

**DLR-IB-AT-KP-2017-290**

**Numerische Vorhersage nicht  
synchroner Schwingungsphänomene in  
Turbomaschinen**

**Masterarbeit**

Victor Kociok



**DLR**

**Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt**



## Kurzfassung

Sichere Methoden zur numerischen Vorhersage von nicht synchronen Vibrationen (NSV) haben für eine kostenoptimierte Auslegung von Triebwerkskomponenten eine grundlegende Bedeutung. Durch CFD-Rechnungen von zwei akademischen Testfällen sowie eines realen Schaufelprofils erfolgt im Rahmen dieser Masterarbeit eine Analyse der derzeitigen Fähigkeiten von TRACE instationäre, abgelöste Strömungen und deren Interaktion mit schwingenden Strukturen sowie akustischen Resonanzen korrekt abzubilden. Die Validität der numerischen Ergebnisse wird mit Hilfe experimenteller Daten vorausgegangener Forschungen überprüft. Die Simulationsergebnisse haben gezeigt, dass TRACE mit den bereits implementierten Turbulenz- und Transitionsmodellen sowohl die aeroelastischen als auch die aeroakustischen Strömungsphänomene in hoher Genauigkeit vorhersagt. Das Menter SST  $k$ - $\omega$  Modell und die Kopplung mit dem  $\gamma$ - $Re_\theta$  Transitionsmodell haben sich, trotz geringfügiger Abweichungen zu vorausgegangenen Arbeiten, als zielführend herausgestellt. Für die weitere Analyse von Strömungssimulationen realer Profile in Verbindung mit NSV kann auf die erreichten Erkenntnisse aufgebaut werden.

## Abstract

Safe methods for numerical predictions of Non-Synchronous Vibrations (NSV) are of importance for cost optimizations in the design process of turbomachinery components. The investigations in this master thesis are aimed to give an insight onto the flow structures during transient conditions and their relation to non-synchronous blade vibrations. Two academic test cases and one real blade profile are used to simulate unsteady flows coupled with fluid-structure interactions and aeroacoustic phenomena in TRACE. The numerical results are validated with findings of previous research projects. It is shown that the current version of TRACE with its implemented turbulence and transition models can sufficiently predict the aeroelastic and aeroacoustic behaviour. The Menter SST  $k$ - $\omega$  turbulence model together with the  $\gamma$ - $Re_\theta$  transition model turned out to be the most promising numerical models, despite some differences to experimental results. These research findings can be used for a further analysis of NSV at real blade profiles in order to gain a deeper understanding of unsteady flows in turbomachinery.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Formelzeichen</b>	<b>iii</b>
<b>Abkürzungen</b>	<b>v</b>
<b>1. Einleitung und Zielsetzung</b>	<b>1</b>
1.1. Ausgangssituation . . . . .	1
1.2. Ziel der Arbeit . . . . .	2
1.3. Struktur der Arbeit . . . . .	3
<b>2. Grundlagen</b>	<b>4</b>
2.1. Einleitende Betrachtung der Turbomaschine . . . . .	4
2.2. Schwingungsphänomene in Turbomaschinen . . . . .	6
2.2.1. Aeroelastizität . . . . .	6
2.2.2. Synchrone und asynchrone Schaufelschwingungen . . . . .	7
2.3. Numerische Strömungsmechanik . . . . .	10
2.3.1. Grundgleichungen . . . . .	11
2.3.2. Preprocessing . . . . .	15
2.3.3. Processing . . . . .	17
2.3.4. Postprocessing . . . . .	18
2.3.5. Turbulenzmodelle . . . . .	18
2.3.6. Erweiterungen der Turbulenzmodelle . . . . .	21
2.3.7. Fluid-Struktur-Kopplung . . . . .	22
2.4. Dimensionslose Kennzahlen . . . . .	23
2.5. Diskrete Fourier-Transformation . . . . .	25
<b>3. Stand der Technik</b>	<b>27</b>
3.1. Nicht synchrone Schwingungen in Turbomaschinen . . . . .	27
3.2. Numerische Simulationen instationärer Strömungen mit TRACE . .	28
3.3. Ableitung von Defiziten und Begründung dieser Arbeit . . . . .	29
<b>4. Akademische Testfälle</b>	<b>30</b>
4.1. 2D-Strömung um einen fixierten Zylinder . . . . .	30
4.1.1. Theoretische Grundlagen . . . . .	31
4.1.2. Preprocessing . . . . .	32
4.1.3. Processing . . . . .	34
4.1.4. Postprocessing - Ergebnisse . . . . .	34
4.2. 2D-Strömung um einen Zylinder mit angeregter Frequenz . . . . .	39
4.2.1. Theoretische Grundlagen . . . . .	39
4.2.2. Preprocessing . . . . .	40

4.2.3.	Postprocessing - Ergebnisse . . . . .	40
4.3.	2D-Strömung um einen frei schwingenden Zylinder . . . . .	43
4.3.1.	Theoretische Grundlagen . . . . .	43
4.3.2.	Preprocessing . . . . .	45
4.3.3.	Postprocessing - Ergebnisse . . . . .	47
4.4.	Q3D-Strömung um eine fixierte ebene Platte . . . . .	52
4.4.1.	Beschreibung des Windkanalversuchs . . . . .	53
4.4.2.	Preprocessing . . . . .	53
4.4.3.	Processing . . . . .	56
4.4.4.	Postprocessing - Ergebnisse . . . . .	56
4.4.5.	Visualisierung und Erläuterung der akustischen Mode . . . . .	61
<b>5.</b>	<b>Realer Testfall</b>	<b>66</b>
5.1.	Beschreibung des Turbinengitters T106C . . . . .	66
5.2.	Preprocessing . . . . .	67
5.3.	Processing . . . . .	69
5.4.	Postprocessing - Ergebnisse . . . . .	70
5.4.1.	Instationäre Strömung um ein fixiertes T106C-Profil . . . . .	70
5.4.2.	Instationäre Strömung um ein T106C-Profil mit angeregter Frequenz . . . . .	74
5.4.3.	Instationäre Strömung um ein T106C-Profil mit FSI . . . . .	76
<b>6.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>79</b>
6.1.	Zusammenfassung . . . . .	79
6.2.	Ausblick . . . . .	80
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>81</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>84</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>85</b>
	<b>A. Thermodynamische Ebenen</b>	<b>91</b>
	<b>B. Navier-Stokes-Gleichungen in TRACE</b>	<b>93</b>
	<b>C. Charakteristika bei Zylinderumströmungen</b>	<b>96</b>
	<b>Eidesstattliche Erklärung</b>	<b>97</b>

# Formelzeichen

## Lateinische Formelzeichen

Zeichen	Bedeutung	Einheit
$A$	Amplitude	[-]
$A_R$	Referenzfläche	$m^2$
$a$	Schallgeschwindigkeit	$m/s$
$b$	Breite	$m$
$c$	Sehnenlänge	$m$
$c_A$	Auftriebsbeiwert	[-]
$c_p$	spezifische isobare Wärmekapazität	$J/kgK$
$c_v$	spezifische isochore Wärmekapazität	$J/kgK$
$c_W$	Widerstandsbeiwert	[-]
$D$	Durchmesser	$m$
$d$	Dämpfungskonstante	$kg/s$
$d_m$	Modale Dämpfungskonstante	$kgm^2/s$
$e$	Innere Energie	$J/kg$
$F$	Kraft	$N$
$f$	Frequenz	$Hz$
$H$	Höhe	$m$
$h$	spezifische Enthalpie	$J/kg$
$k$	Federsteifigkeit	$kg/s^2$
$k_m$	Modale Federsteifigkeit	$kgm^2/s^2$
$k^*$	turbulente, kinetische Energie	$m^2/s^2$
$l$	Länge	$m$
$Ma$	Machzahl	[-]
$m$	Masse	$kg$
$m_m$	Modale Masse	$kgm^2$
$m^*$	Massenverhältnis	[-]
$p$	Druck	$Pa$
$Pr$	Prandtl-Zahl	[-]
$q$	Wärmestromdichte	$W/m^2$
$R$	spezifische Gaskonstante	$J/kgK$
$Re$	Reynoldszahl	[-]
$S$	Sutherland Konstante	$K$
$s$	Spannweite	$m$
$S_{ij}$	Spannungstensor	$1/s$

## Formelzeichen

---

$Sr$	Strouhalzahl	[-]
$T$	Temperatur	K
$t$	Zeit	s
$Tu$	Turbulenzgrad	%
$U_r$	reduzierte Geschwindigkeit	[-]
$u, v, w$	kartesische Geschwindigkeitskomponenten	m/s
$x, y, z$	kartesische Koordinaten	m
$Zw$	Zweifel-Koeffizient	[-]

## Griechische Formelzeichen

Zeichen	Bedeutung	Einheit
$\beta$	Strömungswinkel	Grad
$\gamma$	Isentropenexponent	[-]
$\delta_{ij}$	Kronecker-Delta	[-]
$\zeta$	Dämpfungsverhältnis	[-]
$\theta$	Ablösewinkel der Strömung	Grad
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	W/mK
$\mu$	dynamische Viskosität	kg/ms
$\mu_T$	Wirbelviskosität	kg/ms
$\nu$	kinematische Viskosität	m <sup>2</sup> /s
$\rho$	Dichte	kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	Spannung	N/m <sup>2</sup>
$\tau_{ij}$	Reynoldsscher Spannungstensor	N/m <sup>2</sup>
$\Psi$	Transformationsmatrix	m
$\vec{\omega}$	Wirbelstärke	1/s
$\omega$	spezifische turbulente Dissipationsrate	1/s
$\omega_0$	Eigenkreisfrequenz	1/s

# Abkürzungen

CFD	Computational Fluid Dynamics
DFT	Diskrete Fourier-Transformation
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
DNS	Direkte Numerische Simulation
FDM	Finite-Differenzen-Methode
FEM	Finite-Elemente-Methode
FR	Forced Response
FSI	Fluid-Struktur Interaktion
FT	Fourier-Transformation
FVM	Finite-Volumen-Methode
GMC	General Mesh Connector
HB	Harmonic-Balance
HCF	High Cycle Fatigue
IBPA	Interblade Phase Angle
LTH	Luftfahrttechnisches Handbuch
NDT	Niederdruckturbine
NSV	Non-Synchronous Vibrations
Q3D	Quasi-3D-Geometrie
RPM	Revolutions per Minute
SFV	Separated Flow Vibrations
SPL	Sound Pressure Level
TaTMo	Turbulence and Transition Modeling for Special Turbo- machinery Applications
TRACE	Turbomachinery Research Aerodynamic Computational Environment
URANS	Unsteady Reynolds-Averaged Navier Stokes
UTAT	Unsteady Transitional flows in Axial Turbomachines



# 1. Einleitung und Zielsetzung

## 1.1. Ausgangssituation

Der Anspruch, den Verbrauch von Kraftstoff und den Ausstoß von CO<sub>2</sub> zu minimieren, hat in den letzten Jahren in vielen Bereichen und besonders in der Industrie enorm an Bedeutung gewonnen. Strengere Auflagen sowie politische und ökologische Rahmenbedingungen in der Luftfahrt stellen nicht zuletzt Triebwerkshersteller vor neue Herausforderungen. Einerseits ergeben sich durch den Einsatz moderner Werkstoffe und Technologien Möglichkeiten hinsichtlich der Optimierung der Triebwerksparameter. Unter anderem erlauben steigende Turbineneintrittstemperaturen und Druckverhältnisse zwischen den einzelnen Verdichterstufen höhere Leistungsdichten sowie eine Reduktion des Maschinengewichts. Andererseits verengt sich der stabile Betriebsbereich von Turbomaschinen stetig. So können zum Beispiel lokale Schwingungsphänomene im Randbereich des Auslegungsdesigns auftreten und zum Ausfall einzelner Komponenten oder auch des gesamten Triebwerks führen.

Trotz fortschreitender wissenschaftlicher Erkenntnisse sind noch nicht alle Arten von Schwingungen und deren Ursachen vollständig erforscht. Deshalb treten zuweilen nicht synchrone Vibrationen (NSV für Non-Synchronous Vibrations) erst in Prüfstandsversuchen auf. Die Namensgebung basiert auf der charakteristischen Eigenschaft der resultierenden Schwingungsfrequenz, die grundsätzlich kein ganzzahliges Vielfaches der Rotordrehzahl ist. Drehzahl und NSV verhalten sich somit asynchron. Diese Art von Vibrationen sind durch klassische Vorhersageverfahren, im Gegensatz zu den Schwingungsphänomenen Flattern (Flutter) und erzwungene Schwingungen (Forced Response), nicht vorherzusagen. Sie zählen deshalb zu den limitierenden Faktoren bei der Vorhersage von Strömungen, insbesondere in variablen Betriebszuständen des Teillastbereichs. Erforderliche Designänderungen nach Experimenten und Testläufen am Prüfstand sind stets mit einem signifikant höheren finanziellen und zeitlichen Aufwand verbunden. Vor diesem Hintergrund ist das Ziel aktueller Forschungen, die instationären Strömungsvorgänge sowie resultierenden Schwingungsphänomene mit hohen Amplituden möglichst früh im Entwicklungs-

und Designprozess von dünnen, gewichtsoptimierten Turbinen- und Verdichterschaufeln am Computer zu identifizieren, sodass sich gezieltere Arbeiten mit Prototypen an Testständen realisieren lassen.

### 1.2. Ziel der Arbeit

Mit Hilfe von numerischen Strömungssimulationen (CFD für Computational Fluid Dynamics) ist es möglich, Strömungsvorgänge mit einer hohen Informationsdichte zu berechnen, anschließend zu visualisieren und folglich kostengünstig Aussagen über den Strömungsverlauf zu treffen. Ein Beispiel ist das CFD-Verfahren TRACE, Abkürzung für Turbomachinery Research Aerodynamics Computational Environment. Der numerische Strömungslöser wurde seit 1989 kontinuierlich vom Institut für Antriebstechnik des DLR weiterentwickelt und findet neben der Forschung auch im Designprozess in der Industrie (MTU Aero Engines AG, Siemens Energy Sector der Siemens AG) Verwendung. Durch die Bündelung und Weiterentwicklung der technologischen Kompetenzen ist nun, im Rahmen eines Gemeinschaftsprojekts vom DLR mit der MTU Aero Engines AG, die Zielsetzung, Lösungsansätze zur Vorhersage von NSV zu erarbeiten. Der Fokus in der ersten Phase des Verbundprojekts liegt auf der Grunduntersuchung. In diesem Rahmen ist das Ziel dieser Masterarbeit zunächst das generelle Verständnis für das komplexe aeroelastische Phänomen der NSV und des Lock-Ins der Frequenz zu vertiefen. Zusätzlich erfolgt eine Analyse der derzeitigen Fähigkeit von TRACE, instationäre, abgelöste Strömungen korrekt abzubilden. Dazu werden anhand von akademischen Testfällen und Geometrien realer Maschinen mit dem DLR-Strömungslöser Simulationen durchgeführt. Der Fokus wird dabei auf die vorhandenen Raum- und Zeitdiskretisierungsschemata sowie die eingesetzten Turbulenzmodelle gelegt. Als Validierung der Verfahren dienen numerische Konvergenzanalysen sowie Vergleiche mit experimentellen Daten.

Es ergibt sich die zentrale Fragestellung:

Können instationäre, abgelöste Strömungen für akademische und reale Testfälle korrekt in TRACE simuliert werden, sodass sich darauf aufbauend numerische Vorhersagen zu nicht synchronen Vibrationen zuverlässig treffen lassen?

## 1.3. Struktur der Arbeit

Das erste Kapitel beschreibt einleitend die Thematik der Schwingungsphänomene in Turbomaschinen und zeigt die Relevanz für Forschung und Industrie auf. Erste Erläuterungen zur numerischen Berechnungen mit TRACE sowie die Formulierung einer zentralen Fragestellung geben die Ausrichtung dieser Arbeit vor.

Kapitel 2 behandelt die benötigten Grundlagen für die weiteren Ausführungen. Zunächst erfolgt eine Erläuterung der Funktionsweise und des Aufbaus einer Turbomaschine. Insbesondere wird der Fokus auf Verdichter- und Turbinenschaufeln gelegt, da dort die zu untersuchenden Schwingungen auftreten. Anschließend wird auf die Schwingungsphänomene eingegangen. Neben der Differenzierung in synchrone und nicht synchrone Schwingungen wird auch ein Bezug zur Aeroelastizität hergestellt. Im letzten Abschnitt der Grundlagen folgt die Erläuterung der Methoden von numerischen Strömungssimulationen.

Im dritten Kapitel werden die bereits vorhandenen Ansätze zur Erklärung von NSV dargestellt. Darüber hinaus wird auf den aktuellen Stand von CFD Rechnungen instationärer Prozesse im Allgemeinen und beim DLR eingegangen. Aus der Bewertung der Ansätze wird ein Forschungsdefizit deutlich.

In Kapitel 4 werden zwei verschiedene akademische Testfälle, ein Zylinder und eine ebene Platte im Windkanal, sowie die zu erwartenden Strömungsphänomene in Bezug auf die Aeroelastik und Aeroakustik beschrieben. Im Anschluss folgt die Simulation dieser Testfälle und eine detaillierte Auswertung der Ergebnisse samt Validierung mit Hilfe von Erkenntnissen vorausgegangener experimenteller und numerischer Untersuchungen.

Die Erkenntnisse des vierten Kapitels werden im darauffolgenden Kapitel 5 auf die Umströmung eines realen Schaufelprofils einer Niederdruckturbine übertragen. Neben den selbstinduzierten Strömungszillationen bei einer fixierten Schaufel sind darüber hinaus auch die Antwortschwingungen, die aufgrund der instationären aerodynamischen Kräfte auftreten, in die Untersuchungen eingeschlossen.

Eine abschließende Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnisse sowie ein Ausblick über zukünftige Forschungsfelder und -möglichkeiten in Kapitel 6 stellt den Abschluss der Arbeit dar.

## 2. Grundlagen

### 2.1. Einleitende Betrachtung der Turbomaschine

Turbomaschinen werden zu den Strömungsmaschinen gezählt. Nach ihrer Definition ist „eine Strömung eine gerichtete Bewegung von Fluiden“ [12] und „Fluide gasförmige oder flüssige Kontinua“ [60]. Die Wirkungsweise von Strömungsmaschinen basiert deshalb auf den Gesetzen der Fluidodynamik. Sie sind in unterschiedlichen Industriezweigen einsetzbar und ermöglichen eine Übertragung von kinetischer Energie eines strömenden Fluids auf eine Maschine. Die Wandlung der in der Natur vorkommenden Primärenergie in mechanische Arbeit wird von Turbomaschinen realisiert. Dieser Prozess der Energieübertragung ist jedoch auch reversibel, sodass Energie dem System hinzugefügt werden kann. Zum Beispiel arbeiten Pumpen in Pipelines nach diesem Prinzip. [42]

Turbomaschinen werden unter anderem in der Luftfahrt zur Bereitstellung von Schubkraft oder in Kraftwerken zur Energieerzeugung genutzt. Die von der Natur dargebotenen Energiequellen können sich stark unterscheiden. Differierende Zielsetzungen bei der Auslegung, beispielsweise des Maschinengewichts und des Raumbedarfs, weiten das Spektrum der verschiedenen Varianten zusätzlich. Dennoch ähneln sich die generellen Anforderungen an die einzelnen Komponenten. Deshalb ergeben sich besonders in diesen Industriebereichen hohe Synergiepotenziale in der Entwicklung und Optimierung einzelner Parameter.

Als Beispiel für den generellen Aufbau einer Turbomaschine ist in Abbildung 2.1 (a) ein schematischer Schnitt eines Turbinen-Luftstrahl-Triebwerks für Luftfahrzeuge dargestellt. Triebwerke werden grundsätzlich in die thermodynamischen Ebenen 1-9 in Anlehnung an das Luftfahrttechnische Handbuch (LTH) gegliedert. Eine Übersicht der Kurzzeichen mit Ebenenbezeichnung befindet sich im Anhang A. Angefangen vom Einlauf folgt die Strömung über Fan, Verdichter, Brennkammer, Turbine und nach einem Nachbrenner dem Verlauf bis zum Austritt an der Düse. Bei modernen Triebwerken wird zusätzlich zwischen einem Niederdruck- sowie Hochdruckteil des Verdichters und der Turbine unterschieden. Turbomaschinen

mit Dreiwellenkonzept verfügen zudem über einen Mitteldruckverdichter sowie eine Mitteldruckturbine.

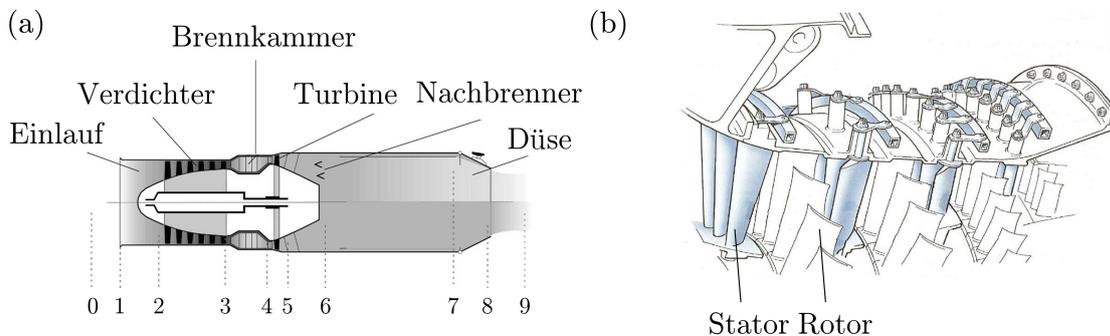


Abbildung 2.1.: Aufbau eines TL-Triebwerks [22] (a) sowie konstruktive Ausführung von Rotor und Stator mit Leitschaufelverstellung [23] (b)

Der Verdichter beginnt bei Ebene zwei mit dem Eintritt in die erste Verdichterstufe und endet mit dem Austritt aus dem Hochdruckverdichter bei Ebene drei. Die Turbine liegt zwischen den Ebenen vier und fünf. Beide Triebwerkskomponenten setzen sich aus mehreren Stufen zusammen, sodass multiple Verdichter- und Turbinenstufen ausgelegt und getestet werden müssen. Jede Stufe besteht wiederum aus einem Rotor und einem Stator. In Abbildung 2.1 (b) ist die konstruktive Ausführung von Rotor und Stator illustriert. Bei diesem Beispiel sind die Statoren zusätzlich durch eine Leitschaufelverstellung in Abhängigkeit vom Betriebspunkt verstellbar. Im Verdichter wird die angesaugte Luft für die anschließende Verbrennung komprimiert. In der Turbine expandiert die in der Brennkammer erhitzte Luft. Ein Auftreten von aeroelastischen Schwierigkeiten ist generell in jeder Stufe von Turbinen- und Verdichterschaufeln möglich. [22]

Nach jahrzehntelanger erfolgreicher und intensiver Nutzung konnten Turbomaschinen kontinuierlich verbessert werden. Leistungsstarke Rechenanlagen und die Verwendung von effizienten numerischen Methoden haben zu einer Entwicklung mit bemerkenswert hohem Reifegrad geführt. Zum Beispiel wurden die Anzahl der Stufen in Turbine sowie Verdichter stetig reduziert. So hat eine Reduzierung der Schaufelreihen zunächst eine Verringerung des Gewichts zur Folge. Nachteilig sind jedoch die gesteigerten Kräfte auf jede einzelne Schaufel bei einer Auslegung mit konstanten Gesamtdruckverhältnis. Die Anzahl der Stufen beeinflusst neben dem Gesamt-

druckverhältnis, Größe und Gewicht zusätzlich die Produktions- und Wartungskosten. Eine weitere Möglichkeit der Gewichtsreduktion lässt sich durch schlankere Schaufeln oder Verwendung neuer Materialien realisieren. Diese weisen jedoch andere Schwingungsverhalten und Steifigkeiten auf. Eine Anpassung in der strukturellen Auslegung zur Dämpfung der von der Strömung angeregten Frequenzen ist notwendig. Darüber hinaus wurde die Forschung nach grundsätzlichen Erkenntnissen über die Strömung durch einzelne Stufen auf die Interaktion mit den darauffolgenden Stufen ausgeweitet. Um Fehlanströmungen der darauffolgenden Stufen aufgrund von Nachlaufeffekten zu minimieren, wurden in früheren Generationen zunächst Turbomaschinen mit großen Axialabständen zwischen den Stufen konstruiert. Durch verringerte Abstände ließen sich die Baulängen von Turbomaschinen in der Folge reduzieren. [23]

## 2.2. Schwingungsphänomene in Turbomaschinen

Der Strömungsverlauf durch Verdichter und Turbine in Turbomaschinen wird durch sich bewegende bzw. rotierende sowie feste Bauteile beeinflusst. Aus diesem Aufbau resultieren Instationaritäten in Form von Strömungsablösungen, Wirbelbildungen oder auch akustische Antwortschwingungen. NSV resultieren letztlich aus der komplexen Interaktionen dieser aerodynamischen Instabilitäten in Kombination mit den Eigenschwingungen der Schaufeln. Nicht synchrone Schwingungsphänomene gehören demnach zum Themenbereich der Aeroelastizität. [50]

### 2.2.1. Aeroelastizität

Definitionsgemäß beschreibt die Aeroelastik das Zusammenspiel von drei verschiedenen Kräften. Dies sind neben den aerodynamischen, die elastischen sowie statischen Kräfte. Das „Collar’s Triangle“, dargestellt in Abbildung 2.2, zeigt die Zusammenhänge der Kräfte und gibt einen Überblick über die Vielfalt der aeroelastischen Probleme.

Wenn nur Trägheits- und elastische Kräfte auftreten, dann wird mit Methoden der traditionellen Strukturmechanik gearbeitet. Ein Beispiel ist ein verformbarer

Balken. Bei der statischen Flugstabilität werden lediglich die sich beeinflussenden aerodynamischen und elastischen Kräfte in Beziehung gesetzt. Bei der Starrkörper-Flugmechanik bzw. statischen Aerodynamik interagieren aerodynamische und statische Kräfte. Nur beim Auftreten aller drei Kräfte spielen dynamische, aeroelastische Effekte eine Rolle. Dies ist generell bei dem Betrieb von Turbomaschinen der Fall und es muss zwischen synchronen und nicht synchronen Schwingungen unterschieden werden. [13]

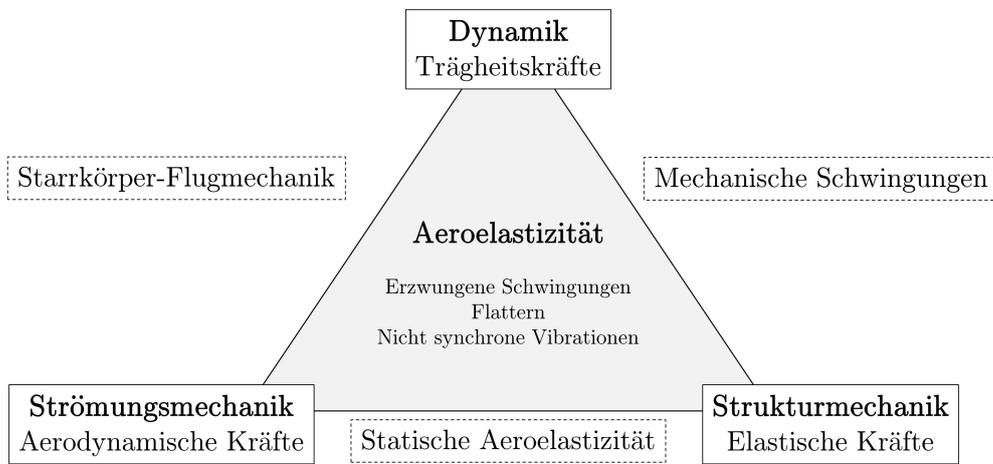


Abbildung 2.2.: Das aerolastische Dreieck nach Collar, 1946 (in Anlehnung an [7])

Aeroelastische Phänomene können verheerende Auswirkungen auf die Struktur haben. Abhängig von den Randbedingungen reichen die Folgen von Materialermüdung bis zu einer Resonanzkatastrophe. Dabei haben sich die Auswirkungen in der Vergangenheit nicht nur auf Turbomaschinen beschränkt. Ein Beispiel ist der Einsturz der Tacoma Narrows Bridge in Washington.

### 2.2.2. Synchrone und asynchrone Schaufelschwingungen

Insgesamt gibt es beim Entwurf von Turbomaschinen vier unterschiedliche aeroelastische Herausforderungen. Dies sind Flattern (Flutter), erzwungene Schwingungen (FR für Forced Response), NSV, und Separated Flow Vibrations (SFV). Im Zuge der aeroelastischen Auslegung von Triebwerksschaufeln werden heutzutage insbesondere FR und Flattern betrachtet. NSV grenzen sich durch die nachfolgend

## 2. Grundlagen

---

dargestellten, charakteristischen Eigenschaften von den anderen Schwingungsarten ab.

Nach Thomassin et al. [53] treten NSV häufig in der ersten Rotorstufe eines Hochdruckverdichters auf. Baumgartner et al. [4] spezifiziert darüber hinaus den Ort des Auftretens in der Nähe der Schaufelspitze des Rotors. Insbesondere der Teillastbereich ist, basierend auf den Ausführungen von Kielb et al. [26], anfällig für NSV. Eine weitere Eigenschaft der Schaufelschwingungen ist, dass sie bei einer dominanten Frequenz und einem Phasendifferenzwinkel (IBPA für Interblade Phase Angle) auftreten.

Im Gegensatz zu FR ist die Frequenz der Schaufelschwingung bei NSV grundsätzlich kein ganzzahliges Vielfaches der Rotordrehzahl. Drehzahl und Schaufelschwingungen verhalten sich bei NSV demnach asynchron. FR sind das Resultat aus Wechselwirkungen von Rotor und Stator und es entstehen zur Drehzahl synchrone erregende Frequenzen. Stimmen Erregerfrequenz und die natürliche Frequenz der Schaufel überein, kommt es zur Resonanz. FR kann nicht vollständig vermieden, sondern lediglich in seiner Amplitude eingeschränkt werden. Dementsprechend sind zuverlässige Berechnungen zur Bestimmung der erzwungenen, synchronen Schwingungen von hoher Priorität. Das Campbell-Diagramm in Abbildung 2.3 (b) wird beispielsweise als Designtool für FR genutzt. FR tritt lediglich in den Schnittpunkten von zwei Geraden auf.

In der Literatur wird bei Erscheinungsformen von Flattern zwischen sub- und supersonischen Strömungen unterschieden (siehe [4]). Die Schwingungsfrequenz vom Flattern ist generell asynchron zur Drehzahl des Rotors und die aeroelastischen Schwingungen sind selbst erregt. Deshalb gestaltet sich die Unterscheidung von NSV zum Flattern in der Praxis um einiges schwieriger. NSV kann in der Nähe der Arbeitslinie entstehen. In diesen Bereichen tritt klassisches Flattern jedoch nicht auf. Hinzu kommen Unterschiede in der eventuell auftretenden, abrupten Änderungen der Schwingungsfrequenz und -form bei NSV, da Flattern bei einer Eigenfrequenz der Struktur auftritt. Mit Hilfe von linearen CFD-Rechnungen lässt sich Flattern vorhersagen. [5]

Eine weitere Kategorie von Schwingungen sind die einfürend erwähnten Separated Flow Vibrations. Sie sind vergleichbar mit dem Buffeting von Flügeln, also dem

sich periodischen Ändern der aerodynamischen Luftkräfte. SFV entstehen wenn sich eine instationäre und abgelöste Strömung über mehrere Stufen aufbaut und dann zufällig Schaufelschwingungen anregt. SFV kann in einem Frequenzbereich auftreten, wohingegen NSV lediglich bei einer Frequenz entstehen. Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal ist das Auftreten von SFV in der Nähe des Stall-Bereichs. [50]

Die beschriebenen Unterschiede werden bei einer Betrachtung von Messungen an Turbomaschinen deutlicher. In Abbildung 2.3 (a) sind beispielhaft die Messergebnisse an einem Rotor einer Verdichterstufe dargestellt.

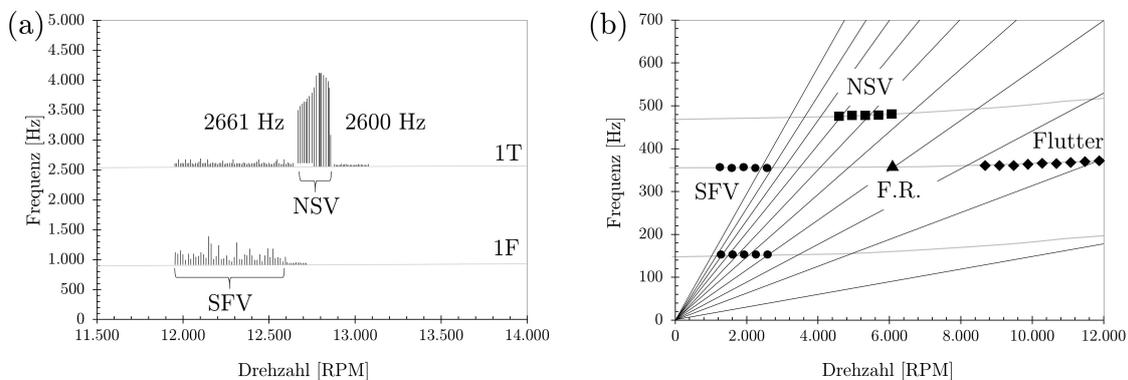


Abbildung 2.3.: Messergebnisse an der ersten Stufe eines Verdichters basierend auf [26] (a) sowie hypothetisches Campbell-Diagramm nach [30] (b)

Durch den Einsatz von Dehnungsmessstreifen konnten Kielb et al. [26] die Amplitude und die Frequenz der jeweiligen Schwingung bei einer konstanten Drehzahl des Rotors aufzeichnen. Die Schaufelschwingungen unterscheiden sich in ihrer Form, d.h. Torsion (first Torsion 1T) oder Biegung (first flex 1F), sowie in ihrer Eigenfrequenz. Beides kann rechnerisch im Rahmen einer Finite-Elemente-Methode (FEM) ermittelt werden. Die vertikalen Linien in Abbildung 2.3 (a) spiegeln die Amplituden bei der jeweiligen Drehzahl wieder. Bei geringeren Drehzahlen treten lediglich Schwingungen aufgrund von SFV mit kleinen Amplituden auf. Ab einer Drehzahl von ungefähr 12.700 Umdrehungen pro Minute (RPM für Revolutions per Minute) kommt es zu einem abrupten und starken Anstieg der Auslenkungen durch NSV. Die Frequenz der Vibrationen ist dabei nahezu konstant und springt nur an einer Stelle von 2.661 Hz zu 2.600 Hz. Bei einer Drehzahl von ca. 12.880 RPM stoppen die NSV.

Abbildung 2.3 (b) zeigt die Charakteristika der beschriebenen Schwingungsphänomene in einem hypothetischen Campbell-Diagramm. Abgebildet sind die Eigenfrequenzen der Schaufelvibrationen in Hz als Funktion der Rotordrehzahl. Die Diagonalen durch den Ursprung repräsentieren die drehzahlabhängigen Erregerfrequenzen. Dies können beispielsweise Vielfache der Drehzahl des Rotors sein. Resonanz tritt auf, wenn die Eigenfrequenz der Schaufeln mit der erregenden Frequenz übereinstimmt. Dies ist im Schnittpunkt zweier Linien der Fall (z.B. im Schnittpunkt FR).

Das Campbell-Diagramm veranschaulicht sehr gut, dass die Eigenfrequenz der Schaufel für ein Lock-In Phänomen bei NSV nicht genau mit der drehzahlabhängigen Erregerfrequenz übereinstimmen muss. Der Begriff Lock-In bezieht sich dabei im aeroelastischen Fall auf die Synchronität der Wirbelfrequenz im Fluid mit einer natürlichen Eigenfrequenz der Struktur. Dies erschwert die Vermeidung von NSV im Designprozess zusätzlich. Darüber hinaus wird deutlich, dass NSV in Bereichen auftritt, in denen Flattern oder FR ausgeschlossen werden können. [5]

### 2.3. Numerische Strömungsmechanik

Durch den Einsatz leistungsfähiger Rechner sind numerische Strömungssimulationen in vielen Bereichen etabliert. Gefährliche, aufwendige sowie zeitintensive Tests und Experimente lassen sich zum Teil ersetzen, sodass ein effizientes Verstehen und Vorhersagen realer Vorgänge ermöglicht wird. Zusätzlich kann die Optimierung und Fehlerbehebung bereits in frühen Stadien von Konstruktionsprozessen unterstützt und folglich Kosten reduziert werden. Abhängig von den jeweiligen Zielsetzungen ermöglichen computergestützte, numerische Berechnungen Aussagen über den Druck, die Temperatur, die Geschwindigkeit, den Massenfluss und weitere Parameter an den gewünschten Stellen des Strömungsfelds. Trotz des technologischen Fortschritts und steigender Kapazitäten von Computern basieren Strömungssimulationen auf mathematischen Modellen und vereinfachenden Annahmen. Hinzu kommen Einschränkungen beim Detaillierungsgrad, um den Rechenaufwand in einem realisierbaren Rahmen zu halten. Ein wichtiger Bestandteil bei der Validierung der auf physikalisch-mathematischen Modellierung basierenden Ergebnisse sind deshalb stets Vergleiche mit Daten und Messungen realer Experimente. Die

enge Verzahnung von Experimenten und numerischen Methoden tragen zu einem tieferen Verständnis der Turbomaschine bei. Dies gilt im besonderen Maße für instationäre Strömungsvorgänge. In der Vergangenheit war dieser Forschungsbereich hauptsächlich durch experimentelle Untersuchungen zu erfassen. Erst Leistungssteigerungen heutiger Computersysteme ermöglichen eine auf Annahmen basierende und dementsprechende effektive Simulation der komplexen Strömung in Turbomaschinen. Eine vollständige Simulation lässt sich mit dem Preprocessing (Abschnitt 2.3.2), Processing (Abschnitt 2.3.3) und Postprocessing (Abschnitt 2.3.4) in drei Bereiche unterteilen. [41]

Das in dieser Arbeit verwendete Softwarepaket TRACE wird von der Abteilung Numerische Methoden vom Institut für Antriebstechnik des DLR entwickelt. Es ist ein paralleler Navier-Stokes Strömungslöser für strukturierte und unstrukturierte Gitter. In Abbildung 2.4 ist die Prozesskette einer Simulation dargestellt. TRACE besteht aus dem Präprozessor PREP, dem gleichnamigen Strömungslöser TRACE und dem Postprozessor POST. Das Vernetzungstool PyMesh wird für die Generierung strukturierter Netze verwendet. Mit GMC (General Mesh Connector) können die weiteren Einstellungen im Preprocessing, wie zum Beispiel Randbedingungen oder Konvergenzkriterien, definiert werden. Mit Tecplot 360 steht ein Programm zur grafischen Auswertung im Postprocessing zur Verfügung.

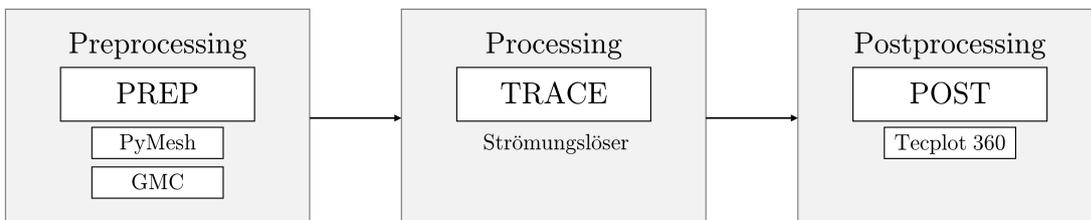


Abbildung 2.4.: Prozesskette von TRACE nach [58]

### 2.3.1. Grundgleichungen

Das Ziel dieser Arbeit ist es, instationäre Strömungen eines gasförmigen Fluids zu simulieren. Da für diese Problemstellung keine analytischen Lösungen zu finden sind, berechnet die numerische Strömungsmechanik Näherungslösungen der

## 2. Grundlagen

---

Differentialgleichungen. Dazu werden die Differentiale an diskreten Punkten eines Integrationsbereichs in Differenzen diskretisiert. Unterschieden wird bei der Diskretisierung zwischen dem Finite-Differenzen, Finite-Elemente und Finite-Volumen-Verfahren. Weitverbreitet und auch Grundlage des in dieser Arbeit verwendeten Strömungslösers TRACE ist das letztgenannte Verfahren. Es wird im Folgenden genauer betrachtet.

Bei der Diskretisierung mit der Finiten-Volumen-Methode (FVM) wird das zu simulierende Rechengebiet in kleine Kontrollvolumina zerlegt. [19] Anhand der Volumina können zusätzlich zu Impuls- und Massenströmen alle angreifende Kräfte bilanziert werden. Dies sind beispielsweise Druck- oder aus Schub- und Normalspannungen resultierende Reibungskräfte. Kompressible, reibungsbehaftete Strömungen werden durch Navier-Stokes-Gleichungen modelliert. Sie ergeben sich aus den Gleichungen der Massen-, Impuls- und Energieerhaltung und sind nach Claude-Louis Navier (1785 - 1836) und Georg Gabriel Stokes (1819 - 1903) benannt. [47] Diese direkt zu diskretisieren und zu simulieren entspricht der direkten numerischen Simulation (DNS). Die DNS turbulenter Phänomene verlangt die Auflösung des gesamten turbulenten Spektrums bis zu den Kolmogorov-Skalen. Da die Rechnerkapazitäten für die aufwendigen DNS mit sehr feinen Netzen und sehr kleinen Zeitschritten noch nicht ausreichen, sind heutzutage Unsteady Reynolds-Averaged-Navier-Stokes Gleichungen (URANS) und Turbulenzmodelle die Grundlage für in einem vertretbaren Zeitrahmen durchführbare CFD-Rechnungen. Die folgenden Erläuterungen beziehen sich der Anschaulichkeit halber auf die allgemeinen Zusammenhänge der Navier-Stokes-Gleichungen anhand eines Volumens in kartesischen Koordinaten (Abbildung 2.5). TRACE wurde speziell für Simulationen in Turbomaschinen entwickelt und löst die kompressiblen, reibungsbehafteten URANS in einem rotierenden Koordinatensystem. Die in TRACE verwendeten Gleichungen sind in Anhang B aufgeführt.

Abbildung 2.5 zeigt die Bilanzierung einer Erhaltungsgröße an einem Kontrollvolumen mit ein- und ausströmenden Flüssen. Basierend auf dieser schematischen Zeichnung ergibt sich für ein infinitesimal kleines Kontrollvolumen bei der Bilanzierung der Masse Gleichung 2.1. Die Breite  $b$  ist in diesem Beispiel senkrecht zur Zeichenebene anzunehmen und die Geschwindigkeit in  $z$ -Richtung wird zunächst

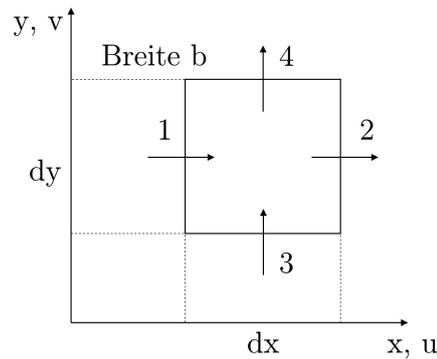


Abbildung 2.5.: Schema von ein- und ausströmenden Flüssen an einem Kontrollvolumen [30]

vernachlässigt.  $\rho$  ist die Dichte,  $u$  und  $v$  die Geschwindigkeiten in x- sowie y-Richtung.

$$\underbrace{\frac{\delta(\rho dx dy)}{\delta t}}_{\text{zeitliche Änderung der Masse}} = \underbrace{\rho u dy + \rho v dx}_{\substack{\text{eintretende} \\ \text{Massenströme} \\ \text{1 und 3}}} - \underbrace{\left(\rho\left(v + \frac{\delta v}{\delta y} dy\right) dx + \rho\left(u + \frac{\delta u}{\delta x} dx\right) dy\right)}_{\substack{\text{austretende Massenströme} \\ \text{2 und 4}}} \quad (2.1)$$

Durch Anwendung dieses Vorgehens auf die Erhaltungsgleichungen von Energie und Impuls im dreidimensionalen Raum ergeben sich die instationären, kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen durch die Verwendung der Vektorschreibweise nach den Gleichungen 2.2 sowie 2.3. Die weiteren Erläuterungen beziehen sich auf die Herleitungen nach Quelle [17]. In diesem Grundlagenteil werden lediglich die wichtigsten Gleichungen zur Lösung numerischer Berechnungen aufgeführt, da diese für die zu bearbeitende Problemstellung hinreichend sind. Für weitere Hintergründe und Herleitungen wird deshalb auf die entsprechende Literatur verwiesen. Gleichung 2.2 ist die mathematische Formulierung in Integralform.

$$\int_{\tau} \frac{\delta \vec{U}}{\delta t} d\tau + \oint_{A_R} \vec{H} \cdot \vec{n} dA_R = \int_{\tau} \vec{F}_{vol} d\tau \quad (2.2)$$

Mit Hilfe des Gauß'schen Integralsatzes und der Voraussetzung stetig differenzierbarer Funktionen in Zeit und Ort lässt sich die integrale Form in die differentielle

## 2. Grundlagen

---

Form nach 2.3 überführen.

$$\frac{\delta \vec{U}}{\delta t} + \nabla \cdot \vec{H} = \vec{F}_{vol} \quad (2.3)$$

Dabei beschreibt  $\vec{U}$  (2.4) die Erhaltungsgröße mit Masse pro Volumen ( $\rho$ ), Impuls pro Volumen ( $\rho \vec{v}$ ) sowie Energie pro Volumen ( $\rho E = \rho(e + \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v})$ ).

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \vec{v} \\ \rho E \end{pmatrix}, \vec{H} = \begin{pmatrix} \rho \vec{v} \\ \rho \vec{v} \vec{v} + \bar{\sigma} \\ \rho E \vec{v} + \bar{\sigma} \vec{v} + \vec{q} \end{pmatrix}, \vec{F}_{vol} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{f}_{vol} \\ \vec{f}_{vol} \cdot \vec{v} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Die Wirkungsweisen von Spannungen und Flüssen mit konvektiven und viskosen Anteilen werden durch den Flussvektor  $\vec{H}$  repräsentiert. ( $\rho \vec{v}$ ) in Gleichung 2.4 enthält den Massenfluß und ( $\rho \vec{v} \vec{v} + \bar{\sigma}$ ) setzt sich aus Impulsstrom und Spannungstensor zusammen. Die letzte Komponente von  $\vec{H}$  beschreibt den Energiefluß, die Leistung der Spannungsanteile sowie den Wärmestrom.

$\vec{F}_{vol}$  (Gleichung 2.4) fasst mit  $\vec{f}_{vol}$  die Volumenkräfte und mit  $\vec{f}_{vol} \cdot \vec{v}$  die Leistung dieser Volumenkräfte zusammen. Ein Beispiel für eine Volumenkraft ist die Schwerkraft nach  $\vec{f}_{vol} = \rho \vec{g}$ .

Zum Schließen der Erhaltungsgleichungen werden zusätzliche Beziehungen benötigt. Ein Großteil der Anwendungen in Turbomaschinen kann mit dem kalorisch perfekten Gas berechnet werden. Turbomaschinen werden entweder bei moderaten Temperaturen betrieben oder es stellt sich zwischen Ein- und Ausgang des jeweiligen Abschnitts nur ein geringer Temperaturunterschied ein. [59]

Die kalorische Zustandsgleichung (Gleichung 2.5) setzt sich zusammen aus der spezifischen isochoren Wärmekapazität  $c_v$  sowie der Temperatur  $T$ . Durch Umformung ergibt sich ein Ausdruck mit dem Verhältnis der spezifisch isobaren zur spezifisch isochoren Wärmekapazität  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$  und der spezifischen Gaskonstante  $R = c_p - c_v = 287,06 \frac{J}{kgK}$ .

$$e = c_v T = \frac{1}{\gamma - 1} RT \quad (2.5)$$

Darüber hinaus liefert die thermische Zustandsgleichung, die auch als ideales Gasgesetz bezeichnet wird, einen weiteren Zusammenhang. In Gleichung 2.6 ist  $\rho$  die Dichte,  $R$  die spezifische Gaskonstante,  $p$  der Druck und  $T$  die Temperatur.

$$p = \rho RT \quad (2.6)$$

Der Flussvektor  $\vec{H}$  der Energieerhaltungsgleichung 2.4 beinhaltet den Wärmeflussvektor  $\vec{q}$  im Fluid. Die Berechnung erfolgt über das Fouriersche Gesetz gemäß Gleichung 2.7. Mit  $h = c_p T$  und  $Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}$  ergibt sich ein Zusammenhang mit der Prandtl-Zahl.

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T = -\frac{\mu}{Pr} \nabla h \quad (2.7)$$

Als letzte benötigte Gleichung liefert das Sutherland-Modell nach Gleichung 2.8 die Temperaturabhängigkeit der Viskosität von Gasen.  $T_0 = 273K$  ist die Referenztemperatur,  $\mu_0 = 1,7198 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{ms}$  die Referenz-Viskosität und  $S = 110K$  die Sutherland Konstante.

$$\mu = \mu_0 \frac{T_0 + S}{T + S} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \quad (2.8)$$

### 2.3.2. Preprocessing

Das Preprocessing geht der eigentlichen Simulation voraus. Eine der Hauptaufgaben beim Preprocessing ist die Erstellung der Geometrie und des Netzes zur Diskretisierung. Die Genauigkeit der Berechnung und Darstellung lässt sich generell über die Anzahl der Zellen festlegen. Feinere Gitternetze ermöglichen einen gesteigerten Detaillierungsgrad, bedürfen jedoch einer erhöhten Rechnerkapazität, sodass für die spätere Simulation ein Kompromiss zwischen Auflösung und Aufwand gefunden werden muss. Dies gilt insbesondere für Turbulenzen und Wirbel. Diese finden auf sehr kleinem Raum statt und folglich ist dort eine hohe Auflösung erforderlich. Die direkte Simulation der Turbulenz ist mit den derzeitig zur Verfügung stehenden technischen Möglichkeiten im industriellen Umfeld noch nicht realisierbar. Aus diesem Grund werden die Navier-Stokes Gleichungen durch zusätzliche

## 2. Grundlagen

---

Turbulenzmodelle ergänzt. [37] In Abschnitt 2.3.5 wird darauf nochmals genauer eingegangen. Darüber hinaus können Vereinfachungen den Aufwand der Simulation minimieren. Beispielsweise lassen sich durch das Ausnutzen von geometrischen Symmetrien Speicherkapazitäten einsparen, ohne das eigentliche Simulationsergebnis zu beeinflussen.

Gitternetze können in verschiedenen Formen generiert werden. In Verbindung mit unterschiedlichen Zelltypen gibt es strukturierte und unstrukturierte Gitter. Einen Überblick über Gitter-Zelltypen in zweidimensionaler und der entsprechenden dreidimensionalen Form verschafft Abbildung 2.6.

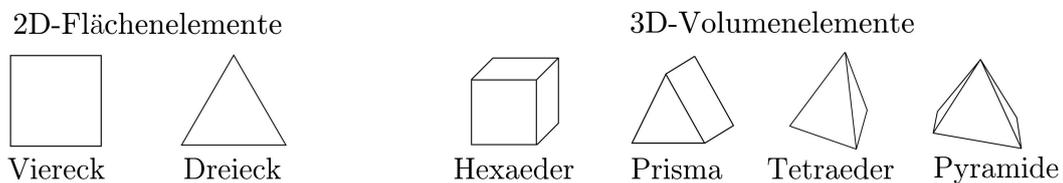


Abbildung 2.6.: Gitternetz-Zelltypen nach [62]

Strukturierte Gitter besitzen weniger Zellen und liefern genauere Ergebnisse. In einigen Fällen ist eine strukturierte Vernetzung der gesamten Konfiguration mit einem Block nicht möglich. Abhilfe kann in solchen Fällen eine geschickte Unterteilung in Multi-Block Netze liefern. [41] Abbildung 2.7 veranschaulicht die beiden Gitterarten anhand einer exemplarischen Vernetzung.

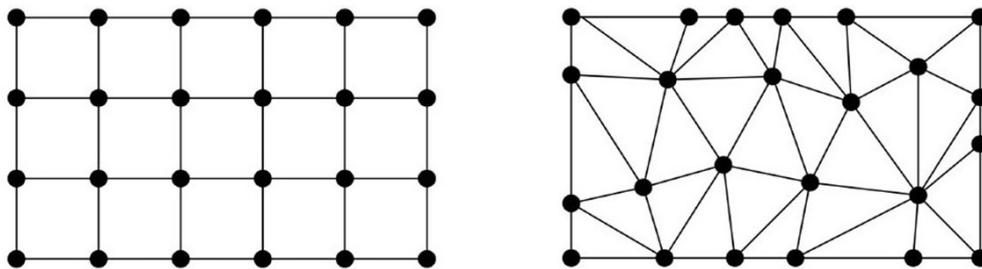


Abbildung 2.7.: Strukturierte und unstrukturierte Vernetzung

Nach der Diskretisierung der Geometrie werden weitere, für eine Simulation notwendige Randbedingungen definiert und Einstellungen für die numerischen Berechnungen vorgenommen. Notwendige Randbedingungen sind beispielsweise die

bekanntem Zustände von Temperatur, Druck, Dichte oder Geschwindigkeit beim Ein- und Ausströmen. Zusätzlich ist die Definition der mit dem Fluid interagierenden Körper einzustellen. Handelt es sich bei dem zu untersuchenden Setup um ein aeroelastisches Problem, siehe Abschnitt 2.2.1, dann ist eine Formulierung der mathematischen Zusammenhänge in einer Fluid-Struktur-Kopplung erforderlich. Fluid-Struktur-Kopplungen in CFD-Rechnungen werden in Unterkapitel 2.3.7 genauer beschrieben. Außerdem müssen die Differenzenschemata für Raum und Zeit für die anschließenden numerischen Berechnungen ausgewählt werden. Es wird zwischen impliziten und expliziten Berechnungsverfahren unterschieden.

Bei der Verwendung eines expliziten Differenzenschemas werden die unbekanntem Werte eines Gitterpunktes direkt aus bekannten Werten berechnet. Nachteilig ist jedoch die beschränkte Schrittweite für numerische Stabilität. Implizite Verfahren haben den Vorteil, dass bei der Wahl der Zeitschrittweite nicht auf die Stabilität der numerischen Methode geachtet werden muss. Lediglich die gewünschte Genauigkeit beeinflusst die Zeitschrittweite. Als Nachteil ist in diesem Zusammenhang der höhere Speicherplatzbedarf gegenüber expliziten Verfahren zu nennen. [17]

Für die Lösung der räumlichen Diskretisierung mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung wird bei den numerischen Simulationen in dieser Arbeit das Fromm Schema [14] zusammen mit einer modifizierten Version des Van Albada Limiters [8] verwendet.

Genauere und robuste Zeitintegrations-Schemata sind für instationäre Rechnungen im Zeitbereich notwendig. Übliche Algorithmen sind das Crank-Nicolson-Verfahren sowie das Euler-Backward-Verfahren mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung. Eine Genauigkeit höherer Ordnung lässt sich durch Verwendung des impliziten Runge-Kutta Verfahrens erreichen. Genauere Informationen über Implementierung und Anwendung des Schemas im Strömungslöser TRACE liefert Quelle [3].

### 2.3.3. Processing

Nach erfolgtem Preprocessing erfolgt die eigentliche Simulation im Processing. Während der Simulation können zur Überwachung der CFD-Berechnungen bei-

spielsweise Residuen ausgegeben werden. Residuen sind die Fehlerwerte im iterativen Lösungsprozess. Im Verlauf der Simulation werden diese Werte bei einer konvergierenden Berechnung fortschreitend kleiner. Ein genereller Nachweis, der sowohl für instationäre als auch stationäre numerische Simulation gültig ist, lässt sich nicht herleiten. Beispielsweise ist aber für die Konvergenz einer numerischen Lösung bei linearen Anfangswertproblemen die Erfüllung der Konsistenz und Stabilität eines Differenzschemas hinreichend. Ein Nachweis liefert Quelle [17]. Aber auch andere Werte liefern Indizien über den Fortschritt der Simulation, zum Beispiel die Geschwindigkeiten in x-, y- oder z-Richtung. Der Simulationsprozess kann in einem auskonvergierten Zustand gestoppt werden, da keine neuen Ergebnisse zu erwarten sind. Die Näherungslösung wird dann als konvergent bezeichnet. [41]

### 2.3.4. Postprocessing

Im Postprocessing werden die Ergebnisse der numerischen Strömungssimulationen analysiert und verifiziert. Außerdem dient das Postprocessing der Datenreduktion. Unterschiedliche Visualisierungen im zwei- und dreidimensionalen Raum helfen dem Anwender bei der anschließenden Interpretation. Vektor-, Pfadliniendarstellung, Konturplot aber auch Graphen, Tabellen und Diagramme sind Möglichkeiten der Ergebnisdarstellung. Entsprechend der vorangegangenen Zielsetzung lassen sich nach der Simulation die in den Netzzellen vorliegenden Ergebnisse auswerten. Hier ist es hilfreich, dass Werte sowohl für diskrete Punkte als auch entlang von Linien, Flächen und Volumina ausgelesen werden können. Einen wichtigen Teil des Postprocessings stellt der Vergleich von Simulation und Experiment bzw. Messung dar. Durch diesen Vergleich lassen sich Simulationsfehler ausschließen. Außerdem kann im Postprocessing festgestellt werden, ob die richtigen Modelle in ausreichender Genauigkeit verwendet worden sind. [41]

### 2.3.5. Turbulenzmodelle

Reibungsbehaftete Strömungen lassen sich grundsätzlich in zwei Klassen einordnen. Abhängig von der Strömungsgeschwindigkeit und somit nach Gleichung 2.20 auch

von der im späteren Kapitel 2.4 erläuterten Reynoldszahl, erfolgt die Unterteilung in laminare und turbulente Strömungen. Bewegen sich Fluide geordnet entlang von Stromlinien, dann vermischen sich die unterschiedlichen Schichten nicht und die Strömung ist laminar. Mit Zunahme der Reynoldszahl ändert sich der Charakter der Strömung. Sie wird instabil und als turbulent bezeichnet.

Der überwiegende Anteil technisch relevanter Strömungen ist turbulenter Natur. Charakteristisch für die dreidimensionalen, wirbelbehafteten und hochinstationären Strömungen ist ein hoher Massen-, Energie- und Impulsaustausch sowie große Skalenspektren. Eine klassische Betrachtungsweise von Turbulenz ist die Überlagerung kohärenter Wirbelstrukturen. Kleinere Wirbel werden demnach durch große Wirbelstrukturen mit entsprechend großer kinetischer Energie transportiert. Die Energie wird an immer kleinere Wirbel abgegeben. Letztendlich dissipiert die Bewegungsenergie in Wärmeenergie. Die Folge sind komplexe und chaotische Strömungen. [43]

Um diese turbulenten Strömungseigenschaften greifbar zu machen findet häufig ein statistischer Ansatz Verwendung. Dazu werden die in einem Moment auftretenden Strömungsgrößen  $f$  in einen Schwankungsanteil  $f'$  und einen zeitlichen Mittelwert  $\bar{f}$  nach Gleichung 2.9 aufgeteilt.

$$f(x,t) = f'(x,t) + \bar{f}(x,t) \quad (2.9)$$

Durch Verwendung dieser Ansätze in den Erhaltungsgleichungen und der zeitlichen Mittelung werden die zeitlich gemittelten Erhaltungsgleichungen generiert. Im Gegensatz zu der ursprünglichen Formulierung in Abschnitt 2.3.1 sind in den zeitlich gemittelten Gleichungen noch zusätzliche Wärmestrom- ( $q_{t,j}$ ) und Spannungsanteile ( $\tau_{ij}$ ) enthalten, die auch als Schein- oder Reynoldsspannungen bezeichnet werden. Um das Gleichungssystem aufgrund der neuen Unbekannten zu schließen, sind im Laufe der Jahre unterschiedliche Turbulenzmodelle entwickelt worden. Neben einfachen algebraischen Ansätzen gibt es auch Mehrgleichungsmodelle, durch die die Effekte der kleinen Wirbelspektren auf größere Skalen modelliert werden sollen. [17]

## 2. Grundlagen

---

Im Folgenden wird das Mehrgleichungsmodell  $k$ - $\omega$  beschrieben, da dieses in dieser Arbeit Verwendung findet. Es hat sich besonders für die Berechnung von Strömungen mit viskosen Wänden als Begrenzung etabliert. Deshalb eignet es unter anderem sehr gut für die Berechnungen von Strömungen in Turbomaschinen.

Wie bei den meisten Ein- und Mehrgleichungsmodellen wird beim Modell nach Wilcox zur Approximation des Reynoldsschen Spannungstensors  $\tau_{ij}$  die Boussinesq-Annahme gemäß Gleichung 2.10 verwendet. [66]

$$\tau_{ij} = 2\mu_T \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k^* \delta_{ij} \quad (2.10)$$

In Gleichung 2.10 ist  $k^*$  die turbulente kinetische Energie und die erste Transportvariable des Modells. Durch das Einführen der spezifischen Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie  $\omega$  ergibt sich die zweite Transportgröße. Die Wirbelviskosität  $\mu_T$  ist im Gegensatz zur molekularen Viskosität keine Eigenschaft des Fluids, sondern der Strömung. Sie ergibt sich direkt aus dem Zusammenhang der beiden Transportgrößen nach Gleichung 2.11.

$$\mu_T = \frac{\rho k^*}{\omega} \Leftrightarrow \nu_T = \frac{k^*}{\omega} \quad (2.11)$$

Die beiden Unbekannten  $k^*$  und  $\omega$  lassen sich mit Hilfe der von Wilcox postulierten Transportgleichungen 2.12 und 2.13 bestimmen. Die implementierten Werte für die Konstanten  $\alpha$ ,  $\beta_\omega$ ,  $\beta_k$ ,  $\sigma_\omega$  und  $\sigma_k$  sind in Quelle [57] aufgeführt.

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\rho k^*)}_{\text{zeitliche Ableitung}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j k^*)}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{\text{Produktion}} - \underbrace{\beta_k \rho \omega k^*}_{\text{Destruction}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k^*}{\partial x_j} \right]}_{\text{Diffusion}} \quad (2.12)$$

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega)}_{\text{zeitliche Ableitung}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \omega)}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{\text{Konvektion}} - \underbrace{\beta_\omega \rho \omega^2}_{\text{Destruktion}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]}_{\text{Diffusion}} \quad (2.13)$$

Neben dem  $k$ - $\omega$  Turbulenzmodell nach Wilcox lassen sich instationäre Strömungen auch mit Hilfe des Menter SST  $k$ - $\omega$  oder Hellsten EARSM  $k$ - $\omega$  Modells berechnen. Auf die Herleitung und genaue Beschreibung wird an dieser Stelle mit einem Hinweis auf die entsprechende Literatur [18] und [34] nicht weiter eingegangen. Bei Verwendung in der Arbeit werden die verwendeten Modelle explizit genannt.

### 2.3.6. Erweiterungen der Turbulenzmodelle

Jedes der Turbulenzmodelle wurde im Laufe der Jahre erweitert. Bei den jeweiligen Turbulenzmodellerweiterungen handelt es sich um verschiedene Ansätze. Die folgenden Erläuterungen beziehen sich auf die Erweiterungen zum  $k$ - $\omega$  Turbulenzmodell. Ein bekanntes Problem von Zweigleichungsmodellen die auf der Boussinesq-Annahme beruhen ist, dass im Bereich von Staupunkten unphysikalisch viel Turbulenz erzeugt wird. Dies ist beispielsweise bei Schaufelvorderkanten der Fall.

#### Kato-Lauder

Eine Modifikation wurde von Kato und Launder vorgestellt und ist als eine Erweiterung in TRACE implementiert. Der Produktionsterm aus Gleichung 2.12 und 2.13 wird nach Gleichung 2.14 erweitert. Diese Erweiterung basiert auf der Idee, dass bis auf die Bereiche in der Nähe von Staupunkten im gesamten Strömungsfeld  $|S| \approx |\Omega|$  gilt. [56]

$$\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \underbrace{\mu_T |S|^2}_{k-\omega\text{-Modell}} \approx \underbrace{\mu_T |S| |\Omega|}_{\text{Kato-Lauder}} \quad (2.14)$$

Für  $S$  und  $\Omega$  sind definiert nach Gleichung 2.15.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.15)$$

### Schwarz

Diese Erweiterung basiert auf der Ungleichung 2.16 nach Cauchy-Schwarz. Anstatt Gleichungen zu modifizieren wird bei diesem Ansatz die Dissipationsrate  $\omega$  gemäß Gleichung 2.17 limitiert. [56]

$$\overline{(u'_i u'_j)} \overline{(u'_i u'_j)} \leq \overline{u'^2_i u'^2_j} \quad (2.16)$$

$$\omega = \max \left( \omega, \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \right) \quad (2.17)$$

### 2.3.7. Fluid-Struktur-Kopplung

Aufgrund der stetig verbesserten Berechnungsmethoden lassen sich immer genauere Vorhersagen von Aerodynamik und Strukturmechanik der Turbomaschinenbeschleunigungen generieren. Um aeroelastische Phänomene in Turbomaschinen verstehen und vorhersagen zu können, müssen, basierend auf den Erkenntnissen von Collar (Kapitel 2.2.1), die strömungsmechanischen Kräfte mit den der elastischen Struktur in einem Modell betrachtet werden. Steigende Rechnerkapazitäten ermöglichen aufwändigere und präzisere Modelle und die Integration der gekoppelten Kräfte in die Berechnungsverfahren. Bei numerischen Simulationen werden deshalb die Effekte mit Hilfe einer Fluid-Struktur Interaktion (FSI) gekoppelt berechnet. Früher wurden Annahmen über die gegenseitige Beeinflussung von Strömung und Struktur vorgenommen. Durch gekoppelte Simulationen sind diese Annahmen heutzutage obsolet. Nicht zuletzt wurden dadurch schon deutliche Verbesserungen und wichtige Erkenntnisse für eine sichere Auslegung bei gleichzeitiger Steigerung der Stufenbelastung der Schaufelreihen erreicht. [46]

Bei CFD-Berechnung lassen sich die aeroelastischen Charakteristika durch eine Fluid-Struktur-Kopplung integrieren. Für einen Festkörper kann die Interaktion zwischen Struktur und Strömung mit folgender Gleichung 2.18 beschrieben werden. In dieser Gleichung ist  $m$  die Masse der Struktur,  $d$  die Dämpfungskonstante,  $k$  die Steifigkeit und  $F_{Aero}$  sind die wirkenden aerodynamischen Kräfte.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + d \frac{dx}{dt} + kx = F_{Aero} \quad (2.18)$$

In einer FSI Simulation bewegt bzw. verformt sich die Struktur, sodass sich auch die durch den Strömungslöser berechneten Bereiche kontinuierlich ändern. Daraus folgt, dass auch die Koordinaten des im Preprocessing generierten Netzes eine Funktion der Zeit  $x(t)$  sind. [31]

## 2.4. Dimensionslose Kennzahlen

Selten sind reale strömungsmechanische Probleme durch exakte Lösungen der Erhaltungsgleichungen (Abschnitt 2.3.1) beschreibbar. Um Experimente und numerische Simulationen zu planen und auch die Übertragbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, werden grundsätzlich dimensionslose Kennzahlen der Ähnlichkeitstheorie verwendet. So lassen sich beispielsweise experimentelle Erkenntnisse aus Windkanalversuchen an kleineren Modellen auf die Realität übertragen. In diesem Abschnitt wird lediglich auf die für diese Arbeit relevanten Kennzahlen eingegangen.

Die Strouhal-Zahl wurde im Jahre 1878 von Vincenz Strouhal bei der Untersuchung von Strömungsablösungen definiert. [51] Bei Experimenten von Umströmungen eines Kreiszyinders stellte er fest, dass bei unterschiedlichen Anströmgeschwindigkeiten ein Ton zu hören war. Die Entstehung des Tons führte er auf sich hinter dem Zylinder periodisch ausbildende Wirbel zurück. Zudem konnte er eine proportionale Abhängigkeit von der Wirbelablösefrequenz  $f$  zur Geschwindigkeit der Anströmung  $u$  nachweisen. Nach ihm ist deshalb die charakteristische Kennzahl nach Gleichung 2.19 benannt. Demnach hat der Durchmesser  $d$  einen umgekehrt

proportionalen Einfluss auf die die Wirbelablösefrequenz  $f$ . Die Strouhal-Zahl ist insbesondere relevant für instationäre Vorgänge.

$$Sr = f \frac{d}{u} \quad (2.19)$$

Aus dem Verhältnis von Trägheits- und Reibungskräften ergibt sich nach Gleichung 2.20 die Reynoldszahl. Sie basiert auf Erkenntnissen von Osborne Reynolds aus dem Jahr 1883. [45] Hier ist  $u_\infty$  die Geschwindigkeit,  $\rho$  die Dichte und  $\mu$  die dynamische Viskosität des strömenden Fluids.  $l$  bezieht sich auf die charakteristische Länge des umströmten Körpers. Bei der Umströmung eines Zylinders ist für  $l$  der Durchmesser  $d$  zu verwenden. Mit dem Verhältnis für die kinematische Viskosität  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  ergibt sich eine weitere Schreibweise der Reynoldszahl. Nach Definition sind bei kleinen Reynoldszahlen und anliegender Strömung die Reibungskräfte maßgeblich. Bei ablösender Strömung überwiegen hingegen die Trägheitskräfte.

$$Re = \frac{\rho u_\infty l}{\mu} = \frac{u_\infty l}{\nu} \quad (2.20)$$

Nach dem Machschen Ähnlichkeitsgesetz der Strömungsmechanik sind „Strömungen dann mechanisch ähnlich, wenn sie geometrisch ähnliche Stromlinienbilder aufweisen.“ [9] Diese Tatsache erlaubt die Betrachtung und vergleichende Beurteilung verschiedener Betriebszustände im Verdichterkennfeld bei unterschiedlichen Zeitpunkten und Randbedingungen anhand identischer Machzahlen. In Gleichung 2.21 wird die Strömungsgeschwindigkeit ins Verhältnis zur Schallgeschwindigkeit  $a$  gesetzt. Die Schallgeschwindigkeit setzt sich zusammen aus dem Isentropenexponenten  $\gamma$ , der spezifischen Gaskonstanten  $R$  und der Temperatur  $T$  des Fluids.

$$Ma = \frac{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}{a} = \frac{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}{\sqrt{\gamma RT}} \quad (2.21)$$

Anhand der Machzahl lassen sich verschiedene Strömungsbereiche unterscheiden. Die Unterteilung ist in Tabelle 2.1 zusammengefasst. Bis zu einer Machzahl von

$Ma < 0,8$  ist die Strömung subsonisch. Das bedeutet, dass auch bei Profilstömungen die lokale Machzahl kleiner eins ist. In diesen Bereichen können Kompressibilitätseffekte bis zu einer Machzahl von  $Ma < 0,3$  im Allgemeinen vernachlässigt werden. Im Bereich  $0,8 < Ma < 1,2$  ist die Strömung transsonisch und bei Geschwindigkeiten von  $Ma > 1,2$  supersonisch. Im transsonischen Bereich können supersonische Strömungsbedingungen auf dem Profil vorliegen. Unter supersonischen Bedingungen sind die Effekte von Verdichtungsstößen miteinzubeziehen. Stoßwellen haben signifikante physikalische und mathematische Auswirkungen, da sich über den Stoß unter anderem Druck, Temperatur und Dichte stark und sprunghaft ändern. Als Hypersonisch werden Strömungen ab einer Machzahl größer als fünf bezeichnet. [20]

Tabelle 2.1.: Charakterisierung der Strömung anhand der Machzahl nach [20]

Machzahl	Bezeichnung	Kompressibel	Verdichtungsstöße
$0,0 < Ma < 0,3$	Subsonisch	nein	nein
$0,3 < Ma < 0,8$	Subsonisch	ja	nein
$0,8 < Ma < 1,2$	Transsonisch	ja	lokal
$1,2 < Ma < 5,0$	Supersonisch	ja	ja
$5,0 < Ma$	Hypersonisch	ja	ja

## 2.5. Diskrete Fourier-Transformation

Um die instationären Strömungsvorgänge und insbesondere die Schwingungen der Körper analysieren zu können, ist es erforderlich, die gemessenen Daten aus dem Zeitbereich in den Frequenzbereich zu transformieren. Die generelle Rechentechnik zur Generierung und Analyse eines Frequenzspektrums basiert auf der Aussage von Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830), nach der „jede periodische Funktion durch Summen von Sinus- und Kosinusschwingungen dargestellt werden kann.“ [65] Bei analytischen Zeitsignalen kann zur Analyse die Fourier-Transformation (FT) herangezogen werden. Bei den numerischen Berechnungen mit TRACE oder der experimentellen Erfassung von Ausgangssignalen werden die entsprechenden Werte im vorher definierten Zeitabstand erfasst. Bei dem aufgezeichneten Signal handelt

sich deshalb um eine diskrete und endliche Funktion  $f(t)$ . Aus diesem Grund muss an Stelle von der FT die Diskrete Fourier-Transformation (DFT) verwendet werden.

Die DFT findet häufig in der Signalverarbeitung zur Bestimmung von Amplituden sowie Frequenzen von periodischen Zeitsignalen aber auch bei der Implementierung von digitalen Filtern Verwendung. Auf eine ausführliche Herleitung der zugrunde liegenden Gleichungen wird mit dem Hinweis auf die entsprechend weiterführende Literatur, siehe zum Beispiel [65], an dieser Stelle jedoch verzichtet. In dieser Arbeit erfolgt die Bestimmung der Frequenzen mit Hilfe einer DFT ohne Fensterung mit einem Python-Skript.

## 3. Stand der Technik

Dieser Arbeit vorausgegangen sind Forschungen mit dem Ziel die Zusammenhänge der aeroelastischen Effekte in Bezug zu NSV zu verstehen. Neben Strömungsanalysen mit Hilfe von Experimenten wurden insbesondere die Erkenntnisse durch CFD-Berechnungen vorangetrieben. Auf den aktuellen Stand der Technik wird, durch die kurze Darstellung der bereits bestehenden Theorien, Zielsetzungen und Lösungsansätze, in den folgenden Abschnitten eingegangen.

### 3.1. Nicht synchrone Schwingungen in Turbomaschinen

In Abschnitt 2.2.2 wurden bereits einige der Charakteristika von NSV erläutert. Die Vibrationen treten nach [53] und [4] häufig in der ersten Rotorstufe eines mehrstufig ausgelegten Hochdruckverdichters auf. Sobald NSV bei einer Drehzahl auftritt, können die Vibrationen mit Hilfe von Prüfstandsversuchen bei verschiedenen Rotordrehzahlen nachgewiesen werden. Dennoch sind sie auf ein bestimmtes Intervall beschränkt, sodass sich die Amplituden beim Überschreiten der Intervallgrenzen wieder reduzieren. Kielb et al. [26] haben gezeigt, dass die NSV Frequenz bei einer Drehzahl von 12.880 rpm bei 2.600 HZ liegt und bei einer Reduzierung der Drehzahl auf 12.700 rpm bei 2.661 Hz. Dieser Effekt wurde unter anderem im hypothetischen Campbell-Diagramm in Abbildung 2.3 integriert.

In den letzten Jahren wurden die Forschungen zunehmend durch Kielb et al. [26], Spieker [50] und Besem [5] vorangetrieben. Die Arbeiten basieren auf der Annahme, dass NSV direkt mit dem Lock-In Effekt zusammenhängt. Charakteristisch für den Lock-In Effekt ist die Synchronität von Wirbelfrequenz und natürlicher Frequenz der Strukturschwingungen. Dazu wurden CFD Berechnungen anhand realer Geometrien, sowie an einfacheren Geometrien eines Zylinders und eines angestellten Flügelprofils durchgeführt. Mit der Zielsetzung eines geringeren Rechen- und somit eines geringeren Zeitaufwands standen dabei insbesondere Berechnungen mit der

Harmonic-Balance Methode (HB) im Fokus. Als Nachteil wurde bei diesem bisherigen Vorgehen herausgestellt, dass die HB-Rechnungen lediglich bei der NSV-Frequenz konvergieren. Ist diese nicht bekannt, ist eine Vielzahl von numerischen Rechnungen notwendig. Der eigentliche Vorteil der zeitlichen Reduktion ist somit nicht erfüllt und steht einem routinemäßigen Einsatz in der Industrie entgegen.

Einen anderen Ansatz zur Erklärung von NSV haben Thomassin et al. [52] gewählt und die sogenannte Feedback-Theorie entwickelt. Grundlage dieser Theorie ist die Spaltströmung zwischen Rotor und Gehäuse in Teillast. Auch diese Theorie konnte letztendlich nicht zu einem standardisierten Vorgehen zur Vorhersage führen.

Gan et al. [15] haben 2017 die Forschungsergebnisse zu den Theorien bzgl. des Lock-In Phänomens von Kielb et al. [26], Spieker et al. [50] und Besem et al. [5] durch die numerischen Berechnungen eines 1-1/2 Stufen Kompressors vorgestellt. Dazu wurde ein Vergleich zwischen schwingenden und festen Schaufeln bei verschiedenen Rotordrehzahlen einer spezifischen Rotorstufe des Verdichters angestellt. Gan et al. haben herausgestellt, dass die Erregung von NSV nicht durch das Lock-In an die Schaufelfrequenz ausgelöst wird, sondern vielmehr durch die instationären aerodynamische Kräfte.

## 3.2. Numerische Simulationen instationärer Strömungen mit TRACE

Generell lassen sich mit TRACE instationäre Strömungen berechnen, dennoch stellt die zeitliche Diskretisierung nach wie vor eine Herausforderung dar. Zwar bedarf die räumliche Diskretisierung im Bereich der Instationaritäten eine feine Auflösung des Netzes, lässt sich aber dennoch stabil implementieren. Die zeitliche Historie des Strömungsfeldes bedingt für die Implementierung jedoch genaue und robuste Randbedingungen sowie aufgrund von transienten Verhalten von Zeitbereichssimulationen entsprechend große Rechnerkapazitäten. Die benötigte Rechenzeit steigt folglich bei einer gewünschten höheren physikalischen Genauigkeit. Am Institut für Antriebstechnik werden deshalb Verfahren entwickelt, die gewisse instationäre Effekte effizient abbilden.

Ein Großteil der instationären Phänomene sind von periodisch, deterministischer Natur, da sich die Schaufelreihen in Turbomaschinen relativ zueinander bewegen. Treten die Effekte bei bestimmten Frequenzen auf, dann genügt es, die Strömungsgleichungen nur für die jeweils ausgewählten Frequenzen zu lösen und somit die Rechenzeit zu reduzieren. Der Fokus der physikalisch korrekten Auflösung der aeroelastischen Schwingungen liegt bei der Implementierung des nichtlinearen Frequenzbereichsverfahrens Harmonic Balance im Strömungslöser TRACE jedoch bisher auf Flutter und FR ([24], [2]).

### **3.3. Ableitung von Defiziten und Begründung dieser Arbeit**

Bei keiner der Forschungen konnten die auf der Theorie aufbauenden sowie durch einfache Geometrien gewonnenen Erkenntnisse auf komplexe und dreidimensionale Fälle von Turbomaschinen übertragen werden. Darüber hinaus ist es bisher nicht gelungen, ein generisches Vorgehen zur sicheren Vorhersage von NSV mit numerischen Methoden zu entwickeln. Insbesondere zeigen die Simulationen und Schlussfolgerungen von Gan et al. [15], dass die Zusammenhänge zwischen einem Lock-In der Frequenz und NSV weiterhin nicht verstanden sind. Des Weiteren sind auch die akustischen Effekte in Kombination mit dem Lock-in der Wirbelfrequenz nicht in einem umfassenden Lösungsansatz vollständig integriert. Ein Einsatz in der Industrie zur Erzeugung valider Ergebnisse ist demnach derzeit noch nicht möglich. El-Aini [11] hat zum Zeitpunkt seiner Veröffentlichung im Jahr 1997 den Anteil von HCF-Problemen an den gesamten Entwicklungskosten auf 30% beziffert. Von diesen HCF-Problemen waren 10% unbekannt. Auch wenn diese Zahlen bereits einige Jahre zurückliegen, so belegen sie dennoch die Bedeutung der aeroelastischen Phänomene in Turbomaschinen.

In einer im Hinblick auf die bisherige Forschung aufbauende, jedoch durch numerische Berechnungen mit dem Strömungslöser TRACE abweichende Schwerpunktsetzung begründet sich diese Arbeit und leistet demnach einen Beitrag zur Erforschung von NSV in Turbomaschinen.

## 4. Akademische Testfälle

In dem folgenden Abschnitt werden die Eigenschaften von TRACE bei der Lösung instationärer Problemstellungen anhand zwei verschiedener Testfälle erörtert. Diese Testfälle werden daraufhin mit vorangegangenen Forschungsarbeiten verglichen. Die Möglichkeit zur Vorhersage von Lock-In Phänomenen ist dabei von besonderem Interesse. Bei dem ersten akademischen Testfall wird in den Kapiteln 4.1 bis 4.3.3 der Lock-In Bereich bei einem schwingenden zweidimensionalen Zylinder mit Hilfe von gekoppelten Simulationen untersucht. Der Fokus liegt demnach auf den aeroelastischen Wechselwirkungen von Fluid und Struktur.

Bei dem zweiten Testfall ab Kapitel 4.4 wird der Schwerpunkt auf aeroakustische Einflüsse, also den Wechselwirkungen von aerodynamischen Strömungseffekten und akustischen Moden, gesetzt. In vorangegangenen Experimenten wurde festgestellt, dass das Lock-In Phänomen auch ohne mechanische Vibrationen der Struktur auftreten kann. Eine Kopplung zwischen Fluid und Struktur ist für diesen Testfall nicht nötig, sodass lediglich die Strömung um eine fixierte ebene Platte in einem Windkanal mit TRACE numerisch berechnet wird.

### 4.1. 2D-Strömung um einen fixierten Zylinder

Um die Eigenschaften von TRACE bzgl. der korrekten Darstellung instationärer Strömungen zu untersuchen, wird in diesem ersten Testfall zunächst eine zweidimensionale Strömung um einen fixierten Zylinder simuliert. Hauptmotivation bei der Auswahl des ersten akademischen Testfalls ist die Tatsache, dass Zylinderumströmungen durch vorausgegangene wissenschaftliche Forschungen, sowohl experimentell als auch numerisch, bereits sehr gut untersucht sind. Dementsprechend liefern eine Vielzahl von Quellen Informationen, die zur Validierung der Simulationen herangezogen werden können. Darüber hinaus handelt es bei einem Zylinder um eine simple Geometrie. Eine Vernetzung und anschließende Simulation ist folglich mit einem geringen zeitlichen Aufwand realisierbar.

### 4.1.1. Theoretische Grundlagen

Die Umströmung um einen Zylinder weist von der Reynoldszahl abhängige Eigenschaften auf. Eine vollständige Unterteilung samt Bezeichnung von charakteristischen Strömungszuständen ist im Anhang in Tabelle C.1 dargestellt. Tabelle 4.1 zeigt einen Auszug der Tabelle für den in diesem Abschnitt relevanten Reynoldszahlenbereich bis 260.

Tabelle 4.1.: Einteilung der charakteristischen Strömungen um einen Zylinder für  $Re < 260$  [68]

Re	Bezeichnung	Charakteristika	Sr
< 5	Schleichende Strömung	vollständiges Anliegen der Strömung am Zylinder aufgrund von Zähigkeitskräften	-
5 - 50	Wirbelpaar stationär	erste Ablösungen sowie Bildung von zwei symmetrischen sowie stationären Wirbeln	-
50 - 200	laminar Kármánsche Wirbelstraße	zunächst welliger Nachlauf, mit steigender Reynoldszahl bilden sich laminare Wirbel	< 0,2
200 - 260	Umschlag lam./turb. im Nachlauf	Wirbel werden im Verlauf der Wirbelstraße turbulent und es treten erste dreidimensionale Strömungsstrukturen auf	≈ 0,2

Bei der Simulation von Strömungen mit Anströmgeschwindigkeiten bis zu einer Reynoldszahl von 200 sind zwei verschiedene Strömungsverhalten zu erwarten. Bei sehr kleinen Reynoldszahlen bis ca. 50 bilden sich stationäre Wirbel hinter dem Zylinder. Ab Reynoldszahlen um die 50 führt die Umströmung um einen Zylinder zu strömungsmechanischen Instabilitäten in Form von der Ausbildung gegenläufiger Wirbel hinter dem Zylinder. Dieses Phänomen wird als Kármánsche Wirbelstraße bezeichnet. Theodore von Kármán hat das Phänomen erstmals im Jahr 1911 im Rahmen einer wissenschaftlichen Arbeit nachgewiesen. Durch die abgelösten gegenläufigen Wirbel wirken instationäre Kräfte auf den Zylinder. Diese können, abhängig von der Frequenz und der Amplitude, den Zylinder zu oszillierenden Schwingungen anregen. Die Schwingungen sind demnach wirbelinduziert. Unter ge-

wissen Strömungsbedingungen kommt es zum Lock-In, also der sprungartigen Synchronisation der Wirbelfrequenz und der Eigenfrequenz des oszillierenden Zylinders. Bei der Oszillation muss zwischen einer aufgeprägten Schwingung und Schwingungen, die aus aerodynamischen Kräften resultieren, unterschieden werden. Wie bereits in Abschnitt 2.2 erläutert, kann ein Lock-In der Frequenzen zu hohen Schwingungsamplituden sowie strukturellen Schäden führen. Ab einer Reynoldszahl von ungefähr 200 werden die Instationaritäten dreidimensional. Für diesen ersten Testfall wird die Strömung bei Reynoldszahlen von 40 sowie von 50 bis 200 numerisch berechnet. Auf die Verwendung von Turbulenzmodellen kann demnach verzichtet werden.

Für die anschließende Auswertung mit bestehenden Messdaten sind, neben den in Kapitel 2.4 bereits erläuterten dimensionslosen Kennzahlen, der Auftriebskoeffizient  $c_A$  sowie der Widerstandskoeffizient  $c_W$  von Bedeutung. Beide Koeffizienten sind ebenfalls dimensionslos und ergeben sich nach Gleichung 4.1.

$$c_A = \frac{F_A}{q \cdot A_R} = \frac{2 \cdot F_y}{\rho \cdot u^2 \cdot A_R}, \quad c_W = \frac{F_W}{q \cdot A_R} = \frac{2 \cdot F_x}{\rho \cdot u^2 \cdot A_R} \quad (4.1)$$

In Gleichung 4.1 wird die Kraft auf den angeströmten Körper in x- und y-Richtung durch den Staudruck  $q$  und die Referenzfläche  $A_R$  normiert. Die Kraft orthogonal zur Anströmung ist die Auftriebskraft  $F_A$ . Parallel zur Anströmung wirkt die Widerstandskraft  $F_W$ .

#### 4.1.2. Preprocessing

Im Rahmen der Simulation des ersten Testfalls wird für die räumliche Diskretisierung ein strukturiertes Netz um einen Zylinder mit 19.701 (199 x 99) Zellen verwendet. Die komplette zweidimensionale Geometrie sowie eine detaillierte Darstellung samt Vernetzung ist in Abbildung 4.1 (a) und (b) dargestellt. Auf der stromabwärts gerichteten Seite des Zylinders ist das Netz durch Zellen mit geringerem Volumen feiner aufgelöst, sodass die Wirbel der Kármánschen Wirbelstraße in diesem Bereich korrekt simuliert werden. Zusätzlich steigt die Auflösung im Bereich um den Zylinder. Dies ist für eine numerische Berechnung der Interaktion im Grenzbereich

zwischen Zylinderwand und des umströmenden Fluids notwendig. Die Wand wird als adiabat angenommen.

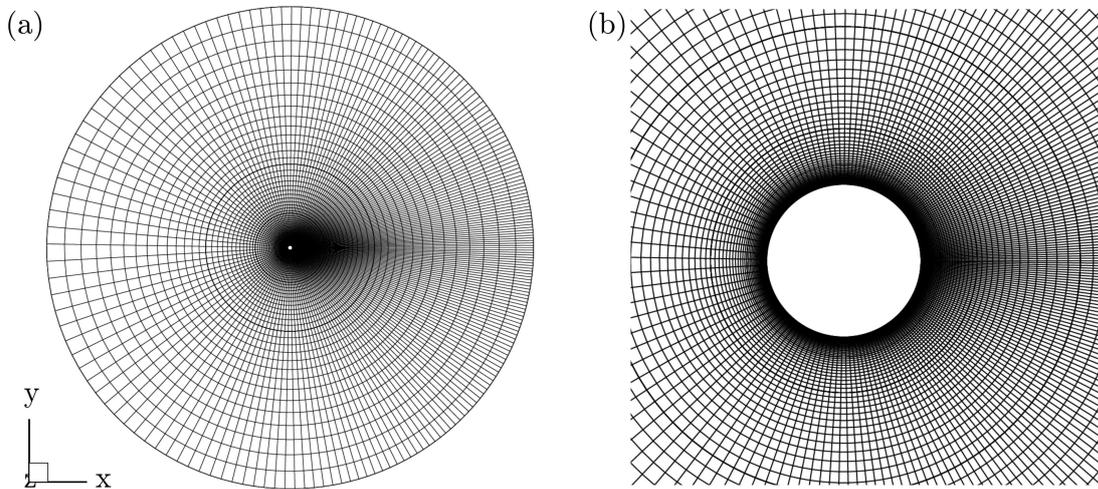


Abbildung 4.1.: Strukturiertes Netz um den Zylinder

Der Durchmesser der äußeren Grenzen ist um den Faktor 200 größer als der Zylinderdurchmesser. Die Ränder liegen somit in ausreichender Entfernung von Instationaritäten und es lassen sich Farfield Randbedingungen für eine stationäre Anströmung von der linken Seite des Zylinders definieren (Tabelle 4.2). Farfield Randbedingungen ermöglichen die Regelung einer homogenen Strömungsgeschwindigkeit über die Machzahl, den Totaldruck und die Totaltemperatur. Die Machzahl  $M_{\infty,x}$  in Tabelle 4.2 variiert in Abhängigkeit der jeweils gewählten Reynoldszahl. Für die betrachteten Strömungsgeschwindigkeiten liegen die Machzahlen im subsonischen Bereich, sodass kompressible Effekte vernachlässigt werden können.

Tabelle 4.2.: Farfield Randbedingungen für den fixierten Zylinder (2D)

Variable	Wert
$p_{t,\infty}$	105.000 Pa
$T_{t,\infty}$	348,36 K
$M_{\infty,x}$	0,012 - 0,062
$M_{\infty,y}$	0

### 4.1.3. Processing

Die generelle Vorgehensweise beim Processing ist zunächst eine auskonvergierte stationäre Strömung zu bestimmen. Bei diesem Testfall ist insbesondere eine stationäre Anströmung des Zylinders durch die Definition der Randbedingungen am Farfield von Bedeutung. Sobald die Geschwindigkeit in x-Richtung am Farfield konvergiert, kann die stationäre Simulation abgebrochen werden. Die berechneten Werte lassen sich anschließend als Initialisierung der instationären Simulation verwenden. Für die Anzahl der Zeitschritte pro Periode einer Wirbelablösung wird für die Simulation der ersten Testreihe der Wert 200 gewählt. Für die Simulation mit einer Reynoldszahl von 100 entspricht dies einer Zeitschrittweite  $\Delta t = 4,85 \cdot 10^{-7} s$ . Als Zeitintegrations-Schema findet das Euler-Backward-Verfahren mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung Verwendung.

### 4.1.4. Postprocessing - Ergebnisse

Die Simulationsergebnisse für eine Reynoldszahl von 40 zeigen Abbildung 4.2 (a) und (b). In Abbildung 4.2 (a) sind die Druckverteilung sowie die Stromlinien um den Zylinder dargestellt. Der Staupunkt auf der Strömung zugewandten Seite und die Bereiche mit geringerem Druck auf Ober- und Unterseite sind klar erkennbar. Durch Stromlinien lassen sich die zwei stationären Wirbel an der Hinterkante des Zylinders visualisieren und geometrische Parameter definieren (Abbildung 4.2 (b)).

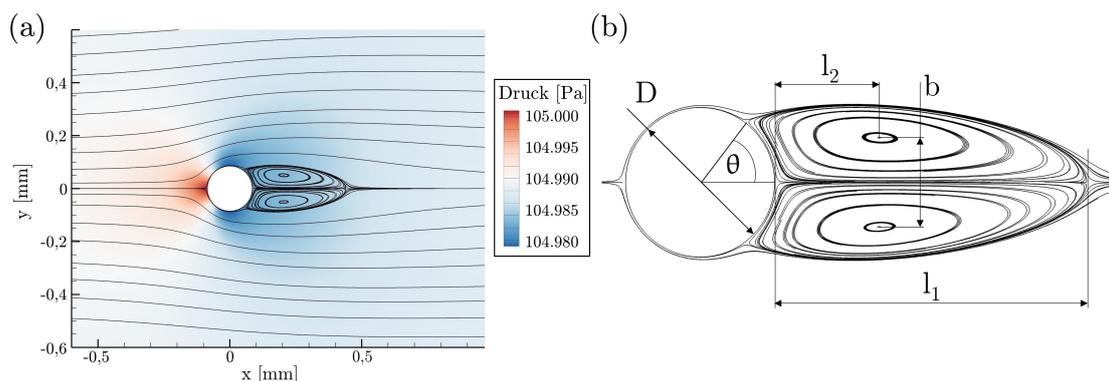


Abbildung 4.2.: Charakteristische Abmessungen der Wirbel hinter dem Zylinder bei  $Re = 40$

In Tabelle 4.3 sind die gemessenen geometrischen Abmessungen aus Abbildung 4.2 (b) mit Vergleichswerten früherer Forschungen aufgeführt.

Tabelle 4.3.: Experimentelle und numerische Ergebnisse für  $Re = 40$

Referenz	$l_1/D$	$l_2/D$	$b/D$	$\theta$ [Grad]	$c_w$	Art
Tritton [54]	-	-	-	-	1,57	Experimentell
Constanceau et al. [10]	2,13	0,76	0,59	53,5	-	Experimentell
Rengel et al. [44]	2,23	0,72	0,58	54,06	1,61	FVM 180x160
Wanderley et al. [63]	2,29	0,73	0,60	53,8	1,56	FDM 200x200
Aktuelle Ergebnisse	2,12	0,71	0,61	53,68	1,55	FVM 199x99

Die in dieser Arbeit numerisch berechneten Ergebnisse stimmen sehr gut mit den experimentellen Ergebnissen von Tritton [54] und Constanceau et al. [10] überein. Das gleiche gilt für numerische Ergebnisse anderer Forschungen. Eine größere Differenz zwischen Experiment und den numerischen Arbeiten von Rengel et al. [44] und Wanderley et al. [63] sowie der aktuellen Ergebnisse ist lediglich bei der Länge der Wirbel zu beobachten. Die im Rahmen dieser Arbeit berechnete Länge unterscheidet sich marginal von Constanceau et al. [10], wohingegen die Berechnungen von Rengel et al. [44] und Wanderley et al. [63] auf längere Wirbel schließen lassen.

Da die Simulationen mit dem Strömungslöser TRACE die charakteristischen Ergebnisse der stationären Wirbelbildung bei  $Re = 40$  korrekt wiedergeben, werden die Simulationen zunächst für zwei weitere Reynoldszahlen (100 und 200) durchgeführt. Abbildung 4.3 zeigt die Ergebnisse für den zeitlichen Verlauf des Auftriebs- und Widerstandskoeffizienten sowie die Wirbelbildung hinter dem Zylinder.

In Abbildung 4.2 sind die Wirbel symmetrisch zur x-Achse. Bei Reynoldszahlen größer als 50 bilden sich instationäre Wirbel hinter dem Zylinder. Abbildungen 4.3 (a) und (b) zeigen die Wirbelstärke für Strömungen mit der Reynoldszahl 100 und 200. Die Wirbelstärke  $\vec{\omega}$  ist nach Gleichung 4.2 als die Rotation des Geschwindigkeitsvektors  $\vec{u}$  definiert.

$$\vec{\omega} = \text{rot } \vec{u} = \vec{\nabla} \times \vec{u} \quad (4.2)$$

#### 4. Akademische Testfälle

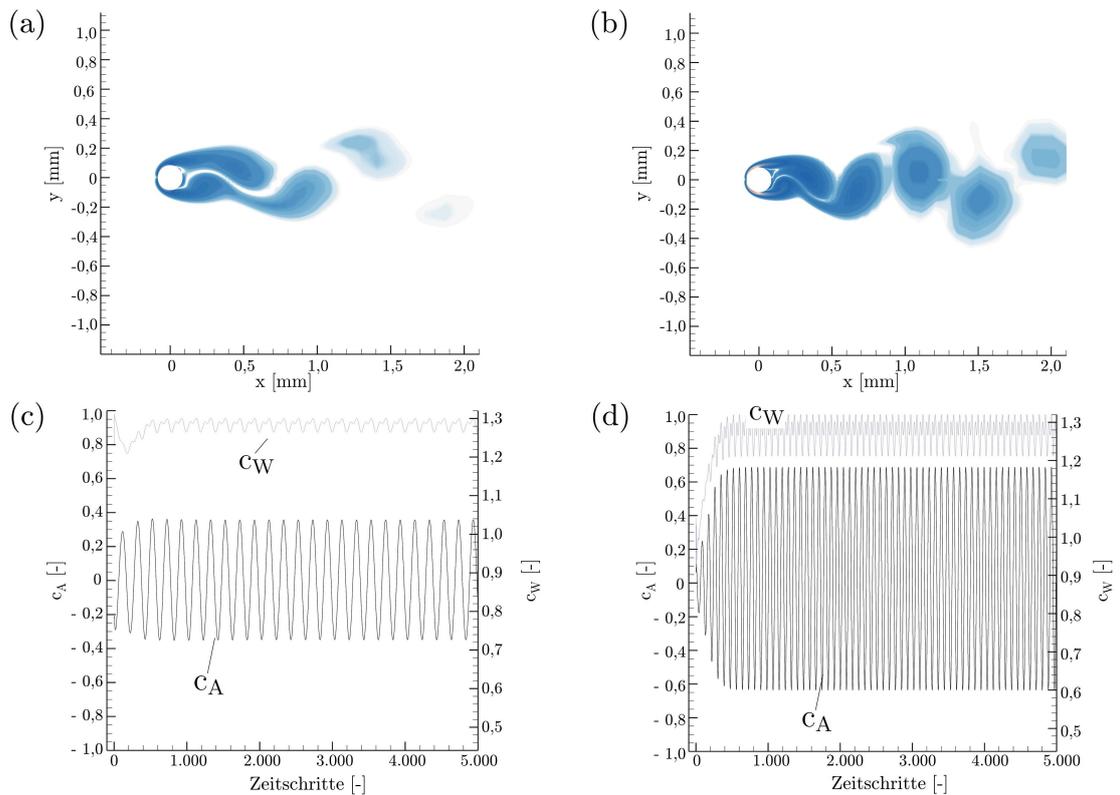


Abbildung 4.3.: Wirbelstärke bei  $Re = 100$  (a) und  $Re = 200$  (b) sowie zeitlicher Verlauf von  $c_A$  und  $c_W$  bei  $Re = 100$  (c) und  $Re = 200$  (d)

Es wird deutlich, dass die Größe und Stärke der Wirbel mit steigender Reynoldszahl zunimmt und keine symmetrische Wirbelpaare mehr vorliegen. Pro Periode lösen sich zwei gegenläufige Wirbel von der Ober- und Unterseite des Zylinders ab. Diese Art der Wirbelbildung wird als 2S-Typ (für 2 single vortices) bezeichnet. Die Wirbelablösungen haben zudem eine asymmetrische Druckverteilung auf der Zylinderoberfläche zur Folge, sodass  $c_A$  und  $c_W$  in Abbildungen 4.3 (c) und (d) periodisch oszillieren.

Abbildungen 4.3 (c) und (d) zeigen, dass bei steigender Reynoldszahl der maximale Wert von  $c_W$  nahezu konstant bleibt und  $c_A$  ansteigt. Nach einem Einschwingungsprozess tritt ein Zustand ein, in dem sich  $c_W$  und  $c_A$  periodisch ändern. Die maximalen Amplituden bleiben dann konstant. Für  $Re = 100$  ergibt sich für  $c_W$  ein Wert von 1,312 und für  $c_A$  liegt die maximale Amplitude bei 0,365. Bei einer Reynoldszahl von 200 ist  $c_W = 1,322$  und  $c_A = 0,689$ .

Abschließend erfolgt eine Betrachtung des Einflusses von unterschiedlichen Anströmgeschwindigkeiten auf die Strouhalzahl im Bereich für Reynoldszahlen von 60 bis 200. Nach den Erläuterungen in Abschnitt 2.4 ist die Strouhalzahl definitionsgemäß abhängig vom Durchmesser des Zylinders, der Anströmgeschwindigkeit sowie der Frequenz der abgehenden Wirbel. Die Frequenz der Wirbel kann durch eine Diskrete Fourier-Transformation, erläutert in Kapitel 2.5, des jeweiligen  $c_A$ -Verlaufs oder des Geschwindigkeitsverlaufs an einem Punkt hinter dem Zylinder berechnet werden. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Wirbelfrequenzen vorwiegend durch die zweite Variante ermittelt. In TRACE lassen sich vor der Simulation, an einer einzigen oder einer Vielzahl von Positionen, Messpunkte auf dem Netz definieren. In festgelegten Zeitschritten werden dann während der numerischen Berechnung kontinuierlich Messwerte der physikalischen Größen an diesem Punkt herausgeschrieben. In Abbildung 4.4 (a) ist der Verlauf der Geschwindigkeit in y-Richtung  $v$  hinter dem Zylinder bei  $Re = 100$  dargestellt. Auch hier ist, ähnlich wie in Abbildung 4.3 (c), eine Phase des Einschwingens zu erkennen.

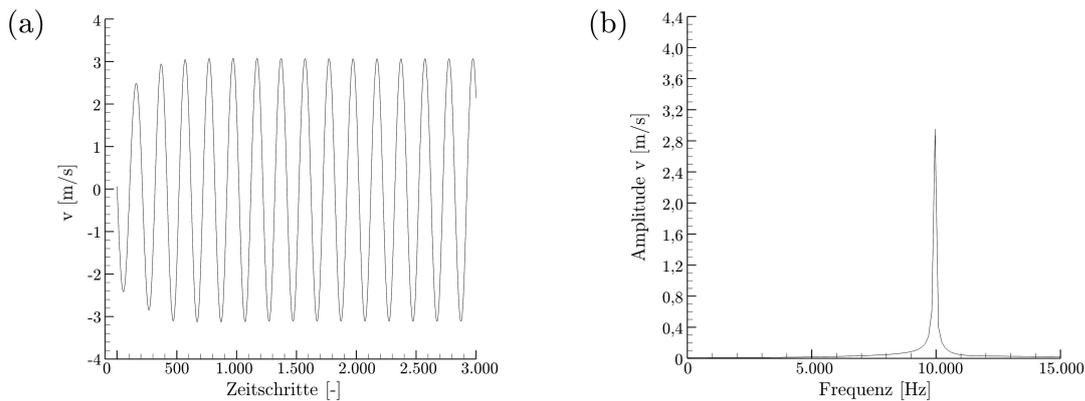


Abbildung 4.4.: Geschwindigkeitsverläufe in y-Richtung hinter dem Zylinder (a) sowie Frequenzspektrum (b) bei  $Re = 100$

Anschließend treten Oszillationen mit konstanten Amplituden auf. Das Frequenzspektrum in Abbildung 4.4 (b) resultiert aus einer Diskreten Fourier-Transformation, wobei der Einschwingungsprozess nicht miteinbezogen wird. Simulationen mit insgesamt 15.000 Zeitschritten stellen sicher, dass es sich bei den hier dargestellten Amplituden auch um die maximalen Ausschläge der konvergenten Lösung handelt. Abgeschlossen wird die Verifizierung der Frequenz durch die Bestimmung des Frequenzspektrums mit Hilfe des  $c_A$ -Verlaufs.

#### 4. Akademische Testfälle

Abbildung 4.5 (a) zeigt das Strouhal-Reynolds-Diagramm und setzt die Ergebnisse von TRACE in Relation mit den experimentellen Ergebnissen von Williamson [67] und den numerischen Daten von McMullen [33]. Hervorzuheben ist, dass sich der generelle Verlauf der Kurven nicht unterscheidet. Zunächst steigen die Kurven ab  $Re = 60$  linear an und flachen ab einer Reynoldszahl von ungefähr 100 ab. Die Strouhalzahlen liegen in dem gesamten laminaren Bereich unter einem Wert von 0,2 (Tabelle 4.1). Zwischen den Absolutwerten der Strouhalzahlen ist jedoch eine Diskrepanz festzustellen. Die Berechnungen in dieser Arbeit lassen auf geringere Frequenzen der Wirbel bei der jeweiligen Reynoldszahl schließen. Zwar liegen die berechneten Werte von McMullen [33] ebenfalls unter den experimentell gemessenen Strouhalzahlen, die Abweichung fällt aber im Vergleich geringer aus. Dennoch liefern die Berechnungen in TRACE bereits gute Annäherungen und die Vorhersagen sind für das Ziel der Untersuchungen in dieser Arbeit akzeptabel. Abbildung 4.5 (b) zeigt die Abhängigkeit von  $c_{A,max}$  von  $Re$ . Der Auftriebskoeffizient ist für die weitere Betrachtung von Bedeutung, da  $c_A$  nach Gleichung 2.18, neben der Anströmgeschwindigkeit, die einwirkende Kraft auf den Zylinder in  $y$ -Richtung maßgeblich beeinflusst. Mit steigender Reynoldszahl steigen auch die maximalen Amplituden der Auftriebskoeffizienten. Vergleichswerte liefern Messungen von Norberg [36]. Die berechneten Werte stimmen sehr gut mit den anderen Daten überein.

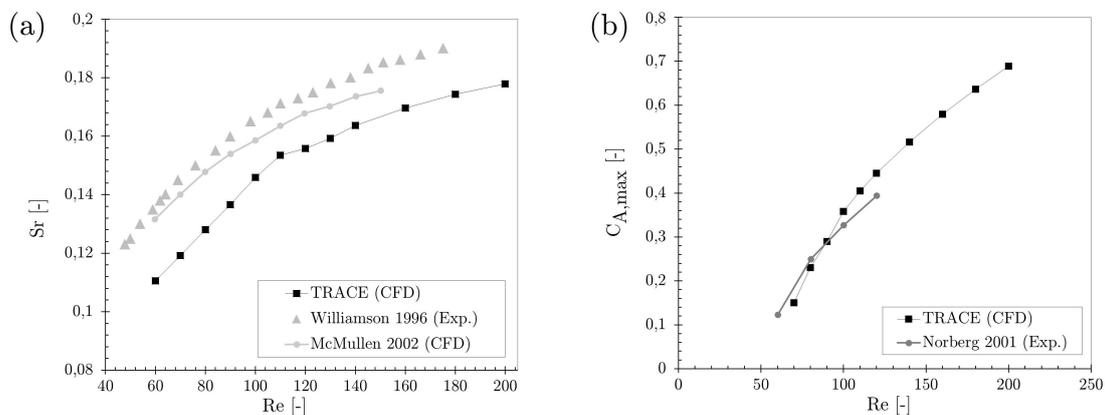


Abbildung 4.5.: Abhängigkeit der Strouhalzahl (a) sowie des Auftriebsbeiwerts (b) von der Reynoldszahl bei der Anströmung eines fixierten Zylinders

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass TRACE die instationären Zustände bei einer Umströmung eines fixierten Zylinders im laminaren Bereich in adäquater Genauigkeit vorhersagt.

## 4.2. 2D-Strömung um einen Zylinder mit angeregter Frequenz

### 4.2.1. Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel wird ein Zylinder betrachtet, der mit einer vorgegebenen Frequenz und Amplitude quer zur Anströmung oszilliert. Die Anströmungsbedingungen bleiben dabei konstant. Ein vertikal vibrierender Zylinder mit Frequenzen in der Nähe der Wirbelfrequenz kann die Strömung und folglich die Wirbel stromabwärts des Zylinders beeinflussen. Das Ziel der Untersuchung in diesem Abschnitt ist, durch Variation der beiden Parameter Frequenz und Amplitude, das Lock-In Phänomen mit TRACE zu simulieren. Es ist zu erwarten, dass sich die Wirbelfrequenz über einen Bereich der angeregten Frequenz angleicht und es somit zu einem Lock-In zwischen den Frequenzen kommt. Das Spektrum des Lock-In Bereichs ist zudem von der Amplitude der Oszillation abhängig. Außerhalb des Lock-In Bereichs schwingt der Zylinder mit der vorgegebenen Frequenz und die Wirbelfrequenz liegt im Bereich der Strouhalzahl der Strömung. In der Praxis lassen sich bei Experimenten erzwungene Schwingungen durch einen Schwingungsmechanismus realisieren. Dieser prägt dem Zylinder kontrolliert eine Schwingung mit festgelegter Amplitude und Frequenz auf. Koopman [28] hat dieses Phänomen für die Reynoldszahlen 100, 200 und 300 experimentell untersucht, sodass experimentelle Messergebnisse für einen Vergleich zur Verfügung stehen.

Eine weitere Möglichkeit der Bewegung des Zylinders mit vorgegebener Frequenz ist die horizontale Auslenkung in Richtung der Anströmung. In der Vergangenheit wurde dieser Fall im Vergleich zur vertikalen Bewegungsrichtung weitaus weniger untersucht. Besem [5] greift diese Thematik im Zusammenhang mit NSV auf und beschreibt die Simulationsergebnisse im Detail. Bei horizontaler Auslenkung tritt Lock-In auf, wenn die vorgeschriebene Frequenz in der Nähe der zweifachen Strouhalzahl des fixierten Zylinders liegt. Dieser Fall wird im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht weiter behandelt, sei aus Gründen der Vollständigkeit an dieser Stelle dennoch kurz erwähnt.

### 4.2.2. Preprocessing

Um das Verhalten der Strömung hinter einem angeregten Zylinder numerisch zu untersuchen, wird das selbe Netz vom Testfall mit dem fixierten Zylinder verwendet. Darüber hinaus gleicht das Preprocessing für diesen Testfall in vielen Teilen dem Preprocessing in Abschnitt 4.1.2. Einige Änderungen ergeben sich lediglich in den Farfield Randbedingungen, aufgelistet in Tabelle 4.4.

Die Machzahl in x-Richtung bleibt bei einem konstanten Wert von 0,031. Dies entspricht einer Reynoldszahl von 100. Die Amplitude der Auslenkung wird durch die Höhe  $H$  im Verhältnis zum Durchmesser  $D$  in entdimensionalisierter Form angegeben. Insgesamt werden jeweils neun Rechnungen mit vorgeschriebenen Amplituden von 10% und 20% des Zylinderdurchmessers durchgeführt. Die Frequenzen  $f$  der Auslenkung liegen dabei zwischen 8.500 Hz und 12.000 Hz. Die Berechnungen bei einem fixierten Zylinder aus Kapitel 4.1 haben für eine Reynoldszahl von 100 eine Wirbelfrequenz  $f_N$  von gerundet 9.958 Hz ergeben. Das Verhältnis  $f/f_N$  wird demnach zwischen 0,85 und 1,2 variiert.

Tabelle 4.4.: Farfield Randbedingungen und Schwingungsparameter für den Zylinder (2D) mit vorgeschriebener Bewegung

Variable	Wert
$p_{t,\infty}$	105.000 Pa
$T_{t,\infty}$	348,36 K
$M_{\infty,x}$	0,031
$M_{\infty,y}$	0
H/D	0,1 & 0,2
$f/f_N$	0,85 - 1,2

### 4.2.3. Postprocessing - Ergebnisse

Die Ergebnisse der Berechnungen mit TRACE sind zusammen mit den experimentell gemessenen Daten von Koopman [28] in Abbildung 4.6 (a) dargestellt. Bei den

Testreihen in dieser Arbeit erfolgt nach den Simulationen die Bestimmung der Wirbelfrequenzen hinter dem Zylinder mittels der bereits vorgestellten Methodik mit der Diskreten Fourier-Transformation in Kapitel 4.1.4. Die Kategorisierung in Lock-In und kein Lock-In kann anschließend durch einen Vergleich mit der angeregten Frequenz des Zylinders vorgenommen werden. Eine genaue Festlegung der Grenzen wird dabei jedoch nicht unternommen. Dies würde zum einen den Umfang dieser Arbeit übersteigen und zum anderen bieten sich dafür effizientere Berechnungsmethoden an. Beispielsweise beschreiben Spiker [50] und Besem [5] das Vorgehen mit der Harmonic Balance Methode anhand eines Zylinders.

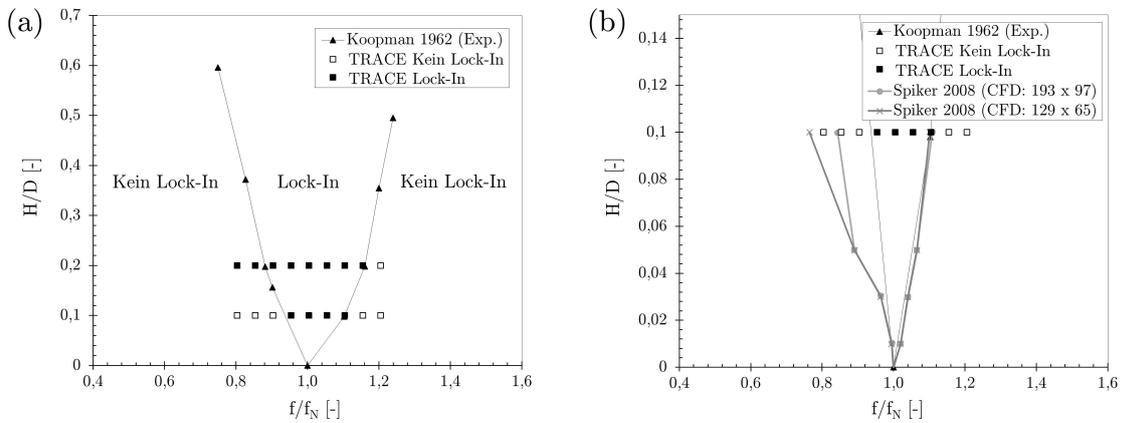


Abbildung 4.6.: Lock-In Bereich für einen quer zu Strömung oszillierenden Zylinder bei  $Re = 100$

Abbildung 4.6 verdeutlicht, dass der Lock-In Bereich mit ansteigender angeregter Amplitude breiter wird. Diese Erkenntnis lässt sich bereits aus den Simulationen mit TRACE ableiten. Anhand der von Koopman [28] gewonnenen Daten und definierten Grenzen wird zudem die charakteristische V-Form für zylindrische Körper sichtbar. Für die Testreihe mit einer vorgeschriebenen Amplitude von 10% des Zylinderdurchmessers gleicht die Kategorisierung in Lock-In dem experimentell gemessenen Bereich. Bei einer Amplitude von 20% lassen die Ergebnisse von TRACE auf einen breiteren Lock-In Bereich schließen. Durch einen Vergleich fällt auf, dass die linke Grenze nach Koopman [28] mit dem vorgestellten Setup von TRACE abweicht. Spiker [50] ist bei Simulationen und der Festlegung der äußeren Grenzen bei größeren Schwingungsamplituden ebenfalls auf diese Problematik gestoßen. Durch die Erstellung eines Netzes mit höherer räumlicher Diskretisierung, 193x97 an Stelle

von  $129 \times 65$ , konnte Spiker [50] eine Annäherung an die experimentellen Daten von Koopman [28] erreichen. Eine weiterhin signifikante Abweichung ließ sich letztlich jedoch nicht vermeiden. Abbildung 4.6 (b) zeigt einen vergrößerten Ausschnitt und setzt die von TRACE berechneten Ergebnisse in Relation zu den von Spiker [50] und Koopman [28] gemessenen Werten.

Ein weiterer Effekt erschwert die Kategorisierung in Lock-In und kein Lock-In. In der Nähe der Lock-In Grenze tritt ein chaotischer und quasi-periodischer Strömungszustand ein. Der Geschwindigkeitsverlauf in y-Richtung für diesen quasi-periodischen Strömungszustand ist in Abbildung 4.7 (a) dargestellt. Abbildung 4.7 (b) zeigt den periodischen Geschwindigkeitsverlauf in y-Richtung innerhalb des Lock-In Bereichs. Außerhalb der Region in 4.7 (a) oszillieren die Wirbel gemäß den Frequenzen eines fixierten Zylinders und der Zylinder schwingt mit der vorgegebenen Frequenz. Es liegen demnach zwei Schwingungen im System vor, die sich in ihrer Frequenz nur gering unterscheiden. Dies wird als Schwebung bezeichnet.

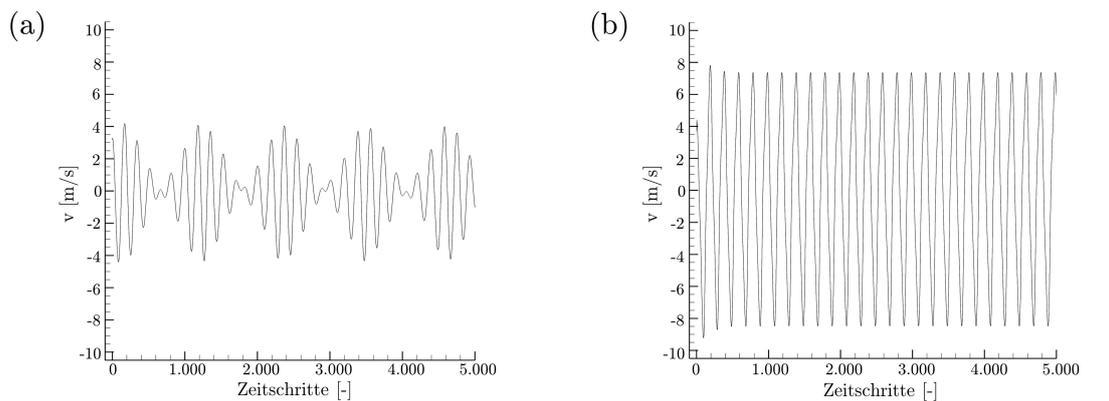


Abbildung 4.7.: Geschwindigkeitsverläufe in y-Richtung hinter dem Zylinder bei  $Re = 100$  außerhalb (a) und innerhalb (b) des Lock-In Bereichs

Die in diesem Abschnitt präsentierten Daten zeigen, dass TRACE die instationären Zustände bei einer Umströmung eines Zylinders mit vorgeschriebener Amplitude und Frequenz im laminaren Bereich in hinreichender Genauigkeit numerisch berechnet. Es ist jedoch zu beachten, dass bei größeren Amplituden und insbesondere bei  $f/f_N$  kleiner als eins die Bestimmung von Lock-In und kein Lock-In von experimentell gemessenen Daten abweicht.

## 4.3. 2D-Strömung um einen frei schwingenden Zylinder

### 4.3.1. Theoretische Grundlagen

Abschließend erfolgt die aeroelastische Betrachtung einer Strömung um einen vertikal frei schwingenden Zylinder mit Hilfe von FSI-Simulationen. Jauvtis und Williamson [21] haben den Einfluss eines sich vertikal und horizontal frei beweglichen Zylinders untersucht. Es hat sich herausgestellt, dass der zusätzliche laterale Freiheitsgrad einen sehr geringen Einfluss auf die Zylinderbewegung quer zur Anströmung und die Wirbelbildung hat. Demnach wird sich bei den folgenden Untersuchungen auf einen Zylinder mit einem Freiheitsgrad beschränkt.

Wirbelinduzierte Schwingungen beim Zylinder sind eine direkte Folge der in Kapitel 4.1.4 bereits erläuterten einwirkenden oszillierenden Auftriebs- und Widerstandskräfte. Um die Charakteristiken mit TRACE zu berechnen, wird der Zylinder mit einem Freiheitsgrad mit einer Feder und einem Dämpfer gemäß Abbildung 4.8 gekoppelt. Durch eine Steigerung oder Verringerung der Anströmgeschwindigkeit kann die Wirbelfrequenz die Eigenfrequenz des Zylinders erreichen. Bei einer kritischen Geschwindigkeit gleicht sich die Wirbelfrequenz der Eigenfrequenz des schwingenden Körpers an und es kommt zum Lock-In. Abhängig von Dämpfung, Masse und weiteren Parametern ist ein Auftreten von Lock-In über einen breiten Bereich möglich und es können große Amplituden resultieren.

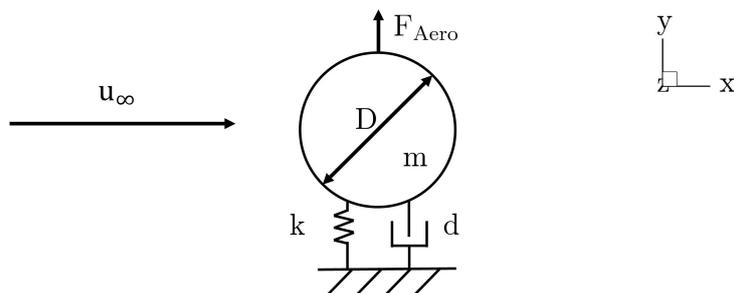


Abbildung 4.8.: Zylinder mit einem Freiheitsgrad gekoppelt mit Feder und Dämpfer

In der schematischen Skizze des Feder-Masse-Systems in Abbildung 4.8 ist  $m$  die Masse,  $D$  der Durchmesser des Zylinders,  $k$  die Federsteifigkeit,  $d$  die Dämpfung

und  $u_\infty$  die Anströmgeschwindigkeit in x-Richtung.

Im Grundlagenteil ist die allgemeine Gleichung für eine Fluid-Struktur-Interaktion zwischen Struktur und Strömung erläutert (Gleichung 2.18). Durch Anwendung auf den in Abbildung 4.8 skizzierten Fall ergibt sich Gleichung 4.3. Neben den bereits definierten Variablen setzt sich die aerodynamische Kraft in y-Richtung  $F_{Aero}$  zusätzlich aus der Spannweite  $s$  des Zylinders und dem Auftriebsbeiwert  $c_A$  zusammen.

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + d \frac{dy}{dt} + ky = \underbrace{\frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2 D s c_A}_{F_{Aero}} \quad (4.3)$$

Um die Ergebnisse nach der Simulation vergleichen zu können, ist eine Definition der dimensionslosen Größen von den Parameter der FSI ebenfalls notwendig. Das Massenverhältnis  $m^*$  nach Gleichung 4.4 beschreibt das Verhältnis von der Masse des Zylinders zur Masse des durch den Zylinder verdrängten Fluids.

$$m^* = \frac{4m}{\pi \rho_\infty D^2 s} \quad (4.4)$$

Das Dämpfungsverhältnis nach Gleichung 4.5 ist das Verhältnis der Dämpfung zur kritischen Dämpfung. Die kritische Dämpfung ist wiederum abhängig von der ungedämpften Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$ .

$$\zeta = \frac{d}{d_{kritisch}} = \frac{d}{2m\omega_0} = \frac{d}{2\sqrt{km}}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.5)$$

Für die vertikale Auslenkung wird die Amplitude  $A$  nach Gleichung 4.6 definiert. Um  $H$  zu entdimensionalisieren wird die Auslenkung durch eine charakteristische Länge, in diesem Fall den Durchmesser  $D$ , geteilt.

$$A = \frac{H}{D} \quad (4.6)$$

Die reduzierte Geschwindigkeit  $U_r$  ist nach Gleichung 4.7 abhängig von der Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty$ , dem Zylinderdurchmesser  $D$  und der Eigenfrequenz  $f_N$  des Systems.

$$U_r = \frac{U_\infty}{2f_N D \pi} \quad (4.7)$$

Der größte Teil vorangegangener Forschungen hat sich auf dreidimensionale Strömungen bei Reynoldszahlen größer als 200 beschränkt. Dennoch kann auf experimentell gemessene und numerisch berechnete Werte anderer Arbeiten für die Validierung zurückgegriffen werden. Anagnostopoulos und Bearman [1] haben die Schwingungen eines Zylinders im laminaren Reynoldszahlenbereich von 90 bis 150 experimentell untersucht. Neben der Messung der Frequenzen von Zylinder und der abgehenden Wirbel, erfolgten Untersuchungen von Schwingungsamplituden des Zylinders. Insgesamt 35 Messpunkte hinter dem Zylinder lieferten zudem Aufzeichnungen der Geschwindigkeitsverläufe. Sie haben unter anderem herausgefunden, dass sich die Schwingungsamplituden des Zylinders im Lock-In Bereich nach einigen Oszillationszyklen stabilisieren.

Die vertikale Auslenkung eines Zylinders im laminaren Strömungsbereich wurde von Shiels und Roshko [49] numerisch untersucht. Neben Simulationen des Grenzfalles eines masselosen, ungedämpften Zylinders bei  $Re = 100$  erfolgten auch Testreihen mit variierenden Anströmgeschwindigkeiten. Anschließend wurden ebenfalls die Schwingungsamplitude und Frequenz der numerischen Ergebnisse ausgewertet

#### 4.3.2. Preprocessing

Auch bei den gekoppelten Berechnungen werden keine Änderungen an der Vernetzung des fixierten Zylinders aus Kapitel 4.1.2 vorgenommen. Es ergeben sich jedoch zusätzliche, durch die Fluid-Struktur-Kopplung bedingte Parameter. Diese sind in Tabelle 4.5 aufgeführt. Als Referenzwerten für  $\zeta$  und  $m^*$  dienen die Verhältnisse der vorangegangenen Arbeit von Shiels et al. [49].

Tabelle 4.5.: Farfield Randbedingungen und FSI Parameter für den Zylinder mit einem Freiheitsgrad gekoppelt mit Feder und Dämpfer

Variable	Wert
$p_{t,\infty}$	105.000 Pa
$T_{t,\infty}$	348,36 K
$M_{\infty,x}$	0,012 - 0,062
$M_{\infty,y}$	0
$f_N$	9.958,0084 Hz
$\zeta$	0 [49]
$m^*$	5 [49]

Die Masse, Federsteifigkeit sowie Dämpfung für die Bewegungsgleichung des Zylinders werden so gewählt, dass die Eigenkreisfrequenz des frei schwingenden Zylinders  $\omega_{cyl}$  gemäß Gleichung 4.8 mit der natürlichen Wirbelfrequenz, der sogenannten Strouhal Frequenz  $f_S$ , des fixierten Zylinders bei  $Re = 100$  übereinstimmt. Durch dieses Vorgehen kann sichergestellt werden, dass sich die Strömung und der Zylinder bei  $Re = 100$  im Lock-In Zustand befinden. Die Parameter  $m$  und  $d$  ergeben sich aus  $m^*$  und  $\zeta$  aus Tabelle 4.5 sowie den beiden Gleichungen 4.4 und 4.5. Die einzige zu berechnende Unbekannte bleibt dann die Federsteifigkeit  $k$ .

$$\omega_{cyl} = \sqrt{\frac{k}{m} (1 - 0,25d^2)} = 2\pi f_N = 2\pi f_S \quad (4.8)$$

Für eine Simulation mit TRACE ist es erforderlich, die Parameter für Masse, Federsteifigkeit und Dämpfung in modalen Koordinaten einzustellen. Die Berechnung der Werte lässt sich mit Hilfe einer Transformation einer linearen Finite-Elemente-Matrix Gleichung in ihrer allgemeinen Form herleiten:

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{u}}(t) + \tilde{D}\dot{\tilde{u}}(t) + \tilde{K}\tilde{u}(t) = \tilde{F}(t) \quad (4.9)$$

$\tilde{M}$  entspricht der FEM Massenmatrix,  $\tilde{D}$  der FEM Dämpfungsmatrix und  $\tilde{K}$  der FEM Steifigkeitsmatrix.  $\tilde{F}$  ist ein Vektor und fasst alle externen Kräfte zusammen. Der Vektor  $\tilde{u}$  enthält alle  $N$  Freiheitsgrade der finiten Elemente.

Durch eine Transformation in modale Koordinaten  $u$  ergibt sich Gleichung 4.10, wobei die Transformation an dieser Stelle nicht im Detail erläutert wird. Die Transformationsmatrix  $\Psi = (\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_N)$  dient der Überführung in das System der Eigenschwingungen.

$$\Psi^T \tilde{M} \Psi \ddot{u}(t) + \Psi^T \tilde{D} \Psi \dot{u}(t) + \Psi^T \tilde{K} \Psi u(t) = \Psi^T \tilde{F}(t) \quad (4.10)$$

Mit  $M = \Psi^T \tilde{M} \Psi$ ,  $D = \Psi^T \tilde{D} \Psi$ ,  $K = \Psi^T \tilde{K} \Psi$  und  $F = \Psi^T \tilde{F}$  ergibt sich die allgemeine Matrixdarstellung nach Gleichung 4.11.

$$M \ddot{u}(t) + D \dot{u}(t) + K u(t) = F(t) \quad (4.11)$$

Für die modalen Parameter der Struktur basierend auf den Verhältnissen nach Shiels et al. [49] ergeben sich deshalb die folgenden mit dem Präprozessor Prep einzustellenden Werte:  $m_m = 1,01 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2$ ,  $d_m = 0 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$  und  $k_m = 3,95 \cdot 10^{-10} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$ .

### 4.3.3. Postprocessing - Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die von TRACE berechneten Antwortschwingungen wirbelinduzierter Vibrationen eines Zylinders mit geringer Dämpfung in einer laminaren Strömung untersucht und mit den Ergebnissen von Shiels et al. [49] und Anagnostopoulos et al. [1] verglichen.

Abbildungen 4.9 (a) und (b) zeigen die Auswertungen der Wirbelfrequenzen  $f/f_N$  und Schwingungsamplituden  $A$  in Abhängigkeit von der dimensionslosen Anströmgeschwindigkeit  $U_r$  bzw. der Reynoldszahl  $Re$ . Um eine Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen von Shiels et al. [49] bzgl.  $U_r$  herzustellen, muss die nach Gleichung 4.7 definierte dimensionslose Geschwindigkeit noch mit einem Faktor erweitert werden. Für  $Re = 100$  entspricht  $U_r$  dem Kehrwert der Strouhalzahl. Eine generelle Abweichung der Strouhalzahl in TRACE wurde bereits in Kapitel 4.1.4 diskutiert und mit dem Diagramm in Abbildung 4.5 veranschaulicht. Die korrigierte reduzierte Geschwindigkeit zwecks Vergleichbarkeit ist nach Gleichung 4.12 definiert.

$$U_r = \frac{U_\infty}{2f_N D \pi} \frac{Sr_{TRACE, Re100}}{Sr_{Shiels, Re100}} \quad (4.12)$$

Die in Abbildung 4.9 dargestellten Resultate verdeutlichen, dass das Lock-In Phänomen für diesen Testfall generell gut durch die numerischen Berechnungen mit TRACE vorhergesagt werden kann.

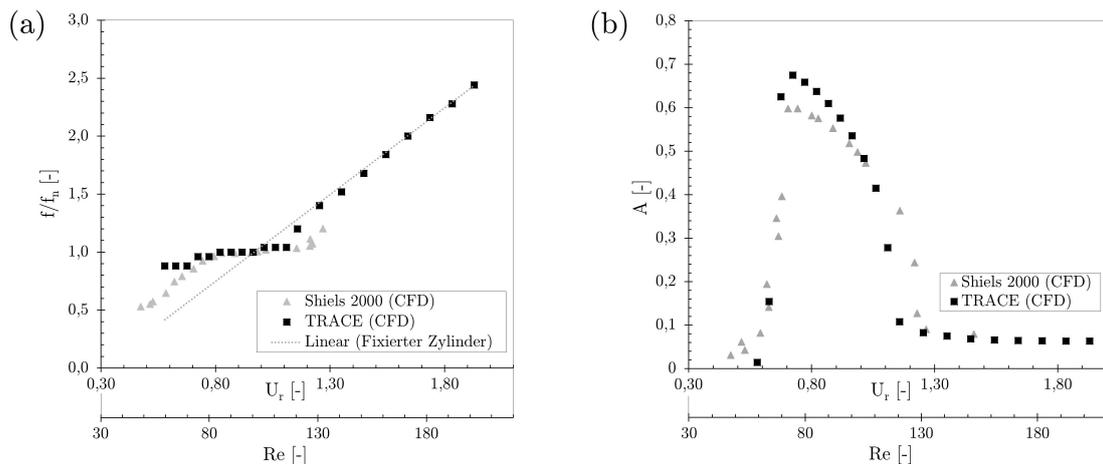


Abbildung 4.9.: Wirbelfrequenzen (a) sowie Schwingungsamplitude eines Zylinders (b) mit  $m^* = 5$  und  $\zeta = 0$  für Reynoldszahlen 70 bis 200

Die Abhängigkeit der abgehenden Wirbelfrequenz  $f$  von unterschiedlichen Anströmgeschwindigkeiten illustriert Abbildung 4.9 (a). Die gestrichelte Linie zeigt die Wirbelfrequenz bei einem fixierten Zylinder. Es ist zu erkennen, dass der Lock-In Bereich für die reduzierten Geschwindigkeiten durch die Rechnungen mit TRACE sehr gut aufgelöst wird und auch mit den Ergebnissen von Shiels et al. [49] in weiten Teilen übereinstimmt. Lediglich im Bereich vor und nach dem Lock-In kommt es zu Abweichungen. Vor dem Lock-In ist die Wirbelfrequenz höher als die Frequenz bei einem fixierten Zylinder, wohingegen nach dem Lock-In eine Übereinstimmung der Wirbelfrequenzen bei einem frei schwingenden und fixierten Zylinder beobachtet werden kann.

Abbildung 4.9 (b) veranschaulicht die variierende dimensionslose Amplitude in Abhängigkeit von der reduzierten Anströmgeschwindigkeit. Es ist festzustellen, dass die hohen Schwingungsamplituden sehr gut berechnet werden. Die maximale Schwingungsamplitude liegt am Beginn des Lock-In Bereichs vor. Diese Erkenntnis

deckt sich mit den Beobachtungen der vorangegangenen numerischen Untersuchungen. Nach dem Lock-In nehmen die Ausschläge des Zylinders rapide ab. Dennoch sind die Amplituden bei höheren Geschwindigkeiten außerhalb des Lock-In Bereichs höher als bevor Lock-In eintritt.

Der zeitliche Verlauf der Schwingungsamplitude für vier unterschiedliche Reynoldszahlen außer- und innerhalb des Lock-In Bereichs ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Diese vier Beispiele werden gewählt, um den charakteristischen Verlauf beim Start der Schwingungsantworten des Zylinders zu zeigen.

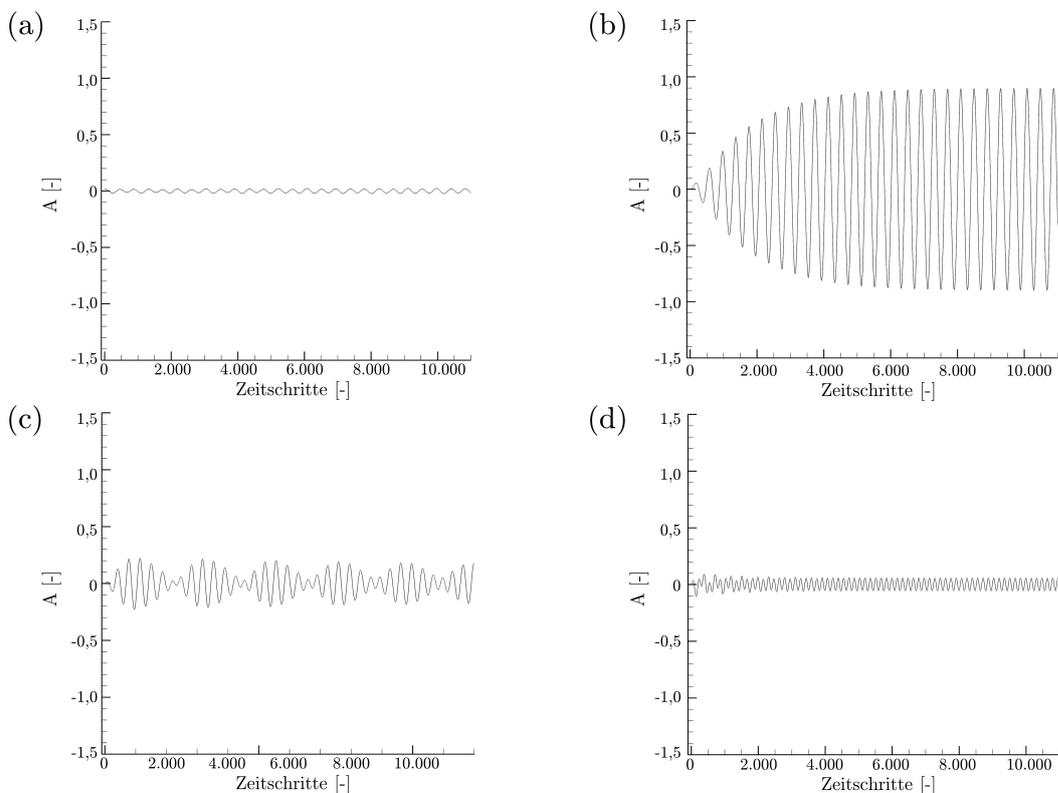


Abbildung 4.10.: Modale Verschiebung in y-Richtung bei  $Re = 65$  (a),  $Re = 100$  (b),  $Re = 115$  (c) sowie  $Re = 200$  (d) für  $m^* = 5$  und  $\zeta = 0$

Für eine Reynoldszahl von 65 ist der zeitliche Verlauf in Abbildung 4.10 (a) zu sehen. Der Zylinder schwingt mit einer Frequenz ungleich der Frequenz der abgehenden Wirbel. Die Amplitude der Vibrationen ist folglich gering. Gleiches gilt bei der Schwingungsantwort des Zylinders bei einer Anströmung mit einer Reynoldszahl von 200 in Abbildung 4.10 (d). Ein Unterschied zu Abbildung 4.10 (a) be-

#### 4. Akademische Testfälle

---

steht jedoch in der Amplitude. Die Erkenntnis aus Abbildung 4.9 (b), dass bei größeren Reynoldszahlen außerhalb des Lock-In Bereichs höhere Schwingungsamplituden auftreten, spiegelt sich hier wieder.

Bei einer Reynoldszahl von  $Re = 100$  gleicht die Schwingungsfrequenz des Zylinders der Frequenz der abgehenden Wirbel. Bei dem zeitlichen Verlauf in Abbildung 4.10 (b) ist ein stetiges Aufschwingen der Schwingungsamplitude festzustellen. Nach ungefähr zwölf Perioden ist die maximale Zylinderauslenkung erreicht und der Wert für  $A$  bleibt im weiteren Verlauf konstant. Im Vergleich zu der Amplitude bei  $Re = 65$  kann ein signifikanter Anstieg der Ausschläge verzeichnet werden.

Abbildung 4.10 (c) zeigt den zeitlichen Verlauf der Schwingungsamplitude bei einer Reynoldszahl von 115. Es kommt zu einem starken Abfall der maximalen Auslenkung. Außerdem stellt sich in dem betrachteten Zeitabschnitt keine konstante maximale Amplitude ein.

Abschließend erfolgt die Betrachtung der visuellen Veränderung der Strömung und Wirbel hinter dem Zylinder. Abbildung 4.11 zeigt einen Vergleich der Strömung hinter einem fixen Zylinder (a) sowie einem vertikal frei schwingenden Zylinder im Lock-In (b). Zum dargestellten Zeitpunkt in Abbildung 4.11 (b) befindet sich der Zylinder in einer vertikalen Aufwärtsbewegung.

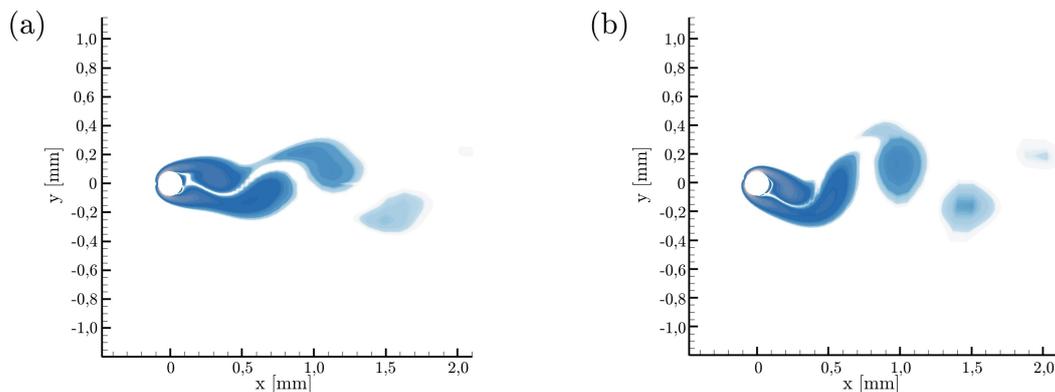


Abbildung 4.11.: Wirbelstärke bei  $Re = 100$  für einen (a) fixierten Zylinder sowie mit (b) FSI  $m^* = 5$  und  $\zeta = 0$

Bei den hier betrachteten unterschiedlichen Anströmungsbedingungen kommt es ebenfalls zu periodisch abwechselnden, gegenläufigen Wirbeln des 2S-Typs. Dennoch gibt es Unterschiede bei der Ausprägung der Wirbel inner- und außerhalb des Lock-In Bereichs. So ist beispielsweise der Abstand der gegenläufigen Wirbeln im Lock-In geringer im Vergleich zu Abbildung 4.11 (a). Für die reduzierten Geschwindigkeiten außerhalb der Region gleicher Frequenzen treten lediglich Oszillationen mit geringer Auslenkung auf. Die Ausprägung der Wirbel ist somit vergleichbar mit den Wirbeln hinter einem fixierten Zylinder.

Bei den in dieser Arbeit betrachteten Fällen wurde die Simulation so initialisiert, dass die Strömung bei einem ruhenden, nicht ausgelenkten Zylinder direkt auf die gewünschte Anströmgeschwindigkeit beschleunigt wird. Anagnostopoulos et al. [1] haben in ihren experimentellen Untersuchungen darüber hinaus den Einfluss einer Erhöhung bzw. Verringerung der Geschwindigkeit aus dem Lock-In Bereich bei einem schwingenden Zylinder gemessen. Das Resultat war ein breiterer Lock-In Bereich sowie Anstieg der maximalen Amplitude.

Khalak und Williamson [25] haben eine ausführliche Betrachtung der abgehenden Wirbelfrequenz in Verbindung mit Lock-In für Reynoldszahlen größer 1.000 und somit einer voll turbulent ausgebildeten Strömung hinter dem Zylinder unternommen. Die Ergebnisse ähneln den in diesem Abschnitt für den laminaren Bereich gewonnenen Erkenntnisse. Bei steigender Anströmgeschwindigkeit kommt es in der Nähe der Eigenfrequenz des Zylinders ebenfalls zum Lock-In und zu einem sprunghaften Anstieg der Schwingungsamplitude. Auf eine genauere Beschreibung und einem Vergleich wird an dieser Stelle verzichtet. Ein interessanter Aspekt ist dennoch hervorzuheben. Neben der Ablösung von Wirbeln des 2S-Typs kommt es beim Lock-In zu Ablösungen des 2P-Typs (für 2 pairs of vortices). Beim 2P-Typ lösen sich pro Schwingungsperiode zwei Wirbelpaare.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass bereits der in diesem Abschnitt betrachtete laminare zweidimensionale Fall die Strömungsphänomene in Verbindung mit Lock-In gut darstellt.

## 4.4. Q3D-Strömung um eine fixierte ebene Platte

Um die Eigenschaften von TRACE bzgl. der Simulation instationärer Strömungen in Kombination mit aeroakustischen Phänomenen zu untersuchen, wird in diesem Testfall die Strömung um eine ebene Platte in einem rechteckigen Windkanal simuliert. Eine kurze Beschreibung des Versuchsaufbaus sowie der Durchführung der zu Grunde liegenden Experimente von Welsh et al. [64] folgt in Kapitel 4.4.1. In den Abschnitten 4.4.2 bis 4.4.4 werden die Ergebnisse der numerischen Berechnungen mit TRACE ausgewertet und anschließend mit den experimentellen Daten verglichen. Kapitel 4.4.5 behandelt die Visualisierung und Erläuterung der akustischen Mode anhand der numerischen Berechnung mit TRACE.

Die Aeroakustik beschäftigt sich mit der Erzeugung, Ausbreitung, Vermeidung und Minderung von Geräuschen. Nach der Definition von Goldstein [16] fallen durch bspw. Musikinstrumente oder Lautsprecher erzeugte Geräusche unter die klassische Akustik, wohingegen Geräusche resultierend aus instationären Kräften an Propellern oder turbulenten Strömungen in Turbomaschinen der Aeroakustik zuzuordnen sind.

Im Rahmen verschiedener Windkanalversuche an Kaskaden von parallel ausgerichteten Platten hat Parker ([39] sowie [40]) unterschiedliche akustische Resonanzphänomene beobachtet und folglich den Begriff der „Parker-Modes“ geprägt. Die Forschungen bzgl. dieser aeroakustischen Phänomene haben unter anderem Welsh et al. [64] mit der experimentellen Untersuchung ebener Platten, unter Variation der geometrischen Parameter, vorangetrieben. Abhängig von den Anströmgeschwindigkeiten vor der Platte konnte bei Experimenten eine starke Schallerzeugung mit einem Schalldruckpegel von bis zu 158 dB registriert werden. Der hohe Geräuschpegel konnte immer dann aufgetreten, wenn die natürliche Wirbelablösefrequenz an der Plattenhinterkante in der Nähe einer akustischen Quermode des Kanals gelegen hat. Eine Relation zur mechanischen Auslenkung wurde durch eine fixierte und biegesteife Platte vermieden, sodass das Lock-In Phänomen in diesem Fall lediglich auf akustische Effekte zurückgeführt werden konnte. Von Heesen [61] hat die Beobachtungen von Parker [39] und Welsh et al. [64] auf Hinterkantenablösungen an strömungsführenden Bauteilen eines axialen Verdichters übertragen und somit die Relevanz der beobachteten Phänomene für Turbomaschinen aufgezeigt.

#### 4.4.1. Beschreibung des Windkanalversuchs

Die Hauptkomponente des Versuchsaufbaus von Welsh et al. [64] war ein Windkanal mit den rechteckigen Abmessungen von 244 mm in Breite und Höhe sowie einer Länge von 2.560 mm. In mittlerer Höhe des Kanals wurde eine 12 mm dicke, ebene Platte mit halbkreisförmiger Vorderkante installiert. Neben der Untersuchung des Einflusses unterschiedlich geformter Hinterkanten erfolgte zudem die Betrachtung mit veränderten Sehnenlängen. Die Reynoldszahlen in Abhängigkeit von der Plattendicke und der Anströmgeschwindigkeit lagen im Bereich zwischen 22.500 und 32.000. Dabei wurden mittlere Durchschnittsgeschwindigkeiten mit Abweichungen von 0,5 % und einem Turbulenzgrad von 0,04 % erreicht. Die Umgebungstemperatur im Labor lag bei ungefähr 20°C, der Umgebungsdruck bei 101 kPa.

Die Aufzeichnung der Amplituden und Frequenzen des akustischen Felds erfolgte mit Hilfe von Mikrofonen. Diese wurden in einem 2,2 fachen Abstand der Windkanalbreite stromaufwärts von der Plattenmittellinie installiert. Zur Visualisierung der Strömungszustände diente die getrennte Zugabe der Gase Ammoniak sowie Schwefeloxid. Durch eine exotherme Reaktion entstand dabei ein Pulver, das dem Fluid bis zu Strömungsgeschwindigkeiten von ca. 70 m/s gefolgt ist. Durch Fotoaufnahmen konnte somit anschließend die Strömung um die Platte und insbesondere die Wirbelbildung an der Hinterkante sichtbar gemacht werden.

#### 4.4.2. Preprocessing

Mit dem Ziel der Reduktion der Komplexität des Testfalls im Hinblick auf die Rechenzeit der instationären Vergleichsrechnungen im Zeitbereich, bietet es sich an, die dreidimensionale Geometrie des Windkanals auf eine Quasi-3D-Geometrie (Q3D) zu reduzieren. Mit der Annahme, dass die seitlichen Wände des Windkanals einen zu vernachlässigenden Einfluss auf die Strömung mittig des Kanals haben, kann die Geometrie in z-Richtung vereinfacht werden. Darüber hinaus sind die in diesem Testfall zu erwartenden Parker-Modes ein zweidimensionales Phänomen in der x-y-Ebene. Eine schematische Zeichnung des Q3D Testfalls ist in Abbildung 4.12 dargestellt.

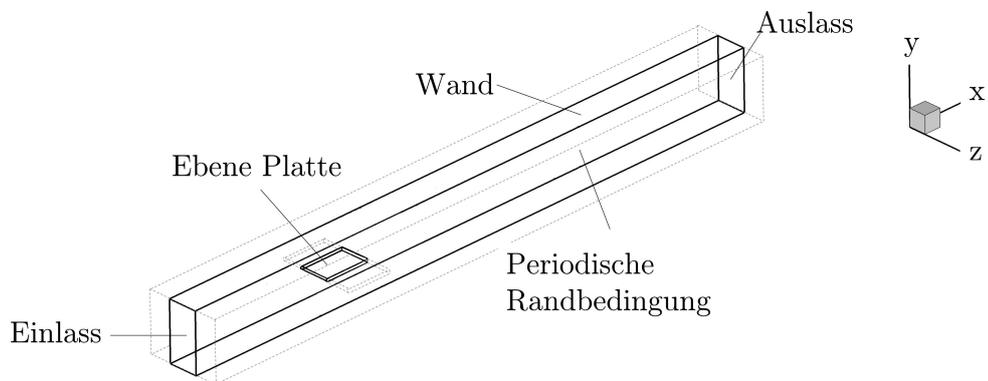


Abbildung 4.12.: Schematische Darstellung des Q3D Testfalls einer ebenen Platte im Windkanal

Das Modell des Windkanals in der Simulation misst in der Länge 2.560 mm, in der Höhe 244 mm und in der Breite 3,66 mm. Die ebene Platte befindet sich in zentraler Höhe. Für die Platte mit rechteckiger und halbkreisförmiger Hinterkante gelten die Abmessungen 12 mm x 192 mm x 3,66 mm für die Höhe, Länge und Breite. Dies entspricht einem Verhältnis von Höhe zur Länge von 16.

Die räumliche Diskretisierung erfolgt jeweils durch ein strukturiertes Netz. Einen Überblick gibt die auf die Vernetzung um die Platte fokussierte Darstellung in Abbildung 4.13 (a) und (b).

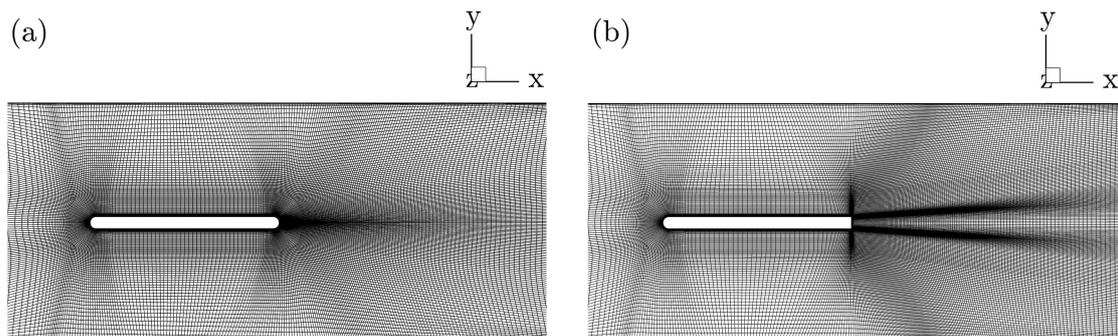


Abbildung 4.13.: Strukturiertes Netz um die ebene Platte mit halbkreisförmiger Hinterkante (a) und rechteckiger Hinterkante (b)

Das Netz für die ebene Platte mit rechteckiger Hinterkante besteht aus 158.496 Zellen und bei der Variante mit halbkreisförmiger Hinterkante findet ein Netz mit

insgesamt 124.920 Zellen Verwendung. Bei beiden Geometrien ist das Netz um und hinter der Platte feiner aufgelöst, sodass der Verlauf der Kármánschen Wirbelstraße im Nachlauf korrekt erfasst wird.

Die Randbedingungen für die in der schematischen Darstellung des Aufbaus in Abbildung 4.12 definierten Ränder sind in Tabelle 4.6 aufgeführt. Auch bei diesem Testfall wird die Frequenz der abgehenden Wirbel in Abhängigkeit der Anströmgeschwindigkeit untersucht. An Ein- und Auslass sind deshalb Randbedingungen für eine möglichst stationäre Strömung definiert. Im Rahmen dieser Arbeit wird das Lösungsverhalten von TRACE mit Hilfe von zwei verschiedenen Arten von Randbedingungen untersucht. Zum einen werden, in Anlehnung an das Vorgehen beim Testfall mit dem Zylinder, „Farfield“-Randbedingungen festgelegt. Neben der Verwendung der Umgebungsbedingungen für Druck und Temperatur lässt sich, durch Änderung der Machzahl in x-Richtung, die Anströmgeschwindigkeiten von 17 m/s bis 38 m/s regulieren. Dieses Vorgehen erweist sich für diesen Testfall als zielführend. Zur Verifizierung der Ergebnisse und Erkenntnisse erfolgt zusätzlich die Vorgabe für einzelne Betriebspunkte mit „In-“ und „Outlet“-Randbedingungen von Turbomaschinen, da TRACE für die Simulationen von Turbomaschinen optimiert ist. Bei der Auslegung von Komponenten von Turbomaschinen werden am Einlass deshalb der Totaldruck und die Totaltemperatur festgelegt. Am Auslass erfolgt durch Variation des statischen Drucks eine Anpassung des Massenflusses und somit folglich der Anströmgeschwindigkeit. Der einzustellende statische Druck  $p_{stat}$  für die gewünschte Geschwindigkeit  $u$  im Windkanal lässt sich mit Hilfe der Gleichung 4.13 aus den vorgegebenen Werten für die Dichte  $\rho$  des Mediums und dem Totaldruck  $p_t$  bestimmen.

$$p_t = p_{stat} + \frac{\rho}{2} u^2 \quad (4.13)$$

Die gewählten Werte für eine resultierende mittlere Anströmgeschwindigkeiten zwischen 17 m/s bis 37 m/s sind ebenfalls in Tabelle 4.6 aufgeführt. Die ebene Platte und die Wand sind adiabat und es gilt jeweils die Haftbedingung. Die seitlichen Begrenzungen in z-Richtung werden, basierend auf den einführend erläuterten Einflüssen der seitlichen Kanalwände, als periodische Ränder angenommen.

Tabelle 4.6.: Randbedingungen am Ein- und Auslass des Windkanals (Q3D)

Variable	Wert
$P_{t,\infty}$	101.325 Pa
$T_{t,\infty}$	293 K
$M_{\infty,x}$	0,0467 - 0,1078
$M_{\infty,y}$	0
$P_t$	101.325 Pa
$T_t$	293,15 K
$P_{stat}$	101.150 - 100.500 Pa

### 4.4.3. Processing

Für die Initialisierung der instationären Simulation erfolgt zunächst eine stationäre Rechnung für die jeweils angestrebte Anströmgeschwindigkeit. Am Ein- und Auslass sowie an einem Messpunkt vor der Platte kann der konvergente Verlauf der Geschwindigkeit überprüft werden.

Bei der instationären Simulation ist für eine konvergente Lösung, neben den Residuen jedes einzelnen Zeitschritts und der konstanten Anströmgeschwindigkeiten, insbesondere die Periodizität der Wirbelbildung hinter der Platte von Bedeutung. Jede Periode wird durch insgesamt 100 Zeitschritte aufgelöst. Die Zeitschrittweite liegt deswegen zwischen ca.  $\Delta t = 0,35$  s bei 17 m/s und  $\Delta t = 0,147$  s bei einer Anströmgeschwindigkeit von 37 m/s. Das Euler-Backward-Verfahren mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung dient als Zeitintegrations-Schema.

Die bei diesem Testfall verwendeten Turbulenzmodelle sind das  $k-\omega$  Turbulenzmodell nach Wilcox sowie das Menter SST  $k-\omega$  Modell. Darüber hinaus erfolgt die Hinzunahme der Erweiterung von Kato und Launder (siehe Kapitel 2.3.6).

### 4.4.4. Postprocessing - Ergebnisse

Das Vorgehen bei der Auswertung der Ergebnisse ist vergleichbar mit dem Vorgehen bei der Auswertung der Frequenzen der Zylinderumströmung in Kapitel 4.1.4.

Bei einer konvergierten Lösung der Simulation kann das Frequenzspektrum der entstehenden Wirbel hinter der Platte ermittelt werden. Als Messstelle für die anschließende Auswertung eignet sich ein beliebiger Punkt innerhalb der Wirbelstraße. Zusätzlich liefern die aus den Druckschwankungen resultierenden oszillierenden Kräfte auf der Platte Informationen über die Wirbelfrequenz. Ein beispielhafter Geschwindigkeitsverlauf in y-Richtung hinter der Platte ist in Abbildung 4.14 (a) dargestellt. Es wird deutlich, dass die Amplituden zunächst in einem geringen Maße und anschließend sprunghaft zunehmen. Nach ca. 9.000 Zeitschritten ist die maximale Amplitude erreicht. Mittels einer Diskreten Fourier-Transformation ergibt sich das Frequenzspektrum in Abbildung 4.14 (b).

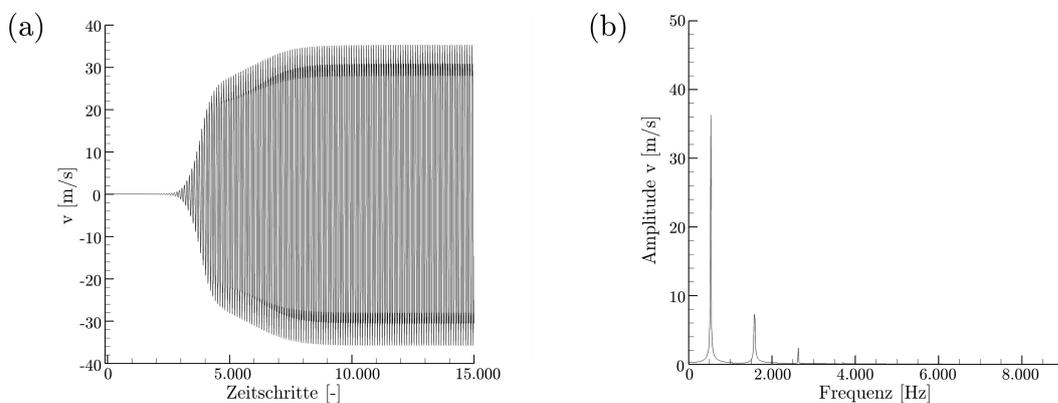


Abbildung 4.14.: Geschwindigkeitsverläufe in y-Richtung hinter der Platte (a) sowie Frequenzspektrum (b) bei einer Anströmgeschwindigkeit von 29 m/s

Der Verlauf der Geschwindigkeit in Abbildung 4.14 ist exemplarisch für einen Betriebspunkt im Lock-In Bereich. Eine ausführlichere Diskussion der Charakteristika des Lock-In Bereichs folgt an späterer Stelle in diesem Kapitel. Es ist jedoch erwähnenswert, dass sich die generellen Geschwindigkeitsverläufe inner- und außerhalb von Lock-In nicht unterscheiden. So ist in allen Fällen eine Phase des Einschwingens mit anschließenden konstanten Amplituden erkennbar. Unterschiede treten lediglich bei den Absolutwerten der Amplituden auf.

In Abbildung 4.15 ist das Ergebnis von zwei Testreihen mit TRACE an der ebenen Platte mit halbkreisförmiger Hinterkante dargestellt. Die beiden Testreihen unterscheiden sich lediglich in der Verwendung der beiden in Abschnitt 4.4.3 be-

schriebenen Turbulenzmodelle. Neben der Abhängigkeit der Wirbelfrequenz von der Anströmgeschwindigkeit sind darüber hinaus die von Welsh et al. [64] experimentell gemessenen Schalldruckpegel (SPL für sound pressure level) in dB aufgetragen. Es wird deutlich, dass die natürliche Wirbelablösefrequenz bei geringeren Strömungsgeschwindigkeiten bis zu einer Geschwindigkeit von ca. 26,25 m/s proportional zur Anströmungsgeschwindigkeit zunimmt. Die Strouhalzahl ist in diesem Bereich somit konstant und wird in Abbildung 4.15 durch den Verlauf der gepunktete Linie angezeigt. Die durch TRACE berechneten Werte stimmen in dem linearen Bereich sehr gut mit den experimentell gemessenen Werten überein. Zwischen den verwendeten Turbulenzmodellen ist lediglich ein marginaler Unterschied festzustellen.

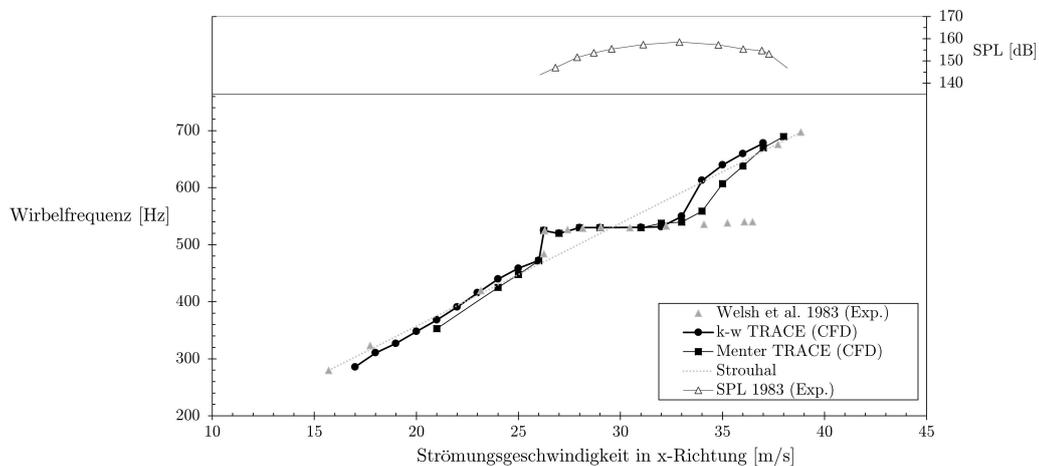


Abbildung 4.15.: Abhängigkeit der Wirbelfrequenz von der Anströmgeschwindigkeit in Kombination mit der erzeugten akustischen Resonanz bei einer Platte mit halbkreisförmiger Hinterkante

Bei einer Anströmgeschwindigkeit von ungefähr 26,25 m/s kommt es zu einem plötzlichen Sprung der Wirbelablösefrequenz, die sich in der Folge mit der Frequenz der akustischen Kanalmode synchronisiert. Parker ([39] und [40]) hat die akustische Mode bei einer ebenen, dünnen Platte mit einem Anstellwinkel von  $0^\circ$  im Lock-In Bereich als zweidimensionale  $\beta$ -Mode bezeichnet. Dabei kommt es zum Lock-In der Frequenzen. Darüber hinaus wurde in den Experimenten von Welsh et al. [64] durch die installierten Mikrofone eine starke Schallabstrahlung aufgezeichnet. Mit steigender Geschwindigkeit der Strömung nimmt die Wirbelablösefrequenz nur im geringen Maße zu. Im ersten Abschnitt des Lock-In Bereichs oszillieren die Wirbel mit einer höheren Frequenz als die durch die Strouhalzahl resultierende Fre-

quenz. Welsh et al. [64] definieren diesen Zustand als „locked up“. Der Bereich, bei dem die Wirbelfrequenz geringer als die natürliche Frequenz ist, wird als „locked down“ bezeichnet. Bis zu einer Strömungsgeschwindigkeit von ca. 33 m/s lassen die numerischen Berechnungen mit TRACE mit beiden Turbulenzmodellen auf einen Lock-In Bereich schließen. Die Frequenzen stimmen sowohl beim Start des Lock-In, als auch im weiteren Verlauf bis zu 33 m/s sehr gut überein. Darauf folgend sind Abweichungen bei der gemessenen Frequenz der Wirbel zwischen dem Experiment und den Turbulenzmodellen festzustellen. Die Simulationen in TRACE lassen auf einen kleineren Bereich des Lock-Ins Phänomens schließen, wobei das Menter SST  $k-\omega$  Modell geringere Abweichungen aufweist. Charakteristisch für das Ende von Lock-In ist der sprunghafte Anstieg auf die natürliche Wirbelablösefrequenz einer konstanten Strouhalzahl. Gleichzeitig kann außerhalb von Lock-In keine Schallabstrahlung durch die Messung des SPL gemessen werden. Das Maximum des SPL lag bei den experimentellen Messungen von Welsh et al. [64] bei 158 dB.

Im Vergleich zu den Ergebnissen der ebenen Platte mit halbkreisförmiger Hinterkante ist in Abbildung 4.16 die Abhängigkeit der Wirbelfrequenz von der Fluidgeschwindigkeit bei einer ebenen Platte mit rechteckiger Hinterkante dargestellt.

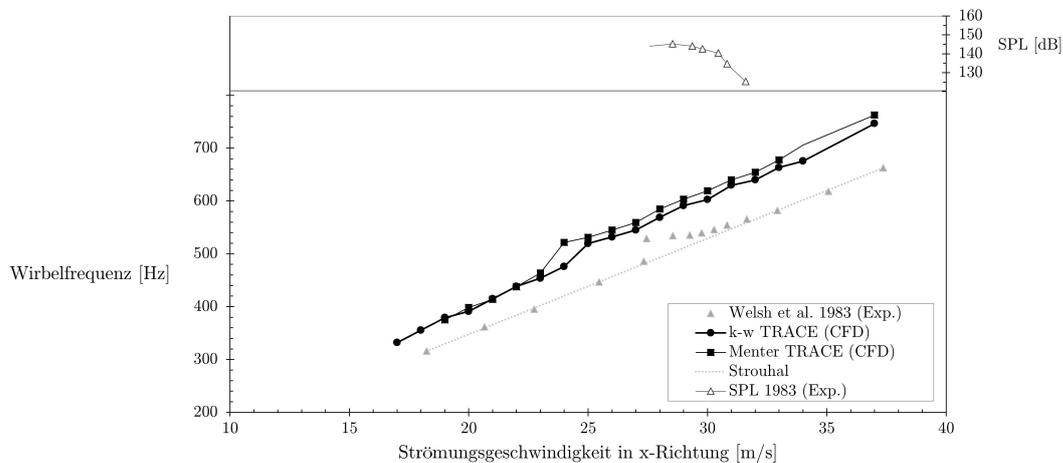


Abbildung 4.16.: Abhängigkeit der Wirbelfrequenz von der Anströmgeschwindigkeit in Kombination mit der erzeugten akustischen Resonanz bei einer Platte mit rechteckiger Hinterkante

Bei einer vergleichenden Betrachtung der Abbildungen 4.16 und 4.15 ergeben sich interessante Unterschiede, die lediglich auf die Geometrieänderung zurückgeführt

werden können. Der bei einer ebenen Platte mit rechteckiger Hinterkante entstehende Lock-In Bereich ist schmaler. Die Gefahr von akustischer Resonanz und der experimentell gemessene SPL-Wert nimmt ab. Darüber hinaus liegen die Wirbelfrequenzen immer auf oder über der natürlichen Frequenz bei einer konstanten Strouhalzahl. Ein „locked down“ Zustand ist weder im Experiment noch bei den numerischen Berechnungen zu beobachten.

Bei einer verifizierenden Betrachtung der numerischen Ergebnisse in Abbildung 4.16 ist eine Abweichung zu den experimentellen Werten festzustellen. Die Simulationsergebnisse von TRACE lassen auf eine höhere Wirbelfrequenz bei der jeweiligen Anströmgeschwindigkeit schließen. Nichtsdestotrotz kommt es bei der gleichen Wirbelfrequenz zum Lock-In. Die Unterschiede zwischen den verwendeten Turbulenzmodellen fällt lediglich gering aus.

Durch eine Visualisierung der Strömung im Kanal können die unterschiedlichen Ausprägungen der Wirbelstraße im Nachlauf der ebenen Platte inner- und außerhalb des Lock-In Bereichs gezeigt werden. Als Beispiel dient die ebene Platte mit halbkreisförmiger Hinterkante bei den Strömungszuständen mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s sowie 29 m/s vor der Platte. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.17 (a) und (b) dargestellt.

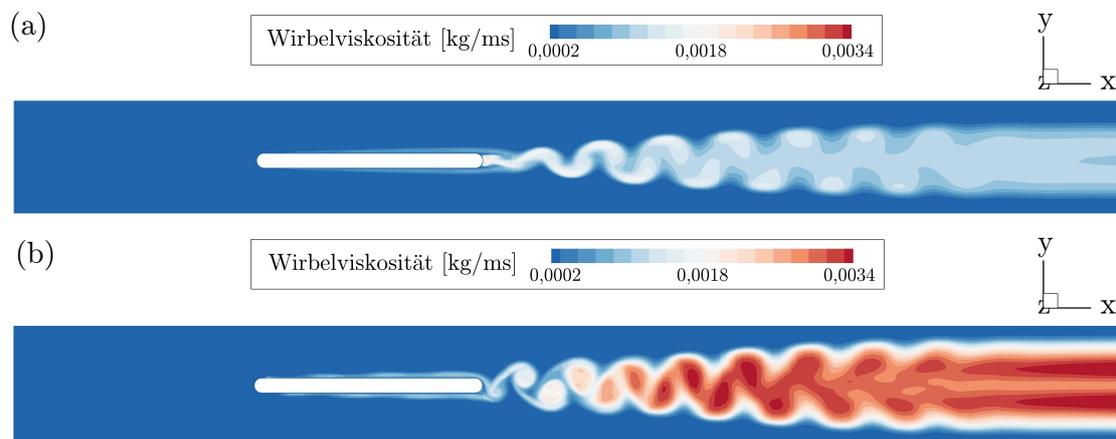


Abbildung 4.17.: Verlauf der Wirbelstraße außer- (a) sowie innerhalb (b) des Lock-In Bereichs bei einer ebenen Platte mit halbkreisförmiger Hinterkante

Sowohl beim Auftreten von der akustischen Resonanz, als auch bei geringeren Ge-

schwindigkeiten bilden sich die Wirbel alternierend von der Ober- und Unterseite aus. Die Wirbel innerhalb des Lock-In Bereichs formen jedoch visuell deutlichere Strukturen auf. Darüber hinaus befinden sich die Wirbel näher an der Hinterkante der ebenen Platte.

#### 4.4.5. Visualisierung und Erläuterung der akustischen Mode

Durch die nach Parker ([39] und [40]) definierte  $\beta$ -Mode wird das akustische Feld in der Nähe der Platte beschrieben. Charakteristisch sind zentrierte Druckmaxima über- und unterhalb der Platte. Ab- und aufwärts der Vorder- bzw. Hinterkante treten Druckknoten und somit maximale akustische Geschwindigkeiten und Verschiebungen auf. Die Schalldrücke auf Ober- und Unterseite sind um  $180^\circ$  phasenverschoben. Als Folge oszillieren die akustischen Geschwindigkeiten und Verschiebungen um die Vorder- und Hinterkante der ebenen Platte. Mit steigender Entfernung in Richtung vom Aus- und Einlass des Windkanals nehmen die akustischen Amplituden ab. [64]

Eine Verteilung der Druckdifferenz zu einer zeitgemittelten Lösung bei Anströmgeschwindigkeiten von 20 m/s sowie 29 m/s vor der Platte ist in Abbildung 4.18 visualisiert.

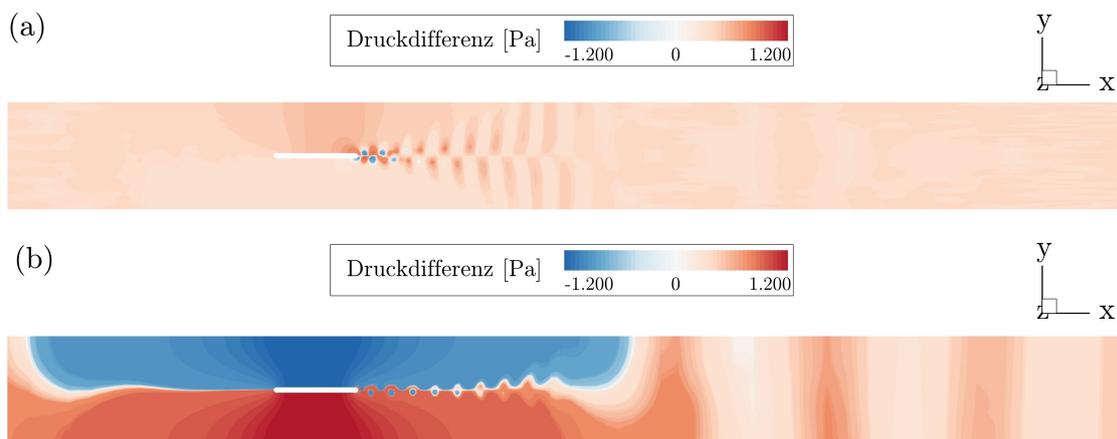


Abbildung 4.18.: Druckdifferenz zu einer zeitgemittelten Druckverteilung außer- (a) sowie innerhalb (b) des Lock-In Bereichs

#### 4. Akademische Testfälle

---

Die Druckunterschiede sind im Nachlauf der Platte in Abbildung 4.18 (a) deutlich erkennbar. Sie fallen im Vergleich zur Strömung in Abbildung 4.18 (b) jedoch weitaus geringer aus. Im Lock-In Bereich ist zudem eine hohe Druckdifferenz mit einer Phasenverschiebung über und unter der Platte zu beobachten. In Richtung des Auslasses wird der Schall in Form von sich longitudinal fortplanzenden Luftdruckschwankungen sichtbar. Die Schallwellen bewegen sich in diesem Testfall mit einer Schallgeschwindigkeit (siehe Gleichung 2.21) von 343,15 m/s fort. Diese Schwankungen im Druck sind außerhalb des Lock-In Bereichs in Abbildung 4.18 (a) nicht festzustellen.

Eine genauere Betrachtung der Simulationsergebnisse in Hinblick auf Druckknoten und -bäuche liefert den Nachweis einer stehenden Longitudinalwelle über und unter der Platte innerhalb des Lock-In Bereichs und wird aus diesem Grund auch genauer untersucht. Dazu ist insbesondere der Abschnitt des Windkanals um die ebene Platte interessant. Abbildung 4.19 zeigt in einer schematischen Darstellung die auf einer Linie angeordneten Messpunkte vor, hinter, unter sowie über der Platte.

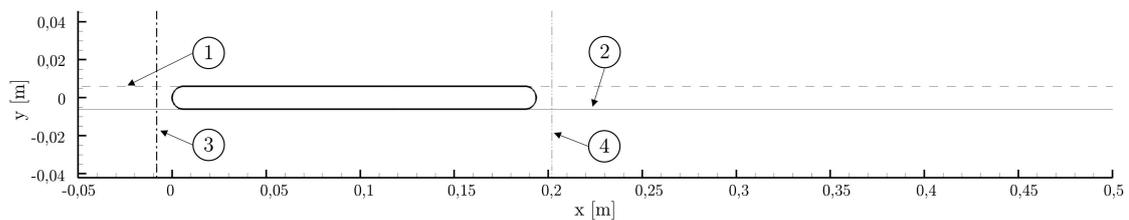


Abbildung 4.19.: Schematische Darstellung der Entnahme der Druckverteilung in  $x$ - und  $y$ -Richtung

Die Druckverteilung in der Nähe der Plattenoberfläche zu den Zeitpunkten  $t_0$  und  $t_1$  inner- und außerhalb des Lock-In Bereichs stellt Abbildung 4.20 dar. Der Zeitpunkt  $t_1 = t_0 + \pi$  entspricht einer um eine halbe Periodendauer  $\pi$  verschobene Aufnahme. In Abbildung 4.20 (a) und (b) ist der Druckverlauf innerhalb des Lock-In Bereichs zu sehen. In  $x$ -Richtung bildet sich über und unter der Platte ein Druckbauch aus. Das betragsmäßige Maximum liegt jeweils auf Höhe der halben Plattenlänge und die Druckverläufe sind um eine halbe Periodendauer phasenverschoben. Einen Vergleich der Druckzustände zu den Zeitpunkten  $t_0$  und  $t_1$  bestätigt darüber hinaus eine stehende Welle im Windkanal im Bereich der Platte.

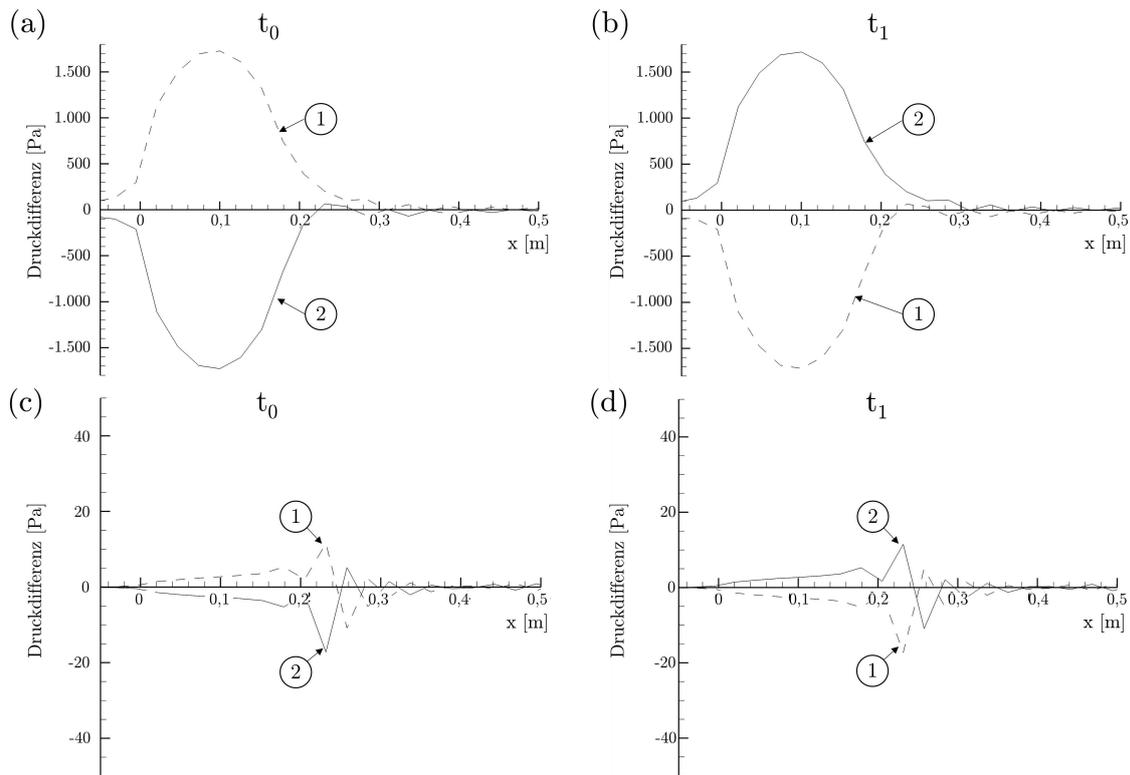


Abbildung 4.20.: Verteilung der Druckdifferenz in x-Richtung unter und über der Platte im Lock-In Bereich zum Zeitpunkt  $t_0$  (a) sowie  $t_1 = t_0 + \pi$  (b) und außerhalb des Lock-In Bereichs zum Zeitpunkt  $t_0$  (c) sowie  $t_1 = t_0 + \pi$  (d)

Abbildung 4.20 (c) und (d) verdeutlichen die Unterschiede zwischen den Druckverläufen außer- und innerhalb des Lock-In Bereichs. Es ist wichtig anzumerken, dass die Skalierung der Ordinate zwecks anschaulicher Auswertung um den Faktor 36 reduziert ist. Die Druckdifferenzen außerhalb des Lock-In Bereichs fallen demnach deutlich geringer aus. Ein Druckmaximum mittig der Platte ist nicht festzustellen und ein Maximum tritt erst später im Verlauf der Wirbelstraße auf.

Abbildungen 4.21 (a) bis (d) visualisieren den Verlauf der Druckdifferenzen vor und hinter der Platte über die gesamte Höhe des Windkanals. Auch bei dieser Betrachtung ist die Skalierung der Abszisse für eine anschaulichere Darstellung angepasst. Im Vor- und Nachlauf ist in zentraler y-Richtung ein Druckknoten zu beobachten. Dieser Druckknoten tritt sowohl inner- als auch außerhalb der akustischen Resonanz auf. Die Ausschläge aufgrund der Wirbelstraße sind ebenfalls gut zu erkennen.

#### 4. Akademische Testfälle

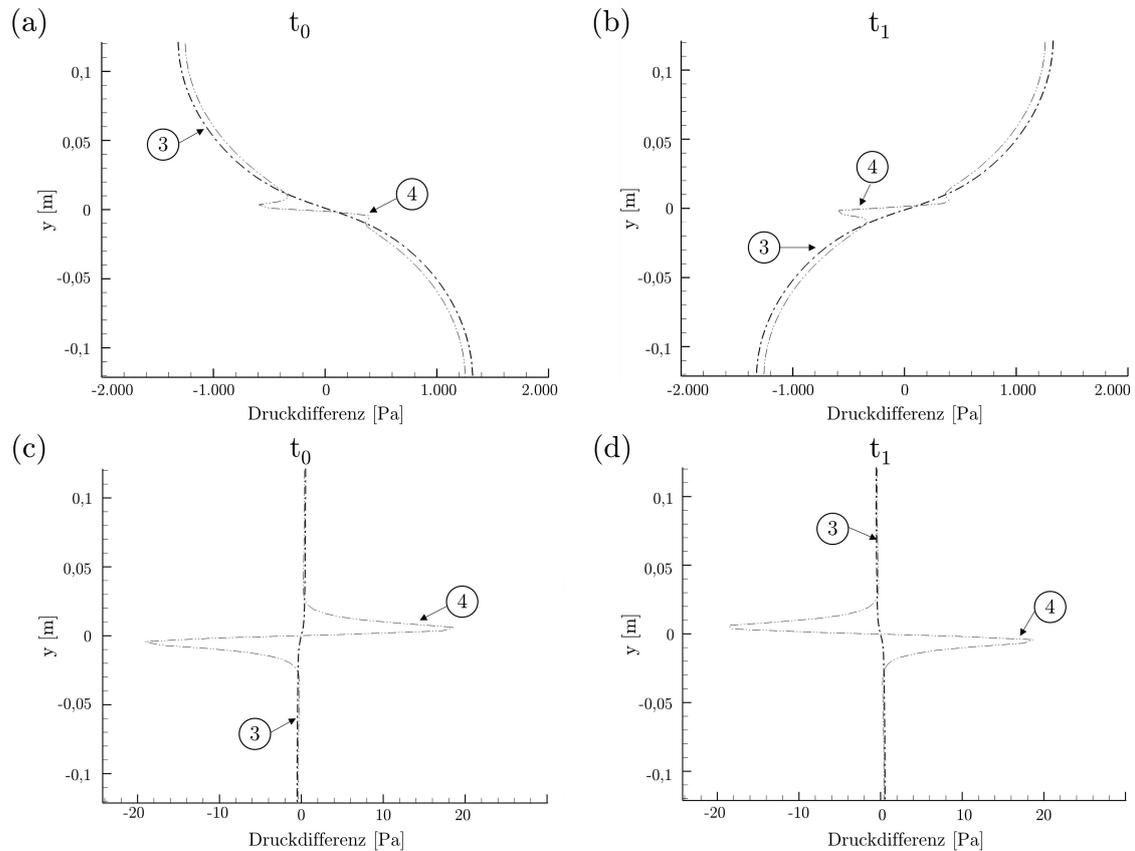


Abbildung 4.21.: Verteilung der Druckdifferenz in y-Richtung vor und hinter der Platte im Lock-In Bereich zum Zeitpunkt  $t_0$  (a) sowie  $t_1 = t_0 + \pi$  (b) und außerhalb des Lock-In Bereichs zum Zeitpunkt  $t_0$  (c) sowie  $t_1 = t_0 + \pi$  (d)

Um einen Betriebspunkt innerhalb des Lock-In Bereichs und die Gefahr von starken Vibrationen zu vermeiden, ist eine vorherige Bestimmung der Frequenz der akustischen Resonanz erstrebenswert. Der in diesem Abschnitt behandelten Thematik der Aeroakustik liegt jedoch ein komplexer Prozess mit nichtlinearer Rückkopplung zu Grunde. Auf eine genauere Erläuterung wird deshalb an dieser Stelle verzichtet. Koch [27] erklärt diesen Sachverhalt detaillierter und geht auf die Bestimmung der Resonanzfrequenzen der einzelnen Parker-Modes ein. Basierend auf den Ausführungen von Koch [27] ist die Frequenz der Parker-Modes lediglich von der Plattenlänge, Windkanalhöhe und der Schallgeschwindigkeit abhängig. Die ersten beiden Parameter ergeben sich direkt aus der Geometrie und lassen sich als konstant festlegen. Die Schallgeschwindigkeit ergibt sich direkt aus der vorliegenden

Temperatur und den Gaskonstanten. Zwar gelten die Ergebnisse nur für eine ebene Platte und sind nicht direkt auf Profile in Turbomaschinen übertragbar, zeigen jedoch einen Zusammenhang der unterschiedlichen Größen bei diesem Phänomen.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die generelle Übereinstimmung bei diesen instationären Strömungszuständen trotz der beschriebenen Abweichungen bemerkenswert ist. Die gegenseitige Beeinflussung von Wirbelablösungen der Hinterkante mit strömungsinduzierten akustischen Resonanzen ohne mechanische Vibrationen an ebenen, fixierten Platten mit halbkreisförmiger Vorderkante in einem Windkanal konnte mit den hier vorgestellten numerischen Berechnungen eines Q3D-Testfalls erfolgreich nachgewiesen werden. Durch die Betrachtung der entstehenden Wirbelstraße sowie der Druckdifferenzen im Windkanal wurde auf Unterschiede inner- und außerhalb des Lock-In Bereichs eingegangen. Insbesondere konnten die Charakteristika der von Parker [39] in Experimenten festgestellten  $\beta$ -mode mit den bereits zur Verfügung stehenden numerischen Berechnungen in TRACE sehr gut abgebildet werden. Zudem wurde erläutert, dass sich die Amplitude der Resonanz sowie die Breite des Lock-In Bereichs maßgeblich durch die Variation der Geometrie beeinflussen lassen. Im Rahmen dieser Arbeit konnte dies durch zwei unterschiedliche Ausführungen von Hinterkanten gezeigt werden.

## 5. Realer Testfall

In diesem Abschnitt wird die instationäre Strömung im Nachlauf eines realen Schaufelprofils, basierend auf dem Erkenntnisgewinn der akademischen Testfälle des vorangegangenen Kapitels, simuliert. Als zu untersuchendes Schaufelprofil wird das Turbinengitter T106C einer Niederdruckturbinen (NDT) gewählt. Niederdruckturbinen tragen mit einem Anteil von 20 % bis 30 % erheblich zum Gesamtgewicht von Triebwerken bei. [6] Folglich wird bei der Umsetzung gewichtssparender Maßnahmen eine reduzierte Schaufelanzahl angestrebt. Bei einer gleichbleibenden Stufenbelastung hat dies wiederum einen Anstieg der aerodynamisch wirkenden Kräfte zur Folge. Diese Kausalkette führt letztendlich zu der Entwicklung von hochbelasteten Profilen mit einer wachsenden Gefahr von instationären Strömungsablösungen auf der Saugseite. Von Bedeutung für die Untersuchungen in dieser Arbeit sind die daraus folgenden Wirbel im Nachlauf des Turbinengitters, die durch Eigenmoden zu einem Lock-In Phänomen führen können. Weitere Erläuterungen zu den Besonderheiten von ablösenden Strömung und hochbelasteten Profilen in NDT liefern Schwarze [48] und Kožulović [29].

In Kapitel 5.1 wird kurz auf die spezifischen Parameter des T106C Turbinengitters eingegangen. Zusätzlich werden relevante vorausgegangene Forschungsarbeiten genannt. Kapitel 5.2 behandelt die vorgenommenen Einstellungen im Preprocessing. Die Beschreibung des Processings folgt in Kapitel 5.3. Das Postprocessing samt Darstellung und Erläuterung der Ergebnisse wird in den Kapiteln 5.4.1 bis 5.4.3 behandelt. Der erste Teil des Postprocessings (Kapitel 5.4.1) geht dabei auf die Ergebnisse bei einer mechanisch fixierten Schaufel ein. Die Erkenntnisse eines mit vorgegebener Amplitude und Frequenz angeregten Profils folgt in Kapitel 5.4.2. Die Diskussion der Ergebnisse einer voll gekoppelten Rechnung stellt in Kapitel 5.4.3 den Abschluss der numerischen Betrachtung des T106C dar.

### 5.1. Beschreibung des Turbinengitters T106C

Bei dem T106C handelt es sich um ein Turbinengitter ausgelegt für NDT moderner Triebwerke. Es wurde sowohl experimentell, unter anderem im Rahmen den

Forschungsprojekten TaTMo (Turbulence and Transition Modeling for Special Turbomachinery Applications) von Michálek et al. [35] sowie UTAT (Unsteady Transitional flows in Axial Turbomachines) von Pacciani et al. [38], als auch numerisch während einer Forschungsarbeit am Institut für Antriebstechnik des DLR von Marciniak [32] untersucht. Auch wenn der Fokus bei den genannten Arbeiten nicht auf der Wirbelfrequenz und dem Lock-In Phänomen liegt, so liefern sie dennoch geometrische Parameter sowie Daten für einen ersten angedrosselten Betriebspunkt im Teillastbereich. In Tabelle 5.1 sind die charakteristischen Parameter aufgeführt. Der Zweifel-Koeffizient ist größer als eins, ein Indiz für ein hochbelastetes Profil. Weitere Informationen über die Berechnungsweise der charakteristischen Größen liefern Bräunling [9] und Schwarze [48].

Tabelle 5.1.: Charakteristische Parameter des T106C Profils

Variable	Wert
Sehnenlänge $c$	0,09301 m
Axiale Sehnenlänge $c_x$	0,07094
Teilungsverhältnis	0,95
Streckungsverhältnis	2,4
Max. Druck	$\approx 0,6 x/c_x$
Zweifel-Koeffizient $Z_w$	1,29

## 5.2. Preprocessing

Basierend auf den geometrischen Abmessungen aus Kapitel 5.1 wird die räumliche Diskretisierung mit einem strukturierten Netz um das zweidimensionale T106C Profil mit 16.824 Zellen vorgenommen. Die Vernetzung des Profils ist in Abbildung 5.1 (a) abgebildet. Die Bereiche um das Profil sowie im Nachlauf der Hinterkante sind durch kleinere Volumenzellen feiner aufgelöst. Auf der linken Seite befindet sich der Ein- und auf der rechten Seite der Auslass. Die unteren und oberen Ränder sind als periodischer Rand definiert. An der Schaufel gilt die Haftbedingung.

Die Darstellung in Abbildung 5.1 (b) veranschaulicht die Verformung des Profils durch eine angenommene Torsionseigenmode mit der Position der Drehachse. Diese

Eigenmode ist für die instationäre Simulationen mit vorgegebener Frequenz und Amplitude sowie für die FSI relevant.

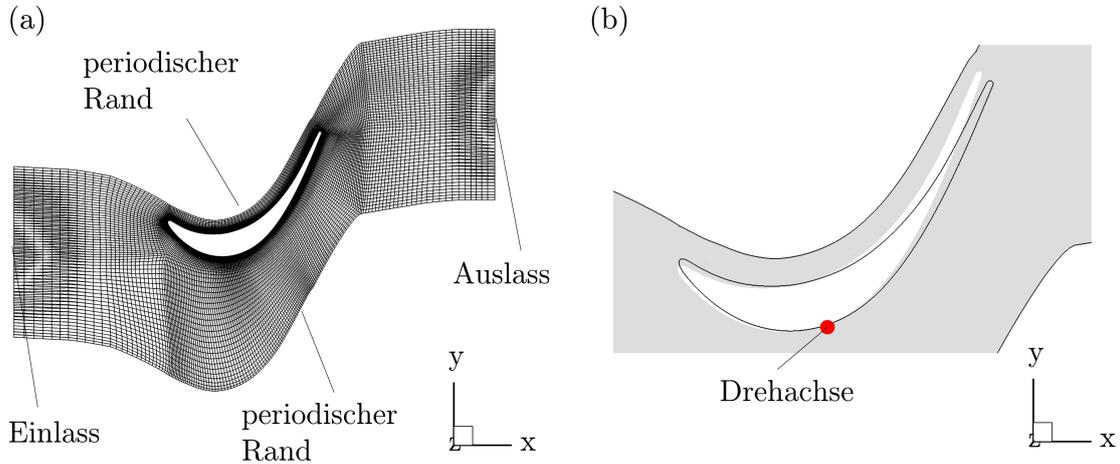


Abbildung 5.1.: Strukturiertes Netz um das T106C Profil (a) sowie Auslenkung der Torsionseigenmode (b)

Bei Turbinengittern erfolgt die Definition eines Betriebspunkts anhand der Abström-Machzahl  $Ma_{2th}$ , der Abström-Reynoldszahl  $Re_{2th}$ , des Zuströmwinkels  $\beta_1$  sowie des Turbulenzgrads der Zuströmung  $Tu_1$ . Die Machzahl nach Gleichung 5.1 ist abhängig von dem statischen Druck am Auslass  $p_k$ , dem Totaldruck am Einlass  $p_{t1}$  sowie dem Isentropenexponent  $\gamma$ . Die Reynoldszahl (Gleichung 5.2) ist zusätzlich abhängig von der dynamischen Viskosität  $\mu_{2th}$ , der Sehnenlänge  $c$  sowie der Temperatur  $T_{2th}$ . [48]

$$Ma_{2th} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{p_{t1}}{p_k} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (5.1)$$

$$Re_{2th} = \frac{\rho_{2th} \cdot U_{2th} \cdot c}{\mu_{2th}} = Ma_{2th} \cdot p_k \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{RT_{2th}}} \cdot \frac{c}{\mu_{2th}} \quad (5.2)$$

mit

$$T_{2th} = T_{t1} \sqrt{1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma_{2th}^2} \quad (5.3)$$

Die physikalischen Randbedingungen für den Ein- und Austritt in das Rechengelände bei einem Betriebspunkt mit einer Reynoldszahl  $Re_{2th}$  von 80.000 und einer Machzahl  $Ma_{2th}$  von 0,65 sind in Tabelle 5.2 aufgeführt. Für eine Änderung des Betriebspunkts wird der Druck  $p_k$  am Auslass variiert.

Tabelle 5.2.: Randbedingungen für das T106C Turbinengitter

Variable	Wert
$p_{t,1}$	7.431 Pa
$T_{t,1}$	290 K
$p_{k,Re80k}$	5.594 Pa
$p_{k,variation}$	5.100 Pa - 6.000 Pa
$\beta_1$	-32,7°
$Tu_1$	1 %

Für die modalen Parameter der Struktur gelten die folgenden Annahmen:  $m_m = 9,72 \cdot 10^{-13} \text{ kg m}^2$ ,  $d_m = 1 \cdot 10^{-12} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$  und  $k_m = 1,49 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$ . Dies entspricht einer Eigenfrequenz der Torsionsmode von 6.239,85 Hz.

### 5.3. Processing

Als Initialisierung der instationären Simulation bei unterschiedlichen Betriebspunkten findet jeweils eine konvergierte stationäre Lösung Verwendung. Jede Periode wird in den anschließenden instationären numerischen Simulationen durch 100 Zeitschritte berechnet. Bei dem ersten Betriebspunkt mit einer Reynoldszahl von 80.000 entspricht dies einer Zeitschrittweite von ca.  $\Delta t = 0,016 \text{ s}$ . Das Euler-Backward-Verfahren mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung dient als Zeitintegrations-Schema. Die entstehende Turbulenz wird durch das Menter SST  $k-\omega$  Turbulenzmodell modelliert. Eine korrekte Wiedergabe der Einflüsse der saugseitigen Ablösung bedingt zusätzlich eine Kopplung mit dem  $\gamma-Re_\theta$  Transitionsmodell. Weitere Informationen zu dem in TRACE implementierten und hier verwendeten Transitionsmodell liefert [55]. Generelle Erläuterungen zu Transitionen im Allgemeinen und bezogen auf Turbinenschaufeln zeigen Forschungsarbeiten von Schwarze [48] und Marciniak [32].

## 5.4. Postprocessing - Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der instationären Simulation mit TRACE der Strömungen um das T106C-Profil betrachtet. Zunächst erfolgt dazu in Kapitel 5.4.1 eine validierende Betrachtung eines Betriebspunkts bei einer fixierten Schaufel durch Vergleich mit den zur Verfügung stehenden Messdaten. Anschließend wird der Einfluss eines variierenden Betriebspunkts auf die abgehende Wirbelfrequenz diskutiert. In den nächsten Kapiteln folgt die Untersuchung der Interaktion von Fluid und Struktur. In Kapitel 5.4.2 wird die Schaufelauslenkung mit einer Amplitude und Frequenz vorgegeben. Die Ergebnisse voll gekoppelter Berechnungen einer frei schwingenden Schaufel in Interaktion mit den wirkenden aerodynamischen Kräften behandelt Kapitel 5.4.3

### 5.4.1. Instationäre Strömung um ein fixiertes T106C-Profil

In Abbildung 5.2 (a) ist die durch TRACE berechnete Verteilung der isentropen Machzahl auf der Schaufeloberfläche bei dem Auslegungspunkt von  $Re_{2th} = 80.000$  zusammen mit den experimentell gemessenen Werten zu sehen. Zusätzlich ist in Abbildung 5.2 (b) die Verteilung der isentropen Machzahl samt experimenteller Vergleichsdaten bei einer Reynoldszahl  $Re_{2th}$  von 160.000 dargestellt.

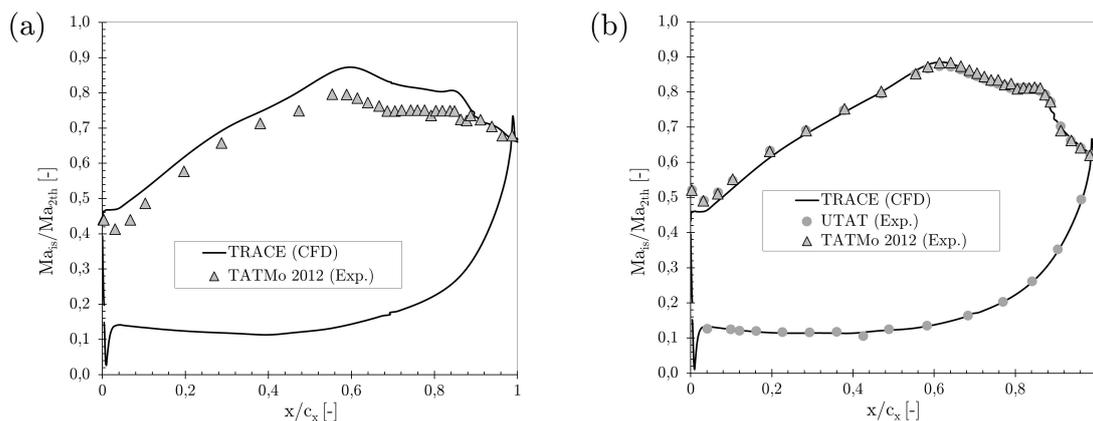


Abbildung 5.2.: Verteilung der isentropen Machzahl bei  $Re_{2th} = 80.000$  (a) sowie  $Re_{2th} = 160.000$  (b)

Die folgenden Erläuterungen zu Abbildung 5.2 (a) beschränken sich lediglich auf die Saugseite, da dort die instationären Strömungsablösungen in Form einer Ablöseblase auftreten. Die numerisch berechneten Werte in Abbildung 5.2 (a) weisen eine geringe Differenz zu den gemessenen Werten der y-Achse auf. Der generelle Verlauf der isentropen Machzahl wird dennoch durch die Simulation in hinreichender Genauigkeit berechnet. Dies gilt insbesondere für die Position des Druckmaximums sowie für die Bereiche mit konstantem Druck. Ausgehend vom Staupunkt in der Nähe der Vorderkante wird die Strömung bis zu einem  $Ma_{is}/Ma_{2th}$ -Wert von 0,45 stark beschleunigt. In der Folge steigt die Kurve linear bis zu einem Druckmaximum im Bereich bei  $x/c_x \approx 0,6$  (vgl. Tabelle 5.1). Das sich anschließende Druckplateau lässt auf die laminare Ablöseblase schließen. Bis zu der Hinterkante nimmt die isentrope Machzahl schließlich ab. Einen vergleichbaren Verlauf weist Abbildung 5.2 (b) auf. Die mit TRACE berechneten Werte stimmen sowohl auf der Saug- als auch auf der Druckseite sehr gut mit den experimentellen Daten überein. Unterschiede zum Verlauf in Abbildung 5.2 (a) sind z.B. bei der Breite des Druckplateaus festzustellen. Daraus lässt sich eine Verkleinerung der Ablöseblase mit anschließender Relaminarisierung ableiten. Bestätigt werden diese Beobachtungen durch die Visualisierung der Strömung in Abbildung 5.3.

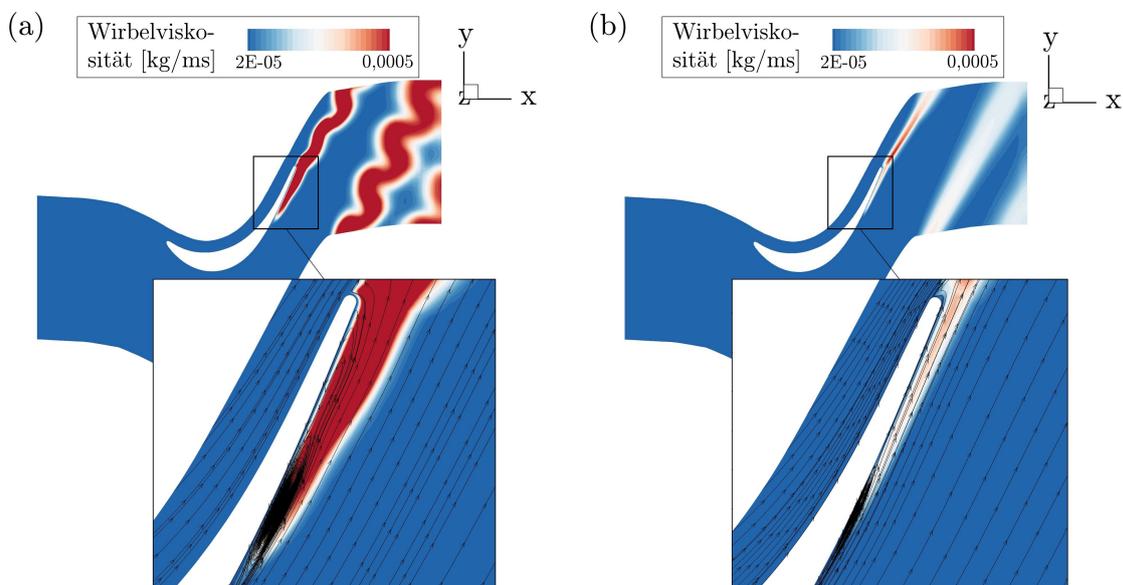


Abbildung 5.3.: Verlauf der Wirbelstraße bei  $Re_{2th} = 80.000$  (a) sowie  $Re_{2th} = 160.000$  (b)

Dargestellt ist der Verlauf der Strömung bei den beiden diskutierten Reynoldszahlen. In Abbildung 5.3 (a) ist die entstehende Wirbelstraße deutlich zu erkennen. Darüber hinaus werden die geometrischen Abmessungen der Ablöseblase und die Relaminarisierung mit Hilfe von Stromlinien sichtbar. Ziel der Arbeit ist es instationäre Strömungsphänomene zu untersuchen. Deshalb fällt die Wahl des Betriebspunkts für die weitere Betrachtung auf  $Re_{2th} = 80.000$ .

Durch eine Änderung von  $p_k$  kann die Reynoldszahl  $Re_{2th}$  angepasst werden. Die Wirbelfrequenz lässt sich anschließend mit der bereits vorgestellten Methode der DFT an jedem Betriebspunkt bestimmen. Der Geschwindigkeitsverlauf von  $v$  hinter dem T106C Profil ist exemplarisch in Abbildung 5.4 (a) gezeigt. Nach ungefähr 22.000 Zeitschritten ist die maximale Amplitude erreicht. Die Oszillationen bleiben dann im weiteren Verlauf konstant. Das aus dem auskonvergierten Verlauf resultierende Frequenzspektrum kann Abbildung 5.4 (b) entnommen werden.

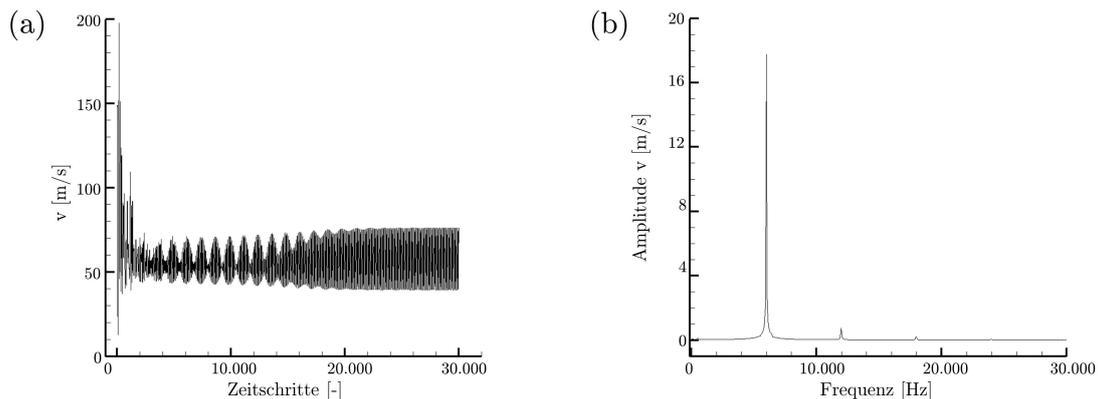


Abbildung 5.4.: Geschwindigkeitsverlauf in y-Richtung hinter dem T106C Profil (a) sowie Frequenzspektrum (b) bei  $p_k = 5.750$  Pa

Durch Anwendung dieses Vorgehens auf weitere Betriebspunkte ergibt sich die Abhängigkeit der Wirbelfrequenz von  $Re_{2th}$  nach Abbildung 5.5. Es wird deutlich, dass die Wirbelfrequenz mit zunehmender Reynoldszahl nahezu linear ansteigt. Die gepunktete Trendlinie basiert auf einer konstanten Strouhalzahl. Die Erkenntnis einer konstant zunehmenden Frequenz gleicht den Beobachtungen an einem fixierten Zylinder aus Kapitel 4.1.4. Ein Lock-In, das aus aeroakustischen Interaktionen resultiert und vergleichbar mit den Beobachtungen bei einer fixierten ebenen Platte aus Kapitel 4.4.4 ist, tritt bei dem T106C Profil in diesem betrachteten Bereich von

Reynoldszahlen und den gewählten Schrittweiten nicht auf. Eine Abweichung von dem linearen Verlauf ist jedoch bei dem Betriebspunkt mit einem statischen Druck am Auslass von 5.400 Pa zu verzeichnen. An diesem Betriebspunkt treten zwei Frequenzen mit hohen Amplituden auf. Die erste Frequenz entspricht der Frequenz bei einer konstanten Strouhalzahl. Die zweite Frequenz liegt über der Frequenz einer konstanten Strouhalzahl. Beide Frequenzen sind in Abbildung 5.5 aufgeführt. Die Einstellungen für den Strömungslöser TRACE gleichen sich mit Ausnahme des Gegendrucks  $p_k$  in allen Betriebspunkten. Die Änderung von Parametern der Simulation kann demnach als Ursache für diesen Effekt weitestgehend ausgeschlossen werden. Aeroakustische Phänomene sind darüber hinaus auch nicht festzustellen. Auf die weitere Ermittlung der Ursachen wird an dieser Stelle mit dem Hinweis auf das Ergebnis verzichtet.

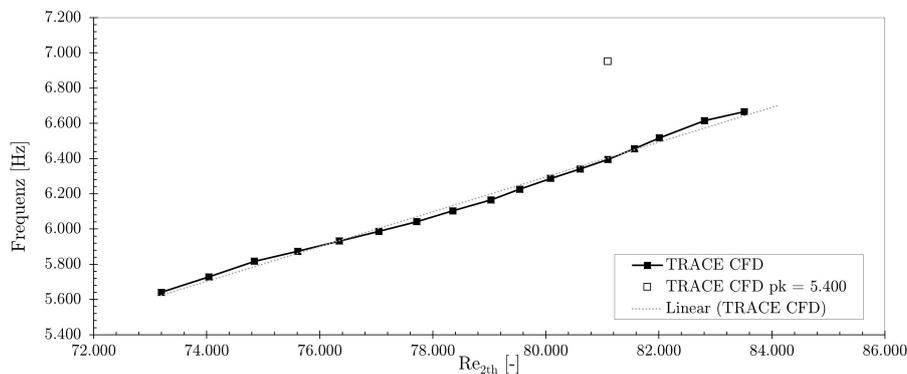


Abbildung 5.5.: Abhängigkeit der Wirbelfrequenz von der Reynoldszahl  $Re_{2th}$

Die mit TRACE berechneten Ergebnisse eines mechanisch fixierten T106C Profils zeigen, dass die Verwendung von etablierten Modellen für die Modellierung von Turbulenz und Transition für hohe Reynoldszahlen bereits genaue Vorhersagen der Profilcharakteristik liefern. Die Berechnung von Ablöseblasen bei geringeren Reynoldszahlen stellt jedoch nach wie vor eine Herausforderung ohne eine allgemeingültige Vorgehensweise dar. Unter anderem gehen Schwarze [48] und Marciniak [32] auf diesen Umstand ein. Die zur Verfügung stehenden Transitionsmodelle basieren generell auf Beobachtungen stationärer Simulationen und die Übertragbarkeit auf instationäre Problemstellungen ist noch nicht hinreichend erforscht. Es gilt diese Einschränkungen bei der weiteren Betrachtung und Bewertung der Ergebnisse mit aeroelastischen Wechselwirkungen zu beachten.

### 5.4.2. Instationäre Strömung um ein T106C-Profil mit angeregter Frequenz

Das Vorgehen zur Kategorisierung in Lock-In und kein Lock-In entspricht der bereits beschriebenen Vorgehensweise bei der Umströmung um einen Zylinder in Kapitel 4.2.3. Für eine Bestimmung der Frequenzen ist das Frequenzspektrum des Geschwindigkeitsverlaufs  $v$  notwendig. Die Abbildungen 5.6 (a) und (b) zeigen exemplarisch die Geschwindigkeitsverläufe außer- und innerhalb des Lock-In Bereichs an einer Messstelle im Verlauf der Wirbelstraße. In Abbildung 5.6 (c) ist das Frequenzspektrum des Geschwindigkeitsverlaufs aus Abbildung 5.6 (a) zu sehen. Eine Übersicht der auftretenden Frequenzen des Verlaufs aus Abbildung 5.6 (b) stellt Abbildung 5.6 (d) dar.

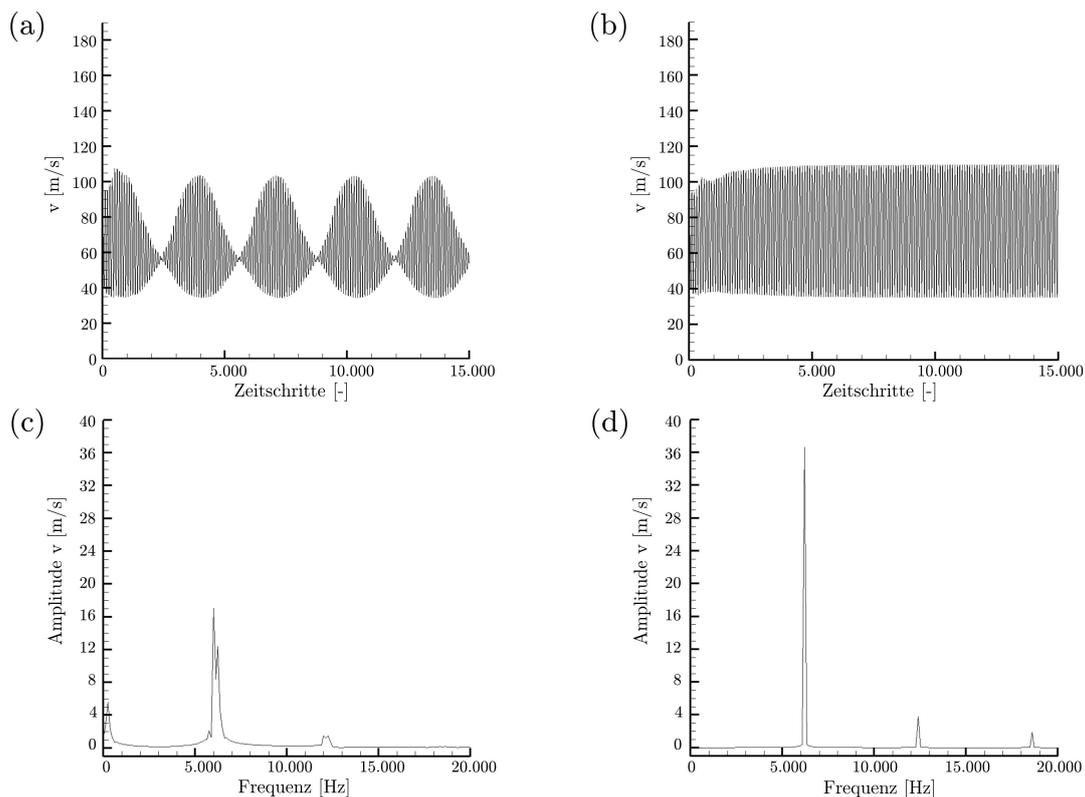


Abbildung 5.6.: Geschwindigkeitsverläufe in y-Richtung hinter dem T106C Profil außerhalb (a) und innerhalb (b) des Lock-In Bereichs sowie das jeweilige Frequenzspektrum (c) und (d)

Durch einen Vergleich der Geschwindigkeitsverläufe in Abbildung 5.6 (a) und (b) wird deutlich, dass eine Einteilung in Lock-In und kein Lock-In theoretisch bereits anhand der Verläufe möglich ist. Beim Angleichen der Wirbelfrequenz an die Schwingungsfrequenz des Schaufelprofils entsteht eine periodische Schwingung mit maximaler Amplitude, wohingegen außerhalb von Lock-In eine Schwebung zu beobachten ist. Die Schwebung in Abbildung 5.6 (a) deutet auf Frequenzen im System hin, die sich in ihrer Frequenz nur im geringen Maße unterscheiden. Die resultierenden Frequenzspektren bestätigen diese Beobachtung. Außerhalb von Lock-In treten zwei dominante Schwingungen auf. Die Wirbelfrequenz unterscheidet sich von der Frequenz der angeregten Schwingung (Abbildung 5.6 (c)). Beim Lock-In ist lediglich eine dominante Frequenz in Abbildung 5.6 (d) zu verzeichnen.

Eine visuelle Betrachtung der Wirbelstraße zeigen Abbildungen 5.7 (a) und (b). Der Verlauf der Wirbelstraße außerhalb des Lock-In Bereich in Abbildung 5.7 (a) ähnelt dem Verlauf bei einer fixierten Schaufel, die bereits in Abbildung 5.3 (a) betrachtet wurde. Beim Auftreten von Lock-In werden die Wirbel in der Nähe der Hinterkante des Profils breiter.

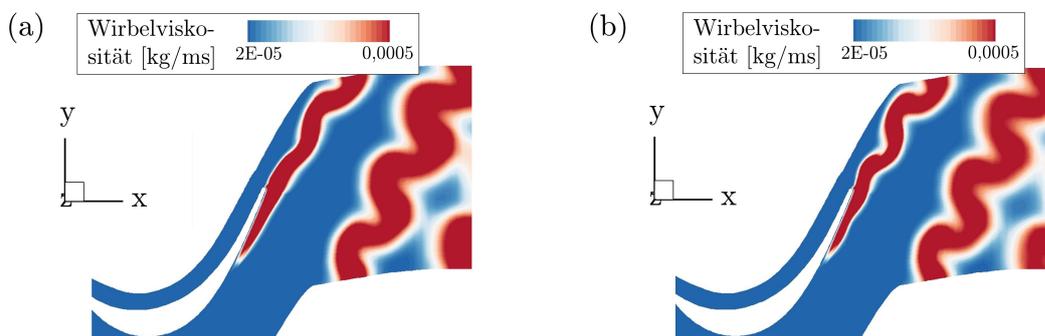


Abbildung 5.7.: Verlauf der Wirbelstraße außerhalb (a) und innerhalb b des Lock-In Bereichs

Abschließend wird die Breite des Lock-In Bereichs bei verschiedenen Amplituden untersucht. In Abbildung 5.8 ist die Kategorisierung von Lock-In und kein Lock-In für drei Testreihen bei einer Reynoldszahl  $Re_{2th}$  von 80.000 zu sehen. Die Testreihen unterscheiden sich jeweils in der anregenden Amplitude. Es wird deutlich, dass der Lock-In Bereich mit ansteigender Amplitude, ähnlich wie bei den Ergebnissen des Zylinders in Kapitel 4.2.3, breiter wird. Eine genaue Festlegung der Grenzen wird auch an dieser Stelle nicht vorgenommen.

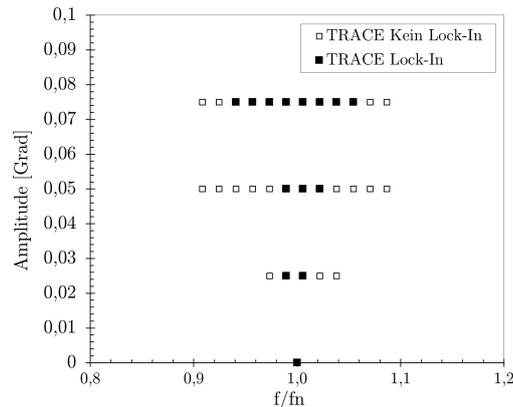


Abbildung 5.8.: Lock-In Bereich für ein T106C Profil bei  $Re_{2th} = 80.000$

### 5.4.3. Instationäre Strömung um ein T106C-Profil mit FSI

Zunächst wird die Schwingungsantwort bei einer voll gekoppelten numerischen Simulation im Auslegungspunkt bei einer Reynoldszahl von 80.000 betrachtet. Abbildung 5.9 (a) veranschaulicht die durch die aerodynamisch wirkenden Kräfte angefachten Schwingungen ohne und in Abbildung 5.9 (b) mit einer entgegenwirkenden Kraft.

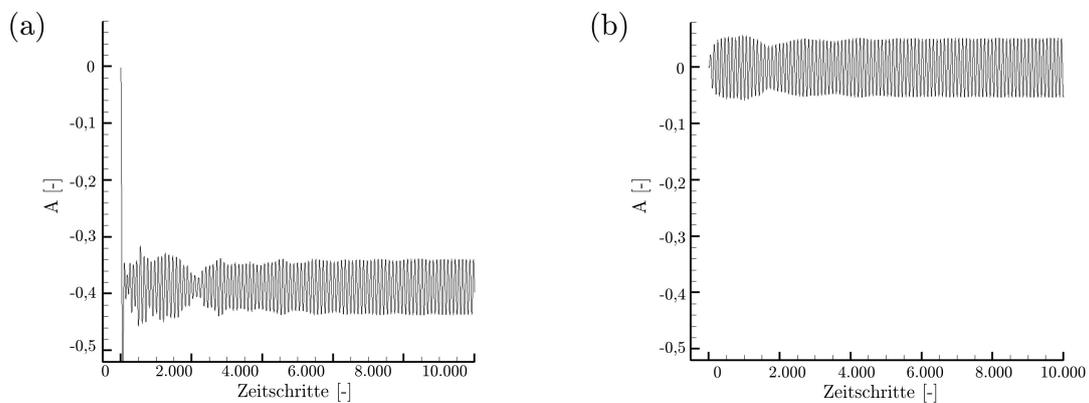


Abbildung 5.9.: Amplitudenverlauf ohne ausgleichende (a) und mit ausgleichender Kraft (b) bei  $Re_{2th} = 80.000$

Das Profil ist gemäß der eingeführten Torsionseigenmode aus Abbildung 5.1 (b) frei um den Drehpunkt drehbar. Ohne eine entgegenwirkende Kraft dreht sich die Schaufel zunächst um ca.  $0,38^\circ$  in negativer Richtung und beginnt dann um diesen

Punkt zu oszillieren (siehe Abbildung 5.9 (a)). Für die Auslenkungen im Auslegungspunkt werden jedoch Schwingungen um den Nullpunkt nach Abbildung 5.9 (b) angestrebt. Dazu muss eine ausgleichende Kraft definiert werden. Die im Grundlagenteil (Kapitel 2.3.7) eingeführte Bewegungsgleichung 2.18 ist deshalb mit der Kraft  $F_{offset}$  zu erweitern. Mit der zusätzlichen Kraft ergibt sich Gleichung 5.4.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + d \frac{dx}{dt} + kx = F_{Aero} - F_{offset} \quad (5.4)$$

Die Möglichkeit der Definition einer ausgleichenden Kraft  $F_{offset}$  ist bereits in TRACE implementiert. Sie lässt sich mit einer stationären Simulation berechnen. Für diesen Testfall ergibt sich einzustellender Wert von  $F_{offset} = -6,0558 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2/\text{s}^2$ .

Durch Simulationen der weiteren Betriebspunkte ergibt sich die Abhängigkeit der abgehenden Wirbelfrequenz  $f$  von der Reynoldszahl in Abbildung 5.10 (a). Neben dem Verlauf der Wirbelfrequenzen eines frei schwingenden Profils, sind die Werte einer fixierten Schaufel aus Kapitel 5.4.1 in Abbildung 5.10 (a) integriert. Die gestrichelte Linie zeigt den theoretischen Verlauf bei einer konstanten Strouhalzahl. Die Wirbelfrequenz bei der FSI-Rechnung steigt ebenfalls zunächst bis zu einer Reynoldszahl von ungefähr 77.700 linear an. Es kommt anschließend zum Lock-In bei einer Frequenz von ca. 6.156 Hz. Es ist sowohl ein „locked up“ auch ein „locked down“ Zustand festzustellen. Am Ende des Lock-In Bereichs springt die Frequenz wieder auf den Wert einer konstanten Strouhalzahl. Die Wirbelfrequenzen liegen in der Folge mit einem geringen Abstand über den Wirbelfrequenzen bei einer fixierten Schaufel. Einer Sonderrolle kommt bei den FSI-Simulationen wieder dem Betriebspunkt mit einem statischen Druck von 5.400 Pa zu. Die Wirbelfrequenz liegt im Bereich der Frequenz bei einem fixierten Profil, jedoch über den Werten einer konstanten Strouhalzahl.

In Abbildung 5.10 (b) ist die maximale Amplitude der konvergierten numerischen Berechnungen in Abhängigkeit von  $Re_{2th}$  illustriert. Es ist festzustellen, dass die Amplituden bei steigender Wirbelfrequenz in einem geringen Maße zunehmen. Bis zur maximalen Amplitude bei einer Reynoldszahl von ca. 80.000 ist der Anstieg der Amplituden exponentiell. Anschließend gehen die Ausschläge der Vibrationen

## 5. Realer Testfall

stark zurück. Auch der abfallende Verlauf kann durch eine exponentielle Funktion beschrieben werden. Davon ausgenommen ist die resultierende Amplitude bei einem statischen Druck von 5.400 Pa, die in dem betrachteten Bereich als die geringste Amplitude ausfällt. Die maximalen Ausschläge sind im Lock-In Bereich zu beobachten.

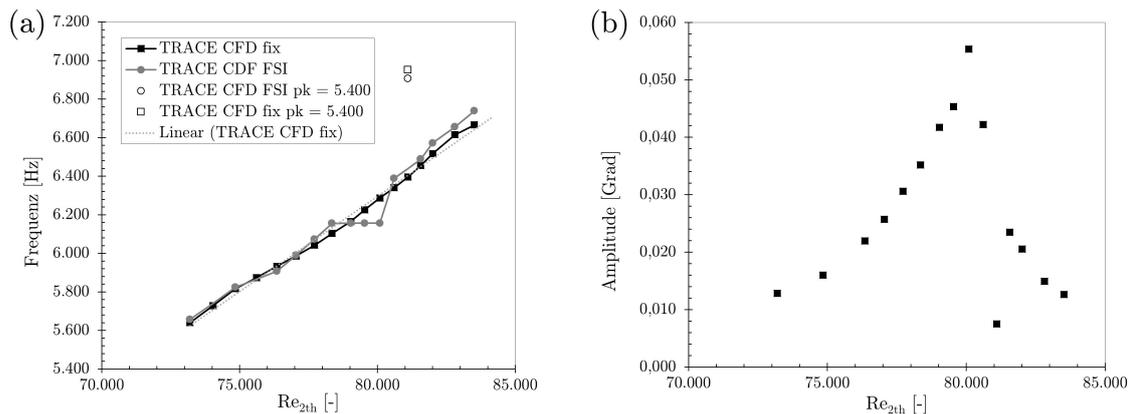


Abbildung 5.10.: Wirbelfrequenzen (a) sowie Schwingungsamplitude eines T106C Profils (b) resultierend aus numerischen Berechnungen mit FSI

Auch wenn die hier diskutierten Ergebnisse auf theoretischen Annahmen der strukturellen Verformung basieren, so sind sie mit den generellen Erkenntnissen bei einem frei schwingenden Zylinder bzgl. des Auftretens eines Lock-In Bereichs und der resultierenden Schwingungsamplituden vergleichbar. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die numerischen Berechnungen mit TRACE auch bei der Umströmung eines Schaufelprofils für die Analyse des Lock-In Phänomens herangezogen werden können.

# 6. Zusammenfassung und Ausblick

## 6.1. Zusammenfassung

Das Ergebnis dieser Arbeit ist die vollständige Erfassung der instationären Wechselwirkungen von aerodynamischen, aeroakustischen und aeroelastischen Phänomenen sowie die Bestimmung entsprechender Lock-In Bereiche durch numerische Simulationen mit TRACE. Anhand der vorgestellten Vorgehensweise bei der numerischen Berechnung und der anschließenden Auswertung im Postprocessing lassen sich nun Lock-In Bereiche und die daraus resultierenden hohen Schwingungsamplituden der Struktur ableiten.

Basierend auf den Erläuterungen und Erkenntnissen vorangegangener Forschungsarbeiten konnten zunächst die charakteristischen Eigenschaften der nicht synchronen Vibrationen in Turbomaschinen herausgearbeitet werden. Da sich die NSV unter anderem durch eine dominante Frequenz und starke Vibrationen von anderen aeroelastischen Phänomenen unterscheiden, wurde der Schwerpunkt bei der Auswahl der Testfälle auf ein zu erwartendes Lock-In der Frequenzen sowie hohe Schwingungsamplituden der Struktur gelegt.

In einem ersten Schritt erfolgte die Betrachtung der Instationaritäten bei einer Zylinderumströmung mit einer Kopplung von Fluid und Struktur. Durch eine Simulation dieses bereits gut erforschten Testfalls mit anschließender Validierung konnte die gute Vorhersagegenauigkeit in Bezug auf die Breite des Lock-In Bereichs und die entstehenden Schwingungen mit TRACE bestätigt werden.

Der zweite Testfall einer fixierten ebenen Platte ohne Auslenkung in einem Windkanal hat den aeroakustischen Einfluss auf die Frequenz einer Wirbelstraße aufgezeigt. Der resultierende Lock-In Bereich ließ sich mit den beiden in dieser Arbeit verwendeten Turbulenzmodellen, Menter SST  $k-\omega$  Modell sowie  $k-\omega$  Modell nach Wilcox, berechnen. Die Abweichungen zu den experimentellen Vergleichsdaten fielen mit der Verwendung des Menter SST  $k-\omega$  Turbulenzmodell geringer aus.

Abschließend erfolgte die Simulation eines realen Schaufelprofils T106C einer NDT. Durch eine Kopplung des Menter SST  $k-\omega$  Turbulenzmodells mit dem  $\gamma-Re_\theta$  Tran-

sitionsmodell wurde zunächst die Ablöseblase auf der Saugseite des Profils und die Wirbelstraße im Nachlauf des Profils in einem Betriebspunkt berechnet. Basierend auf den Erkenntnissen der akademischen Testfälle und unter der Annahme einer Torsionsmode war ein Lock-In mit maximalen Amplituden innerhalb des Lock-In Bereichs festzustellen.

Trotz einiger vereinfachender Annahmen sowie der mit instationären Strömungen verbundenen Komplexität, konnte gezeigt werden, dass numerische Berechnungen von Strömungsphänomenen, die mit NSV assoziiert werden, mit den bereits implementierten Turbulenz- und Transitionsmodellen in TRACE möglich sind.

### 6.2. Ausblick

Im Rahmen der Grunduntersuchungen in dieser Arbeit wurde sinnvollerweise eine Beschränkung auf numerische Simulationen von selbstinduzierten Strömungsoszillationen an einfachen Testfällen im zwei- und quasi-dreidimensionalen Raum vorgenommen. In einem nächsten Schritt wäre beispielsweise die Betrachtung einer rotierenden Schaufel aufschlussreich. Für eine Vergleichbarkeit zukünftiger Simulationsergebnisse werden jedoch präzise Messungen von Turbulenzen, Transitionen und Sekundärströmungseffekten benötigt. Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen würden zum einen zu einem erweiterten wissenschaftlichen sowie technischen Kenntnisstand beitragen, als auch zu einer verbesserten Vorhersagegenauigkeit in Bezug auf NSV von TRACE führen.

Um möglichst alle relevanten physikalischen Einflüsse des Strömungsfelds zu erfassen und somit das Verständnis der Instationaritäten zu vertiefen, wurden die nichtlinearen, instationären Berechnungen im Zeitbereich durchgeführt. Für einen möglichen Einsatz in der Industrie ist der Einsatz von zeitlich effizienteren Methoden anzustreben. Denkbar wäre der Einsatz der Harmonic-Balance Methode, bei der die Strömungsgleichungen in den Frequenzbereich transformiert werden und sich somit der zeitliche Aufwand reduzieren lässt. Dieses Vorgehen erfordert aber ein tieferes Verständnis des Anwenders, weil die relevanten Frequenzen nicht a priori bekannt und die Ergebnisse folglich nicht mehr so einfach zu interpretieren sind.

# Abbildungsverzeichnis

2.1. Aufbau eines TL-Triebwerks [22] (a) sowie konstruktive Ausführung von Rotor und Stator mit Leitschaufelverstellung [23] (b) . . . . .	5
2.2. Das aerolastische Dreieck nach Collar, 1946 (in Anlehnung an [7]) .	7
2.3. Messergebnisse an der ersten Stufe eines Verdichters basierend auf [26] (a) sowie hypothetisches Campbell-Diagramm nach [30] (b) . .	9
2.4. Prozesskette von TRACE nach [58] . . . . .	11
2.5. Schema von ein- und ausströmenden Flüssen an einem Kontrollvolumen [30] . . . . .	13
2.6. Gitternetz-Zelltypen nach [62] . . . . .	16
2.7. Strukturierte und unstrukturierte Vernetzung . . . . .	16
4.1. Strukturiertes Netz um den Zylinder . . . . .	33
4.2. Charakteristische Abmessungen der Wirbel hinter dem Zylinder bei $Re = 40$ . . . . .	34
4.3. Wirbelstärke bei $Re = 100$ (a) und $Re = 200$ (b) sowie zeitlicher Verlauf von $c_A$ und $c_W$ bei $Re = 100$ (c) und $Re = 200$ (d) . . . . .	36
4.4. Geschwindigkeitsverläufe in y-Richtung hinter dem Zylinder (a) sowie Frequenzspektrum (b) bei $Re = 100$ . . . . .	37
4.5. Abhängigkeit der Strouhalzahl (a) sowie des Auftriebsbeiwerts (b) von der Reynoldszahl bei der Anströmung eines fixierten Zylinders .	38
4.6. Lock-In Bereich für einen quer zu Strömung oszillierenden Zylinder bei $Re = 100$ . . . . .	41
4.7. Geschwindigkeitsverläufe in y-Richtung hinter dem Zylinder bei $Re = 100$ außerhalb (a) und innerhalb (b) des Lock-In Bereichs . . . . .	42
4.8. Zylinder mit einem Freiheitsgrad gekoppelt mit Feder und Dämpfer	43
4.9. Wirbelfrequenzen (a) sowie Schwingungsamplitude eines Zylinders (b) mit $m^* = 5$ und $\zeta = 0$ für Reynoldszahlen 70 bis 200 . . . . .	48
4.10. Modale Verschiebung in y-Richtung bei $Re = 65$ (a), $Re = 100$ (b), $Re = 115$ (c) sowie $Re = 200$ (d) für $m^* = 5$ und $\zeta = 0$ . . . . .	49
4.11. Wirbelstärke bei $Re = 100$ für einen (a) fixierten Zylinder sowie mit (b) FSI $m^* = 5$ und $\zeta = 0$ . . . . .	50

4.12. Schematische Darstellung des Q3D Testfalls einer ebenen Platte im Windkanal . . . . .	54
4.13. Strukturiertes Netz um die ebene Platte mit halbkreisförmiger Hinterkante (a) und rechteckiger Hinterkante (b) . . . . .	54
4.14. Geschwindigkeitsverläufe in y-Richtung hinter der ebene Platte (a) sowie Frequenzspektrum (b) bei einer Anströmgeschwindigkeit von 29 m/s . . . . .	57
4.15. Abhängigkeit der Wirbelfrequenz von der Anströmgeschwindigkeit in Kombination mit der erzeugten akustischen Resonanz bei einer Platte mit halbkreisförmiger Hinterkante . . . . .	58
4.16. Abhängigkeit der Wirbelfrequenz von der Anströmgeschwindigkeit in Kombination mit der erzeugten akustischen Resonanz bei einer Platte mit rechteckiger Hinterkante . . . . .	59
4.17. Verlauf der Wirbelstraße außer- (a) sowie innerhalb (b) des Lock-In Bereichs bei einer ebenen Platte mit halbkreisförmiger Hinterkante	60
4.18. Druckdifferenz zu einer zeitgemittelten Druckverteilung außer- (a) sowie innerhalb (b) des Lock-In Bereichs . . . . .	61
4.19. Schematische Darstellung der Entnahme der Druckverteilung in x- und y-Richtung . . . . .	62
4.20. Verteilung der Druckdifferenz in x-Richtung unter und über der Platte im Lock-In Bereich zum Zeitpunkt $t_0$ (a) sowie $t_1 = t_0 + \pi$ (b) und außerhalb des Lock-In Bereichs zum Zeitpunkt $t_0$ (c) sowie $t_1 = t_0 + \pi$ (d) . . . . .	63
4.21. Verteilung der Druckdifferenz in y-Richtung vor und hinter der Platte im Lock-In Bereich zum Zeitpunkt $t_0$ (a) sowie $t_1 = t_0 + \pi$ (b) und außerhalb des Lock-In Bereichs zum Zeitpunkt $t_0$ (c) sowie $t_1 = t_0 + \pi$ (d) . . . . .	64
5.1. Strukturiertes Netz um das T106C Profil (a) sowie Auslenkung der Torsionseigenmode (b) . . . . .	68
5.2. Verteilung der isentropen Machzahl bei $Re_{2th} = 80.000$ (a) sowie $Re_{2th} = 160.000$ (b) . . . . .	70
5.3. Verlauf der Wirbelstraße bei $Re_{2th} = 80.000$ (a) sowie $Re_{2th} = 160.000$ (b) . . . . .	71

---

5.4.	Geschwindigkeitsverlauf in y-Richtung hinter dem T106C Profil (a) sowie Frequenzspektrum (b) bei $p_k = 5.750$ Pa . . . . .	72
5.5.	Abhängigkeit der Wirbelfrequenz von der Reynoldszahl $Re_{2th}$ . . . . .	73
5.6.	Geschwindigkeitsverläufe in y-Richtung hinter dem T106C Profil außerhalb (a) und innerhalb (b) des Lock-In Bereichs sowie das jeweilige Frequenzspektrum (c) und (d) . . . . .	74
5.7.	Verlauf der Wirbelstraße außerhalb (a) und innerhalb b des Lock-In Bereichs . . . . .	75
5.8.	Lock-In Bereich für ein T106C Profil bei $Re_{2th} = 80.000$ . . . . .	76
5.9.	Amplitudenverlauf ohne ausgleichende (a) und mit ausgleichender Kraft (b) bei $Re_{2th} = 80.000$ . . . . .	76
5.10.	Wirbelfrequenzen (a) sowie Schwingungsamplitude eines T106C Profils (b) resultierend aus numerischen Berechnungen mit FSI . . . . .	78

# Tabellenverzeichnis

2.1. Charakterisierung der Strömung anhand der Machzahl nach [20] . . .	25
4.1. Einteilung der charakteristischen Strömungen um einen Zylinder für Re < 260 [68] . . . . .	31
4.2. Farfield Randbedingungen für den fixierten Zylinder (2D) . . . . .	33
4.3. Experimentelle und numerische Ergebnisse für Re = 40 . . . . .	35
4.4. Farfield Randbedingungen und Schwingungsparameter für den Zy- linder (2D) mit vorgeschriebener Bewegung . . . . .	40
4.5. Farfield Randbedingungen und FSI Parameter für den Zylinder mit einem Freiheitsgrad gekoppelt mit Feder und Dämpfer . . . . .	46
4.6. Randbedingungen am Ein- und Auslass des Windkanals (Q3D) . . .	56
5.1. Charakteristische Parameter des T106C Profils . . . . .	67
5.2. Randbedingungen für das T106C Turbinengitter . . . . .	69
A.1. Thermodynamischen Ebenen in Anlehnung an das LTH [23] . . . .	92
C.1. Einteilung der charakteristischen Strömungen um einen Zylinder in Abhängigkeit von der Reynoldszahl [68] . . . . .	96

# Literaturverzeichnis

- [1] P. Anagnostopoulos and P. W. Bearman. *Response Characteristics of a Vortex-Excited Cylinder at Low Reynolds Numbers*. Journal of Fluids and Structures, 6(1): 39-50, 1992.
- [2] G. Ashcroft, C. Frey, and H.-P. Kersken. *On the Development of a Harmonic Balance Method for Aeroelastic Analysis*. Proceedings of the 6th. European Conference on Computational Fluid Dynamics - ECFD VI, 2014.
- [3] G. Ashcroft, C. Frey, H.-P. Kersken, and C. Weckmueller. *Advanced Numerical Methods for the Prediction of Tonal Noise in Turbomachinery Part I: Implicit Runge-Kutta Schemes*. ASME Journal of Turbomachinery, 136(2): 021003, 2014.
- [4] M. Baumgartner, F. Kameier, and J. Hourmouziadis. *Non-Engine Order Blade Vibration in a High Pressure Compressor*. 12th International Symposium on Airbreathing Engines, 1995.
- [5] F. M. Besem. *Aeroelastic Instabilities due to Unsteady Aerodynamics*. Dissertation, Department of Mechanical Engineering and Material Science in the Graduate School of Duke University, 2015.
- [6] F. Bigoni, R. Maffulli, T. Arts, and T. Verstraete. *Metamodel-Assisted Optimization of a High-Lift Low Pressure Turbine Blade*. ASME Journal of Turbomachinery, GT2017-63991, 2017.
- [7] R. Bisplinghoff, H. Ashley, and R. Halfman. *Aeroelasticity*. Dover Books on Aeronautical Engineering, Dover Publications, 1996.
- [8] J. Blazek. *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*. Elsevier Science, 2001.
- [9] W. J. G. Bräunling. *Flugzeugtriebwerke: Grundlagen, Aero-Thermodynamik, Kreisprozesse*. 3. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.

- [10] M. Constanceau and R. Bouard. *Experimental Determination of the Main Features of Viscous Flow in the Wake of a Circular Cylinder in Uniform Translation Steady Flow*. Journal of Fluid Mechanics, 79(2): 231-256, 1977.
- [11] Y. El-Alini, R. de Laneuville, V. Soner, and V. Capeco. *High Cycle Fatigue of Turbomachinery Components - Industry Perspectives*. AIAA 97-3365, 1997.
- [12] J. H. Ferziger and M. Peric. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. 3. Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2002.
- [13] H. W. Försching. *Grundlagen der Aeroelastik*. 1. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1974.
- [14] J. E. Fromm. *A Method for Reducing Dispersion in Convective Difference Schemes*. Journal of Computational Physics, 3(2): 176-189, 1968.
- [15] J. Gan, H.-S. Im, and G.-C. Zha. *Numerical Examination of Lock-In Hypothesis of Non-Synchronous Vibration in an Axial Compressor*. Proceedings of ASME Turbo Expo 2017, Charlotte, North Carolina, 2017.
- [16] M. E. Goldstein. *Aeroacustics*. McGraw-Hill Inc., 1976.
- [17] D. Hänel. *Mathematische Strömungslehre I+II*. Aerodynamisches Institut der RWTH Aachen, 2003.
- [18] A. K. Hellsten. *New Advanced kw Turbulence Model for High-Lift Aerodynamics*. AIAA Journal, 43(9): 1857-1869, 2005.
- [19] C. Hirsch. *Numerical Computation of Internal and External Flows, Band 1*. 2. Auflage - Great Britain: Butterworth-Heinemann, 2007.
- [20] Jr. J. D. Anderson. *Modern Compressible Flow*. 2. Auflage, McGraw-Hill Publishing Company, 1990.
- [21] N. Jauvtis and C. H. K. Williamson. *Vortex-Induced Vibration of a Cylinder With Two Degrees of Freedom*. Journal of Fluids and Structures, 17(7): 1035-1042, 2003.
- [22] P. Jeschke. *Grundlagen der Turbomaschinen*. Institut für Strahlantriebe und Turboarbeitsmaschinen der RWTH Aachen, 2014.

- [23] P. Jeschke. *Luftfahrtantriebe I und II*. Institut für Strahlantriebe und Turboarbeitsmaschinen der RWTH Aachen, 2015.
- [24] H.-P. Kersken, G. Ashcroft, and C. Frey. *A Hybrid Mesh Harmonic Balance Solver for The Aeroelastic Analysis of Turbomachinery*. ECCOMAS Congress 2016, 2016.
- [25] A. Khalak and C. H. K. Williamson. *Dynamics of a Hydroelastic Cylinder With Very Low Mass and Damping*. Journal of Fluids and Structures, 10(5): 455-472, 1996.
- [26] R. E. Kielb, J. P. Thomas, J. W. Barter, and K. C. Hall. *Blade Excitation by Aerodynamics Instabilities - A Compressor Blade Study*. Proceedings of ASME Turbo Expo 2003, Atlanta, Georgia, 2003.
- [27] W. Koch. *Resonant Acoustic Frequencies of Flat Plate Cascades*. Journal of Sound and Vibration 88(2), 233-242, 1983.
- [28] G. Koopman. *The Vortex Wakes of Vibrating Cylinders at Low Reynolds Numbers*. Journal of Fluid Mechanics, 28(3): 501-512, 1962.
- [29] D. Kožulović. *Modellierung des Grenzschichtumschlags bei Turbomaschinenströmungen unter Berücksichtigung mehrerer Umschlagsarten*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2007.
- [30] E. Laurien and H. Oertel jr. *Numerische Strömungsmechanik, Grundgleichungen und Modelle - Lösungsmethoden - Qualität und Genauigkeit*. 3. Auflage, Vieweg+Teubner Verlag, 2009.
- [31] R. Löhner and C. Yang. *Improved Ale Mesh Velocities for Moving Bodies*. Communications in Numerical Methods in Engineering, 12(10): 599-608, 1996.
- [32] V. Marciniak. *Phenomenological Transition Modelling for Turbomachinery Flows*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2016.
- [33] M. McMullen, A. Jameson, and J. Alonso. *Application of a Non-Linear Frequency Domain Solver to the Euler and Navier-Stokes Equations*. In 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2002.

- [34] F. R. Menter. *Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications*. AIAA Journal, 32(8): 1598-1605, 1994.
- [35] J. Michálek, M. Monaldi, and T. Arts. *Aerodynamic Performance of a Very High Lift Low Pressure Turbine Airfoil (T106C) at Low Reynolds and High Mach Number With Effect of Free Stream Turbulence Intensity*. ASME Journal of Turbomachinery, 136(2): 061009-061009-10, 2012.
- [36] C. Norberg. *Flow Around a Circular Cylinder: Aspects of Fluctuating Lift*. Journal of Fluids and Structures, 15(3): 459-469, 2001.
- [37] H. Oertel, M. Böhle, and U. Dohrmann. *Strömungsmechanik: Grundlagen, Grundgleichungen, Lösungsmethoden*. 4. Auflage, Vieweg+Teubner Verlag, 2006.
- [38] R. Pacciani and E. Spano. *Numerical Investigation of the Effect of Roughness and Passing Wakes on LP Turbine Blades Performance*. ASME Journal of Turbomachinery, GT2006-90221, pp. 1713-1722, 2006.
- [39] R. Parker. *Resonance Effects in Wake Shedding From Parallel Plates: Some Experimental Observations*. Journal of Sound and Vibration, 4(1): 62-72, 1966.
- [40] R. Parker. *Resonance Effects in Wake Shedding From Parallel Plates: Calculation of Resonant Frequencies*. Journal of Sound and Vibration, 5(2): 33-343, 1967.
- [41] A. R. Paschedag. *CFD in der Verfahrenstechnik*. 1. Auflage, Wiley-VCH, 2004.
- [42] C. Pfleiderer and H. Petermann. *Strömungsmaschinen*. 7. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [43] S. B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [44] J. E. Rengel and S. H. Sphaier. *A Projection Method for Unsteady Navier-Stokes Equation With Finite Volume Method and Collocated Grid*. Hybrid Methods in Engineering, 1: 339-363, 1999.
- [45] H. Schlichting. *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill Book Company, 1960.

- [46] S. Schmitt. *Simulation von Flattern und aerodynamischer Zwangserregung in Turbomaschinenbeschaufelungen*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2003.
- [47] W. Schröder. *Fluidmechanik*. Band 7, Aachener Beiträge zur Strömungsmechanik, Aachen, 2014.
- [48] M. Schwarze. *Numerische Simulation hochbelasteter Niederdruckturbinen unter besonderer Berücksichtigung periodisch instationärer Zuströmung*. Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 2012.
- [49] D. Shiels, A. Leonard, and A. Roshko. *Flow-Induced Vibrations of a Circular Cylinder at Limiting Structural Parameters*. *Journal of Fluids and Structures*, 15(1): 3-21, 2001.
- [50] M. A. Spiker. *Development of an Efficient Design Method for Non-Synchronous Vibrations*. Dissertation, Department of Mechanical Engineering and Material Science in the Graduate School of Duke University, 2008.
- [51] V. Strouhal. *Über eine besondere Art der Tonanregung*. *Annalen der Physik und Chemie*, Band 5: 216-251, 1878.
- [52] J. Thomassin, H. D. Vo, and N. W. Mureithi. *Blade Tip Clearance Flow and Compressor NSV: The Jet Core Feedback as the Coupling Mechanism*. Proceedings of the ASME Turbo Expo 2007, Montreal, Canada, 2007.
- [53] J. Thomassin, H. D. Vo, and N. W. Mureithi. *Experimental Demonstration of the Tip Clearance Flow Resonance Behind Compressor Non-Synchronous Vibration*. Proceedings of ASME Turbo Expo 2008, Berlin, Germany, 2008.
- [54] D. J. Tritton. *Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers*. *Journal of Fluid Mechanics*, 6(4):547-567, 1959.
- [55] [www.trace-portal.de/userguide/trace/page\\_transitionGammaReTheta.html](http://www.trace-portal.de/userguide/trace/page_transitionGammaReTheta.html). *Gamma-ReTheta transition model*. abgerufen am 21.11.2017, 17:10 Uhr.
- [56] [www.trace-portal.de/userguide/trace/page\\_turbulenceModelExtensions.html](http://www.trace-portal.de/userguide/trace/page_turbulenceModelExtensions.html). *Modification of the Turbulence Model's Stagnation Point Behaviour*. abgerufen am 13.07.2017, 09:40 Uhr.

- [57] [www.trace-portal.de/userguide/trace/page\\_Wilcox.html](http://www.trace-portal.de/userguide/trace/page_Wilcox.html). *Wilcox k-w*. abgerufen am 10.08.2017, 11:15 Uhr.
- [58] [www.trace-portal.de/wiki/index.php/Main\\_Page](http://www.trace-portal.de/wiki/index.php/Main_Page). *Simulation Process*. abgerufen am 07.07.2017, 16:20 Uhr.
- [59] [www.trace-portal.de/wiki/index.php/Real\\_Fluid\\_Modelling](http://www.trace-portal.de/wiki/index.php/Real_Fluid_Modelling). *Real Fluid Modelling*. abgerufen am 20.06.2017, 16:34 Uhr.
- [60] P. v. Böckh. *Fluidmechanik - Einführendes Lehrbuch*. 2. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004.
- [61] W. v. Heesen. *Abnormal High-Level Tonal Noise in Axial-Flow Fans*. AIAA Paper 98-2253, 319-329, 1998.
- [62] D. Veit. *Simulation in der Textiltechnik, Computational Fluid Dynamics*. Aachen, RWTH Aachen, Vorlesungsskript, 2009.
- [63] J. B. V. Wanderley, G. H. B. Souza, S. H. Sphaier, and C. Levi. *Vortex-Induced Vibration of an Elastically Mounted Circular Cylinder Using an Upwind TVD Two-Dimensional Numerical Scheme*. *Ocean Engineering*, 35(14): 1533-1544, 2008.
- [64] M. C. Welsh, A. N. Stokes, and R. Parker. *Flow-Resonant Sound Interaction in a Duct Containing a Plate, Part I: Semi-Circular Leading Edge*. *Journal of Sound and Vibration*, 95(3): 305-323, 1984.
- [65] T. Westermann. *Mathematik für Ingenieure - Ein anwendungsorientiertes Lehrbuch*. 6. Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [66] D. C. Wilcox. *Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models*. *AIAA Journal*, 26(11): 1299-1310, 1988.
- [67] C. H. K. Williamson. *Defining a Universal and Continuous Strouhal-Reynolds Number Relationship for the Laminar Vortex Shedding of a Circular Cylinder*. *Physics of Fluids*, 31: 2742-2744, 1988.
- [68] M. M. Zdravkovich. *Flow Around Circular Cylinders, Volume 1: Fundamentals*. Oxford University Press, 1997.



## A. Thermodynamische Ebenen

Tabelle A.1.: Thermodynamischen Ebenen in Anlehnung an das LTH [23]

Kurzzeichen	Ebenenbezeichnung
0	Zustand vor dem Triebwerk
1	Engster Einlaufquerschnitt
2	Eintritt in die erste Verdichterstufe
21	Austritt innerer Fan/Niederdruckverdichter
22	Eintritt Mitteldruckverdichter
23	Austritt Mitteldruckverdichter
24	Eintritt Hochdruckverdichter
3	Austritt Hochdruckverdichter
31	Eintritt Brennkammer
4	Eintritt Hochdruckturbine (vor Leitrad)
41	Eintritt Hochdruckturbine (nach Leitrad)
42	Austritt Hochdruckturbine
43	Eintritt Mitteldruckturbine
44	Austritt Mitteldruckturbine
45	Eintritt Niederdruckturbine
5	Austritt letzte Turbinenstufe
51	Eintritt heißer Strom in Mischraum
6	Eintritt Nachbrenner
7	Eintritt Schubdüse
8	Engster Querschnitt Schubdüse
9	Austritt Schubdüse
12	Eintritt äußerer Fan
13	Austritt äußerer Fan
15	Eintritt Nebenstrom in Mischraum
17	Eintritt Nebenstromschubdüse
18	Engster Querschnitt Nebenstromschubdüse
19	Austritt Nebenstromschubdüse

## B. Navier-Stokes-Gleichungen in TRACE

TRACE löst die kompressiblen dreidimensionalen Navier-Stokes Gleichungen in einem rotierenden Koordinatensystem.

In Differentialform ergeben sich die URANS nach:

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{G}}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}}{\partial \zeta} = \left[ \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{G}}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}_v}{\partial \zeta} \right] + \hat{\mathbf{S}} \quad (\text{B.1})$$

Hier bezeichnet  $\hat{\mathbf{Q}} = (1/J) [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E]^T$  den Lösungsvektor und  $J$  die Jacobi-Matrix nach  $J = \partial(\xi, \eta, \zeta, t) / \partial(x, y, z, t)$ . Wenn die Rotationsachse mit der x-Achse zusammenfällt, besteht die Winkelgeschwindigkeit aus den Komponenten  $\boldsymbol{\Omega} = [\omega, 0, 0]^T$ . Die durch die Bewegung erzeugte Coriolis- und Zentrifugalkräfte sind im Term  $\hat{\mathbf{S}}$  zusammengefasst. Bei Vernachlässigung der Schwerkraft und anderer wirkenden Kräfte ergibt sich der Term nach:

$$\hat{\mathbf{S}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho\omega(y\omega + 2w) \\ \rho\omega(z\omega - 2v) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Hier sind  $y$  und  $z$  die kartesischen Koordinaten in  $y$ - and  $z$ -Richtung. Die nichtviskosen  $\hat{\mathbf{F}}$ ,  $\hat{\mathbf{G}}$ ,  $\hat{\mathbf{H}}$ , und viskosen Flussgrößen  $\hat{\mathbf{F}}_v$ ,  $\hat{\mathbf{G}}_v$ ,  $\hat{\mathbf{H}}_v$  sind

$$\hat{\mathbf{F}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ \rho U w + \xi_z p \\ (\rho E + p)U - \xi_t p \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{F}}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} + \xi_z \tau_{xz} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} + \xi_z \tau_{yz} \\ \xi_x \tau_{xz} + \xi_y \tau_{yz} + \xi_z \tau_{zz} \\ \xi_x b_x + \xi_y b_y + \xi_z b_z \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$$\hat{\mathbf{G}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho V u + \eta_x p \\ \rho V v + \eta_y p \\ \rho V w + \eta_z p \\ (\rho E + p)V - \eta_t p \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{G}}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} + \eta_z \tau_{xz} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} + \eta_z \tau_{yz} \\ \eta_x \tau_{xz} + \eta_y \tau_{yz} + \eta_z \tau_{zz} \\ \eta_x b_x + \eta_y b_y + \eta_z b_z \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho W u + \zeta_x p \\ \rho W v + \zeta_y p \\ \rho W w + \zeta_z p \\ (\rho E + p)W - \zeta_t p \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{H}}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta_x \tau_{xx} + \zeta_y \tau_{xy} + \zeta_z \tau_{xz} \\ \zeta_x \tau_{xy} + \zeta_y \tau_{yy} + \zeta_z \tau_{yz} \\ \zeta_x \tau_{xz} + \zeta_y \tau_{yz} + \zeta_z \tau_{zz} \\ \zeta_x b_x + \zeta_y b_y + \zeta_z b_z \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$\rho$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $p$ ,  $E$  beschreiben die derzeitige Dichte, die kartesischen Geschwindigkeitskomponenten, den statischen Druck und die spezifische totale Energie.  $E$  ist definiert als

$$E = \varepsilon + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) - \frac{1}{2} \omega_1^2 r^2 \quad (\text{B.6})$$

$\varepsilon$  ist die spezifische innere Energiedichte und  $r$  ergibt sich zu  $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ .

Der Druck wird durch das verwendete Gas-Modell in Beziehung zu den anderen thermodynamischen Größen gesetzt. Die Ausdrücke  $U$ ,  $V$  und  $W$  in den nichtvis-

---

kosen Flussgrößen sind die kontravarianten Geschwindigkeiten. Diese sind nach den Gleichungen B.7 bis B.9 definiert.

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w + \xi_t \quad (\text{B.7})$$

$$V = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w + \eta_t \quad (\text{B.8})$$

$$W = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w + \zeta_t \quad (\text{B.9})$$

Die Ausdrücke  $\tau_{ij}$  beschreiben die viskosen Reibungsterme und sind abhängig von den kartesischen Geschwindigkeitskomponenten nach Gleichung B.10.

$$\tau_{ij} = \mu \left[ \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (\text{B.10})$$

$\mu$  ist die dynamische molekulare Viskosität und  $\delta_{ij}$  das Kronecker-Delta. Die dynamische molekulare Viskosität ergibt sich nach dem Gesetz von Sutherland (Gleichung 2.8) in Abhängigkeit von der Temperatur. Die Ausdrücke  $b_j$  in B.3 bis B.5 setzen sich nach Gleichung B.11 zusammen.

$$b_j = u_i \tau_{ij} + \frac{1}{(\gamma - 1)} \mu \frac{\partial T}{\partial x_j}. \quad (\text{B.11})$$

# C. Charakteristika bei Zylinderumströmungen

Tabelle C.1.: Einteilung der charakteristischen Strömungen um einen Zylinder in Abhängigkeit von der Reynoldszahl [68]

Re	Bezeichnung	Charakteristika	Sr
< 5	Schleichende Strömung	vollständiges Anliegen der Strömung am Zylinder aufgrund von Zähigkeitskräften	-
5 - 50	Wirbelpaar stationär	erste Ablösungen sowie Bildung von zwei symmetrischen stationären Wirbeln	-
50 - 200	laminar Kármánsche Wirbelstraße	zunächst welliger Nachlauf, mit ansteigender Reynoldszahl bilden sich laminare Wirbel	<0,2
200 - 260	Umschlag lam./turb. im Nachlauf	Wirbel werden im Verlauf der Wirbelstraße turbulent und es treten erste dreidimensionale Strömungsstrukturen auf	≈ 0,2
260 - 1 · 10 <sup>3</sup>	Umschlag lam/turb im-Totwasser	Wirbel entstehen direkt durch Ablösung am Zylinder und werden bereits in der Bildungsphase turbulent. Die Wandgrenzschicht sowie die sich vom Zylinder lösende Scherschicht bleiben laminar	≈ 0,2
1 · 10 <sup>3</sup> - 2 · 10 <sup>5</sup>	unterkritisch Umschlag lam/turb in Scherschicht	Umschlagpunkt von laminar zu turbulent ist bereits in Scherschichten zu finden. Grenzschichten am Zylinder bleiben laminar.	0,2
2 · 10 <sup>5</sup> - 4 · 10 <sup>5</sup>	kritisch Umschlag über Blase	Beginn der Transition erreicht den Ablösepunkt in der Grenzschicht	0,2 - 0,5
4 · 10 <sup>5</sup> - 1 · 10 <sup>6</sup>	überkritisch Umschlag lam/turb direkt	endgültige Ablösung erfolgt turbulent weit auf der Zylinderrückseite	0,5

# Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere hiermit an Eides Statt, dass ich die vorliegende Masterarbeit mit dem Titel

**„Numerische Vorhersage nicht synchroner Schwingungsphänomene in Turbomaschinen“**

selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt. Für den Fall, dass die Arbeit zusätzlich auf einem Datenträger eingereicht wird, erkläre ich, dass die schriftliche und die elektronische Form vollständig übereinstimmen. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Aachen, den 22. Dezember 2017

---

Victor Kociok

## Belehrung:

### **§ 156 StGB: Falsche Versicherung an Eides Statt**

Wer vor einer zur Abnahme einer Versicherung an Eides Statt zuständigen Behörde eine solche Versicherung falsch abgibt oder unter Berufung auf eine solche Versicherung falsch aussagt, wird mit Freiheitsstrafe bis zu drei Jahren oder mit Geldstrafe bestraft.

### **§ 161 StGB: Fahrlässiger Falscheid; fahrlässige falsche Versicherung an Eides Statt**

(1) Wenn eine der in den §§ 154 bis 156 bezeichneten Handlungen aus Fahrlässigkeit begangen worden ist, so tritt Freiheitsstrafe bis zu einem Jahr oder Geldstrafe ein.

(2) Strafflosigkeit tritt ein, wenn der Täter die falsche Angabe rechtzeitig berichtigt. Die Vorschriften des § 158 Abs. 2 und 3 gelten entsprechend.

Die vorstehende Belehrung habe ich zur Kenntnis genommen:

Aachen, den 22. Dezember 2017

---

Victor Kociok