prozess in entgegengesetzter Richtung ab.

3.4 Energiedichte und Wirkungsgrade für verschiedene Akkumulatortypen

Für viele Anwendungen, insbesondere für mobile Geräte wie Hörgeräte oder auch Fahrzeuge, ist die Energiedichte wichtig. Je höher diese ist, desto mehr Energie kann in einem Akku je Masseneinheit gespeichert werden.

Akkumulatortyp	Energiedichte (Wh/kg)	Ladewirkungsgrad	Besonderheit
Bleiakkumulator	30	60–70%	
Lithium-Ionen auf der Basis von LiCoO ₂	120–210	90%	neuere Modelle schnellladefähig
Lithium-Polymer	140	90%	praktisch beliebige Bauform möglich
Lithium-Eisen- Phosphat-Akku	80-100	90%	schnellladefähig, hochstromfähig, eigensicher
Lithium-Titanat	70–90	90–95%	schnellladefähig
Na-Nickelchlorid	100–120	80–90%	Betriebstemperatur 300°C, keine Selbstentladung aber 10-20% Heizverluste
Natrium-Schwefel	120-220	70-85%	Betriebstemperatur 300°C, keine Selbstentladung aber 15-30% Heizverluste
Nickel-Eisen	40	65-70%	unempfindlich gegen Über- und Tiefentladung
Nickel-Cadmium	40–60	70%	EU-weit verboten, aber mit vielen Ausnahmen. Erlaubt unter anderem im medizinischen Bereich, bei Elektrowerkzeugen und Elektroautos
Nickel-Metallhydrid	60–110	70%	
Nickel-Wasserstoff	60	75%	
Nickel-Zink	50	65%	

3.5 Ladezustandsmessung

Die Säuredichte stellt gleichzeitig ein Maß für den Ladezustand dar. Sie beträgt bei vollem Bleiakkumulator ca. $1,28 \text{ g/cm}^3$ (100% Ladung) und bei entladem Akkumulator $1,10 \text{ g/cm}^3$ (Entladung > 100%, Tiefentladung!). Der Lade- bzw. Entladezustand ist linear verknüpft mit der Elektrolytdichte und verändert sich pro $0,01 \text{ g/cm}^3$ um ca. 5,56%, z. B. $1,28 \text{ g/cm}^3 \rightarrow 100\%$, $1,19 \text{ g/cm}^3 \rightarrow 50\%$, $1,104 \text{ g/cm}^3 \rightarrow 2\%$ Restkapazität.

4 Übungsaufgaben

4.1 Leitungsquerschnitt und Stromfluss

In der Praxis stellt sich oft die Frage: Welchen Querschnitt (Durchmesser) muss ein elektrischer Leiter haben, damit eine gegebene Stromstärke übertragen werden kann?

Die Aufgabe kann nur beantwortet werden, wenn folgende Randbedingungen klar und definiert sind:

Aus welchem Material besteht der Leiter?

Es muss nicht immer Kupfer sein. Wird Kupfer verwendet, so beträgt der Wert für den spezifischen Widerstand $\rho = 0,0172 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$

Jeder Leiter stellt einen ohmschen Widerstand dar.

Wie viel Prozent der zu übertragene Spannung dürfen maximal über der Leitung abfallen? Die Annahme, dass der Spannungsabfall über dem Leitungswiderstand null sein soll, ist praxisfremd und irrelevant. Wird eine Leitung mit 100V gespeist, so können z.B. 0,1%, das sind $U_v = 0,1V$, als Spannungsabfall toleriert werden.

$$\text{Ansatz: } \frac{U}{l} = \rho \frac{I}{A}$$

Hierbei ist zu beachten, dass die Größe „l“ der Gesamtlänge des Kabels entspricht. Wird der Verbraucher im Abstand L an den aktiven Zweipol angeschlossen, so ist die wirksame Länge $l = 2 * L$.

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = I \rho \frac{2 * L}{U}$$

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi} I \rho \frac{2 * L}{U}}$$

Die Spannung U ist der maximal zulässige Spannungsabfall über dem Kabel. Exemplarisch definieren wir 0,1% von der Speisespannung E, d.h. $U = E * 0,001$.

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = I \rho \frac{2 * L}{E * 0,001}$$

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi} I \rho \frac{2 * L}{E * 0,001}}$$

Aufgabe: Geben Sie eine tabellarische Darstellung von den notwendigen Leitungsdurchmessern für folgende Ströme an: 1A, 10A, 100A und 1000A! Die Leitung besteht aus Kupfer und ist als 100m lange Doppelleitung ausgeführt.

Zum besseren Verständnis, sollen die Länge und der maximal zulässige Spannungsabfall über der Leitung variiert werden

Lösung:

I in A	A/in mm ²	d in mm
1	34	6,6
10	340	20,8
100	3400	65,8
1000	34000	208,1

Abbildung 12: Stromstärke, Leitungsquerschnitt und Leitungsdurchmesser

I in A	A/in mm ²	d in mm
1	3,4	2,1
10	34	6,6
100	340	20,8
1000	3400	65,8

Abbildung 13: Variation: Berechnung für 10m und 0,1% Spannungsabfall über der Leitung

I in A	A/in mm ²	d in mm
1	3,4	2,1
10	34	6,6
100	340	20,8
1000	3400	65,8

Abbildung 14: Variation: Berechnung für 100m und 1% Spannungsabfall über der Leitung

4.2 Leistungsumsatz und Wirkungsgrad

Ein Verbraucher (R_a), der über eine Fernleitung (R_L) an einen Generator angeschlossen ist, benötigt eine bestimmte Leistung (P_a). Diese Leistung kann mit größer oder kleiner EMK übertragen werden. Der Verbraucher muss entsprechend dimensioniert und ausgelegt werden. Die umgesetzte Leistung ist entscheidend und die bleibt konstant.

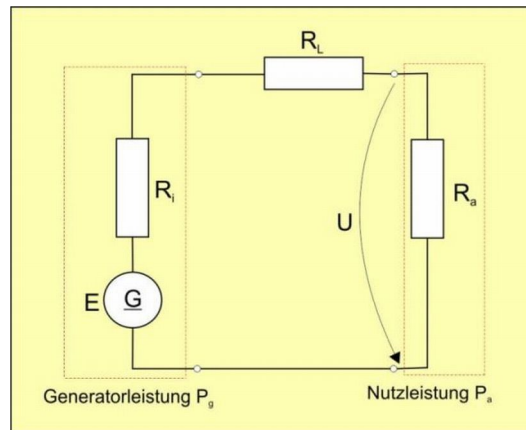


Abbildung 15: Der Grundstromkreis mit Leitungswiderstand

$$R_i + R_L = R_i^*$$

$$P_a = \frac{U^2}{R_a}$$

$$U = E \frac{R_a}{R_i^* + R_a}$$

$$P_a = E^2 \frac{R_a}{(R_i^* + R_a)^2}$$

es muss nach R_a aufgelöst werden:

$$R_{a1/2} = \frac{E^2}{2P_a} - R_i^* \pm \sqrt{\left(\frac{E^2}{2P_a} - R_i^*\right)^2 - R_i^{*2}}$$

das Ergebnis zeigt folgendes:

Damit R_a technisch realisierbar ist, muss folgende Bedingung erfüllt sein: $(\frac{E^2}{2P_a} - R_i^*) > R_i^*$

Daraus folgt: $\frac{E^2}{4 * R_i^*} > P_a$

$$E > 2\sqrt{P_a * R_i^*}$$

Fazit: Für R_a erhalten wir zwei mögliche Lösungen. Man entscheidet sich für den größeren R_a , da der Wirkungsgrad η bei höherem R_a größer ist.

4.3 Leistungsumsatz in der Messtechnik

Gegeben sei ein Thermokreis, der bei einem Temperaturunterschied zwischen seinen beiden Lötstellen von 1K eine Thermospannung von $50\mu V$ erzeugt. Der Innenwiderstand R_i des Kreises beträgt 10Ω . Zur Anzeige der Thermospannung stehen drei Messinstrumente zur Verfügung. Sie unterscheiden sich durch ihre Empfindlichkeit (Endausschläge $100\mu A$, $1mA$, $10mA$), haben jedoch die gleiche Leistungsaufnahme von $10\mu W$.

1. Frage: Mit welchem Messinstrument wird man den größten Ausschlag erzielen?

2. Frage: Wie groß sind die Ausschläge der drei Instrumente bei einem Temperaturunterschied der Lötstellen $\Delta\theta = 100K$?

Hypothese: Da alle drei Instrumente die gleiche Energie benötigen, wird das Instrument den höchsten Endausschlag haben, das aus dem Thermokreis die maximale Leistung aufnimmt. Das ist nur im Anpassungsfall möglich.

Lösung:

Berechnung der Widerstände der drei Instrumente \Rightarrow Widerstand des passiven Zweipols:

$$P_a = I^2 * R = 10\mu W \quad \Rightarrow \quad R = \frac{P_a}{I^2}$$

$$I_1 = 100\mu A \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{10^{-5}W}{10^{-8}A^2} = 10^3\Omega$$

$$I_2 = 1mA \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{10^{-5}W}{10^{-6}A^2} = 10\Omega$$

$$I_3 = 10mA \quad \Rightarrow \quad R_3 = \frac{10^{-5}W}{10^{-4}A^2} = 10^{-1}\Omega$$

Das $1mA$ Instrument ist mit seinem 10Ω Widerstand dem Thermokreis gerade angepasst. Bei $\Delta\theta = 100K$ ist $E = 5mV$. Die Ausschläge der Instrumente sind proportional dem jeweiligen Strom $I = \frac{E}{(R_i + R_a)}$

$$100\mu A \text{ Instrument: } I_1 = \frac{5 * 10^{-3}V}{10\Omega + 10^3\Omega} \approx 5\mu A \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{20} \text{ des Endausschlags}$$

$$1mA \text{ Instrument: } I_2 = \frac{5 * 10^{-3}V}{10\Omega + 10\Omega} = 0,25mA \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4} \text{ des Endausschlags}$$

$$10mA \text{ Instrument: } I_3 = \frac{5 * 10^{-3}V}{10\Omega + 10^{-1}\Omega} \approx 0,5mA \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{20} \text{ des Endausschlags}$$

Fazit:

Bei Anschluss des $10mA$ Instruments fließt zwar der größte Strom, für diesen reicht hier aber die

Stromempfindlichkeit des Instruments nicht aus, so dass der Ausschlag nur $\frac{1}{20}$ vom Endausschlag beträgt.

4.4 Anpassung der Leistung an ein unsymmetrisches Übertragungsglied

Gegeben ist ein Generator, der die Leistung in ein unsymmetrisches Übertragungsglied einspeist. Die Widerstände haben folgende Werte:

$$R_1 = 1k\Omega \quad R_2 = 2k\Omega \quad R_3 = 3k\Omega$$

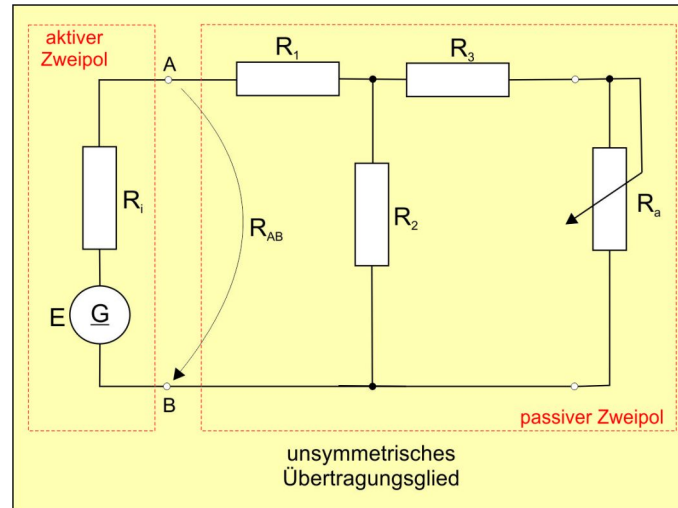


Abbildung 16: Leistungsübertragung über ein unsymmetrisches Übertragungsglied

Frage: Auf welchen Wert muss der Widerstand R_a eingestellt werden, wenn der Wert für R_a gleich dem Eingangswiderstand R_{AB} der gesamten Schaltung der Widerstände des passiven Zweipols entsprechen soll?

Lösungsansatz: $R_{AB} = R_a$

$$R_{AB} = R_1 + R_2 // (R_3 + R_a)$$

$$R_a = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_a)}{R_2 + R_3 + R_a}$$

$$R_a = \frac{R_1(R_2 + R_3 + R_a) + R_2(R_3 + R_a)}{R_2 + R_3 + R_a}$$

$$R_a(R_2 + R_3 + R_a) = R_1(R_2 + R_3 + R_a) + R_2(R_3 + R_a)$$

$$R_a R_2 + R_a R_3 + R_a^2 = R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_1 R_a + R_2 R_3 + R_2 R_a$$

$$R_a R_2 + R_a R_3 + R_a^2 - R_1 R_2 - R_1 R_3 - R_1 R_a - R_2 R_3 - R_2 R_a = 0$$

$$R_a^2 + R_a(R_2 + R_3 - R_1 - R_2) - (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) = 0$$

$$R_a^2 + R_a(R_3 - R_1) - (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) = 0$$

Lösen der quadratischen Gleichung der Form: $x^2 + xp + q = 0$

$$p = (R_3 - R_1)$$

$$q = -(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)$$

$$R_{a_{1/2}} = -\frac{(R_3 - R_1)}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{(R_3 - R_1)}{2}\right]^2 - [-(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)]}$$

$$p = 2k\Omega$$

$$q = -(1000 * 2000 + 1000 * 3000 + 2000 * 3000)\Omega^2 = -11 * 10^6 \Omega^2$$

$$R_{a_{1/2}} = -1k\Omega \pm \sqrt{10^6 \Omega^2 - (-11 * 10^6 \Omega^2)}$$

$$R_{a_1} = -1k\Omega + \sqrt{12 * 10^6 \Omega^2} = 2,46k\Omega$$

$$R_{a_2} = -1k\Omega - \sqrt{12 * 10^6 \Omega^2} = -4,46k\Omega \quad \rightarrow \text{keine praktische Bedeutung!}$$

4.5 Anpassung der Leistung an ein symmetrisches Übertragungsglied

Gegeben ist ein Generator, der die Leistung in ein symmetrisches Übertragungsglied einspeist. Vier Widerstände des Übertragungsgliedes haben den Widerstandswert $R = 1k\Omega$. Der Querwiderstand hat den Widerstandswert $R_q = 100k\Omega$.

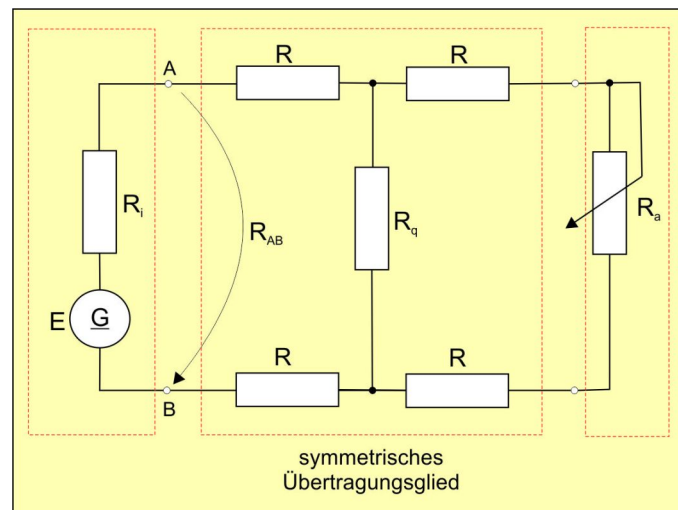


Abbildung 17: Leistungsübertragung über ein symmetrisches Übertragungsglied

Frage: Auf welchen Wert muss der Widerstand R_a eingestellt werden, wenn der Wert für R_a gleich dem Eingangswiderstand R_{AB} der gesamten Schaltung der Widerstände des passiven Zweipols entsprechen soll?

Lösungsansatz: $R_{AB} = R_a$

$$R_{AB} = R + R_q / (2R + R_a) + R$$

$$R_a = 2R + \frac{R_q(2R + R_a)}{R_q + 2R + R_a}$$

$$R_a = \frac{2R(R_q + 2R + R_a) + [R_q(2R + R_a)]}{R_q + 2R + R_a}$$

$$R_a(R_q + 2R + R_a) = 2R(R_q + 2R + R_a) + [R_q(2R + R_a)]$$

$$R_a R_q + 2R R_a + R_a^2 = 2R R_q + 4R^2 + 2R R_a + 2R R_q + R_a R_q$$

$$R_a^2 + R_a R_q + 2RR_a - 2RR_a - R_a R_q - 2RR_q - 2RR_q - 4R^2 = 0$$

$$R_a^2 + R_a(R_q + 2R - 2R - R_q) - 2RR_q - 2RR_q - 4R^2 = 0$$

Lösen der quadratischen Gleichung der Form: $x^2 + xp + q = 0$

$$p = (R_q + 2R - 2R - R_q) = 0$$

$$q = -(2RR_q + 2RR_q + 4R^2) = -[2k\Omega * 100k\Omega + 2k\Omega * 100k\Omega + 4 * (1k\Omega)^2]$$

$$q = -(400 * 10^6 + 4 * 10^6)\Omega^2 = -404 * 10^6\Omega^2$$

$$R_a = \pm\sqrt{404 * 10^6\Omega^2}$$

$$R_a \approx 20,1k\Omega$$

Die zweite Lösung ist nicht plausibel, da es in der Praxis keine negativen ohmschen Widerstände gibt.

5 Georg Simon Ohm

geboren am 16. März 1789 in Erlangen;

gestorben am 6. Juli 1854 in München

5.1 Lebenslauf

G.S.Ohm entstammte einer alten Bürgerfamilie, die seit vielen Generationen das Schlossergewerbe vom Vater auf den Sohn weitergab. Sein Vater Johann Wolfgang kehrte nach zehnjähriger Wanderschaft als Wandergeselle nach Erlangen zurück. In Erlangen erwarb er 1785 das Meisterrecht und heiratete später Elisabeth Maria Beck. Nebenher widmete er sich dem Studium der Mathematik und der Kantschen Philosophie. Der Vater führte seine beiden Söhne Georg Simon und Martin (1792-1872), die entgegen der Familientradition das Gymnasium besuchen durften, früh an die Mathematik heran und erteilte ihnen selbst Mathematikunterricht. Im Alter von fünfzehn Jahren wurde Georg Simon Ohm einer fünfständigen Prüfung durch den Mathematikprofessor Karl Christian von Langsdorf unterzogen, der seine außerordentliche Begabung und sein weit überdurchschnittliches Wissen auf dem Gebiet der Mathematik bestätigte.



Abbildung 18: Ohm Denkmal an der TU München

Der Professor war so beeindruckt, dass er im Schlussatz seines Gutachtens die Hoffnung zum Ausdruck brachte, dass aus der Familie des Schlossermeisters ein neues Bernoulli-Brüderpaar erstehen möge.

1805 begann Georg Simon Ohm als 16-Jähriger ein Studium der Mathematik, Physik und Philosophie an der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen. Wegen finanzieller Schwierigkeiten musste er das Studium nach einem Jahr abbrechen. Daraufhin ging Georg Simon Ohm als Mathematiklehrer an eine Privatschule in die Schweiz.

1811 - mit 22 Jahren - kehrte er nach Erlangen zurück, wurde dort mit einer Arbeit über Licht und Farben zum Doktor promoviert und arbeitete in Erlangen dann drei Semester lang als Privatdozent für Mathematik.

1813 wurde er Lehrer an der Realschule in Bamberg,

1817 Lehrer der Physik und Mathematik am Jesuitengymnasium (Dreikönigsgymnasium) in Köln und

1826 an der Kriegsschule in Berlin. Sein Hauptinteresse galt der damals noch weitestgehend unerforschten Elektrizität.

1833 wurde er Professor an der Königlich Polytechnischen Schule in Nürnberg, die er ab 1839 auch als Direktor leitete und die heute seinen Namen trägt.

1849 wechselte er an die Universität München, wo er zunächst eine außerordentliche, ab 1852 eine ordentliche Professur für Experimentalphysik innehatte.

5.2 Das ohmsche Gesetz

Georg Simon Ohm wollte einen mathematischen Zusammenhang, besser gesagt eine Formel, entwickeln, mit der sich die „Wirkung fließender Elektrizität“ (die Stromstärke) in Abhängigkeit vom Material und von den Dimensionen eines Drahtes berechnen lässt. Dabei ist er **nicht zufällig** auf das nach ihm benannte Gesetz gestoßen, sondern hat viel Zeit und viel zielgerichtete Arbeit investiert.

Das ohmsche Gesetz postuliert folgenden Zusammenhang:

Wird an ein Objekt eine elektrische Spannung angelegt, so verändert sich der hindurch fließende elektrische Strom proportional zur Spannung.

6 Abkürzungsverzeichnis

A Atom- oder Molekülmasse, relativ

e^- Elementarladung eines Elektrons

E ist die Versorgungsspannung des Stromkreises - auch EMK, elektro-motorische Kraft

EMK elektro-motorische Kraft; es ist allgemein betrachtet die Energiequelle

I der elektrische Strom

I_K Kurzschlussstrom, der maximale Strom, der in einem Grundstromkreis fließen kann

m_0 Masseinheit - das MOL

n Anzahl der Ionen

P die elektrische Leistung

P_a Leistung am Außenwiderstand; am Verbraucher

P_g Gesamtleistung, die im Grundstromkreis umgesetzt wird

P_K Kurzschlussleistung - maximal verfügbare Leistung der Spannungsquelle

P_{R_a} Die Leistung, die am Verbraucher, dem Außenwiderstand, umgesetzt wird.

Q Ladung des Ions

R_a Außenwiderstand, Verbraucher, symbolisiert den passiven Zweipol

R_i Innenwiderstand der Spannungsquelle; bildet mit der Spannungsquelle E den aktiven Zweipol

SO'' Schwefeloxidion mit zwei zusätzlichen negativen Ladungen

U Spannungsabfall am Verbraucher - am „Ohmschen Widerstand“

U_v Verlustspannung, bedingt durch lange, elektrische Leitungen

w Wertigkeit des Elements

7 Literaturverzeichnis

- Lit.-Ref.1** Küpfmüller, K.; „Einführung in die theoretische Elektrotechnik“; 5. Auflage; Springer Verlag
- Lit.-Ref.2** Lunze, K.; Wagner, E.; „Einführung in die Elektrotechnik“; 2. Auflage; Verlag Technik Berlin
- Lit.-Ref.3** Lunze, K.; „Einführung in die Elektrotechnik“; 11. Auflage; Verlag Technik Berlin
- Lit.-Ref.4** Bronstein, I.N.; Semendjajew, K.A.; „Taschenbuch der Mathematik“; Verlag Harri Deutsch